creative commons
COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

**저작자표시**. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

**비영리**. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

**변경금지**. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

**저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.**

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학박사학위논문

# 산란을 고려한 프로펠러 소음과 변동압력의 시간영역 해석 및 실선 적용 연구

**A study of propeller noise and pressure fluctuation analysis considering scattering effects in time-domain and some applications to ships**

2012년 8월


서울대학교 대학원

조선해양공학과

김 종 도

# 산란을 고려한 프로펠러 소음과 변동압력의 시간영역 해석 및 실선 적용 연구

**A study of propeller noise and pressure fluctuation analysis considering scattering effects in time-domain and some applications to ships**

지도교수 홍 석 윤

이 논문을 공학박사학위논문으로 제출함
**2012년 8월**

서울대학교 대학원
조선해양공학과
김 종 도

김종도의 박사학위논문을 인준함
**2012년 6월**

| | | |
|---|---|---|
| 위 | 원 장 | (인) |
| 부 위 | 원 장 | (인) |
| 위 | 원 | (인) |
| 위 | 원 | (인) |
| 위 | 원 | (인) |

## 초록

# 산란을 고려한 프로펠러 소음과 변동압력의 시간영역 해석 및 실선 적용 연구

시간영역음향상사법을 이용하여 프로펠러 소음 및 변동압력을 해석할 수 있는 기법을 개발하였다. Farassat 의 Formulation 1A 는 본 논문의 이해를 돕기 위해 간략히 소개 되었고 이것을 이용하여 산란효과를 구현하였다. 산란의 효과를 구현하기 위하여 산란체에 반사되어 나오는 음장을 새로운 음향 소스로 적용하였으며 이는 비공동 소음의 두께소음과 하중소음의 개념을 이용하였다. 그리고 공동소음을 해석할 수 있는 해를 새롭게 유도하였으며 이는 도플러 효과와 근접장의 영향을 효과적으로 고려할 수 있다. 또 변동압력을 계산하기 위하여 PFBEM 을 적용하였으며 변동압력과 산란체의 구조진동을 동시에 해석하기 위하여 FEM 과의 연성해석 연구를 수행하였다. 또 산란체 경계면의 흡음률을 고려할 수 있도록 새로운 기법을 개발하였으며 수중방사소음 해석을 위하여 자유수면 효과를 고려하였다. 마지막으로 프로펠러 소음과 변동압력을 해석할 수 있는 소프트웨어 SPIN 을 개발하였으며 이를 실선에 적용하여 해석하였다.

**Keywords:** Underwater propeller noise, scattering, acoustic analogy, cavitation noise, pressure fluctuation, ship noise

**Student number: 2005-23380**

# 목차


1. 서론 ..... 1

1.1. 연구배경 및 현황 ..... 1

1.2. 논문 구성 ..... 8

2. 프로펠러 소음 ..... 10

2.1. 비공동 소음 ..... 11

2.1.1. 배경이론 ..... 11

2.1.2. 해석 결과 ..... 17

2.2. 공동 소음 ..... 23

2.2.1. 파동방정식의 유도 ..... 25

2.2.2. Sheet cavitation noise ..... 28

2.2.3. 해석 결과 ..... 32

3. 산란을 고려한 프로펠러소음 해석 ..... 46

3.1. 산란을 고려한 음향상사법 ..... 46

3.2. 산란체 표면의 압력 ..... 49

3.3. 관찰점에서의 압력 ..... 53

4. 변동압력 해석 ..... 62

**4.1. 산란을 고려한 변동압력 해석 및 검증** ..... 62

**4.2. 변동압력 계측 실험과의 비교** ..... 85

**4.3. PFBEM을 이용한 변동압력 역추정** ..... 93

**4.3.1. 음향파워흐름해석법** ..... 95

**4.3.2. 음향파워흐름경계요소법** ..... 101

**4.3.3. 파워흐름경계요소법을 활용한 변동압력 역추정** ..... 120

5. 구조음향 연성을 고려한 프로펠러 소음해석 ..... 124

**5.1. 유한요소법** ..... 124

**5.1.1. Kirchhoff 평판의 횡진동에 대한 운동방정식 유도** ..... 124

5.1.2. Kirchhoff 평판의 유한요소 유도 ..... 144

5.1.3. TDFEM (Time Domain Finite Element Method) ..... 154

5.1.4. 해석 결과 ..... 157

5.2. Coupling methodology ..... 163

6. 응용 해석 및 기법 연구 ..... 170

6.1. 산란체 표면의 흡음률 고려 기법 ..... 170

**6.1.1. 이론 연구** ..... 170

**6.1.2. 흡음률을 고려한 변동압력 해석** ..... 172

6.2. 자유수면 효과를 고려한 수중 소음 해석 ..... 177

7. 프로그램 개발 및 실선 적용 ..... 185

**7.1. SPIN (System for Propeller Induced Noise) 개발** ..... 185

**7.2. 실선 적용 및 해석** ..... 189

**8. 결론 및 향후 추천 과제** ..... 207

**8.1. 결론** ..... 207

**8.2. 향후 추천 과제** ..... 210

**참고 문헌** ..... 212

# 그림 목차

Figure 1 Propeller design requirements ..... 10

Figure 2 false position method ..... 16

Figure 3 DTMB4119 ..... 18

Figure 4 Pressure and pressure derivative of element 621. ..... 20

Figure 5 Observing point angle ..... 21

Figure 6 Non cavitation noise (d = 10R, ——: 0 degree, —•—: 45 degree, —✳—: 90 degree) ..... 22

Figure 7 The shape of cavitation (Photograph courtesy of S.A Kinnas, MIT's variable pressure water tunnel) ..... 25

Figure 8 Mass generation ..... 26

Figure 9 Geometry of domain and grid (2D model) ..... 33

Figure 10 Comparison of sheet-type cavitation appearance on NACA0015 hydrofoil, (a) Experimental observation; (b) Kubota's model result (1992); (c) Wang et al (2006); (d) this research (AOA: 8 degree) ..... 35

Figure 11 Contour of water vapor fraction (cavitation number: 1.3, AOA: 6deg) ..... 36

Figure 12 Contour of water vapor fraction (cavitation number: 1.3, AOA: 6deg) ..... 37

Figure 13 Volume data (cavitation number: 1.3, AOA: 6deg) ..... 38

Figure 14 Volume data (cavitation number: 1.5, AOA: 8deg) ..... 39

Figure 15 Sound pressure level spectrum of sheet cavitation ..... 40

Figure 16 kp 530 ..... 41

Figure 17 Example of the shape of sheet cavitation ..... 42

Figure 18 Cavity height at r/R=0.93 ..... 43

Figure 19 Sheet cavitation noise ..... 44

Figure 20 Comparison with KFWH equation ..... 45

Figure 21 The flow chart of the hybrid method of time domain acoustic analogy .... 52

Figure 22 Analysis condition for verification ..... 54

Figure 23 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 0.1, a = 0.5m, frequency = 47.75Hz)..... 56

Figure 24 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 1, a = 0.5m, frequency = 477.5Hz)..... 57

Figure 25 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 2, a = 0.5m, frequency = 954.9Hz)..... 58

Figure 26 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 4, a = 0.5m, frequency = 1909.9Hz)..... 59

Figure 27 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 12, a = 0.5m, frequency = 5729.6Hz)..... 60

Figure 28 Enlargement the Figure 19..... 61

Figure 29 The cube model used in numerical verification..... 64

Figure 30 Field point pressure comparison (25Hz)..... 65

Figure 31 Field point pressure comparison (50Hz)..... 66

Figure 32 Field point pressure comparison (100Hz)..... 67

Figure 33 Field point pressure comparison (250Hz)..... 68

Figure 34 Field point pressure comparison (500Hz)..... 69

Figure 35 Surface pressure of the cube – 25Hz ..... 71

Figure 36 Surface pressure of the cube – 50Hz ..... 72

Figure 37 Surface pressure of the cube – 100Hz ..... 73

Figure 38 Surface pressure of the cube – 250Hz ..... 74

Figure 39 Surface pressure of the cube – 500Hz ..... 75

Figure 40 Model for hull pressure fluctuation analysis with 1306 panels ..... 77

Figure 41 Sheet cavitation predictions at different rotating angles by PUF-3A..... 79

Figure 42 Sheet cavitation volume variation predicted by PUF-3A ..... 81

Figure 43 The hull pressure fluctuation of 1st BPF ..... 84

Figure 44 Experimental system..... 86

Figure 45 Location of five pressure transducers on the flat plate ..... 87

Figure 46 The volume variation of the sheet cavitation..... 88

Figure 47 Analysis result (1BPF)..... 89

Figure 48 Analysis result ..... 90

Figure 49 Experimental result..... 91

Figure 50 Comparison of analysis and experiment results at 1BPF and 2BPF..... 92

Figure 51 Three dimensional acoustic cavity model..... 108

Figure 52 Center line of field points (the points of which X=Y) ..... 108

Figure 53 The cubic acoustic cavity, $L_x \times L_y \times L_z = 4m \times 4m \times 4m$: (a) BE-model of 21600 elements, (b) APFBE-model of 600 elements ..... 109

Figure 54 The energy density level distribution of acoustic cavity - 63Hz (a) BEM, (b) AEFBEM .....110

Figure 55 The energy density level distribution of acoustic cavity - 125Hz (a) BEM, (b) AEFBEM .....111

Figure 56 The energy density level distribution of acoustic cavity - 250Hz (a) BEM, (b) AEFBEM .....112

Figure 57 The energy density level distribution of acoustic cavity - 500Hz (a) BEM, (b) AEFBEM .....113

Figure 58 The energy density level distribution of acoustic cavity - 650Hz (a) BEM, (b) AEFBEM .....114

Figure 59 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 63Hz.....115

Figure 60 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 125Hz.....116

Figure 61 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 250Hz....117

Figure 62 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 500Hz....118

Figure 63 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 650Hz....119

Figure 64 Analysis model .... 122

Figure 65 Approximation of pressure fluctuation by using APFBEM .... 123

Figure 66 Undeformed configuration & Stress components of Kirchhoff plate .... 126

Figure 67 Forces and induced moment resultants in an element of Kirchhoff plate 127

Figure 68 Edge view of a plate deformation in the xz & yz plane .... 128

Figure 69 Normal to the boundary of plane .... 139

Figure 70 Parametric domain mapping of Levy's type rectangular plate element ... 148

Figure 71 Thin plate model elements (400 elements) .... 158

Figure 72 Displacement of thin plate (a: 31.5Hz, b: 63Hz, c: 125Hz, d: 250Hz) .... 160

Figure 73 Displacement variation of thin plate in time domain using TDFEM (a: t=0.05s, b: t=0.1s, c: t=0.15s, d: t=0.2s) .... 162

Figure 74 Analysis model for coupling method .... 166

Figure 75 Structural response of cube model (a: displacement, b: velocity, c: acceleration) .... 167

Figure 76 Surface pressure of the cube model .... 169

Figure 77 Surface pressure of cavitation tunnel (w/o absorption boundary condition) .... 174

Figure 78 Surface pressure of cavitation tunnel (with absorption boundary condition) .... 175

Figure 79 Pressure fluctuation result of cavitation tunnel (with absorption boundary condition) .... 176

Figure 80 Image source for the free surface effect ..... 178
Figure 81 Underwater noise (with free surface effect) ..... 180
Figure 82 Underwater noise (w/o free surface effect) ..... 181
Figure 83 Underwater noise (with free surface effect, frequency domain, 1BPF) ... 182
Figure 84 Underwater noise (w/o free surface effect, frequency domain, 1BPF) .... 183
Figure 85 Software SPIN ..... 186
Figure 86 GUI of SPIN ..... 188
Figure 87 Analysis model ..... 190
Figure 88 Pressure fluctuation (1/3 octave band) ..... 190
Figure 89 Total pressure fluctuation ..... 191
Figure 90 Locations of input power ..... 193
Figure 91 Vibrational energy level - 63Hz ..... 194
Figure 92 Vibrational energy level - 125Hz ..... 195
Figure 93 Vibrational energy level - 250Hz ..... 196
Figure 94 Vibrational energy level - 500Hz ..... 197
Figure 95 Vibrational energy level - 1000Hz ..... 198
Figure 96 Room modeling for noise analysis ..... 199
Figure 97 Noise level of the rooms ..... 203
Figure 98 Total noise level (dBA) ..... 203
Figure 99 Comparison points ..... 204
Figure 100 Comparison of room noise level ..... 206

# 표 목차

Table 1 History of aeroacoustics research ..... 16

Table 2 Boundary conditions ..... 34

Table 3 Numerical Method ..... 34

Table 4 Maximum frequency of each model ..... 55

Table 5 The maximum, minimum values of field points ..... 70

Table 6 The maximum, minimum values of surface pressure of the cube ..... 76

Table 7 The specific data of the propeller ..... 78

Table 8 The geometry of the propeller (R radius, P pitch, D diameter, C chord length, F the maximum camber, T the maximum thickness) ..... 78

Table 9 The maximum values of hull pressure fluctuation ..... 83

Table 10 The specific data of the propeller ..... 85

Table 11 The Comparison of analysis and experiment results (kPa) ..... 88

Table 12 Material properties and boundary condition ..... 166

Table 13 Comparison between measured noise level and computed ..... 205

# 1. 서론

## 1.1. 연구배경 및 현황

최근 들어 운송 산업 분야에서는 승객과 승무원이 좀 더 안락한 환경에서 생활할 수 있도록 하기 위해 진동소음과 관련된 문제에 상당한 관심을 보이고 있다. 특히 선박의 경우 장시간의 탑승을 요구하기 때문에 진동소음 문제에 더욱 민감하고 더욱이 최근 건조되는 선박은 여객선뿐만 아니라 일반 상선에까지 저소음, 고품질의 선박 건조 기술이 요구 되고 있는 실정이다. 또한 최근 경제가 발전하고 여가에 대한 관심이 증가하면서 고급여객선에 대한 관심이 증가하고 있고 그 시장도 나날이 경쟁이 치열해 지고 있다. 이에 따라 저소음 선박의 연구개발에 대한 필요성도 함께 높아져 가고 있으며 보다 정확한 해석 기술의 개발이 시급하다고 할 수 있다.

선박의 항해 시 발생하는 프로펠러 소음은 선체로 전달되면서 선내 소음에 많은 영향을 미친다. 이에 이러한 소음을 미리 예측할 수 있는 기술개발 노력이 이루어지고 있으나 현재 프로펠러 소음의 예측 및 변동압력과 선실 소음과의 상관관계에 대한 연구는 초기단계에 머물러 있는 실정이다. 또 프로펠러 소음은 수중 방사소음과도 직결되는 소음원으로 환경 소음 및 군사 분야에서도 큰 관심 대상으로 떠오르고 있다. 선박의 수중 방사소음은 기계류 소음(machinery noise)과 유동기인 소음(flow induced noise) 그리고

프로펠러 기인 소음(propeller noise)으로 크게 분류할 수 있다. 기계류 소음은 선박의 주 기관(main engine), 발전기(generator) 그리고 송풍기(ventilator), 펌프(pump), 전등용 발전기 등의 보기류(auxiliary machinery) 등에서 발생하는 소음을 말하며 이들은 보통 낮은 주파수 대역의 소음을 발생시킨다. 유동기인 소음은 유체가 선체 표면을 타고 흐르면서 발생시키는 압력변동과 난류에 의해 발생하는 소음을 가리킨다. 마지막으로 프로펠러 소음은 날개(blade)의 회전 및 표면 압력변동, 그리고 주변 난류에 의해 발생하는 비공동 소음(non-cavitation noise)과 공동이 성장하고 붕괴하면서 발생하는 공동 소음(cavitation noise)을 지칭한다. 최근 들어 기계류의 소음은 각종 방진, 방음 기술의 발달로 많은 부분을 감소시킬 수 있고 전기모터 등을 이용한 추진 기술이 이용되면서 그 비중이 예전에 비해 많이 줄어들었다. 하지만 프로펠러 소음의 경우는 원인 자체에 대한 규명 및 그 특성에 대한 연구가 아직 진행 중이며 제어 기술에도 한계가 있어 감소가 쉽지 않은 상황이다. 이와 같이 선박의 실내 소음뿐만 아니라 수중 방사소음에도 중요한 요인으로 작용하는 프로펠러 기인 소음에 대한 연구는 반드시 필요하다고 할 수 있다.

일반적으로 프로펠러 소음은 비공동 소음, 공동 소음, 명음 소음(singing noise)으로 나누어 생각할 수 있다 (Seol, 2001). 그러나 공동이 일단 발생하게 되면 공동 소음이 가장 지배적인 소음원으로 작용하는 것으로 알려져 있으며 (Ross, 1976) 근래에 지어진 선박들의 대형화, 고속화 추세에 의해 수중 방사소음 및 변동압력에 있어 공동소음의 중요도가 더욱 커지고 있다. 반면 공동소음도 그

원인에 따라 여러 가지 유형으로 나눌 수 있는데 대표적인 것으로는 sheet cavitation, bubble cavitation, tip-vortex cavitation, cloud cavitation 등이 있다. 그 중에서도 sheet cavitation 이 가장 큰 소음을 유발하는 것으로 인식되고 있다 (Seol, 2005).

Sheet cavitation 은 5Hz 에서 10kHz 의 소음을 방사한다 (Seol, 2005). 저주파 대역의 소음은 공기주머니와 같은 형태의 기포 부피가 주기적으로 변동하면서 방사되며 이는 선체 진동 및 선실 소음에 중요한 역할을 하는 변동압력 문제에서 주 관심 대상이다. 반면 고주파 소음은 기포가 짧은 시간에 붕괴하면서 충격파 (shock wave)의 형태로 방사된다. 하지만 이는 매우 짧은 시간에 복잡한 과정에 의해 발생하는 현상으로 현재의 모델링 수준으로는 모사하기가 불가능하다. 또한 tip-vortex cavitation, bubble cavitation, cloud cavitation 등도 현재의 기술 수준으로는 정확한 모사가 어려운 실정이다. 따라서 대부분의 연구는 sheet cavitation 의 저주파 영역을 대상으로 이루어지고 있으며 최근 컴퓨터 기술의 발전과 함께 전산유체역학 (Computational Fluid Dynamics) 분야가 발달하면서 tip-vortex cavitation 등에 대한 연구도 활발히 진행되고 있다.

비공동 소음의 경우는 흔히 하중소음 (loading noise)과 두께소음 (thickness noise)으로 분류한다. 이는 발생 메커니즘에 따라 분류한 것으로 각각은 수학적으로 다이폴(dipole), 모노폴(monopole)의 형태로 표현된다. 먼저 하중소음은 프로펠러 날개 면의 유체 하중에 의해 발생하는 소음이며 표면 압력의 변동이 주 원인이 되어 소음을 방사하는 형태이다. 프로펠러 날개는 회전하면서 수심의 변화와 유속의 변화로 인해 끊임없이 그 표면의 압력이 변하는데

이러한 압력 변동은 다이폴의 형태로 소음을 발생시키게 되고 날개면에 수직한 방향으로 최대값을 가진다. 두께소음은 프로펠러 날개가 회전하는 운동에 의해 발생하는 소음이다. 회전 속도와 가속도 등이 주 소음원으로 작용하며 그 크기는 하중소음에 비하여 작은 편이다. 이러한 비공동 소음은 수심이 깊은, 즉 정수압이 높은 곳에서 작동하거나 속도가 느려 공동이 발생하지 않는 상황에서 주 관심대상이 된다. 그러므로 일반 상선분야 보다는 어뢰나 잠수함을 다루는 군사 분야에서 매우 중요한 연구 대상이며 실제로 많은 연구가 각국의 해군을 통해 이루어지고 있다. 또 공동이 존재하지 않는 공기 중 문제인 항공이나 풍력 소음 분야에서도 많이 연구되고 있으나 본 논문의 대상은 수중 프로펠러 이므로 해당 연구는 논의하지 않도록 한다.

명음 소음의 경우는 아직 정확한 원인은 밝혀지지 않고 날개 뒷면에 발생하는 와류와 날개의 고유진동수가 일치하면서 발생하는 일종의 공진(resonance)의 개념으로 이해되고 있다.

과거의 프로펠러 관련 연구는 주로 유체역학적인 관점에서 많이 이루어져 왔다. 어떻게 하면 효율이 좋은 프로펠러를 디자인 할 것인지, 또는 선박의 속도를 높이려면 어떤 디자인의 프로펠러가 좋은지 등에 대한 고민은 오래 전부터 있어 왔으며 공동현상이 프로펠러 효율을 저하시키고 부식을 가져온다는 사실이 알려진 이후에는 공동현상 자체를 줄이려는 연구가 활발히 이루어져 왔다. 그리고 군사적인 목적에 의하여 수중 프로펠러의 소음에 대한 연구도 수행되었으나 주로 어떻게 발생하고 소음이 어느 정도의 크기인지에 대한 연구가 주를 이루었다. 이론적으로 예측하고 또는

모형 실험을 통해 얻은 결과를 실선으로 어떻게 상사시킬지에 대한 연구가 대부분이었으며 발생 이후의 소음이 주변에 존재하는 선체 등에 의해 어떻게 변형되어 전파되는지, 또는 선체 내부 소음에 어떤 영향을 미치는지에 대한 이론적인 연구는 많이 이루어 지지 않았다. 최근 들어 컴퓨터의 발달로 각종 수치해석법이 발전하면서 이러한 연구도 새로운 전기를 맞이하고 있다. 따라서 본 논문에서는 프로펠러 소음의 발생뿐만 아니라 전파 및 음향학적 관점에서 수행된 추가적인 연구에 대해 다루고 있다.

그 유명한 Lighthill 의 음향 상사법(acoustic analogy)를 이용하여 수중 프로펠러 소음을 연구한 논문은 2001 년과 2005 년 Seol 에 의해 발표되었다 (Seol, 2001, 2005). 그리고 porous FWH 식을 이용하여 공동소음의 해석을 수행한 논문이 Test 에 의해 발표되기도 하였다 (Testa, 2008). 이러한 최근의 논문들 및 본 논문이 바탕으로 하고 있는 기본 이론은 Lighthill 에 의해 1952 년에 발표되었는데 이는 소리의 발생과 전파에 대한 정확한 수식을 유도한 것으로 그 자체로 큰 의미를 가지고 있으며 Lighthill acoustic analogy 라고 부른다 (Lighthill, 1952). 또 이것은 inhomogeneous Navier-Stokes 식과 동일한 것으로 알려져 있다.

Lighthill 의 음향상사법을 이용하여 Ffowcs Williams 와 Hawkings 는 움직이는 물체의 표면에서 발생하는 소리를 계산할 수 있는 식을 발표하였다 (Ffowcs Williams and Hawkings, 1969). FWH 식에는 각각 monopole, dipole, quadrupole 의 형태를 가진 세 개의 소음원이 존재한다. Monopole 과 dipole 은 물체의 표면적분을 통해 상대적으로 간단히 구할 수 있지만 quadrupole 의 경우 3 차원 부피적분의

형태를 가지고 있어 구하기가 쉽지 않다. 하지만 quadrupole 소음의 경우는 음속이 유체의 흐름보다 아주 빠른 경우 무시할 수 있는 수준인 것으로 알려져 있어 수중 프로펠러 소음 분야에서는 관심대상이 아니다 (Farassat, 2007). 또한 그러한 이유로 FWH 식이 수중 프로펠러소음 분야에 있어서 더 중요한 가치를 가진다고 할 수 있다.

Farassat 은 1975 년 Formulation 1 이라 불리우는 FWH 식의 해를 발표하였으며 (Farassat, 1975) 1980 년 Formulation 1 을 발전시켜 Formulation 1A 를 발표하였다 (Farassat, 1980). 두 식은 모두 음속 이하의 속도로 움직이는 물체에 의해 발생하는 소음을 해석할 수 있는 해이다. 두 해의 자세한 설명은 본문에서 다루도록 한다.

현재까지의 프로펠러 소음 및 변동압력은 자유음장에서 계산되어왔다. 즉 무한한 유체 내에 프로펠러만이 존재하고 음파는 아무런 방해도 받지 않고 전파되는 형태를 말한다. 그러나 실제 프로펠러의 작동환경은 수많은 구조물의 경계면이 존재하고 이들은 모두 음파의 전달을 방해하고 크기를 바꾸는 역할을 한다. 특히 마하수(Mach number)가 0.3 이하의 경우에는 산란효과(scattering effect)가 매우 크게 나타나며 주변 물체의 표면에서는 자유음장일 경우에 비해 더 큰 음압이 나타나는 것으로 알려져 있다 (Wang and Zhou, 1998, Brooks and Mackall, 1984). 이는 또 변동압력을 계산할 때도 중요한데, 지금까지의 많은 계산은 자유음장에서 구한 후 선체에 의한 반사의 영향을 고려해 주기 위해 SBF(Solid Boundary Factor)를 곱해주는 형태로 이루어졌다. 이 계수는 보통 1~2 의 값을 가지는데 모든 지점에 일괄되게 곱해주는 값이므로 선체의 형상은

전혀 고려할 수 없는 단점이 있다. 최근 들어 주파수 대역에서 산란을 고려하기 위한 연구가 이루어진 바 있고 (Testa, 2008, Wang and Zhou, 1998) 일반적인 파동방정식(wave equation)의 형태를 이용하여 시간영역에서 반복법(iteration method)를 통해 경계물의 영향을 고려한 연구도 수행되었다 (Kehr and Kao, 2011). 시간영역 해석은 주파수영역 해석에 비해 결과를 조금 더 직관적으로 확인할 수 있어 실제 현상을 이해하는데 도움을 주며 여러 개의 신호가 섞여있는 문제도 한번의 해석으로 분석이 가능한 장점을 가지고 있다. 따라서 본 연구에서는 FWH 식을 이용하여 시간영역에서 산란을 고려하는 기법을 개발하고 검증하였다.

그 외에도 본 연구에서는, 새로운 공동소음 해석 식을 유도하였고 FWH 식과 유한요소법과의 연성을 구현하였다. 연성해석을 통해 프로펠러 기인 소음이 유발하는 주변 구조물의 진동을 구할 수 있고 또 그 진동이 발생시키는 음압의 영향도 고려할 수 있게 되었다. 그리고 프로펠러가 닫힌 공간에 위치하고 있는 경우, 즉 캐비테이션터널과 같은 상황을 해석하기 위해서는 터널 내부 재질의 흡음 효과가 반드시 고려되어야 하는데 FWH 식에 벽면의 임피던스 경계조건을 적용함으로써 해결하였다. 또한 수중 방사소음을 해석할 때 자유수면 효과를 고려함으로써 선체뿐만 아니라 수면에 의한 반사 효과도 고려하였다.

변동압력에 의한 선체 진동을 해석하는 경우 변동압력 값은 계측을 이용하여 구할 수도 있고 해석을 통해 구할 수도 있는데, 만약 계측을 통하여 얻은 값이라면 계측 지점의 개수가 한정되어 있어 진동 해석의 입력 값으로 사용하기에는 한계가 있다. 이러한

경우 지금까지는 선형 보간을 통하여 일정 영역의 변동압력 값을 추정하였다. 하지만 본 연구에서는 PFBEM(Power Flow Boundary Element Method)의 기법을 적용하여 한정된 개수의 계측 값으로 선미부 전체의 변동압력 값을 역추정 할 수 있는 방법을 제안하였다. 앞서 언급한 선형 보간 방법은 선미부 형상의 영향을 제대로 반영할 수 없었던 반면 새롭게 제안된 기법은 선미부의 복잡한 형상에 대한 고려가 가능하다.

최종적으로 개발된 기법을 이용하여 프로펠러 기인 소음 및 변동압력을 계산할 수 있는 소프트웨어 SPIN 을 개발하였으며 이를 이용하여 실선에 대한 해석을 수행하였다.

## 1.2. 논문 구성

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2 장에서는 본 논문에서 소개하는 이론의 이해를 돕기 위해 프로펠러 소음에 대한 전반적인 내용과 비공동, 공동 소음을 해석하는 방법에 대해 소개한다. 그리고 3 장에서는 프로펠러 소음 해석 시 주변에 존재하는 산란체의 영향을 고려할 수 있는 새로운 방법을 개발하고 수치적인 해석과 검증을 수행하였다. 이어서 4 장에서는 변동압력을 구하는 방법을 소개하고 있는데 음향상사법을 이용해 구하는 방법과 몇 개의 변동압력 계측 값을 이용하여 PFBEM 을 통해 선미부 전체 영역으로 확장하는 방법에 대해 소개한다. 그리고 실선에 적용해보고 실험과의 비교를 통해 결과를 검증한다. 5 장에서는 유한요소법과의 연성을 통해 구조음향 완전 연성을 구현한 내용을

소개하고 6 장에서는 산란체의 경계조건으로 흡음률을 적용하는 방법과 수중소음 해석 시 자유수면 효과를 고려하는 기법에 대해 소개한다. 또 7 장에서는 프로펠러 공동 소음 및 변동압력을 해석할 수 있는 소프트웨어 개발에 관한 내용과 프로펠러 변동압력의 계산에서부터 선체 진동 및 실내 소음을 해석하는 것까지의 전 과정을 살펴봄으로써 실선에 적용하는 방법과 해석 결과를 살펴본다. 마지막으로 8 장에서는 본 논문의 결론과 향후 추천과제에 대해 토의한다.

## 2. 프로펠러 소음

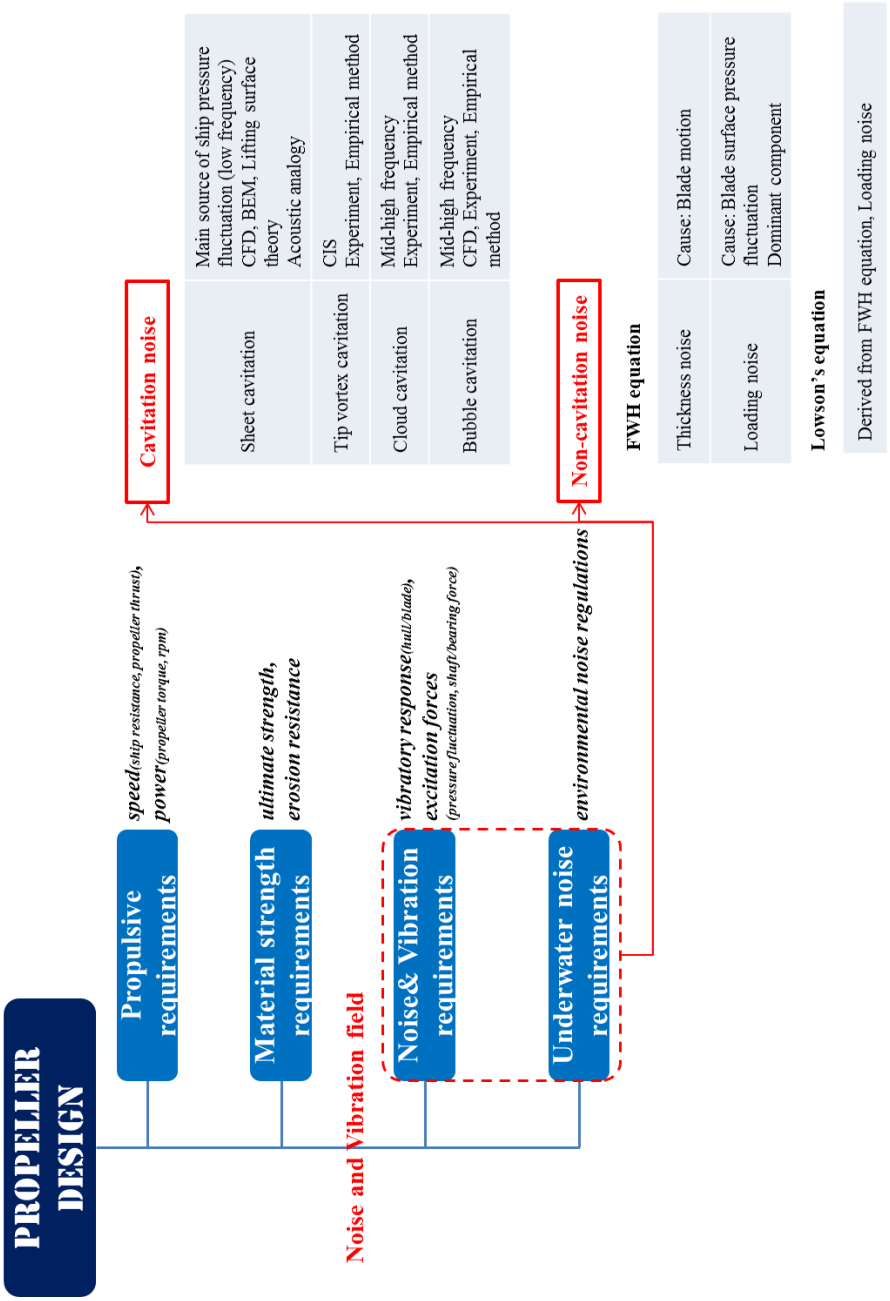



**Figure 1 Propeller design requirements**

프로펠러를 설계할 때는 여러 가지의 고려사항이 필요하다. Figure 1 과 같이 생각해 볼 수 있는데 유체역학적 성능 못지 않게 진동소음 측면에서의 성능도 아주 중요하게 여겨진다. 프로펠러 소음은 크게 공동소음과 비공동 소음으로 구분되고 있는데 본 장에서는 이에 대해 자세히 살펴보도록 한다.

## 2.1. 비공동 소음

### 2.1.1. 배경이론

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial^2 \mathbf{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \tag{2.1}$$

식 (2.1)은 Lighthill 의 음향 상사법을 나타내는 식이다. 이는 compressible Navier-Stokes 식을 변형한 것으로 선형, 비점성의 경우 일반 파동방정식과 같은 형태를 가진다. 위의 식은 유동소음 연구에 있어 가장 중요한 시작점이라고 할 수 있으며 이 식을 이용하여 Ffowcs-Williams Hawkings 에 의해 제안된 FW-H 식은 다음 식 (2.2) 과 같다.

$$\frac{1}{{c_0}^2}\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\partial}{\partial t}[\rho_0 v_n |\delta(f)|] - \frac{\partial}{\partial x_i}[p\mathbf{n}_i \delta(f)] + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}[H(f)\mathbf{T}_{ij}] \tag{2.2}$$

여기서 $p'$ 은 음압을 나타내고 $c_0$ 와 $\rho_0$ 는 각각 음속과 매질의 밀도를 나타낸다. $v_n$ 은 프로펠러 날개면에서의 법선벡터를 의미하고

$p$ 는 프로펠러 날개면에서의 유체력을 의미한다. $\mathbf{n_i}$ 는 $f=0$ 인 표면에 대한 단위 법선 벡터를 의미하며 $\mathbf{T_{ij}}$ 는 Lighthill stress tensor 이다. Lighthill stress tensor 는 식 (2.3)과 같이 표시할 수 있다.

$$\mathbf{T_{ij}} = \rho u_i u_j - \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{ij}} + (p' - c^2\rho')\delta_{\mathrm{ij}} \tag{2.3}$$

Lighthill stress tensor 의 정의에서 $\mathbf{u}$ 는 유체 입자의 속도, $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{ij}}$ 는 viscous stress tensor 이고 $\delta_{\mathrm{ij}}$ 는 Kronecker delta 를 의미한다. 그리고 Heaviside 함수와 Dirac delta 함수는 각각 $H(f)$ 와 $\delta(f)$ 로 표시하였다. 프로펠러 날개면은 $f(x,t)=0$ 으로 표현하며 이 때 법선 벡터는 $\nabla f = \mathbf{n}$ 의 식으로 나타낼 수 있다. $f>0$ 은 날개면의 외부를 의미한다. 식 (2.1)의 우변을 살펴보면 세가지의 소음원 항이 존재하는데 왼쪽부터 순서대로 각각 모노폴(monopole)의 형태인 두께 소음(thickness noise), 다이폴(dipole)의 형태로 표현되는 하중 소음(loading noise), 그리고 사중극 음원(quadrupole)의 특성을 가지는 난류 소음으로 구분하여 부른다. 두께소음은 주로 프로펠러 날개가 유체를 가르며 지나갈 때 발생하는 유체의 변동에 의해 발생하며 하중소음은 프로펠러 회전시 발생하는 날개면에 걸리는 하중 변동, 즉 압력 변동에 의해 방사되는 소음을 말한다. 그리고 마지막 항은 주로 유체의 난류에 의해 발생하는 소음에 대한 설명인데 이는 유속이 음속보다 아주 작을 경우 무시해도 되는 정도라고 알려져 있으므로 수중 프로펠러 소음의 경우 이와 관련된 계산은 생략하고 있다. 하지만 주로 항공분야에서 이는 중요한 소음원 중 하나로

인식되고 있으며 복잡한 계산을 요구하는 탓에 이와 관련된 연구가 계속 진행되고 있다.

이러한 FW-H 식의 해를 적분 방정식의 형태로 표현한 것이 Farassat 이 제안한 Formulation 1 이며 그 식은 아래와 같다.

$$4\pi p'(x,t) = 4\pi(p'_{\mathrm{T}}(x,t) + p'_{\mathrm{L}}(x,t)) = \frac{\partial}{\partial t}\int_{f=0}\left[\frac{\rho_0}{r(1-M_{\mathrm{r}})} + \frac{p\cos\theta}{cr(1-M_{\mathrm{r}})}\right]_{\mathrm{ret}} \mathrm{d}S + \int_{f=0}\left[\frac{p\cos\theta}{r^2(1-M_{\mathrm{r}})}\right]_{\mathrm{ret}} \mathrm{d}S \tag{2.4}$$

$p'_{\mathrm{T}}$ 는 두께소음을 의미하고, $p'_{\mathrm{L}}$ 은 하중 소음, $M_{\mathrm{r}}$ 은 relative Mach number ( $M_{\mathrm{r}} = \mathbf{M}\cdot\hat{\mathbf{r}}$ )를 나타낸다. 또 $r$ 은 소음원과 관찰 지점까지의 거리이고 $\hat{\mathbf{r}}$ 은 단위위치벡터를 의미하고 있다 ( $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{x}-\mathbf{y}/|\mathbf{x}-\mathbf{y}|$ ). 여기서 $\mathbf{x}$ 는 관찰지점까지의 위치벡터, $\mathbf{y}$ 는 소음원의 위치벡터를 의미한다. $\cos\theta$ 는 $\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{n}$ 의 식으로 구할 수 있으며 아래첨자 ret 는 지연시간(retard time)을 나타낸다. $r/c$ 는 소음원의 위치 $y$ 에서 소음이 발생한 이후에 $x$ 에 위치한 관찰자가 그 소음을 듣게 될 때까지 걸리는 시간이며 이 때 소음을 듣게 되는 시간을 $t$ 로 나타내며 이를 observer time 이라고 부른다. 그러므로 적분항 안에 아래첨자 ret 가 존재하는 경우에는 observer time 이 아닌 emission time( $\tau = t - r/c$ ), 다시 말해 소음이 실제 발생하는 시간에서의 값들을 계산해 주어야 한다. 그러나 Formulation 1 에서의 시간 미분은 모두 observer time 에 대해 적분항 밖에서 이루어지고 있다. 따라서 이는 수치적인 미분을 통해 수행되어야 하며 그러한 과정에서 정확도가 떨어질 수 있으며 시간 및 비용이 증가하는

단점을 가지고 있다. 프로펠러 소음의 수치적 계산을 보다 쉽고 정확하게 하기 위하여 Farassat 은 Formulation 1A 를 제안하였고 이는 위에서 언급한 observer time 에서의 미분 항을 emission time 에 대한 미분으로 바꿔주고 적분항 안에서 시간미분이 이루어지도록 수정한 식이다. 이 Formulation 1A 는 현재 프로펠러 소음연구에서 가장 중요한 식 중의 하나이며 널리 사용되고 있다.

Formulation 1A 의 유도는 이전 식인 Formulation 1 에 근거를 두고 있다. 그리고 이는 observer time 에 대한 수치미분 과정을 없앰으로써 임의의 형상을 가진 움직이는 물체에서 방사되어 나오는 소음 수준을 예측하는데 아주 유용하게 이용될 수 있는 기반을 마련하였다. Formulation 1A 에서 사용되는 두께소음과 하중소음의 식은 각각 아래 식 (2.5)와 (2.6)과 같다.

$$
\begin{aligned}
4\pi p'_{\mathrm{T}}(x,t) = &\int_{f=0}\left[\frac{\rho_0 \dot{v}_{\mathrm{n}}}{r(1-M_{\mathrm{r}})^2}+\frac{\rho_0 v_{\mathrm{n}}\hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{i}}\dot{\mathbf{M}}_{\mathbf{i}}}{r(1-M_{\mathrm{r}})^3}\right]_{\mathrm{ret}} \mathrm{d}S \\
&+\int_{f=0}\left[\frac{\rho_0 c v_{\mathrm{n}}(M_{\mathrm{r}}-M^2)}{r^2(1-M_{\mathrm{r}})^3}\right]_{\mathrm{ret}} \mathrm{d}S
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

$$
\begin{aligned}
4\pi p'_{\mathrm{L}}(x,t) = &\int_{f=0}\left[\frac{\dot{p}\cos\theta}{cr(1-M_{\mathrm{r}})^2}+\frac{\hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{i}}\dot{\mathbf{M}}_{\mathbf{i}}\, p\cos\theta}{cr(1-M_{\mathrm{r}})^3}\right]_{\mathrm{ret}} \mathrm{d}S \\
&+\int_{f=0}\left[\frac{p(\cos\theta-\mathbf{M}_{\mathbf{i}}\mathbf{n}_{\mathbf{i}})}{r^2(1-M_{\mathrm{r}})^3}+\frac{(M_{\mathrm{r}}-M^2)\,p\cos\theta}{r^2(1-M_{\mathrm{r}})^3}\right]_{\mathrm{ret}} \mathrm{d}S
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

위 식에서 보는 바와 같이 근접장에 대한 항$(1/r^2)$과 원거리장에 대한 항$(1/r)$을 따로 분리하여 표현할 수 있다. Formulation 1 에 비해 다소 복잡한 적분 항들을 가지고 있지만 수치미분에서 오는 오차

및 계산 비용 증가를 피할 수 있는 장점이 있다. $r$ 이 지연시간에 대한 함수이므로 지연시간을 알기 위해서는 반복계산 기법(iterative method)이 필요하다. 이번 연구에서는 false position method 를 사용하여 $g = \tau - t + |x(t) - y(\tau)|/c$ 의 해를 구함으로써 $\tau$ 를 구하였다. false position method 는 아래 Figure 2 와 같이 직선의 해를 구하는 과정을 반복하면서 실제의 해인 곡선의 해에 근접시켜 가는 방법을 이용하는 방법이다. 이관 관련된 식들은 아래 두 식과 같다. 임의의 값으로 $x_u$ 와 $x_l$ 을 정해주면 $x_r$ 과의 기울기가 두 점 모두 같다는 점을 이용하여 $x_r$ 을 구하는데 이 값이 실제의 해와 같아질 때까지 이 과정을 반복한다.

$$\frac{f(x_l)}{x_r - x_l} = \frac{f(x_u)}{x_r - x_u} \tag{2.7}$$

$$x_r = x_u - \frac{f(x_u)(x_r - x_u)}{f(x_l) - f(x_u)} \tag{2.8}$$

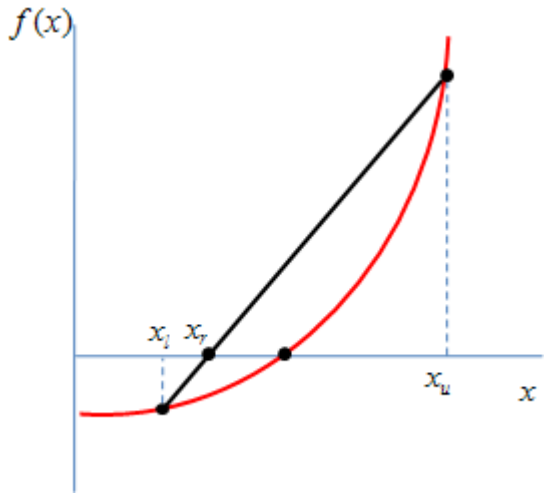



**Figure 2 false position method**

따라서 이러한 과정을 통해 프로펠러 비공동 소음을 계산할 수 있으며 최종적으로 이는 두께소음과 하중소음의 합으로 표현된다.

$$p'_{\text{non–cav}} = p'_{\text{T}} + p'_{\text{L}} \tag{2.9}$$

참고로 유동소음과 관련된 주요 논문의 흐름은 아래 표와 같다.

**Table 1 History of aeroacoustics research**

| | |
|---|---|
| "Lighthill's acoustic analogy" Lighthill | On sound generated aerodynamically, 1.General theory, Proc. Royal Society, A211,1952 |

| | |
|---|---|
| "FW-H equation" Ffowcs Williams /Hawkings | Sound generated by turbulence and surface in arbitrary motion, Philosophical Transactions of Royal Society, A 264, no.1151, 1969, pp.321-342. |
| "Formulation 1" Farassat | Theory of noise generation from moving bodies with an application to helicopter rotors, NASA Technical Report R-451, 1975 |
| "Formulation 1A" Farassat | A review of propeller discrete frequency noise prediction technology with emphasis on two current methods for time domain calculations, 1980, Journal of Sound and Vibration, 71(3), 399-419 |

### 2.1.2. 해석 결과

프로펠러 소음을 해석하기 위해서는 우선 프로펠러 반류를 예측하고 그 예측 값을 바탕으로 프로펠러 회전 시 발생하는 유동장을 계산하여야 한다. 이 때 필요한 유동장의 해석은 패널법을 이용하여 수행하였다. 이 때 사용된 유체의 밀도와 음속은 각각 $1026\text{kg/m}^3$ and 1500m/s 이며 프로펠러 모델은 Figure 3과 같이 DTBM4119 모델을 사용하였다. 사용된 모델은 3개의 날개를 가지고 있으며 rmp은 120이며 전진속도는 1.6m 로 설정해주었으며 이에 따른 전진비는 0.889이다. 이 때 전진비의 식은 식 (2.10)과 같으며 $V_a$ 는 전진속도, $n$ 은 rps, $D$ 는 프로펠러 직경을 나타낸다.

$$J = \frac{V_a}{nD} \tag{2.10}$$

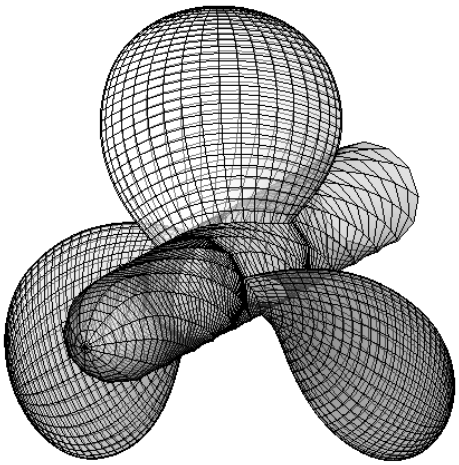
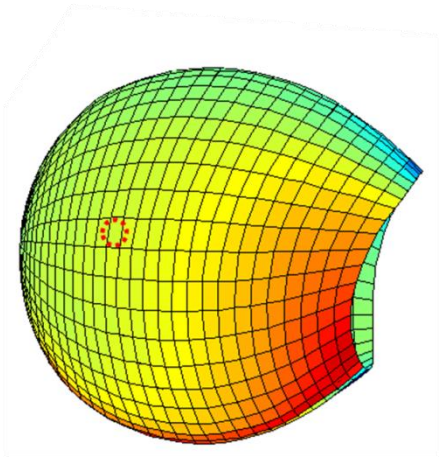
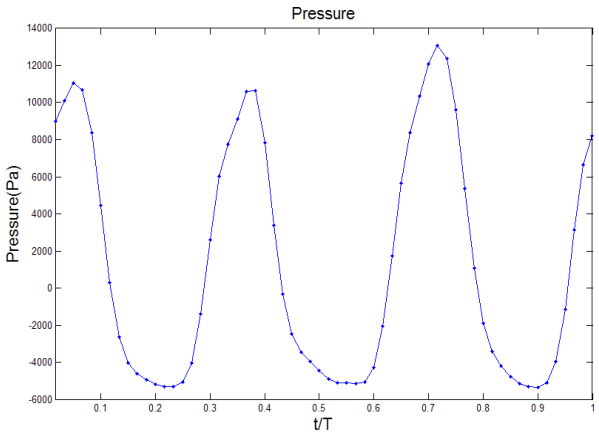


**Figure 3 DTMB4119**

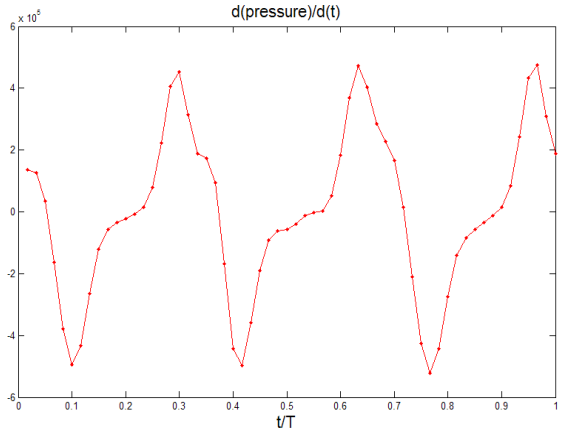
하나의 날개면에 대해 span방향으로 30개 chord 방향으로 20개의 요소로 모델링 하였으며 따라서 총 1200개의 요소가 날개 하나에 존재한다. 비공동 소음의 해석에 필요한 유동해석 결과는 날개면의 압력이 시간에 따라 어떻게 변하는지에 대한 정보이다. 압력값을 구하게 되면 수치적인 방법을 통해 그 미분값을 알 수 있으며 이러한 것들이 하중소음의 소음원으로 입력되게 된다. 두께소음의 경우는 날개의 geometry와 회전운동에 의해 발생하는 소음이므로 유동해석이 필요 없으며 프로펠러의 제원만 알고 있으면 구할 수 있다.



(a) Position of element 621(dotted circle)




(b) Pressure




(c) The derivative of the pressure

**Figure 4 Pressure and pressure derivative of element 621.**

621번 요소의 압력변동 값을 관찰하면 Figure 4와 같다. 621번 요소의 의치는 (a)에 표시된 지점이며 이 요소의 시간에 대한 압력 및 그 미분 값은 (b), (c)와 같이 나타난다. 비공동 소음은 Figure 5와 같이 프로펠러 회전축을 x축으로 두었을 때 YZ평면 상에서 0도에서 90도까지 반시계 방향으로 3개의 지점에서 예측되었는데 프로펠러와 예측 지점까지의 거리는 프로펠러 반지름의 10배로 하였다.

