

# 形式言語의 意味論

李 建 源

## 〈目 次〉

序 論  
形式言語의 意味論  
지칭 함수  
集合의 存在問題

## 序 論

사람들은 언어를 사용하는 동물이라고 말할 정도로 언어란 사람을 사람되게 하는 중요한 도구라는 것은 주지의 사실이다. 인간이 긴 역사를 통하여 만들었고 변형시켜온 것이 언어인 것도 사실이지만, 반면에 우리의 생이 그 주어진 언어속에 그 언어의 제약을 받으면서 영위되는 것도 사실이다. 이러한 언어에 대한 이해 또한 매우 다양한 것도 흥미로운 일이다. 언어에 대한 이론이 천태만상이지만, 그 이론들중에서 서로 상반되는 극단적인 예만을 들어 보겠다.

동양에서 특히 佛敎와 道家에서는 언어가 있는 그대로의 사실을 나타내는 것은 아니라는 것이다. 佛敎에서 不立文字라고 하여 진정한 意味의 眞理는 文字로 되는 것이 아니라고 하는 것이나 老子가

道可道非常道,  
名可名非常名.

말로 하여지는 이치는 진정한 의미의 이치가 아니고, 우리가 부르는 이름은 진정한 의미의 이름이 아니다.<sup>1)</sup>

라고 한 것이나 莊子가

筌者所以在魚, 得魚而忘筌.  
蹄者所以在兔, 得兔而忘蹄.  
言者所以在意, 得意而忘言.  
吾安得夫忘言之人而與之言哉.

1) 老子, 道德經 第一章

대고들은 고기를 잡기 위하여 있는 것이어서 고기를 잡으면 그만인 것이듯이, 울가미는 토끼를 잡기 위하여 있는 것이어서 토끼를 잡으면 그만이듯이, 팔이란 뜻을 진하기 위한 것이어서 뜻을 알았으면 그만인 것이다.

내 어찌 말을 잇을 수 있는 이를 얻어 더불어 이야기 할 것인가<sup>2)</sup>.

라고 할 때 이들은 언어의 한계성 내지는 언어의 도구적인 성격을, 즉 언어 자체가 목적이 아니고 도구라는 것을 강조하고 있는 것이라고 보아야 옳을 줄 믿는다.

한편 Parmenides적인 전통을 이어받은<sup>3)</sup> Heidegger의 언어관에 따를 것 같으면, 언어는 사실을 은폐시킨다고 말하고 있다. 이들의 논의는 대략 다음과 같다. 언어로 표현한다는 것은 개념화한다는 것을 전제한다. 개념화한다는 것 자체가 원초적인 경험(Primordial experience)을 어떠한 틀 속에 집어 넣는 것이요, 경험자체는 아니라고 보는 것이다. 그래서 언어는 현상을 있는 그대로 나타내는 것이 아니라 은폐시킨다는 것이다. 그래서 가장 분석적인 색채가 적은 詩가 논리적인 표현보다 더 철학하는데 넓게는 경험을 나타내는데 적합하다고 보는 것이다. Heidegger는 다음과 같이 말한다.

사고의 우회는 근본적으로 말할 수 없이 남겨 두어야만 하는 것을 말할 수 없도록 하여둠으로써만이 평정을 얻는다.

이러한 무력화가 사고를 사물에 직면하도록 한다. 결코 말하여지지 않을 체로 그리고 아무 말도 하여 지지 않을 체로……<sup>4)</sup>

여기서 Heidegger가 말하는 생각은 바로 표현하기 이전의 주체가 미분상태인 경험에 몰입하는 것을 말한다. 즉 원초적인 경험(Primordial experience)을 말한다. 그래서 그가 말하는 데로 이러한 경지를 가장 잘 나타낼 수 있는 것이 詩라고 하여 다음과 같이 쓰고 있다.

숲은 쉬고  
개울들은 길어만 가고,  
바위들은 변함없는데  
빛 방울만 흩날린다.  
  
돌도 기다리고  
우물들은 넘쳐 흐르고,  
미풍이 흩날리는데  
축복받을지니 명상자여<sup>5)</sup>.

