含蓄의 逆說에 관한 小考

이 훈

<목 차>

序

"眞 (혹은 必然)인 命題는 아무 命題에 의해서나 含蓄된다.", "僞(혹은 自己矛盾)인 命題는 아무 命題나 함축한다."는 두 定理는 흔히 '함축의 역설'이라 불리우고 있다.

'함축의 역설'은 Zeno의 역설이나 논리적 혹은 의미론적 역설과는 그 성격이 판이하게 다르며, 이들에 비해서는 덜 심각한 듯 하므로 準逆說이라 불리워도 좋을 것이다. 그러나, '함축의 역설'은 그 근저에 함축이란 무엇인가, 나아가서 논리란 무엇인가 하는 물음을 짙게 깔고 있으므로, 만만하게 해결될 것같지는 않다.

이 小考는 '함축의 역설'을 소개하는 데 그칠 것이며, 언급범위도 명제의 논리에 국한될 것이다. 機能이나 關係의 논리에서 이 문제가 어떻게 되는지 잘 알 수 없고, 명제의 논리가 다른 諸論理보다 원초적인 것이므로 본질적인

내용은 여기서 다 들어날 것으로 생각되기 때문이다. 眞理機能的 二値論理, 非眞理機能的 論理, 眞理機能的 三値論理에서의 역설을 비교 검토할 것인데, 제3장은 사실상 결론에 해당할 것이다. 이 글에서 그냥 함축이라 할때는, 실질적 함축, 엄밀한 함축뿐만 아니라, 필연적동반 등, 추론이 의존하는 바, 문제의 명제관계를 모두 포괄하는 뜻으로 사용될 것이다.

Ⅰ. 逆說의 發生

1. 실질적 함축의 역설

1.1. 論理는 흔히 推論(inference)의 原理를 연구하는 학문이라 일컬어진다 그러나, 추론은 한 命題(proposition)에서 다른 명제를 이끌어내는 일종의 心理過程이므로 論理體系 內에서 표현될 수는 없다. 실제 논리에서 다루어지는 것은 추론에 대응하는 論證(argument)인데, 이는 전제라는 명제들과 결론이라는 명제로 이루어지고 있다. Modus Ponens(以下 MP로 略稱)에 대응하는 논증,

① pIq [1]
② p
———————
③ q

는 ② p에서 ③ q를 이끌어내자는 것인데 p와 q가 含蓄(implication)관계에 놓여있어야 한다는 전제가 ①에 표시되었다. 결국 추론은 함축관계에 의존한다고 말할 수 있을 것이다.[2]

實質的 含蓄(material implication)이란, 두 명제의 眞理値(truth-value)에 의해 규정된, 2치논리(two-valued logic)의 함축이다. Whitehead & Russell의 *Principia Mathematica* vol. 1 (以下 PM으로 略稱)에서는 함축의 本質的 性格을 "眞인 명제에 의해 함축된 것은 眞"(p. 94)이란 것으로 파악하고, 간단하게 $\sim p \vee q$로 해석하였다. 만일 p가 眞이면 $\sim p$가 아니므로 q는 어쩔 수 없이 眞이 되어야하기 때문이다. 그리하여, $D^{3)}1.01$ $p \supset q . =. \sim p \vee q$가 주어진다.

Frege(1879)나 Russell(1903)에서는 함축이 기본적인(primitive) 것으로 주어졌는데 PM에 와서 ~과 ∨로 정의되고 있음은 실질적 함축의 의미의 일단

1) ⊃는 실질적 함축을 나타낼때만 사용하고, 일반적으로 함축관계를 표시할 때는 I를 사용할 것이다. I는 물론 implication의 첫글자이며 Lewis & Langford(1932)의 용법에 따른 것이다.

2) 추론과 논증은 이렇게 구별되어야 할 것이지만, 앞으로는 편의상 두개념을 통털어 추론이라 지칭하겠다. 추론과 함축의 관계가 계속 언급될 것인데 논증을 개입시키면 이야기가 번잡해지기 때문이다.

3) 정의는 D (definition), 공리는 A (axiom), 정리는 T (theorem)라는 글자를 해당 번호앞에 붙여서 표시할 것이다.

을 잘 드러내주는 事例이다. Russell(1937)은 그간의 사정을 이렇게 술회하고 있다. 앞서 함축을 강조한 것은 기하학에 대한 고려때문이었다, Euclid 기하나 non-Euclid 기하나 다 순수수학이고 상호 모순이라고 볼 수는 없다, 따라서 공리가 명제를 함축한다고 주장해야지, 공리가 眞이므로 명제가 眞이라고 주장해서는 안된다, 이런 상황에서 함축을 과도하게 강조했지만, 함축이란 결국 하나의 眞理機能(truth-function)이며, 다른 것보다 중요한 것도 없더라는 이야기다(p. vii).

Church(1956)에 의하면 명제계산을 위한 獨立的인 기본連結詞(connective)의 완전한 체계는, 함축과 부정(negation), 부정과 選擇(disjunctin), 부정과 結合(conjunction) 등등 어느 것이라도 좋으므로(pp. 129ff), Russell (1903)을 따르느냐 PM을 따르느냐는 것은 技術的인 문제에 불과한 것이다. PM에서는 ～과 ∨을 더욱 명확한 개념으로 생각하여 기본 연결사로 채택한 듯하다. 실질적 함축의 의미는 이미 眞理機能的 二値論理의 함축이란 데서 결정지워진 것이며, 기본적으로 주어졌다 해서 그 이상의 의미를 획득할 수는 없었던 것이다.

이러한 의미의 실질적 함축은 몇가지 독특한 성격을 가지게 된다. 眞理表(truth table)에 의거해서 생각해 보면 명백할 것이다.

	p	q	I $p \supset q$	II $q \supset p$
①	T	T	T	T
②	T	F	F	T
③	F	T	T	F
④	F	F	T	T

T는 眞, F는 僞를 나타낸다. 먼저 실질적 함축의 관계로서의 성질을, 대칭성, 추이성, 재귀성에 비추어 생각해 보기로 하자.

$p \supset q$가 성립할 때(I—①, ③, ④), p, q가 다같이 眞이거나 僞라면 $q \supset p$는 성립하고(①, ④), p가 僞, q가 眞이라면 $q \supset p$는 성립하지 않으므로 (③), 실질적 함축은 無對稱的(non-symmetrical)이라 하겠다. 일반적으로 함축이 대칭적(symmetrical)이면 함축관계는 곧 同値(equivalence)관계가 되므로 부당하고, 非對稱的(asymmetrical)이면 同値관계가 성립할 수 없으므로 역시 부당하다. 여기서 실질적 함축은 대칭성에 관련하여 바람직한 성격을 가지고 있음을 알 수 있겠다.

또한 함축은 三段論法(syllogism)을 가능하게 해야 하므로 推移的(transitive)이어야 한다. PM의 T3.33 $p \supset q.\ q \supset r :\supset.\ p \supset r$은 실질적 함축의 추이성을

잘 보여주고 있다.

함축이 일반적으로 再歸的(reflexive)이어야 한다고는 생각되지 않지만[1], 실질적 함축은 진리치가 眞, 僞 둘로 주어지기 때문에 어쩔 수 없이 재귀성을 갖게 된다. T2.08 $p \supset p$는 흔히 同一律이라 불리운다.

첫머리에 언급했던 MP와의 관련에서, 우리는 두가지 조건을 요구할 수 있다. 첫째는, 실질적 함축 $p \supset q$가 MP의 pIq 구실을 해야 한다는 것이고, 둘째는, 실질적 함축의 체계에서 MP를 사용할 수 있어야 한다는 것이다. MP는 "pIq가 眞, p가 眞, 따라서 q는 眞"이란 추론이었다. $p \supset q$가 眞인 것은 p, q가 다 眞이거나(①), p가 僞이고 q가 眞(③), 또는 僞(④)인 세경우이다. 여기서 p가 眞인 경우는, q도 眞일 때 뿐이므로(①) $p \supset q$와 p가 다같이 眞이라면 q는 眞이 될 수 밖에 없다. 즉, 첫번째 조건은 만족된다. 둘째 조건은, 바꾸어말하자면, pIq가 眞인 때, p도 眞인 경우가 있어야 한다는 것이다. $p \supset q$가 眞인 경우 중에 p가 眞인 경우 (①)가 포함되므로 이 조건 역시 만족된다.

要컨데, 실질적 함축은 無對稱的, 推移的이며, MP에 관련된 조건들을 충족시켜 주므로, 추론이 의존하는 바 함축의 기능을 훌륭히 수행해 내고 있다 하겠다.

1.2. 이제 앞의 眞理表에 의거, 실질적 함축의 성립 범위를 살펴보기로 하자. 여기서 우리는 便宜上, 보다 광범위하게 성립하는 함축을 약한 함축, 그 반대는 강한 함축이라 부르고자 한다.

眞인 명제, 僞인 명제가 동일한 숫자로 주어졌을 때, 임의의 두 명제를 선택한다고 하자. 이때 前者가 後者를 함축할 확률은 3/4(Ⅰ—①, ③, ④)이며, 후자가 전자를 함축할 확률도 3/4 (Ⅱ—①, ②, ④)이고, 兩者가 서로 함축할 확률은 1/2 (①, ④)이나 되며, 아무런 함축관계에 있지 않을 확률은 0이다. 요컨데 아무 명제나 둘만 잡으면 반드시 어느 한쪽에서 다른 쪽을 함축하게 된다는 이야기다. PM의 몇가지 정리가 이러한 성격을 잘 보여주고 있다.

T5.11 $p \supset q . \vee . \sim p \supset q$

T5.12 $p \supset q . \vee . p \supset \sim q$

T5.13 $p \supset q . \vee . q \supset p$

이렇게 약한 함축이므로 어쩔 수 없이 역설을 유발하게 되는 것이다.

소위 실질적 함축의 역설(paradox)이란 것은 다음 두 定理이다.