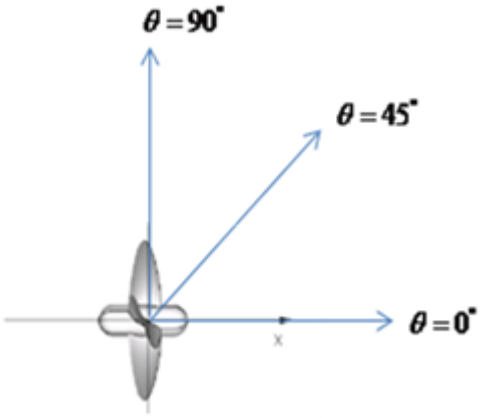
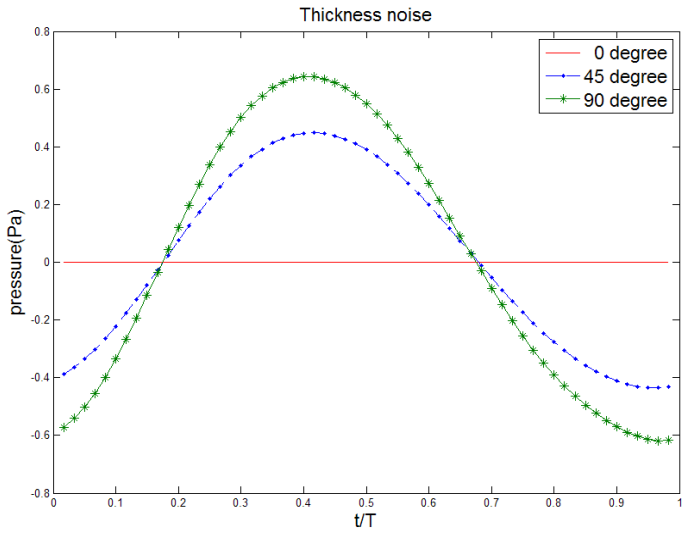
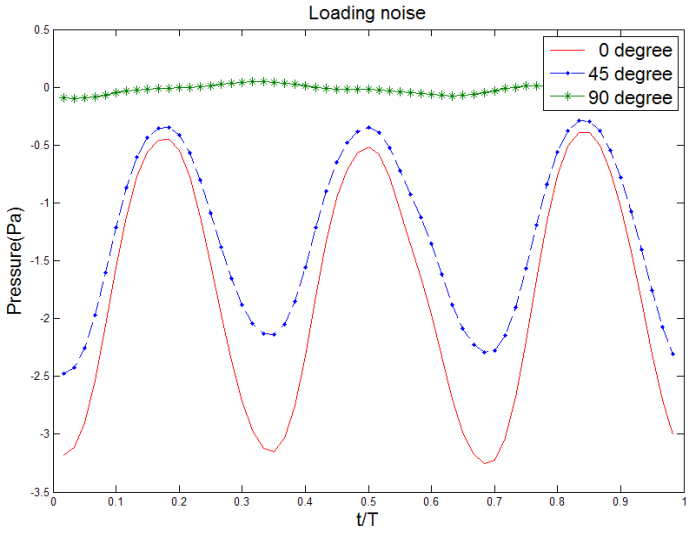



**Figure 5 Observing point angle**

계산된 음압은 다음 Figure 6과 같다. 앞서 언급한 것처럼 두께소음은 수학적으로 모노폴의 형태를 가지고 있다. 완벽한 모노폴의 형태가 되려면 방향성이 없이 모든 각도에서 거의 같은 음압이 방사되어야 하지만 해석결과는 이와는 조금 다른 경향을 보여준다. 실제 두께소음은 날개가 물을 가르면서 발생하는 소음이기 때문에 회전면과 수평 방향에서 가장 큰 소음을 방사하고 회전면과 수직인 방향, 즉 각도상으로 0도인 지점에서는 소음이 거의 감지되지 않는데 이러한 현상은 이미 여러 논문들에서 검증된 결과이다 (Seol, 2001, Testa, 2008).




(a) Thickness noise




(b) Loading noise

**Figure 6 Non cavitation noise (d = 10R, ——: 0 degree, —•—: 45 degree, —*—: 90 degree)**

하중소음은 다이폴로 알려져 있으며 이는 실제 해석결과와 일치한다. 두께 소음과는 반대로 프로펠러 회전면과 수직한 방향으로 가장 큰 소음을 방사하며 회전면 방향으로는 가장 작은 소음을 방사한다. 이러한 경향은 Figure 6 에서도 잘 나타나는데 이는 하중소음의 소음원이 날개면의 압력에 의한 것이기 때문이다. 압력이 변하면서 방생하는 소음이 날개면의 법선방향으로 방사되므로 이러한 방향성이 발생하는 것이다. 두 가지 소음의 크기를 비교해 보면 하중소음이 지배적인 것을 확인할 수 있다. 따라서 비공동 소음은 대부분의 위치에서 하중소음의 크기에 의해 좌우되며 두께소음은 거의 영향을 미치지 못한다.

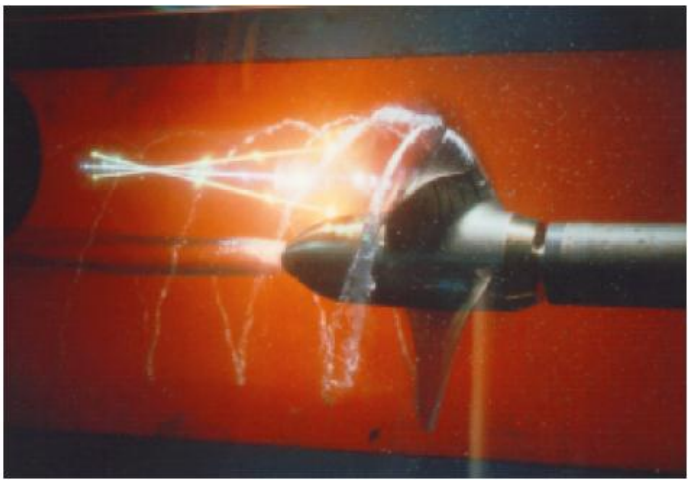
## 2.2. 공동 소음

프로펠러 회전 시에 압력의 급격한 강하로 인해 발생하는 공동현상은 형상 자체를 정확히 예측하기 어려운 면이 있기 때문에 그로 인해 방사되는 공동소음 또한 해석하는데 한계를 가지고 있다. 실제와 같은 조건 하에서 프로펠러 운동을 모사하더라도 예측과 실제 현상은 차이를 가질 수 밖에 없으며 이러한 미세한 차이는 소음을 예측하는 데에는 큰 영향을 미칠 수 있다. 공동에는 여러 가지 종류가 있는데 주로 발생위치와 형태에 따라 분류한다. 예를 들면 날개면에 얇은 공기주머니와 같은 형태로 발생하는 sheet cavitation, 날개면 위에 둥근 형태의 공기방울처럼 생기는 bubble cavitation, 비교적 날개면 뒤쪽에 구름처럼 형성되는 cloud cavitation 그리고 날개 끝 후류에 얇고 긴 띠 형상으로 발생하는 tip vortex cavitation 등이 있으며

Figure 7에 그 특징이 잘 나타나 있다.

(a) Sheet & Bubble cavitation

(b) Cloud cavitation



(c) Tip-vortex cavitation

**Figure 7 The shape of cavitation (Photograph courtesy of S.A Kinnas, MIT's variable pressure water tunnel)**

그 중에서는 sheet cavitation 이 상대적으로 형상을 예측하기가 쉬운 편이고 나머지 종류들은 현재의 해석 정확도로는 충분하지 못한 것으로 알려져 있다. 이는 sheet cavitation 이 날개면에 부착된 형태로 주기성을 가지며 그 부피가 팽창, 수축을 반복하기 때문인데 이러한 특성은 sheet cavitation 을 효과적인 소음원으로 만들어 준다. 그리고 시간에 따른 sheet cavitation 의 부피 변화를 예측하여 그로 인해 발생하는 소음도 예측할 수 있다.

### 2.2.1. 파동방정식의 유도

음향학적으로 소리는 어떤 물리적 영향이나 자극에 의해 평형상태

가 깨져 교란이 생길 때 발생한다 (A.P.Dowling, J.E.Ffowcs, 1983). 평형상태의 유체 내에 단위 부피당 $m$ 의 비율로 질량이 $\beta$ 만큼의 부피를 차지하며 생성된다고 가정하면 새롭게 생성되는 질량에 의해 mass conservation equation이 새롭게 표현될 수 있다.

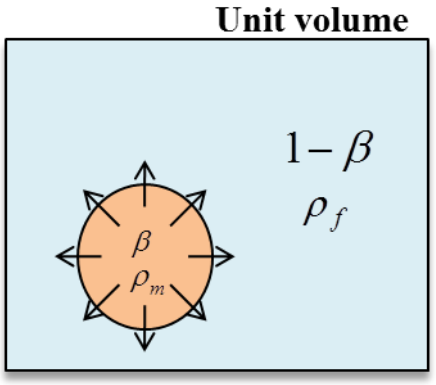



**Figure 8 Mass generation**

교란되기 전의 유체의 밀도를 $\rho_0$ 라고 하면 mass conservation equation은 다음 식과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \mathbf{v} = m \tag{2.11}$$

그리고 모멘텀 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \operatorname{grad} p' = 0 \tag{2.12}$$

이러한 상황에서 유체의 밀도는 평형상태일 때의 밀도와는 다른 값

을 가진다. 새롭게 생성되는 질량에 해당하는 부피 $\beta$는 $\rho_{\mathrm{m}}$의 밀도를 가진다고 하면 나머지 유체의 부피, 즉 단위부피의 $(1-\beta)$에 해당하는 부피가 가지는 밀도는 $\rho_{\mathrm{f}}$로 표현할 수 있고 최종적으로 전체 유체의 밀도는 식 (2.13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\rho = \beta\rho_{\mathrm{m}} + (1-\beta)\rho_{\mathrm{f}} \tag{2.13}$$

또한 질량이 생성되는 속도는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$m = \frac{\partial}{\partial t}(\beta\rho_{\mathrm{m}}) \tag{2.14}$$

그러므로 식 (2.13)은 식 (2.15)와 같이 나타낼 수 있으며 결과적으로 식 (2.16)과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = m + \frac{\partial\rho_f}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t}(\beta\rho_{\mathrm{f}}) = m + \frac{1}{c^2}\frac{\partial p'}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t}(\beta\rho_0) \tag{2.15}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\beta\rho_0) - \frac{\partial m}{\partial t} \tag{2.16}$$

파동방정식은 식 (2.11), (2.12) 그리고 식 (2.16)의 연립을 통해 얻을 수 있으며 다음과 같다.

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \rho_0\frac{\partial^2\beta}{\partial t^2} \tag{2.16}$$

우변의 소스 항을 살펴보면 질량의 크고 작음은 소음의 발생에 영향을 주지 않는 것을 확인할 수 있다. 다시 말하면 유체 내에서 질량이 생성되거나 소멸될 때 소음이 발생하는 경우는 생성되는 질량의 밀도는 중요하지 않으며 그 질량이 차지하는 부피의 시간변화율만이 소음원이 된다는 사실을 알 수 있다. 실제로 생성되는 부피의 가속도 $\partial^2\beta/\partial t^2$는 매우 효과적인 소음원이 되며 이는 모노폴과 같은 형태를 가진다. 그리고 위의 파동방정식의 해는 식 (2.17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$p'(\mathbf{x},t) = \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_V \frac{\beta(\mathbf{y},t-|\mathbf{x}-\mathbf{y}|/c)}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}\mathrm{d}^3\mathbf{y} \qquad (2.17)$$

$\mathbf{x}$는 관찰자의 위치벡터를 의미하고 $\mathbf{y}$는 소음원의 위치벡터를 나타낸다. 위의 물리적 현상을 고려하면 공동소음의 발생 원리와 거의 유사하다는 사실을 알 수 있다. 공동소음도 유체 내에 기포가 발생하거나 소멸될 때, 또는 그 부피가 계속해서 변하는 경우에 발생하는데 이러한 과정은 위에서 설명한 질량생성과정으로 모두 설명 가능하다. 따라서 공동소음의 해석에 위의 파동방정식을 적용하는 것은 타당하다고 할 수 있다.

### 2.2.2. Sheet cavitation noise

$V$를 sheet cavity의 부피로 가정하면 식 (2.17)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p'(\mathbf{x},t) = \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{V(t-r/c)}{4\pi r}\right) \tag{2.18}$$

여기서 $r = |\mathbf{x}-\mathbf{y}|$. 만약 캐비티가 움직이지 않고 같은 지점에서 부피변화만 하는 상태라면 단순히 그 부피 변화량만이 소음원이 된다. 하지만 실제 작동 환경하에서 프로펠러는 끊임없이 움직이고 있고 따라서 캐비티도 같이 회전운동을 하면서 부피변화가 계속해서 생기는 상태이다. 그러므로 그 운동의 영향도 고려를 해주어야 정확한 해석이 가능하다. 결과적으로 도플러 효과가 고려되어야 하며 이러한 영향을 고려한 해는 다음과 같다.

$$p'(r,t) = \frac{\rho \ddot{V}_{\mathrm{b}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{4\pi r(1-M_{\mathrm{r}})} \tag{2.19}$$

이 식은 bubble dynamics 분야에서 오래 전부터 사용되어 온 식으로 버블의 운동에 의한 도플러 효과는 $(1-M_{\mathrm{r}})$에 의해 반영되어 있지만 근접장의 효과는 고려하지 못한다. 여기서 $r = |\mathbf{x}-\mathbf{y}|$, $V_{\mathrm{b}}$은 버블의 부피, $M_{\mathrm{r}}$은 relative Mach 수를 의미한다. 따라서 본 연구에서는 근접장과 원거리장에 관한 표현을 포함하면서 도플러 효과를 고려하는 새로운 해를 유도해 보았다. 식 (2.18)을 전개하기 위해서는 몇 가지 관계식이 필요한데, 첫 번째는 관찰자 시간에 대한 미분을 지연시간, 즉 retard time에 대한 미분으로 바꿔주는 것이다. 이를 위해서는 $\partial\tau/\partial t$ 의 관계를 알아내어 Chain rule을 사용하여야 한다.

$\tau - t + r/c = 0$ 라고 하고 이 식을 관찰자 시간 $t$ 에 대해 미분하면 다음과 같고 최종적으로 식 (2.21)과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial\tau}{\partial t}\right) - 1 + \frac{1}{c}\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right) &= \left(\frac{\partial\tau}{\partial t}\right) - 1 + \frac{1}{c}\left(\frac{\partial r}{\partial\tau}\right)\left(\frac{\partial\tau}{\partial t}\right) \\ &= \left(\frac{\partial\tau}{\partial t}\right) - 1 - M_r\left(\frac{\partial\tau}{\partial t}\right) \\ &= (1 - M_r)\left(\frac{\partial\tau}{\partial t}\right) - 1 \\ &= 0\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\frac{\partial\tau}{\partial t} = \frac{1}{1 - M_{\mathrm{r}}} \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial r}{\partial\tau} = -\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{v} = -v_{\mathrm{r}} \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial\hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{i}}}{\partial\tau} = \frac{\hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{i}}\mathbf{v}_{\mathbf{r}} - \mathbf{v}_{\mathbf{i}}}{r} \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial M_{\mathrm{r}}}{\partial\tau} = \frac{1}{cr}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}\dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}} + \mathbf{v}_{\mathbf{r}}{}^{2} - \mathbf{v}^{2}) = \hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{i}}\dot{\mathbf{M}}_{\mathbf{i}} + \frac{c(M_{\mathrm{r}}{}^{2} - M^{2})}{r} \tag{2.24}$$

여기서 $\tau$ 는 비공동 소음해석에서와 마찬가지로 retard time을 의미하며 iterative method를 이용하여 계산한다. 그리고 $\mathbf{v}$ 는 소스의 속도, $\hat{\mathbf{r}}$ 은 단위위치벡터를 나타낸다. 그러므로 식 (2.18)은 아래 식 (2.25)와 같이 전개되며 공동의 부피는 그 변화율보다 아주 작다는 가정을 사용하면 최종적으로 식 (2.26)과 같은 공동소음의 해를 구할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
p'(\mathbf{x},t) &= \frac{\rho_0}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\dot{V}(\tau)}{r(1-M_r)^2}+\frac{V(\tau)\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}}{r(1-M_r)^3}+\frac{V(\tau)c(M_r-M^2)}{r^2(1-M_r)^3}\right) \\
&= \frac{\rho_0}{4\pi}\left(\begin{array}{l}
\dfrac{\rho_0\ddot{V}(\tau)}{r(1-M_r)^3}+\dfrac{3\rho_0\dot{V}(\tau)\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}+\rho_0 V(\tau)\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\ddot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}}{r(1-M_r)^4} \\
+\dfrac{3\rho_0 V(\tau)(\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i})^2}{r(1-M_r)^5}+\dfrac{\rho_0 c_0\dot{V}(\tau)(M_r{}^2-3M^2+2M_r)}{r^2(1-M_r)^4} \\
+\dfrac{\rho_0 c_0 V(\tau)(\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}-2M\dot{M}-\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}\mathbf{M}_\mathbf{i})}{r^2(1-M_r)^4} \\
+\dfrac{\rho_0 c_0 V(\tau)\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}(5M_r-6M^2-M_r{}^2)}{r^2(1-M_r)^5} \\
+\dfrac{\rho_0 c_0{}^2 V(\tau)\{3M_r{}^2-M^2(1+2M_r)\}}{r^3(1-M_r)^4} \\
+\dfrac{3\rho_0 c_0{}^2 V(\tau)(M_r-M^2)(M_r{}^2-M^2)}{r^3(1-M_r)^5}
\end{array}\right)
\end{aligned}
\tag{2.25}
$$

$$
p'(\mathbf{x},t) = \frac{\rho_0}{4\pi}\left(\frac{\rho_0\ddot{V}(\tau)}{r(1-M_r)^3}+\frac{3\rho_0\dot{V}(\tau)\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}}{r(1-M_r)^4}+\frac{\rho_0 c_0\dot{V}(\tau)(M_r{}^2-3M^2+2M_r)}{r^2(1-M_r)^4}\right)
\tag{2.26}
$$

위 식에서 $(1-M_r)$ 은 도플러 효과를 반영하고 있으며 우변의 두 번째 항까지는 원거리장에 관한 항이며 마지막 항은 근접장에 대한 항으로써 이 둘에 대한 표현이 잘 구분되어 표현되는 것을 확인 할 수 있다.

위의 식 (2.26)에서 주요 소음원이 되는 것은 공동의 부피 변화율이다. 부피자체의 크기보다는 그 변화의 기울기가 더 중요하다는 의미인데 물론 부피의 절대적인 크기가 크면 그 변화율의 크기도 함께 커지므로 완전히 무관하다고는 할 수 없으나 비슷한 부피라면 얼마나 시간에 민감하게 변화하느냐가 더 중요하다고 할 수 있다. 따라서 프로펠러 설계 시에 이러한 사실을 염두에 두고 최대한 안정적인 공동 형상을 가지도록 하는 것도 공동소음 저감에 도움이 될 수 있다. 이러한 사실은 hydro foil을 이용한 해석을 통해 간단히 확인할 수 있다.

### 2.2.3. 해석 결과

#### 2.2.3.1. Hydrofoil 의 공동 소음

공동소음 해석을 위하여 CFD 기법을 이용하여 hydrofoil 을 해석하였다. 비정상 unsteady $k-\varepsilon$ turbulent model 을 이용하여 NACA0015 모델의 sheet cavitation 을 구하였고 이를 식 (3.26)에 적용하여 최종 음압을 계산하였다. 해석은 받음각(AOA, Angle Of Attack)을 달리하여 두 가지 경우에 대하여 이루어졌고 해석 영역과 grid 는 Figure 9 와 같다.

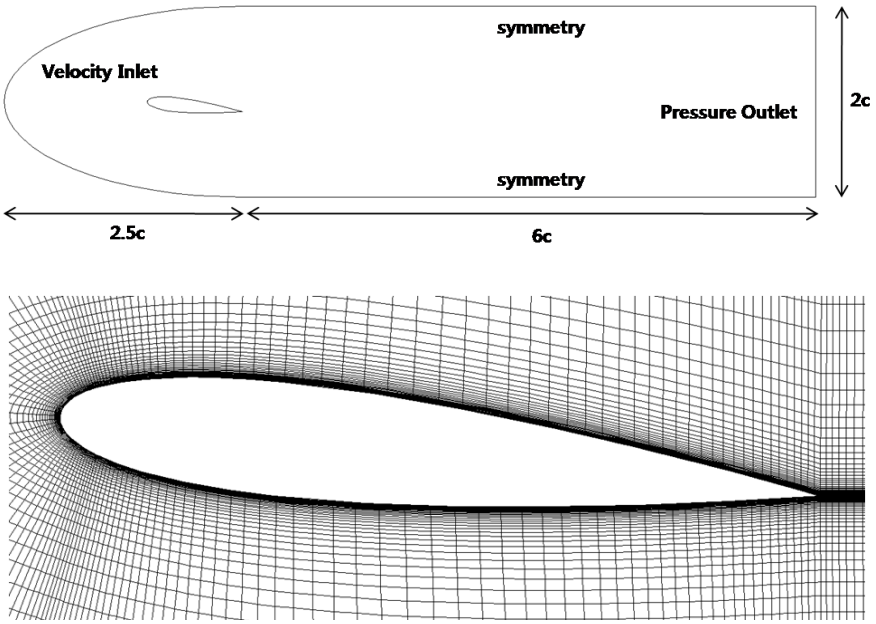



**Figure 9 Geometry of domain and grid (2D model)**

해석영역의 정보는 2001 년에 발표된 Berntsen 의 논문을 참조하였으며 (Berntsen, Kjeldsen and Arndt, 2001) 이는 미국 Minneapolis 에 있는 Saint Anthony Falls Laboratory (SAFL)의 high speed water tunnel 과 유사하다. Hydrofoil 의 chord length 는 100mm 이다. 또 trailing edge 를 기준으로 upstream 방향으로 chord length 의 2.5 배, downstream 방향으로 chord length 의 6 배로 하였으며 foil 의 아래와 위의 영역은 chord length 의 1 배만큼 설정하였다. 그리고 Grid 는 15,600 개의 cell 을 가지는 C-grid type 으로 $y+ < 1$ 을 만족한다.

해석에 적용된 경계조건과 수치기법은 Table 2-3 과 같다.

Table 2 Boundary conditions

| | |
|---|---|
| **Inlet** | **constant velocity profile(1m/s)**<br>**(Reynolds number 1.0E5 base on chord length)** |
| **Upper and lower boundaries** | **symmetry** |
| **Outlet** | **constant pressure** |
| **Hydrofoil** | **no-slip wall boundary condition** |

Table 3 Numerical Method

| | |
|---|---|
| **Solver** | **Reynolds Average Navier-Stokes Equation (RANSE)** |
| **pressure-velocity coupling equation** | **SIMPLE algorithm** |
| **momentum and Volume of Fluid equations** | **QUICK scheme**<br>**(second order accuracy)** |
| **Turbulent Kinetic Energy equation** | **second order upwind scheme** |
| **cavitation model** | **Schnerr-Sauer** |
| **time step size** | **0.001s** |
| **Water vaporization pressure** | **3540** |
| **bubble number density** | **1.0E13** |
| **cavitation numbers** | **1.5 at the 8 degree**<br>**1.3 at 6 degree of angle of attack** |

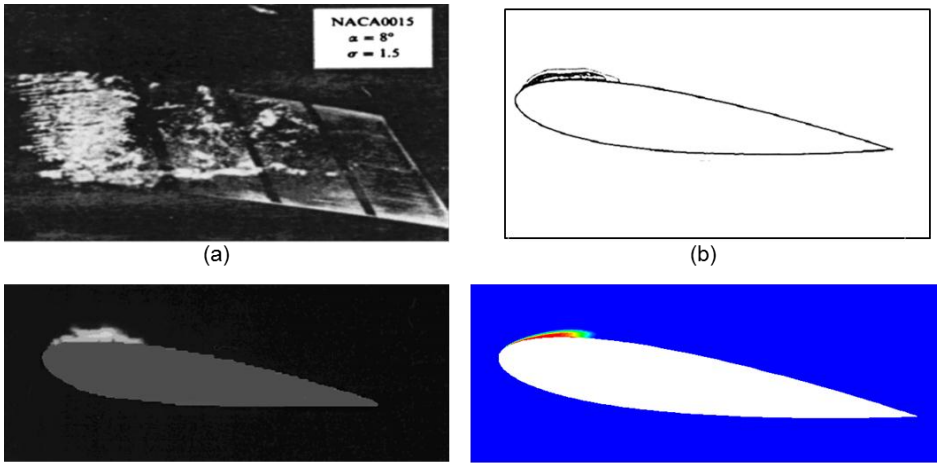



**Figure 10 Comparison of sheet-type cavitation appearance on NACA0015 hydrofoil, (a) Experimental observation; (b) Kubota's model result (1992); (c) Wang et al (2006); (d) this research (AOA: 8 degree)**

Figure 10은 본 연구에서 예측한 sheet cavitation의 형상과 기존 실험 또는 논문의 결과와의 비교를 보여준다. Hydrofoil의 leading edge부분에서 sheet cavitation이 발생하며 그 형상도 서로 유사한 것을 확인할 수 있다. Sheet cavitation의 부피는 매시간 변화하는데 이는 Figure 11-12에서와 같고 이러한 부피의 변화가 바로 소리를 만들어 낸다.

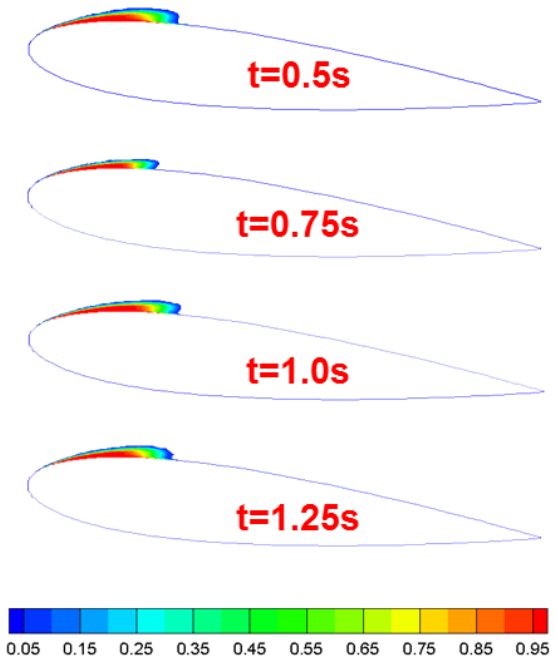



**Figure 11 Contour of water vapor fraction (cavitation number: 1.3, AOA: 6deg)**

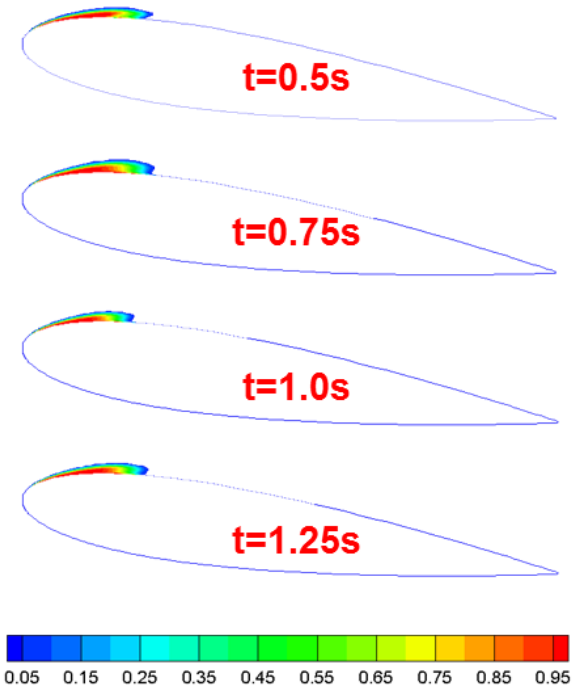



**Figure 12 Contour of water vapor fraction (cavitation number: 1.3, AOA: 6deg)**

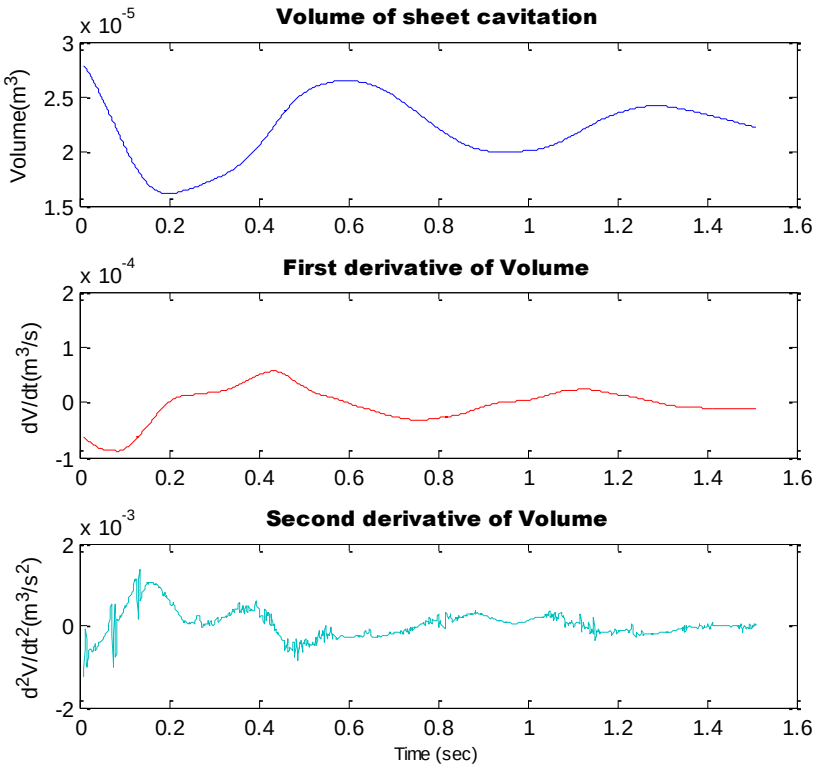



**Figure 13 Volume data (cavitation number: 1.3, AOA: 6deg)**

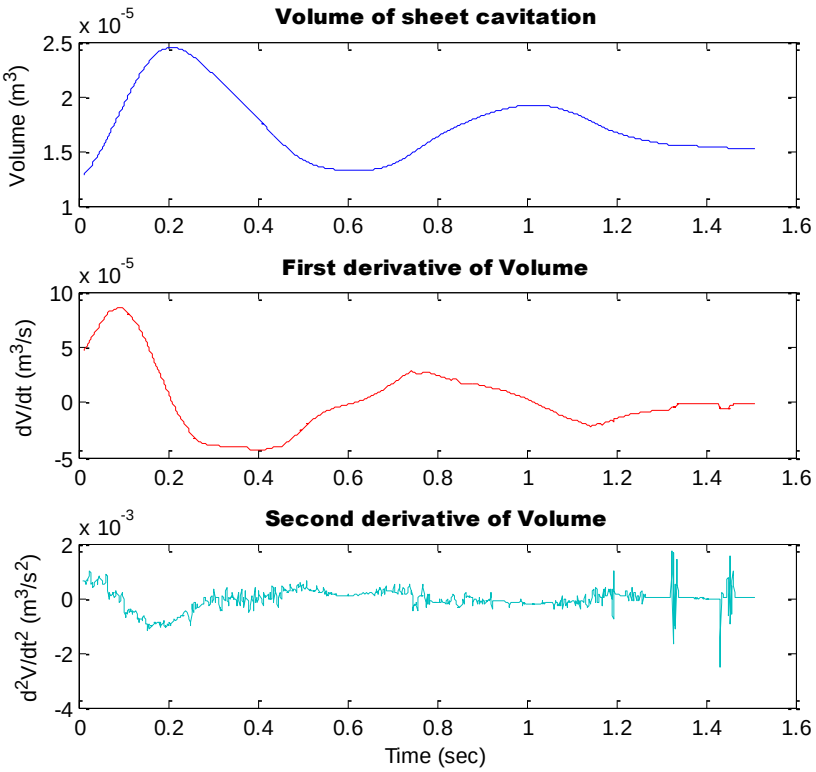
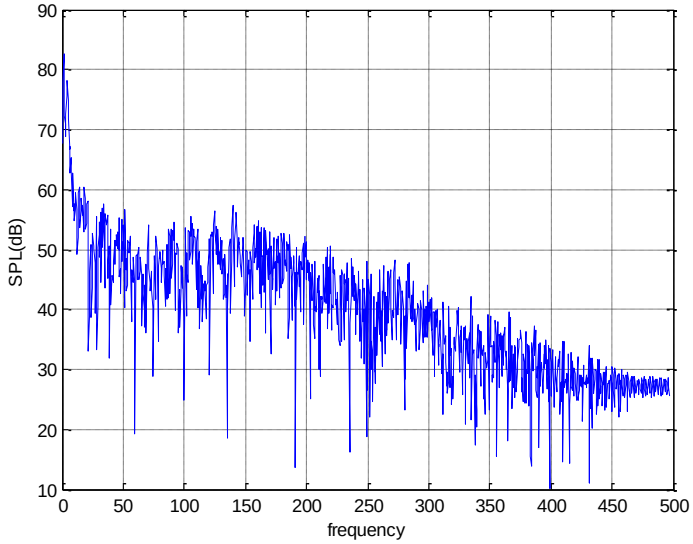
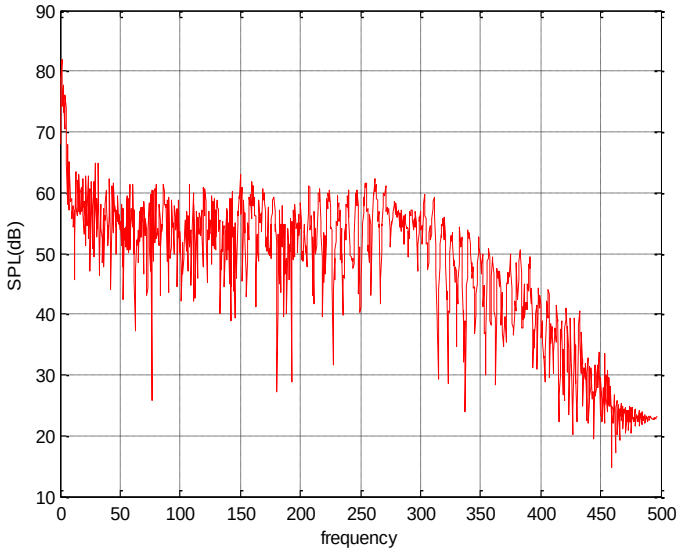



**Figure 14 Volume data (cavitation number: 1.5, AOA: 8deg)**




(a) AOA: 6 deg




(b) AOA: 8 deg

**Figure 15 Sound pressure level spectrum of sheet cavitation**

Figure 13-14는 1.5초간의 부피변화와 그 시간변화율을 나타낸 그래프인데 살펴보면 받음각이 6도일 때가 부피의 크기가 더 크지만 8도일 때 시간에 따른 변동이 더 심한 것을 알 수 있다. 그리고 소음 발생 결과도 Figure 15에서 보는 바와 같이 받음각이 8도일 때가 더 큰 것을 확인 할 수 있다. 따라서 앞서 언급한 바와 같이 소리의 발생에는 부피의 절대적인 크기보다는 시간에 따른 변동이 더 기여도가 크다고 말할 수 있다. 그리고 아직 CFD를 이용하여 hydrofoil의 sheet cavitation 기인 소음을 예측해 봄으로써 아직은 초기단계인 CFD를 이용한 프로펠러 공동소음 해석의 가능성을 살펴 보았다.

#### 2.2.3.2. 프로펠러의 공동 소음

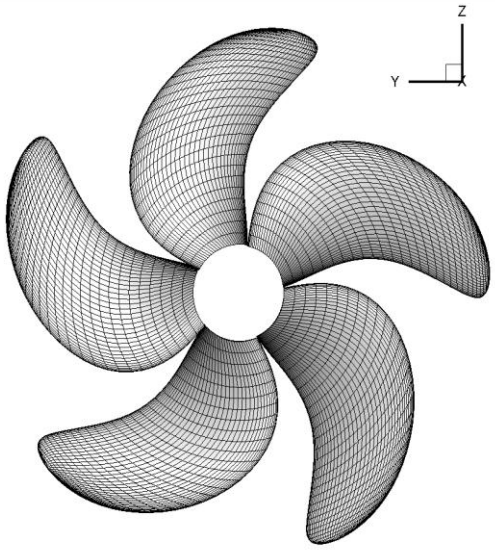



**Figure 16 kp 530**

공동소음을 해석하기 위하여 kp530 모델을 사용하였으며 Figure 16에서 보는 바와 같다. rpm은 120, 전진 속도는 1.28m/s이며 전진비는 0.8을 사용하였다. 날개면의 요소는 span 방향으로 30개, chord 방향으로 40개의 요소가 있으며 프로펠러 날개 하나에는 총 2400개의 요소가 모델링 되었다. 공동소음의 해석을 위해서는 유동해석 시에 프로펠러 날개면에 형성되는 공동의 형상과 부피가 구해져야 한다. 공동의 형상이 계산된 예는 Figure 17과 같으며 프로펠러 허브로부터 0.93R의 거리만큼 떨어진 지점의 chord 방향으로의 공동의 높이 변화는 Figure 18에서 확인 할 수 있다. 공동의 면적과 높이를 알면 그 부피를 구할 수 있으며 그림에서 보는 바와 같이 매 시간마다 그 부피가 계속 변화하고 있는 것을 확인할 수 있다.

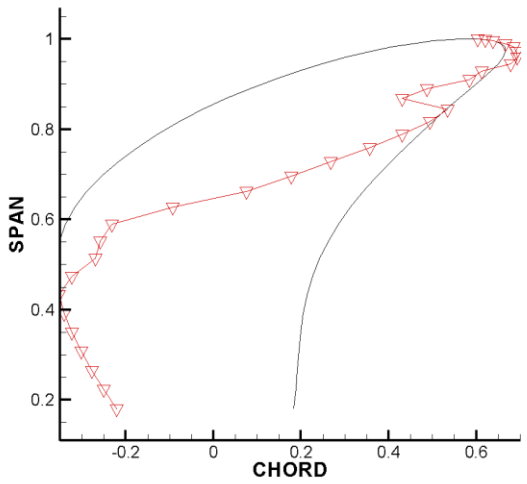



**Figure 17 Example of the shape of sheet cavitation**

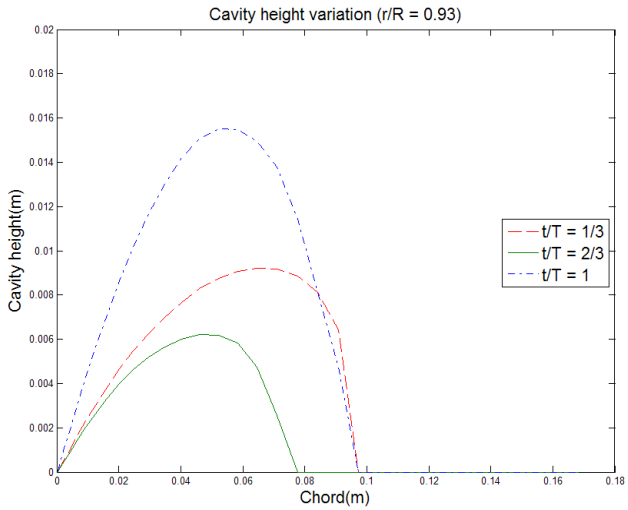
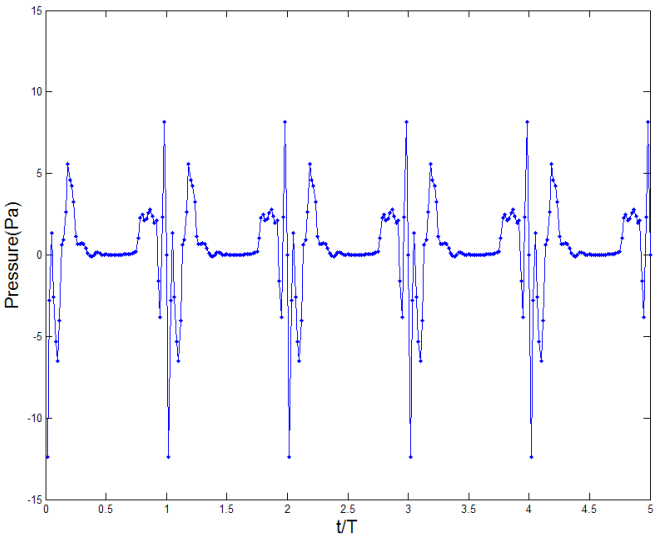
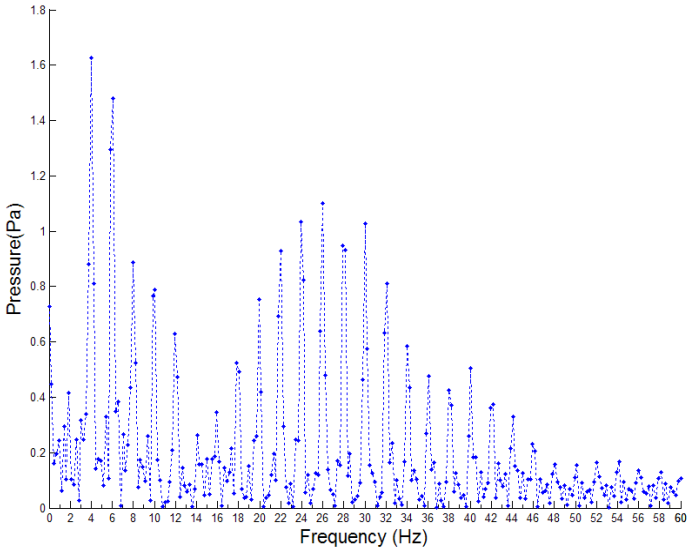



**Figure 18 Cavity height at r/R=0.93**

이러한 부피의 변화가 바로 공동소음의 주된 원인이 되며 Figure 19는 sheet cavitation 소음의 해석 결과이다. 계산 지점은 프로펠러 축과 반시계 방향으로 90도를 이루며 프로펠러 반지름의 10배가 되는 거리에 있는 지점을 이용하였다. (a)는 시간에 대한 음압 변화를 나타내며 (b)는 FFT를 거친 주파수 영역에서의 결과이다. 주파수 특성을 살펴보면 BPF(Blade Passage Frequency)의 배수가 되는 주파수에서 큰 값을 가지는 것을 확인할 수 있으며 이는 프로펠러 회전에 의해 가지는 공동소음의 주기성에 대해 설명해 주고 있다. 공동소음은 일반적으로 방향성이 없는 모노폴 형태의 소음원으로 알려져 있으며 실제 해석 결과도 그러한 이론을 뒷받침해주고 있다. 본 보고서에서 사용하고 있는 공동소음 기법의 유효성 확인을 위해서 KFWH식과의 비교를 수행해 보았으며 이는 figure 20과 같다.




(a) Time history




(b) Noise spectra

**Figure 19 Sheet cavitation noise**

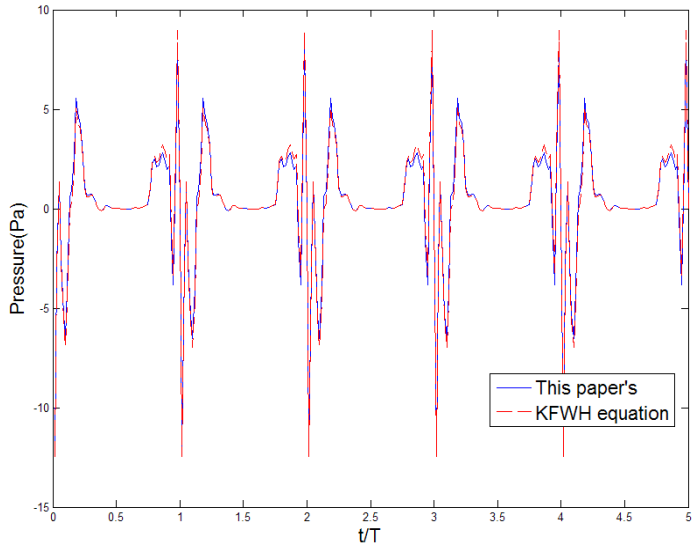



**Figure 20 Comparison with KFWH equation**

위의 그림에서 보는 바와 같이 KFWH 식과 거의 같은 수준의 결과를 보여주고 있으며 공동소음 해석에 사용되기에 적합한 식이라고 할 수 있다. 참고로 KFWH 식은 아래 식과 같다.

$$p'(x,t) = -\rho_0 \int_S \left[ \frac{\mathrm{d}h_c}{\mathrm{d}t} \mathbf{u}^+ \cdot \nabla \hat{G} + \frac{\mathrm{d}^2 h_c}{\mathrm{d}t^2} (1 - \mathbf{u}^+ \cdot \nabla\theta) \cdot \nabla \hat{G} - \frac{\mathrm{d}h_c}{\mathrm{d}t} (\dot{\mathbf{u}}^+) \cdot \nabla\theta \right]_\vartheta \mathrm{d}S \tag{2.27}$$

여기서 $h_c$는 캐비티의 높이를 의미하고 $\mathbf{u}^+ = \mathbf{u} + \mathbf{v}$, $\mathbf{u}$는 유체의 속도, $\mathbf{v}$는 움직이는 표면의 속도, 그리고 $\theta = r/c$를 나타낸다.

# 3. 산란을 고려한 프로펠러소음 해석

프로펠러가 구동하는 실제 환경은 주변에 많은 면(surface)들이 존재하고 이들은 소리를 반사시키거나 경로를 변하게 한다. 이와 같이 소리가 전파되다가 어떤 물체의 영향으로 그 크기나 진행 경로가 변경되는 현상을 일반적으로 산란(scattering)이라고 부르며 이러한 영향을 미치는 물체를 산란체(scatterer)라고 한다. 그러므로 프로펠러 소음을 해석할 때에도 이러한 주변 산란체들의 영향을 고려해 주어야 보다 실제와 유사한 해석 결과를 기대할 수 있다. 따라서 본 장에서는 산란의 효과를 고려한 시간영역 프로펠러 소음 해석법을 개발하였다.

## 3.1. 산란을 고려한 음향상사법

비공동 소음과 공동소음을 모두 고려했을 때 프로펠러 소음은 식 (3.1)과 같이 두께소음, 하중 소음 그리고 공동소음의 합으로 표현할 수 있다.

$$P'_{Total_1}(x,t) = p'_{\mathrm{T}}(x,t) + p'_{\mathrm{L}}(x,t) + p'_{\mathrm{Cav}}(x,t) \tag{3.1}$$

$$P'_{Total_2}(x,t) = p'_{\mathrm{T}}(x,t) + p'_{\mathrm{L}}(x,t) + p'_{\mathrm{Cav}}(x,t) + p'_{\mathrm{Scatt}}(x,t) \tag{3.2}$$

$$p'_{\mathrm{Scatt}}(x,t) = \int_{f=0} G_{\mathrm{T_S}}\,\mathrm{d}S_S + \int_{f=0} G_{\mathrm{L_S}}\,\mathrm{d}S_S \tag{3.3}$$

앞서 언급한 바와 같이 실제 환경 하의 음압은 산란에 의한 음압도 포함 되어야 하며 식 (3.2)와 같이 표현할 수 있다. $p'_{\mathrm{Scatt}}$ 은 산란음장을 표현하고 이는 소리의 발생 원리에 따라 비공동 소음으로 구분할 수 있다. 따라서 산란에 의한 음압도 산란체의 진동이나 운동에 의해 발생하는 두께소음과 표면의 압력변화에 의해 나타나는 하중 소음으로 나누어 생각할 수 있고 식으로 표현하면 식 (3.3)과 같다. $G_{\mathrm{T_S}}$ 는 산란체의 두께소음, $G_{\mathrm{L_S}}$ 은 하중소음의 적분항을 각각 의미한다. 프로펠러에서 발생하는 소음을 $\Psi$ 라고 표현하면 식 (3.2)는 아래 식과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$P'_{Total}(x,t) = \Psi(x,t) + \int_{f=0} G_{\mathrm{T_S}}\,\mathrm{d}S_S + \int_{f=0} G_{\mathrm{L_S}}\,\mathrm{d}S_S \tag{3.4}$$

$G_{\mathrm{T_S}}$ 는 미리 주어지는 속도 경계조건을 통해 구할 수 있으며 일반적으로 정지상태의 강체라고 가정하면 이것의 값은 0이 된다. 혹은 유한요소법과의 연성을 통해 음압에 의해 발생하는 속도를 계산할 수 있으나 자세한 내용은 뒤에서 다루도록 한다. 그러나 산란체 표면에서의 압력은 주어지지 않으므로 미지수라고 생각하면 식 (3.4)의 미지수는 관찰점에서의 압력과 산란체 표면의 압력, 두 개가 되는데 이는 식의 수보다 미지수의 수가 더 많은 불능

상태가 된다. 그러므로 관찰점을 산란체의 표면으로 가져가야 미지수를 줄일 수 있고 해를 구할 수 있다. 하지만 이런 계산의 경우 관찰점과 소스점이 일치할 때, 즉 소스와 관찰점간의 거리가 0이 될 때 singularity 문제가 발생하는데 이를 해결하기 위해 특이점과 특이점 외의 영역을 구분하여 계산하면 식 (3.4)는 다음 식 (3.5)와 같이 쓸 수 있다.

$$
\begin{aligned}
p'(x,t) = \Psi &+ \int_{S_{scatt}-S_\varepsilon} G_{T_{scatt}}\, dS_{scatt} + \int_{S_\varepsilon} G_{T_{scatt}}\, dS_{scatt} \\
&+ \int_{S_{scatt}-S_\varepsilon} \frac{1}{4\pi r}\left[\frac{\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}\cos\theta}{c(1-M_r)^3}\,p' + \frac{\cos\theta}{c(1-M_r)^2}\,\dot{p}'\right]_{ret} dS_{scatt} \\
&+ \int_{S_{scatt}-S_\varepsilon} \frac{1}{4\pi r^2}\left[\left(\frac{(\cos\theta - \mathbf{M}_\mathbf{i}\mathbf{n}_\mathbf{i})}{(1-M_r)^3} + \frac{(M_r - M^2)\cos\theta}{(1-M_r)^3}\right)p'\right]_{ret} dS_{scatt} \\
&+ \int_{S_\varepsilon} \frac{1}{4\pi r}\left[\frac{\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}\cos\theta}{c(1-M_r)^3}\,p' + \frac{\cos\theta}{c(1-M_r)^2}\,\dot{p}'\right]_{ret} dS_{scatt} \\
&+ \int_{S_\varepsilon} \frac{1}{4\pi r^2}\left[\left(\frac{(\cos\theta - M_i n_i)}{(1-M_r)^3} + \frac{(M_r - M^2)\cos\theta}{(1-M_r)^3}\right)p'\right]_{ret} dS_{scatt}
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

특이점에서의 값은 Cauchy's principle value를 사용하여 계산할 수 있고 m개의 요소에 대해 n번의 시간간격으로 계산하는 경우 다음 행렬식으로 표현 가능하다.

$$
[p]_{m\times n} = [\Psi]_{m\times n} + \left[p_{T_{scatt}}\right]_{m\times n} + [G]_{m\times m}[p]_{m\times n} + [F]_{m\times m}[\dot{p}]_{m\times n} + \lambda[p]_{m\times n} \tag{3.6}
$$

$p_{T_{scatt}}$ 는 산란체의 두께소음을 의미하며 경계조건에 해당한다. 또 $\lambda = 0.5(1/(1-M_n)^2 + (M_n - M^2)/(1-M_n)^3)$ 로 나타낼 수 있다.