일단 이런 식의 언어관을 실존주의적 언어관이라고 한다면, 이에 극단적으로 대립되는

2) 莊子郭象注卷九, 六, 外物.

3) Martin Heidegger *An Introduction to Metaphysics* A Doubleday Andor Book. pp.81-82.

4) Martin Heidegger, *From the Experience of Thinking*

5) Martin Heidegger, *From the Experience of Thinking*

언어관을 Wittgenstein의 묘사설(Picture theory of language)이라고 할 수 있을 것이다.

Wittgenstein은 옳은 문장은 사실의 사진이라고 말하고 있다. 그래서 옳은 문장들은 사실들을 나타내는 것이다. 그래서 언어가 사실을 덮어 버린다는 주장과는 전혀 다른 것을 알 수 있다.

이러한 양극을 이루는 이론과는 달리 Noam Chomsky<sup>6)</sup>의 언어학은 가장 현실적이고 실용적인 분석이라고 보아야 옳을 것이다.

그러나 묘사설은 形式言語에 가장 적합한 理論, 또는 다른 말로 形式言語를 爲한 理論이 묘사론이라는 것이다. 여기에서 주체삼는 것은 形式言語 혹은 人工言語<sup>7)</sup>에 있어서의 意味論이다.

### 形式言語의 意味論

구체적으로 여기서 이야기하고자 하는 것은 現代數理論에서 記號化되어 사용되는 意味論을 정리하여 보고자 하는 것이다.

특히 最近에 수리논리에서 발전된 모델論(Model Theory)<sup>8)</sup>에서 그 근간을 이루는 Frege, Tarski 등의 意味論을 정리하여 발전시켜 보고자 한다. 어떠한 것이 참이나 하는 질문이 체계적으로 고찰되기 위하여는 Wittgenstein의 Tractatus Logico-philosophicus로 부터 시작하여 고찰하는 것이 가장 좋으리라 믿는다. 먼저 여기서 우리가 받아 들여야 할 전제는 참이라고 하는 것은 언어상의 문제라는 것이다. 즉 어떠한 명제가 사실을 나타낼 때 참이라고 하고, 그렇지 않을 때는 거짓이라고 한다는 것을 받아 들이자는 것이다. 참이거나 거짓이 도록 되어 있는 문장을 우리는 그렇지 않은 문장 즉 의문문, 감탄문, 명령문과는 구분한다. 이러한 참이거나 거짓이 문제되는 문장으로 구성된 표현을 우리는 논리적 표현<sup>9)</sup>이라고 부르기로 한다.

논리적 표현에서 하나의 문장이 참이나 거짓이나하는 것을 알기 위하여서 어떻게 하느냐 하는 것은 Wittgenstein의 언어 묘사론(Picture theory of language)를 따르고자 한다. 그리고 명제가 분석되어 진위를 알고자 할 때 명사나 술어의 지칭의 관계를 다루는 것은 Frege의 이론을 사용하고, 특히 술어의 지칭의 문제는 Tarski와 그를 따르는 논리학자들의 모델론에서 사용되는 방식 즉 집합론을 활용하여 보겠다. 이러한 의미론의 제 정립에서 필자가 목표하는 것중에는 현대논리에서는 전통적인 철학적 문제 즉 Plato의 Idea나 보편자

6) Noam Chomsky, "Deep Structure, surface structure and semantic interpretation" 참조

7) Formal language, Artificial language. Organick/Meissner *Fortran IV Second Ed.* Addison-Wooley Publishing Co. cf. Kleene, S. C. *Introduction to Metamathematics* North-Holland Publishing Co. 1971 pp.169-204.

8) Chang-Keisler: *Model Theory* North-Holland Publishing Co. 1973 참조.

9) logical expression.

의 문제가 어떻게 이해되는가를 알아 보고저 하는 점도 있다.