T2.02 $q . \supset . p \supset q$

---

1) 여기에는 함축의 본질과는 상관없는 분석적 진리의 문제가 개입되어 있으며, PM의 입장은 분석적 진리를 전적으로 옹호하지는 않는 듯 하다. T 14.22 $E!(\neg x)(\phi x) . \equiv . \phi(\neg x)(\phi x)$는 $\phi(\neg x)(\phi x)$가 PM의 정리가 아님을 말해 주고 있다. (p. 182참조)

T2.21 $\sim p. \supset. p \supset q$

T2.02는 PM 本文에서 "眞인 명제는 어떤 명제에 의해서도 함축된다."로 해석되고 있다(p. 99). T2.21은 이에 準하여 "僞인 명제는 아무 명제나 함축한다."로 해석된다. 만일 眞인 명제가 아무데서나 도출된다면 우리의 논리직관과 정면 충돌할 뿐만 아니라, 기하학같은 데서 공리를 세운다, 엄밀한 증명을 한다는 따위가 무의미한 헛수고가 될 것이 아니냐는 反論이 즉각 나올것이다.

이에 답하기 앞서[1] 우리는 먼저 어떻게 하여 이러한 정리가 PM 체계에 들어왔는지, 그 과정을 더듬어 보아야 하겠다. T2.02는 A1.3 $q. \supset. p \vee q$에서 p에 $\sim p$를 대입한(substitute) 후, D1.01에 의거, 도출되었다. T2.21은 A1.3을 변형시킨 $p. \supset. q \vee p$와 A1.4의 변형 $q \vee p . \supset. p \vee q$에서 삼단논법에 의거, 도출되었다. 결국 T2.02, T2.21을 가능하게 하는 전제와 규칙을 모두 열거하자면,

D1.01 $p \supset q. =. \sim p \vee q$,

A1.3 $q. \supset. p \vee q$,

A1.4 $p \vee q. \supset. q \vee p$

와 대입규칙, MP, 삼단논법 등이다.[2] A1.3, A1.4는 자명한 것으로 받아들일 수 있겠고, 대입규칙, MP, 삼단논법도 거부할 수 없는 것들이다. 그렇다면, 결국 우리가 트집을 잡을 수 있는 것은 정의 1.01 뿐이다. 실제 D1.01 $p \supset q. =. \sim p \vee q$는 $\sim p$일 때도, q일 때도 $p \supset q$가 성립한다는 것을 암암리에 말해 주고 있다. 앞의 경우가 곧 T2.21이 되고, 뒤의 경우가 곧 T2.02가 되는 것이다. 결국 실질적 함축의 역설이 그 정의에서 발생하였다고 보는 것은 타당하다 하겠다. Ⅰ—1.1에서도 지적했듯이 D1.01은 PM에서 임의로 내린 것이 아니라, 진리기능적 2치논리가 필연적으로 가지게 되는 의미를 表面化했을 뿐인 것이다. 그러므로, D1.01을 받아들이지 못하겠다면, 논리에서 진리기능성을 포기하든지 최소한 2치체계를 포기해야만 할 것이다.[3]

1.3. 그렇다면 PM은 어떤 배경에서 진리기능적 2치체계를 선택했던 것인가? 아니, 왜 진리기능적 2치체계만이 참다운 논리라고 생각했던 것인가?

이에 대한 상세한 답변은 本考의 범위를 벗어나는 것이기도 하지만, 우리는 이에 대한 만족스런 대답을 알지 못하고 있다. 다만 論理主義(logicism)와

---

1) 이에 대한 답변은 Ⅱ-2.2, 3.1에서 주어질 것이다. (이글에서 章節을 언급할 때에는 주어진 숫자를 사용할 것이다. 즉, Ⅱ-2.2는 Ⅱ장 해결점의 모색 2. 실질적 함축의 옹호 中 2.2부분을 가리킨다.)

2) PM에는 공리대신에 기본명제(Primitive Proposition)란 이름이 붙어있으나, 여기서는 일반적인 용어법에 따랐다. 삼단논법도 PM에서는 몇가지 공리에서 도출되고 있지만, 그 과정은 생략하였다. 자명한 것으로 받아들일 수 있기 때문이다.

3) 이 문제는 Ⅲ-1에서 다시 이야기될 것이다.

經驗論的 입장이 배후에 깔리고 있지 않나 추측할 뿐이다.

Frege는 수학과 논리학을 같은 영역으로 생각하였고, Russell은 논리학과 수학을 소년과 사람에 비유하여 논리학은 수학의 젊은 시절이라 하면서,[1] Gödel의 定理가 발표된 뒤에도 論理主義를 계속 고집하고 있었다.[2] 그들은 수학이 本質的으로 外延的(extensional)이어야 한다는 데 하등 문제가 없다고 생각한 듯 하다. 論理가 외연적이라는 말은 곧 진리기능적이라는 뜻으로 쓰이고 있다. 여기서 참고로 Russell(1919)이 Lewis의 시도를 거부하는 이유를 들어보자.

> 그〔Lewis〕가 말하는 그러한 관계〔엄밀한 함축〕가 있든 없든 간에, 그것은 수학이 필요로 하지 않고 있으며, 그러므로 經濟性의 근거에서, 우리의 기본개념들의 機構에 포함시킬 수 없는 것이다. 따라서, 나는 진리기능으로 표현될 수 없는 어떠한 함축도 기본개념으로 받아들일 필요가 없다고 결론짓는 바이다(p.154).

Frege-Russell은 論理學을 哲學의 정수(essence)로 보았으며, Russell은 Hegel-Bradley의 절대적 관념론이 의존하는 바 內在的 關係說(doctrine of internal relation)을 반박하면서 外在的關係의 논리를 시도하고, 一元論(monism)대신 多元論(pluralism)을 받아들여, 철학에 있어 논리적 분석의 중요성을 천명하였다. 이러한 입장이라면, 복잡한 명제들은 순수한 기본명제들로 분석되고 기본명제들은 경험에 의해 眞僞가 판명되므로, 복합명제를 기본명제들의 진리기능으로 간주하는 견해가 나옴직하다 하겠다. Wittgenstein-Russell[3]의 原子主義(logical atomism)도 대충 이런 이야기이며, Tractatus의 寫像說(picture theory)이라는 것도 이러한 입장의 정교한 확장에 불과한 것이라 생각된다.

함축을 진리기능적으로 정의했던 최초의 철학자 Philo는 Megara學派의 일원이었지만, 그의 정의가 다른 Megara學者들 사이에서 널리 인정받지 못했으므로, 새삼 진리기능성의 배경으로 Megara學派의 사상을 더듬어 볼 필요는 없으리라 생각된다. 다만 지적해 둘 것은, Megara學派는 Zeno of Elea의 영향을 많이 받았고, Zeno의 변증법에서 핵심적 역할을 하고 있는 함축관계에 대해 깊은 관심을 표명하였던 바, Philo의 정의란 그중 가장 약한 규정이었다는 점이다.[4]

---

1) Russell (1919), p. 194.
2) Russell (1937), p. v.
3) Russell 자신이 Wittgenstein의 영향을 받았음을 명백히 밝히고 있으므로, 연대적 차이를 무시하고 이런 순서로 표현하였다. Russell(1914) *Our knowledge of the external world*, p. 9, Russell(1918)"The Philosophy of Logical Atomism"(*Logic and knowledge*의 p. 177) 참조.
4) Kneale (1962), pp. 128ff. 참조.

Megara의 논리가 Stoa로 넘어가면서 3치논리란 성격이 뚜렷해 졌다는 사실은 주목할 만한 일이다. Lukasiewicz는 3치논리를 발표하면서, 2치논리는 決定論의 산물이며 자신은 非결정론자임을 명백히 했는데, 과연 PM체계가 결정론적 배경에서 나온 것인지는 심히 의문스러운 바 있다. 그러나, 2치논리를 고수했던 Stoa學派는 분명히 의지의 결정론을 신봉하고 있었으며, 2치의 논리체계를 그들의 결정론을 방어하는 유력한 무기로 사용하였다는 점은 시사하는 바 크다 하겠다.

왜 수학이나 논리가 외연적이어야 하는지, 외연성과 진리기능성이 어째서 동의어가 되는지[1], 2치체계는 과연 결정론에서 나오는 것인지 등등의 의문은 숙제로 남겨두겠다. 우리는, 論理主義가 애당초 수학을 좀더 엄밀한 체계로 만들어 보자는 의도에서 출발했다, 그러므로 논리는 곧 수학기초론이 되고 그 논리체계는 가장 기본적이며 가장 단순한 것이어야 한다, 핵심적 성격을 확보하면서 함축이란 것을 가장 편리하게, 또 그 논리체계가 가장 단순해지도록 규정한다면, 진리기능적인 실질적 함축이 될 수 밖에 없다는 정도로 이해하고자 한다.

2. 엄밀한 함축의 역설

2.1. Lewis & Langford의 *Symbol Logic*(以下 SL로 略稱)은 序文 맨 첫머리에 "기호논리학은 논리[2]도 수학도 전제하지 않는다"(p. i)면서, 오로지 추론의 타당성을 지배하는 원리들을 다루겠다고 선언하였다(p. 3). 이말은, 이를테면, 이런 뜻으로 생각된다. "수학의 기초를 세우는 것이 논리의 유일한 목적은 아니다. 수학에의 편의를 위해 고려된 가정이 일상적 용법과 철학적 용법에 어긋날 때면 더욱 그러하다."[3] Lewis에 의하면, "추론은 의미, 논리적 내용, 내포에 의존"하는 것이므로[4], SL의 수학기초론이 아닌 논리는 內包的論理(intensionel logic)를 포함할 것이요, 따라서 일상적 직관을 충실히 따르는 논리가 될 것이다.