그러나 실제로 하중소음의 식에는 음압과 음압의 시간미분 항의 두 가지 미지수가 있으므로 아직 두 개의 미지수를 가진 식이다. 이를 해결하기 위해서는 시간미분 항을 음압으로 표현할 수 있는 방법이 필요하다.

## 3.2. 산란체 표면의 압력

산란체 표면의 압력을 계산하는 방법은 크게 세 가지를 생각해 볼 수 있다. 먼저 유한 차분법(finite difference method)을 이용하여 시간미분 항을 음압으로 표현하는 방법이다. 이는 비교적 쉬운 식 전개 방법일 수 있으나 이 경우 시간간격의 크기에 따라 값이 달라질 수 있다. 일반적인 경우는 시간간격에 따라 그 값이 달라지지 않지만 본 논문에 사용된 프로펠러 소음 계산식은 원거리장과 근거리장이 구분되어 계산되고 있고 singularity 값은 원거리장의 식에서 나온다. 하지만 시간미분항은 근거리장 식에만 포함되어 있어 시간간격이 변하면 전체 행렬에 영향을 주는 것이 아니라 singularity 값인 대각성분은 그대로이고 나머지 부분의 값만 변하게 되어 행렬 자체가 시간간격에 따라 달라지게 된다. 따라서 정확한 계산을 수행하기가 어렵다. 그리고 두 번째 방법으로는 반복법(iteration method)을 사용할 수 있으며 식(3.6)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$[p]_{m\times n}^{h+1} = [\Psi]_{m\times n}^{h} + \left[p_{T_{scatt}}\right]_{m\times n}^{h} + [G]_{m\times m}[p]_{m\times n}^{h} + [F]_{m\times m}[\dot{p}]_{m\times n}^{h} + \lambda[p]_{m\times n}^{h} \quad (3.7)$$

여기서 $h$는 반복 횟수를 의미한다. 위의 행렬식은 $t=0$일 때 음압을 임의의 초기값으로 설정해주고 (주로 0) n번의 횟수만큼 계산을 수행해 나가며 한번의 시간간격에 대해 수렴 값을 구할 때까지 반복계산을 각각 수행해 주어야 한다. 주어진 프로펠러기인 소음과 산란체의 두께소음 값을 을 이용하여 대부분의 경우 성공적으로 수렴 값을 구할 수 있지만 행렬 $G$나 $F$가 'ill conditioned'이거나 고유치(Eigen value)가 1보다 큰 경우 반복법은 수렴하지 않는 경우도 생긴다 (Chapra, Canale, 2002). 그러므로 이 경우는 모델링에 따라 다른 값을 줄 수 있는 위험이 있다.

마지막으로 소리의 선형성을 이용하여 프로펠러 기인 소음을 여러 개의 주파수 신호의 합으로 생각하여 계산하는 방법이 있다. 실제로 프로펠러 소음은 여러 개의 주파수 신호로 이루어져 있으며 대표적인 주파수 몇 개로 전체 신호를 표현할 수 있다. 일반적으로 시간영역 해석은 여러 개의 주파수를 동시에 해석할 수 있는 장점이 있는 반면 앞에서 언급한 것과 같이 미분값이나 지연시간에 대한 계산 등을 간단히 표현할 수 없다. 주파수 영역의 계산은 음압과 그 미분의 관계를 쉽게 표현할 수 있고 지연시간에 대한 계산도 간략히 나타낼 수 있다. 각각을 수식으로 표현하면 아래 식과 같다.

$$\dot{p}(x,t) = j\omega p(x,t) \quad (3.8)$$

$$
\begin{aligned}
p(x,\tau) &= p(x,t-r/c) \\
&= p(x,t)\exp(-jkr)
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

여기서 $k$ 는 파수(wave number)를 의미한다. 하지만 주파수 영역에 대한 해석은 시간영역에 비해 프로펠러의 회전에 대한 영향을 효과적으로 표현하기가 쉽지 않다. 그러므로 계산 정확도의 일관성, 편리함을 위하여 산란체의 표면 압력을 계산할 때는 주파수 영역의 해석 방법을 이용하였지만 전체적인 계산은 시간영역의 해석과정을 유지하는 hybrid 방법을 사용하였다. 다시 말하면, 프로펠러에서 나오는 신호를 FFT를 이용하여 유한개의 신호로 분리하여 주요 성분에 대해 산란체의 표면 압력을 계산하였다. 이렇게 얻어진 표면 압력은 다시 시간영역에서 하나의 신호로 재조합 되어 식 (3.4)를 이용하여 관찰지점에서 음압을 계산하는데 사용된다. 이러한 계산 과정을 그림으로 표현하면 Figure 21과 같다.

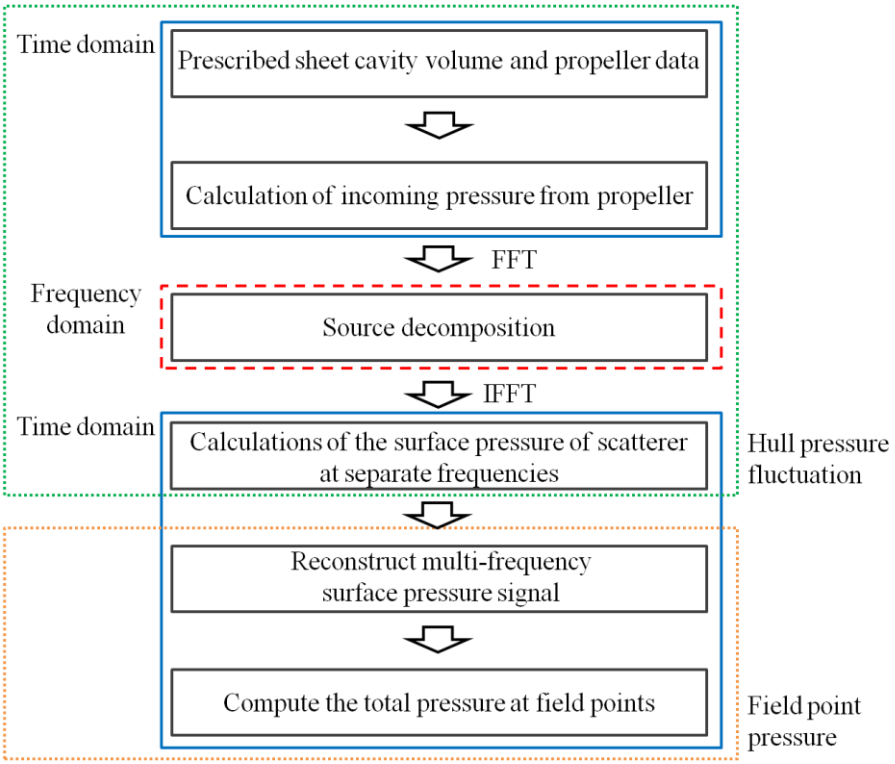



**Figure 21 The flow chart of the hybrid method of time domain acoustic analogy**

그러므로 프로펠러에서 기인한 음압 $\Psi$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Psi(x,t) = \sum_{i=1}^{l} \Psi_i(x,k_i,t) = \sum_{i=1}^{l} \Psi_i(x,k_i)\exp(j\omega_i t) \qquad (3.10)$$

여기서 $l$은 신호를 구성하는데 사용할 주파수의 개수를 의미하며 이를 이용하여 최종적으로 산란체 표면의 압력을 구하면 식 (3.11)과 같이 쓸 수 있다.

$$\left[p(x,t)\right]_{m\times n} = \sum_{i=1}^{l} \left(\left[G'\right]_{m\times m} + \left[F'\right]_{m\times m} + \lambda\left[I\right]_{m\times m} - \left[I\right]_{m\times m}\right)^{-1} \left(-\left[\Psi(x,k_i,t)\right]_{m\times n} - \left[p_{T_{scatt}}(x,k_i,t)\right]_{m\times n}\right) \tag{3.11}$$

이 때,

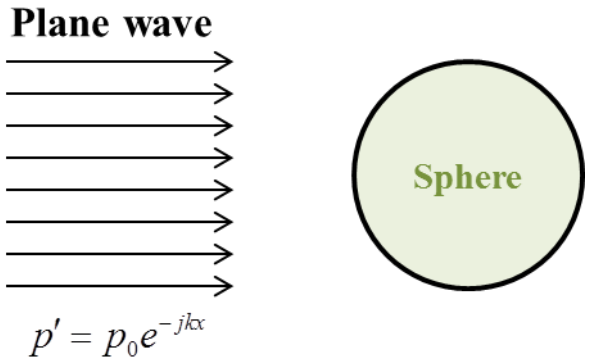
$$G'(a,b) = \int_{S_{scatt}-S_\varepsilon} \left[ \frac{1}{4\pi r} \frac{\hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i}\dot{\mathbf{M}}_\mathbf{i}\cos\theta}{c(1-M_r)^3} + \frac{1}{4\pi r^2}\left( \frac{(\cos\theta - \mathbf{M}_\mathbf{i}\mathbf{n}_\mathbf{i})}{(1-M_r)^3} + \frac{(M_r - M^2)\cos\theta}{(1-M_r)^3} \right) \right] \exp(-jkr)\, dS_{scatt} \tag{3.12}$$

$$F'(a,b) = \int_{S_{scatt}-S_\varepsilon} j\omega \left[ \frac{1}{4\pi r} \frac{\cos\theta}{c(1-M_r)^2} \right] \exp(-jkr)\, dS_{scatt} \tag{3.13}$$

여기서 행렬 $G', F'$ 의 성분은 식 (3.12)와 (3.13)으로 각각 계산되며 관찰지점으로서의 $a$ 번째 요소와 산란체의 경계로서의 $b$ 번째 요소의 값을 이용하여 구한다.

## 3.3. 관찰점에서의 압력

앞 절에서 살펴본 바와 같이 관찰지점에서의 음압은 본래 소스역할을 하는 프로펠러 기인 음압과 산란에 의해 발생하는 음압의 합으로 표현할 수 있다. 그러므로 산란체 표면에서의 압력을 식 (3.11)을 통해 구하면 식 (3.4)에 대입하여 임의의 관찰 지점에서의 음압을 계산할 수 있다. 이러한 일련의 과정을 검증하기 위하여 Figure 22와 같이 구형의 산란체가 존재하고 단위압력의 평면파가 입사하는 경우에 대해 해석을 수행하였다.




$k$ : wave number

$a$ : radius of the sphere

$ka$ : acoustic radius

**Figure 22 Analysis condition for verification**

요소수가 서로 다른 3개의 구 모델을 이용하여 해석을 수행하였으

며 5개의 주파수에 대해 각각 비교하였다. 각 모델의 해석 가능 주파수는 다음 Table 4와 같다.

**Table 4 Maximum frequency of each model**

| No. of element | Maximum frequency |
|---|---|
| **150** | 1299Hz |
| **600** | 2537Hz |
| **2400** | 5018Hz |

해석 결과와 이론 해(exact solution)와의 비교는 Figure 23-28과 같다. 관찰점과 구의 중심과의 거리는 구의 반경의 1.5배로 설정하였다. 대체로 일치하는 경향을 보이고 있으나 directivity가 급격히 복잡해지는 ka=12의 경우는 요소수가 2400개인 모델이 가장 유사하고 150개인 모델은 아주 큰 오차를 나타내고 있다. 이는 해석법의 문제라기 보다는 해석 가능 주파수를 크게 초과하였기 때문에 나타나는 현상이라고 할 수 있다. 따라서 해석 가능 주파수 내에서 본 논문에서 소개하고 있는 이론은 신뢰할 만한 수준의 정확도를 나타내고 있는 것을 확인 할 수 있다.

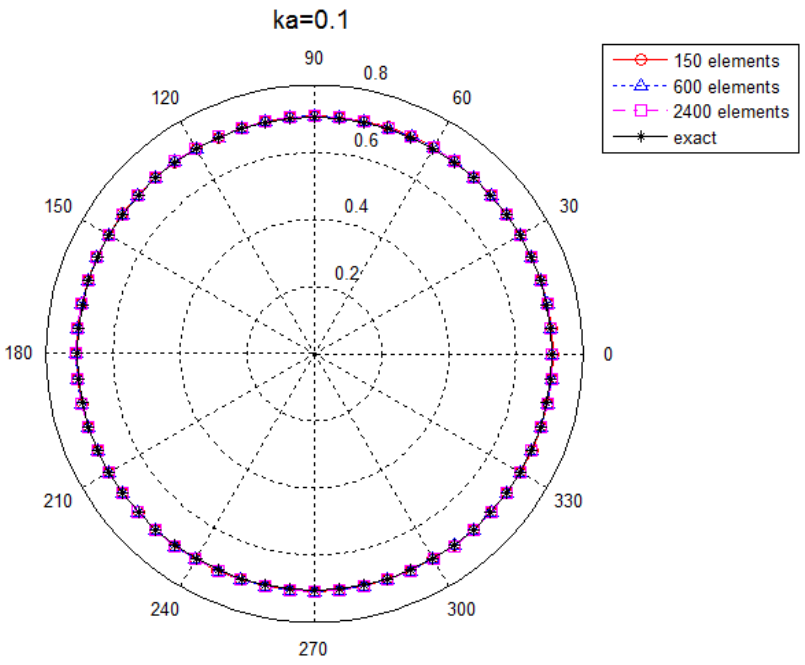



**Figure 23 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 0.1, a = 0.5m, frequency = 47.75Hz)**

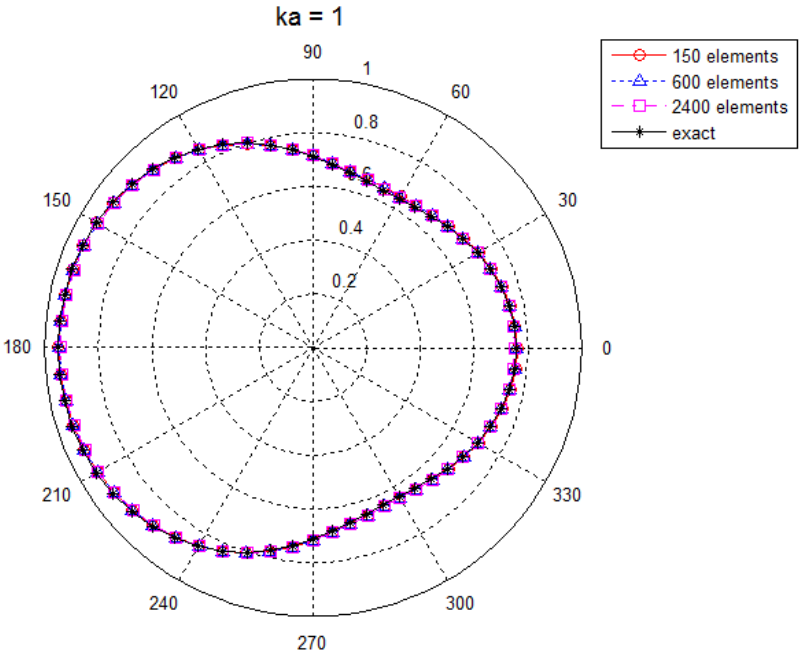



**Figure 24 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 1, a = 0.5m, frequency = 477.5Hz)**

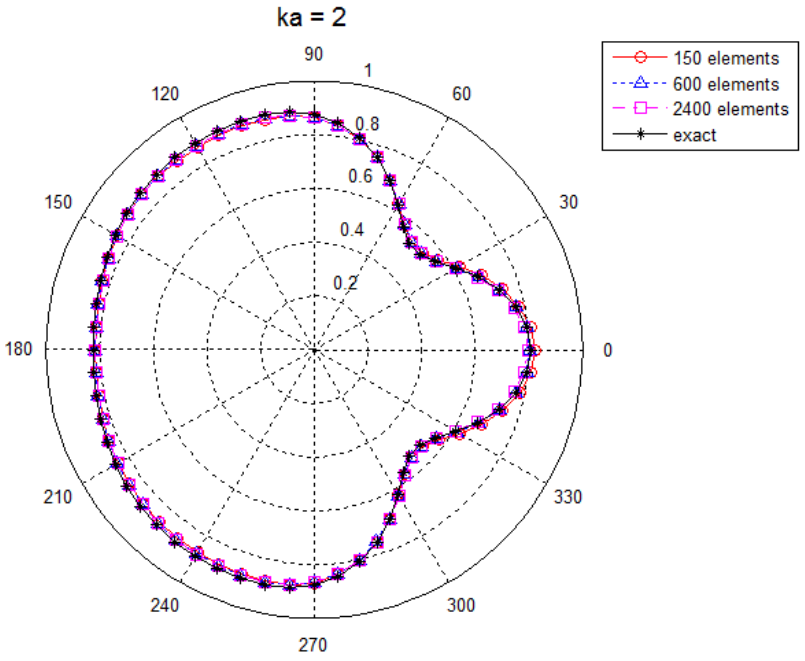



**Figure 25 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 2, a = 0.5m, frequency = 954.9Hz)**

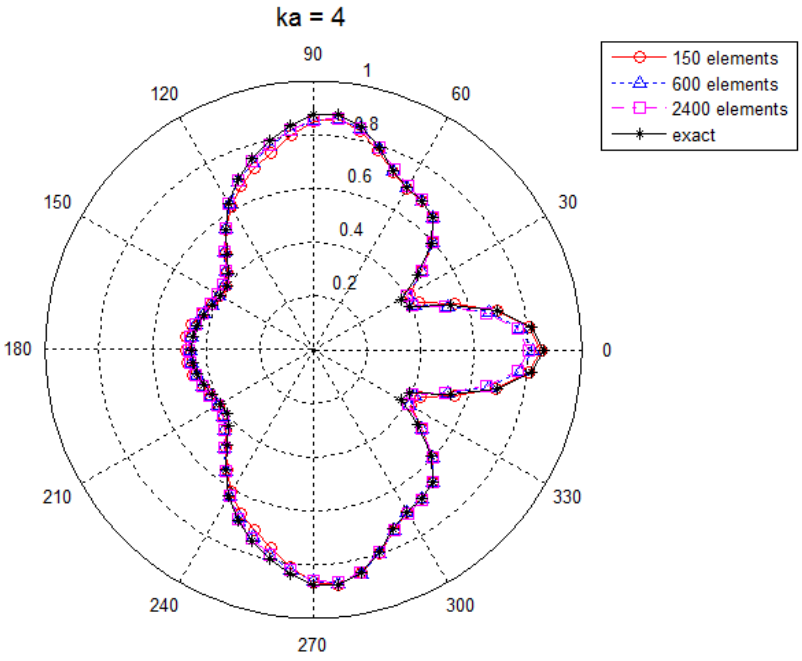



**Figure 26 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 4, a = 0.5m, frequency = 1909.9Hz)**

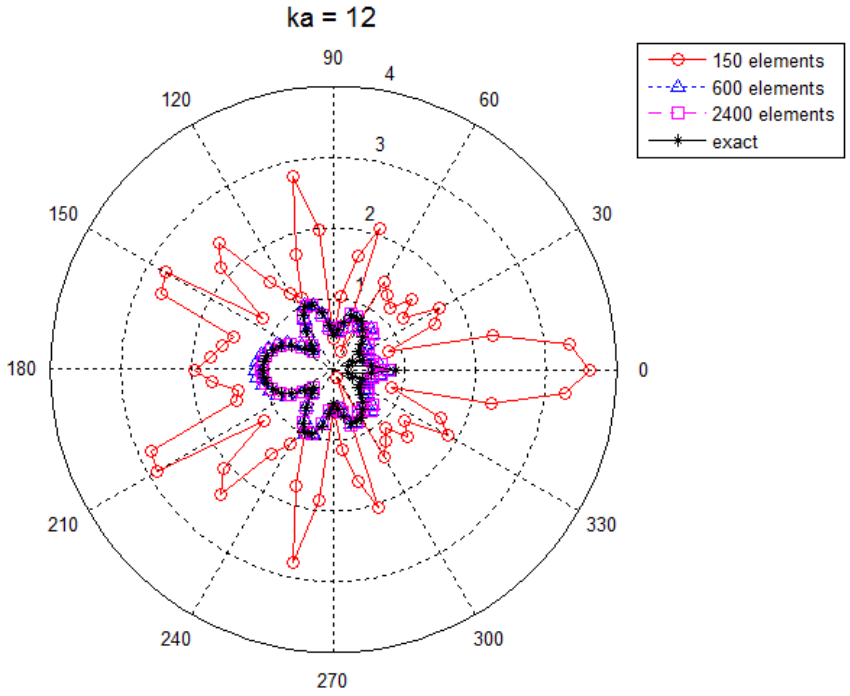



**Figure 27 Comparison with exact solution of scattered pressure (ka = 12, a = 0.5m, frequency = 5729.6Hz)**

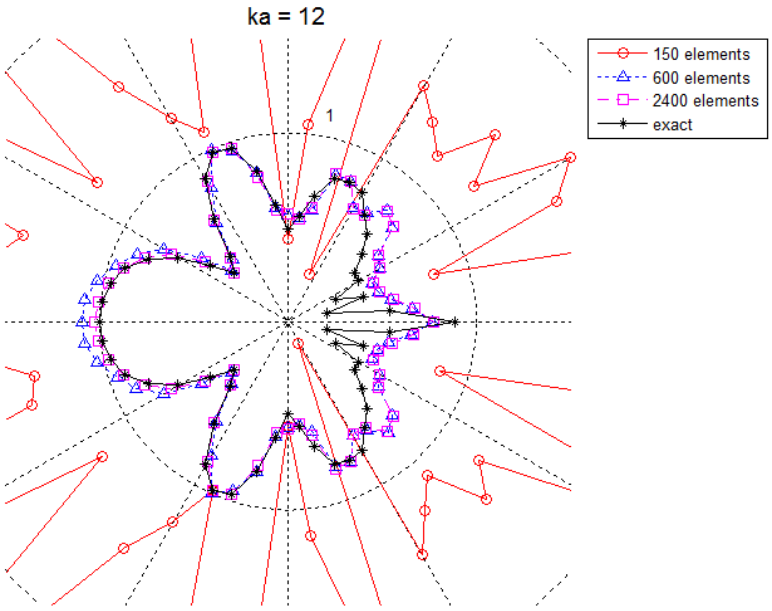



**Figure 28 Enlargement the Figure 19**

# 4. 변동압력 해석

변동압력은 오래 전부터 선박의 주요 가진원 중 하나로 인식된 탓에 그와 관련된 연구가 많이 이루어져 왔다. 캐비테이션터널을 이용한 변동압력의 연구는 1930 년대부터 시작되었는데 그 이후 실선 계측을 통한 연구와 모형과 실선간의 상관관계에 대한 연구가 꾸준히 이루어지면서 터널을 이용한 모형 실험은 더욱 활발해졌다. 1970 년대에 들어 대형캐비테이션터널을 이용한 연구가 수행되었고 동시에 tip-vortex cavitation 등에 관한 연구도 본격적으로 시작되었다. 변동압력의 이론적 계산을 위해 lifting surface theory 나 BEM 등이 주로 사용되었으며 이는 sheet cavitation 에 의한 경우일 때 유효한 것으로 알려져 있다. 하지만 최근에는 컴퓨터의 발달로 two-phase CFD 기법 등을 이용하여 다양한 캐비테이션을 해석하기 위해 노력하고 있으며 변동압력의 계산에 Lighthill 의 음향상사법을 이용한 연구가 2000 년대 들어 늘어나고 있는 추세다. 본 절에서는 앞 절에서 설명한 이론을 바탕으로 변동압력을 계산하고 검증을 수행하였으며 PFBEM(Power Flow Boundary Element Method)를 활용하여 제한된 개수의 계측 값으로 선미부 전체의 영역에서의 변동압력을 계산하는 방법을 제안하였다.

## 4.1. 산란을 고려한 변동압력 해석 및 검증

앞 절에서 설명한 산란효과 고려 방법을 이용하면 변동압력을 쉽게 구할 수 있다. 산란의 효과를 추가해 주기 위하여 산란체의

표면압력을 구하여 하중소음의 소스로 사용하였는데 이 때 구한 표면압력이 변동압력의 개념과 같다. 다시 말해 프로펠러 상부에 선체가 존재할 때 프로펠러의 회전에 의해 발생하는 비공동/공동 소음으로 인해 선체 표면에 압력 변동이 발생하는 것을 변동압력이라고 하는데 이를 앞 절에서 소개한 이론으로 동일하게 구할 수 있는 것이다. 관찰점(field point)에서의 압력 값 검증은 앞 절에서 수행하였으므로 본 절에서는 BEM 과의 비교를 통한 변동압력 값을 검증해 보도록 한다.

해석 조건은 다음 Figure 29와 같다. 한 변의 길이가 2m인 $L_x \times L_y \times L_z = 2m \times 2m \times 2m$ 의 정육면체 산란체가 존재하고 정육면체 중심과의 거리가 4m인 지점 $(-4m, 0m, 0m)$ 에 위치한 모노폴에서 음압이 발생하고 있다. 관찰지점은 정육면체를 둘러 싸고 있는 원의 형태이고 반지름은 2m이며 주 관심 대상이 수중프로펠러 이므로 해석에 사용한 매질의 밀도와 음속은 각각 $\rho = 1026 kg/m^3$, $c = 1500 m/s$ 이다. 또 해석에 사용한 모델은 864개의 요소로 이루어져 있으며 관찰지점은 총 60개의 지점으로 구성되어 있다. 경계조건은 모두 rigid wall 조건이며 해석 주파수는 25Hz부터 500Hz까지 5개의 주파수를 사용하였다.

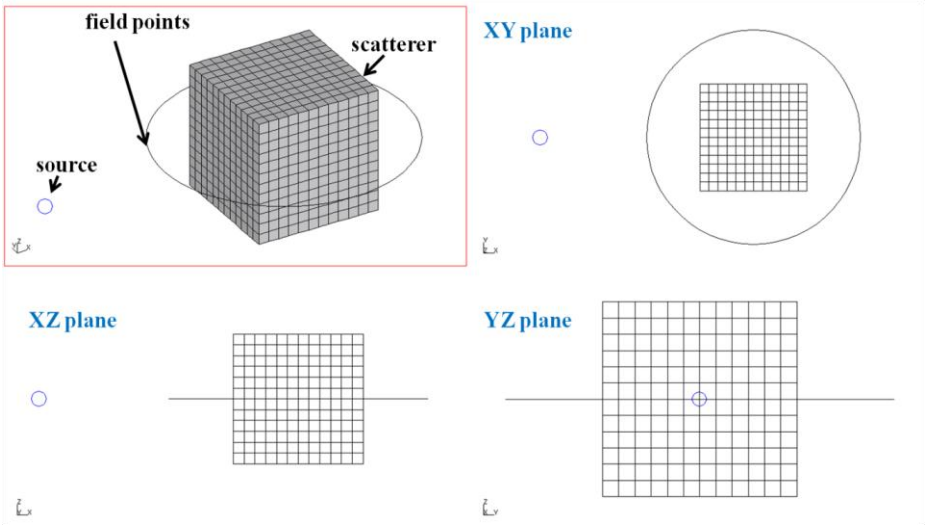



**Figure 29 The cube model used in numerical verification**

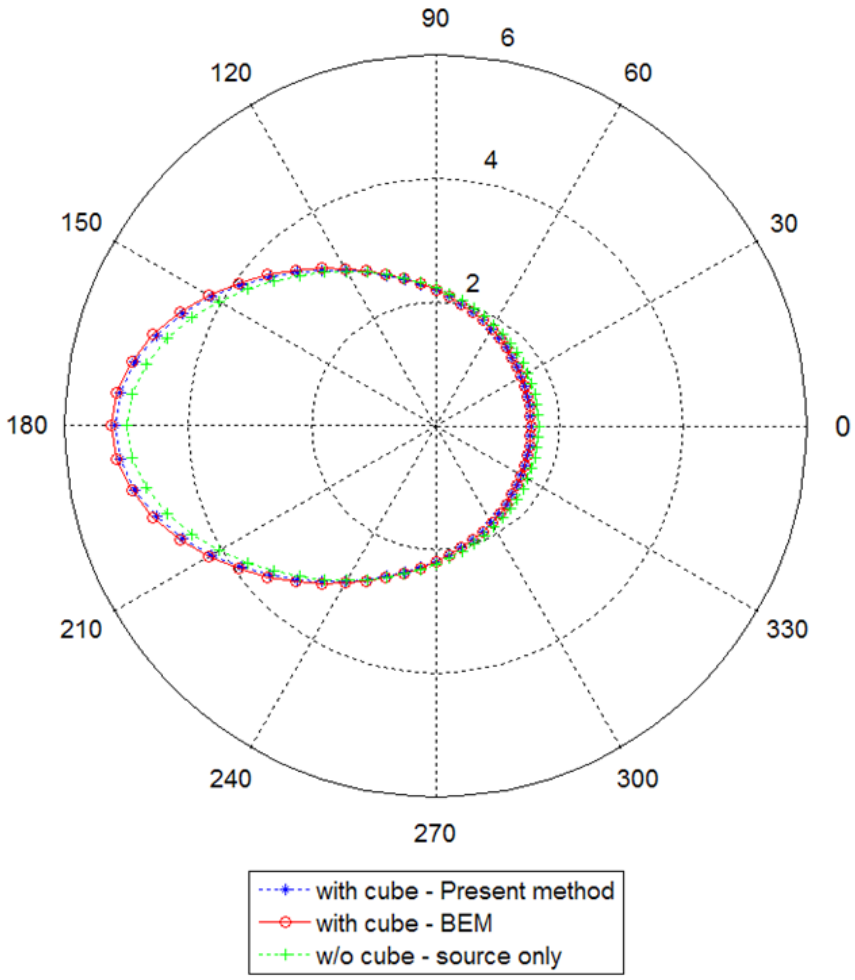



**Figure 30 Field point pressure comparison (25Hz)**

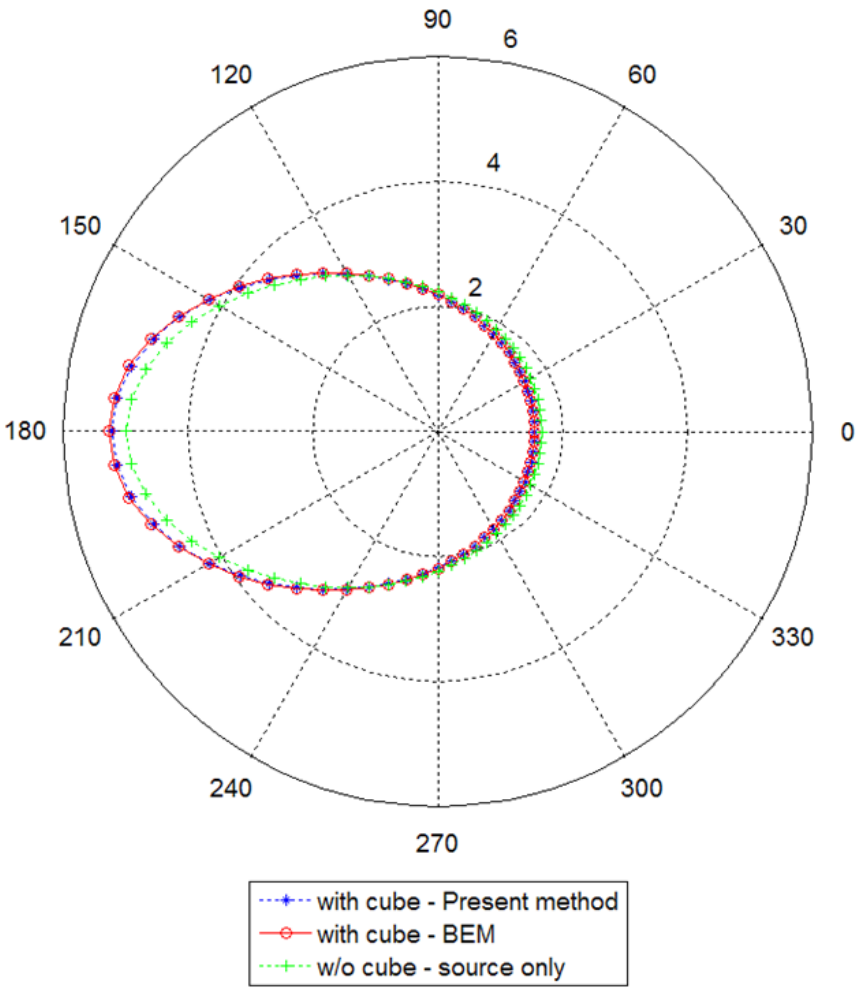



**Figure 31 Field point pressure comparison (50Hz)**

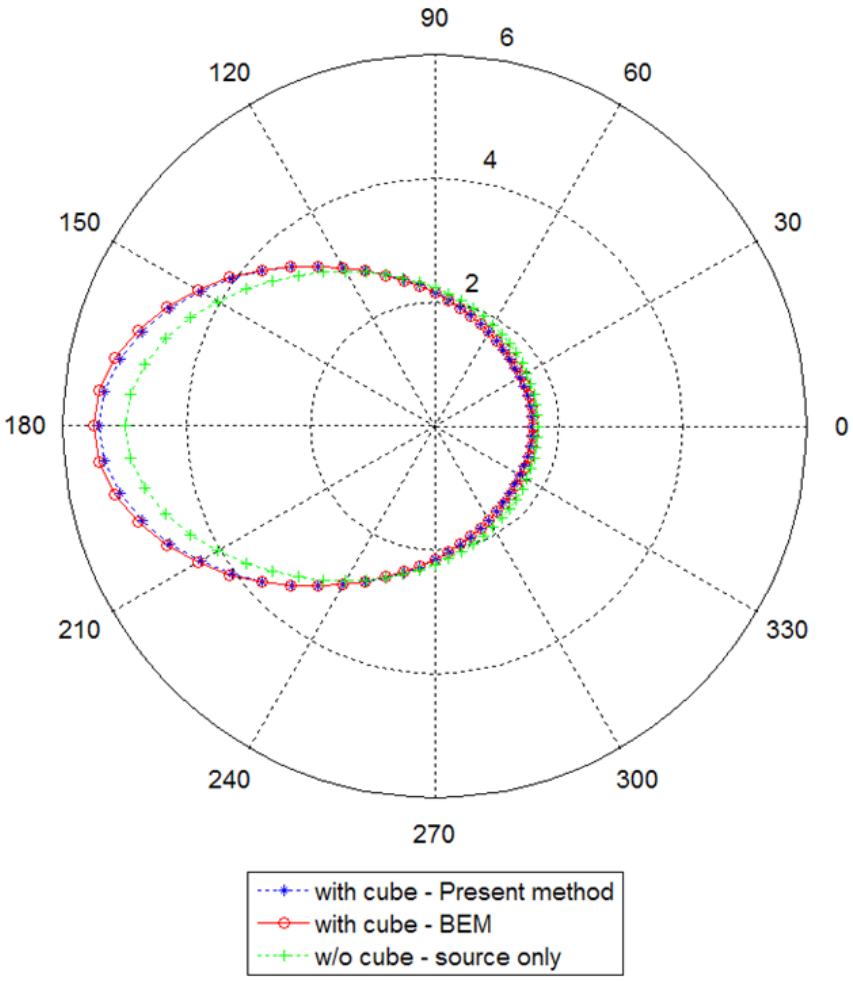



**Figure 32 Field point pressure comparison (100Hz)**

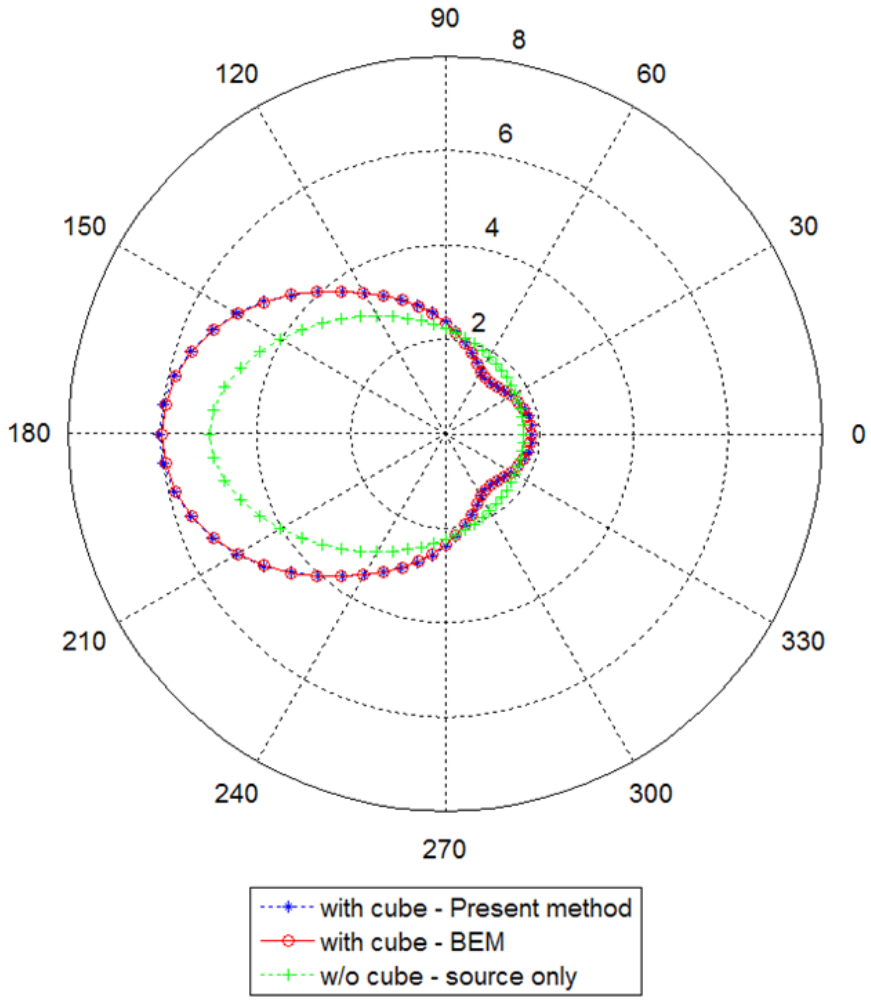



**Figure 33 Field point pressure comparison (250Hz)**

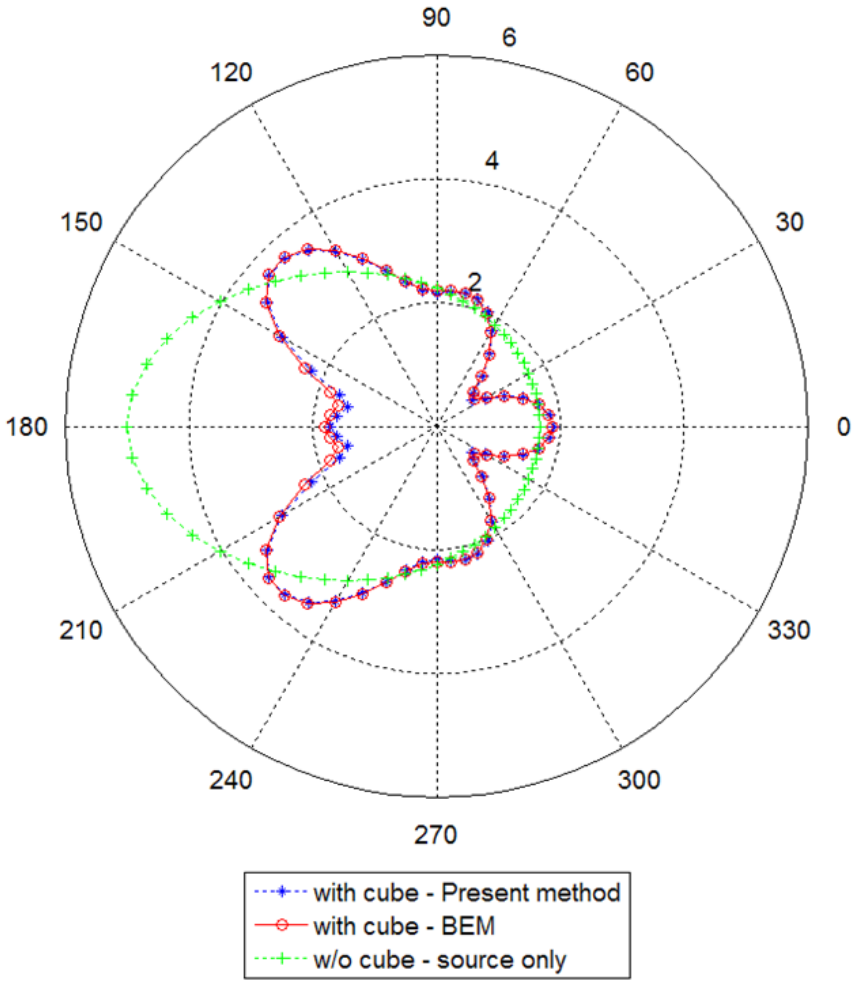


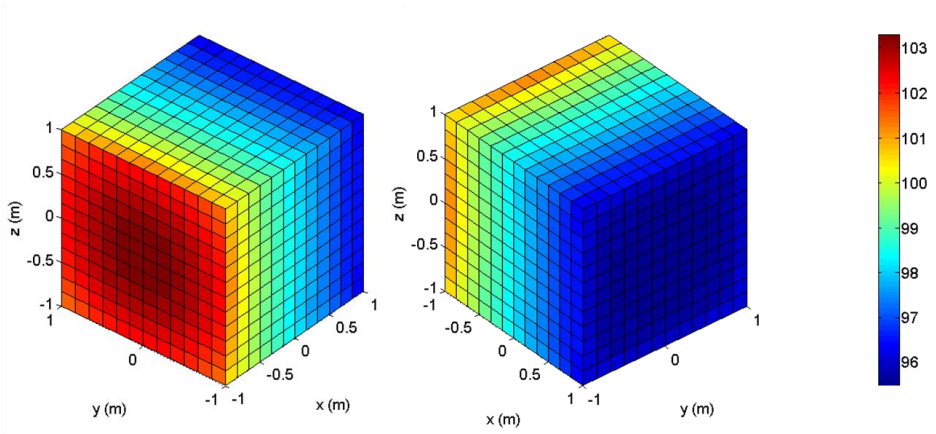

**Figure 34 Field point pressure comparison (500Hz)**

우선 관찰점에서의 값은 위의 Figure 30-34와 같다. 푸른색 점선이 본 논문의 이론으로 해석한 결과이며 붉은색 실선이 BEM을 이용하여 주파수 대역에서 해석한 결과, 그리고 녹색 점선은 산란체를 고려하지 않았을 때의 자유음장 결과이다. 주파수가 높아질 수록 산란을 고려하지 않은 값과는 확연한 차이를 보이고, BEM과의 결과는 거의 일치하는 것으로 나타났다. 그리고 최대값과 최소값을 비교해 보면 다음 Table 5과 같은데 해석 기법의 신뢰도를 확인 할 수 있다.

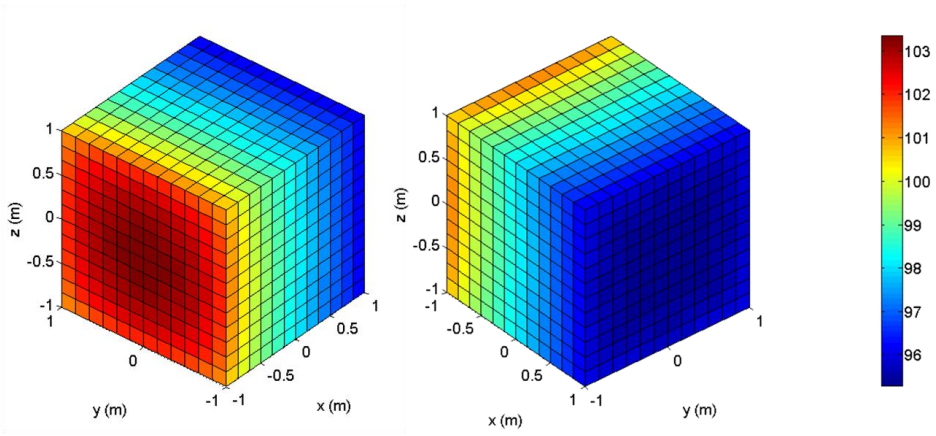
**Table 5 The maximum, minimum values of field points**

| | | Max (Pa) | Min (Pa) |
|---|---|---|---|
| **25Hz** | Present method | 5.1947 | 1.5569 |
| | BEM | 5.2424 | 1.5410 |
| **50Hz** | Present method | 5.2460 | 1.5479 |
| | BEM | 5.2760 | 1.5499 |
| **100Hz** | Present method | 5.4139 | 1.5641 |
| | BEM | 5.5006 | 1.5886 |
| **250Hz** | Present method | 6.0622 | 1.4416 |
| | BEM | 6.0072 | 1.4506 |
| **500Hz** | Present method | 3.6563 | 0.7141 |
| | BEM | 3.6845 | 0.7497 |

또 정육면체의 변동압력 값을 계산하면 다음 Figure 35-39과 같은 결과를 얻을 수 있고 이 때의 최대값과 최소값 비교는 Table 6와 같다.