Wittgenstein의 Tractatus에 따르면 “대상은 간단한 것”(Object is simple)<sup>10)</sup>으로 이야기되고 있다. 그러나 간단하다는 것 자체가 상대적인 意味를 가지고 있어서 논란이 되고 있는 것도 사실이다. 하나의 조약돌을 간단하다고 보아서 하나의 대상 즉 개체라고 보는 것이 통례라고 한다면, 분자가 개체가 되지 않고 꼭 조약돌이 개체가 되어야 하는 것이냐고 반론할 수 있기 때문이다. 그래서 Wittgenstein의 간단하다, 즉 더 분석할 수 없다(그 성질을 유지하는 한도에서)는 이론을 물리적인 분석으로 이해하는 것이 아니라 언어적 또는 논리적 분석으로 이해하는 것이 옳을 것 같다. 그래서 논리적인 주어로 지칭되는 것을 대상이라고 한다는 주장으로 이해하여야 할 것 같다.

그리고 여기에는 술어로 부터 명사화된 주어가 지칭하는 것 즉 집합도 대상속에 있다는 것을 알아 두어야겠다. 하나의 개체 갑들이 가지는 성질 즉 사람이라하는 것은 참인 문장 “갑들은 사람이다”를 가능하게 하고, 여기서 “사람”이라는 명사는 집합(set)을 지칭하고 “사람”이 주어가 될 수 있다<sup>11)</sup>는 점에서 집합도 개체들의 집합(universe)속에 포함되어야 한다는 것이다.

그래서 논리적 주어에 의하여 지칭되는 것을 개체라고 하고 그 중에는 집합도 포함된다는 것으로 이해한다.

그리고 술어에 상응하는 것 즉 광의로 지칭되는 것을 성질이라고 한다. 엄격히 말하면 술어 “P”는 하나의 집합을 정의할 수 있다.<sup>12)</sup>

$$P^1 =_{df} \{x: P(x) \ \& \ \exists Y \forall x \exists x \in Y\}$$

그러면 “P<sup>1</sup>”는 술어 “P”에 의하여 정의된 명사요, 이 명사가 지칭하는 것이 집합 P<sup>1</sup>인데 이 집합 P<sup>1</sup>의 성질이 술어 “P”에 상응 또는 광의로 “P”가 지칭한다고 이해하고자 한다. 술어중에서 논리적 주어틀 둘이상 필요로 하는 술어를 관계 술어라고 부르기로 한다.

“갑들이는 갑순이를 사랑한다.”

는 문장에서 목적어인 “갑순이”가 논리적으로는 주어가 되기에, “사랑한다”는 술어는 두개의 논리적 주어틀 필요로 한다고 보아지고, 그래서 “사랑한다”는 두자리 관계술어라고 한다. 술어의 자리수는 일에서 부터 무수히 즉 무한히 가능하다는 것도 알아 주시기 바란다. 다음으로 하나 더 이야기하여야 할 것은 함수 부호라는 것이다.

“갑들이의 애인은 갑순이다.”

에서 “XX의 애인”을 함수기호라고 한다. 함수기호는 어떠한 술어에서 그 술어를 동호로 바꿀 때(paraphrasing) 얻어지는 것이다.

10) Wittgenstein, Ludwig. *Tractatus Logico-philosophicus* 참조.

11) Frege “Über Sinn und Bedeutung” *Zeitscher. f. Philos. und Philos. Kritik*; 100, 1892.

12) Whitehead & Russell. *Principia Mathematica*, Cambridge, England.

즉 : 갑돌이의 애인 = 갑순이<sup>13)</sup>

함수기호에도 술어와 마찬가지로 자리수가 있다. 그리고 각 함수기호는 그에 상응하는 술어가 있다.

즉 :  $\times \times$ 의 애인 : 사랑한다.

$\times \times$ 의 수도 : 서울로 한다 등.

그리고 서로 상응하는 함수의 자리수 보다 관계술어의 자리수가 언제나 하나 더 많다.

$n$ 자리 함수술어 :  $n+1$ 자리 관계술어.

그리고 “만족(satisfaction)”이란 용어도 확실히 하여 두어야겠다. 어떠한 술어  $P$ 를 참인 문장으로 만들 수 있는 주어 또는 주어들을 그 술어  $P$ 를 만족시킬 수 있는 주어 또는 주어들이라고 한다. 이를 집합론에서 말하면 어떠한 집합과 그 원소간의 관계에서 그 원소<sup>14)</sup>가 그 집합을 만족시킨다고 말할 수 있다. 그리고 보통 수학에서 미지수의 답을 찾는 것이 바로 그 술어를 만족시키는 값을 즉 주어를 찾는 것이라는 것도 아울러 이해하여 두어야겠다.