이러한 배경에서 SL은 실질적 함축을 거부하고, "p는 q를 함축한다"와 "q는 p에서 연역된다"가 동의어가 될 수 있는 그러한 의미의 함축을 추구하고 있다(p. 122). 결국 함축은 演繹可能性(deducibility)의 逆關係가 되는 셈인데, 이러한 요구를 만족시키는 함축을 어떻게 규정할 것인가? SL은 실질적 함축

1) 이에 대한 우리의 견해가 Ⅱ-1에서 다소 언급될 것이다.
2) 여기서 논리는 Aristotle이래의 전통적논리를 가리키는 것 같다. SL, p. 3참조.
3) Marcus (1960), p. 47.
4) Lewis, *A survey of Symbolic logic* (1918), p. 328. 여기서는 Nelson(1930), p. 453에서 인용하였다.

의 추론가능성을 돌이켜 보는 데서 그 실마리를 찾고 있다. 실질적 함축의 엄밀성이 그렇게 약한 데도 불구하고, 실제 사용되었을 때의 함축은 恒眞的(tautological)이므로 추론이 가능해 진다는 것이다(pp. 239f). 예컨데

$$\overset{①}{p \supset q} \;.\overset{②}{\supset}.\; \overset{①}{\sim q \supset \sim p}$$

에서 ②는 소위 주장된 함축(asserted implication)이란 것인데 ①과 달리 그 진리치가 항상 眞이 되므로 연역가능성의 역관계가 될 수 있고, 추론이 가능해 진다는 이야기이다. SL이 의도하는 함축은, 항상 성립하는 바의 주장된 함축, 바꾸어 말하면 必然的인 실질적 함축이 되는 셈이다.

여기서 SL은 진리기능적 논리를 포기하고 樣相(modality)을 도입하게 된다

D 11.02 $p \rightarrow q. =. \sim\Diamond(p. \sim q)$[1]

$\Diamond$는 可能性(possibility)을 나타내며, 이렇게 정의된 함축을 엄밀한 함축(strict implication)이라 부른다.

그런데, $(p \sim q) = \sim(\sim p \vee q) = \sim(p \supset q)$이므로,

T 18.7 $p \rightarrow q. =. \sim\Diamond\sim(p \supset q)$

이 성립할 것은 쉽게 짐작된다. $\sim\Diamond\sim$은 "……이 아닐 수 없다", 즉 必然性을 나타내므로 이제 엄밀한 함축의 본래 의도가 분명히 드러났다 하겠다. 여기서 엄밀한 함축은 실질적 함축의 특수한 一例로 볼 수 있으므로, 엄밀한 함축이 성립할 때 실질적 함축은 반드시 성립하지만, 그 逆은 定理가 될 수 없음을 곧 알 수 있겠다.

T 14.1 $p \rightarrow q. \rightarrow. p \supset q$

는 엄밀한 함축과 실질적 함축의 관계를 잘 보여 주고 있다.

SL의 함축은 PM의 함축보다 강한 것이므로 I-1.1에서 살펴보았던 제반 바람직한 성격을 확보하고 있음은 물론이다. 다만 진리기능체계가 아니므로 그와 같은 방법으로 증명할 수는 없고, SL의 정리 자체가 추론원리로 사용가능하니까 관련되는 公理나 定理들만 열거하겠다.

D 11.03 $p = q. =. p \rightarrow q.\ q \rightarrow p$

A 11.6 $p \rightarrow q.\ q \rightarrow r : \rightarrow. p \rightarrow r$

A 11.7 $p. p \rightarrow q : \rightarrow. q$

T 12.1 $p \rightarrow p$

2.2. SL의 거창했던 의도는, 결국 실질적 함축에다 필연성을 갖다 붙인 엄밀한 함축이란 것을 만들어 낸 데 귀착하였다. 일상적 직관을 충실히 따른다

1) Lewis의 체계는 $S_1 \sim S_5$의 5가지가 있지만 SL 本文에서 구성되는 S_1, S_2만 언급할 것이다. D 19.01 이전은 S_1, 이후는 S_2인데 S_1은 S_2의 한 부분으로 볼 수도 있으므로, 일일이 소개되는 정의나 정리의 소속체계를 밝히지는 않겠다.

는 내포적 논리가 이 정도 밖에 안 되느냐, 바꾸어 말하자면 엄밀한 함축을 연역가능성의 역관계로 받아들일 수 있느냐는 문제가 제기되어 많은 논쟁을 불러 일으켰다. 엄밀한 함축의 체계에서 발생한 역설은 이러한 논쟁의 불씨가 되고 있는 셈이다. '엄밀한 함축의 역설'이라 불리우는 정리들은,

T 19.74 $\sim\Diamond p. \rightarrow . p \rightarrow q$,

T 19.75 $\sim\Diamond\sim p. \rightarrow . q \rightarrow p$

이다. T 19.74는 "自己矛盾(self-contradictory)인 명제는 아무 명제나 함축한다", T 19.75는 "必然的으로 眞인 명제는 어떤 명제에 의해서나 함축된다"로 해석되었다(p. 174). 결국 실질적 함축의 역설이 眞대신 必然, 僞대신 自己矛盾으로 탈바꿈하여 나타난 셈이다. Lewis의 입장은, PM에서는 眞과 必然, 僞와 自己矛盾이 구분될 수 없으므로 실질적 함축의 역설이 I-1.2처럼 나타났지만 그것의 진정한 의미는 SL T 19.74, T 19.75라고 생각하는 듯 하다.

이 둘 외에 Lewis (1959)에 소개된,

T 12.91 $p\sim p. \rightarrow . q$

T 13.7 $q. \rightarrow . p \vee \sim p$

도 흔히 엄밀한 함축의 역설이라 불리운다. T 12.91의 $p\sim p$는 T 12.9 $\sim(p\sim p)$의 否定이므로 자기모순인 명제이고, T 13.7의 $p\vee\sim p$는 T 13.5이므로 필연적 명제임을 주목한다면, 결국 T 12.91은 T 19.74의, T 13.7은 T 19.75의 구체적 보기에 불과하다는 것을 알 수 있겠다.

그러면 엄밀한 함축의 역설이 어떻게 도출되는지 그 과정을 더듬어 보기로 하자. 두 정리 T 19.74, T 19.75는, 그 번호가 말해 주듯이, 정의, 공리로부터 굉장히 복잡한 경로를 거쳐 도출된 것들이다. 상세한 과정은 略하고 전제가 되고 있는 정의, 공리들과 추론규칙들만 나열하겠다.

D 11.02 $p \rightarrow q. =. \sim\Diamond(p\sim q)$

D 11.03 $p = p. = : p \rightarrow q.\ q \rightarrow p$

A 11.1 $pq. \rightarrow . qp$

A 11.2 $pq. \rightarrow . p$

A 11.5 $p. \rightarrow . \sim(\sim p)$

A 11.6 $p \rightarrow q. q \rightarrow r : \rightarrow . p \rightarrow r$

D 17.01 $poq. =. \sim(p \rightarrow \sim q)$[1)]

A 19.01 $\Diamond(pq). \rightarrow \Diamond p$

추론규칙은 代入, 附屬(adjunction), MP 등이다.

---

1) poq는 p와 q가 一貫的(consistent)이라는 말인데, 이에 대해서는 Ⅱ-1.3에서 이야기될 것이다.

SL에서는 따로, 자기체계에 언급함이 없이, 일반적 원리에 따라 이 정리들의 도출과정을 보여주고 있는데(pp. 250f.), 여기서는 좀 더 잘 정돈된 Hughes & Cresswell(1968; pp. 337f.)의 표현을 빌려 T 12.91의 경우만을 살펴보겠다. 먼저, 추론의 네가지 원리를 제시해 두자.

A. 모든 結合(conjunction)은 각 結合素(conjunct)를 함축한다.

B. 모든 명제 p는 q가 어떤 명제든지 간에 $(p \vee q)$를 함축한다.

C. $(p \vee q)$와 $\sim p$, 두 전제는 q라는 결론을 함축한다.

D. p가 q를, q가 r을 함축한다면, p는 항상 r을 함축한다.

이제 T 12.91을 도출해 보자.

(1) $p . \sim p$

(1)에서 A에 의해, (2) p

(2) B , (3) $p \vee q$

(1) A , (4) $\sim p$

(3)(4) C , (5) q

결국 D에 의하여 $(p \sim p) \rightarrow q$를 얻게 되는 것이다.

역설의 발생과정을 살펴보는 데서 우리는 딜렘마에 처한 자신을 발견하게 된다. 역설의 발생을 저지하기 위해 3개의 정의 중 어느 것을 포기한다면, SL 체계를 포기하는 것이 되고, 5개의 공리는 자명한 듯이 보이므로, 그중 어느 것을 포기한다는 것은 역설의 발생과 꼭같이 못마땅한 노릇이 되는 것이다. 이에 대해서는 2장에서 상세히 論할 것이다.

3. Lukasiewicz 함축의 역설

3.1. Aristoteles는 *De Interpretatione* 제 9장에서 소위 '미래우연'(future contingency)이란 문제를 제기하였다.

> 존재하는 것이, 그것이 존재할 때면, 반드시 존재한다는 것은, 모든 것이 필연적으로 생긴다는 것과는 다른 말이다.……모든 것은, 반드시, 존재하든지 존재하지 않든지하며, 미래의 어느 땐가에 존재하게 되든지 존재하지 않게 되든지 한다. 그러나 우리는 어떤 경우가 될지 결정적으로 말할 수는 없다. 예컨데, 하나의 海戰은 내일, 반드시, 일어나든지 않든지 할 것이다. 그러나, 그런일이 일어나든지 않든지 한다는 데에는 아무런 필연성도 없다. 필연적인 것은, 내일 해전이 일어 나든지 않든지 한다는 〔바로〕 그것이다.[1)]

Lukasiewicz(1923)은 이 문제를 새삼 다시 제기하여, "A가 어느 時點 t에서 b라면, 그보다 앞선 어느 시점에서도 A가 시점 t에서 b라는 것은 眞이다"라는 信念을 결정론이라 하고(p. 22), 증명할 수는 없지만, 결정론보다 비결

1) Aristotle, *The Organon* (Cambridge U. Pr.; 1949) H. Cook 번역, p. 139.

