



### 저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

임계값 부트스트랩과 몬테카를로 기법을  
결합한 생산감퇴곡선을 이용한  
셰일가스전의 확률론적 매장량 평가

**Probabilistic Reserve Estimation of Shale Gas  
Using Decline Curve Analysis Combined With  
Threshold Bootstrap and Monte Carlo Simulation**

2014년 2월

서울대학교 대학원  
에너지시스템공학부  
김 우 수

## 초 록

생산감퇴곡선 분석은 입력자료가 간단하고 분석비용이 저렴하여 셰일가스전의 매장량 평가에 일반적으로 이용된다. 그러나 장기간 지속되는 천이 유동, 초기 급격한 생산 감소, 사용 가능한 생산자료 양의 부족 등으로 인해 생산 예측의 신뢰도가 낮으며, 감퇴곡선의 주요 인자인 초기생산량, 초기감퇴율, 감퇴인자의 사전확률분포가 알려져 있지 않을 경우 생산 예측의 불확실성을 정량화하기 어렵다. 전통 부트스트랩 방법을 적용한 생산감퇴곡선 분석은 생산자료의 재추출을 통한 다수의 합성자료를 생성하여 감퇴곡선 인자의 확률분포를 산정하고 매장량을 평가한다. 그러나 실제 생산 이력과 편차가 작은 합성자료는 신뢰구간의 분포도를 협소하게 평가하는 한계점이 있다.

이 연구는 임계값 부트스트랩 방법을 생산감퇴곡선 분석에 결합하여 감퇴곡선 인자의 확률분포를 추정하고 몬테카를로 분석을 통한 감퇴곡선 인자의 재조합을 수행하여 매장량을 예측하는 모델을 제안하였다. 모델의 검증을 위해 미국 Barnett 셰일가스전의 98개 셰일가스정에 대한 확률론적 매장량 분석을 수행한 결과, 전통 부트스트랩 및 후방시간 분석법을 적용한 생산감퇴곡선 분석에 비해 신뢰성 있는 매장량 추정치 범위를 산출하였다. 제안 모델은 부트스트랩을 통해 산출한 감퇴곡선 인자를 재조합하여 유정 완결 효율과 유동양상 특성을 고려할 수 있는 신뢰구간을 산정함으로써 매장량 추정치 범위의 불확실성을 효율적으로 정량화할 수 있다.

**주요어:** 셰일가스, 생산감퇴곡선 분석, 확률론적 매장량 평가, 임계값 부트스트랩.

**학 번:** 2011-23421

# 목 차

초 록 .....	i
List of Tables .....	iv
List of Figures .....	v
1. 서 론 .....	1
2. 이론적 배경 .....	5
2.1 세일가스전의 매장량 분석 방법 .....	5
2.2 생산감퇴곡선 분석법 .....	7
2.3 부트스트랩 .....	11
2.3.1 전통 부트스트랩 .....	11
2.3.2 임계값 부트스트랩 .....	16
2.4 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석 .....	18
2.5 수정된 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석 .....	21
3. 임계값 부트스트랩을 이용한 확률론적 매장량 평가 .....	24
3.1 임계값 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석 모델 .....	24
3.2 몬테카를로 분석을 통한 예측 신뢰도 향상 .....	28
3.3 확률론적 매장량 분석의 신뢰도 예측 .....	31
4. 결 과 .....	33

4.1 제안 모델의 검증을 위한 셰일가스 생산자료 .....	33
4.2 전통 부트스트랩을 이용한 확률론적 매장량 평가 .....	35
4.3 후방시간 분석법을 적용한 확률론적 매장량 평가 .....	39
4.4 제안모델을 이용한 확률론적 매장량 평가 .....	46
5. 결 론 .....	54
참고문헌 .....	56
ABSTRACT .....	60