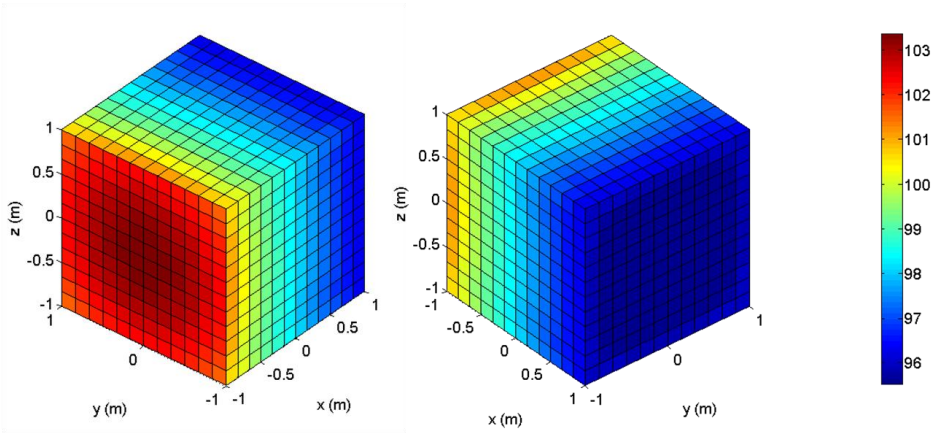



(a) Present method

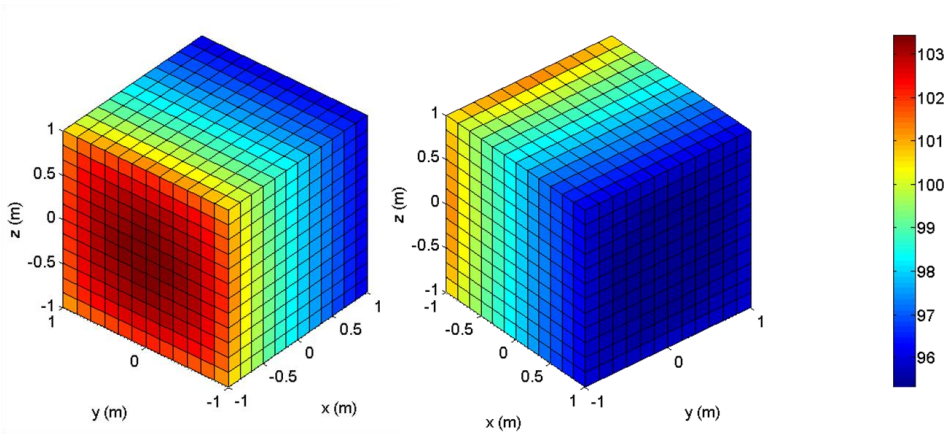



(b) BEM

**Figure 35 Surface pressure of the cube – 25Hz**

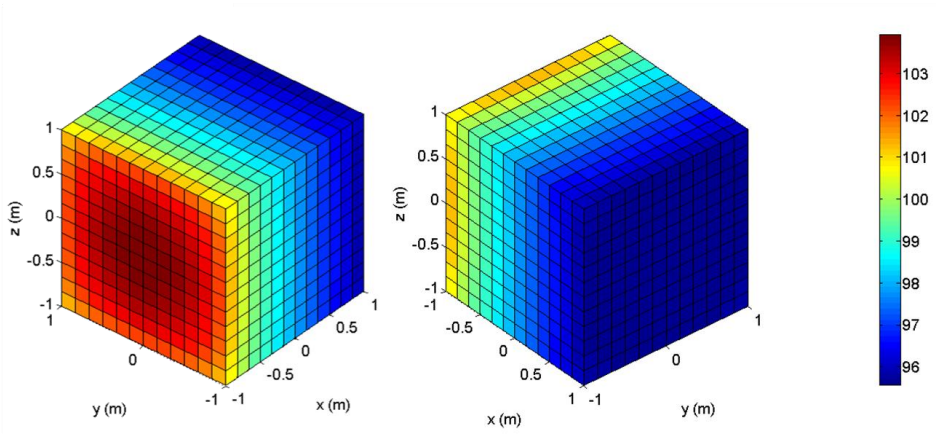



(a) Present method

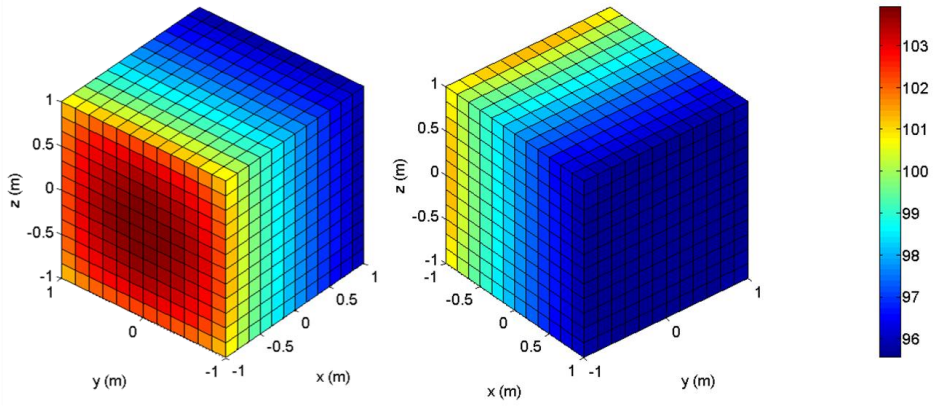



(b) BEM

**Figure 36 Surface pressure of the cube – 50Hz**

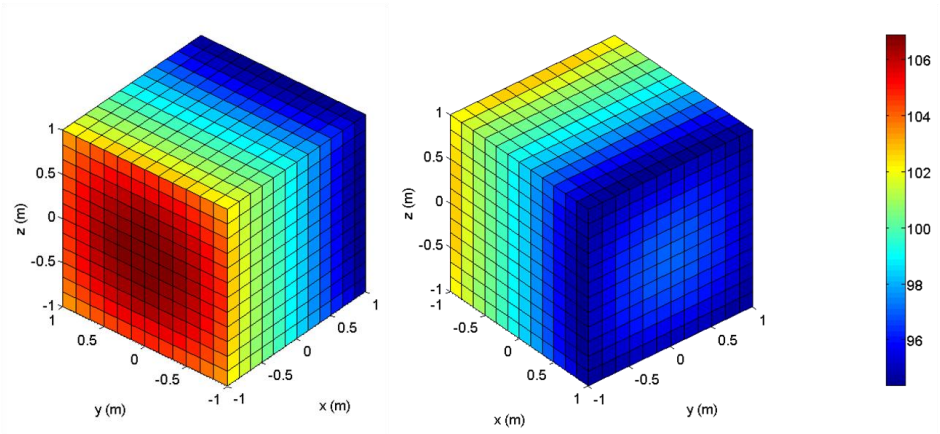



(a) Present method

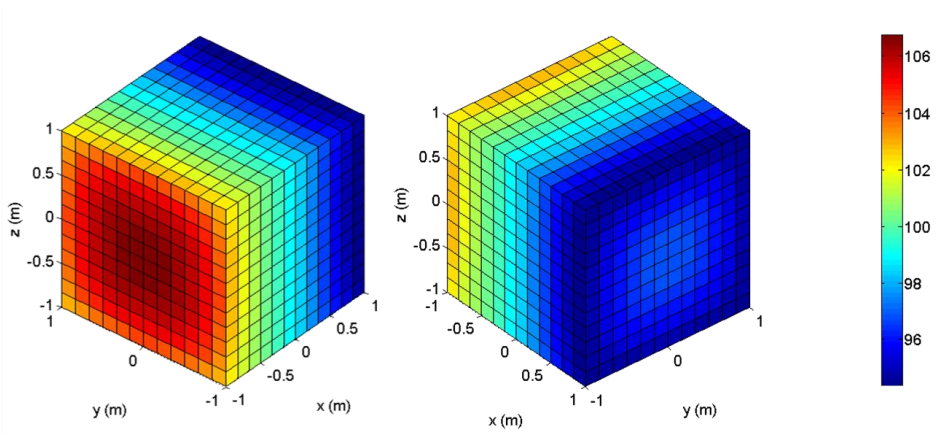



(b) BEM

**Figure 37 Surface pressure of the cube – 100Hz**

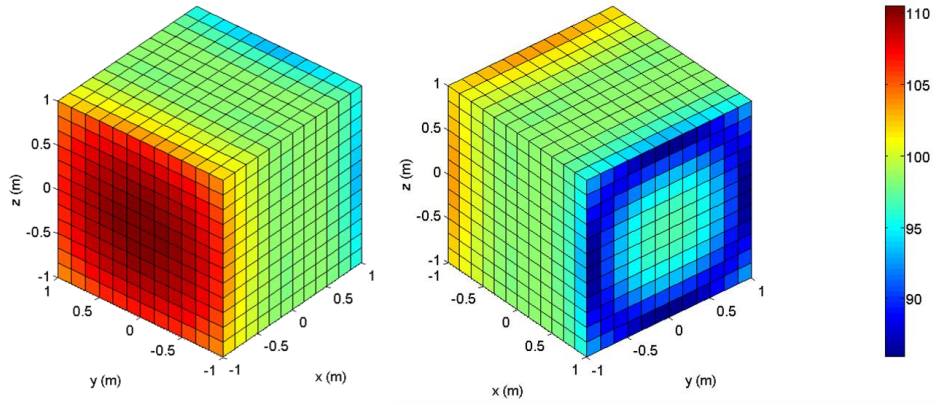



(a) Present method

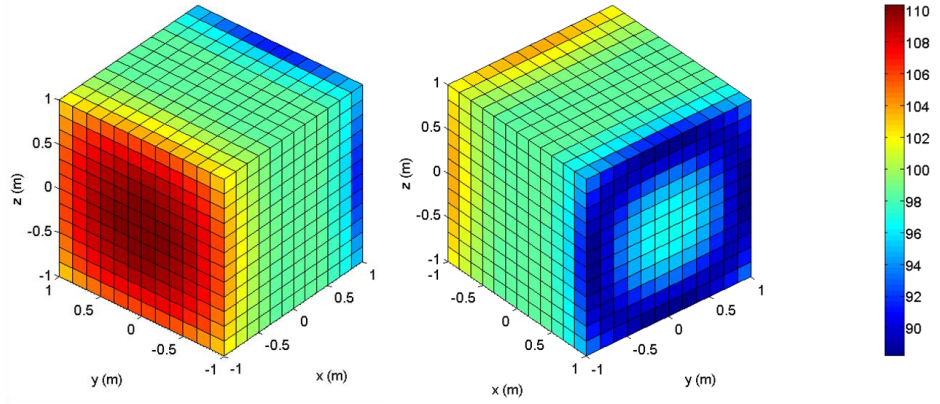



(b) BEM

**Figure 38 Surface pressure of the cube – 250Hz**




(a) Present method




(b) BEM

**Figure 39 Surface pressure of the cube – 500Hz**

**Table 6 The maximum, minimum values of surface pressure of the cube**

| | | Max (dB) | Min (dB) |
|---|---|---|---|
| **25Hz** | Present method | 103.3789 | 95.2700 |
| | BEM | 103.3400 | 95.2800 |
| **50Hz** | Present method | 103.4606 | 95.2886 |
| | BEM | 103.4200 | 95.3325 |
| **100Hz** | Present method | 103.9737 | 95.5220 |
| | BEM | 103.9100 | 95.5600 |
| **250Hz** | Present method | 106.8603 | 94.3663 |
| | BEM | 106.7100 | 94.3650 |
| **500Hz** | Present method | 110.4596 | 85.9556 |
| | BEM | 110.2975 | 88.2475 |

앞서 살펴본 바와 같이 산란을 고려한 변동압력 해석의 정확도는 검증되었다고 할 수 있다. 이를 실선에 적용하기 위하여 실선의 선미부 모델을 이용하여 변동압력 해석을 수행하였다. 해석 모델은 Figure 40과 같으며 1306개의 요소로 이루어져 있다. 산란효과를 확인하는 것이 주 목적이었으므로 프로펠러는 단축이라고 가정하여 해석을 수행하였으며 각 BPF별로 결과를 비교하였다.

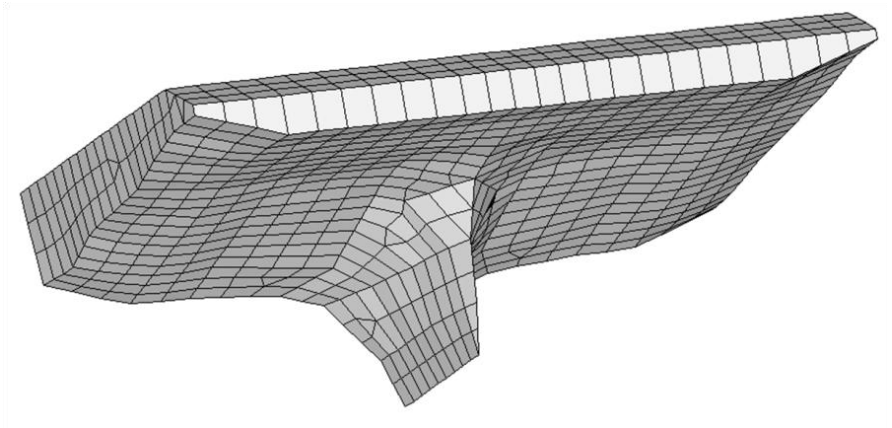


**Figure 40 Model for hull pressure fluctuation analysis with 1306 panels**

해석에 사용된 프로펠러의 재원은 Table 7에서 확인할 수 있고 형상에 대한 정보는 Table 8과 같다. PUF-3로 계산된 프로펠러 표면의 sheet cavitation은 회전각도별로 Figure 41에 표시된 바와 같고 $0^\circ$는 프로펠러가 가장 위쪽에 위치했을 때의 각도를 말한다. 프로펠러는 선미에서 선수 방향으로 바라보았을 때 시계방향으로 회전하는데 $0^\circ$와 $60^\circ$ 사이에서 가장 활발히 발생하는 것을 확인할 수 있다.

**Table 7 The specific data of the propeller**

| | |
|---|---|
| no. of blade (***n***) | 4 |
| Rpm | 167.4 |
| $J_s$ | 1.0337 |
| $\sigma_n$ | 1.5844 |
| Froude no. | 3.6512 |
| Diameter (m) | 5.4 |

**Table 8 The geometry of the propeller (R** radius**, P** pitch**, D** diameter**, C** chord length**, F** the maximum camber**, T** the maximum thickness**)**

| ***r/R*** | ***P/D*** | **Rake/*D*** | **Skew** | ***C/D*** | ***F/C*** | ***T/D*** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.3290 | 1.2489 | 0.0063 | 7.302 | 0.2557 | 0.0226 | 0.0378 |
| 0.3500 | 1.2665 | 0.0081 | 3.767 | 0.2752 | 0.0253 | 0.0385 |
| 0.4000 | 1.3074 | 0.0109 | -2.862 | 0.3222 | 0.0305 | 0.0313 |
| 0.5000 | 1.3730 | 0.0032 | -10.493 | 0.4100 | 0.0371 | 0.0234 |
| 0.6000 | 1.3963 | -0.0151 | -12.066 | 0.4835 | 0.0385 | 0.0171 |
| 0.7000 | 1.3543 | -0.0329 | -8.583 | 0.5348 | 0.0340 | 0.0126 |
| 0.8000 | 1.2315 | -0.0391 | -0.405 | 0.5491 | 0.0234 | 0.0092 |
| 0.8500 | 1.1396 | -0.0350 | 5.348 | 0.5304 | 0.0177 | 0.0078 |
| 0.9000 | 1.0467 | -0.0272 | 11.894 | 0.4861 | 0.0125 | 0.0064 |
| 0.9500 | 0.9707 | -0.0173 | 18.498 | 0.3891 | 0.0076 | 0.0052 |
| 0.9750 | 0.9374 | -0.0120 | 21.581 | 0.2996 | 0.0049 | 0.0046 |
| 1.0000 | 0.9054 | -0.0065 | 24.455 | 0.0005 | 0.0005 | 0.0040 |

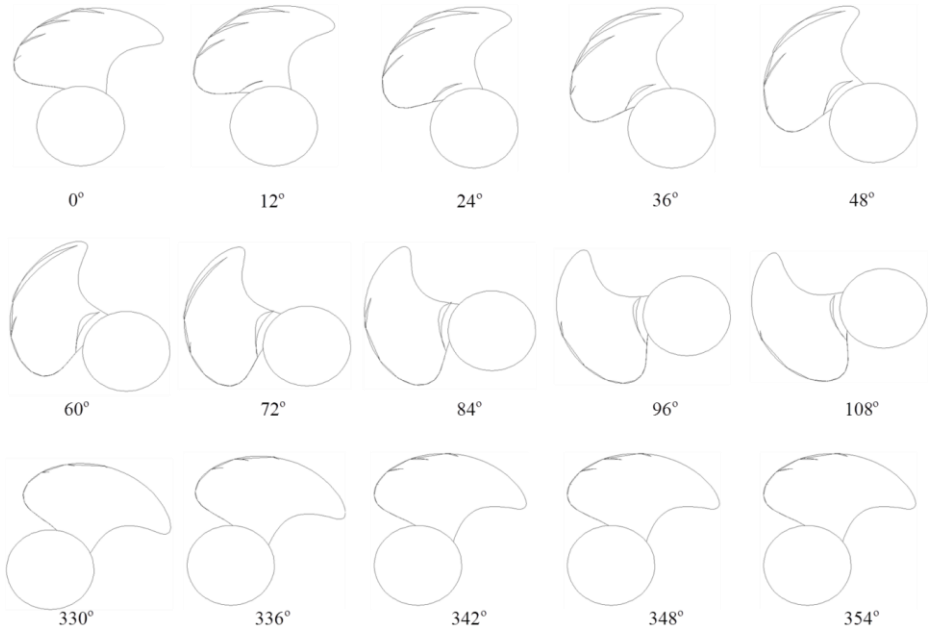
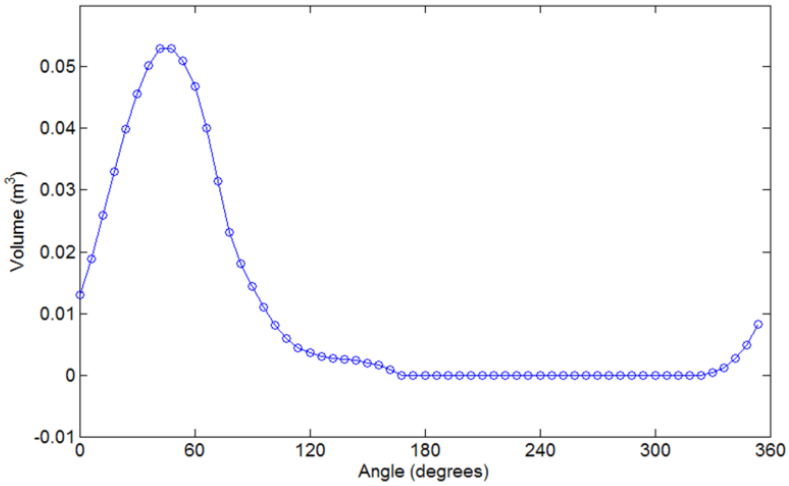
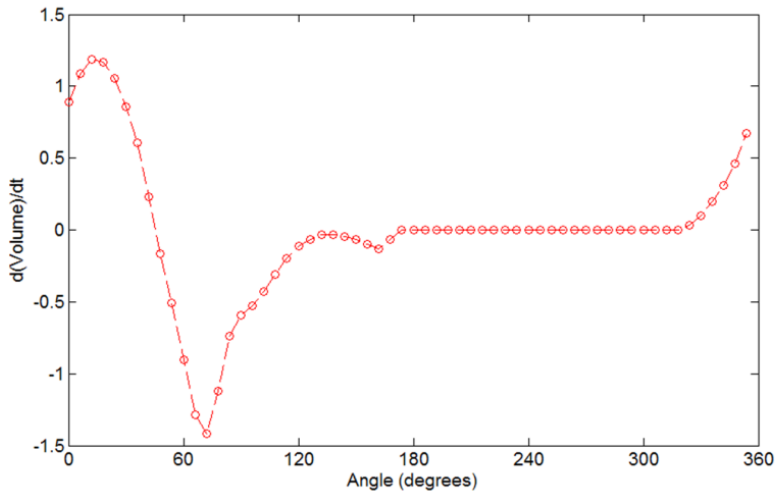


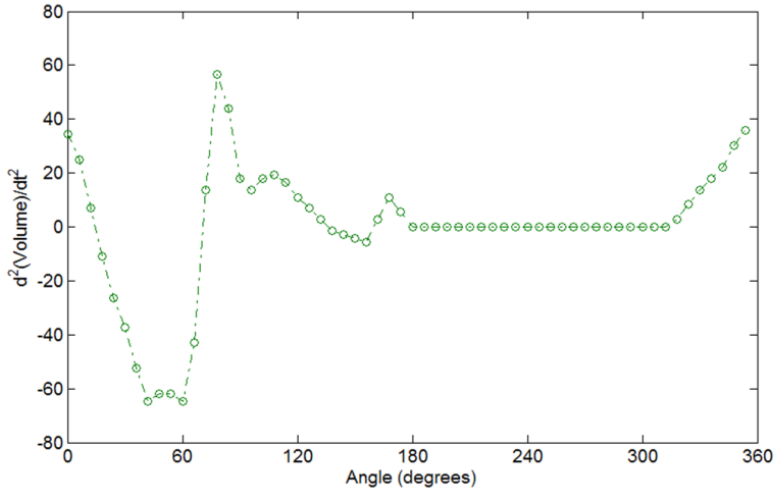

**Figure 41 Sheet cavitation predictions at different rotating angles by PUF-3A**




(a) Volume of single blade




(b) The 1st derivative of cavity volume




(c) The 2nd derivative of cavity volume

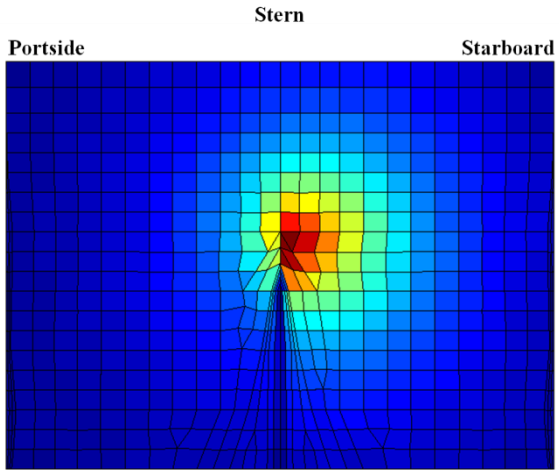
**Figure 42 Sheet cavitation volume variation predicted by PUF-3A**

회전 각도 별로 계산된 공동의 부피는 Figure 42 와 같다. 공동소음에서 가장 중요한 소음원이 되는 것은 부피의 시간미분 값인데 그 중에서 두 번 미분한 값이 주요 소음원이 된다. 따라서 부피의 크기 보다는 부피 그래프의 기울기가 더 중요하고 Figure 42 의 (c)를 보면 60 도 부근에서 가장 큰 값을 가짐을 알 수 있다. 이러한 사실을 바탕으로 본 해석에 사용된 프로펠러는 회전각도가 60 도 정도가 될 때 가장 큰 소음을 방사할 것으로 예상할 수 있고 이는 변동압력 계산이나 계측 결과가 좌우 대칭이 아니라 주로 우현 쪽이 더 크게 나오는 주된 원인이라고 할 수 있다. 1BPF 에 대한 선미부 변동압력은 Figure 43 과 같고 각각의 주파수에서 최대값은 Table 9 를 통해 확인 할 수 있다. Figure 43 을 보면 예상한 것과 같이 우현 쪽의 변동압력이 더 크게 나타난 것을 확인할 수 있고 최대값은 4kPa 정도를 나타내고 있다. Table 9 에서는 1~5BPF 까지 변동압력의 최대치와 산란을 고려하지 않은 경우의 최대치를 비교하였는데 산란에 의한 효과가 아주 크다는 것을 다시 한 번 확인할 수 있고 1BPF 에서는 최대 60% 이상 값이 커지는 것을 볼 수 있다. 그리고 또 이러한 효과가 주파수 별로 다른 가중치를 가지며 나타난다는 것도 확인할 수 있다. 이것은 주파수가 달라지면 파장의 길이도 달라져 파장과 산란체의 상대적인 크기에 따라 산란의 효과가 서로 다른 특성을 따르는 것이다. 그리고 동일한 주파수에서도 요소의 위치에 따라 모두 서로 다른 수치를 가진다. 즉 산란체의 형상에 따라 산란에 의해 추가되는 음압의 비율도 다르다는 의미이며 이러한 영향은 입사되는 음파와 요소가 이루는 각도에 의해 결정된다. 그러므로 경계를 잘게 모델링 하여

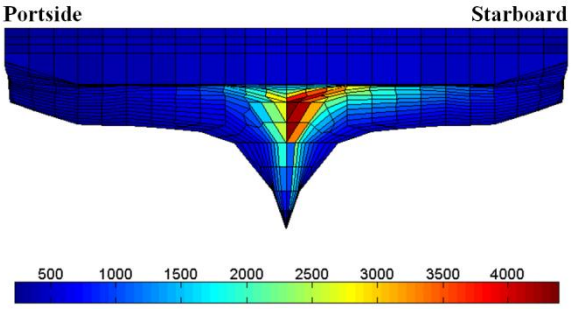
계산하는 본 논문의 기법을 통해 실제적으로 형상에 의해 나타나는 영향을 효과적으로 고려할 수 있다고 할 수 있다. 또 산란체의 형상뿐 아니라 개수에도 제한이 없으므로 해석의 활용도가 매우 높아 선체만이 아니라 부가적인 산란체 역할을 하는 장비도 모델링 하여 해석에 추가할 수 있는 장점도 있다.

**Table 9 The maximum values of hull pressure fluctuation**

| frequency | A (with hull) | B (without hull) | Ratio ( $A/B$ ) |
|---|---|---|---|
| 1 BPF | 4.3833 *kPa* | 2.7252 *kPa* | 1.6084 |
| 2 BPF | 1.2925 *kPa* | 0.8572 *kPa* | 1.5078 |
| 3 BPF | 0.4582 *kPa* | 0.3119 *kPa* | 1.4690 |
| 4 BPF | 0.1781 *kPa* | 0.1697 *kPa* | 1.0494 |
| 5 BPF | 0.0650 *kPa* | 0.0509 *kPa* | 1.2786 |




(a)




(b)

**Figure 43 The hull pressure fluctuation of 1st BPF**

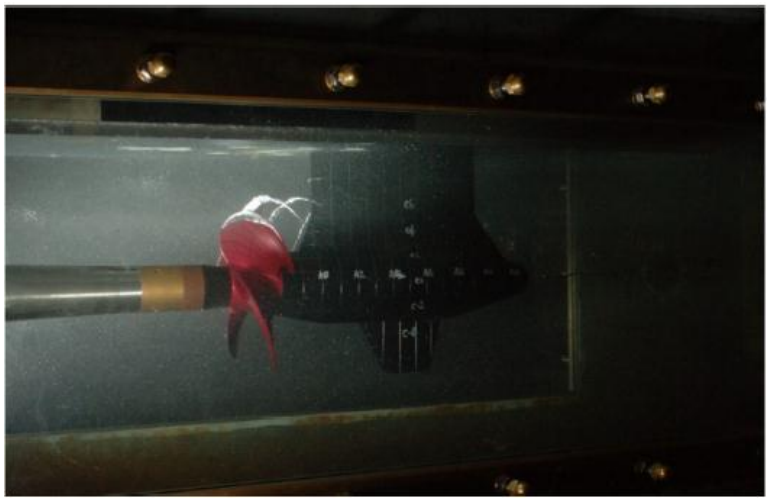
## 4.2. 변동압력 계측 실험과의 비교

본 논문의 해석 기법을 실험과 비교하기 위하여 한국해양연구원의 실험결과를 참조하였다. 지식경제부 과제 "저항/추진성능 해석 및 시험기법 정립"의 보고서에서 사용된 프로펠러를 이용하였으며 실험과 해석에 사용된 수치는 다음 Table 10과 같다. 실선크기의 프로펠러는 직경이 5.6미터이며 모형과의 비는 1:28이다.

**Table 10 The specific data of the propeller**

| | Analysis | Experiment |
|---|---|---|
| V | 21.83 | 23.7 |
| Rpm | 158.8 | 157.49 |
| $J_s$ | 0.7028 | 0.7017 |
| $\sigma_n$ | 1.1928 | 1.1748 |
| Tip clearance | 1.5934 | 1.5934 |
| $K_t$ | 0.18 | 0.1875 |
| no. of blade (***n***) | 4 | 4 |

그리고 실험에 사용된 프로펠러와 실험장치는 Figure 44와 같으며 중형 캐비테이션터널이다.



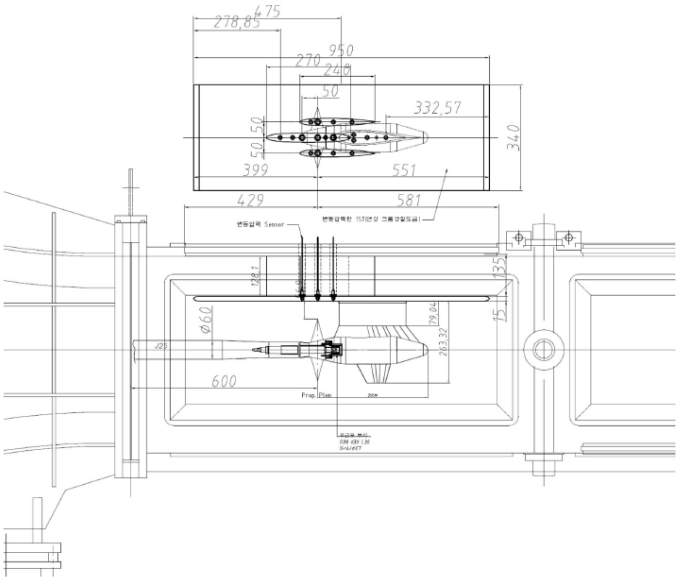



**Figure 44 Experimental system**

계측에 사용된 지점은 프로펠러 직상부 평판의 5개 지점이 이용되었으며 그 위치는 다음과 같다.

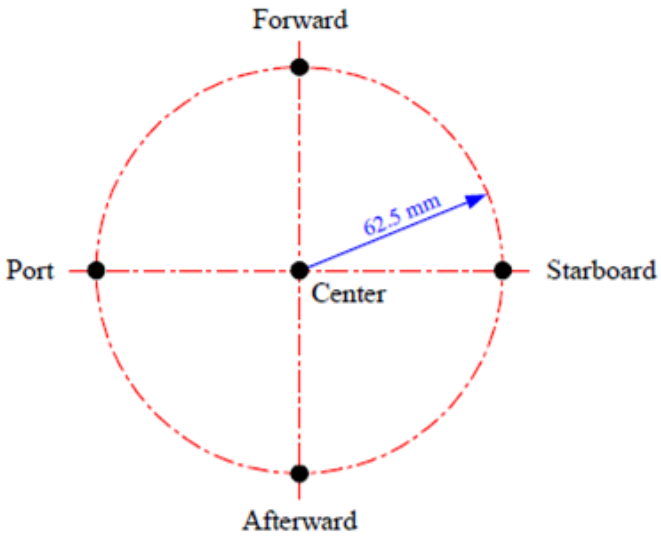



**Figure 45 Location of five pressure transducers on the flat plate**

또 프로펠러 소음 해석에 사용된 캐비티의 부피는 Figure 46과 같고 해석 결과와 계측 결과의 비교는 Table 11에서 확인할 수 있다.

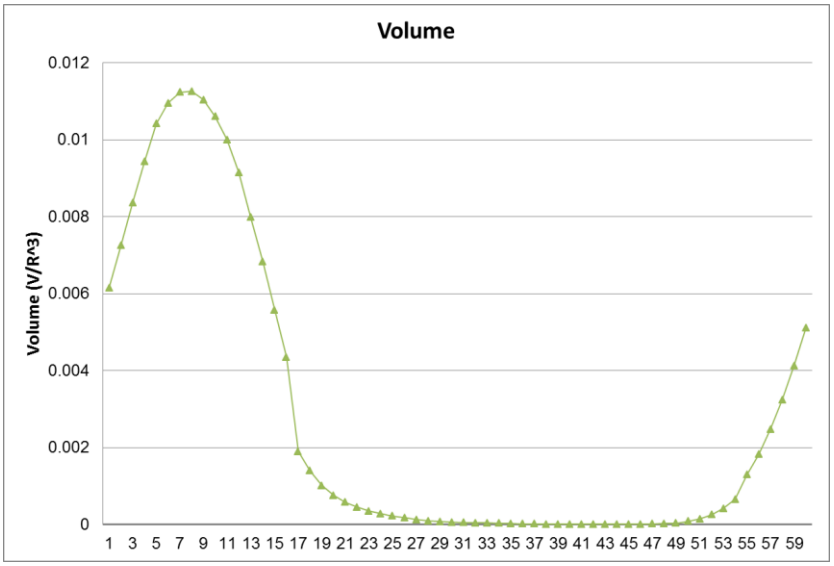



**Figure 46 The volume variation of the sheet cavitation**

**Table 11 The Comparison of analysis and experiment results (kPa)**

| | | 1BPF | 2BPF | 3BPF | 4BPF |
|---|---|---|---|---|---|
| **P** | [Analysis] | 2445.78 | 854.9749 | 76.02617 | 94.41462 |
| | [Experiment] | 1512 | 517 | 149 | 137 |
| **C** | [Analysis] | 5818.621 | 1037.177 | 192.1646 | 153.2908 |
| | [Experiment] | 6163 | 880 | 230 | 225 |
| **S** | [Analysis] | 6219.839 | 1955.934 | 110.8416 | 160.472 |
| | [Experiment] | 6890 | 1715 | 644 | 431 |
| **F** | [Analysis] | 3734.636 | 978.5709 | 98.1608 | 126.4104 |
| | [Experiment] | 2491 | 486 | 301 | 238 |
| **A** | [Analysis] | 3480.507 | 968.1822 | 89.89739 | 123.0566 |
| | [Experiment] | 5451 | 982 | 244 | 227 |

해석에 사용된 모델은 프로펠러 직상부에 박스(box) 형태의 직육면체 모델을 만들어 사용하였으며 실제 계측 위치와 동일한 지점에서의 값을 비교에 사용하였다.

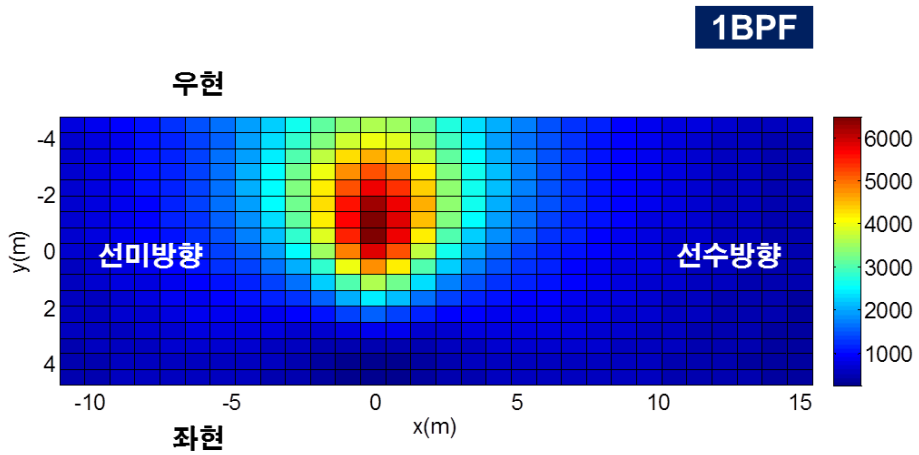
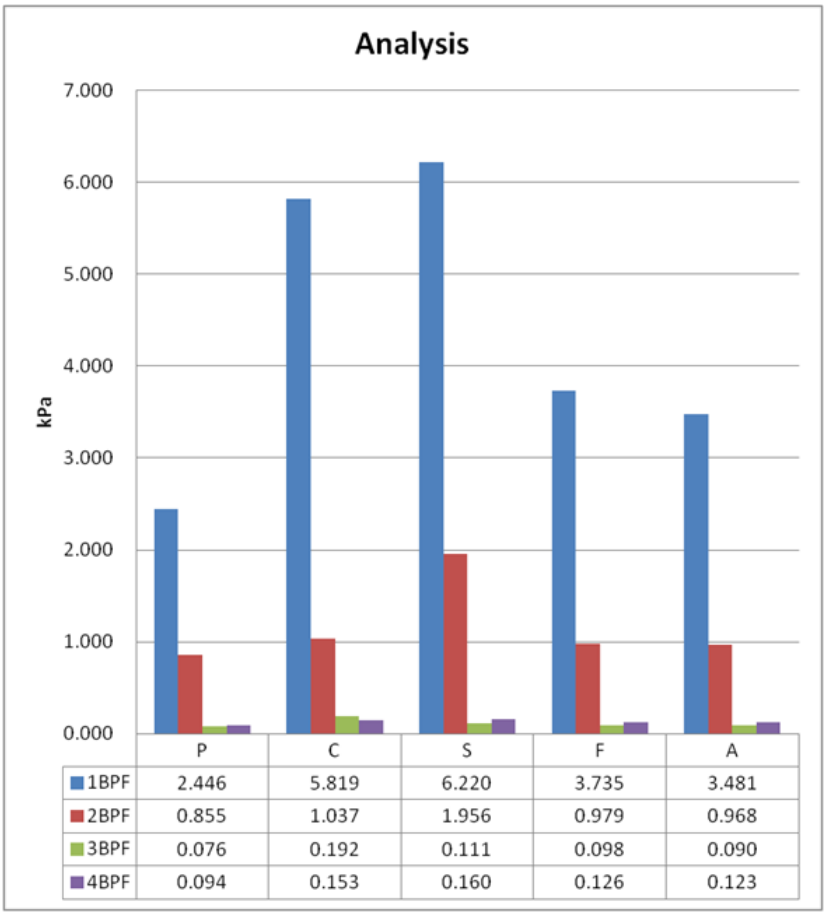


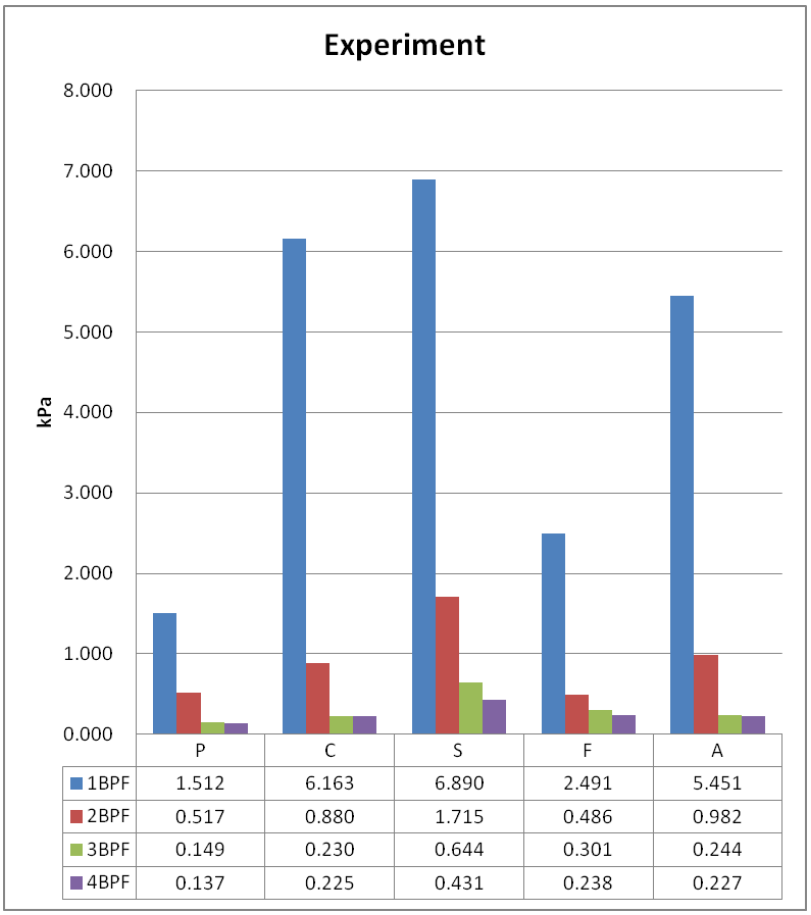

**Figure 47 Analysis result (1BPF)**

Figure 47은 해석된 결과를 보여주고 있으며 직육면체의 아래에서 위로 바라본 모습이다. 캐비테이션의 발생이 프로펠러가 우현 쪽을 지날 때 활발하므로 변동압력의 크기도 우현 쪽이 더 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 변동압력의 크기에 대해 해석결과와 실험결과 각각을 그래프로 나타내 보면 Figure 48-49와 같고 1BPF와 2BPF에 대해 비교한 그래프는 Figure 50에서 확인할 수 있다.



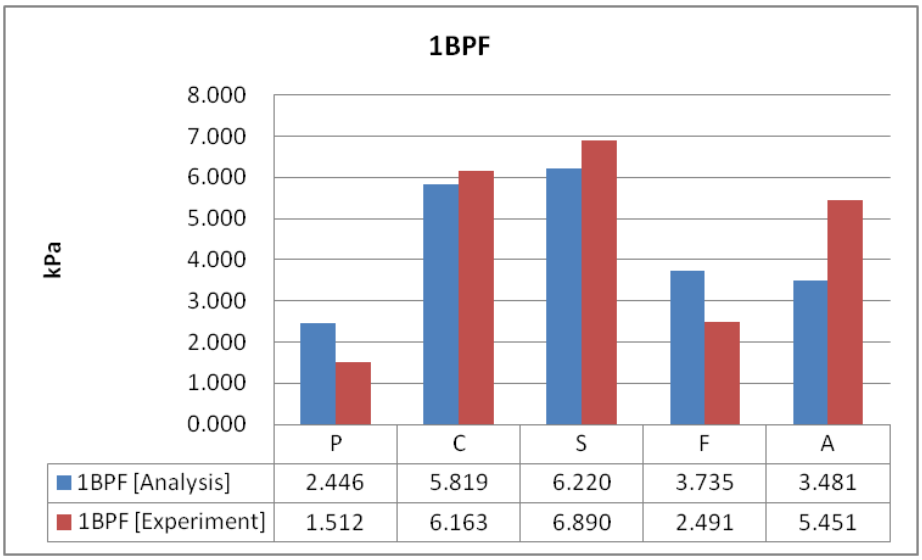

| | P | C | S | F | A |
|---|---|---|---|---|---|
| 1BPF | 2.446 | 5.819 | 6.220 | 3.735 | 3.481 |
| 2BPF | 0.855 | 1.037 | 1.956 | 0.979 | 0.968 |
| 3BPF | 0.076 | 0.192 | 0.111 | 0.098 | 0.090 |
| 4BPF | 0.094 | 0.153 | 0.160 | 0.126 | 0.123 |

**Figure 48 Analysis result**

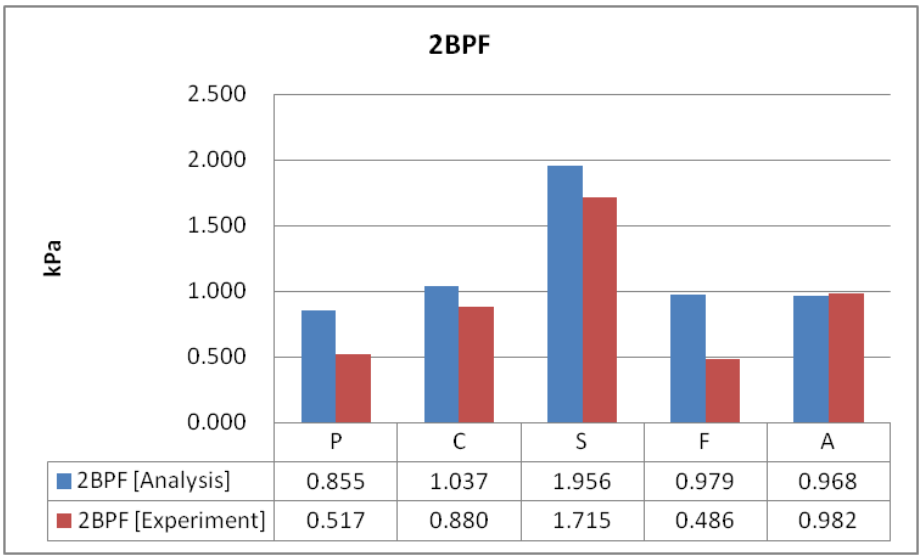



| | P | C | S | F | A |
|---|---|---|---|---|---|
| 1BPF | 1.512 | 6.163 | 6.890 | 2.491 | 5.451 |
| 2BPF | 0.517 | 0.880 | 1.715 | 0.486 | 0.982 |
| 3BPF | 0.149 | 0.230 | 0.644 | 0.301 | 0.244 |
| 4BPF | 0.137 | 0.225 | 0.431 | 0.238 | 0.227 |

**Figure 49 Experimental result**




(a) 1BPF




(b) 2BPF

**Figure 50 Comparison of analysis and experiment results at 1BPF and 2BPF**

실험과 해석 모두 우현 쪽에서 가장 큰 값을 나타내고 있다. 이는 앞서 설명한 바와 같이 공동이 좌우 비대칭적으로 발생하기 때문에 발생하는 현상이라고 할 수 있다. 또 해석상으로는 F점과 A점의 값이 거의 같은 수준이지만 실험 결과는 상당한 수준의 차이를 보이고 있다. 해석적인 관점에서 F점과 A점은 같은 값을 가지는 것이 당연하다. 왜냐하면 소스의 위치에서 떨어진 거리가 같고 서로 동일한 소스, 즉 같은 프로펠러에서 나오는 소음의 영향을 받고 있으므로 거의 같은 값을 가져야 한다. 하지만 실제 실험상으로는 그렇지 않은 결과를 보이고 있는데 이는 유체가 프로펠러를 통과하기 전의 상태와 프로펠러를 지난 후의 상태가 다름에 기인한 것으로 판단된다. 다시 말하면 프로펠러 공동에서 발생하는 소음뿐만이 아니라 유체의 흐름, 난류의 영향으로 서로 다른 크기의 소음이 계측된 것이다.

전체적으로 실험결과와 해석결과를 살펴보면 어느 정도 신뢰성을 가진다고 판단하기에 충분한 결과를 보여주고 있다. 물론 프로펠러 소음의 해석 결과는 일차적으로 이루어지는 유체 해석 결과에 지배적인 영향을 받지만, 유체 해석이 실제와 유사하게 수행되었다고 가정한다면 프로펠러 소음 해석 결과도 실제의 현상을 잘 반영하고 있다고 생각할 수 있다. 따라서 개발된 변동압력 및 프로펠러 소음 해석 기법을 이용한다면 프로펠러 설계 단계에서 효율적인 예측 수단으로 활용할 수 있을 것이다.

### 4.3. PFBEM 을 이용한 변동압력 역추정

변동압력의 계측 값을 모든 지점에서 얻는다는 것은 사실상 불가능하다. 따라서 계측을 통해 얻은 제한된 개수의 변동압력 값을 이용하여 전체 영역으로 확대하는 것도 중요한 관심대상 중 하나이다. 음향학적으로 소스의 형태가 어떤 것인지 전혀 모르는 상태에서 관찰점 몇 개의 음압을 가지고 음원을 추정한다는 것은 어렵다. 간혹 모노폴 등의 형태로 가정하고 음원을 역추정하는 기법은 있으나 이러한 기법도 위상 등의 정보가 포함되기 때문에 일정 개수 이상의 관찰점 정보가 보장되어야만 가능하다. 본 연구에서는 프로펠러 소음의 특징이 주로 모노폴의 형태인 것을 감안하여 소스를 역추정 하였으며 위상 정보를 제외한 음압의 크기만을 가지고 계산하기 위하여 에너지기반 해석 기법인 PFBEM(Power Flow Boundary Element Method)을 적용하여 관찰지점의 수에 대한 제한을 두지 않아도 되도록 하였다. 이런 과정을 통해 얻은 변동압력은 크기정보만을 가지고 있어 어느 정도의 한계는 가지고 있지만 장점 또한 가지고 있다. 먼저 계측 값에는 sheet cavitation 에 의한 영향뿐 아니라 전 주파수에 대해 모든 형태의 캐비테이션에서 발생하는 음압의 정보가 포함되어 있다. 그러므로 중고주파수 대역에 대해서도 신뢰성 있는 소스 정보이며 이는 현재 수준에서 해석만으로는 어려운 것이다. 따라서 계측 값을 이용하여 소음원을 역추정하면 전 주파수 대역에 대해 진동/소음 해석 입력 값을 계산해 낼 수 있고 이러한 입력 값을 바탕으로 PFA 나 SEA 를 통해 선체의 진동 또는 선실의 소음을 계산해 낼 수 있다. 더욱이 PFA 나 SEA 는 에너지 기반 해석법이므로 입력 값에 굳이

위상정보가 포함되어야 할 필요가 없다. 또 에너지 기반의 기법이므로 주파수가 높아짐에 따라 모델링을 잘게 나눠줄 필요가 없으므로 선박과 같은 대형 구조물의 해석에 유리하다. 따라서 PFBEM 을 이용하여 프로펠러 소음원을 역추정하는 방법은 효과적으로 프로펠러 기인 진동소음 소스를 구하는 방법이 될 수 있다.

### 4.3.1. 음향파워흐름해석법

일반적인 기계적 또는 유체 시스템을 생각해보면 들어오는 에너지는 내부 감쇠 에너지와 경계를 통해 빠져나가는 에너지의 합과 동일하다. 따라서 에너지 평형 방정식은 다음 식 (4.1)과 같이 표현할 수 있다 (Bouthier,1992).

$$\nabla \cdot \mathbf{I} + \Pi_{\text{diss}} = \Pi_{\text{in}} \tag{4.1}$$

여기서 $\Pi_{\text{diss}}$ 는 내부에서 손실되는 파워를 의미하고 $\Pi_{\text{in}}$ 은 외부에서 입력되는 파워를 의미한다. $\mathbf{I}$ 는 인텐시티 벡터(intensity vector)를 나타내고 이는 경계를 통해 이동하는 파워를 말한다. 또 내부 손실 계수를 가지는 시스템에서 $\Pi_{\text{diss}}$ 는 시간평균 된 에너지에 비례한다고 알려져 있는데 이를 식으로 나타내면 다음과 같다 (L.Cremer,

M.Heckl, 1988).

$$\Pi_{diss} = \eta\omega < e > \tag{4.2}$$

여기서 < >는 시간평균 된 값임을 의미하고 $\omega$는 가진 각주파수, $\eta$는 내부 손실 계수를 말한다. 그러므로 식 (4.1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\nabla \cdot I + \eta\omega < e >= \Pi_{in} \tag{4.3}$$

Acoustic wave equation은 harmonic 해를 가진다는 가정하에 Helmholtz equation으로 쓸 수 있는데 이는 식 (4.4)와 같다.

$$\nabla^2 p + \tilde{k}^2 p = 0 \tag{4.4}$$

여기서 $p$는 음압을 나타내고 $\tilde{k}$는 'complex acoustic wave number'를 의미하며 값은 $k(1 - j\eta/2)$와 같다. 구면좌표계에서 경계가 없는 경우 일반적인 압력에 대한 해는 다음 식 (4.5)과 같고 Euler 식을 이용하여 속도를 구하면 식 (4.6)과 같은 형태로 표현 할 수 있다.

$$p(r) = \frac{A}{r}\exp(-jkr) \tag{4.5}$$

$$\mathbf{u}(r) = \frac{j}{\rho\omega}\frac{\partial p(r)}{\partial r} = -j\frac{A}{\omega\rho}\frac{1+jkr}{r^2}\exp(-jkr) \tag{4.6}$$

위의 속도에 관한 식을 보면 소스와의 거리 r에 따라 그 성질이 달라지는데 $r$ 이 파장보다 아주 큰 위치에서는 속도의 허수부가 사라지고 실수부만 남게 되어 압력과 in-phase의 관계가 되고 근거리에서는 허수부가 남게 되어 out-phase의 특성을 가지는 항이 남게 된다. 이는 후에 에너지식에 반영되는데 구면파의 특성이라고 할 수 있는 부분이다. 압력과 속도의 식을 이용하여 음향 에너지와 인텐시티에 관한 식을 구할 수 있는데 각각의 식은 다음 식 (4.7)과 (4.8)과 같다.

$$e(r) = \frac{1}{4}\left(\rho\mathbf{u}_r\mathbf{u}_r^{*} + \frac{1}{\rho c_g{}^2}pp^{*}\right) = \frac{|A|^2}{2\rho c_g{}^2 r^2}e^{-\eta kr}\left[1+\frac{1}{2(kr)^2}+\frac{\eta}{2kr}+\frac{\eta^2}{8}\right] \tag{4.7}$$

$$\mathbf{I}_r(r) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(p\mathbf{u}_r{}^*) = \frac{|A|^2}{2\rho c_g r^2} e^{-\eta kr}\vec{\mathbf{r}} \tag{4.8}$$

여기서 $^*$는 공액복소수, $\rho$는 매질의 밀도, $c_g$는 군속도를 의미한다. 또 $\vec{\mathbf{r}}$은 방향벡터를 나타내고 $r$은 관찰점과 음원간의 거리를 나타낸다. 만약 내부 감쇠 계수가 아주 작은 매질이라면 ($\eta << 1$) 식 (4.7)의 중괄호 안의 마지막 두 항은 무시할 수 있고 에너지 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$e(r) = \frac{|A|^2}{2\rho c_g{}^2 r^2} e^{-\eta kr}\left[1 + \frac{1}{2(kr)^2}\right] \tag{4.9}$$

거리 $r$이 파장보다 매우 큰 경우는 에너지와 인텐시티의 관계식은 평면파의 그것과 같아진다 (i.e. $\mathbf{I}_r = c_g e$). 이런 영역을 원지장(far-field)이라고 부르는데 이와는 반대로 $r << \lambda$인 근접장(near-field)에서는 속도 항에 압력과 위상이 정반대인 성분이 추가된다. 그리고 이는 추가적인 에너지 항을 발생하게 하고 식 (4.9)에서 확인할 수 있다. 따라서 근접장의 효과를 고려한 에너지-인텐시티 관계식은 다음 식 (4.10)과 같고 이를 에너지 전달 관계식(energy transmission relationship)이라고 부른다.

$$\mathbf{I}_r = c_g \left( \frac{2k^2 r^2}{2k^2 r^2 + 1} \right) < e > \vec{\mathbf{r}} \qquad (4.10)$$

이는 평면파에서는 볼 수 없는 구면파의 특성이기도 한데 만약 근접장 관련 항을 제외하면 평면파의 경우와 같고 이는 구면파의 특성을 잘 나타내지 못한다고 이야기 할 수 있을 것이다. 그러므로 식 (4.10)은 구면파의 에너지 지배방정식을 구할 때 중요한 역할을 한다. 식 (4.2)와 (4.10)을 식(4.1)에 대입하면 다음 (4.11)식을 얻을 수 있다.

$$c_g \nabla \cdot \left\{ \left( \frac{2k^2 r^2}{2k^2 r^2 + 1} \right) < e > \right\} + \eta \omega < e > = \Pi_{in} \qquad (4.11)$$

위 식을 구면 좌표계의 형태로 표현하고 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{c_g}{r^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \left( \frac{2k^2 r^2}{2k^2 r^2 + 1} \right) < r^2 e > + \frac{\eta \omega}{c_g} < r^2 e > \right) \right\} = \Pi_{in} \qquad (4.12)$$

$$\frac{c_g}{r^2}\left\{\left(\frac{2k^2r^2}{2k^2r^2+1}\right)\frac{\partial}{\partial r}<r^2e>+\left(\frac{\eta\omega}{c_g}+\frac{4k^2r}{2k^2r^2+1}-\frac{8k^4r^3}{(2k^2r^2+1)^2}\right)<r^2e>\right\}=\delta(r) \tag{4.13}$$

여기서, $\delta(r)$ 는 Dirac-delta 함수이며 r이 0이 아닌 지역에서는 식 (4.13)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial r}<r^2e>+\left(\frac{\eta\omega}{c_g}+\frac{4k^2r}{(2k^2r^2+1)^2}\right)\left(\frac{2k^2r^2+1}{2k^2r^2}\right)<r^2e>=0 \tag{4.14}$$

여기서 에너지 기법을 사용하기 위하여 mid frequency condition을 가정하면 $k^2r^2>>1$ 이고, $(2k^2r^2+1)/(2k^2r^2)\approx 1$ 로 생각할 수 있다. 하지만 $4k^2r/(2k^2r^2+1)^2$ 는 실제 값은 아주 작은 값이지만 내부 감쇠 계수가 아주 작다는 가정을 하였으므로 덧셈에서 $\eta\omega/c_g$ 에 비해 무시할 수 있을 만큼 작지 않다. 따라서 최종적으로 얻을 수 있는 음향 에너지 지배방정식은 다음 식 (4.15)과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial r}<r^2e>+\left(\frac{\eta\omega}{c_g}+\frac{4k^2r}{(2k^2r^2+1)^2}\right)<r^2e>=\delta(r) \tag{4.15}$$

$4k^2r/(2k^2r^2+1)^2$ 는 근거리 에너지 항을 고려함으로써 얻을 수 있는 새로운 항으로써 새롭게 유도된 에너지 지배방정식에서 중요한 항이다. 또한 이 항은 미분 방정식의 형태를 살펴보았을 때 damping 의 역할을 하는 부분에 위치해 있는 것을 확인 할 수 있다. 추가로 고려된 근거리 에너지의 경우 실제로는 reactive 에너지로서 방사되지 못하는 특성을 가지고 있으므로 기존의 기법들 보다 소스 주변부에서 더 적은 에너지를 가지는 것으로 해석할 수 있겠다.