정론이 더 정당한 것으로 믿어진다고 하였다(pp. 37f). 즉, "내일 海戰이 일어날 것이다"란 명제가 眞, 僞 둘중의 하나로 결정되어 있다고 보는 Stoa主義를 거부하고, 결정되어 있지 않다고 보는 Epicurus主義를 지지한다는 이야기이다. 그는 3치논리를 구상할 때부터 이러한 생각을 가지고 있어서, Lukasiewicz(1920)에서 벌써 "새로운 논리의 形而上學的 기초가 되는 非決定論的 立場"(p. 18)을 분명히 밝혔다.

그리하여, Lukasiewicz(1930)는, "나는 내년 12월 21일 정오에 Warsaw 있을 것이다"란 명제는 眞도 僞도 아닌 제3의 眞理値를 가진다 하여, 1/2로 표시하였다(p. 53). Post와는 달라 그는 애당초 해석된(interpreted) 체계로서 다치논리를 제시했으므로, 그의 필연성, 가능성에 대한 약간의 혼동[1]을 따져봐야겠지만, 그의 3치논리는 Rescher(1969; p. 28) 처럼 해석할 수도 있기 때문에, 언급하지 않겠다.

Lukasiewicz는 구둣점이 표현의 구성요소가 될 수 없다고 보아, PM이나 SL의 표기법을 거부하고, Frege보다 훨씬 지면이 적게 드는 표기법을 고안해 내었다. pIq는 Cpq로, $\sim p$는 Np로 표시되며 그 진리표는 다음과 같다.

C	0	1/2	1	N
0	1	1	1	1
1/2	1/2	1	1	1/2
1	0	1/2	1	0

1은 眞, 1/2은 可能性, 0은 僞를 나타낸다(p. 54).

그의 3치논리(以下 L_3로 약칭)을 眞, 僞의 경우에만 국한시킨다면 2치논리와 일치하므로, L_3의 모든 정리는 동시에 PM의 정리이기도 하다.

L_3에서 選擇과 結合은 함축과 부정으로 정의될 수 있지만, 함축은 다른 連結詞로 정의될 수 없음은 주목할 만하다. 이점은, Russell(1903)에 비교할 때 2치논리에 대한 L_3의 뚜렷한 특색이라 하겠다.

3.2. 이제, L_3를 처음으로 公理化(axiomatization)했던 Wajsberg(1931)의 체계에 의거, 역설의 문제를 살펴보자.

L_3의 함축의 역설로 간주될 수 있는 것은,

A 1. $CpCpq$

T 18. $CqCpp$

T 20. $CNpCpq$

T 23. $CNCppq$

등이다. A1은 PM T 2.02와, T 20은 PM T 2.21과 같은 것이며, Cpp는 L_3의 T 19이므로, T 18은 SL T 13.7에, T 23은 SL T 12.91에 견줄 수 있는

1) PM체계의 결정론 여부를 전혀 언급하지 않은 점, Lewis를 Diodorus의 추종자라고 불렀던 점, Butler(1955)처럼 irrevocable necessity, causal necessity, logical necessity를 구별하지 않았던 점등에서 추측된다.

것들이다. 이들의 전제는,

A 1. $CqCpq$,

A 2. $CCpqCCqrCpr$,

A 3. $CCCpNppp$,

A 4. $CCNqNpCpq$

로서 Wajsberg L_3의 공리 전부이다. 추론규칙은, 명시하지는 않았지만, 대입규칙과 MP 둘인 듯 하다.

L_3에 있어서도 함축의 역설 문제는 PM이나 SL과 별 차이가 없음을 알 수 있겠다. 다만, Wajsberg의 L_3에서 특기할 만한 것은, 함축의 역설을 논리체계 구축에 적극적으로 사용하고 있다는 점이다. 앞서 보았듯이 함축의 역설이 바로 공리가 되고 있으며, Wajsberg(1937)에서는 6개의 節에서 제 5 절에 "*C-O*계산을 위한 공리체계"란 이름까지 붙여가면서 T 20을 愛用하고 있다. "*O*가 僞를 뜻한다면, 명제 *Cop*는 타당"할 것이므로, "*C*와 *O*에서 형성되는 모든 명제들의 집합"을 *C-O* 계산이라 부른다고 하였다.[1] *C-O* 계산이란 명백히 T 20의 메타논리적인 活用인 것이다.

Lukasiewicz나 Wajsberg가 함축의 역설에 관해 어떤 견해를 갖고 있는지는 알 수 없지만, Russell이나 Lewis 一派에서 역설의 변명에 땀을 흘리고 있는데 반해, 이들의 너무도 당당한 입장은 可히 놀라운 일이 아닐 수 없다.

Ⅱ. 解決點의 模索

1. 역설이 없는 체계

1.1. 우리는 Ⅰ-1.1에서 실질적 함축의 진리표를 소개한 바 있었다. 그중 ②의 경우는 우리의 직관과 잘 들어 맞는 것이었고, $p \supset q$가 眞일 때 p, q가 眞인 것은 당연하지만 p, q가 眞이라 해서 반드시 $p \supset q$도 眞일 수는 없을 것이므로 ①의 경우는 미심쩍은 바 있었다. ③, ④는 p가 僞인 경우인데, 이때 $p \supset q$를 眞으로 정한 것은 도무지 납득이 가지 않는 것이었다. MP가능성, 추이성 등을 고려하여 ①의 경우를 眞으로 어떻게 인정해 준다면, 이때 진리표는 아래와 같이 될 것이다.

p q	$p \supset q$
T T	T
T F	F
F T	(T, F)
F F	(T, F)

여기서 (T, F)는 그때 그때 특수한 상황에 따라 眞으로도 僞로도 주어진다는 뜻이다.

이렇게 진리기능성을 완전히 받아드리지 않고 일부만 인정하는 논리를 準眞理機能的(quasi-truth-functional)논리라 부른다. 準眞理機能的 論理는 Rescher, Reichenbach,

1) Wajsberg (1937); McCall (1967), p. 309.

Zawirski 등에 의해 연구되어왔다.[1)]

이 체계는 하나의 훌륭한 논리체계로서 우리의 직관과 상당히 가까와지고 있으며 함축의 역설도 생기지 않는다. 그러나, 그러한 이익을 얻는 반면,

$pq \supset p$, $p. \supset . p \vee q$, $p \supset q. \supset \sim q \supset \sim p$

등등의 바람직한 정리들을 잃어야만 한다는 난점이 있다. 이점은 예상했던 바이다. 함축의 역설이 진리기능성에서 유래한다는 것은 곧 논리체계의 완전한 규정에서 비롯한다는 말인데, 준진리기능적 논리의 경우는 충분히 규정되지 못한 상태이므로 정리로서 나타날 수 없는 '정리'들이 반드시 있게 마련인 것이다. 이 이외의 어떤 준진리기능적 논리도 不可缺의 정리를 포기해야만 하게끔 되어 있다.

만일 함축의 진리표에서 ①~④의 경우를 ?F?? 로처리해 버리면 어떻게 될까? 이때는 진리기능적 접근을 아예 포기하고 다른 방도를 찾는 것이 현명할 것이다. 실제 SL은 $p \rightarrow q$의 眞理表를 ?F??式으로 표현하고있다(p.199).

요컨데, 준진리기능적 접근이란 것은 역설을 해결해 주기는 하지만, 받아들이기 어려운 논리체계라 하겠다. 이제 우리는 연결사를 완전히 규정하면 역설이 생기고, 그렇지 않으면 不可缺의 정리가 성립하지 않는다는 궁지에 몰린 셈이다.

1.2. 실질적 함축의 역설에 대한 수정이 準眞理機能的 論理라 한다면, SL의 역설에 대한 수정으로 Anderson과 Belnap의 *E*체계를 들 수 있다.[2)]

*E*체계는 pIq의 I관계를 →로 나타내면서 이를 必然的同伴(entailment)이라 부르고 있다. 이 체계에서는 $(p \vee q). \sim p. \rightarrow . q$가 성립하지 않으므로 함축의역설이 발생하지 않는다고 한다.[3)] 그러나, $(p \vee q). \sim p. \rightarrow . q$는 소위 '선택적 삼단논법'(disjunctive syllogism)이란 것으로서 우리는 이에 대해 하등 불만이 없으므로, 역설의 발생을 저지하기 위해 애매한 정리를 포기할 수는 없는 노릇이다. *E*체계가 안고 있는 문제는, 결국, 준진리기능적 논리의 경우와 동일한 것이라 하겠다.

*E*체계는 기실 좀더 직관에 가까운, 내포적 논리를 세워보자는 의도에서 나온 것이었다. 소위 내포적 논리라는 체계들은 모두 필연적동반(entailment)의 체계임을 자처하고 있는데, 이 필연적동반(entailment)은 Moore에 기인하고 있다.

---

1) Rescher (1969), pp. 166ff. 참조.

2) Hughes & Cresswell (1968), pp. 298~301에 수록된 내용에 의거했음.

3) Ibid., p. 300. 그 이유는 소개되어 있지 않은데, 우리는 $(p \vee q). \sim p. = . p \sim p \vee q \sim p$ 임은 알고 있으므로, $(p \vee q). \sim q. \rightarrow . q$는 곧 $(p \sim p) \vee (q \sim p). \rightarrow . q$이고, 여기서 $p \sim q \rightarrow q$, $q \sim p \rightarrow q$가 도출될 것인데 그중 전자가 함축의 역설이 될 것으로 이해할 수 있다.