우리가 원초적으로 감각하는 것, 즉 감각되는 표현 자체를 표지(Token)라고 한다. 표지는 비 언어적인 것까지 포함하여 모든 콤포지션의 수단을 말한다고 보아진다. 이 표지 중에서, 어떤 부류가 엄밀한 의미에서 그 표지들 사이에 차이가 있더라도, 같은 기호로 구분될 수가 있다. 즉 이태릭이나 고딕 또는 행서나 초서의 차이는 표지로서의 차이라고 보고, 그 표지가 다르더라도  $A$ 이면  $A$ , 또는 쫄자면 쫄자로서의 하나의 기호로 보아질 수 있다는 것이다. 여기서 표지라는 용어를 소개한 것은 단지 엄밀한 분석을 할 때의 편의를 위한 것이요, 특별히 그럴 이유가 없는 경우에는 그냥 기호<sup>15)</sup>라는 것으로 같이 쓰이는 것이 통례인 것 같다.

기호들에 의하여 우리에게 전달되는 것을 우리는 뜻(의미, 개념, Sense, Sinn)<sup>16)</sup>이라고 한다. 그리고 한 표현에 의하여 지칭되는 대상을 피지칭자(Denotation, Bedeutung)라고 한다.<sup>17)</sup> Frege가 밝혔듯이  $a=a$ 와  $a=b$ 의 차이는,  $a=a$ 에서는 우리가 경험에 조회할 필요없이 알 수 있는 것이요,  $a=b$ 는 대상이, 즉  $a$ 의 피지칭자와  $b$ 의 피지칭자가 개입되어야만 그 진위를 알 수 있다는 점에서 경험에 조회되어야 한다.

13) Carnap의 functor, 수학에서 function.

14) 원소 : an element of a set.

15) Symbol 또는 Expression 즉 primitive signs, formulas, or sequence of formulas. 등이 이에 속한다. 즉 부분집합들이다.

16) Frege “Über Sinn und Bedeutung”

17) Ibid.

## 지칭함수

우리의 언어 용법이 어느 한가지에만 국한되어 있는 것은 아니다.<sup>18)</sup> 여기에서는 그중에 논리적인 표현을 문제삼고져 한다. 논리적인 표현이라고 할 때 이는 진위에 관여하는 표현이고, 이러한 표현에 관계된 이야기가 바로 Wittgenstein의 「論理哲學的 論考」라는 것은 주지의 사실이다. 참이나 거짓이 문제되는 것은 문장이다. 그래서 비트겐슈타인에 의할 것 같으면 참이나 거짓이라고 하는 것으로 만이 문장이 세계에 관계하고 있기 때문에, 어떠한 주어가 어떠한 대상을 지칭한다고 하는 것은, 어디까지나 문장을 통하여서 만이 이러한 관계가 성립한다고 한다. 이가 꼭 그래야만 하고 문장을 통하지 않고는 지칭할 수 없다고 보는 견해를 우리가 꼭 받아들일 필요는 없다고 보나, 문장이 진위에 관계되어 있다는 점에서 문장이 진이나 위를 지칭한다는 표현도 가능하지 않을까 생각이 된다.

그러면 여기서 비트겐슈타인이 생각하는 세계부터 다시 살펴 보기로 한다. 우선 현실이라고도 하는 이 세계가 있다. 그래서 어떠한 문장이 현실이라고 하는, 이 세계의 것 또는 상태를 지칭할 때 이 문장은 참이다. 그래서 반대로 이 현실이라는 세계는 사실의 총체이다.<sup>19)</sup> 즉 사실의 세계이다. 그리고 무한히 많은 가능한 세계(Logically possible world)가 있다. 그러니까 문장이 현실이 아닌 단지 가능한 세계의 상태를 지칭할 때, 이를 위라고 한다. 논리적으로 가능할 뿐인 세계를, 우리는 가상으로 가득찬 세계라고 볼 수 있고 이 논리적으로 가능한 세계도 지칭하지 않는 언어용법은 종합명제가 아니거나 논리적 표현이 아니다.<sup>20)</sup>