## List of Tables

Table 2.1 Summary of Arps DCA equations (Poston et al., 2008) .....	8
Table 2.2 Typical range of decline exponent value depending on the reservoir type (Fekete Associates Inc., 2013) .....	9
Table 4.1 Probabilistic reserve estimation of 98 shale gas wells by conventional bootstrap .....	36
Table 4.2 Results of backward analysis, matching period = 12 months .....	42
Table 4.3 Results of backward analysis, matching period = 18 months .....	42
Table 4.4 Results of backward analysis, matching period = 24 months .....	43
Table 4.5 Results of backward analysis, matching period = 36 months .....	43
Table 4.6 Comparison of the results depending on the matching period for each methods .....	48

## List of Figures

Figure 2.1 Arps decline curves (Fekete Associates Inc., 2013). .....	8
Figure 2.2 Basic idea of bootstrap method (Shimizu, 2010). .....	11
Figure 2.3 Bootstrap for calculating the standard error (전명식 외, 1997). .....	13
Figure 2.4 Resampling method of moving block bootstrap. ....	15
Figure 2.5 Resampling method of stationary bootstrap. ....	15
Figure 2.6 Cycles generation by the threshold value. ....	17
Figure 2.7 Conventional bootstrap sequence (Cheng et al., 2010). ....	19
Figure 2.8 Original production data, the number of production data is 36. ....	20
Figure 2.9 Synthetic data generated by conventional bootstrap, the number of production data is 24. ....	20
Figure 2.10 Modified bootstrap sequence (Cheng et al., 2010). ....	21
Figure 3.1 Generating residuals from production history and decline curve, the number of production data is 36. ....	26
Figure 3.2 Generating cycles by concatenating the high run and low run, threshold value(median) is 63 Mscfd, the number of cycle is 7. ....	26
Figure 3.3 Sampled cycles by random sampling with replacement. ....	27
Figure 3.4 Synthetic data generated by threshold bootstrap. ....	27
Figure 3.5 Flow chart of proposed probabilistic reserve estimation method. ....	30
Figure 4.1 Location of Wise and Denton counties in Barnett shale gas play. ...	34
Figure 4.2 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap, matching period = 12 months. ....	37
Figure 4.3 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap, matching period = 18 months. ....	37
Figure 4.4 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap,	

matching period = 24 months. ....	38
Figure 4.5 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap, matching period = 36 months. ....	38
Figure 4.6 Backward analysis for 20%, 30%, 50% of production data. ....	39
Figure 4.7 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 12 months. ....	44
Figure 4.8 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 18 months. ....	44
Figure 4.9 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 24 months. ....	45
Figure 4.10 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 36 months. ....	45
Figure 4.11 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #1, matching period = 12 months. ....	49
Figure 4.12 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #2, matching period = 12 months. ....	50
Figure 4.13 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #3 matching period = 12 months. ....	51
Figure 4.14 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #4 matching period = 12 months. ....	52
Figure 4.15 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #5 matching period = 12 months. ....	53



## 1. 서론

셰일가스는 나노 Darcy 스케일의 유체투과율을 갖는 셰일층에서 개발, 생산하는 천연가스이다. 2000년대 들어 수압파쇄와 수평정 시추공법의 발달로 본격적인 상업생산이 가능해졌으며 2035년까지 북미 총 가스 생산량의 49%를 차지할 것으로 예상된다(EIA, 2012). 셰일가스 개발 초기 생산단계에서의 매장량 평가와 그 불확실성 예측은 사업의 성패를 좌우하는 핵심 절차이며 정확한 매장량 예측을 위해서는 저류층 전산 모델링을 이용한 수치 해석적 방법의 적용이 필요하다. 그러나 많은 입력자료가 필요하고 유동양상 및 균열대 분포 모사의 불확실성으로 인해 셰일가스 저류층의 매장량 평가에 대한 적용성의 문제가 존재한다. 또한 최신 완결기술과 유정자극 방법을 통해 측정된 생산이력의 기간이 짧아 실증에 문제를 겪고 있다(Lee와 Sidle, 2010).