Moore(1919~1920)는 內在的關係說의 부당성을 지적하기 위해, 엄밀한 논리적 분석을 가하면서, PM의 실질적 함축 대신, 보다 직관에 가까운 함축관계, 필연적동반(entailment)을 도입하였다. 역설이 생기지 않고, 우리의 일상언어적 용법과 일치하는 함축관계로서 필연적동반은, q가 p에서 이끌려 나온다(follow from), 혹은 연역된다(deducible from)고 할 때, 그 역관계로 파악되고 있다(p. 291). 필연적동반은 실질적 함축에다 필연성을 부여한 성격을 가지므로, "p는 q를 필연적으로 동반한다"를 pEq로 표시한다면, pEq가 그자체 필연적 명제가 아니라도 眞이기만 하면 $p \supset q$는 필연적 명제가 된다(p.302). Moore는 내재적관계설을 공략하는 분석도구로서 필연적동반을 도입했으므로 엄밀한 정의를 내리지는 않았다. 가장 近似한 정의로, "pEq는 '$p \supset q$'와 이 명제가 단순한 眞이 아니라 自明한 형식적 함축의 一例라는 것을 의미한다"는 정도를 소개하면서, Moore 자신은 自明하다는 따위의 심리적 용어를 정의 속에 포함시키고 싶지는 않다고 하였다(pp. 305f). 後世의 論爭은 이 필연적동반을 어떻게 규정하느냐는 데서 발단한다고 하겠다.

1.3. E체계와는 달리 SL을 완전히 거부하고 명제의 의미만을 문제삼는 내포적 논리체계로서 Nelson의 경우를 검토해 보자.

Nelson(1930)은 필연적동반을 非一貫性(inconsistency)과 矛盾(Contradiction)으로 정의하고 있다(p. 444).

$$pEq. =. p/-q$$

여기서 /는 非一貫性을, $-$는 矛盾을 나타내며, p/q는 $-(poq)o$로 정의된다. o는 一貫性(consistency)을 나타내는데, $-$와 o는 기본 연결사이다. 결국 "p는 q를 필연적으로 동반한다"는 것은 p가 q의 모순(즉, $-p$)과 일관적일 수 없다는 말이 된다(p. 445).

Nelson은 필연적동반을 일상언어적 용법에서의 함축과 거의 동일한 것으로 보는데, 이는 본질적으로 關係的이며, 따라서 두 명제의 의미들에 의존한다고 주장하였다. 그리하여, 그는 엄밀한 함축의 정의에 非關係的인 結合(conjunction)을 사용하는 것을 비난하고 있다(pp. 445~446). 그런데, Nelson의 필연적동반도

$$pEq. =. p/-q = -(\mathrm{p}o-q)$$

로 주어지고, SL에서도

$$\text{T } 17.12 \quad p \rightarrow q. =. \sim(po \sim q)$$

가 성립하므로 일관성이란 개념을 충분히 검토해 볼 필요가 있겠다.

SL에서는 일관성이,

$$\text{D } 17.01 \quad poq. =. \sim(p \rightarrow \sim q)$$

이로 주어졌는데, $p \rightarrow q. =. \sim\Diamond(p \sim q)$이므로, $poq. =. \Diamond(pq)$가 된다. 결국

SL에서 "p는 q와 일관적이다"라는 말은 "p와 q는 동시에 可能하다"는 뜻밖에 되지 않는다. Nelson은 일관성을 기본연결사로 제시하면서, Russell이나 Sheffer 같은 진리 기능적 개념이 아니라, 두 명제의 의미 사이에 성립하는 관계라고 설명하고 있다(p. 443). SL의 경우는 p,q중 하나만 자기모순이라도 poq가 성립하지 않지만,[1] Nelson의 경우는 한쪽 명제만의 자기모순으로는 poq의 성립여부를 알 수 없다는 차이가 있다.

Nelson은 필연적동반의 규정에서 이미 역설이 발생할 여지를 봉쇄하고 있으며, 실질적 함축이나 엄밀한 함축에서 역설 발생의 指標가 되었던 두 정리

$pqIp$, $pIp\vee q$

도 거부하고 있다. 여기서 Nelson의 결합과 선택에 관한 내포적 개념은 특히 주목할 만하다. 결합은 기본연결사이며, pq는 하나의 單位(unit)요, 전체(whole)이지 단순히 두 명제의 集合(aggregate)이 아니라는 것이며(p.444), $p\vee q$는 $-p/-q$로 정의되는데, 外延的 論理(extensional logic)와는 달리 p와 q 사이에 필연적 연관이 있을 때만 성립하게 되어 있다(p. 446). 이런 논리에서, $pqEq$라든가 $pEp\vee q$가 성립하지 못할 것은 당연하다 하겠다.

Nelson 체계에서도 不可缺의 정리가 탈락되는지는 알 수 없다. 그러나, SL 체계나 E체계가 내포적 논리를 지향하면서도 외연성을 상당히 수용하고 있는데 반해, Nelson은 일체의 외연성을 거부하고 있으므로, PM 혹은 SL체계에서 역설의 전제가 되고 있으나 자명한 듯이 보이는 정리들이 상당수 부당한 것으로 거부될 수 있음은 지적해 둬야 하겠다.

Weiss(1933)는 명제의 외연이란 것이 의미의 最小値(minimum)라 주장하고(p. 521), Nelson이 외연적 체계의 내포적 부분을 망라하지 못했음을 비판하였다(p. 522n). 또한 Nelson 체계에서 결정문제(decision problem)가 어떻게 해결될 수 있을 지도 크게 의심스러운 바 있다.

2. 실질적 함축의 옹호

2.1. 실질적 함축은 진리기능적 2치논리라는 데서 역설의 발생이 불가피함을 논한 바 있었다. 그러나, 우리는, 진리기능적 3치논리에서도, 비진리기능적 논리에서도 역설이 발생하며, 역설이 발생하지 않는 체계에서는 또 다른 문제가 생긴다는 사실을 알았고, I—1.1에서 실질적 함축의 바람직한 성격을 살펴 본 바 있었으므로, 이제 역설을 포함한 그대로 실질적 함축을 옹호해 보도록 하자.

실질적 함축에 의존하는 PM類의 論理體系는 애당초 일상언어를 거부하는

1) SL T 19.17 $\sim\Diamond q\rightarrow\sim\Diamond(pq)$ 참조. $\sim\Diamond(pq)$는 곧 $\sim(poq)$이다.

입장이었다. 記號論理學이란 것이 벌써, 논리체계를 구축하는 데 일상언어는 不適合하다는 신념에서 출발하였다. PM에서 나열되는 일상언어의 결점은, 의미가 너무 다양해서 일관성있게 기억하기 어렵다는 점, 추상적 단순성을 표현할 수 없다는 점, 복잡한 것을 간단히 표현할 수 있는 반면 참다운 분석이 너무 장황해진다는 점, 개념들의 관계를 단일하게 표현할 수 없다는 점등이다(p. 2).

이러한 배경에서 규정되는 실질적 함축을 일상언어식으로 해석을 해놓고 역설이 발생했다는 것은 사실 억울한 일이 아니냐는 이야기가 있을 수 있겠다. 실질적 함축을 일상언어적 용법과 별개의 것으로 보려는 견해는 Moore에서 극단적으로 나타난다.

Moore(1919~1920)는 "왜 논리학자들이 아무도 그에 대해 '함축한다'는 말을 쓰지 않는 어떤 관계의 이름으로 '함축한다'는 말을 사용하기로 했는지, 나는 알지 못한다"(p. 296)면서, 그나름대로의 이유를 제시하고있다. $(\sim p \vee q)$로 표현되는 관계는 매우 기본적이고 또 자주 언급되는 것이므로 짧은 이름을 붙여두는 것이 중요할텐데, 일상생활에서는 그에 대응하는 이름이 없다. 그런데, $(p \vee q)$가 "만일 p라면 q이다"란 뜻으로 쓰일 때가 있고, "p는 q를 함축한다"를 "만일 p라면 q이다"와 같은 의미로 사용하는 것은 자연스런 일이다. 이러한 이유에서 $(\sim p \vee q)$에 "함축한다"는 이름을 붙였을 것이다. 그러나 $(\sim p \vee q)$를 "만일 p라면 q이다," 혹은 "p는 q를 함축한다"와 같은 뜻으로 사용하는 것은 명백히 잘못이라는 것이다(pp. 296f).

실지로 대부분의 論理學入門 서적에서는 실질적 함축의 역설이란 항목을 정하고는 역설의 문제점을 소개하는 것이 아니라, 실질적 함축을 이런 식으로 해석해서는 안된다, 실질적 함축은 그것만이 가지는 독특한 의미가 있다는등등의 이야기를 하고 있다. 一例로 Copi(1972)의 설명을 들어 보자.

> 이 역설은, 그러나, '함축한다'는 말의 애매성을 인정한다면 쉽게 해결된다. '함축한다'는 말의 몇가지 의미에서는, 어떠한 우연적 진술도 아무 관련없는 우연적 진술을 함축할 수 없다는 것이 사실이다.……그러나, 하나의 진리기능인 실질적 함축은주제나 의미와는 아무 상관이 없다. 選擇素(disjunct)중 하나만 眞이라도 選擇은 眞이라는 말에 하등 역설적인 것이 없으며, 이것은 곧 $p \supset (\sim q \vee p)$, $\sim p \supset (\sim p \vee q)$가 주장하는 바이고, 이는 곧 '역설'과 동일한 것이다(pp. 283f).

Carnap(1942)도 이와 비슷한 견해인데, 일상언어적 해석과의 충돌문제에는 거의 무관심한 듯하다. 그에 의하면, 함축은 넓은 의미로도 좁은 의미로도 규정지을 수 있으며, 어떻게 규정짓느냐는 것은 便宜의 문제에 불과한데, 이때 지침이 되는 원리는 도출되는 정리들의 단순성이다. 集合論의 경우, 부분

집합의 개념을 $\wedge \subset F$, $F \subset \vee$[1]까지 포함하는 정도로 넓게 잡았기 때문에, 비록 초보자는 반대를 해도, 집합론을 현저히 단순화시킬 수 있었다면서, 함축의 역설을 꺼리는 심정은 충분히 이해가 가지만, 이들을 포함하면 논리적 연역의 이론이 훨씬 단순해지므로 받아들여야 한다는 것이다(pp. 65f). Carnap이 함축의 역설을 $\wedge \subset F$, $F \subset \vee$의 경우와 비교한 것은 특히 주목할 만하다하겠다.