여기서 종합명제(Synthetic proposition)가 지칭하는 세계들은 論理的 元子論의 世界들이다. 이 세계의 개체에는 집합도 포함되어 있다. Quine이 말하는 바, 존재는 곧 변수항에 넣을 수 있는 것이라고 할 때나, Church가 주장하는 데로 수학 및 논리에서의 추상적인 실체의 필요성을 말할 때, 그들이 말하는 것은 한 마디로 집합이 존재하여야만 하겠다는 것이다.<sup>21)</sup> 집합이 존재한다는 것은 존재론적으로 어떠한 의미를 가지며 어떠한 주의가 필요한가는 다시 이야기하기로 하고 여기서는 우선 집합도 존재한다고 보고 이야기를 계속하여 보겠다.

필자가 여기서 하나더 요구하고자 하는 것은, 사실과 가공도 표현의 편의상 문장이 지칭하는 것으로 받아들여자는 것이다. 이러한 진위가 개입되는 경우는 다음과 같이 해석하는 것이 편리하지 않을까 한다.

18) cf. Irving M. Copi. 'Introduction to Logic' (Fourth Ed) McMillan.

19) Wittgenstein, Ludwig. *Tractatus Logico-philosophicus* Routledgs & Kegan Paul p.7.

20) Analytic proposition, Contradiction, or Meaningless expression in the *Tractatus*.

21) Quine, W. "On What There Is" Church, A. "The Need of Abstract Entities in Semantic Analysis"

- 1) 문장 “A”가 참이다.
- 2) 문장 “B”가 거짓이다.

하는 것 등은 다음과 같은 의미를 가진다고 본다.

- 1') 문장 “A”는 사실을 가르킨다(지칭한다).
- 2') 문장 “B”는 가공을(거짓을) 가르킨다(지칭한다).

그러면 탈스키와 그를 따르는 논리학자들이 발전시킨 모델論(Model Theory)에서 사상은 되는 아니면 그들이 미처 체계화하지 않은 체르 전제하고 있는 의미론을 이야기하여 보겠다.

여기에서 우주(Universe)의<sup>22)</sup> 구조부터 살펴 본다. 이 우주에는 우선 개체변수가 지칭하는, 다시 엄밀히 말하여 개체변수에 들어 올 수 있는 명사의 피지칭자로 되어있는 개체(object)들의 집합이 있다. 이 개체들의 집합을 U라고 하자. 그리고 집합도 개체속에 넣는다고 하였으니 U속에는 집합도 들어 있다는 것을 알아 두어야겠다.

엄밀히 말하여

$$U =_{df} \{x : x = s(v) \ \& \ \forall v \exists v \in V\}$$

여기서  $s : V \rightarrow U$ 이고 V는 변수의 집합 다시 말하여 s는 지칭함수이다.<sup>23)</sup> 그리고 여기서 주의할 점은 논리적인 표현에서는 복합의미의 오류(fallacy of equivocation) 같은 것을 허용하지 않기 때문에 지칭의 관계  $s : V \rightarrow U$ 가 1對多의 관계<sup>24)</sup>가 되는 것을 허용하지 않는다는 것이다. 구체적으로 형식언어에서는 함수가 된다. 그리고 두개이상의 표현이 같은 대상을 지칭할 수 있기 때문에 함수 s는 全射(surjection)는 되나 單射(injection)는 되지 못한다는 것도 유의하여야 할 점이다.

지금까지 이야기한 것이 形式言語의 意味論의 要約이다. 언제나 論難을 일으키는 것은 形式言語에 心醉한 이들의 지나친 欲心에서 由來하는 것이 아닌가 한다. 즉 이러한 數學的인 構造가 日常言語에도 적용되었으면 하는 생각이나 더 나아가서는 무리하게 日常言語를 여기에 맞추어서 해석하여 보려고 하는데서 오는 것 같다. 그래서 여기에 대한 반박이 있었던 것은 다 아는 바다.<sup>25)</sup>

그러나 여기에 대한 논란이 形式言語의 意味論에 대한 妥當性이나 有用性과는 無關하다는 것을 알아야겠다.