반면 생산감퇴곡선 분석법을 이용한 매장량 예측은 간단한 입력자료와 분석절차, 저렴한 분석비용 등의 장점이 있어 현재 셰일가스 저류층의 분석에서 가장 선호되는 방법이다. Valko와 Lee (2010), Duong (2011) 등은 셰일가스 저류층의 매장량 평가를 위한 경험식 기반의 새로운 생산감퇴곡선 분석법을 제안하였지만 모두 결정론적 방법 기반으로 매장량 예측의 불확실성을 정량화하기 어렵다는 한계점을 갖는다.

셰일가스 저류층의 매장량 예측은 장기간의 천연유동, 이용 가능한 생산자료 부족, 생산 경향의 불일치성 등으로 인해 생산량 추정의 불확실성이 크므로 예측의 불확실성을 정량화할 수 있는 확률론적 매장량 분석의 적용이 필요하다. 확률론적 분석법은 결정론적 매장량 값 대신 신뢰수준에 따른 신뢰구간을 산정하여 매장량의 범위를 예측한다.

Cronquist (1991)는 생산감퇴곡선 분석에 몬테카를로 분석을 적용하여 전통 유가스전의 확률론적 매장량 예측을 수행하였다. 그러나 생산감퇴곡선 분석의 주요인자인 초기생산량, 초기감퇴율, 감퇴인자의 신뢰성 있는 사전확률 분포를 얻기 위해 수십에서 수백 개 유정의 장기간 생산자료가 필요하며 임의의 확률분포를 가정할 시에는 사용자의 주관적이고 부정확한 판단으로 인해 편향된 결과를 산출할 수 있다.

Jochen과 Spivey (1996)는 비모수적 통계분석 방법인 부트스트랩을 생산감퇴곡선 분석에 적용하여 유가스전의 매장량을 확률론적으로 예측하는 방법을 제안하였다. 원생산자료를 재추출하여 수백 개의 합성자료를 생성하고 이를 이용하여 매장량의 확률분포를 생성하기 때문에 감퇴곡선인자의 사전확률분포에 대한 산정이나 가정 없이도 객관적인 확률론적 매장량 평가를 수행할 수 있다. 그러나 감퇴경향을 갖는 유가스전의 생산자료는 부트스트랩을 수행하기 위한 기본가정인 독립 및 동일 확률분포 조건을 만족시키지 못하며 모델의 예측성능에 대한 검증을 수행하지 않았다는 한계점이 있다.

Cheng 등 (2010)은 전통 유가스전 100개 유정의 생산자료를 토대로 부트스트랩 방법을 적용한 생산감퇴곡선 분석을 수행하여 확률론적 매장량 예측의 성능을 검증하였다. 이를 위해 신뢰수준 P10, P50, P90에 해당하는 매장량을 예측하고 이에 따른 80%의 신뢰구간을 산정하였다. 그 결과 100개 유정의 생산자료 중 22-45%만이 예측된 신뢰구간에 포함되어 기뻔값인 80%에 미치지 못하는 예측성능을 확인하였다. 이는 Hefner와 Thompson (1996)이 전문가의 경험에 의해서만 산정한 확률론적 매장량 예측 결과인 40-60%에도 못 미치는 값으로 부트스트랩 방법을 통해 산정한 신뢰구간에 대한 신뢰도가 현저히 떨어짐을 확인하였다. 이와 같은 한계점을 극복하기 위해 제안한 수정된 부트스트랩을 적용한 생산감퇴곡선 분석법은 생산자료간의 상관관계를 보존하여 재추출을 수행하기 위한 블록 부트스트랩(block bootstrap), 신뢰구간

향상을 위한 후방시간 분석법(backward analysis), 편향된 매장량 예측값을 보정하기 위한 신뢰구간 수정(confidence interval correction)으로 구성된다. 그러나 후방시간 분석법은 후방 시간을 설정하는 횟수만큼 생성하는 합성자료의 개수가 배로 증가하기 때문에 생산감퇴곡선 분석법의 최대 장점 중 하나인 신속한 생산량 예측에 비효율적이다(Gong 등 2013). 또한 200개월 내외의 전통 유가스전 생산자료만을 이용하여 검증을 수행하였기 때문에, 비교적 단기간의 생산자료가 이용 가능하고 상이한 물리적 특성 및 생산양상을 보이는 셰일가스 저류층의 확률론적 매장량 분석에 대한 적용성이 검증되지 않았다.