실질적 함축이 그래도 함축의 여러 의미 중의 하나를 가지느냐는 데는 의견이 다르지만, 앞서의 세 학자는 적어도 실질적 함축이 일상언어적 용법과 거의 無關하다는 데 同意하고 있다. 그러나, 과연 일상언어적 용법과 충돌되는 개념을 받아들일 수 있을 것인가? 아무리 그 개념이 엄밀하게 정의되었다 하더라도 어느 틈엔가 직관적 용법이 스며들게 될 것이 아닌가? 우리가 해석되지 않은(uninterpreted) 기호만의 체계를 다루고 있는 것이 아니라면, 이런 식의 해결은 용납할 수 없지 않겠는가? Philo가 무슨 수학기초론적 배경에서 실질적 함축을 규정했다고는 생각되지 않으며, Russell 자신이 '함축한다'는 말을 '필연적으로 동반한다'는 뜻으로 사용하기도 했던[2] 점을 감안한다면, '함축의 역설'에 정면으로 대결하는 해결책이 바람직한 것이라 하겠다.

2.2. 이제 문제의 張本人인 Russell의 변명을 들어보기로 하자. Russell(1919)은 역설 때문에 실질적 함축이 함축구실을 못한다는 주장은 원가 혼동했기 때문이라 하고, 실제 추론이 이루어지는 상황을 이렇게 설명한다.

> p에서 q를 타당하게 추론하기 위해서는, p가 眞, '$\sim p$ 혹은 q'가 眞이라는 것만 필요하다.. 이런 경우라면 q는 틀림없이 眞일 것이 명백하다. 그러나, 추론은 실제 '$\sim p$ 혹은 q'라는 명제가 $\sim p$를 알았다든가 q를 알아서가 아닌 다른 방도로 알려졌을때 행해진다. p가 僞라면 '$\sim p$ 혹은 q'는 眞이겠지만, 추론이란 것은 p가 眞일 것을 요구하므로, 이 경우는 추론에 無用하다. q가 이미 眞으로 알려졌을 때는, '$\sim p$ 혹은 q'는 물론 眞임을 알 수 있으나, 이경우 역시 추론에는 無用하다. 왜냐하면 q라는것이 이미 알려졌으므로 추론할 필요가 없기 때문이다. 실제로 추론은 $\sim p$나 q중 어느 것이 選擇을 성립시키는지 미리 아는바가 없이 '$\sim p$ 혹은 q'가 알려졌을 때만 행해진다(pp. 152f).

---

1) 여기서 F는 임의의 집합, $\wedge$는 空集合(null set), $\vee$는 全體集合(universal set)을 나타낸다.

2) Russell(1919); (1) 최소한 한 사람이 Waverley를 썼다, (2) 기껏해야 한 사람이 Waverley를 썼다, (3) Waverley를 썼던 사람은 누구든간에 스코틀랜드人이다. "이 셋이 같이(어느 둘도 아니라) Waverley의 저자는 스코틀랜드人이란 것을 함축한다."(p. 177) 만일 이 함축이 실질적 함축이라면 그 셋이 다 동원될 필요는 없을 것이다.

Russell(1903)은 실질적 함축을 形式的 含蓄(formal implication)의 한 특수한 예로 간주할 수 있다(p. 34)는 말을 했던 적이 있고, PM에서는 형식적 함축의 특수한 예가 아닌 함축은 아예 함축으로 간주할 수 없다(p. 20)고 하였다. 여기서 분명히 드러나는 것은 실질적 함축을 규정할 때, 실제 추론과정에서의 사용을 계산에 넣고 있었다는 사실이다. 실질적 함축이 그렇게 광범위하게 성립하는 약한 함축이지만, 실제 논리체계에서 문제되는 것은 주장된 함축[1]이고, 정리에서 나타나는 주장된 함축은 모두 형식적 함축$(x):\phi x.\supset.\phi_x$의 구체적 보기가 되는 것이다. 이제 우리는 기하학의 증명에 대한 의문의 일단은 해소되었지만, 몇가지 새로운 의문이 생기게 되었다.

Russell의 변명에 따르자면 PM T 2.02, T 2.21은 정리로서 목록에만 올라있고 실제 사용되는 일이 없어야 할 터인데, T 2.02에는 "단순화의 원리"란 이름이 붙어 있고(p. 99), T 2.21 밑에는 "매우 자주 사용된다"는 주석까지 붙어있으니(p. 104), 이것이 어떻게 된 일인가? 또, PM 체계는 명제의 眞僞밖에 상관하지 않는데, $\sim p$나 q에 대해 아는 바 없이 무슨 수로 '$\sim p\vee q$'가 성립함을 알 수 있을 것인가? PM에서 "우리가 종종 $(x):\phi x.\supset.\phi x$와 ϕy를 알고 있다는 심리적 사실에 의하여……"(p. 21)라는 표현을 썼는데, 심리적 사실이란 무엇을 말하는가? 논리가 심리적 사실에 의존한다는 것을 받아들일 수 있겠는가?

먼저 첫번째 질문부터 검토해 보자. T 2.02와 T 2.21의 용도에 관해 말하자면, 두 정리들이 추론의 원리로 사용되는 일은 없고, 새로운 정리를 도출할 때 전제로서만 사용되므로 걱정할 것은 없다 하겠다. T 2.21이 제일 먼저 사용되는 T 2.24의 경우는 이러하다.

T 2.24 $p.\supset.\sim p\supset q$ 〔T2.21, Comm.〕

Comm.은 轉換의 原理, 즉 T2.04 $p.\supset.q\supset r\ :\supset:q.\supset.p\supset r$이다. T 2.04의 p,q에 각각 $\sim p,p$를 代入한 것과 T 2.21을 전제로 하여, MP에 의거, T 2.24가 도출된다. SL에서는 $p.\sim p.\rightarrow.q$, $q.\rightarrow.p\vee\sim p$ 등이 정리가 되고 있으나, PM에서는, $p.\sim p.\supset.q$, $q.\supset.p\vee\sim p$ 등이, 진리표에 의하면 恒眞이겠지만, 정리가 아니라는 점에 주목해야 하겠다. 요컨데, Russell은, 技術的인 문제에서 함축의 역설을 정리로 받아들였으나 실제 추론원리로 사용되지는 않으므로 해로울 것이 없다는 입장이다.[2] 이러한 입장은 그가 즐겨쓰던 Occham

1) Ⅰ-2.1 참조.

2) PM의 모든 정리는 동시에 추론원리로 사용될 수 있는데 역설의 경우 그렇지 않다면, PM체계 내에 그러한 정리들이 추론원리로 사용될 수 없도록 무슨 조치를 해야 할 것이 아닌가? 아마도 Rursell은 실제 사용해보면 다 알 수 있으므로 필요없다고 답변할 것이다. 이즈음 Tractatus의 5.473 "論理는 자신을 돌보아야만 한다."(Die Logik muß für sich selber sorgen.)는 발언은 시사하는 바 크다.

의 면도날' 정신에 위배되는 것이 아니냐는 반론이 있을 수 있겠지만 여기서는 論하지 않겠다.

그러면, 이제 둘째, 세째의 의문을 생각해 보자. 일찌기 Frege(1879)도 이 문제에 언급한 바 있었다.

> 우리는 A나 B가 긍정 혹은 부정되는지 여부를 알지 못하면서도
>
> $$\begin{array}{l} \text{———}A^{1)} \\ \quad \text{└—}B \end{array}$$
>
> 한 판단을 내릴 수 있다. 예를 들어, B는 달이 태양과 90°각도로 놓인 상황을, A는 달이 반원으로 보이는 상황을 가리킨고 하자. 이런 경우에 우리는
>
> $$\begin{array}{l} \text{———}A \\ \quad \text{└—}B \end{array}$$
>
> 를 "if"란 접속사를 써서 해석할 수 있다. "만일 달이 태양과 90° 각도로 놓인다면, 달은 반원으로 보인다." 인과관계만이 이러한 종류의 판단에 근거를 제공하지만, "if"란 말에 포함된 인과관계는, 그러나, 우리의 기호로는 표현되지 않는다. 왜냐하면 인과관계는 다소 일반적인 것이며 우리는 아직 일반성을 표현하는 데 이르지 못하였기 때문이다(§12 참조). (p. 14)

Frege의 一般性을 가진 因果關係는, §12를 찾아보면, Russell의 형식적 함축과 동일한 것임을 알 수 있다. 결국($p \supset q$)가 형식적 함축의 구체적 보기일 때 추론이 행해지고, 형식적 함축은 인과관계 내지 심리적 사실에서 그 성립 여부가 알려진다는 이야기가 되겠다.

일단 여기서 '명제'라는 말의 두가지 사용을 지적해 두자. '명제'는 개별적 명제를 가리킬 때도 있고, 命題機能(propositional function)을 가리킬 때도 있다. 즉, p도, ($p \supset q$)도 모두 '명제'란 말로 표현될 수 있다는 것이다. Frege는 아마도 개별적 명제의 경우를 생각하여 인과관계란 말을 사용한 것 같고, Russell은 명제기능을 염두에 두고 심리적 사실이란 말을 쓴 것 같다. 실제로 Frege의 '달과 태양'의 보기에 대해, Russell(1919)은 ($r \supset \sim s. \supset . s \supset \sim r$)의 보기를 들고 있다(p. 153). Frege의 고려는 명제의 眞僞만으로는 어쩔 수 없는 것이므로 오히려 내포적 논리의 영역으로 돌리든지 論理外的인것으로 간주해야 하겠고, Russell의 경우만을 생각해 본다면, '심리적 사실'은 '일상적 직관'으로 해석할 수 있을 것 같다. 논리의 근거를 심리적 사실에 둔다는 것은 바람직하지 못한 일이고, Russell의 의도는 오히려 '일상적 직관'이란 말로 더욱 적절히 표현될 수 있겠기 때문이다. 논리와 직관은 어차피 相補的일 수 밖에 없다는 것은 받아들일 수 있을 것이다. 이 문제는 3장

1) Frege는 함축관계를 이렇게 표시하였다. 몇가지 개념의 차이를 무시하기로 한다면 PM의 '$B \supset A$'와 같은 것이라 할 수 있다.