### 4.3.2. 음향파워흐름경계요소법

#### 4.3.2.1. 기본 해 유도

식 (4.15)는 다음과 같은 형태의 미분 방정식 형태이다

$$\frac{\partial}{\partial r}<r^2e>+q(r)<r^2e>=0 \tag{4.16}$$

$$q(r)=\frac{\eta\omega}{c_g}+\frac{4k^2r}{(2k^2r^2+1)^2} \tag{4.17}$$

이러한 형태의 미분 방정식은 식 (4.18)과 같은 형태의 해를 가지는 것으로 알려져 있으며 이를 통해 에너지와 인텐시티를 구하면 다음 식 (4.19), (4.20)과 같다.

$$< r^2 e >= Ce^{-\int q(r)dr} \tag{4.18}$$

$$< e >= \frac{C}{r^2} e^{-\frac{\eta\omega}{c_g} r + \frac{1}{1+2k^2r^2}} \tag{4.19}$$

$$< \mathbf{I}_r >= c_g \frac{C}{r^2} e^{-\frac{\eta\omega}{c_g} r + \frac{1}{1+2k^2r^2}} \vec{\mathbf{r}} \tag{4.20}$$

여기서 계수 C를 구하기 위하여 인텐시티 식을 이용한다. 소스를 포함하고 있는 아주 작은 구면에 대하여 인텐시티를 면적분 하면 소스의 크기와 같다는 조건을 이용하면 식 (4.21)과 같이 나타낼 수 있는데 이를 이용하여 입력 파워의 크기는 1일 때 구한 계수 C는 $e^{-1}/(4\pi c_g)$ 이다.

$$\Pi_{\text{in}} = \lim_{r\to 0}\int_S \mathbf{I}_r(r)dS = \lim_{r\to 0} 4\pi r^2 \mathbf{I}_r(r) \tag{4.21}$$

그러므로 자유음장에서 음향 에너지에 대한 Green 함수 과 인텐시티에 대한 Green 함수 은 각각 식(4.22) 와 식 (4.23)와 같다.

$$G(r) = \frac{1}{4\pi c_g r^2} e^{-\eta kr - \frac{2k^2r^2}{1+2k^2r^2}} \tag{4.22}$$

$$H_r(r) = \frac{1}{4\pi r^2} e^{-\eta kr - \frac{2k^2r^2}{1+2k^2r^2}} \tag{4.23}$$

이러한 Green 함수들은 파워흐름경계요소법의 간접기법에 다시 사용된다.

#### 4.3.2.2. 파워흐름경계요소법의 간접적 기법

경계요소법의 간접적 기법의 핵심 개념은 실제 시스템을 가상의 무한 시스템으로 대체하고 원래 경계가 있던 위치에 가상의 음원

$\phi(\vec{\xi})$ 을 분포시키는 것이다. 그리고 추가되는 한 가지 가정은 진행 중인 음파는 다른 음파의 전파에 영향을 주지 않는 다는 것으로 어느 한 지점의 에너지는 그 지점을 지나는 모든 음파의 에너지의 합과 같다는 말이다. 따라서 3차원 문제에서는 에너지 밀도와 인텐시티는 다음 식(4.24)와 식(4.25)와 같이 표현된다.

$$e(\vec{\mathbf{x}}) = \int_S G(|\vec{\mathbf{x}} - \vec{\xi}|)\phi(\vec{\xi})dS(\vec{\xi}) + \int_V G(|\vec{\mathbf{x}} - \vec{\mathbf{z}}|)\Pi_{\text{in}}(\vec{\mathbf{z}})dV(\vec{\mathbf{z}}) \qquad (4.24)$$

$$\mathbf{I}(\vec{\mathbf{x}}) = \int_S H(|\vec{\mathbf{x}} - \vec{\xi}|)\phi(\vec{\xi})dS(\vec{\xi}) + \int_V H(|\vec{\mathbf{x}} - \vec{\mathbf{z}}|)\Pi_{\text{in}}(\vec{\mathbf{z}})dV(\vec{\mathbf{z}}) \qquad (4.25)$$

$\vec{\mathbf{x}}$는 관심지점의 위치, $\vec{\xi}$ 는 경계에 분포하고 있는 가상 소스의 위치, $\vec{\mathbf{z}}$ 는 입력 파워의 위치이고 $\phi(\vec{\xi})$ 는 가상 음원의 크기를 말한다. 식 (4.24), (4.25)와 적절한 경계조건을 사용하면 3차원 임의의 지점에서 음향 에너지와 인텐시티를 구할 수 있다. 그리고 유한개의 요소로 경계를 모델링하여 계산하게 되는데 이 때 경계의 요소 개수를 $N$, 입력파워의 개수를 $M$ 개라고 하면 다음과 같은 최종 식을 얻을 수 있다.

$$e(\vec{\mathbf{x}}^i) = \sum_{j=1}^{N} \phi(\vec{\xi}^{\,j}) \int_{\Delta S} G(\vec{\mathbf{x}}^i, \vec{\xi}^{\,j}) dS^j + \sum_{k=1}^{M} \Pi_{\text{in}}(\vec{\mathbf{z}}^k) \int_{\Delta V} G(\vec{\mathbf{x}}^i, \vec{\mathbf{z}}^k) dV^k \quad (4.26)$$

$$\mathbf{I}(\vec{\mathbf{x}}^i) = \sum_{j=1}^{N} \phi(\vec{\xi}^{\,j}) \int_{\Delta S} H(\vec{\mathbf{x}}^i, \vec{\xi}^{\,j}) dS^j + \sum_{k=1}^{M} \Pi_{\text{in}}(\vec{\mathbf{z}}^k) \int_{\Delta V} H(\vec{\mathbf{x}}^i, \vec{\mathbf{z}}^k) dV^k \quad (4.27)$$

#### 4.3.2.3. 파워흐름경계요소법의 해석 및 검증

음향 에너지 지배방정식의 타당성 검증을 위하여 정육면체의 음향공간에 대하여 해석을 수행하였다. 해석 대상은 Figure 51과 같은 정육면체 모양이며 이고 공기로 가득 차 있다고 생각한다. 점음원은 음향 공간의 한가운데에 위치해 있으며 경계는 rigid wall로 설정하였으며 Neumann 경계조건을 사용하였다. 필드포인트는 정육면체의 한가운데에 위치한 XY평면을 사용하였으며 BEM해석 결과와 APFBEM 해석 결과의 비교를 위해서 Figure 52에서 보는 것과 같이 필드포인트의 대각선에 위치한 지점들의 에너지 값을 이용하였다. BEM의 해석에는 상용프로그램인 SYSNOISE를 이용하였으며 BEM에서 구해진 압력과 속도의 값을 이용하여 음향 에너지 값으로 변환시켜 주었고, 계산된 에너지 값들을 이용하여 APFBEM의 결과와 비교하였다.

Figure 54-58은 각각 63Hz, 125Hz, 250Hz, 500Hz, 650Hz의 주파수에

서 얻어진 에너지의 공간분포 그래프이다. 각각의 그래프에서 (a)가 BEM의 결과이며 (b)가 APFBEM의 결과이다. 더욱 정확한 비교 그래프를 위하여 수행한 중심선의 에너지 값 비교는 Figure 59-63의 그래프에 잘 나타난다. 먼저 음향 에너지의 공간분포를 살펴보면 음향 파워흐름해석법이 BEM해석 결과의 전체적인 경향 및 값을 잘 나타내고 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 경향은 중심선 결과 비교 그래프를 통해 더욱 잘 알 수 있다. 또 주파수가 낮은 63Hz에서는 어느 정도 차이를 보이지만 그 이상의 주파수에서는 아주 잘 일치하고 있는데 이것은 앞에서 언급된 mid-frequency condition을 가정한 것과 관계가 있다. 이 가정에 의하면 만약 음향 공간이 아주 크다면 이 지배방정식은 저주파에서도 일정 수준 이상의 신뢰도를 가질 것으로 기대된다.

BEM의 해석에 사용된 BE-model과 APFBEM에 사용된 PFBE-model은 Figure 53과 같다. 먼저 BE-model의 경우 21,600개의 요소 수를 가지고 있는 반면 PFBE-model의 경우 600개의 요소만을 가지고 있다. 이는 BEM의 경우는 요소 수에 대한 제한이 있기 때문인데, 보통 하나의 파장에 6개의 요소가 포함될 수 있도록 모델링 하는 것을 권장하는 반면 PFBEM의 경우는 요소수의 제한이 없으므로 600개의 요소만으로도 일정 수준의 수렴도를 보여준다. 만약 PFBE-model을 BEM 해석에 사용한다면 최대 147Hz의 주파수까지만 해석이 가능하다. 바로 이러한 모델링에서의 효율성이 PFBEM이 과거 소음해석에 주로 사용되었던 BEM/FEM에 비해 가지는 가장 큰 장점이며 이것은 직접적으로 계산 시간에 영향을 주는 중요한 요인이

다.

따라서 모드의 형상이 중요한 아주 낮은 주파수를 제외하고, local한 음압 분포보다 global한 음압 분포가 더 의미 있는 주파수 범위에서 PFBEM을 소음해석에 이용하는 것은 정확도 및 효율성에서 이점을 가진다고 말할 수 있다.

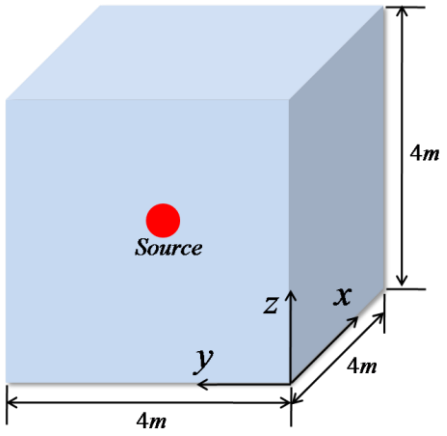



**Figure 51 Three dimensional acoustic cavity model**

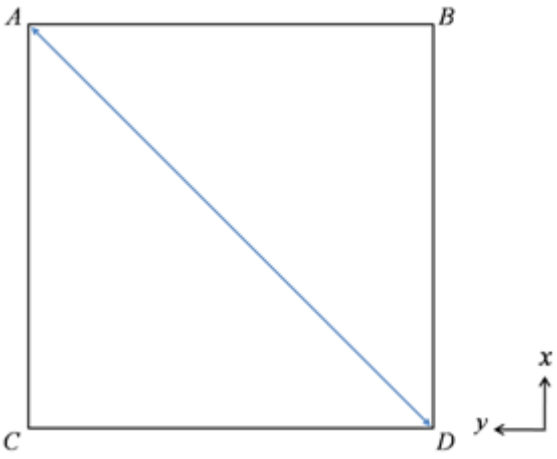
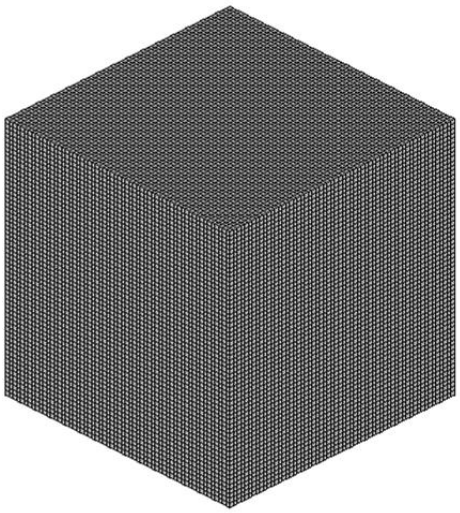
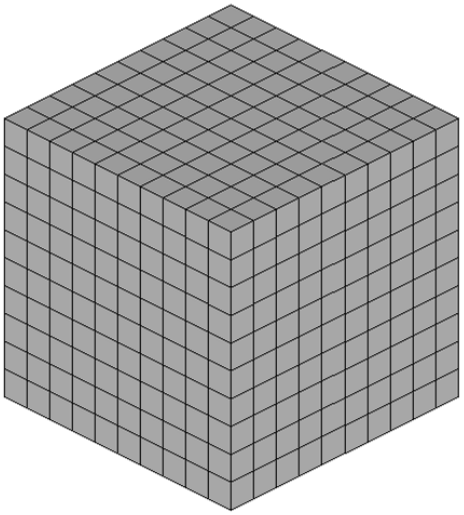



**Figure 52 Center line of field points (the points of which X=Y)**

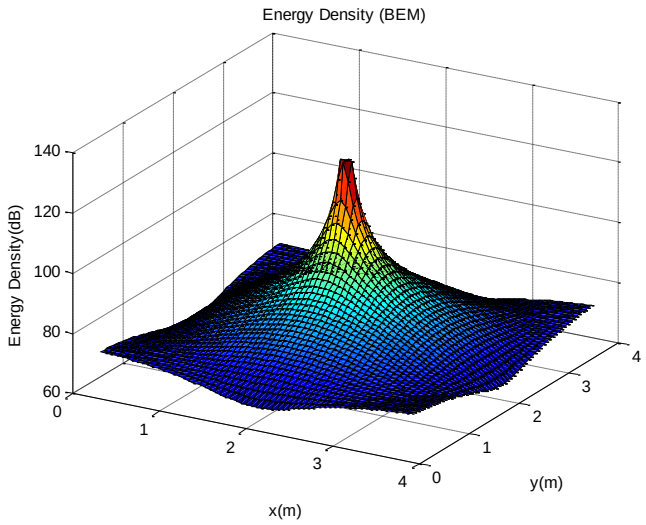


(a)

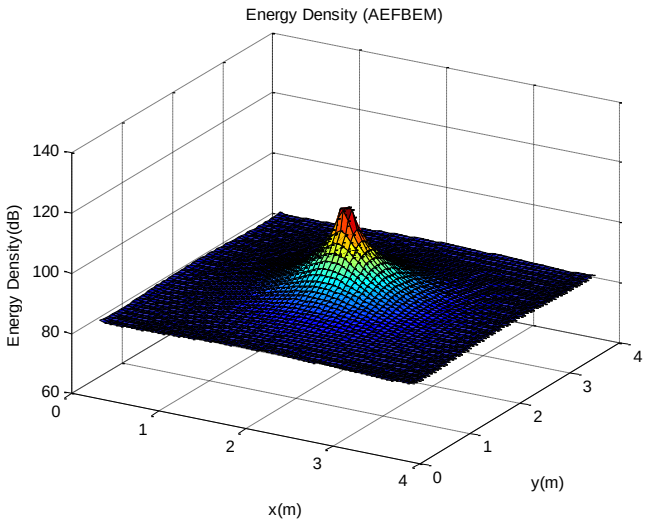


(b)

**Figure 53 The cubic acoustic cavity, $L_x \times L_y \times L_z = 4m \times 4m \times 4m$: (a) BE-model of 21600 elements, (b) APFBE-model of 600 elements**



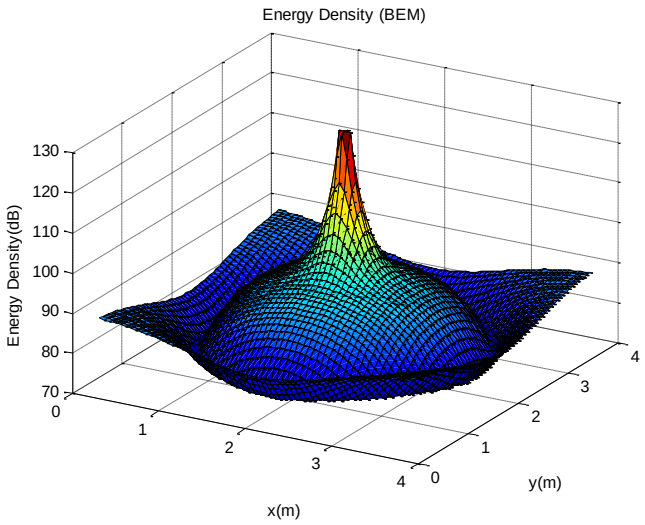

(a)



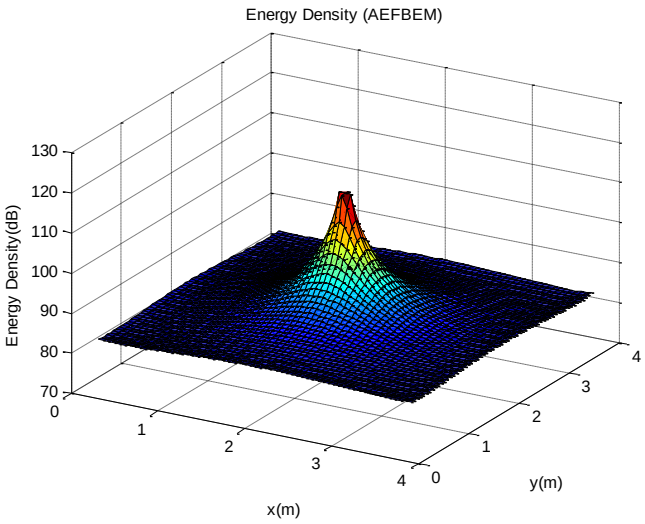

(b)

**Figure 54 The energy density level distribution of acoustic cavity - 63Hz**

**(a) BEM, (b) AEFBEM**

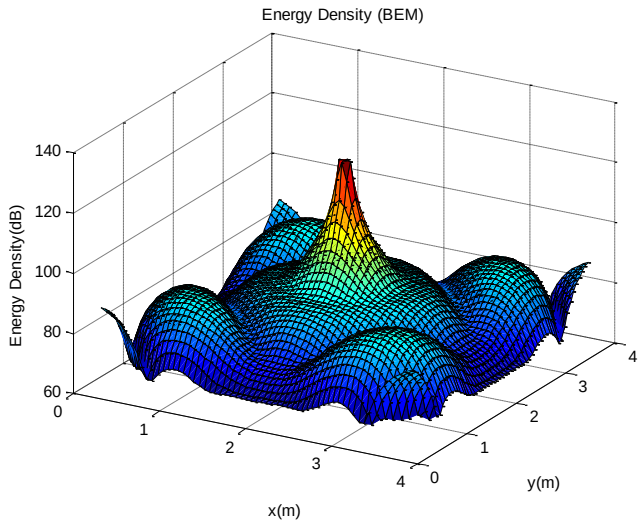



(a)

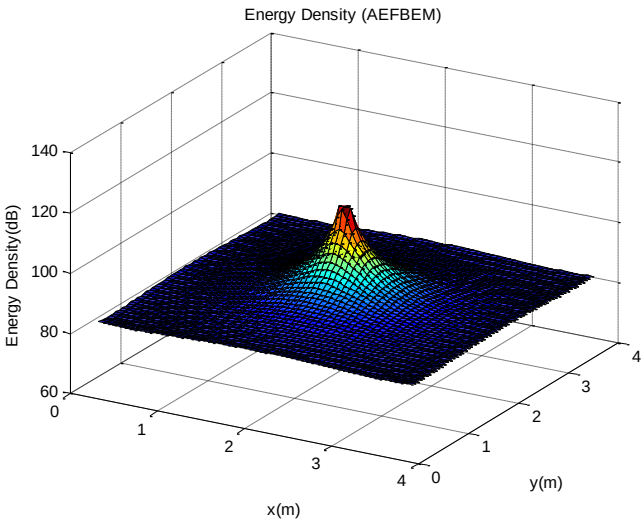



(b)

**Figure 55 The energy density level distribution of acoustic cavity - 125Hz (a) BEM, (b) AEFBEM**

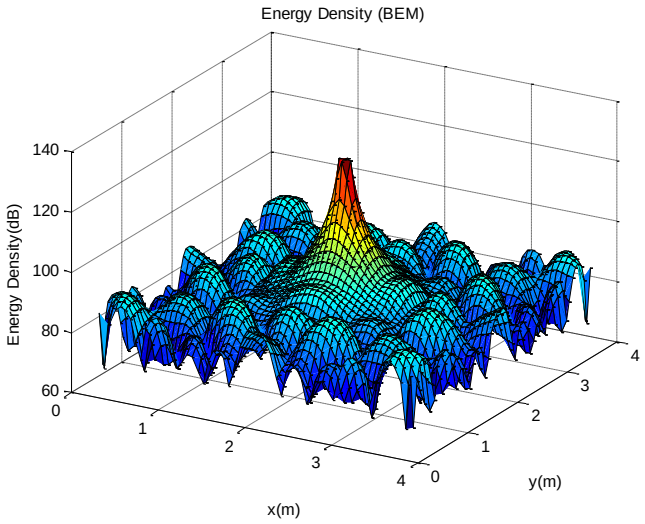



(a)




(b)

**Figure 56 The energy density level distribution of acoustic cavity - 250Hz (a) BEM, (b) AEFBEM**




(a)

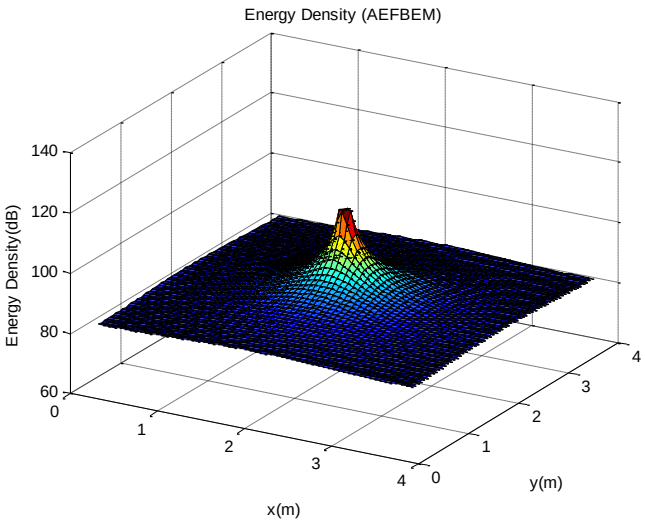
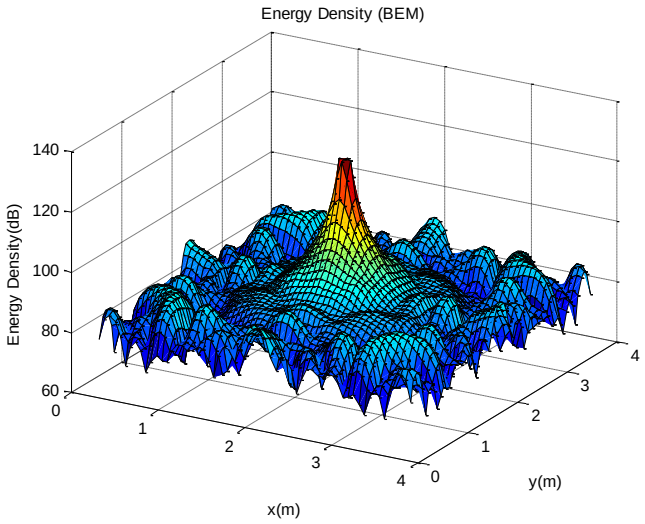
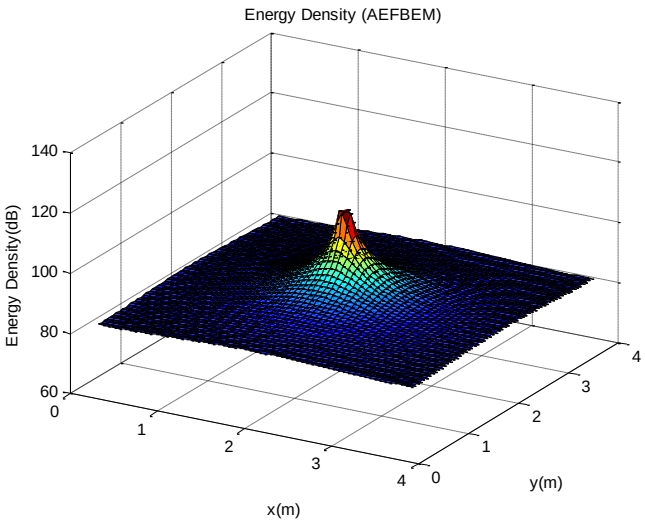



**Figure 57 The energy density level distribution of acoustic cavity - 500Hz (a) BEM, (b) AEFBEM**




(a)




(b)

**Figure 58 The energy density level distribution of acoustic cavity - 650Hz (a) BEM, (b) AEFBEM**

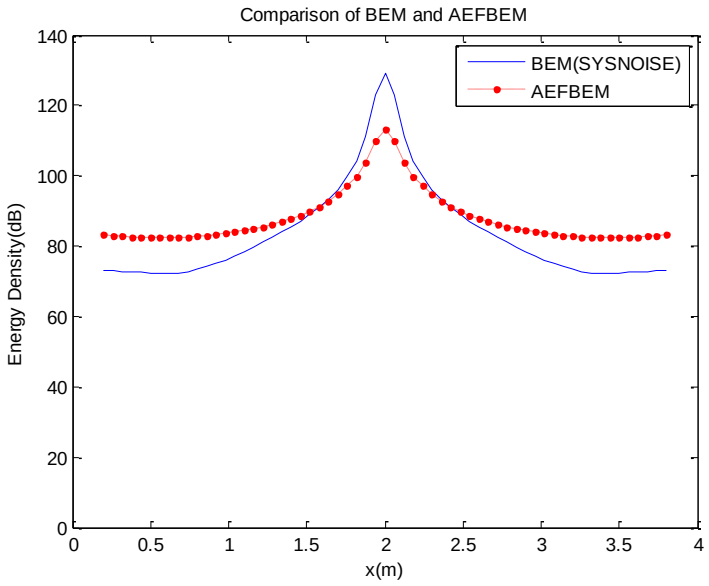



**Figure 59 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 63Hz**

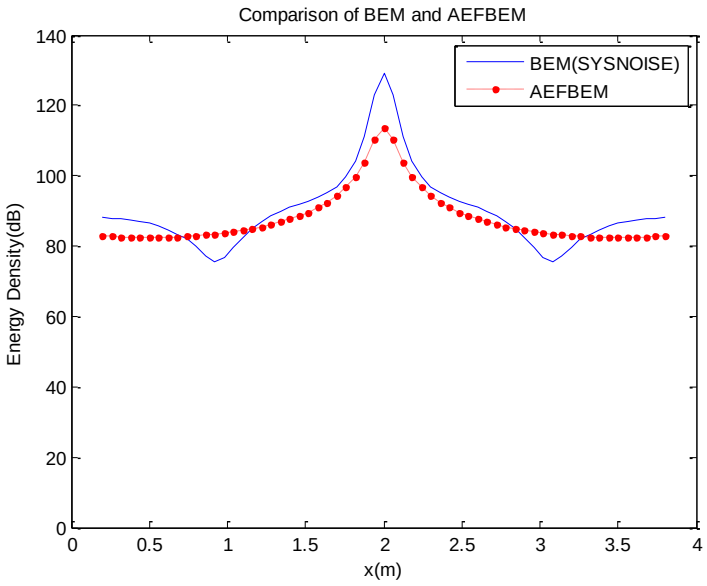



**Figure 60 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 125Hz**

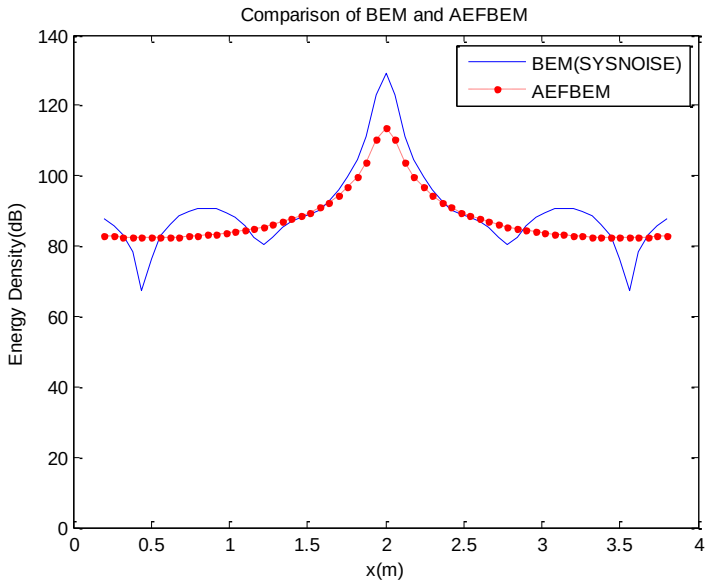



**Figure 61 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 250Hz**

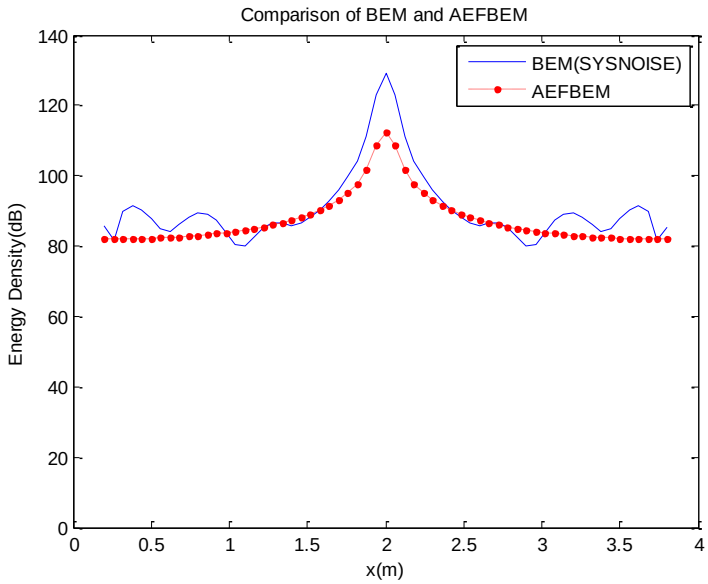



**Figure 62 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 500Hz**

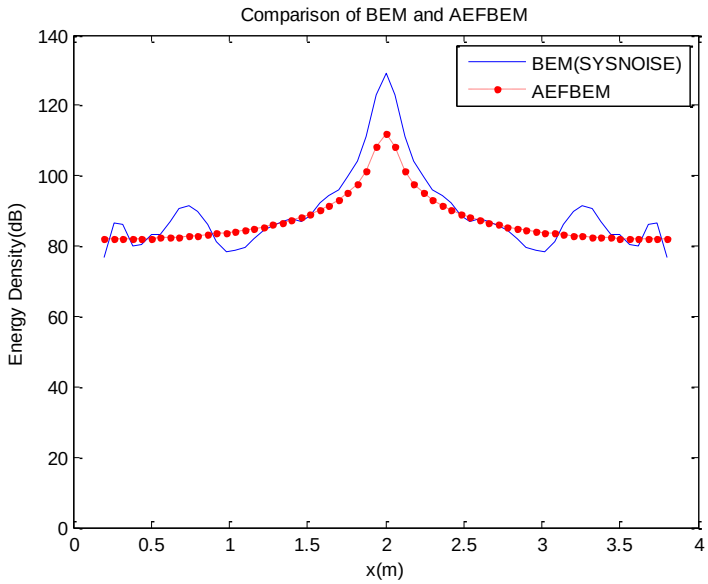



**Figure 63 The Comparison of the energy density distribution along the centerline of field points - 650Hz**

### 4.3.3. 파워흐름경계요소법을 활용한 변동압력 역추정

앞 절에서 설명한 음향파워흐름경계요소법을 바탕으로 계측된 몇 개의 변동압력 값을 이용하여 전체 선미부 영역으로 확장할 수 있다. 일반으로 음압을 계산하는 과정을 살펴보면 자유음장에서 n개의 소스가 있을 때 m개의 관측 지점에서의 음압은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}
p_1 &= Q_1 G(r_{11}) + Q_2 G(r_{12}) + Q_3 G(r_{13}) + \cdots + Q_n G(r_{1n}) \\
p_2 &= Q_1 G(r_{21}) + Q_2 G(r_{22}) + Q_3 G(r_{23}) + \cdots + Q_n G(r_{2n}) \\
p_3 &= Q_1 G(r_{31}) + Q_2 G(r_{32}) + Q_3 G(r_{33}) + \cdots + Q_n G(r_{3n}) \\
&\vdots \\
p_m &= Q_1 G(r_{m1}) + Q_2 G(r_{m2}) + Q_3 G(r_{m3}) + \cdots + Q_n G(r_{mn})
\end{aligned} \tag{4.28}$$

이 때 프로펠러에서 나오는 소음원의 크기는 Q로 동일하다고 가정하면 식 (4.28)은 다음 (4.29)식과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
p_1 &= \{G(r_{11}) + G(r_{12}) + G(r_{13}) + \cdots + G(r_{1n})\}Q \\
p_2 &= \{G(r_{21}) + G(r_{22}) + G(r_{23}) + \cdots + G(r_{2n})\}Q \\
p_3 &= \{G(r_{31}) + G(r_{32}) + G(r_{33}) + \cdots + G(r_{3n})\}Q \\
&\vdots \\
p_m &= \{G(r_{m1}) + G(r_{m2}) + G(r_{m3}) + \cdots + G(r_{mn})\}Q
\end{aligned} \tag{4.29}$$

주된 캐비테이션 기인 압력의 소스를 프로펠러 하나당 한 개로 설정하면 단축 프로펠러의 경우 소스는 총 한 개이다. 따라서 m개의 계측 값이 있다고 하면 식 (4.29)는 다음과 같이 정리되는데 여기서 G는 역행렬을 가질 수 없는 형태이므로 정확한 소스의 크기를 알 수 없다.

$$\{p\}_{1\times m} = \{G\}_{1\times m} Q \tag{4.30}$$

$$Q = \{G\}_{1\times m}^{-1} \{p\}_{1\times m} \tag{4.31}$$

따라서 소스의 크기 Q를 구하기 위해서는 근사값을 구하는 방법 중 하나인 pseudo-inverse 기법을 활용하여 구할 수 있다. 다시 말하면, 실제 계측 값을 모두 만족시키는 하나의 소스는 존재하지 않으므로 가장 유사한 크기의 소스를 구하는 것이다. 이 때 사용하는 압력의 크기는 계측 된 값을 그대로 사용하는 것이 아니라 경계의 영향으로 인해 발생하는 크기의 변화를 고려한 후 경계가 없는 자유장이라고 가정하였을 때의 값을 사용한다. 이는 간단히 SBF를 임의로 정하여 계측 값에 나눠 주어도 되고 단위 소스로 APFBEM 해석을 수행한 후 자유장일 때의 값과 비교하여 경계에 의해 증가한 비율을 나누어 주어도 된다. 즉, 전반사가 일어난다고 가정하면 SBF는 2가 되고 식 (4.31)에서 사용하는 압력은 실제 계측 값의 절반이 된다.

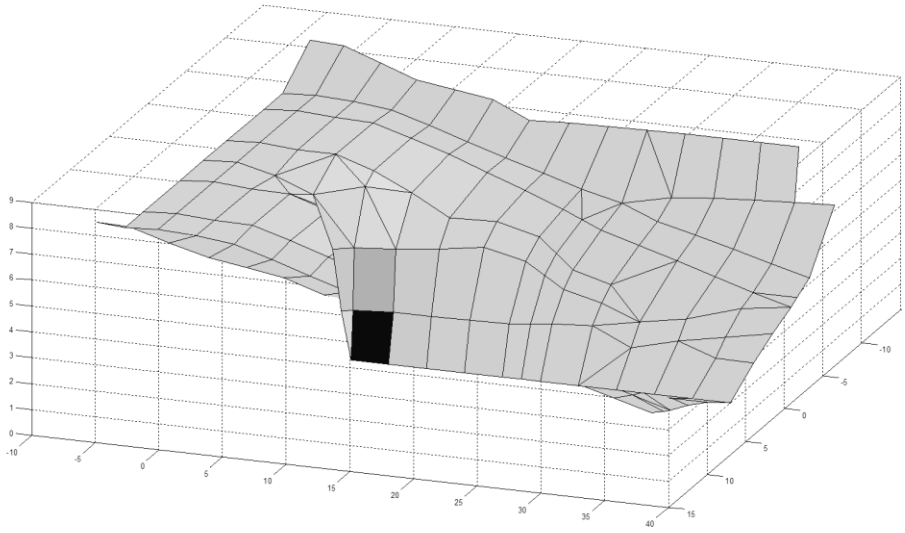


**Figure 64 Analysis model**

Figure 64는 해석에 사용된 선미부 모델을 나타낸다. 프로펠러의 위치에 소스가 존재한다고 가정하고 선미부에 표시된 8개의 계측점에서 변동압력 값을 안다고 가정하고 해석하였으며 전체 영역의 변동압력 값을 예측한 결과는 Figure 65와 같다. 실제 계측 지점의 값으로 사용한 변동압력 값과 소스 추정 후 재해석하여 구한 변동압력의 값은 모두 1~2dB 내외로 근접한 값을 주었다. 같은 지점에 대해 구한 값이므로 같은 값이 나와야 하지만 소스 자체를 근사값으로 구하였으므로 계측 값과 APFBEM으로 구한 값의 차이는 불가피 하다. 하지만 서로 유사한 값을 나타내며 Figure 65에서 보는 바와 같

이 일반적인 형태의 변동압력 분포를 잘 나타내 주고 있는 것을 확인 할 수 있다. 따라서 이러한 기법을 통해 선미부 전체의 변동압력 근사치를 추정해 볼 수 있으며 그 값을 이용하여 다시 PFA나 SEA를 통해 선체 진동 및 실내 소음 해석을 수행할 수 있다. 하지만 이론적으로는 성립하지만 아직 실제로 적용된 예나 실험을 통한 검증이 없으므로 이에 대한 연구가 필요하고 또 프로펠러 소스의 위치 설정 문제에 있어 최적화에 대한 연구도 추가적으로 더 필요할 것으로 보인다.

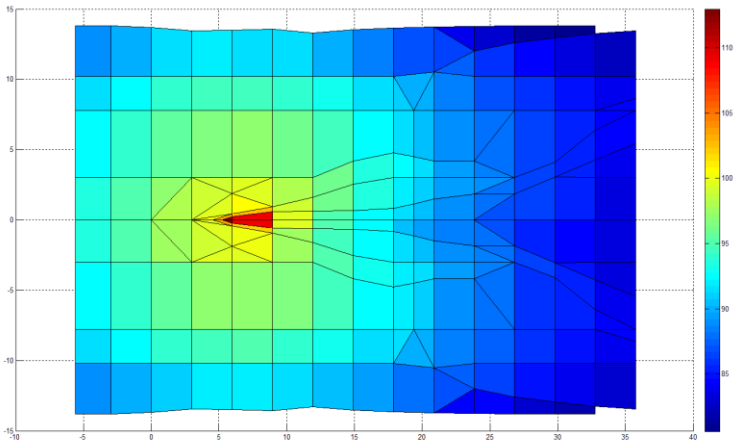



**Figure 65 Approximation of pressure fluctuation by using APFBEM**

# 5. 구조음향 연성을 고려한 프로펠러 소음해석

소리가 전파되어 구조물을 만나게 되면 그 압력은 구조물에 힘으로 작용한다. 이러한 주기적인 힘의 작용은 구조물의 진동을 유발하고 이러한 진동 현상은 또 새로운 음압을 발생시킨다. 이러한 연성작용에 대한 상호 영향은 경우에 따라 무시할 정도로 작지 않으므로 최근 들어 구조음향 연성분야에 대한 연구도 제법 많이 이루어지고 있는 편이다. 수치해석적인 분야에서는 주로 FEM 과 BEM 의 주파수 영역 해석 기법을 활용한 연구가 주를 이루고 있는데 본 논문에서는 FEM 과 음향상사법의 시간영역 해석에 대해 연성연구를 수행하였다. 그리고 FEM 기법은 평판의 횡진동에 대해서만 적용하였다.

## 5.1. 유한요소법

### 5.1.1. Kirchhoff 평판의 횡진동에 대한 운동방정식 유도

#### 5.1.1.1. Kirchhoff 평판 모델

Kirchhoff 평판의 횡진동은 다음과 같은 가정이 전제된다.

(1) 평판의 두께(h)는 길이와 너비에 비해 상대적으로 매우 작다.

(2) 평판의 중앙면(mid-plane)의 경우 면내방향의 변형이 이루어지지 않으며 따라서 중앙면은 변형 후에도 중심평면(neutral plain)이 된다.

(3) 중앙면에서 발생하는 변위성분들은 평판의 두께에 비해 매우 작은 크기를 갖는다.

(4) 전단변형에 의한 영향은 고려되지 않는다. 따라서 변형 전 중앙면에 수직을 이루던 평면은 변형 후에도 중앙면에 수직을 이루게 된다.

(5) 회전관성효과는 고려되지 않는다.

위와 같은 가정을 통해 Kirchhoff 평판과 응력성분들을 직각좌표계에서 나타내면 다음의 Figure 66과 같다. 여기서 Kirchhoff 평판의 중앙면은 평면 위에 있다 하였고, 이 중앙면에서의 변형이 횡방향변위로 정의된다.

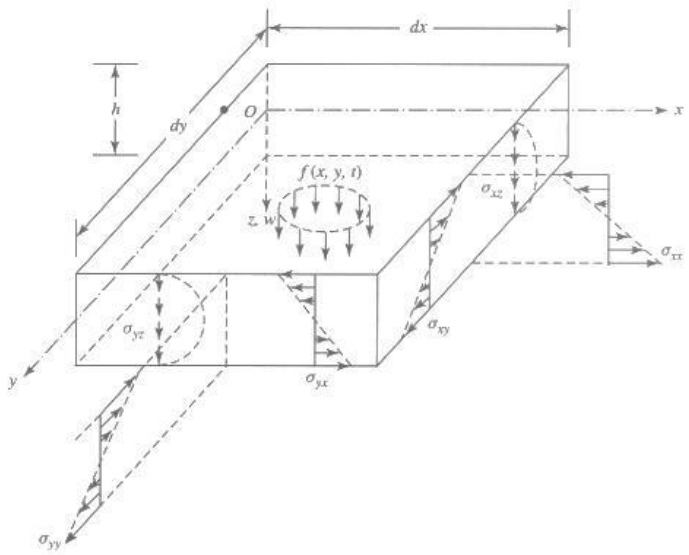



**Figure 66 Undeformed configuration & Stress components of Kirchhoff plate**

위 Figure 66의 Kirchhoff 평판에서의 응력성분을 통해 각 방향으로의 합응력과 모멘트를 식으로서 표현하면 아래와 같다.

$$
\begin{aligned}
\mathrm{M_x} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} z dz \\
\mathrm{M_y} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} z dz \\
\mathrm{M_{xy}} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z dz = \mathrm{M_{yx}}, \qquad \text{since} \quad \sigma_{xy} = \sigma_{yx} \\
\mathrm{Q_x} &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz} dz \\
\mathrm{Q}_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz} dz
\end{aligned}
\tag{5.1}
$$

위 (5.1)식과 같은 힘과 모멘트 성분을 그림상에 나타내면 다음의 Figure 67과 같다.

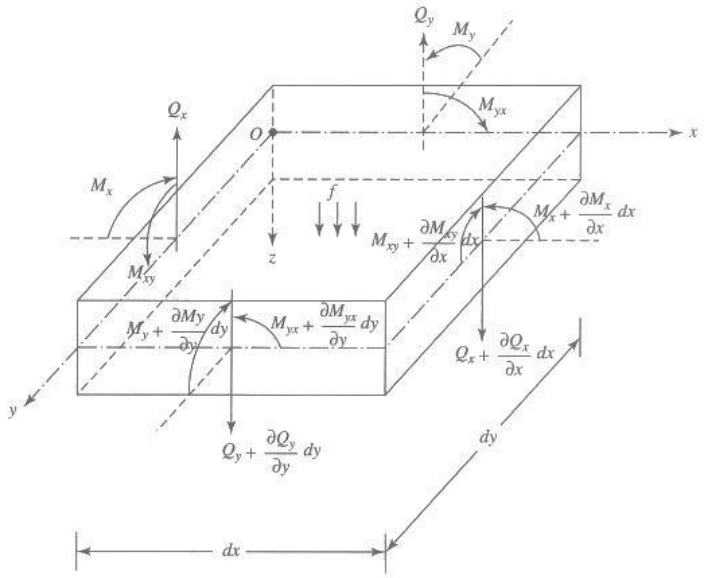



**Figure 67 Forces and induced moment resultants in an element of Kirchhoff plate**

### 5.1.1.2. Kirchhoff 평판의 변형-변위 관계

Kirchhoff 평판의 횡방향 운동으로 발생하는 변형과 변위와의 관계를 유도하기 위해 아래의 Figure 68과 같이 작은 요소의 굽힘 변

형을 살펴 보면, 가정 (2)에 따라 중앙면에 수직인 평면은 수직방향으로 평행이동하고, 굽힘에 의해 회전하게 된다.

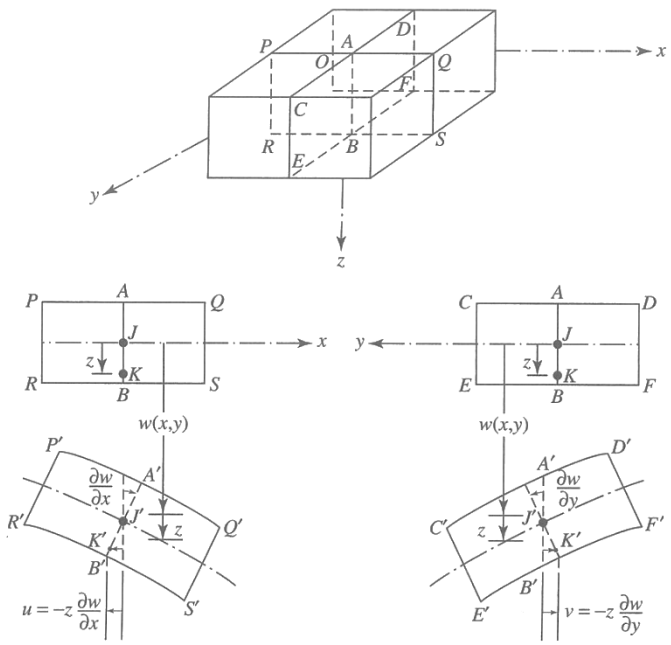



**Figure 68 Edge view of a plate deformation in the xz & yz plane**

따라서 평판의 횡방향 운동으로부터 발생하는 면내방향의 변형은 다음의 식과 같다.

$$u = -z\frac{\partial w}{\partial x} \qquad v = -z\frac{\partial w}{\partial y} \tag{5.2}$$

한편, 변형과 변위의 관계식은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

따라서 (5.3)식에 (5.2)식을 대입하여 정리하면 아래와 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-z\frac{\partial w}{\partial x}\right) = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-z\frac{\partial w}{\partial y}\right) = -z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-z\frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(-z\frac{\partial w}{\partial y}\right) = -2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{5.4}$$

위 (5.4)식을 살펴보면 평판의 변형률은 모두 횡방향 변위 $w(x,y)$ 로 표현 되는 것을 알 수 있다.