Minin 등 (2012)은 50개 셰일가스전의 생산자료를 이용하여 감퇴곡선 주요인자의 사전확률분포를 산정하고 몬테카를로 분석을 수행하여 매장량을 예측하였다. 그러나 신뢰성 있는 감퇴곡선 인자의 확률분포를 생성하기 위해서는 동일한 셰일가스 저류층에서 생산한 장기간 생산자료의 확보가 전제되어야 하며, 각 패드의 유정완결 조건과 수압과쇄 효율에 따라 생산양상이 크게 달라져 신뢰도 높은 감퇴곡선 인자의 확률분포를 구하기 어렵다는 한계점이 있다.

Johanson (2013)은 가장 널리 이용되는 Arps 생산감퇴곡선 분석법과 파쇄대 유동을 통한 생산만을 고려하는 Duong의 생산감퇴곡선 분석법에 전통 부트스트랩 방법을 적용하여 셰일가스전의 확률론적 매장량 예측을 수행하였다. 두 방법 모두 결정론적 분석보다 부트스트랩을 이용한 확률론적 분석의 예측성능이 우수함을 확인하였으며, 비교적 단기간의 생산자료만이 이용 가능할 경우, Duong 방법에 비해 Arps 방법이 우수한 예측성능을 보였다.

이상의 기존 연구에서 드러난 문제점들은 다음과 같다.

- 1) 시간에 종속적인 생산자료를 이용하여 부트스트랩을 수행할 경우, 부트스트랩의 기본 가정인 독립 및 동일 확률분포를 만족시키지 못한다.
- 2) 전통 부트스트랩을 생산감퇴곡선 분석법에 적용하여 확률론적 매장량 예측을 수행한 결과, 신뢰구간의 예측성능이 현저하게 떨어진다.
- 3) 신뢰구간의 예측성능 개선을 위해 제안된 후방시간 분석법은 계산시간이 비효율적이며 가용 생산자료의 기간이 비교적 짧은 셰일가스 매장량 예측에 대한 적용성이 검증되지 않았다.

본 연구에서는 기존 연구의 한계를 극복하기 위해 부트스트랩의 기본 가정을 만족하면서 객관적으로 자료의 재추출 단위를 설정할 수 있는 임계값 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석 모델을 제안한다. 또한 부트스트랩을 통해 산정한 감퇴곡선 주요인자의 사전확률분포를 이용하여 몬테카를로 분석을 수행함으로써 추가적인 합성자료의 생성 없이도 신뢰구간의 예측 성능을 향상시키고자 하였다. 마이크로소프트 엑셀 비주얼 베이직을 이용하여 셰일가스전의 확률론적 매장량 분석 도구를 개발하였으며, 북미지역 셰일가스전의 생산자료를 대상으로 제안한 모델의 효용성을 입증하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 셰일가스전의 매장량 분석 방법

유가스전의 주요 매장량 평가방법에는 유추법, 물질수지법, 체적법, 저류층 전산모델링, 생산감퇴곡선 분석법 등이 있으며 생산단계와 이용 가능한 자료에 따라 사용하는 방법이 달라진다. 셰일가스 저류층은 전통 유가스 저류층과 상이한 물리적 특성 및 유동양상 파악의 불확실성으로 인해 기존 매장량 평가방법을 그대로 적용할 경우 매장량 예측의 신뢰도가 저하된다. 셰일가스전의 매장량 평가를 위한 주요 분석법의 특징 및 한계점은 다음과 같다(Lee와 Sidle, 2010; Baihly 등 2010).