우선 日常言語에서 이러한 數學的 構造에 따르는 그리고 따라야만 하는 부분이 있다. 이를 우리는 論理的 表現이라고 부른다.

22) Enderton H. *A mathematical Introduction to logic* 참조

23) Lee, G-W “A way out from the Undecidocility” 哲學十輯 referring relation에서 함수화된 referring function.

24) 金俊燮著「論理學」참조.

25) Ordinary language school.

즉 論理的 表現은 眞과 僞의 구분을 목표하고 쓰여진 表現이다. 그리고 일상언어 중에서 논리적 표현은 기호화될 수 있다는 것도 벌써 다 알려진 사실이다.<sup>26)</sup>

그리고 이 意味論의, 대표적인 形式言語라고 볼 수 있는, 數學에서의 活用이 곧 모델論이다.<sup>27)</sup>

### 集合의 存在問題

Plato에서의 Idea를 논할 때 대체적으로 다음을 드는 것이 통례인 것 같다.

- (1) 당신은 당신이 어떠한 다른 것들이 어느 하나의 것에 속하고 그래서 그것의 이름을 따라 불려지는 Idea라는 것이 존재한다고 하는 것을 지지한다고 ; 그리고 같음, 큼, 아름다움, 또는 정의라고 하는 것에 속함으로써 같거나, 크거나, 아름답거나, 정당하다고 말하고 있다.<sup>28)</sup>

두번째로 드는 논의는 다음과 같다.

- (2) 당신이 몇개의 것이 크다고 느낄 때, 내 생각에는, 그것들을 한꺼번에 볼 때 거기에는 같은 하나의 성질이 있으리라고 본다. 그래서 당신은 그 크다는 것을 그 하나의 것(성질)이라고 생각한다.<sup>29)</sup>

그리고 또 다른 논의는 다음과 같다.

- (3) 이러한 Idea들은 그 자체가 어떠한 물체들의 본성속에 박혀있는 표본들이다. 그래서 그 물체들은 이 Idea를 본받아 만들어진 묘사품이고 그래서 이 물체들이 이 Idea에 속한다고 하는 것은 단지 그들이 이의 형상을 따라서 만들어 졌다는 것 이외에는 아무 것도 아니다.<sup>30)</sup>

위에서 우리가 보는 바와 같이 개별자는 Idea에 속하기 때문에(1) 집합의 용어로는 원소가 된다. 속한다는 것은 집합론에서 원소와 집합의 관계에서 그대로 쓰인다( $a \in A$ ). (2)에서의 같은 성질, 다른 말로 특성은 집합에서 그 집합을 정의하는 성질이 된다. 집합의 내포적 정의<sup>31)</sup>에 쓰이는 성질이다. (3)에서의 표본으로의 Idea는 우리가 집합을 실체화하여 생각할 때에 얻어지는 것이라고 보아진다. 지금 여기서 주의할 점은 집합론과 Plato의 Idea가 다른 분야에서 형성된 용어들이어서 이들을 비교할 때, 완전히 용어자체에만 사로잡혀 가

26) 그 예를 영어에는 I.M. Copi의 *Introduction to Logic* 우리말에는 蘇光熙, 金正善 「記號論理學」 참조.

27) Enderton, Chang-Keisler, Shoenfield 등의 저술 참조.

28) Plato *Parmenides* 130e, 131.

강조점은 필자

29) *Parmenides* 132a

강조점은 필자

30) *Parmenides* 132d

강조점은 필자

31) Intensional definition. cf. Bertrand Russell. *Principles of Mathematics* Norton Co. pp.66-81.



지고는 헤어 날 수 없는 미궁에 빠질 염려가 있다는 것이다. 그러나 양면이 다 같은 문제를 다루고 있고, 그 문제의 특성을 먼저 파악하고 보면 그 여러 가지로 표현된 것이 이 문제의 미묘한 여러 측면을 말하고 있음을 밝히는 것이 쉬운 방법이라고 생각한다.

우리가 T를 삼각형을 나타내는 부호라고 하고,  $a_1, a_2, a_3, \dots$  등은 삼각형들이라 하면 ;  $T =_{df} \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$  를 얻는다.