에서 이야기될 것이다.

3. 역설의 긍정

3.1. 대부분의 논리학자들은 역설을 거부하는 입장이었고, 기껏해야 해롭지 않으니 그냥 두자는 정도였는데, Lewis는 엄밀한 함축에 대한 확고한 믿음에서 그 역설도 정당한 것으로 받아들이고자 하였다.

SL의 변명을 대충 살펴보면 이러하다. 먼저, 연역가능성을 일반적인 의미와 論理體系的(Logistical) 의미의 둘로 구별해두자. 前者는 '어떤 타당한 추론 양식에 의해 연역가능'하다는 뜻이고, 後者는 '이미 성립한 추론의 원리에 의해 연역가능'하다는 뜻이다(pp. 252f). 엄밀한 함축의 성격은 일반적 의미의 연역가능성과 잘 들어맞으며, 역설적 정리의 경우도 예외가 아니다. I-2.2에서 소개되었던 도출과정은 직관적으로 타당한 원리들에 의한 모범적증명이었다. 그러므로, 임의로 선택된 어떤 명제도 필연적 眞의 부정으로부터 연역될 수 있고, 필연적 眞은 일반적으로 아무 명제에서나 연역된다. $\sim\Diamond p. \rightarrow . p \rightarrow q$와 $\sim\Diamond\sim q. \rightarrow . p \rightarrow q$라는 정리들은 각각 연역가능성에 관한 한 사실을 기술하고 있는 것이다(pp. 250f). 그러나, 엄밀한 함축의 성격은 논리체계적 의미의 연역가능성과는 부합하지 않는다. 그러므로, T 19.75 $\sim\Diamond\sim . \rightarrow . p \rightarrow q$가 성립한다 하여 단 하나의 아무렇게나 정한 공리에서 모든 논리체계를 도출해 낸다는 따위의 황당한 이야기는 나올 수가 없는 것이다(p. 253). 이제 일전의 '기하학의 증명' 문제를 다시 검토해 보기로 하자. T 19.75를 이용할 속셈으로 아무렇게나 공리를 하나 정했다고 치자. 여기서 바람직한 정리들을 마구 끄집어 내려는 바로 그 즈음에, T 19.75가 미리 주어져 있지 않기 때문에, T 19.75를 이용할 수 없게 된다. 그러면, T 19.75가 공리 혹은 정리로 성립된 연후에는 어떻게 할 것인가? 여기서 Lewis는 엄밀한 함축이 논리체계적 연역가능성과 부합하지 않는다는 것으로 발뺌을 해보자는 속셈인 것 같다. Russell의 변명과 비슷한 내용이 되는 셈인데, 이러한 입장은 Lewis (1959)에서 보다 분명히 이야기되고 있다.

> 역설적 範例들 중 어느 것도……추론의 특수한 목적을 위해 사용될 수는 없다. 즉, 眞인 것을 세운다든가, 어떤 것을 함축하는 전제에 언급함으로써 그것에 대한 신빙성을 높인다든가 하는 데에 사용될 수는 없다.……우리는 '연역가능성'과 '추론가능성' 사이에 그럴듯한 구별을 할 수 있을 것이다.(나는 이러한 구별을 제안하지는 않겠다.) 자기모순인 것으로 부터는 어떤 추론도 할 수 없다고 말할 수 있겠다. 그리고, 분석적인 것에 대해서는 어떤 전제도 주장의 조건으로 받아들여지지 않는다. 그것이 '추론된다'고 한다면 그때의 의미는 論理外的인 것이다. '추론한다'는 말을 이렇게 제한하기로 한다면, 엄밀한 함축의 역설들은 연역의 예외적일 수 없는 範例들이지만, 논리적으로 타당한 추론과는 상관없는 것이라고해야 할 것이다.(p. 514)

'기하학의 증명'에 대한 우려는 해결되었다고 할 수 있겠지만, 솔직히, Lewis가 구별하는 연역과 추론의 차이를 잘 이해할 수가 없고, 엄밀한 함축의 역설을 추론의 원리가 아닌 연역의 원리로서 긍정, 사용한다면 도대체 그것이 무슨 의미를 가지는지 알 수가 없다.

3.2. 함축의 역설은 직관적으로 타당한 원리들에 의해 도출되었으므로 받아 들여야 한다는 입장에서 한걸음 더 나아가, 함축의 역설 그 자체만으로도 훌륭한 원리가 됨을 보이려는 시도가 있어 왔다. 함축의 역설을 일상언어로 그럴 듯하게 해석하는 방법인데, 여기서는 Hughes & Cresswell(1968)의 경우를 검토해 보겠다.

> 必然的同伴(entailment)의 논리는, 자기모순인 것을 주장하는 사람에게 "만일 누가 그것을 받아들인다면, 그사람은 무엇이나 다 증명할 수 있겠다."고 말해주려는 우리의 성향을 반영하는 원리를 포함해야만 한다. 그런데, $(p.\sim p)$가 q를 필연적으로 동반한다(entail)는 원리는, 형식적 체계로서 바람직한 방법으로 이 성향을 표현하고 있는 것이다. (pp. 338f)

"만일 누가 그것을 받아들인다면,……"은 가정법으로 표현되고 있음을 기억해 두고 잠시 동양의 옛이야기를 생각해 보자.

한 楚人이 창과 방패를 팔면서, (1) "내 방패가 단단하기는 무엇으로도 뚫을 수 없다."하고, (2) "내 창이 예리하기는 무엇이든 못 뚫을 것이 없다." 하였다. 누군가가, (3) "당신 창으로 당신 방패를 치면 어떻게 되겠소?"하고 물었다. 楚人, 대꾸할 말이 없었다.

(1)의 방패가 존재한다는 것을 p라 하자. 楚人은 (1)p를 주장하고, 이어서 (2)$\sim p$를 주장하였다. (3)의 질문은, 附加法則에 의거, 楚人은 곧 $p.\sim p$를 주장한 것과 같으므로, 이 명백한 자기모순에서 무엇을 추론할 수 있을 지를 물은 것이다. 이제 '엄밀한 함축의 역설'이란 원리에 의하여, 과연 楚人이 "무슨 일이든 다 일어나지요."하고 대답할 수 있겠는가? 楚人이나 그 구경꾼이 함축의 역설을 둘러 싼 논쟁에 대해 아는 바 있었다면, 농담삼아 그런 대화를 나눌 수도 있을 것이다. 楚人이 아무 말 하지 못한 것은 당연한 일인 것이다. $p.\sim p.\rightarrow.q$가 Hughes & Cresewell의 例를 표현할 수는 있고 楚人의例를 표현할 수 없음은 무엇 때문인가? 그들의 일상언어적 해석이란 혹시 자체방어를 위한 조작이 아닌가?

Nelson(1930)은 이런 식의 시도를 비판하면서, "함축관계는 항상 'If-then'으로 바꿀 수 있지만, 'If-then'을 항상 함축관계로 바꿀 수는 없다"(p. 446)고 하였다. "만일 누가 그것을 받아들인다면, ……"라는 명제가 성립한다 해서, "누군가 그것을 받아들인다"는 명제가 "그 사람은 무엇이나 다 증명한다"는 명제를 함축한다고 할 수 없다는 이야기다. 즉, $p.\sim p.\rightarrow.q$는 일상언어의

'If-then'으로 해석할 수 없다는 것이다.

Quine(1940)은 'If-then'을 둘로 나누어 가정법의 그것과 직설법의 그것을 구별하였다. 가정법은 前件이 틀렸다고 믿을 때, 직설법은 전건에 대해 眞僞를 따지지 않을 때 사용된다 하고, 수학적 논리에 있어서는 직설법이면 충분하고 가정법은 필요없다고 주장하였다(p. 16). 형식적 논리의 명제 p, q가 과연 가정법까지 망라할 수 있을 것인가? Hughes & Cresswell은 이 문제부터 먼저 대답해야 할 것이다.

Ⅲ. 逆說의 吟味

1. 역설의 분석

함축의 역설은 단순한 논리적 오류가 아니라, 논리체계의 구조에서 발생하는 문젯점이었다. 그렇다면, 역설에 대해 부정적 입장 뿐만 아니라, 긍정적 입장도 있을 수 있음은 당연한 일이라 해야 할 것이다. 우리가 살펴 본 바로는, Nelson의 체계, E체계, 준진리기능적 체계가 부정적 견지에서 역설을 배제하는 입장이었고, SL, Hughes & Cresswell 등은 적극적으로 옹호하는 입장이었으며, PM은 긍정하지도 배제하지도 않는, 이를테면 논리체계의 해롭지 않은 부산물 정도로 보는 입장이었다. Copi나 Carnap은 여기서 다소 긍정적인 쪽으로 기울어지는 듯 싶었다. 역설을 배제하는 체계는 대부분 그 댓가로서 바람직한 정리를 포기해야만 했다. 우리는 함축의 역설이 바람직한 정리들을 포기하면서까지 배제해야할 정도로 위급한 것이라고는 생각하지 않으므로, E체계, 준진리기능적 체계 등은 論外로 하겠다. Hughes & Cresswell의 입장도 무리가 많으므로 역시 論外로 하겠다. 우리는 이제 역설의 해결책으로서, 완전히 내포적 논리에 의거하여 역설을 배제하는 방향, 역설을 긍정하고 옹호하려는 방향, 이상적인 논리체계의 구축을 지상목표로 하고 역설을 문제시 않으려는 방향 등을 나열할 수 있겠다. 세번째 방향에는 Wajsberg의 입장도 포함시켜 무방할 것이다. 세가지 방향 중, 어느 것이 옳은지 결정을 내리기 전에 역설의 문제를 좀 더 분석해 볼 필요가 있을 것 같다.