- (1) 유추법(analogy): 셰일가스전의 생산성은 저류층의 특성보다 유정완결 기술에 좌우되는 경향이 있으며 급격히 발전하는 유정완결 기법(수평정사추, 수압파쇄)으로 인해 동일한 유정완결 조건에서 생산된 장기간의 생산 자료의 이용이 어렵다.
- (2) 체적법(volumetric method): 주요 변수인 회수율과 실제 배유면적 측정의 어려움으로 인해 산정된 매장량의 불확실성이 매우 크다.
- (3) 물질수지법(material balance, p/z plots): 물질수지법의 적용을 위해서는 유정폐쇄를 통해 일정한 배유구역(drainage area)의 안정화된 압력 측정이 필수적이다. 그러나 셰일가스 저류층에서는 나노 Darcy 스케일의 유체투과율에 기인한 장기간의 천이유동이 지속되기 때문에 유정폐쇄를 통해 신뢰성 있는 압력 측정이 어렵다.

- (4) 저류층 전산 모델링(reservoir simulation): 이론적으로 가장 정확한 매장량 평가가 가능하나, 다양한 입력자료가 필요하고 셰일가스 저류층 내에서 일어나는 복잡한 유동현상과 균열대 분포의 모사를 위한 저류층 모델의 불확실성이 커 아직까지 셰일가스 저류층 매장량 평가에 널리 이용되고 있지 않다.
- (5) 생산감퇴곡선 분석법(decline curve analysis): 저류층의 물리적 현상에 대한 이해와 저류층 특성자료의 부족으로 인해 경험식에 기반한 생산감퇴곡선 분석법이 셰일가스 및 치밀가스전의 생산성 분석에 가장 널리 이용되고 있다(Gong 등 2011). 요구되는 입력자료의 간단함, 계산의 신속성, 분석의 편리함 등의 장점을 가지고 있어 셰일가스 저류층의 매장량 평가를 위한 다양한 분석 모델이 개발되었다. 그러나 일반적인 셰일가스 자료 분석에서 1보다 큰 감퇴지수값이 산출되어 생산량의 과대평가를 유발할 수 있으며 천이유동이 장기간 지속되기 때문에 경계지배유동에서의 분석을 전제로 하는 생산감퇴곡선 분석의 기본가정을 충족시키지 못하는 한계점을 가지고 있다. 이로 인한 매장량 예측의 불확실성을 정량화하기 위해 생산감퇴곡선 분석에 통계적 기법을 적용하여 확률론적 매장량 예측을 수행할 수 있다.

## 2.2 생산감퇴곡선 분석법

생산감퇴곡선 분석법은 과거 생산 추이를 토대로 미래 생산량을 추정함으로써 신속하고 효율적으로 매장량을 평가하는 방법이다. 생산자료 취득의 용이성, 저렴한 분석 비용, 계산의 신속성 등의 장점으로 인해 1950년대 이후로 60년 이상 유가스전의 궁극회수량(estimated ultimate recovery)을 추정하는데 가장 널리 이용되어 왔다(Poston과 Poe, 2008). 생산이력의 추세를 특정 수확모델로 모사하고 이를 예측하고자 하는 시간까지 외삽하여 생산량을 예측하는 방법으로 수식의 주요인자인 초기생산량( $q_i$ ), 초기감퇴율( $D_i$ ), 감퇴지수( $b$ )를 조절하여 특정 시간에서의 감퇴율, 생산량, 누적생산량 등을 구한다.

Arps (1945)는 유전의 생산량 감소가 생산량의 일정량(constant fraction)에 의한 식으로 나타낼 수 있음을 연구한 이전의 연구결과를 종합하여 경험식에 기반한 생산감퇴곡선 분석법을 고안하였다. 일정시간에 대한 생산량 감소를 나타내는 감퇴율은 식 (2.1)로 나타낼 수 있으며, 감퇴지수 값은 감퇴율 역수의 시간에 따른 변화량인 식 (2.2)로 나타낸다. 생산량의 감퇴 경향은 계산된 감퇴지수값에 따라 지수감퇴 ( $b=0$ ), 쌍곡선감퇴 ( $0 < b < 1$ ), 조화감퇴 ( $b=1$ )로 나눌 수 있으며 관련식은 Table 2.1과 같이 정리할 수 있다. Figure 2.1은 감퇴지수값에 따른 생산감퇴 양상을 나타내며 감퇴지수값이 클수록 장기간 생산이 유지된다.