우리가 다 아는 바와 같이 여기서 T는 삼각형의 집합이다.

그러면 (1)에서 Plato는  $a_1, a_2, a_3, \dots$  등이 (1)삼각형의 집합 T에 속하고( $\forall i a_i \in T$ )  $a_i$ 는 삼각형이라는 이름을 가진다고 말하고 있다. (2)에서 Plato는 우리가  $a_1, a_2, a_3, \dots$  들을 즉 구체적인 삼각형들을 보고 같은 집, 즉 삼각형임, 예로 3각을 가졌다는 것 또는 3변을 가졌다는 것을 들어서 Idea로서의 삼각형의 집합 T를 상정한다는 점을 이야기한다.

그리고 (3)에서는 우리가 삼각형을 그린다던가 어떠한 것이 삼각형임을 판단할 때 삼각형의 Idea에 따라서 한다는 것을 말한다. 다른 말로 삼각형을 그릴 때 삼각형의 Idea를 따라서 3변을 가지도록 그린다는 것을 말하고, 또 어떤 것이 삼각형인가를 판별하기 위하여 3변을 가졌는지 여부를 묻는 것 같은 것이다. 이렇게 보면 Plato의 Idea의 문제가 바로 집합의 문제임을 알 수 있다.

Russell도 벌써 지적하였듯이<sup>32)</sup> 空集合A(보통 수학의 0)의 문제는 Plato에서 Idea로 되어 있는 것은 아니다. 없다는 것도 이름을 가지고 있으니 즉 無라는 용어가 있으니 (1)에 의하면 없는 것들이라는 것이 있을 것 같으나 Sophist에서 말하였듯이<sup>33)</sup> 없는 것을 있다고 하여야만 하는 어려움이 있다.

이러한 어려움을 생각하면 有名論의 立場을 취하는 것이 유리함직도 하다. 그러나 쉽게 생각할 수 있는 것은 앞에서 말한 동호(=) 같은 것을 이야기할 때, 이러한 추상적인 것을 필요로 함을 알 수 있다. 그러니까 집합의 존재를 인정하자는 것은 추상적인 것의 존재를 인정하자는 것이다. 여기서는 이에 따르는 여러 철학적인 문제는, 우선 그것이 실제 形式言語의 活用に 영향을 미치지 않는 한도에서, 논의의 대상에 넣지 않는 것으로 한다.

그러나 이들을 추상적인 존재로 부르더라도 실제로 Idea던 집합이 있다고 보면, 즉 우주 속에 넣고 보면 야기되는 문제가 Plato 자체에서 부터 이야기되고 있다.

그러나 이제 크다는 것 자체와 큰것들을 생각하여 보자. 그래서 네가 이들 전체를 너의 내적 관찰<sup>34)</sup>의 대상에 넣고 본다고 하자. 이들의 모습의 공통점 즉 그 들 전부를 크다고 보게 하는 크다는 것이 있지 않겠는가?<sup>35)</sup>

32) Russell, B. *Principle of Mathematics* p. 73 Norton Library

33) Plato, *Sophist* 238b

34) 여기에는 Idea까지 넣어서 (큰것)들을 관찰하려고 하니 육안으로 관찰하는 것이 아니다.

35) Plato. *Parmenides* 132a, 132b.

여기서 말하고 있는 것은  $l_1, l_2, l_3, \dots$  같은 것들이 큰 것들이라면 Plato의 Idea로의 큰 것 즉  $L_0$ 이 있게 된다. 이때  $L_0$ 을 주상적인 것이더라도 존재한다고 보면  $L_0$ 을 포함하여  $\{L_0, l_1, l_2, l_3, \dots\}$ 을 내적으로 동시에 관찰할 수 있지 않겠느냐 하는 것이다. 그러면 상기 Plato의 Idea論 (2)에 의하여 또 이들의 공통점으로  $L_1$ 이 있겠다. 그래서  $\{L_2, L_1, l_1, l_2, l_3, \dots\}$ 를 내적으로 관찰하는 경우를 생각하여야 되지 않느냐, 그래서 결국 이러한 논쟁이 한이 없게 되지 않겠느냐 하는 것이다. 이가 第三者論爭이라는 것이다.<sup>36)</sup>

그래서 Idea는 마음속에 존재할 뿐이라고 말한다.