#### 5.1.1.3. Kirchhoff 평판의 모멘트-변위 관계식

먼저, 평판의 plane stress 가정으로부터 평판의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\sigma_{xx}=\frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{xx}+\nu\varepsilon_{yy}) \qquad \sigma_{yy}=\frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{yy}+\nu\varepsilon_{xx}) \qquad \sigma_{xy}=G\gamma_{xy} \quad (5.5)$$

여기서 $E$ 는 탄성계수, $G$ 는 전단계수를 나타내며, $\nu$ 는 포아송비를 의미한다. 이제 (5.4)식과 (5.5)식을 (5.1)식에 대입하여 정리하면 다음의 식과 같이 평판의 모멘트와 변위와의 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\mathrm{M_x} &= -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\\
\mathrm{M_y} &= -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\\
\mathrm{M_{xy}} &= \mathrm{M_{yx}} = -(1-\nu)D\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}
\end{aligned} \quad (5.6)$$

여기서 $D$는 굽힘강성계수(flexural rigidity of plate)로서 다음과 같다.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{3.7}$$

#### 5.1.1.4. 힘의 평형방정식을 통한 운동방정식 유도

Figure 66의 평판요소를 고려하여 힘의 평형 조건식으로부터 평판의 운동방정식을 유도할 수 있다. 먼저, $z$ 방향으로의 힘의 평형식을 살펴 보면 다음과 같다.

$$\left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x}dx\right)dy + \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y}dy\right)dx + fdxdy - Q_x dy - Q_y dx = \rho h dxdy \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{5.8}$$

그리고 (5.8)식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + f(x,y,t) = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{5.9}$$

여기서, $f(x,y,t)$는 외부분포 가진력의 인텐시티(intensity)를 의미하

며 $\rho$는 평판의 밀도를 나타낸다. 그리고 Figure 66을 통해 $y$ 축에 대한 모멘트 평형식을 살펴보면 다음과 같다.

$$\left(Q_x+\frac{\partial Q_x}{\partial x}dx\right)dxdy=\left(M_x+\frac{\partial M_x}{\partial x}dx\right)dy+\left(M_{xy}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}dy\right)dx$$
$$-M_x dy-M_{xy}dx-fdxdy\frac{dx}{2} \tag{5.10}$$

위의 (5.10)식에 대해 미소 항을 무시하여 정리하면 다음과 같이 나타난다.

$$Q_x=\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \tag{5.11}$$

같은 방법에 의해, $y$ 축에 대한 모멘트 평형식은 다음과 같다.

$$Q_y=\frac{\partial M_y}{\partial y}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \tag{5.12}$$

위 (5.11)식과 (5.12)식에 (5.6)식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = -D\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$
$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \quad (5.13)$$

마지막으로 위의 (5.13)식을 (5.9)식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 평판의 운동지배방정식을 얻을 수 있다.

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) + \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f(x,y,t) \quad (5.14)$$

여기서 외부 가진힘 $f(x,y,t)=0$ 이면 다음과 같은 자유진동(free vibration) 방정식을 얻을 수 있다.

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) + \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (5.15)$$

#### 5.1.1.5. 변분을 통한 Kirchhoff 평판의 운동방정식 유도

Plane stress 가정과 Kirchhoff 평판 가정 (4)를 통해 Kirchhoff 평판 모델의 변형 에너지 밀도(strain energy density) $\pi_0$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\pi_0 = \frac{1}{2}\left(\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_{xy}\gamma_{xy}\right) \tag{5.16}$$

위 (5.16)식에 (5.4)식과 (5.5)식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\pi_0 = \frac{Ez^2}{2\left(1-\nu^2\right)}\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 2\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\left(1-\nu\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right] \tag{5.17}$$

다음으로 위의 (5.17)식을 평판의 부피(V)에 대해 적분하면, 굽힘에 의한 변형에너지(U)는 다음과 같이 나타난다.

$$U = \iiint_V \pi_0 dV = \iint_A dA \int_{-h/2}^{h/2} \pi_0 dz$$
$$= \frac{E}{2\left(1-\nu^2\right)}\iint_A \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 2\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\left(1-\nu\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right] dA \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz \tag{5.18}$$

따라서 위 (5.18)식을 정리하면 다음과 같이 나타난다.

$$U = \frac{D}{2}\iint_A \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 - 2\left(1-\nu\right)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right]\right] dxdy \tag{5.19}$$

다음으로 회전관성효과를 무시한 평판의 횡방향 운동에 대한 운동에너지($T$)를 식으로서 나타내면 다음과 같다.

$$T = \frac{\rho h}{2} \iint_A \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dxdy \tag{5.20}$$

또한, 횡방향 하중 $f(x,y,t)$에 의한 일($W$)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = \iint_A fwdxdy \tag{5.21}$$

따라서 이를 다음과 같은 해밀톤의 원리(Hamilton's principle)식에 대입하여 정리하여 변분을 취하면 얻고자 하는 운동지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (U - W - T)\, dt = 0 \tag{5.22}$$

(5.19-21)식을 다음과 같은 (5.22)식에 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta \int_{t_1}^{t_2} \Bigg( & \frac{D}{2} \iint_A \left\{ \left( \nabla^2 w \right)^2 - 2(1-\nu) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dxdy \\ & - \frac{\rho h}{2} \iint_A \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dxdy - \iint_A fwdxdy \Bigg) dt = 0 \end{aligned} \tag{5.23}$$

여기서 $\nabla^2$는 조화연산자(harmonic operator)로서 다음과 같다.

$$\nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{5.24}$$

먼저, (5.23)식의 첫 번째 항에 대해 변분(variation)을 취하면 다음과 같이 나타난다.

$$I_1 = \delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{D}{2} \iint_A \left(\nabla^2 w\right)^2 dxdydt = D \int_{t_1}^{t_2} \iint_A \left(\nabla^2 w\right)\left(\nabla^2 \delta w\right) dxdydt \tag{5.25}$$

2 차원 그린정리(Green theorem)를 통해 위 (5.25)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_1 = D \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iint_A \left(\nabla^4 w\right)\left(\delta w\right) dxdy + \int_C \left[ \nabla^2 w \frac{\partial\left(\delta w\right)}{\partial n} - \delta w \frac{\partial\left(\nabla^2 w\right)}{\partial n} \right] dC \right\} dt \tag{3.26}$$

여기서, $C$ 는 평판의 경계를 나타내며, $n$ 은 경계에 바깥쪽으로의 직각방향을 나타낸다. 또한, $\nabla^4$ 는 biharmonic operator로서 다음과 같다.

$$\nabla^4 w = \nabla^2\left(\nabla^2 w\right) = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \tag{5.27}$$

다음으로 (5.23)식의 두 번째 항에 대해 변분을 취하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
I_2 &= \delta\int_{t_1}^{t_2} -D(1-\nu)\iint_A \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right] dxdydt \\
&= -D(1-\nu)\int_{t_1}^{t_2}\iint_A \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) - 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)\right] dxdydt \\
&= -D(1-\nu)\int_{t_1}^{t_2}\iint_A \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2(\delta w)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial^2(\delta w)}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2(\delta w)}{\partial x \partial y}\right] dxdydt
\end{aligned}
\tag{5.28}
$$

여기서 위의 대괄호 안의 항들은 다음과 같이 변환하여 나타낼 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2(\delta w)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial^2(\delta w)}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial^2(\delta w)}{\partial x \partial y}\right] \\
&= \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial(\delta w)}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial(\delta w)}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial(\delta w)}{\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial(\delta w)}{\partial x}\right] \\
&= \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial y}
\end{aligned}
\tag{5.29}
$$

또한, 여기서 $h_1$, $h_2$는 다음과 같다.

$$h_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial(\delta w)}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial(\delta w)}{\partial y}$$
$$h_2 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial(\delta w)}{\partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial(\delta w)}{\partial x} \quad (5.30)$$

따라서 위 (5.28)식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$I_2 = -D(1-\nu)\int_{t_1}^{t_2}\iint_A \left(\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial y}\right) dxdydt \quad (5.31)$$

한편, 다음과 아래의 Figure 69와 같이 다음의 관계를 이용하면

$$\iint_A \frac{\partial f}{\partial x} dxdy = \int_C f \cos\theta dC$$
$$\iint_A \frac{\partial f}{\partial y} dxdy = \int_C f \sin\theta dC \quad (5.32)$$

이 되며, 여기서 $\theta$는 평판의 경계방향과 바깥쪽을 향하는 직각방향 사이의 각인데 이는 아래의 figure 69를 통해 확인 할 수 있다.

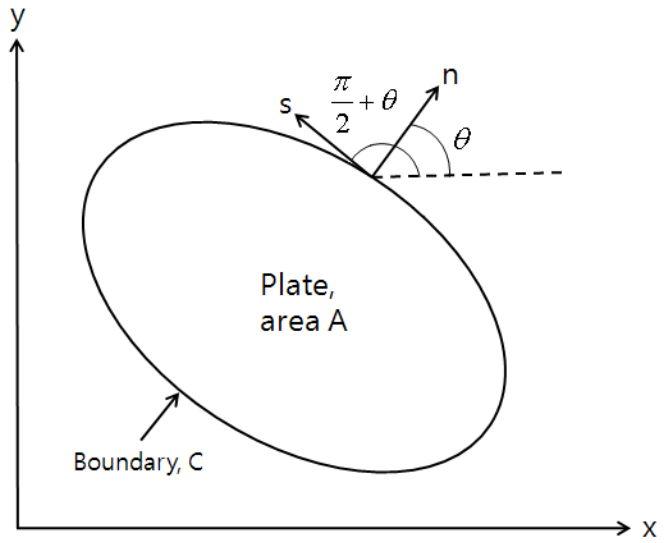



**Figure 69 Normal to the boundary of plane**

따라서 위 (5.31)식은 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$I_2 = -D(1-\nu)\int_{t_1}^{t_2}\int_C (h_1\cos\theta + h_2\sin\theta)dCdt \tag{5.33}$$

다음으로 $h_1$, $h_2$ 안에 나타나는 $\partial(\delta w)/\partial x$ 과 $\partial(\delta w)/\partial y$ 에 대해 $(x,y)$ 직각좌표계에서 평판의 경계좌표계 $(n,s)$ 로 변환하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\delta w)}{\partial x}=\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\frac{\partial n}{\partial x}+\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial x}=\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\cos\theta-\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\sin\theta$$
$$\frac{\partial(\delta w)}{\partial y}=\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\frac{\partial n}{\partial y}+\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial y}=\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\sin\theta+\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\cos\theta$$

(5.34)

여기서 $s$는 Figure 69와 같이 판의 경계의 접선방향을 말한다. 따라서 위 (5.33)식을 통해 (5.30)식의 $h_1$, $h_2$를 나타내면 다음과 같다.

$$h_1=\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\left[\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\cos\theta-\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\sin\theta\right]-\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\left[\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\sin\theta+\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\cos\theta\right]$$
$$h_2=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left[\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\sin\theta+\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\cos\theta\right]-\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\left[\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\cos\theta-\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\sin\theta\right]$$

(5.35)

또한 위 (5.35)식을 (5.33)식에 대입하면 다음과 같다.

$$I_2=-D(1-\nu)\int_{t_1}^{t_2}\left\{\int_C\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\cos^2\theta+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\sin^2\theta-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\sin\theta\cos\theta\right)dC\right.$$
$$\left.+\int_C\frac{\partial(\delta w)}{\partial s}\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\sin\theta\cos\theta+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\left(\sin^2\theta-\cos^2\theta\right)\right]dC\right\}dt$$

(5.36)

위 (5.36)식에서 두 번째 적분 항인 경계적분항은 부분적분법(integration by part)을 통해 다음과 같이 변환 할 수 있다.

$$\int_C \frac{\partial(\delta w)}{\partial s} g(x,y)dC = g(x,y)\delta w\big|_C - \int_C \delta w \frac{\partial g}{\partial s} dC \tag{5.37}$$

여기서 $g(x,y)$는 다음과 같다.

$$g(x,y) = \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \sin\theta\cos\theta + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left( \sin^2\theta - \cos^2\theta \right) \tag{5.38}$$

한편, 경계에서 변위의 변분값, $\delta w$ 은 0 이므로 (5.37)식은 다음과 같다.

$$\int_C \frac{\partial(\delta w)}{\partial s} g(x,y)dC = -\int_C \delta w \frac{\partial g}{\partial s} dC \tag{5.39}$$

따라서 위 (5.38)식과 (5.39)식을 (5.36)식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_2 = -D(1-\nu)\int_{t_1}^{t_2} \Bigg\{ & \int_C \frac{\partial(\delta w)}{\partial n} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\cos^2\theta + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\sin^2\theta - 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\sin\theta\cos\theta \right) dC \\ & + \int_C \delta w \frac{\partial}{\partial s} \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \sin\theta\cos\theta + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \left( \sin^2\theta - \cos^2\theta \right) \right] dC \Bigg\} dt \end{aligned} \tag{5.40}$$

그리고 (5.23)식의 세 번째 적분항에 대한 변분은 다음과 같다.

$$I_3 = -\delta\int_{t_1}^{t_2}\frac{\rho h}{2}\iint_A\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dxdydt = -\frac{\rho h}{2}\iint_A \delta\int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dtdxdy \tag{5.41}$$

다음으로 위 (5.41)식을 $t$에 관해 부분적분법을 적용하여 변환하면 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} I_3 &= -\rho h\iint_A \delta\int_{t_1}^{t_2}\frac{\partial w}{\partial t}\frac{\partial(\delta w)}{\partial t}dtdxdy \\ &= -\rho h\iint_A\left[\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)\delta w dt\right]dxdy \end{aligned} \tag{5.42}$$

한편, $t_1$, $t_2$에서의 변위의 변분값, $\delta w$은 0 이므로 위 (5.42)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_3 = \rho h\iint_A\int_{t_1}^{t_2}\ddot{w}\delta w dtdxdy \tag{5.43}$$

여기서 $\ddot{w} = \partial^2 w/\partial t^2$ 이다. 마지막으로 (5.23)식의 네 번째 적분 항에 대해 변분을 취하면 다음과 같다.

$$I_4 = -\delta\int_{t_1}^{t_2}\iint_A fwdxdydt = -\int_{t_1}^{t_2}\iint_A f\delta w dxdydt \tag{5.44}$$

이제 변분을 취한 각각의 적분식 (5.26), (5.40), (5.43), (5.44)식을 통해 평판의 횡진동에 대한 해밀톤의 원리식 (5.22)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_{t_1}^{t_2}\Bigg(\iint_A \left(D\nabla^4 w+\rho h\ddot{w}-f\right)\delta w dxdy$$
$$+D\int_C\left[\nabla^2 w-(1-\nu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\sin^2\theta-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\sin\theta\cos\theta+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\cos^2\theta\right)\right]\frac{\partial(\delta w)}{\partial n}dC$$
$$-D\int_C\Bigg\{\frac{\partial\nabla^2 w}{\partial n}-(1-\nu)\frac{\partial}{\partial s}\Bigg[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\sin\theta\cos\theta$$
$$+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\left(\sin^2\theta-\cos^2\theta\right)\Bigg]\Bigg\}\delta w dC\Bigg)dt=0 \tag{5.45}$$

위의 (5.45)식을 만족시키기 위해서는, 모든 적분항 안에 있는 식들의 값이 0이 되어야 한다. 또한, $\delta w$ 는 임의의 값이므로 이로부터 다음과 같은 세 조건식을 얻을 수 있다.

$$D\nabla^4 w+\rho h\ddot{w}-f=0 \quad \text{in } A \tag{5.46}$$

$$\left\{\nabla^2 w-(1-\nu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\sin^2\theta-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\sin\theta\cos\theta+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\cos^2\theta\right)\right\}=0 \quad \text{on } C$$
$$or \qquad \frac{\partial(\delta w)}{\partial n}=0$$

(5.47)

$$\left\{\frac{\partial\nabla^2 w}{\partial n}-(1-\nu)\frac{\partial}{\partial s}\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\sin\theta\cos\theta+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\left(\sin^2\theta-\cos^2\theta\right)\right]\right\}=0 \quad \text{on } C$$

$$or \qquad \delta w=0$$

(5.48)

(5.46)식은 Kirchhoff 평판의 횡진동에 관한 운동방정식이 되며 이는 앞서 힘의 평형식으로부터 유도한 (5.14)식과 동일함을 알 수 있다. 한편, (5.47-48)식은 Kirchhoff 평판의 경계조건에 해당하며 해밀톤의 원리로부터 위와 같이 운동방정식과 함께 유도된다.

### 5.1.2. Kirchhoff 평판의 유한요소 유도

평판에 대한 유한요소법의 적용은 평판의 4변이 모두 임의의 경계조건을 가질 수 있는 일반적인 요소에 대해 유도 하였다. 먼저, 평판의 변형에너지(strain energy)는 다음과 같이 표현된다.

$$U=\frac{1}{2}\int_V\left(\sigma_x\varepsilon_x+\sigma_y\varepsilon_y+\sigma_{xy}\gamma_{xy}\right)dV \tag{5.72}$$

위 (5.62)식을 행렬의 형태로서 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2}\int_V \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dV \tag{5.73}$$

여기서,

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}\}^T \tag{5.74}$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}\}^T \tag{5.75}$$

이다. 또한 (5.5)식과 같은 평판의 구성방정식은 행렬의 형태로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \tag{5.76}$$

여기서, $[D]$는 평판의 물질(material)이 등방성(isotropic)일 때 다음과 같다.

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{E\nu}{(1-\nu^2)} & 0 \\ \frac{E\nu}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \tag{5.77}$$

(5.76)식을 (5.73)식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2}\int_V \{\varepsilon\}^T [D]\{\varepsilon\} dV \tag{5.78}$$

또한, 평판의 변형률 (5.4)식을 행렬의 형태로서 정리하면 다음과 같다.

$$\{\varepsilon\} = -z\{\chi\} \tag{5.79}$$

여기서, $\{\chi\}$는 다음과 같다.

$$\{\chi\} = \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\}^T \tag{5.80}$$

(5.78)식에 (5.79)식을 대입하여 계산하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{1}{2}\int_A \frac{h^3}{12}\{\chi\}^T [D]\{\chi\} dA \tag{5.81}$$

다음으로 평판의 운동에너지는 (5.20)식과 같다. 전개상의 편의를 위해 다시 한번 정리하여 나타내었다.

$$T = \frac{1}{2}\iint_A \rho h \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dxdy \tag{5.82}$$

횡방향 하중 $f(x,y,t)$에 의한 가상일은 다음과 같다.

$$\delta W = \iint_A f\,\delta w dx dy \tag{5.83}$$

따라서 평판의 요소에서의 변형에너지, 운동에너지, 가상일은 다음과 같이 표현된다.

$$U_e = \frac{1}{2}\int_A \frac{h^3}{12}\{\chi\}^T [D]\{\chi\} dA \tag{5.84}$$

$$T_e = \frac{1}{2}\iint_A \rho h\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dxdy \tag{5.85}$$

$$\delta W_e = \iint_A f\,\delta w dx dy \tag{5.86}$$

위의 에너지식들을 살펴 보면 가장 높은 차수가 2차임을 알 수 있다. 따라서, 수렴(convergence)하는 해를 얻기 위해서는 $x$, $y$ 방향으로 각각 두 번 미분 가능하고, $w$의 값과 $w$의 $x$, $y$에 대한 1차 미분 값($\theta_x$, $\theta_y$)들이 연속이어야 한다. 따라서 근사해로서 설정하는 $w$의 다항식이 $x$, $y$ 에 대해 최소 2차이상의 함수형태여야하며 평판요소 하나의 절점에서는 최소 $w$, $\theta_x(=\partial w/\partial y)$, $\theta_y(=-\partial w/\partial x)$ 의

3개의 자유도를 가져야 한다. 따라서 본 논문에서의 직사각형 4절점 12자유도 평판 요소를 통해 유한요소법을 적용하였으며 이에 따라 다음과 같은 다항식으로서 변위해 $w$를 나타내었다.

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \quad (5.87)$$

또한, 적분 계산의 단순화를 위해 $(x, y)$ 영역에서 가로 a, 세로 b의 크기를 가지는 직사각형 평판 요소를 다음의 Figure 70과 같은 파라미터 영역(parametric domain) $(\xi, \eta)$을 통해 맵핑(mapping)하여 계산하였다.

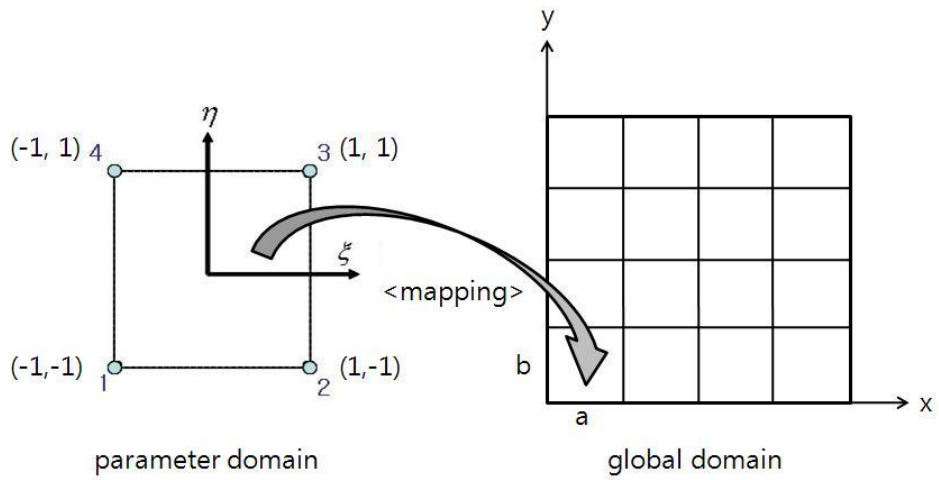



**Figure 70 Parametric domain mapping of Levy's type rectangular plate element**

파라미터 영역에서 기울기 자유도는 체인룰(chain rule)에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial \eta} = \frac{1}{b}\frac{\partial w}{\partial \eta} \tag{5.88}$$

$$\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{1}{a}\frac{\partial w}{\partial \xi} \tag{5.89}$$

파라미터 영역에서 변위 $w$를 행렬의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} w &= \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi^2 & \xi\eta & \eta^2 & \xi^3 & \xi^2\eta & \xi\eta^2 & \eta^3 & \xi^3\eta & \xi\eta^3 \end{bmatrix}\{\alpha\} \\ &= \begin{bmatrix} P(\xi,\eta) \end{bmatrix}\{\alpha\} \end{aligned} \tag{5.90}$$

여기서 $\{\alpha\} = \{\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_{12}\}^T$ 이다. (5.90)식을 $\xi$, $\eta$에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2\xi & \eta & 0 & 3\xi^2 & 2\xi\eta & \eta^2 & 0 & 3\xi^2\eta & \eta^3 \end{bmatrix}\{\alpha\} \tag{5.91}$$

$$\frac{\partial w}{\partial \eta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \xi & 2\eta & 0 & \xi^2 & 2\xi\eta & 3\eta^2 & \xi^3 & 3\xi\eta^2 \end{bmatrix}\{\alpha\} \tag{5.92}$$

(5.88-89)식을 고려하여 (5.90-92)의 식에 대해 Figure 70의 직사각형 파라미터 요소의 각 절점(node) $\xi = \mp 1$, $\eta = \mp 1$ 에서의 변위자유도에 대한 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\bar{w}\}_e = [A]_e \{\alpha\} \tag{5.93}$$

여기서 $\{\bar{w}\}_e$ 와 $[A]_e$ 의 값은 다음과 같다.

$$\{\bar{w}\}_e = \{w_1 \quad b\theta_{x1} \quad a\theta_{y1} \quad \cdots \quad w_4 \quad b\theta_{x4} \quad a\theta_{y4}\} \tag{5.94}$$

$$[A]_e = \begin{bmatrix}
1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -2 & 0 & 1 & 2 & 3 & -1 & -3 \\
0 & -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & -3 & -2 & -1 & 0 & 3 & 1 \\
1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 3 & 1 & 3 \\
0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 & -3 & 2 & -1 & 0 & 3 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 3 \\
0 & -1 & 0 & -2 & -1 & 0 & -3 & -2 & -1 & 0 & -3 & -1 \\
1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & -2 & 3 & -1 & -3 \\
0 & -1 & 0 & 2 & -1 & 0 & -3 & 2 & -1 & 0 & -3 & -1
\end{bmatrix} \tag{5.95}$$

다음으로 위 (5.93)식을 통해 $\{\alpha\}$를 계산하면 다음과 같다.

$$\{\alpha\} = [A]_e^{-1} \{\bar{w}\}_e \tag{5.96}$$

위 (5.96)식을 (5.90)식에 대입하여 정리하여 다음과 같은 형상함수 (shape function) $N(\xi,\eta)$의 식으로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} w &= \begin{bmatrix} N_1(\xi,\eta) & N_2(\xi,\eta) & N_3(\xi,\eta) & N_4(\xi,\eta) \end{bmatrix} \{w\}_e \\ &= \begin{bmatrix} N(\xi,\eta) \end{bmatrix} \{w\}_e \end{aligned} \tag{5.97}$$

여기서

$$\{w\}_e = \begin{Bmatrix} w_1 & \theta_{x1} & \theta_{y1} & \cdots & w_4 & \theta_{x4} & \theta_{y4} \end{Bmatrix} \tag{5.98}$$

$$N_1^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(2-\xi-\eta-\xi^2-\eta^2) \\ \frac{b}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\eta^2) \\ \frac{a}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\xi^2) \end{bmatrix} \quad N_2^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(2+\xi+\eta-\xi^2-\eta^2) \\ \frac{b}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\eta^2) \\ -\frac{a}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\xi^2) \end{bmatrix}$$

$$N_3^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(2-\xi+\eta-\xi^2-\eta^2) \\ -\frac{b}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1-\eta^2) \\ -\frac{a}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi^2) \end{bmatrix} \quad N_4^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(2-\xi+\eta-\xi^2-\eta^2) \\ -\frac{b}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\eta^2) \\ \frac{a}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\xi^2) \end{bmatrix} \tag{5.99}$$

이다. 이제 위의 (5.97)식을 앞서 정리한 에너지식 (5.84-86)식에 대입하여 정리하면 유한요소행렬을 구할 수 있다. 먼저, 요소질량 행

렬을 구성하기 위해 평판요소의 운동에너지식, (5.85)식에 (5.97)식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2}\{\dot{w}\}_e^T [m]_e \{\dot{w}\}_e \tag{5.100}$$

여기서 $[m]_e$ 가 $12\times12$ 크기를 가지는 요소질량 행렬(element mass matrix)에 해당하며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}[m]_e &= \int_{A_e} \rho h [N]^T [N] dA \\ &= \rho hab \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [N(\xi,\eta)]^T [N(\xi,\eta)] d\xi d\eta\end{aligned} \tag{5.101}$$

따라서 위 (5.101)에 (5.97)식의 형상함수를 대입하고, 파라미터 영역에서 적분을 수행하면 위와 같이 요소질량 행렬을 계산할 수 있다. 마찬가지로 요소강성 행렬을 구성하기 위해 변형에너지식 (5.84)식에 (5.97)식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$U_e = \frac{1}{2}\{w\}_e^T [k]_e \{w\}_e \tag{5.102}$$

여기서 $[k]_e$ 는 요소강성 행렬(element stiffness matrix)로서 요소질량 행렬과 마찬가지로 $12\times12$ 크기를 가지며 다음과 같이 표현된다.

$$[k]_e = \int_{A_e} \frac{h^3}{12} [B]^T [D][B] dA \tag{5.103}$$

여기서

$$[B] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2\dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} [N] = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{a^2}\dfrac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \dfrac{1}{b^2}\dfrac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ \dfrac{2}{ab}\dfrac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} [N(\xi, \eta)] \tag{5.104}$$

이다. 따라서 (5.104)에 (5.97)식의 형상함수를 대입하고, 미분과 행렬 연산을 하여 (5.103)식과 같이 적분을 취하면 요소강성 행렬을 계산할 수 있다. 마지막으로 평판요소에 가진되는 외부힘에 의한 가상일 (5.86)식으로부터 요소힘 행렬을 구성하면 다음과 같다.

$$\delta W_e = \{\delta w\}_e^T [f]_e \tag{5.105}$$

여기서 $[f]_e$는 요소힘 행렬(element force matrix)로서 $12 \times 1$ 크기를 가지며 다음과 같이 표현된다.

$$[f]_e = \int_{A_e} [N]^T f(x, y, t) dA \tag{5.106}$$

이제 앞에서 유도한 평판의 요소 질량 행렬, 요소 강성 행렬, 요소 힘 행렬을 전체영역(global domain)에서 평판의 요소 분할을 고려하여 결합하여 질량 행렬($[M]$), 강성 행렬($[K]$), 힘 행렬($[F]$)을 구성한다. 이러한 요소 결합의 방법은 참고문헌 [7]을 참조하여 다음과 같은 유한요소 행렬식을 구성 할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{w}\}+[K]\{w\}=[f] \tag{5.107}$$

조화운동(harmonic motion)을 가정하면 위 (5.107)식은 다음과 같이 변환 된다.

$$-\omega^2[M]\{w\}+[K]\{w\}=[f] \tag{5.108}$$

따라서 최종적으로 각 절점에서의 변위자유도는 다음의 식과 같이 계산할 수 있다.

$$\left(-\omega^2[M]+[K]\right)\{w\}=[f] \quad \Rightarrow \quad \{w\}=\left(-\omega^2[M]+[K]\right)^{-1}[f] \tag{5.109}$$

### 5.1.3. TDFEM (Time Domain Finite Element Method)

앞서 언급한 음향상사법은 시간영역에 대한 해석이다. 그러므로

이와 연성하려는 유한요소법 또한 시간영역에 대한 해석법이어야 하고 보통 이를 TDFEM (Time Domain Finite Element Method) 이라고 부른다. 일반적인 유한요소법의 행렬식은 다음과 같다.

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{d}}\}+[\mathbf{K}]\{\mathbf{d}\}=\{\mathbf{f}\} \tag{5.110}$$

**M** 은 질량행렬을, **K** 는 강성행렬을 각각 의미하고 **f** 는 힘벡터를 나타내는데 이들은 앞장에서 설명한 식을 이용하여 주파수 영역이거나 시간영역이거나 상관없이 동일하게 계산할 수 있다. 시간영역에서 이 행렬식을 풀기 위해서는 주로 Newmark beta method를 사용하는데 식은 다음과 같다.

$$\underline{\dot{d}}_{i+1}=\underline{\dot{d}}_{i}+(\Delta t)[(1-\gamma)\underline{\ddot{d}}_{i}+\gamma\underline{\ddot{d}}_{i+1}] \tag{5.111}$$

$$\underline{d}_{i+1}=\underline{d}_{i}+(\Delta t)\underline{\dot{d}}_{i}+(\Delta t)^{2}[(\tfrac{1}{2}-\beta)\underline{\ddot{d}}_{i}+\beta\underline{\ddot{d}}_{i+1}] \tag{5.112}$$

$\beta$ 와 $\gamma$ 는 각각 정확도와 계산 속도에 관계되는 변수들이다. 보통 $\gamma$ 가 0.5가 되면 Newmark beta method는 안정적인 값을 주는 것으로 알려져 있다. 또 $\beta$ 는 0에서 1사이의 값으로 설정할 수 있는데

어떤 값을 설정하느냐에 따라 다양한 결과 값을 주기도 한다. 따라서 보통 $\beta$는 1/4의 값으로 설정하는데 이 때 안정적이고 시간간격(time step)에 따라 발산하는 일이 없다 (Logan, 2009). 만약 $\beta$가 0의 값을 가지면 이는 central difference method와 동일한 방법이 된다. Newmark beta method를 위의 식 (5.110)에 적용하기 위해서 식 (5.110)를 다음과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}}_{\mathrm{i}} + \mathbf{K}\mathbf{d}_{\mathrm{i}} = \mathbf{F}_{\mathrm{i}} \tag{5.113}$$

$$\ddot{\mathbf{d}}_{\mathrm{i}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_{\mathrm{i}} - \mathbf{K}\mathbf{d}_{\mathrm{i}}) \tag{5.114}$$

여기서 $i$는 $i$번째 시간임을 말한다.

$$\left(\frac{\mathbf{M}}{\beta(\Delta t)^2} + \mathbf{K}\right)\mathbf{d}_{\mathrm{i+1}} = \mathbf{F}_{\mathrm{i+1}} + \frac{\mathbf{M}}{\beta(\Delta t)^2}\left(\mathbf{d}_{\mathrm{i}} + (\Delta t)\dot{\mathbf{d}}_{\mathrm{i}} + (\tfrac{1}{2} - \beta)(\Delta t)^2\ddot{\mathbf{d}}_{\mathrm{i}}\right) \tag{5.115}$$

$$\mathbf{K}'\mathbf{d}_{\mathrm{i+1}} = \mathbf{F}'_{\mathrm{i+1}} \tag{5.116}$$

식 (5.112)와 (5.114)를 이용하면 식 (5.115)를 얻을 수 있고 간략한 형태로 표현하면 (5.116)식과 같다. 결론적으로 식 (5.111), (5.112) 그리고 (5.115)를 이용하면 변위와 속도, 가속도를 매 시간 단위에 대해 구할 수 있다.

### 5.1.4. 해석 결과

유한요소법의 해석을 위하여 아래 Figure 71 과 같은 평판을 모델링하였다. 평판은 $L_x \times L_y \times h = 2\text{m} \times 2\text{m} \times 0.01\text{m}$ 의 형상이며 steel 의 밀도 $7800\text{kg/m}^3$ 와 Young's modulus $19.5\text{E}10$ 를 사용하였다. 그리고 포아송비는 0.28 로 가정하였으며 모든 경계는 단순지지 (simply supported) 되었다고 설정하였다. 평판의 정가운데에 힘이 작용하였을 때의 결과이며 Figure 72 와 같다. 하지만 본 논문에서 사용하는 연성기법은 시간영역 해석이므로 그에 대한 결과도 살펴볼 필요가 있다. 시간영역 FEM 의 해석은 주파수 영역의 해석 조건과 동일한 조건하에서 수행하였으며 가진 또한 정가운데 지점에 대해 일정한 주기를 가지도록 가해 주었다. 사용한 주파수는 100Hz 이며 0.2 초간 해석을 수행하였다. 단 짧은 시간에 대한 변화를 잘 표현하기 위해 주파수 영역에 사용한 모델보다 잘게 나누어 준 모델(요소 수 1600 개)을 사용하였다. 해석 결과는 Figure 73 과 같다.

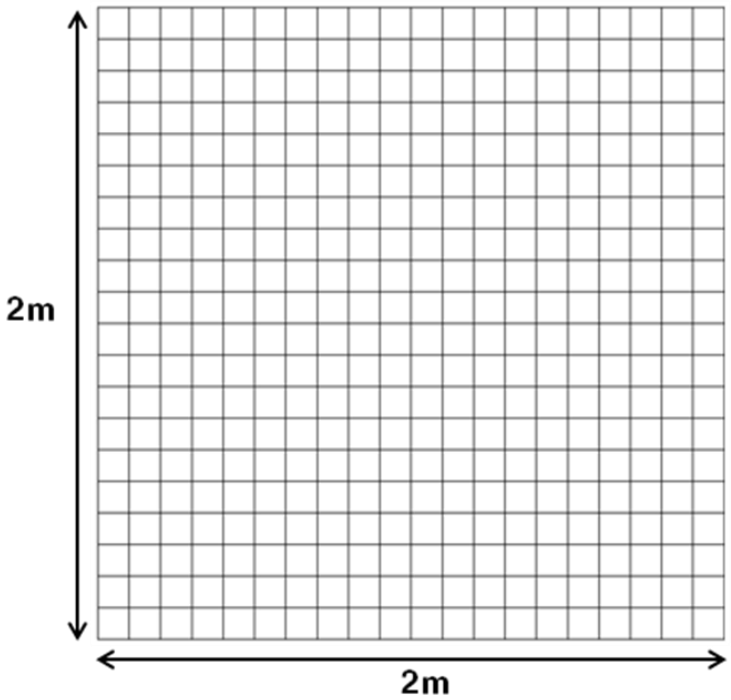
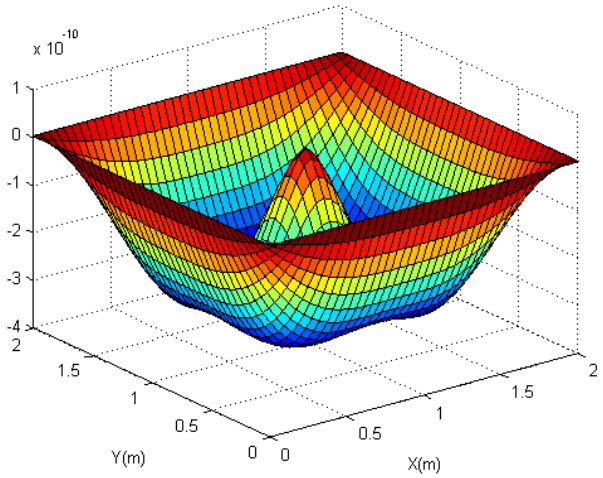
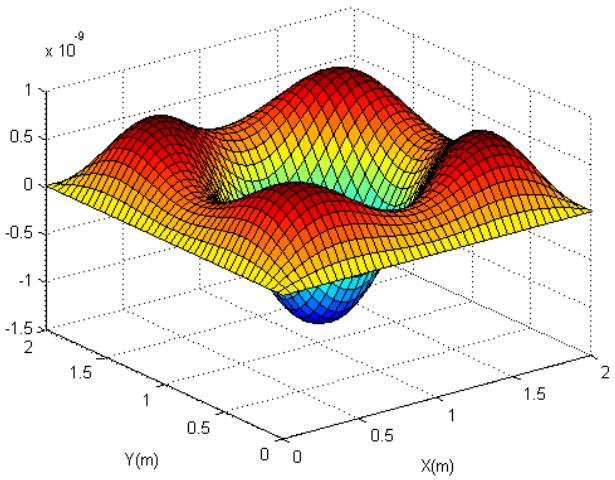


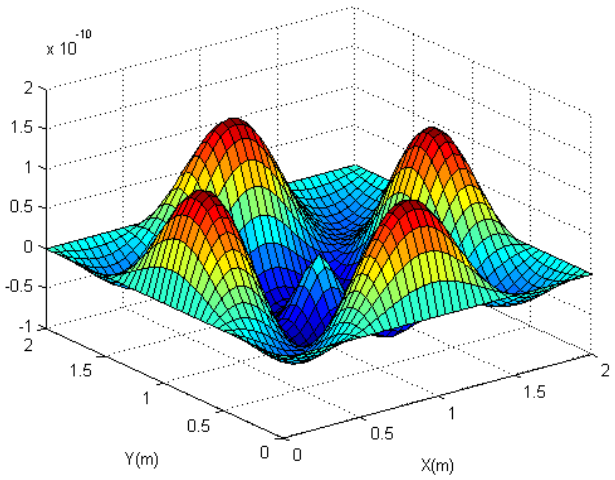

**Figure 71 Thin plate model elements (400 elements)**


x 10^-10
1
0
-1
-2
-3
-4
2
1.5
1
0.5
0
Y(m)
0
0.5
1
1.5
2
X(m)

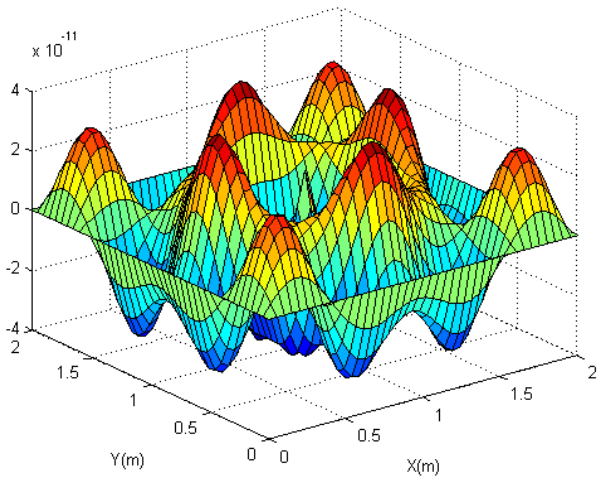
(a)


x 10^-9
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
2
1.5
1
0.5
0
Y(m)
0
0.5
1
1.5
2
X(m)

(b)

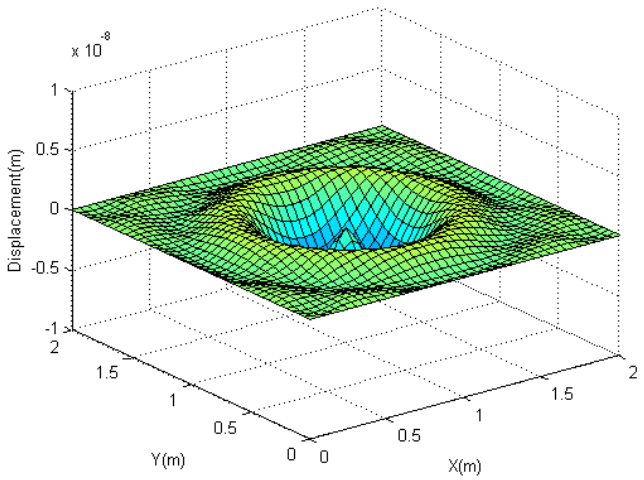



(c)

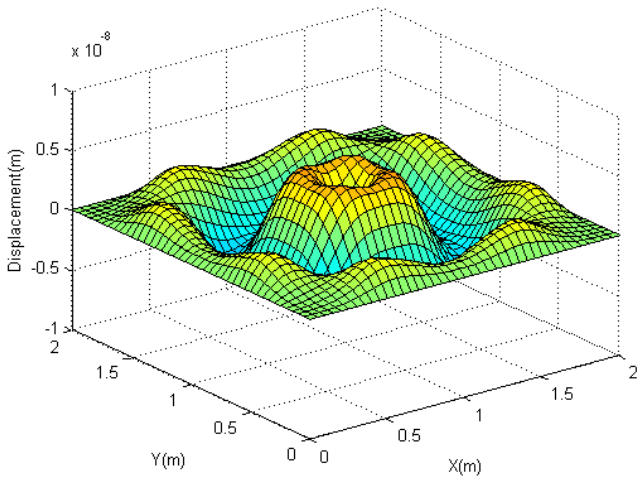



(d)

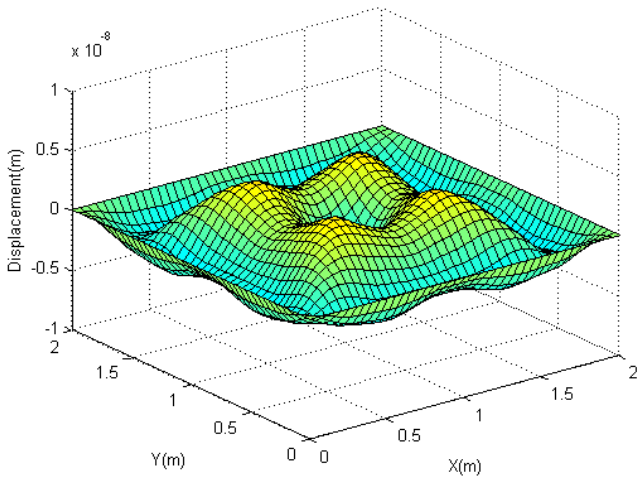
**Figure 72 Displacement of thin plate (a: 31.5Hz, b: 63Hz, c: 125Hz, d: 250Hz)**


x 10^-8
1
0.5
0
-0.5
-1
Displacement(m)
2
1.5
1
0.5
0
Y(m)
0
0.5
1
1.5
2
X(m)

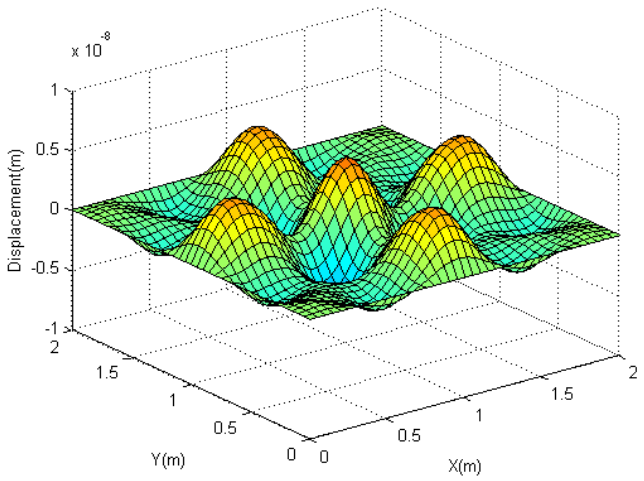
(a)


x 10^-8
1
0.5
0
-0.5
-1
Displacement(m)
2
1.5
1
0.5
0
Y(m)
0
0.5
1
1.5
2
X(m)

(b)




(c)




(d)

**Figure 73 Displacement variation of thin plate in time domain using TDFEM (a: t=0.05s, b: t=0.1s, c: t=0.15s, d: t=0.2s)**

## 5.2. Coupling methodology

산란체의 표면압력과 산란체 표면의 진동을 동시에 얻기 위해서는 구조음향 연성해석이 필요하다. 두 가지 물리량을 동시에 얻는 것도 중요한 목표 중에 하나이지만 연성해석의 가장 중요한 목표는 두 가지 물리 현상의 상호작용을 반영하는 데에 있다. 앞서 설명한 바와 같이 프로펠러에 의해 발생한 압력은 구조물의 진동을 유발하고 그 진동은 또다시 음압에 영향을 미친다. 따라서 서로의 영향을 고려하는 연성 해석기법의 개발이 요구된다 하겠다.

연성해석을 수행하기 위해 구조물의 표면에 생기는 음압을 분포하중으로 처리하였고 구조물의 진동을 두께소음의 소음원으로 사용하였다. 따라서 유한요소 행렬식의 힘 벡터는 식 (5.117)과 같이 두 가지 성분으로 나누어 생각할 수 있다. 첫 번째는 일반적으로 사용하는 외력 항으로 구조물에 외부에서 직접 가해지는 힘을 $\mathbf{F}_{\mathrm{s}}$, 그리고 음압에 의해 분포하중 형태로 가해지는 힘을 $\mathbf{F}_{\mathrm{a}}$로 표현하였다.

$$\mathbf{F}_{\mathrm{Total}} = \mathbf{F}_{\mathrm{s}} + \mathbf{F}_{\mathrm{a}} \tag{5.117}$$

$2b \times 2c$의 직사각 요소에 대해 분포하중이 $q$일 때 힘벡터는 다음과 같이 표현되고 이 식에서 $i$는 $i$번째 절점을 의미한다 (Logan, 2009).

$$\begin{Bmatrix} f_{\mathrm{wi}} \\ f_{\theta_{\mathrm{x}}\mathrm{i}} \\ f_{\theta_{\mathrm{y}}\mathrm{i}} \end{Bmatrix} = 4qbc \begin{Bmatrix} 1/4 \\ -c/12 \\ b/12 \end{Bmatrix} = \mathbf{T}\{p\} \tag{5.118}$$

식 (5.118)은 프로펠러 기인 음압에 의해 생성되는 힘 벡터를 의미하고 만약 외부에서 가해지는 힘이 있다면 기존의 FEM 힘 벡터 생성 방법과 동일하게 만들어 조립해 주면 된다.

서로의 영향을 고려하여 프로펠러 소음 해석 행렬식과 유한요소 행렬식을 각각 다시 쓰면 다음 식 (5.119), (5.120)과 같다.

$$([G']+[F']+\lambda[I]-[I])\{p(x,t)\}+[G_T]\{u(x,t)\}=-\Psi(x,t)-\{p_{T_{scatt}}(x,t)\} \tag{5.119}$$

$$[M]\left\{\frac{d^2u(x,t)}{dt^2}\right\}+[K]\{u(x,t)\}=\{f_s\}+\{f_a\} \tag{5.120}$$

이를 다시 하나의 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}' + \mathbf{F}' + \lambda\mathbf{I} - \mathbf{I} & \mathbf{G_T} \\ -\mathbf{T} & \mathbf{K}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\Psi - p_{T_{scatt}} \\ \mathbf{f}_s' \end{Bmatrix} \tag{5.121}$$

여기서 $\mathbf{K}'$, $\mathbf{f}_s'$ 은 Newmark's method를 적용한 최종 형태인 식 (5.116)의 값이다. 이를 각 시간 간격마다 풀면 구조음향이 연성된 형태의 해를 구할 수 있다.

이를 실제 해석에 적용해 보기 위하여 Figure 74와 같은 해석 조건을 사용하였다. 두 개의 프로펠러가 10m 간격으로 존재하고 7m 떨어진 지점에 정육면체가 존재하고 있다. 한 변의 길이는 3m이며 각 변은 20개의 요소로 이루어져 있어 총 2400개의 요소를 가지고 있으며 구조물의 재질 및 경계조건은 다음 Table 12와 같다. 또 해석에 사용된 프로펠러는 4.2절에 사용된 프로펠러와 동일한 프로펠러이고 정육면체의 면 중에 프로펠러와 마주하는 면의 가운데 절점의 변위와 속도 및 가속도는 Figure 75와 같다. 그래프를 보면 프로펠러의 회전에 따라 변위 등이 변하고 이는 프로펠러 1회전 동안 변하는 변동압력의 형상과 유사한 것을 알 수 있다. 왜냐하면 변동압력이 분포하중의 형태로 작용하기 때문인데 구조응답은 이를 잘 반영하고 있다.