우리는 Ⅰ-1.2에서 진리기능적 2치논리가 실질적 함축의 역설을 발생시키는 근본원인이므로, 역설을 저지하려면 진리기능적 2치논리를 포기해야할 것이라고 말했었다. 그러나, 진리기능적 2치논리란 것은 역설의 발생에 대해 충분조건은 되지만 필요조건은 되지 않으므로, 이제 이 발언은 수정되어야 하겠다. 진리기능적 2치논리를 포기한다고 해도, 앞서 살펴 본것처럼 非眞理機能的 論理에서 逆說이 생길 수도 안 생길 수도 있으며, 眞理機能的 多値論

理에서도 역설이 생길 수도 안 생길 수도[1] 있는 것이다. 그러면, 역설이 발생하는 진정한 원인은 무엇인가?

여기서 잠시 '외연성'이란 말을 검토해 볼 필요가 있겠다. 논리의 외연성이란 말은 상당히 폭넓게 사용되고 있으며, 논리적 입장에 따라 각각 상이한 强度의 외연성을 채택하고 있는 듯하다.[2] 진리기능은 비교적 강한 외연성으로 해석할 수 있겠으며, PM에서 진리기능성과 외연성을 같은 뜻으로 사용했던 것은 PM체계가 강한 외연성의 논리였기 때문이었다고 생각된다. 외연성을 어떻게 정의할 것인지는 本考에서 다룰 문제가 아니며, 단지 우리는 "命題의 眞理値와 관련된다"는 정도를 뜻하고자 한다. 역설이 발생하는 모든 논리는 외연적이라는 공통성이 있고, 역설이 생기지 않도록 조작한 논리는 論外로 하기로 했으므로, 일단 역설의 발생원인으로 '외연성'을 생각해 볼 수 있을 것 같다. 그러나, 논리에서의 외연성이란 문제는 이미 숙제로 남겨둔바 있고, 외연적인 논리체계에서도 역설이 생기지 않게 조작할 수 있음은 무엇을 의미하는지 역시 숙제로 남겨두어야 할 것 같다.

역설적 정리가 어디서 발생했든 간에, PM T 2.02, 2.21이나 SL T 19.74, 19.75에다 "眞(혹은 必然)인 명제는 아무 명제에서나 도출된다.", "僞(혹은 자기모순)인 명제는 아무 명제나 함축한다."는 해석을 갖다 붙이는 데서 비로소 문제거리가 됨은 앞서 언급하였다. 이러한 이유에서, 함축의 역설은 메타論理的인 문제, 意味論(semantics)에서의 문제라고 생각할 수도 있겠다. Carnap(1942)의 의미론 체계에서 함축의 역설이 公理로 들어 있음[3]은 이러한 견해를 단적으로 보여 주는 것이 아닌가 싶다. 論理와 메타論理, 表現(expression)과 指示(designation), 陳述과 陳述에 관한 陳述(statement about statement)등등의 구별은 명석한 논리연구를 위한 先行條件이 되고 있으며, '함축의 역설'이라는 문제에도 다소 광명을 던져줄 것으로 기대된다. 그러나, 실질적 함축만 하더라도 그 多樣性이 중요한 특색이 되고 있으므로 섣부른 분석으로 함축의 의미를 왜곡해서는 안될 것이며, 이러한 구별보다도 함축의 의미가 무엇이냐는 것이 先決問題임은 부인할 수 없겠다. "僞(혹은 자기모순)인 명제는 아무 명제나 '함축'한다"고 했을 때, 이를 역설로 보느냐, 정당한 원리로 보느냐는 것은 근본적으로 '함축'의 의미를 무엇이라고 보느냐는 데 달려 있기 때문이다.

---

1) 준진리기능적 논리체계에서 (T, F)를 제3의 진리치로 간주할 수 있으므로, 이는 역설이 생기지 않는 다치논리로 볼 수도 있다. 의식적으로 역설의 발생을 배제한 다치논리로는 Bochvar의 3치논리를 들 수 있다.

2) 이에 대해서는 Marcus (1960)참조.

3) P 14-14, P 14-15로 표시되고 있는 공리들이 그것이다. p. 164 참조.

그렇다면, 함축의 의미는 과연 무엇인가, 혹은 무엇이어야 하는가?

2. 함축과 논리직관

우리는 이제까지 계속 논리직관이라는 말을 사용하여 왔는데 이제 이에 대한 우리의 견해를 분명히 해 두고자 한다. '論理直觀'이란 논리에 대한 직관이라는 말이며, 論理的 槪念에 대한 직관과 推論妥當性에 대한 직관을 포괄하는 뜻으로 사용하였다. 논리적 개념에 대한 직관은 그 개념의 日常言語的 用法에서 드러나며, 일상언어를 떠나 달리 구할 수는 없으리라 생각한다. 추론타당성에 대한 직관은 뭐라고 덧붙일 말이 없으며, 어떤 추론에 대해 직관적으로 부당하다고 느낀다면, 함축의 규정에 잘못이 있는 것으로 판단하고자 한다. 우리의 직관에 대한 생각은 대충 이런 것이며 인식론적 문제는 고려하지 않았다.

'함축'은 원래가 극히 애매한 개념으로서 논리체계의 중추신경과 같은 역할을 하고 있으므로, 그 의미보다 오히려 그 기능이 앞서는 듯 싶다. 이런 점을 감안한다면, "함축의 의미가 무엇이냐"는 물음보다, "함축의 의미는 무엇이어야 하는가"라는 물음이 더욱 온당하다 하겠다. 함축의 의미를 찾는데 즈음하여, 논리개념에 대한 직관은 그 최소치를 제공해 줄 것이고, 일단 함축이 규정되고 나면 추론타당성에 대한 직관이 그 규정을 받아들일 수 있을지의 여부를 결정지워 줄 것이다. 앞서 보았듯이 논리개념을 엄밀히 규정짓지 않으면 바람직한 정리를 모두 성립시킬 수 없으므로, 어떻게 해서든지 함축의 의미는 완전히 주어져야만 한다. 그렇다면, 직관이 제공해준 의미의 최소치에다 무슨 근거로, 무엇을 덧붙일 것인가?

여기서 논리의 철학, 혹은 논리의 형이상학이 개입될 수 밖에 없음이 분명해졌다. 우리는, 함축의 역설에 대한 상이한 입장에는 상이한 형이상학적 배경이 전제되고 있음을 주목해 왔으며, 애당초 1장에서 함축이 다양하게 규정될 때의 형이상학적 배경을, 가능한한 뚜렷하게 드러내고자 애썼던 바 있다. 우리는, 또한, 함축이 단일한 의미를 가진다거나, 가져야 한다고는 생각하지 않는다. 실질적 함축은 실질적 함축대로 엄밀한 함축은 엄밀한 함축대로 적절히 활용될 수 있는 고유의 영역이 있음을 부인할 수 없기 때문이다.

우리는 함축의 역설에 대해 어느 하나의 입장을 취하지 않고 최소한 Ⅲ-1에서 나열한 세가지 방향을 모두 받아들일 것이다. 그렇다면 이러한 방향들에서 어떻게 고유의 영역을 좀 더 명확히 확보할 것이며, 어떻게 거기서의 함축의 의미를 분명히 밝힐 것인가? 이러한 것들이 우리에게 남은 문제라 생각된다.

인 용 문 헌

Butler,R.J.(1955):"Aristotle's sea fight and three-valued logic" *Philosophical Review* vol. 64; pp. 264~274.

Carnap, R. (1942): *Introduction to Semantics* (Harvard U. pr.)

Church, A. (1956): *Introduction to mathematical logic* (Princeton U. Pr.)

Copi, I.(1972): *Introduction to logic* (Collier Macmillan)

Frege, G. (1879): "Begriffsschrift" Heijenoort (1967) 영역수록pp. 1~82.

Heijenoort, J.v., ed. (1967): *From Frege to Gödel* (Harvard U. Pr.)

Hughes & Cresswell (1968): *an Introduction to modal logic* (Methuen and Co Ltd)

Kneale, W&M. (1962): *Development of Logic*(Oxford U. Pr.)

Lewis, C.I.(1959): "Final notes on the system of S_2" Lewis & Langford (1932)의 Dover ed.에 수록; pp. 503~514.

Lewis & Langford (1932): *Symbolic Logic* (Dover ed. 1959)

Lukasiewicz, J. (1920): "On three-valued logic" McCall (1967)에 원래 폴란드어 논문을 영역수록; pp. 16~18.

_____. (1923): "On determinism" McCall (1967)에 영역되어 수록; pp. 19~39.

_____. (1930): "Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen System des Aussagenkalküls" McCall (1967)에 영역수록; pp. 40~65.

_____. (1934): "On the history of the logic of proposition" McCall (1967)에 영역되어 수록; pp. 66~87.

Marcus, R.B. (1960): "Extensionality" L. Linsky ed., *Reference and Modality* (Oxford U. Pr. 1971); pp. 44~51.

McCall, S., ed. (1967): *Polish Logic* 1920~1939 (Oxford U. Pr.)

Moore, G.E. (1919~20): "External and internal relations" G.E. Moore, *Philosophical Studies*(Kegan Paul, 1922)에 재수록; pp. 276~309.

Nelson, E. (1930): "Intensional relations" *Mind* vol. 39; pp. 440~453.

Quine, W.O. (1940): *Mathematical Logic* (Harvard U. Pr.)

Rescher, N. (1969): *Many-valued Logic* (McGraw-Hill)

Russell, B. (1903): *The Principles of Mathematics* (Cambridge U. Pr.)

_____. (1919): *Introduction to mathematical philosophy* (Allen and Unwin)

_____. (1937): Russell(1903)의 재판머릿말. (Norton)

Wajsberg, M. (1931): "Axiomatization of the 3-valued propositional calculus" McCall (1967)에 폴란드어 논문을 영역수록; pp. 264~284.

_____. (1937): "Metalogische Beiträge" McCall (1967)에 영역수록; pp. 285~318.

Weiss, P. (1933): "On alternative logics" *Philosophical Review* vol. 42; pp. 520~525.

Whitehead & Russell (1910): *Principia Mathematica* vol. 1 (Cambridge U. Pr.)