……이러한 Idea라고 하는 것은 마음속에 존재하는 생각(개념)일 뿐이지 않겠는가.<sup>37)</sup>

그러나 실제 형식언어에서, 예하면 수학에서 자연수를 개별자라고 분석하고 시작한다고 하면, 예하면 홀수라는 집합은 마음속에 존재한다고 하더라도 자연수 자체도 이러한 논법으로 하면 마음속에 존재할 뿐이니 구분할 방법이 없고 第三者論爭은 여전히 풀리지 않는다. 그렇지 않고 자연수 자체도 집합론에 의하여 분석하여 空集合  $A$  ( $\emptyset$ )으로 부터 시작하여도  $A$ 의 존재가 다른 집합과 다름을 알아낼 도리가 없다.<sup>38)</sup>

이러한 第三者論爭은 論理的인 측면에서 보면 범주적 오류에 속한다. 즉

$$L_0 = \{l_1, l_2, l_3, \dots\}$$

에서  $L_0$ 는 큰것의 집합이요,  $l_1, l_2, l_3, \dots$  등은 큰것들일 때  $L_0$ 를  $l_i$ 들과 같이 취급하는 것은 곧

“ $l_1$ 은  $L_0$ 이다.”에서

“ $L_0$ 는 크다.”

를 얻는 것이기 때문이다.

그리고 집합론에서는 이가 곧 Russell Paradox가 올 가능성을 준다.  $l_1 \in L_0$ 에서  $L_0$ 를  $l_i$ 들과 같은 집합속에 집어 넣어서  $L_0 \in L_0$ 의 가능성을 가져오기 때문이다.<sup>39)</sup>

形式言語를 다루는 입장에서, 앞에 정의한 論理的表現이라는 것도 포함하여서 보면 술어가 주어가 되는 경우, 그 술어를 만족시키는 다른 주어들과의 관계를 명확히 하자는 것으로 집약된다. 그리고 집합론에서는 집합과 그 원소간의 구분을 하여 두자는 것으로 된다. 그래서 이 문제는 Russell의 유형론(Theory of Types)에 의하여 해결된다.<sup>40)</sup> 그렇게 보면

36) Vlastos "The Third Man Argument in the Parmenides" *Philosophical Review* LXIII 1954, 319ff.

37) Plato, *Parmenides* 132d.

38) cf. *Number Construed and Number Unconstrued*. Willard van Orman Quine. *Set Theory and its Logic* (Rev. Ed) A Harvard Paperback 1971.

39)  $L_0, L_1$ , 등을 동일시 하면 Russell Paradox가 된다. Russell Paradox에 대한 최근 연구로는 I. M. Copi: *Theory of Logical Types* RKP London 1971 참조.

40) 이는 이른바 Standard Method. 집합론에서는 Non-standard Method로 Axiom of separation (subsets). Cf. A. A. Fränkel *Abstract Set theory* North Holland Publishing Co. 역사적인 논의는 A.A. Fränkel & Bar-Hillel *Foundations of Set Theory* 1958.

명사들은 계층을 이루고 있음을 알 수 있다. 마치 전통적인 種概念과 類概念의 계층같은 形態의 계층을 이룬다고 보아야겠다. 따라서 이에 상응하여 원소와 집합들도 계층을 이룬다. 그리고 이 계층은 어떠한 주어진 이론에서 우리는 협의의 개체(individual)를 가정하고 이론<sup>41)</sup>을 전개한다. 즉 제1단계가 있다. 그러나 절대적인 의미에서의 우주에는 이 제일단계가 없다. 그런 의미에서 절대적인 의미의 집합의 존재의 문제는 개체의 존재와 다를 것이 없다고 할 수 밖에 없겠다. 절대적인 의미에서는 모든 것이 집합이요, 따라서 명사화된 것 또는 언표된 것은 모두가 어느 정도 추상화된 것이라고 보아야 하겠다.

---

41) Theory 또는 System: Monoid, Group, Field, Vector space 같은 것