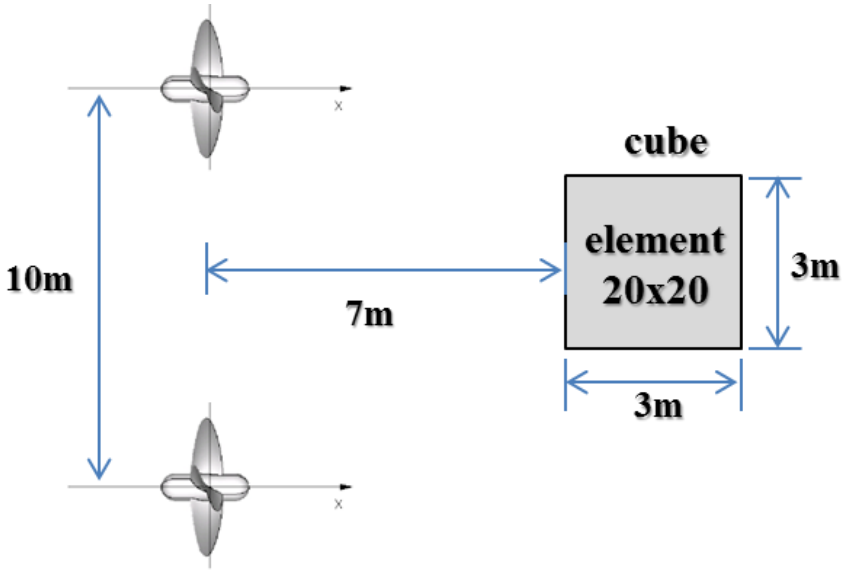
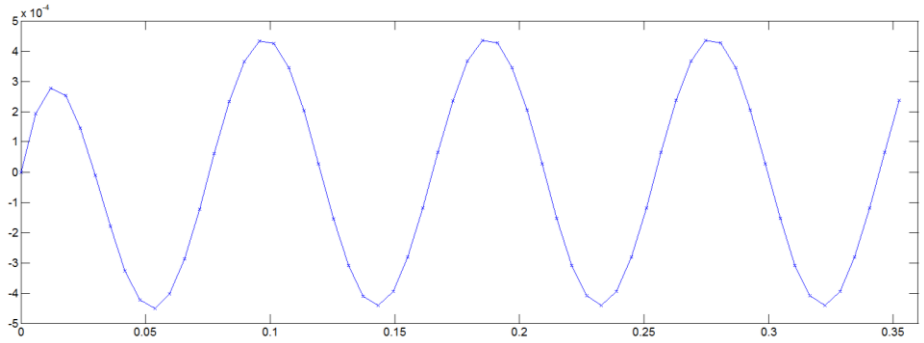


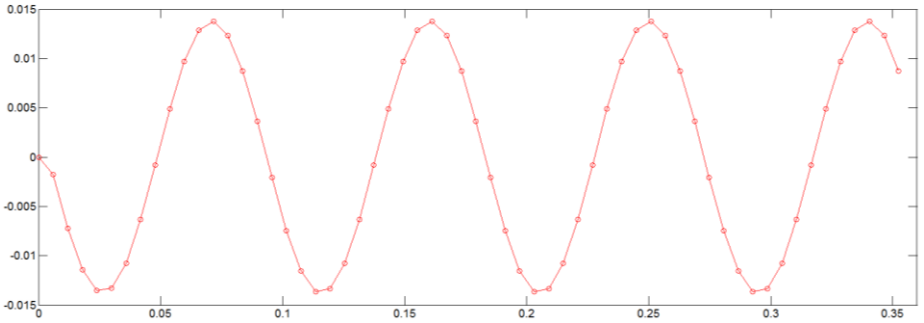

Figure 74 Analysis model for coupling method

Table 12 Material properties and boundary condition

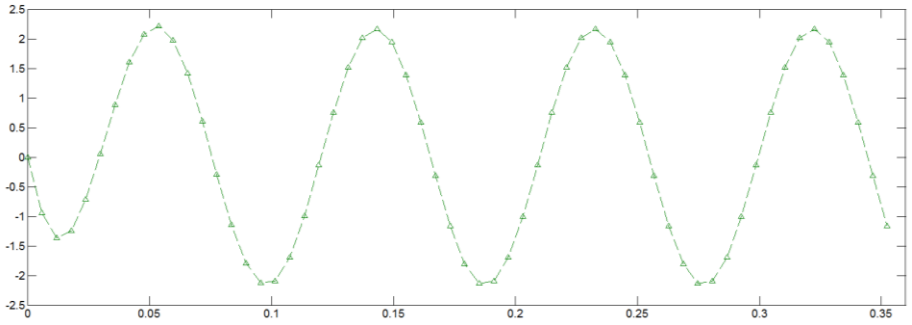
| | |
|---|---|
| **Material** | **Steel** |
| **Density** | **7800kg/m^3** |
| **Young's modulus** | **19.5E10** |
| **Poisson's ratio** | **0.28** |
| **Thickness** | **5 mm** |
| **B.C.** | **All edges are simply supported** |




(a)




(b)

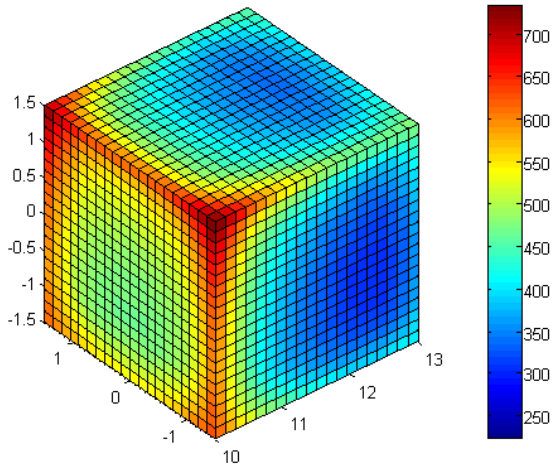



(c)

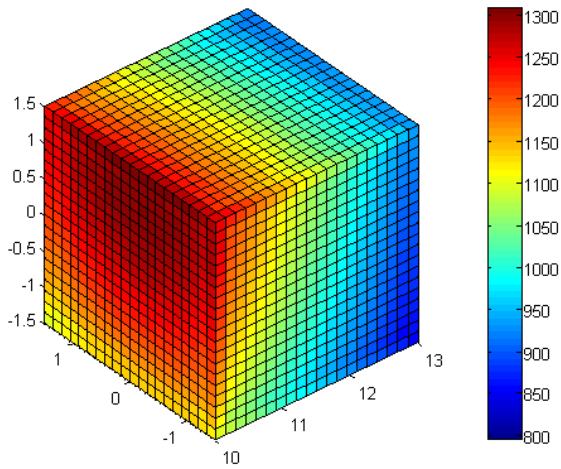
**Figure 75 Structural response of cube model (a: displacement, b: velocity, c: acceleration)**

변동압력 값을 연성해석 하였을 때와 연성해석을 하지 않았을 때로 구분하여 비교해 보았다. 결과는 Figure 76에서 확인할 수 있는데 연성해석을 하였을 경우 변동압력 값이 작게 나오는 것을 볼 수 있다. 이는 에너지 관점에서 현상을 보았을 때 그 이유를 쉽게 알 수 있다. 즉 프로펠러에서 기인한 에너지는 동일하며 보존되는데 구조물을 만나면 표면압력의 형태로 표현되는 potential 에너지와 구조물의 진동을 통해 표현되는 kinetic 에너지로 나누어 진다. 그러나 연성해석을 하지 않은 경우는 kinetic에너지로는 표현되지 않으므로 전체 에너지가 potential 에너지로만 표현되고 이 값은 연성해석을 하였을 때의 potential 에너지보다 큰 값을 가지는 것이다.

그러므로 본 해석법을 활용하면 프로펠러 기인 소음으로 인해 발생하는 구조물의 응답을 구할 수 있을 뿐만 아니라 구조물의 응답으로 인해 발생하는 기존 음장의 변동도 함께 구할 수 있다. 또 원하는 지점에서의 수중 소음을 계산하고자 할 경우에도 이러한 연성효과를 고려하면 보다 실제에 가깝고 고차원적인 해석이 가능할 것으로 보인다.




(a) with coupling analysis




(b) w/o coupling analysis

**Figure 76 Surface pressure of the cube model**

# 6. 응용 해석 및 기법 연구

## 6.1. 산란체 표면의 흡음률 고려 기법

### 6.1.1. 이론 연구

앞서 설명한 프로펠러 소음 해석 시 산란을 고려하는 기법은 경계면의 음향학적인 특성을 반영 할 수 없고 흡음률이 전혀 없는 면으로 가정하여 해석을 수행한다. 하지만 실제 상황에서는 경계면의 흡음은 거의 모든 경우에 존재하고, 금속성의 경계면은 흡음률이 작아서 무시한다고 하더라도 캐비테이션 터널의 경우와 같이 내부 벽면의 흡음률이 중요한 경우에는 이러한 특성을 반영할 수 있는 기법이 있어야 해석이 가능하다.

흡음률은 물체의 임피던스로 표현가능하며 해석 시 경계면의 속도 경계조건 형태로 반영할 수 있다. 따라서 프로펠러 비공동 소음 중 두께 소음 식을 통해 경계조건으로 흡음률을 고려해 줄 수 있다. 경계면의 유체 입자의 속도는 식 (6.1)과 같이 주어진다.

$$u = \frac{p}{Z} \tag{6.1}$$

여기서 $u$ 는 유체 입자의 속도, $p$ 는 음압, $Z$ 는 임피던스를 의미한다. 만약 경계가 강체 조건이라면 임피던스는 무한대가 되어 경계에서 유체 입자의 속도는 0 이 된다. 참고로 임피던스는 단위

속도를 내는데 필요한 힘을 말한다. 그리고 만약 특정 주파수에 대한 해석이라면 다음과 같은 관계식도 성립한다.

$$p(r,t) = |p|e^{j(\omega t - kr)} \tag{6.2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = j\omega u = j\omega \frac{p}{Z} \tag{6.3}$$

경계조건으로 사용할 두께소음의 식은 식 (6.4)-(6.6)과 같다.

$$p_T = \int_{f=0} G_T dS = \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} T_1 + T_2 dS \tag{6.4}$$

$$T_1 = \left[ \frac{1}{r} \left( \frac{\rho_0 \dot{v}_n}{(1-M_r)^2} + \frac{\rho_0 v_n \hat{r}_i \dot{M}_i}{(1-M_r)^3} \right) \right]_{ret} \tag{6.5}$$

$$T_2 = \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\rho_0 c v_n (M_r - M^2)}{(1-M_r)^3} \right]_{ret} \tag{6.6}$$

경계면의 속도는 수중에서의 음속에 비해 아주 작다고 가정할 수 있다 ($v << c$). 그러므로 마하수 또한 $M << 1$로 생각할 수 있고 식 (6.5)와 (6.6)은 식 (6.7)로 간단히 표현된다.

$$T_1 + T_2 = \left[ \frac{1}{r} \left( j\omega \rho_0 v_n \right) \right]_{ret} = \left[ \frac{1}{r} \left( j\omega \rho_0 \frac{p}{Z_{boundary}} \right) \right]_{ret} \tag{6.7}$$

흡음률과 임피던스의 관계식을 알기 위해서는 다음과 같은 과정을 거친다. 먼저 임피던스와 반사계수의 관계식은 식 (6.8)과 같이 나타낼 수 있고 반사계수는 흡음률로써 표현 가능하다. $Z_0 = \rho_0 c$ 이므로 식 (6.8)은 (6.10)과 같이 쓸 수 있고 (6.10)식과 (6.7)식을 이용하면 식 (6.4)는 최종적으로 식 (6.11)과 같이 정리할 수 있다.

$$Z_{boundary} = Z_0 \frac{1+R}{1-R} \tag{6.8}$$

$$R = \sqrt{1-\alpha^2} \tag{6.9}$$

$$\therefore Z_{boundary} = \rho_0 c \frac{1+\sqrt{1-\alpha}}{1-\sqrt{1-\alpha}} \tag{6.10}$$

$$\frac{jk}{4\pi} \int_{f=0} \left[ \frac{1}{r} \frac{1-\sqrt{1-\alpha}}{1+\sqrt{1-\alpha}} p \right]_{ret} dS \tag{6.11}$$

결과적으로 흡음률을 통해 경계면의 임피던스를 알면 이를 경계조건으로 사용할 수 있는 것이다. 두께소음의 식이 변형된 형태이므로 해당 지점에 속도나 변위 경계조건 대신 식 (6.11)을 적용하면 된다.

### 6.1.2. 흡음률을 고려한 변동압력 해석

흡음률 경계 조건을 가장 효과적으로 적용할 수 있는 캐비테이션 터널 내부에서의 변동압력 값을 해석해 보았다. 실제로 캐비테이션 터널은 프로펠러에서 발생한 소리가 내부의 벽면에 반사되어 잔향효과를 내는 것을 최소화 하기 위해 벽면의 반사계수를 낮게 설계한다. 실제로 흡음 경계 조건을 설정해 주지 않고 캐비테이션 터널 내부 음장을 해석하면 과도한 잔향효과로 인해 비정상적으로 큰 음압 값이 구해진다. 다시 말하면 흡음률 경계 조건의 적용 기법이 개발됨에 따라 캐비테이션 터널 변동압력 및 소음계측 실험 조건과 동일한 환경 하의 해석이 가능하게 된 것이다. 해석에 사용한 캐비테이션 터널은 4.2 절에서 사용한 중형 캐비테이션 터널이며 Figure 44 와 같다. 해당 터널의 test section 의 사이즈는 $0.6(B)\times 0.6(H)\times 2.6(L)$ 이며 프로펠러 직상부에는 steel plate 가 있는 구조이다. 또 해석 후 실선 크기 프로펠러로의 상사과정을 생략하기 위해 실제 사이즈로 프로펠러 소음을 해석하였고 이에 따라 터널의 모델링도 28 배 배율을 적용하여 해석 하였다. 흡음률은 구역마다 다른 값을 적용하였는데 물이 들어오고 나가는 경계면인 Inlet 과 outlet 영역은 소리가 반사되지 않도록 흡음률을 1 로 설정해 주었고 프로펠러 직상부 steel plate 의 경우는 일반적으로 사용하는 0.1 을 적용하였으며 나머지 경계면은 0.8 을 사용하였다. 이는 아직 캐비테이션 터널 벽면의 흡음률을 정확히 알지 못하기 때문에 추측한 값이며 소리의 반사가 크지 않도록 설계되었으므로 흡음률을 크게 잡아주었다. 흡음률을 적용하기 전에 경계면의 흡음률을 모두 0 으로 생각하고 해석을 해본 결과 Figure 77 에서

보는 바와 같이 과도한 잔향효과로 인해 실제 변동압력의 7~8 배에 해당하는 값이 나왔다. 이는 흡음 경계조건 없이 실내 실험 환경을 모사하는 것은 신뢰성이 없는 것임을 잘 보여주고 있다.

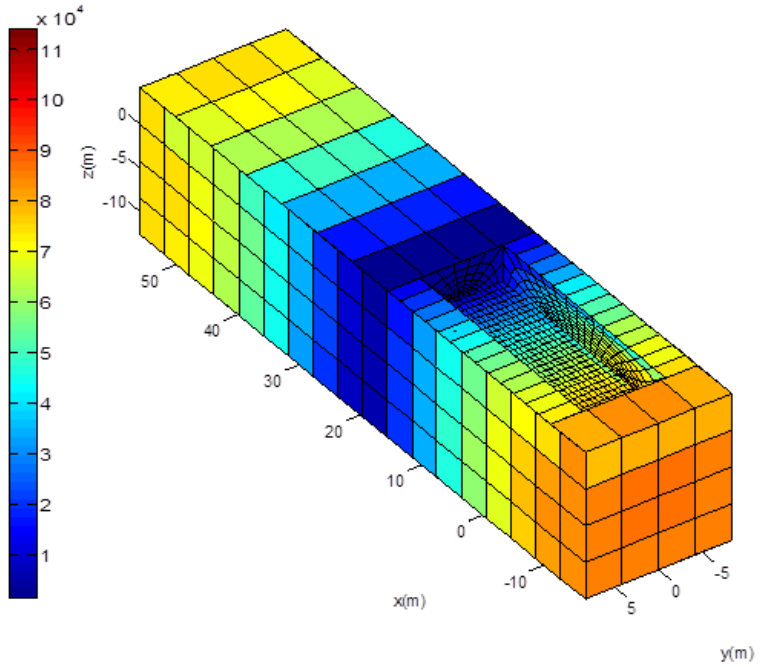



**Figure 77 Surface pressure of cavitation tunnel (w/o absorption boundary condition)**

흡음률을 적용한 후의 해석 결과는 이와는 다르게 실제 실험 값과 유사한 스케일의 값을 보여준다. 물론 흡음률이 정확히 계측된 후 적용된 것이 아니므로 어느 정도의 오차는 존재할 것으로 예상되지만 해석 결과는 타당한 수준임을 확인할 수 있다.

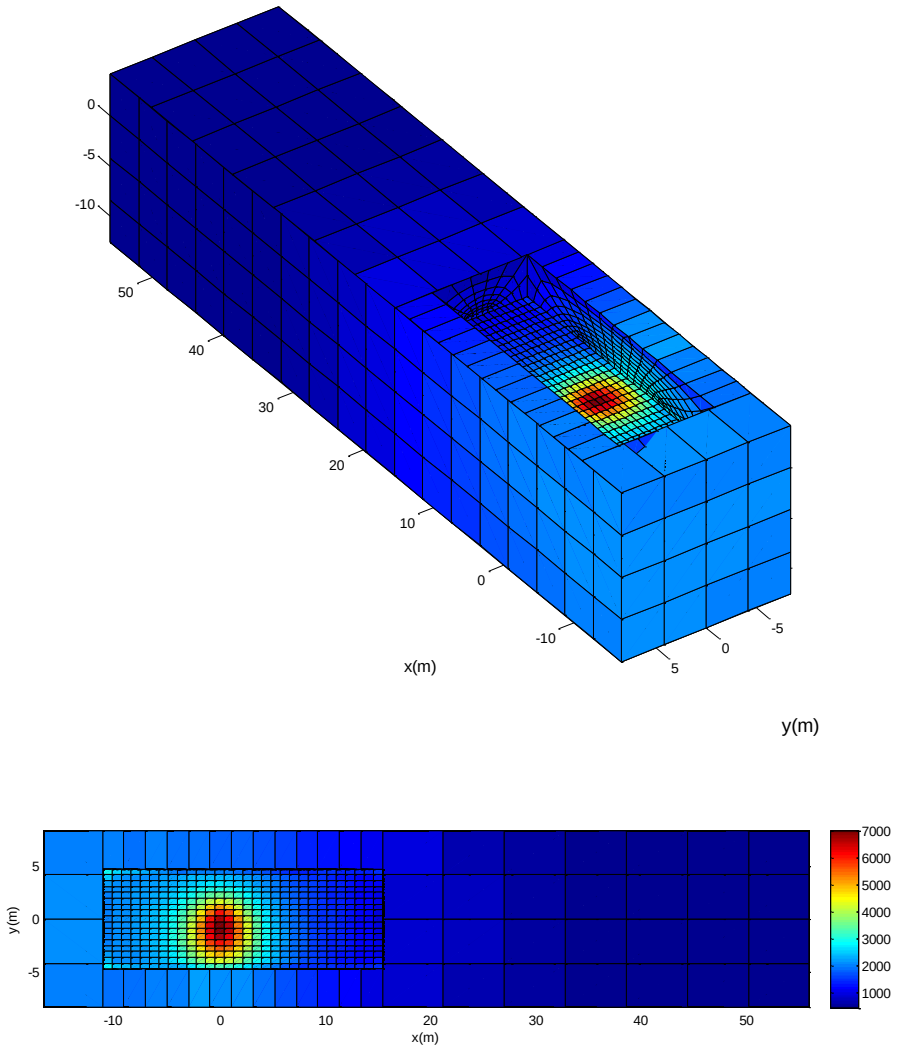
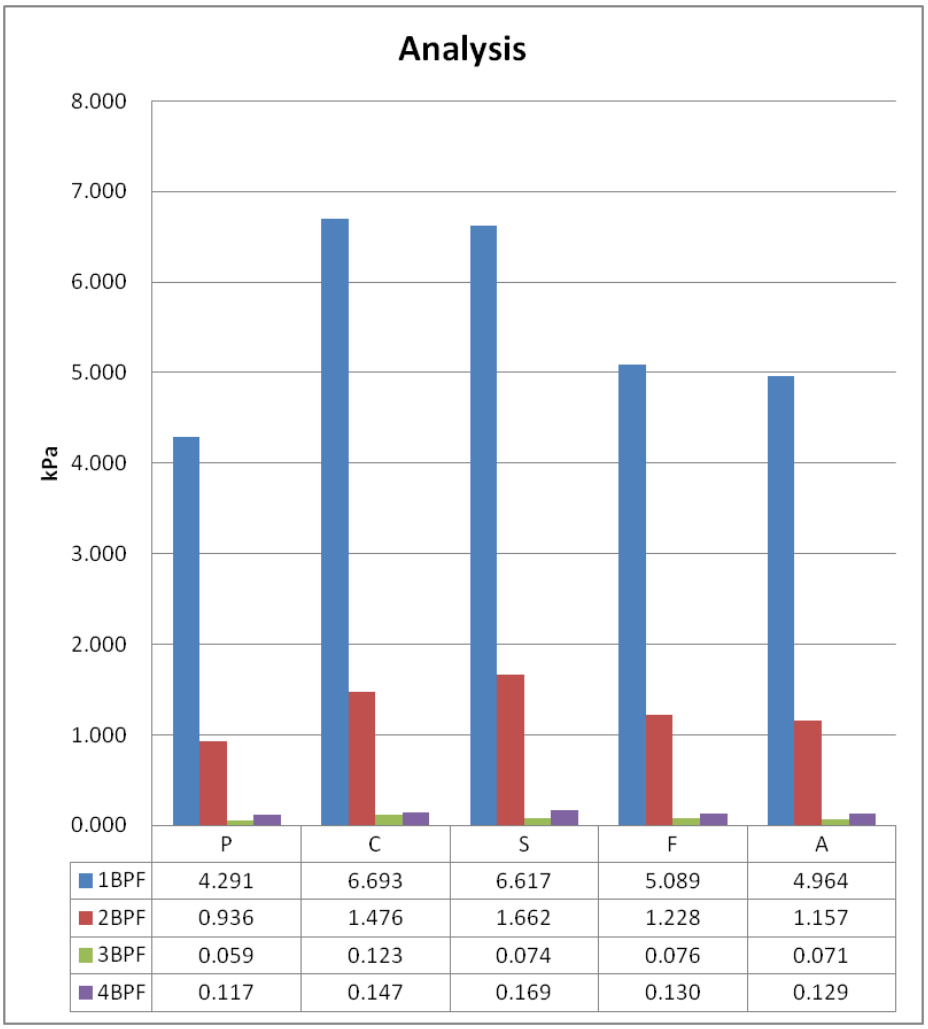



**Figure 78 Surface pressure of cavitation tunnel (with absorption boundary condition)**




| | P | C | S | F | A |
|---|---|---|---|---|---|
| 1BPF | 4.291 | 6.693 | 6.617 | 5.089 | 4.964 |
| 2BPF | 0.936 | 1.476 | 1.662 | 1.228 | 1.157 |
| 3BPF | 0.059 | 0.123 | 0.074 | 0.076 | 0.071 |
| 4BPF | 0.117 | 0.147 | 0.169 | 0.130 | 0.129 |

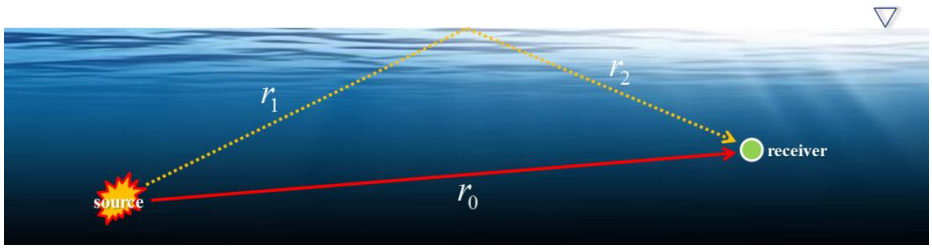
**Figure 79 Pressure fluctuation result of cavitation tunnel (with absorption boundary condition)**

흡음률을 적용한 후의 해석 결과는 Figure 78-79 와 같고 Figure 79 의 계측 지점은 4.2 절에서 사용한 계측 지점과 동일한 위치이다. 자유음장에서 상부의 steel plate 만 모델링하여 해석하였을 때와 조금의 차이를 보이는데 이는 내부 구조물의 형상에 의한 영향과 잔향효과에 의한 차이라고 생각할 수 있다.

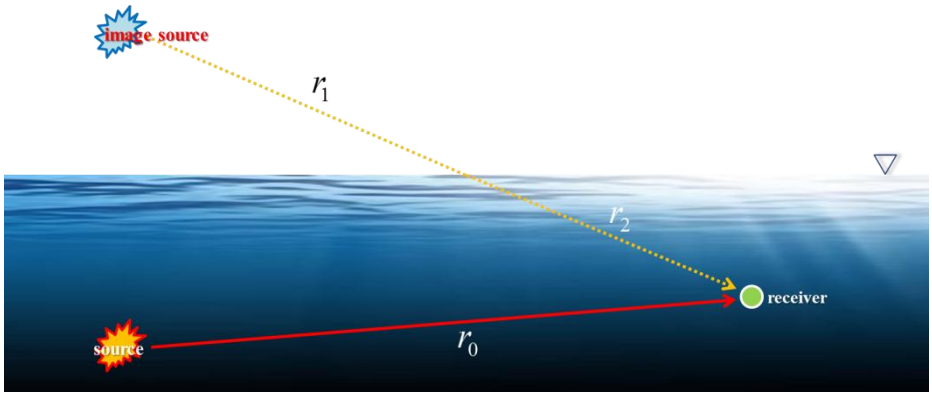
이러한 해석 기법을 활용한다면 추후 캐비테이션 터널의 실험 결과를 실선으로 상사 하지 않은 상태에서 바로 해석결과와 비교해 볼 수 있을 것으로 생각되며 이는 해석과 실험의 비교 측면에서 해석 이외의 상사나 터널효과 반영으로 인한 영향을 줄일 수 있는 이점이 있다. 하지만 터널 내벽의 흡음률에 대한 조사 및 연구가 함께 이루어져야 할 것이다. 또한 본 해석 기법을 통해 향후 프로펠러나 팬 주변의 구조물에 대한 고려가 보다 더 현실적이고 효과적으로 이루어질 것으로 기대된다.

## 6.2. 자유수면 효과를 고려한 수중 소음 해석

일반적으로 수중방사소음을 해석할 경우 수면효과를 포함하여야 보다 정확한 해석을 수행할 수 있다. 수면효과는 선박 등과 같은 주 소음원이 수면 근처에 존재하면서 소리를 방사할 경우 수면이 소리를 반사하면서 나타나는 현상을 말한다. 물과 공기의 임피던스는 약 3700배의 차이로 물이 크다. 따라서 반사계수가 거의 -1에 가까우며 이는 위상이 정반대이면서 크기는 같은 음파가 반사된다는 의미이다. 실제로 수면효과를 고려해 준 해석 결과와 고려해 주지 않은 해석 결과는 그 방향성이나 크기에서 큰 차이를 보인다.




(a) free surface effect



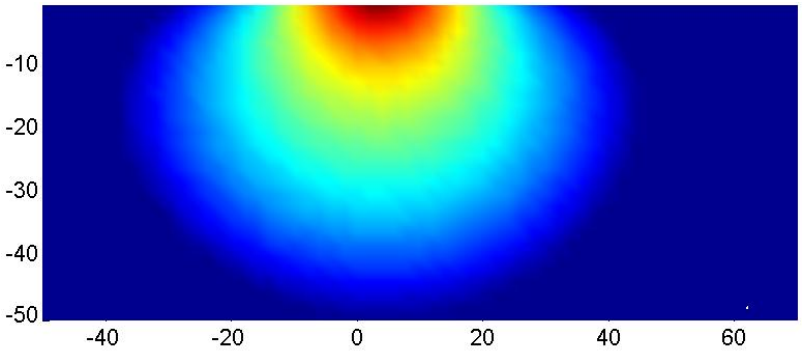

(b) image source

**Figure 80 Image source for the free surface effect**

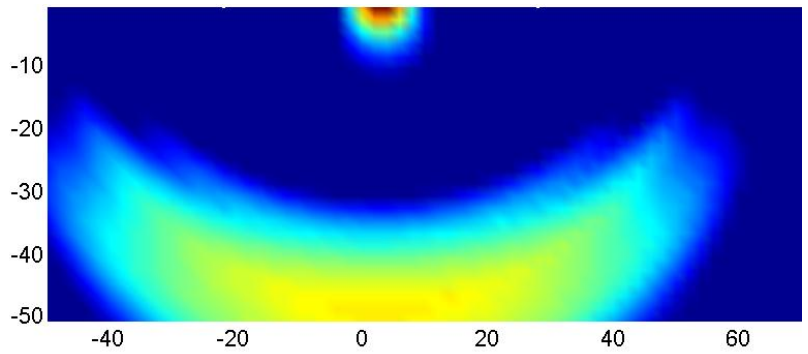
수중의 소음원이 소리를 방사하면 Figure 80-(a)와 같은 형태로 전파된다. 관찰자에게 직접 전달되는 경로와 반사에 의해 전달되는 경로가 존재하는데 반사에 의한 영향을 표현하기 위해 가상의 음원(image source)을 만들어 주어 마치 두 개의 소음원에서 소리가 방사되는 것으로 생각한다. 이 때의 가상음원은 원래의 소음원과 위상이 반대인 동일한 소음원이며 관찰점과의 거리는 원래의 소음원보다 길어지게 된다. 이를 식으로 나타내면 (6.12)와 같다.

$$\begin{aligned} p_{receiver} &= |p_{source}|G(r_0) + R|p_{source}|G(r_1 + r_2) \\ &= |p_{source}|\{G(r_0) - G(r_1 + r_2)\} \end{aligned} \tag{6.12}$$

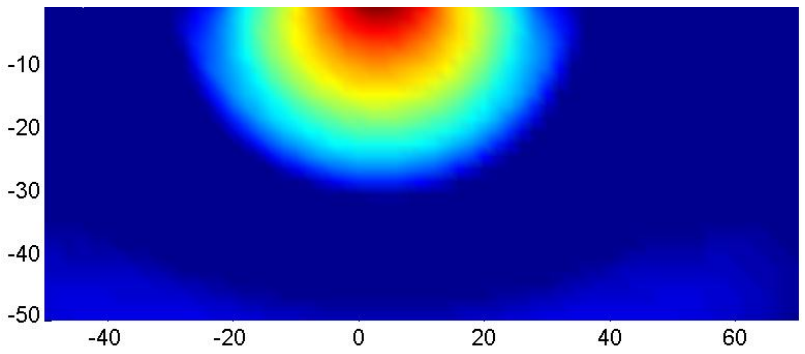
따라서 수면을 경계로 하는 경계조건이 포함되는데 수면에서의 압력이 0 이 되는 조건이다. 이를 적용하여 선박의 프로펠러 소음이 전파되는 형상을 해석해 보았다. 4.1 절에 사용한 선미부 형상과 프로펠러를 이용하였으며 수심 50m 까지 해석을 수행하였다. 먼저 자유수면 효과를 고려한 경우의 결과는 Figure 81 과 같다. 시간에 대한 해석 결과이며 자유수면을 고려하지 않은 경우의 결과는 Figure 82 와 같다. 두 그래프를 살펴보면 전파되는 형상이 서로 다름을 확인할 수 있다. 자유수면효과가 있는 경우는 선박을 중심으로 하는 다이폴의 한쪽 방향과 같이 퍼져 나가는데 자유수면 효과가 없는 경우는 모노폴의 절반과 같이 반구의 형상을 띠며 퍼져나가는 것을 확인할 수 있고 Figure 83-84 에서와 같이 주파수 영역에서 보면 더욱 확실히 그 차이를 확인할 수 있다.




(a) t = 0.24s

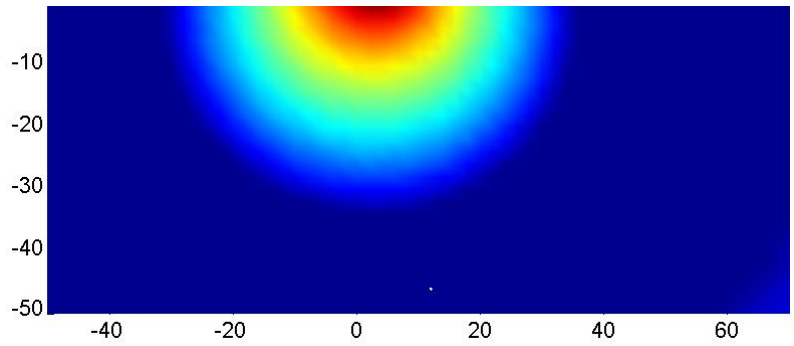



(b) t = 0.48s

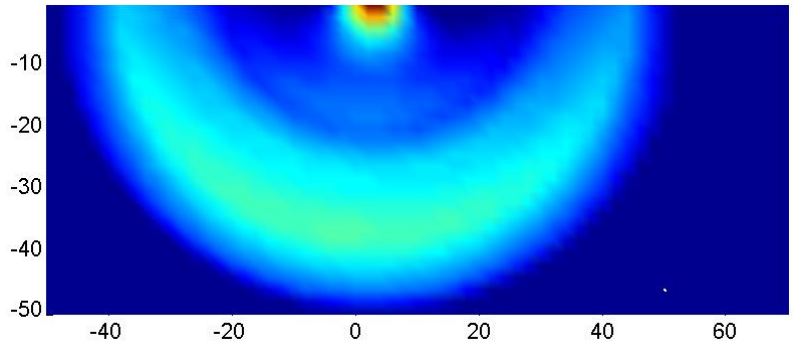



(c) t = 0.72s

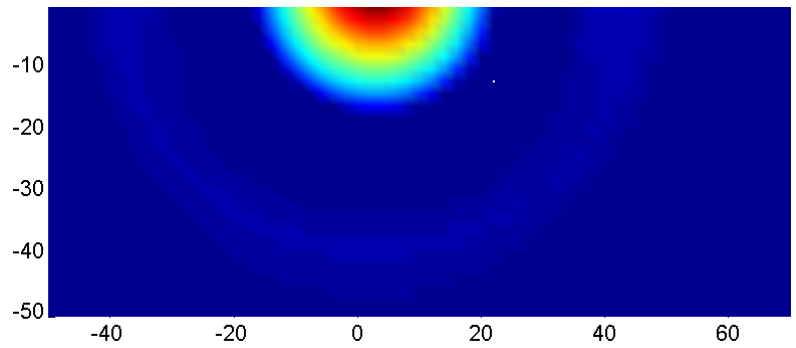
**Figure 81 Underwater noise (with free surface effect)**




(a) t = 0.24s




(b) t = 0.48s




(c) t = 0.72s

**Figure 82 Underwater noise (w/o free surface effect)**

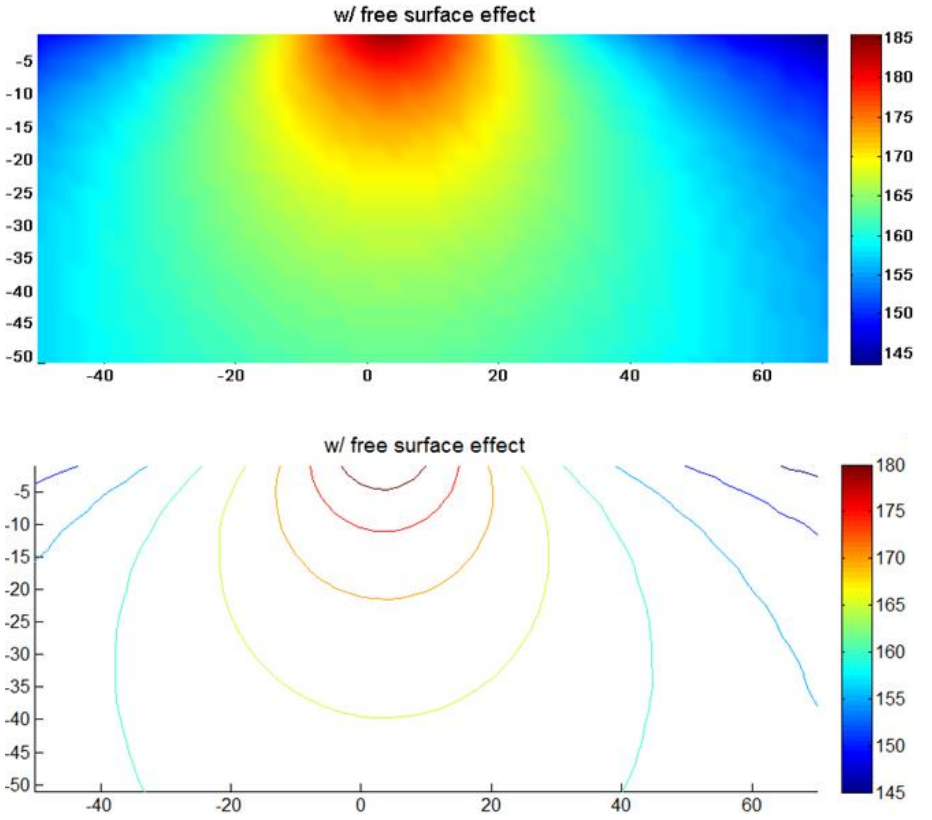



**Figure 83 Underwater noise (with free surface effect, frequency domain, 1BPF)**

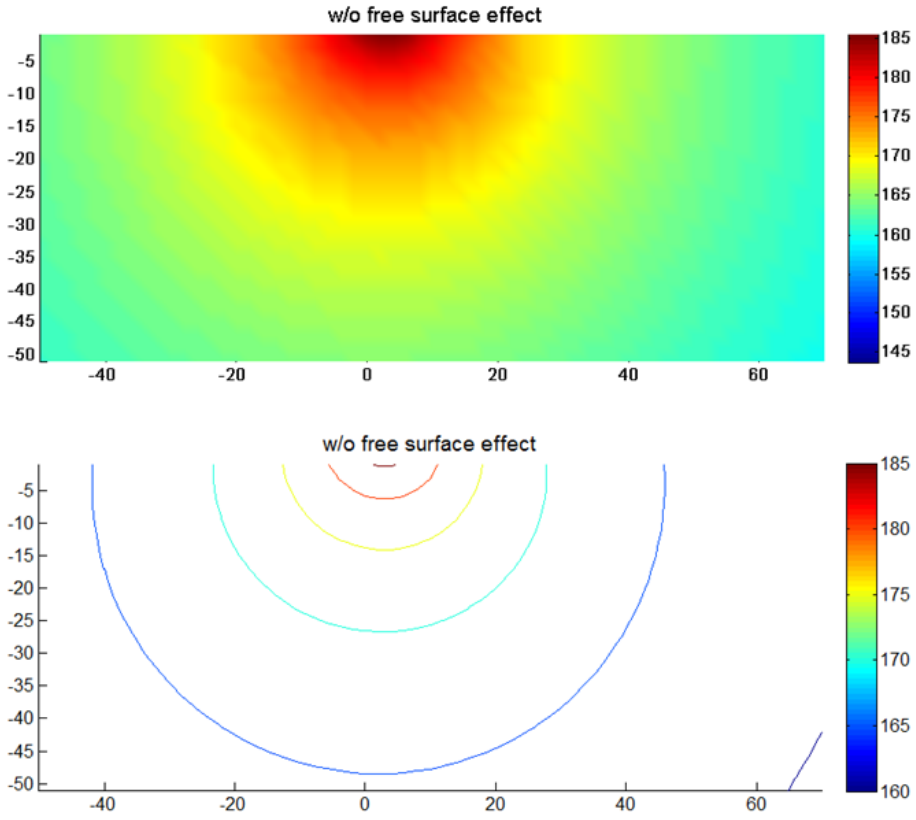



**Figure 84 Underwater noise (w/o free surface effect, frequency domain, 1BPF)**

이러한 현상은 수면에서의 압력이 0 이 되면서 나타나는 현상으로 자유수면 효과를 고려하는 경우 일반적으로 나타나는 특징이다. 시간영역 음향상사법을 사용하더라도 자유수면 효과를 고려하는 원리는 변함이 없으며 해석 결과 그 특징을 잘 반영하고 있는 것을 확인 하였다. 그러므로 본 논문의 해석 기법을 이용하여 수중소음을 효과적으로 해석할 수 있을 것으로 기대된다.

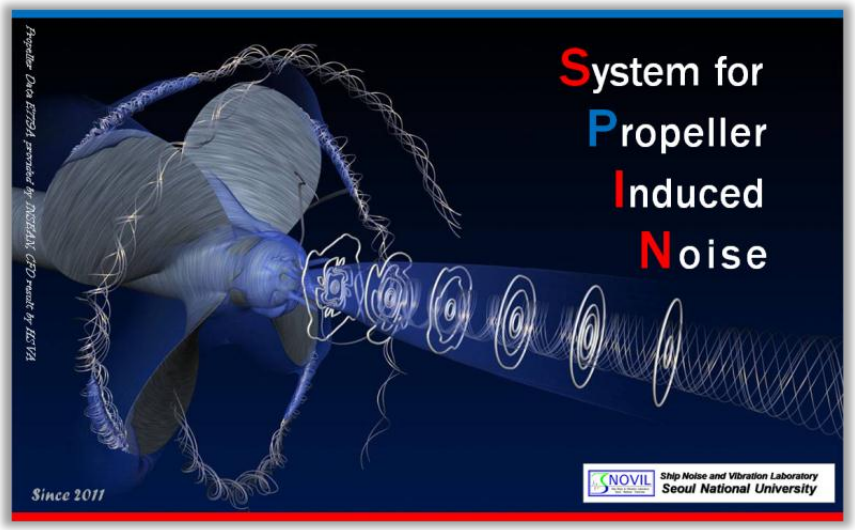
# 7. 프로그램 개발 및 실선 적용

## 7.1. SPIN (System for Propeller Induced Noise) 개발

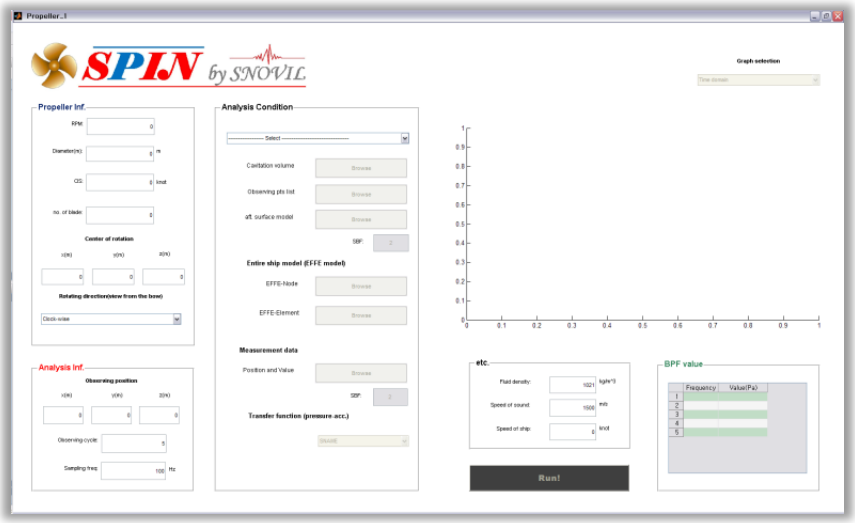
앞 절에서 설명한 해석 기법을 활용하여 프로펠러 공동 소음 및 변동압력 해석에 활용할 수 있는 소프트웨어를 개발하였으며 명칭은 SPIN(System for Propeller Induced Noise)이다. Matlab GUI 를 이용하여 프로그램을 개발하였으며 시작화면과 GUI 의 모습은 다음 Figure 85 와 같다. 해석 가능한 기능은 다음과 같다.

- 프로펠러 공동소음 해석
- 변동압력 해석 (SBF 이용)
- 변동압력 해석 (Scattering 고려 기법 적용)
- 프로펠러 기인 선미부 가속도 추정

먼저 임의의 관찰점에서 자유음장일 때의 공동소음을 해석할 수 있다. 관찰점은 GUI 를 통해 하나의 지점을 입력할 수도 있고 여러 지점일 경우 텍스트 파일을 이용하여 입력할 수 있도록 하였다. 그리고 변동압력을 해석할 수 있는데 SBF 를 이용하는 방법과 본 논문에서 개발한 산란 고려 기법을 이용하여 해석하는 방법을 선택할 수 있다. SBF 를 이용하는 방법이라는 것은 선체의 산란효과를 실제 해석을 통해 계산하지 않고 임의의 factor 를 사용하여 변동압력의 크기를 조정해 주는 것을 말한다.




(a) splash image




(b) main GUI

**Figure 85 Software SPIN**

그리고 프로펠러 기인 선미부 가속도 추정은 변동압력을 이용한 선체 진동 소음 해석을 위해 입력 값으로 사용하기 위함이다. 프로펠러 기인 선체 진동을 해석하기 위해서는 압력으로 인해 발생하는 선미부 선체의 가속도 크기를 추정하여 그 값을 입력 값으로 사용한다. 물론 변동압력 자체를 힘으로 적용하여 해석할 수도 있으나 PFADS 를 사용한 해석으로는 가속도가 더 나은 결과 값을 준다. PFADS 는 PFA 를 활용한 구조해석 프로그램으로 PFA 와 FEM 을 결합한 PFFEM 을 사용한다. 이는 유한요소 해석을 적용하기 어려운 대형구조물이나 고주파 해석에 주로 사용되는 방법이며 이와 유사한 방법으로는 PFA 와 동일하게 에너지를 기반으로 하는 해석법인 SEA(Statistic Energy Analysis)가 있다. 하지만 SEA 는 에너지의 공간적인 흐름을 제대로 표현하지 못하는 단점이 있으며 모델링에 따라 결과가 다소 달라지는 것으로 알려져 있다.

GUI 에 대한 설명은 Figure 86 과 같다. 먼저 1 번 영역은 해석 전 프로펠러의 기본 재원을 입력하는 곳이다. RPM, Diameter, CIS, 날개 수, 프로펠러의 좌표, 회전 방향에 관한 값을 입력한다. CIS(Cavitation Inception Speed)는 공동소음 및 변동압력의 해석에서는 필요 없는 값이며 추후에 선체 진동해석을 위한 입력 가속도 값을 얻기 위한 계산을 할 때 필요하다. 또 프로펠러의 위치 좌표 값 중 y 좌표가 0 이면 선박의 center line 에 위치하는 것으로 인식하며 자연적으로 단축 프로펠러 해석이 되며, y 좌표가 0 이 아닌 값을 가지면 center line 을 기준으로 대칭인 지점에 프로펠러가 하나 더 존재하는 쌍축 프로펠러로 자동으로 인식한다.

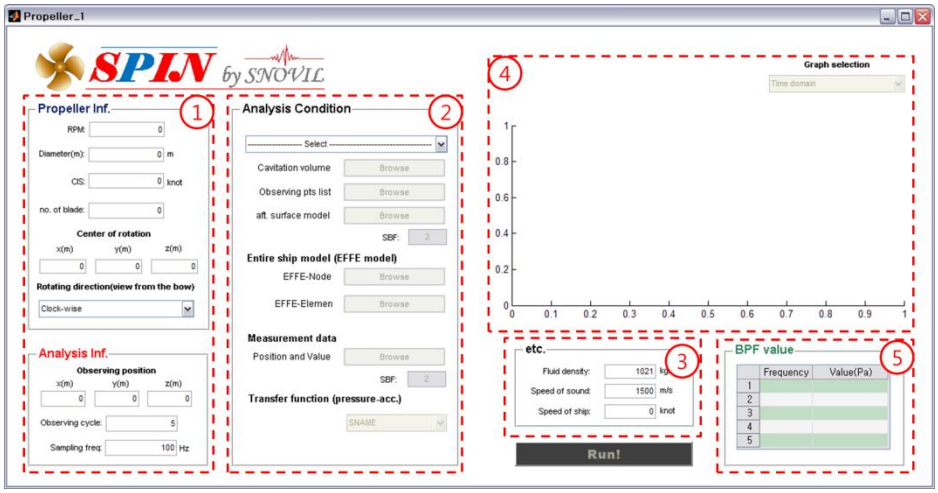



**Figure 86 GUI of SPIN**

또 아래쪽의 Analysis Inf. 영역에서는 공동소음 해석 시 사용하는 관찰지점과 해석 시 프로펠러의 회전 수, 그리고 sampling 주파수를 입력할 수 있다. 다음으로 2 번 영역은 해석의 종류를 결정하고 해석에 필요한 입력 파일을 입력하는 메뉴로 구성되어 있다. 해석에 필요한 입력 파일은 해석의 종류를 먼저 고르면 자동으로 필요한 파일에 해당하는 메뉴가 활성화 되므로 빠짐 없이 입력 파일을 넣어주면 된다. 입력파일로 사용되는 것에는 유체해석을 통해 나온 캐비테이션의 부피 정보, 관찰지점, 선체 표면 모델, 진동해석 모델 등이 있다. 그리고 3 번 영역은 유체의 밀도와 음속, 그리고 선박의 속도를 입력한다. 또 4 번 영역은 해석이 끝나면 최대값을 가지는 지점의 결과를 그래프로 출력해 주는 역할을 하는데 시간영역과 주파수 영역 두 가지 모두 가능하다. 마지막으로 5 번 영역도 4 번 영역과 마찬가지로 결과를 출력해 주는 영역인데 4 번과 동일한

지점의 결과를 BPF 의 차수에 따라 5 차까지 보여준다. 해석이 끝나면 해석 결과는 텍스트 파일의 형태로 출력되는데 그 예는 다음과 같다.

- BPF pressure
- Pressure fluctuation level (frequency domain)
- Pressure fluctuation - linear (frequency domain)
- Pressure fluctuation - linear (time domain)
- Propeller induced input power spectrum
- Propeller induced load

## 7.2. 실선 적용 및 해석

개발된 소프트웨어를 이용하여 실선 진동 소음 해석에 사용할 입력파일을 생성하고 PFADS로 진동 및 선실 실내소음 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 선박의 모델은 Figure 87과 같고 15317개의 FE-Element를 가지고 있다. 해석에 사용한 프로펠러는 4.1절에서 사용한 프로펠러와 동일하고 프로펠러 sheet cavitation에 의한 변동압력을 1번 요소에 대해 1/3 octave band로 표현한 결과는 Figure 88과 같다.

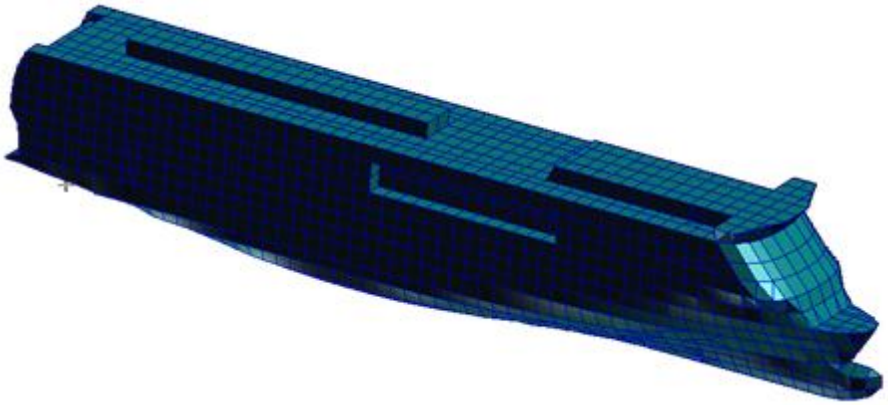


**Figure 87 Analysis model**

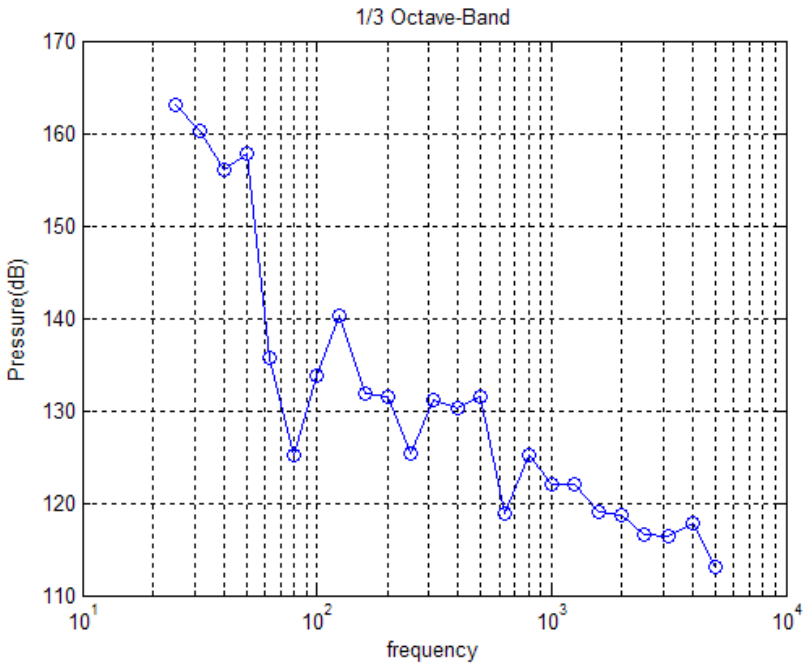



**Figure 88 Pressure fluctuation (1/3 octave band)**

하지만 8kHz까지 진동해석을 수행하기 위해서는 sheet cavitation 외에 tip-vortex나 bubble cavitation 등의 영향이 추가 되어야 한다. 이를 위해 SNAME에서 제안하는 추정식을 통해 중고주파수 대역의 프로펠러 변동압력을 계산하여 추가해 주었으며 그 결과는 Figure 89과 같다.

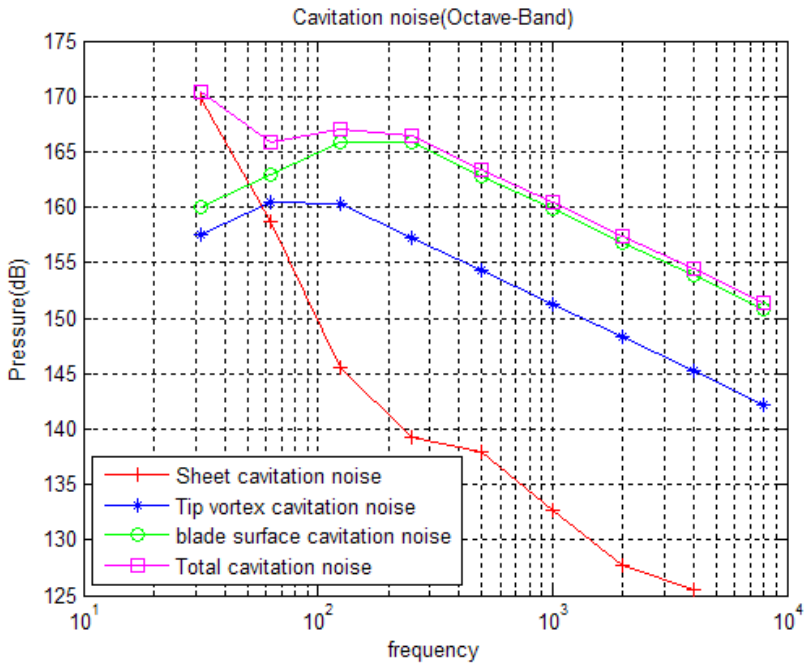
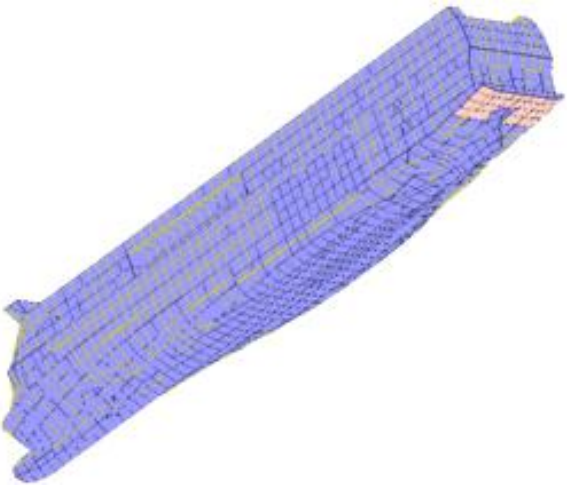


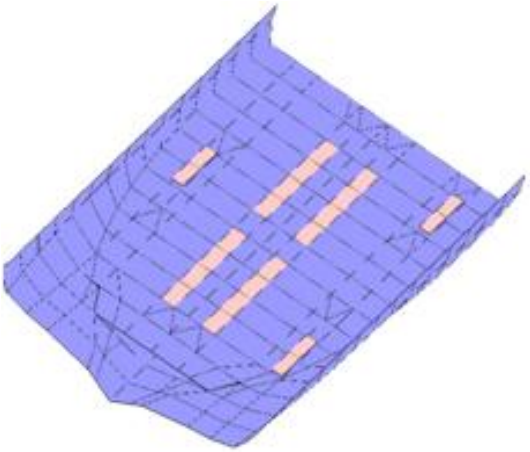

**Figure 89 Total pressure fluctuation**

마찬가지로 SNAME의 압력-가속도 전달함수를 이용하여 압력 값을 가속도 값으로 변환하여 PFADS에 입력한 후 진동 및 실내소음 해석을 수행하였다.

소음해석에 사용될 경계조건을 얻기 위하여 먼저 구조물의 진동해석이 이루어져야 한다. 공기 중에 소음원은 배제한 상태로 해석을 진행하므로 구조기인 소음이 주가 될 것인데 프로펠러 소음 외에도 진동원으로 main engine과 generator의 영향도 SNAME의 경험식을 이용하여 추가해 주었다. 주요 가진원들의 위치는 Figure 90에서 확인할 수 있으며 63Hz부터 1000Hz까지의 진동해석 결과는 Figure 91-95와 같다. 진동에너지의 최대값은 유사하지만 주파수가 높아짐에 따라 에너지 전달이 잘 되지 않아 감쇠가 뚜렷해지는 경향을 확인할 수 있다. 특히 선미부분과 멀어지는 선체의 중간 이후부터는 가진원의 영향이 미비함을 알 수 있다.

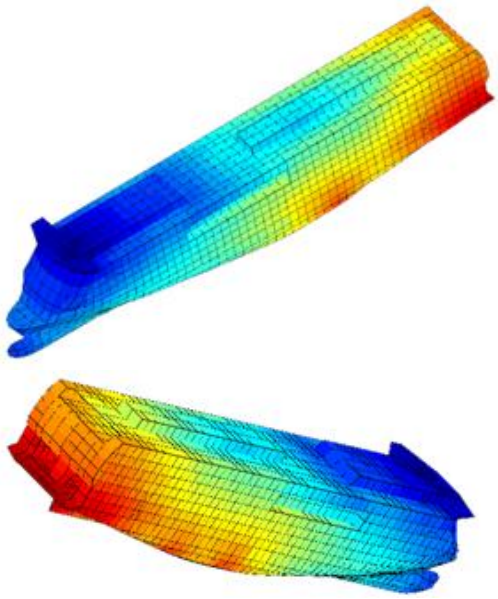


(a) propeller induced input

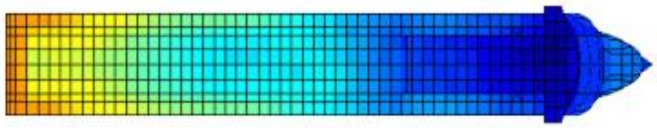


(b) main engine & generator

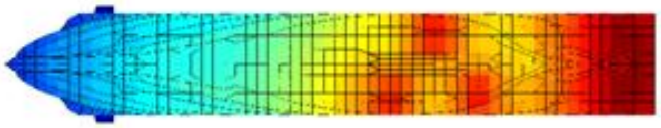
**Figure 90 Locations of input power**



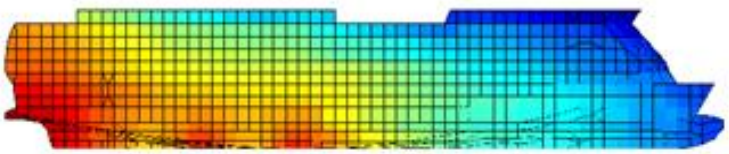
(a) Overview



(b) Upside



(c) Bottom



(d) Side

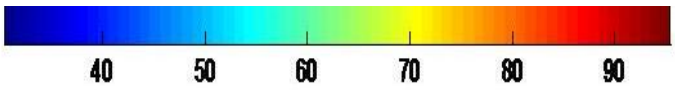
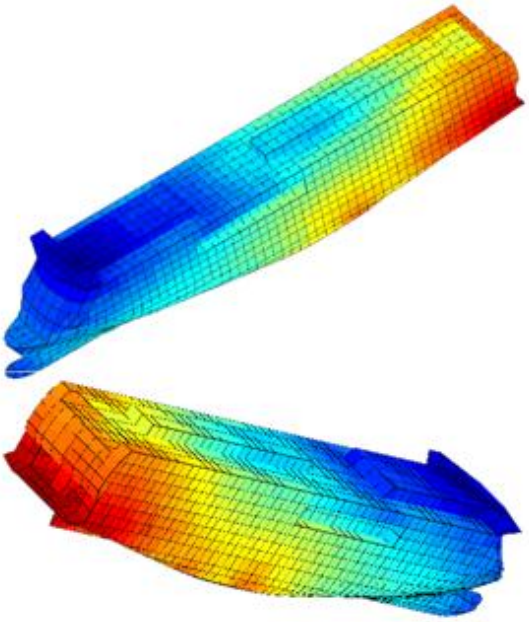
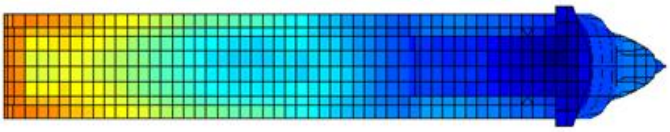


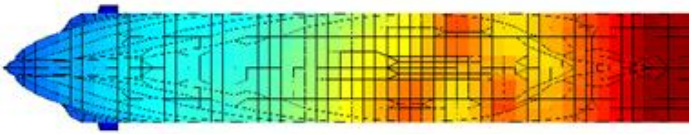

**Figure 91 Vibrational energy level - 63Hz**



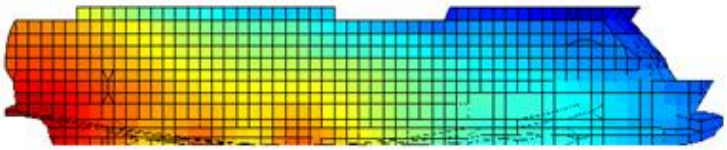
(a) Overview



(b) Upside



(c) Bottom



(d) Side

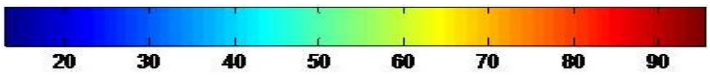
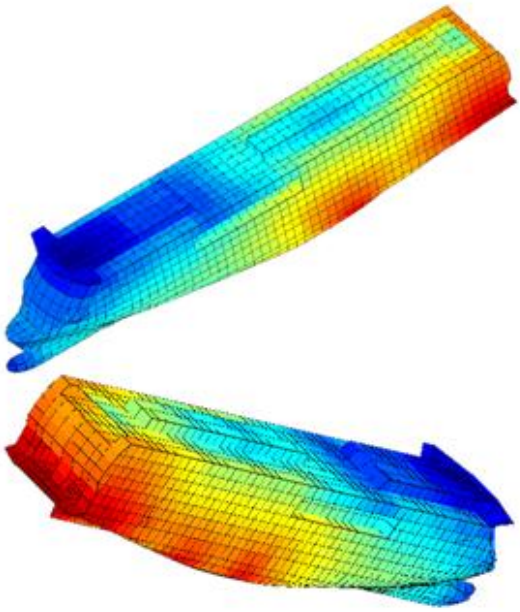
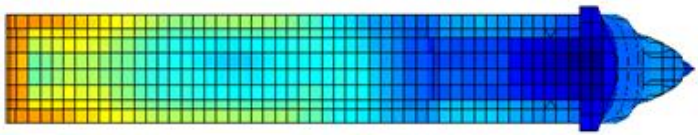


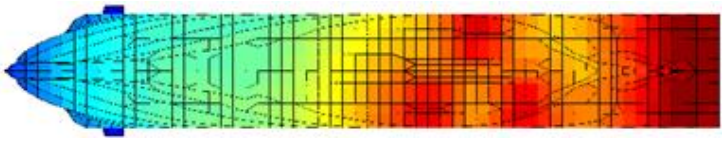

**Figure 92 Vibrational energy level - 125Hz**



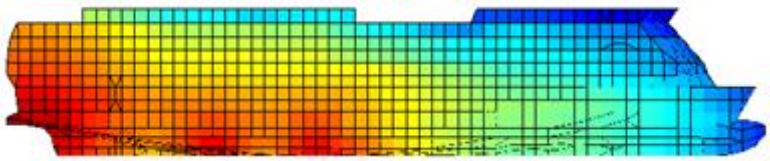
(a) Overview



(b) Upside



(c) Bottom



(d) Side

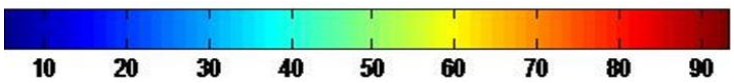
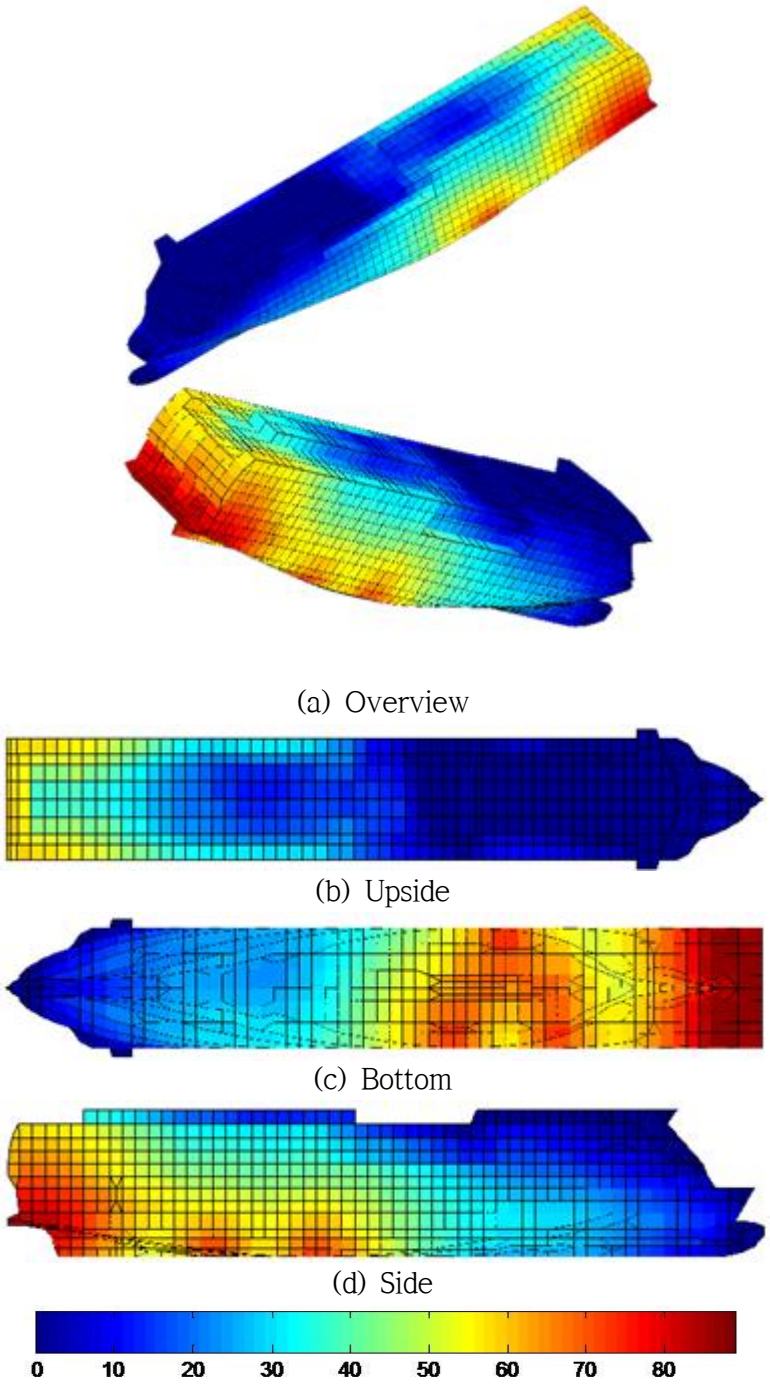



**Figure 93 Vibrational energy level - 250Hz**



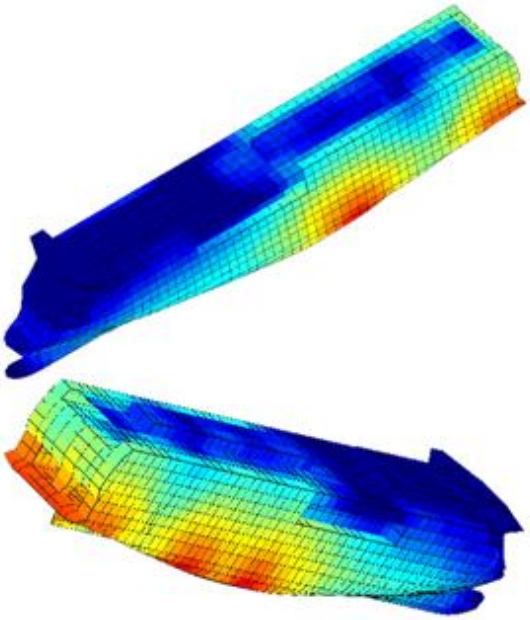

(a) Overview

(b) Upside

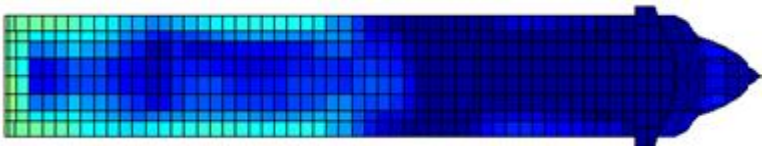
(c) Bottom

(d) Side

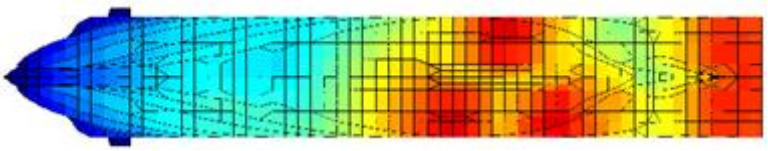
**Figure 94 Vibrational energy level - 500Hz**



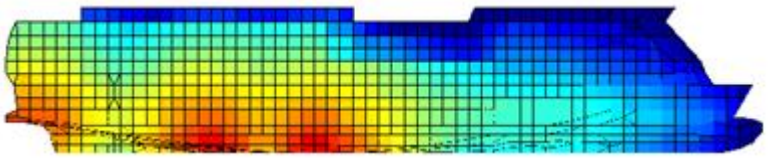
(a) Overview



(b) Upside



(c) Bottom



(d) Side

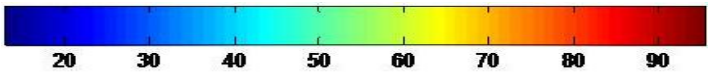
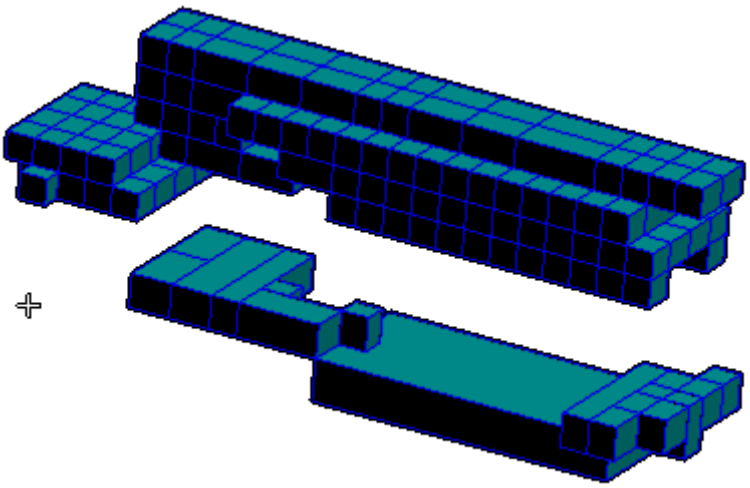
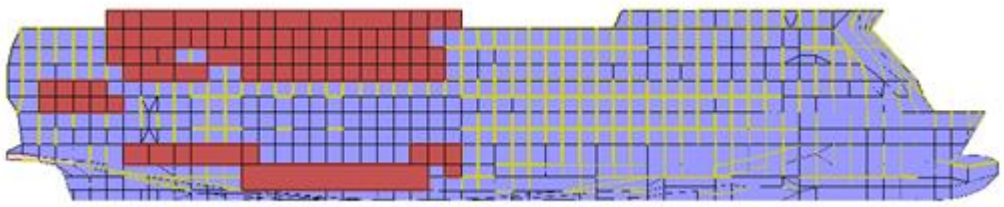



**Figure 95 Vibrational energy level - 1000Hz**

위의 진동해석 결과를 이용하여 소음해석을 수행하였다. 소음해석에 필요한 음향공간은 파트란을 이용하여 solid 요소로 Figure 96과 같이 모델링 해주었으며 그림의 가장 아랫부분에 보이는 큰 공간이 엔진룸에 해당한다. 총 공간의 개수는 249개이다.



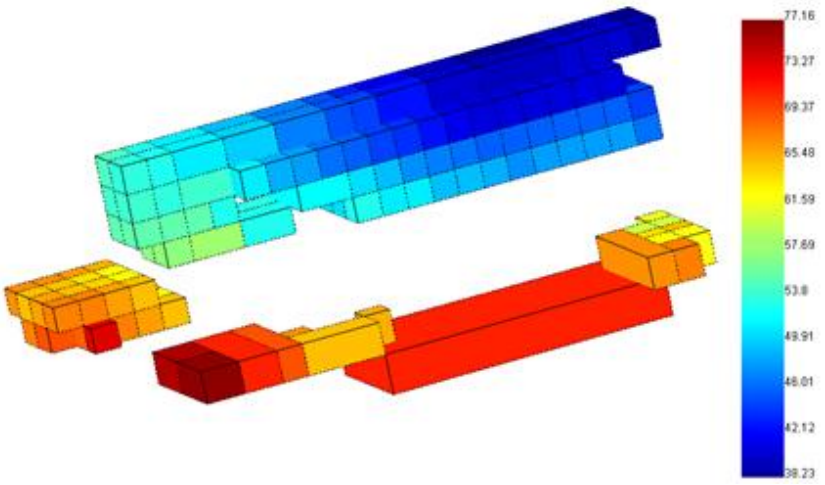
(a) room model



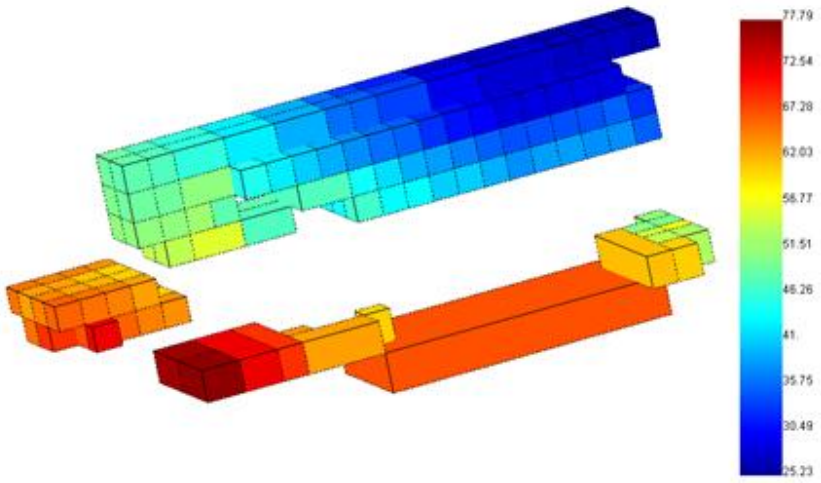
(b) location of the rooms

**Figure 96 Room modeling for noise analysis**

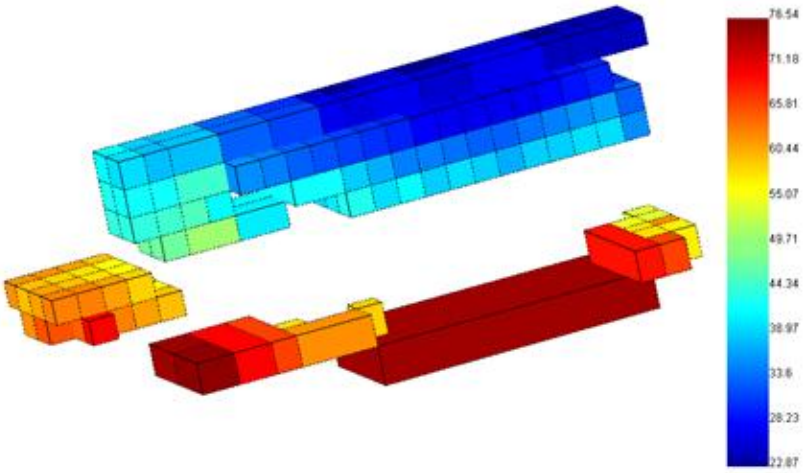
Figure 97 은 63Hz 부터 1000Hz 까지 음향공간의 음압분포를 보여주고 있다. 가장 높은 소음 수준을 나타내는 부분은 엔진룸 부근과과 프로펠러 변동압력이 작용하는 면의 근처에 있는 공간이며 거리가 멀어질수록 영향을 적게 받는 것을 볼 수 있다. 따라서 그러한 선실에서는 HVAC 및 기타 기계류의 공기기인 소음과 구조기인 소음이 주된 소음원이라고 할 수 있다. 엔진 및 제너레이터의 진동을 저감시키는 기존의 대책은 크루즈선과 같이 거주구가 많은 선박에서는 충분한 소음원 차단책이 되지 못한다. Figure 98 은 주파수별 음압을 합하여 dBA 로 표현한 것인데 엔진룸에서 멀어지는 층일수록 음압이 작아지며 같은 층이라도 선수 쪽에 가까운 선실들의 음압이 상대적으로 작음을 확인 할 수 있다.



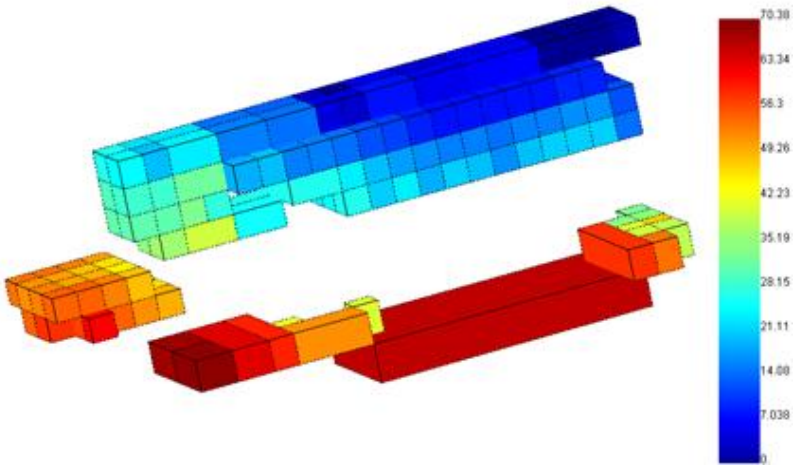

(a) 63Hz



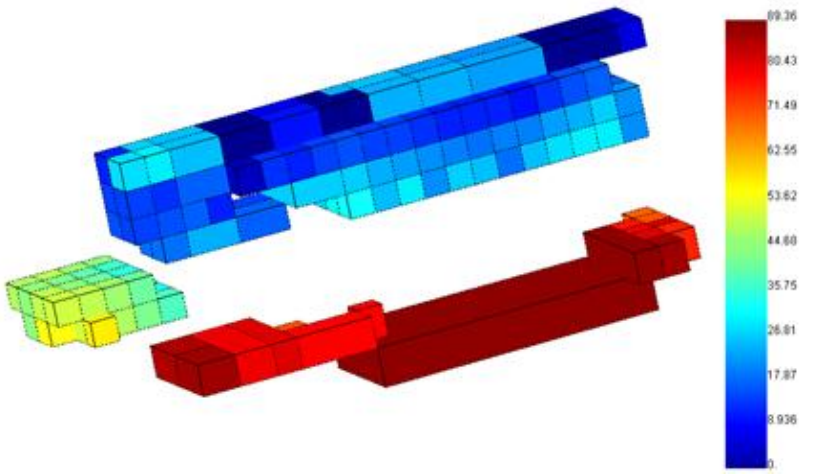

(b) 125Hz




(c) 250Hz




(d) 500Hz




(e) 1000Hz

**Figure 97 Noise level of the rooms**

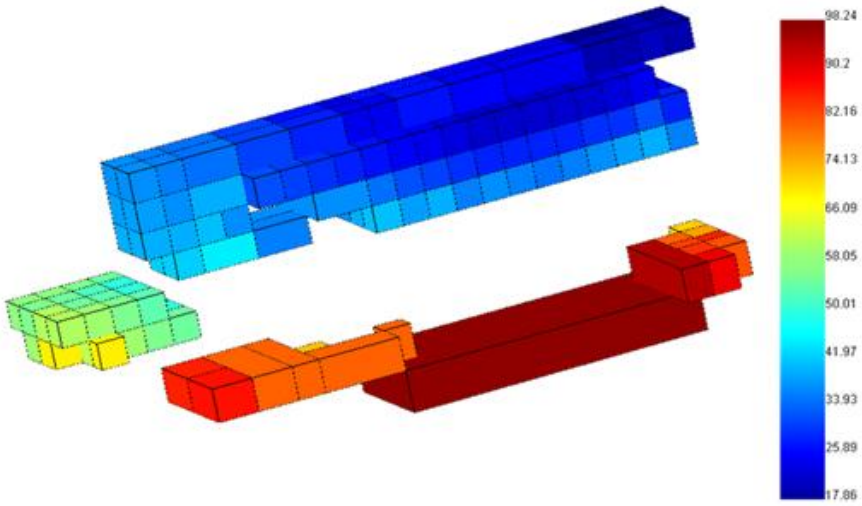



**Figure 98 Total noise level (dBA)**

위에서 얻은 결과를 바탕으로 실제 계측 값과 비교를 수행하였다. Figure 99에서 보는 바와 같이 6개의 방에 대해 비교하였으며 해당 값은 Table 13과 같다. Figure 100에서 보는 바와 같이 계산 값과 계측 값은 해당 위치에서 유사한 값을 보여주고 있다. 하지만 예상대로 엔진룸과 멀리 위치한 공간에 대해서는 가까운 지점에 비해 상대적으로 차이가 발생하는데 이는 실제 계측 시 발생하는 기타 소음원, 즉 엔진 및 제너레이터, 프로펠러 변동압력 이외의 HVAC등의 소음원에 의한 결과로 판단되며 이에 의한 소음이 프로펠러나 엔진 등에서 발생하는 소음보다 비중이 크기 때문에 제대로 예측하기 힘든 점이 있는 것이다. 하지만 6번방을 제외하고는 3dB 내외로 비교적 잘 예측하고 있는 것을 확인할 수 있다. 여기서 내장재를 고려한 값은 예측치에 흡음 등의 영향을 3dBA정도로 생각하여 빼 준 값으로 별도의 해석을 수행한 결과는 아니다.

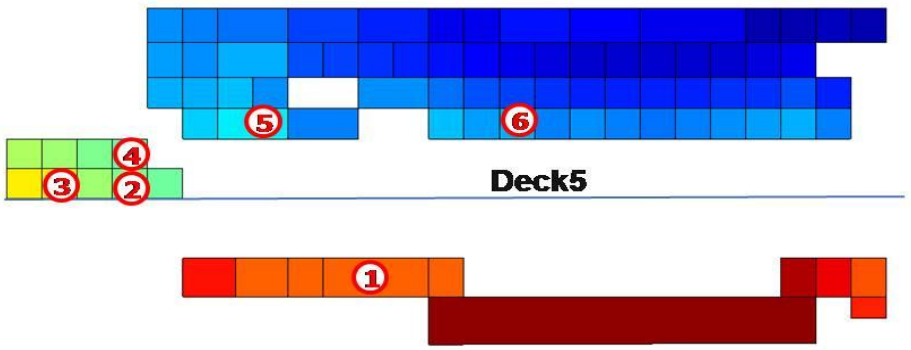



**Figure 99 Comparison points**

**Table 13 Comparison between measured noise level and computed**

| Room number | Measuring point | Recommend(dBA) | Measured(dBA) | Computed(dBA) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | ECR (2nd Deck) | 70 | 68 | 72.7909 |
| 2 | Crew day room (5th Deck) | 65 | 52.9 | 52.1444 |
| 3 | Crew cabin (5th Deck) | 60 | 55.6 | 53.0872 |
| 4 | Passenger cabin (6th Deck) | 52 | 49 | 50.291 |
| 5 | Pssenger cabin (7th Deck) | 52 | 48 | 44.691 |
| 6 | Pssenger cabin (7th Deck) | 52 | 47 | 41.7935 |

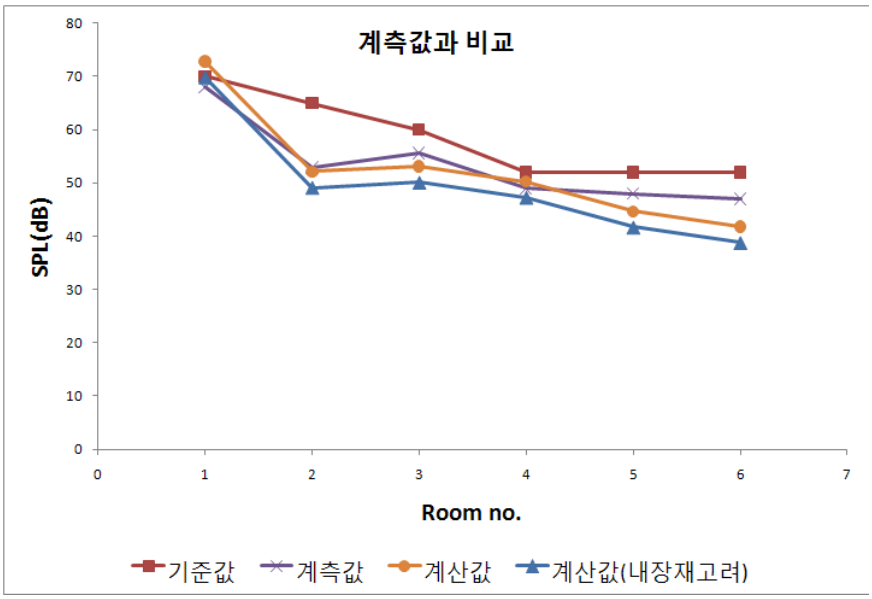



**Figure 100 Comparison of room noise level**

실선을 대상으로 프로펠러 변동압력의 계산에서부터 선실 소음의 해석까지의 전 과정을 수행하여 보았으며 경향 및 값이 비교적 잘 일치하고 있는 것을 확인할 수 있었다. 향후 중고주파수 영역에 대한 캐비테이션 소음의 계산이 해석을 통해 이루어질 수 있다면 더욱 의미 있는 해석이 될 것으로 기대된다.

# 8. 결론 및 향후 추천 과제

## 8.1. 결론

본 논문은 프로펠러기인 소음 및 변동압력의 해석을 위해 새로운 기법을 제안하고 실선에 적용하기 위한 연구의 전반적인 내용을 포함하고 있다. 수행된 주요 내용과 각각의 결론은 다음과 같다.

(1) 프로펠러 공동 소음 해석에 적용할 수 있는 새로운 해를 유도하였고 이를 음향상사법에 새로운 소음원으로 추가하였다. 평형상태의 매질에 새로운 질량이 생성되는 경우데 대해 새로운 파동방정식을 유도하고 그 해를 구하였으며 공동의 부피 변화가 소리를 발생시키는 주요 요인임을 알 수 있었다. 또 원지장(far field)뿐만 아니라 근접장(near field)의 영향도 반영할 수 있으며 움직이는 음원의 운동에 의한 영향도 Doppler factor 를 통해 효과적으로 표현 가능하다.

(2) 산란의 효과를 고려할 수 있는 해석 기법을 개발하였다. 실제 프로펠러의 작동 환경은 주변에 많은 산란체가 존재하고 이들은 프로펠러에서 나온 소리의 전파를 방해하여 그 크기나 방향을 변화시킨다. 소리의 특성을 선형적이라고 가정하고 산란체에 맞고 나오는 산란음장을 새로운 소음원으로 생각하여 소스로서 추가해 주었다. 소스의 형태는 비공동 소음의 두께 소음과 하중 소음의 형태로 표현하였으며 해석 결과 산란을 고려하지 않았을 때와

확연히 다른 결과를 보여주었다. 해석 기법은 exact solution 과 비교를 통해 검증하였으며 실험 결과와도 비교하여 타당성 및 유용성을 확인 하였다. 산란효과는 산란체의 형상에 따라 크게 달라지기 때문에 정확히 반영하기 위해서는 본 논문에서와 같이 수치적인 방법으로 모델의 복잡한 형상까지 반영할 수 있어야 한다.

(3) 변동압력의 계산을 위해 PFBEM 을 적용하여 제한된 개수의 계측 값으로 선미 전체의 변동압력을 추정하는 기법을 개발하였다. 프로펠러 기인 소음원을 하나의 점음원으로 가정하고 계측된 압력 값을 에너지로 변환하여 pseudo inverse 방법을 이용하여 소스를 역으로 추정한다. 추정된 소스를 이용하여 다시 PFBEM 계산을 수행하면 선미부 전체의 변동압력을 예측할 수 있다. 이 방법을 이용하면 실제로 계측된 전 주파수 대역의 변동압력 값을 선체 진동소음 해석에 적용할 수 있다. 현재 해석 수준으로는 중고주파수 대역의 캐비테이션 소음은 계산하기가 쉽지 않아 진동소음 해석의 입력 값으로 사용하기에는 주파수 한계가 있었으나 본 기법을 적용하면 이러한 문제를 상당히 개선할 수 있을 것으로 기대된다.

(4) 음향상사법과 유한요소법과의 연성을 통해 구조음향 연성해석 기법을 개발하였다. 변동압력에 해당하는 압력 값을 유한요소법의 분포하중으로 생각하고, 또 구조 진동으로 인해 발생하는 진동을 음향상사법의 두께소음으로 생각하여 두 현상의 양방향 연성을 구현하였다. 연성해석 결과 연성하지 않은 경우에 비해 변동압력의 값이 작게 계산되었으며 이는 프로펠러 기인 에너지의 일부를

진동에너지로 변환하여 줄어들었기 때문으로 해석된다. 이러한 해석법을 적용하면 프로펠러 소음 및 변동압력, 그리고 산란체의 구조진동 해석을 동시에 수행할 수 있으며 실제와 보다 더 유사한 해석 결과를 기대할 수 있다.

(5) 음향상사법을 이용하여 해석 할 때 흡음률 경계조건을 적용할 수 있는 기법을 개발하였다. 기존의 해석은 흡음률이 0 이라고 가정하고 해석을 수행하였으므로 닫힌 공간에서의 해석은 과도한 잔향효과의 발생으로 불가능하였다. 흡음률을 적용하기 위해 경계의 임피던스를 두께소음의 속도 항에 추가할 수 있도록 하였으며 해석 결과에서 흡음 효과를 잘 반영하고 있는 것을 확인하였다. 향후 캐비테이션 터널 내부 소음 해석에 적극 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

(6) 수중소음을 해석할 시 반드시 고려되어야 할 자유수면 효과를 음향상사법을 이용한 해석에 적용하였다. 수면의 반사를 고려하기 위하여 원래의 소스와 대칭인 위치에 위상이 정반대이고 크기는 동일한 가상 소스를 배치하여 수면에서의 압력이 0 이 되도록 경계조건을 맞춰주었다. 해석 결과 다이폴의 형상으로 소음이 전파되는 자유수면 효과의 특징이 잘 나타나고 있으며 본 해석 기법을 이용하여 프로펠러 기인 수중 소음을 보다 실제와 유사하게 해석할 수 있을 것이다.

(7) 프로펠러 기인 공동 소음과 변동압력을 해석할 수 있고 PFADS 에 입력파일로 사용할 수 있는 선체 선미부 가속도 값을 출력할 수 있는 프로그램(SPIN)을 개발하였다. 또 프로펠러 변동압력의 해석부터 선실 실내소음 해석까지의 전 과정을 실선에 적용해 보았으며 실제 계측 결과와 비교하여 타당성을 확인하였다. 이러한 해석 시스템 구축을 통해 향후 실선의 해석에 본 해석법을 적극 활용할 수 있는 기반을 마련하였다고 할 수 있다.

## 8.2. 향후 추천 과제

본 연구 결과를 발전시키고 선박의 프로펠러 기인 소음, 변동압력, 선실 소음해석의 정확도 향상을 위해 다음과 같은 연구를 제안한다.

(1) 현재의 프로펠러 기인 소음은 대부분 sheet cavitation에 대해서만 이루어 지고 있다. 이는 유체해석의 한계로 인한 것인데 소음해석에서 중요한 중고주파수 대역의 소음원을 정확히 얻기 어려운 현실이다. 따라서 이러한 문제점들을 개선하기 위하여 tip vortex cavitation이나 bubble cavitation 등에 대한 연구가 필요하다.

(2) 현재의 포텐셜 기반 해석법보다 정도 높은 해석을 위하여 CFD 기법을 활용한 프로펠러 해석에 관한 연구가 활발히 이루어져야 할 것이다.

(3) 프로펠러 소음의 예측분야뿐 아니라 제어분야의 연구가 활발히 이루어 져야 할 것이며 날개 형상이나 부가물의 부착 등에 대한 실험연구가 보다 많이 필요하다.

(4) 모형 실험에서 획득한 데이터의 활용을 위해 실선과의 상관관계에 관한 연구가 지속적으로 이루어져야 한다. 모형과 실선과의 관계는 실험이 수행되는 터널의 영향도 많이 받는 것으로 알려져 있으며 보다 정확한 상관관계 도출을 위하여 많은 수의 데이터 확보도 중요할 것으로 보인다.

(5) 해석적으로 얻기 어려운 중고주파수 대역의 프로펠러 기인 소음은 주로 경험식 등을 활용하여 구하는데 이러한 경험식들은 대부분 오래 전에 얻은 계측 데이터들을 활용하여 구한 것이다. 따라서 최신의 선형, 프로펠러 종류 및 선박의 재원이 반영된 경험식에 관한 연구가 필요하다.

# 참고 문헌


A.E. H.Love, On the small free vibrations and deformations of elastic shells, *Philosophical trans. of the Royal Society (London).A*, no. 17, 1888, pp. 491–549.

A. Kubota, H. Kato, H. Yamaguchi. Finite difference analysis of unsteady cavitation on a two-dimensional hydrofoil, *in: 15$^{th}$ Intl. Conf. Numerical Ship Hydrodyn.*, 1989, pp. 472-482.

A.P.Dowling, J.E.Ffowcs Williams, *Sound and Source of Sound*, Ellis Horwood limited, Chichester, 1983.

B. M. Brooks and K. G. Mackall, Measurement and analysis of acoustic flight test data for two advanced design high speed propeller models, *AIAA*, 84-0205, 1984.

Claudio Testa, *Acoustic formulations for aeronautical and naval rotorcraft noise prediction based on the Ffowcs Williams and Hawkings equation*, Dissertation, Delft University of Technology, Italy, 2008.

Daryl L.Logan, A First Course in the Finite Element Method, CENGAGE Learning, 2009.

D.J. NEFSKE, S.H. SUNG, Power flow finite element analysis of dynamic systems: basic theory and application to beams, *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design* 111 (1989), pp. 94-100.

Eric B. Becker, Grham F.Carey, and J.Tinsley Oden, Finite elements an Introduction volume1, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1981.

F.Farassat, Derivation of Formulation 1 and 1A of Farassat, *NASA TM-2007-214853*, Langley Research Center, 2007.

F.Farassat, Theory of noise generation from moving bodies with an application to helicopter rotors, *NASA Technical Report R-451*, 1975.

F.Farassat, A review of propeller discrete frequency noise prediction technology with emphasis on two current methods for time domain calculations, 1980, *Journal of Sound and Vibration*, 71(3), pp.399-419.

F. Farassat and M.K.Myer, Extensions of Kirchhoff's formula to radiation from moving surfaces, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.123, 1988, pp.451-460.

G. S. Berntsen, M. Kjeldsen, R. E. A. Arndt. *Numerical modeling of sheet and tip vortex cavitation with FLUENT 5*. CAV2001:sessionB5.006

G.Wang, M.Ostoja-Starzewski. Large eddy simulation of a sheet/cloud cavitation on a NACA0015 hydrofoil. *Applied Mathematical Modelling 31*, 2007, pp. 417-447.

Hanshin Seol, *The prediction of non-cavitating underwater propeller noise*, Dissertation, Seoul National University, Korea, 2001.

Hanshin Seol, Jung-Chun Suh, Soogab Lee, Development of hybrid method for the prediction of underwater propeller noise, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 288, 2005, pp. 345-360.

Hanshin Seol, Il-Sung Moon, Pressure Fluctuation Induced by Propeller Sheet Cavitation with Consideration of the Near Field Effect, *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 46, No. 2, April 2009, pp. 105-113.

Hendrik Cornelis Jacobus VAN WIJNGAARDEN, *Prediction of Propeller-Induced Hull-Pressure Fluctuations*, Dissertation , Technische Universiteit Delft, Netherlands, 2011.

Heinrich Kuttruff, *Acoustics: An introduction*, Taylor & Francis, New York, 2007.

Ho-Won Lee, Suk-Yoon Hong, Do-Hyun Park, Hyun-Wung Kwon, Energy flow boundary element method for vibration analysis of one and two dimension structures, *Shock and Vibration* 15 (2008), pp. 33-50.

Hyun-Wung Kwon, Development of PFBEM Indirect Method for the Analysis of Radiating Noise Problems, Ph.D. Dissertation, *Seoul Nat'l University*. 2004.

J.E.Ffowcs Williams, D.L.Hawkings, Sound generated by turbulence and surface in arbitrary motion, *Philosophical Transactions of Royal Society*, A 264, no.1151, 1969, pp.321-342.

J.E.Kerwin, C-S.Lee, Prediction of steady and unsteady marine propeller performance by numerical lifting surface theory, *Transactions of SNAME (8)*, 1978.

J.N.Reddy, *Theory and analysis of elastic plates and shells*, CRC Press, Taylor and Francis, 2007.

Jong-Do Kim, Suk-Yoon Hong, Hyun-Wung Kwon, Jee-Hun Song, "Energy flow model considering near field energy for predictions of acoustic energy in low damping medium", *Journal of Sound and Vibration*, Volume 330, Issue 2, 17 January 2011, pp. 271-286.

L.Cremer, M.Heckl, *Structure-Borne Sound: structural vibrations and sound radiation at audio frequencies*, second ed., Springer, Berlin, 1988.

L.E. Kinsler, A.R. Frey, A.B. Coppens, J.V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics*, Wiley, New York, 1982.

M.J.Lighthill, On sound generated aerodynamically, *Proceedings of Royal Society London*, A211, no.1107, 1952, pp.564-587.

Philip M. Morse, K. Uno Ingard, *Theoretical acoustics*, Princeton Press, New Jersey, 1986.

Prem K.Kythe, *An introduction to Boundary Element Methods*, CRC Press, Florida, 1995.

Raymond W. Fischer and Leo Boroditsky, *Technical&Research Bulletin 3-37 supplement*, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 2001

R.H. Lyon, R.G. Dejong, *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*, second ed., Butterworth-Heinemann, London, 1995.

Ross, *Mechanics of Underwater Noise*, Pergamon Press, Oxford, 1976.

Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, McGrawHill, New York, 2002.

T. Q. Wang and S.Zhou, Investigation on sound field model of propeller aircraft – the effect of rigid fuselage boundary, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.209(2), 1998, pp.317-328.

T. Q. Wang and S.Zhou, Investigation on sound field model of propeller aircraft – the effect of vibrating fuselage boundary, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.209(2), 1998, pp.299-316.

V.D. Belov, S.A. Rybak, B.D. Tartakovskii, Propagation of vibrational energy in absorbing structures, *Journal of Soviet Physics Acoustics* 23(2) (1977), pp.115-119.

Y.Z.Kehr, J.H.Kao, Underwater acoustic field and pressure fluctuation on ship

hull due to unsteady propeller sheet cavitation, *Journal of Marine Science Technology*, Vol. 16, 2011, pp.241-253.

Yuan, W., Sauer, J., Schnerr, G. Modeling and computation of unsteady cavitation flows in injection nozzles. *Mec. Lnd.*, vol.2, 2001, pp.383-394.

한국해양연구원, 저항/추진성능 해석 및 시험기법 정립, 보고서, 2010

## Abstract

# A study of propeller noise and pressure fluctuation analysis considering scattering effects in time-domain and some applications to ships

**Jong-Do Kim**
**Naval Architecture & Ocean Engineering**
**The Graduate School**
**Seoul National University**

Using time domain acoustic analogy, a method to predict the sound field and hull pressure fluctuation generated by unsteady sheet cavitation on marine propeller has been developed. The Formulation 1A of Farassat is introduced to enhance theoretical understanding of this work, and it is applied to modeling scattered sound field by fuselage boundary. To express direct sound field from sheet cavitation, a new solution is studied. It could consider Doppler's effect and also express near field and far field separately. A small sphere model is used to verify the present method. Computed acoustic field pressures around the sphere are compared with the exact solution and the numerical results show good agreement. The method to obtain the pressure fluctuation is described and PFBEM (Power Flow Boundary Element Method) is introduced to interpolate pressure fluctuation over the all area of stern model. To compute vibrational response and propeller induced noise at the same time coupling method is applied to propeller noise analysis, TDFEM (Time Domain Finite Element Method) is coupled with the acoustic analogy. Absorption boundary condition is newly applied to acoustic analogy and it makes it possible to calculate interior noise of closed room like cavitation tunnel. In addition the

way to consider free surface effect when the underwater noise is analyzed is introduced. Finally the software SPIN (System for Propeller Induced Noise) is developed to simulate propeller noise and pressure fluctuation.

**Keywords:** Underwater propeller noise, scattering, acoustic analogy, cavitation noise, pressure fluctuation, ship noise

**Student number: 2005-23380**