$$D = -\frac{1}{q} \frac{dq}{dt} \quad (2.1)$$

$$b = \frac{d(1/D)}{dt} \quad (2.2)$$

Table 2.1 Summary of Arps DCA equations (Poston et al., 2008)

Decline exponent ( $b$ )	Decline rate ( $D$ )	Production rate ( $q$ )	Elapsed time ( $t$ )	Cumulative production ( $Q_p$ )
Exponential ( $b=0$ )	$\frac{\ln(\frac{q_i}{q_t})}{t}$	$q_i \exp(-Dt)$	$\frac{\ln(\frac{q_i}{q_t})}{D}$	$\frac{q_i - q_t}{D}$
Hyperbolic ( $0 < b < 1$ )	$\frac{D_i}{D_t} = (\frac{q_i}{q_t})^b$	$\frac{q_i}{(1 + bD_i t)^{\frac{1}{b}}}$	$\frac{(\frac{q_i}{q_t}) - 1}{bD_i}$	$\frac{q}{D_i(1-b)} [1 - (\frac{q_t}{q_i})^{1-b}]$
Harmonic ( $b=1$ )	$\frac{D_i}{D_t} = (\frac{q_i}{q_t})$	$\frac{q_i}{1 + D_i t}$	$\frac{q_i - q_t}{D_i q_t}$	$\frac{q_i}{D_i} \ln(\frac{q_i}{q_t})$

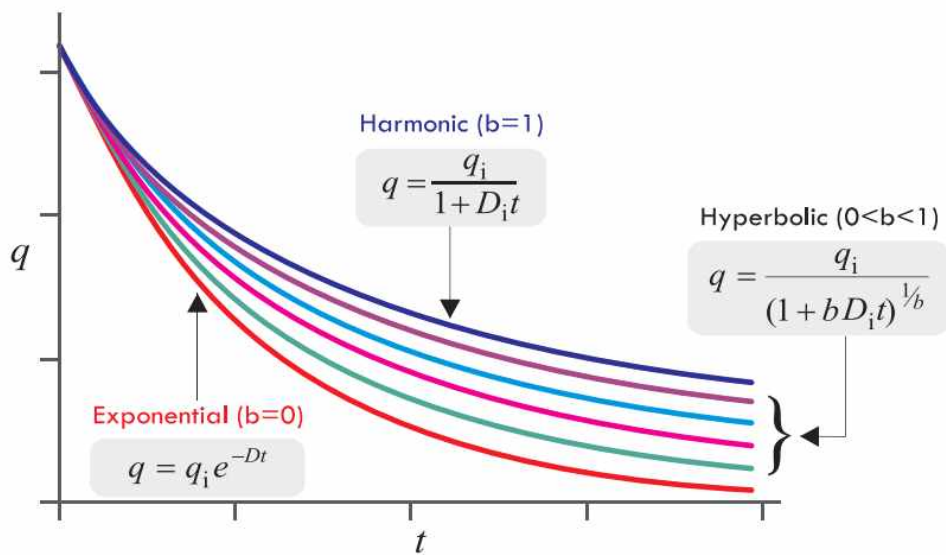


Figure 2.1 Arps decline curves (Fekete Associates Inc., 2013).



Table 2.2는 저류층의 생산 메커니즘에 따라 일반적으로 적용되는 감퇴지수 값을 나타낸다. 주변에 대수층이 존재하여 저류층의 압력이 유지되거나 혼합 저류층일 경우 0.5 이상의 높은 감퇴지수값을 보인다. 셰일가스전은 매우 낮은 유체투과율에 기인한 천연유동이 장기간 지속되기 때문에 경계지배 유동을 기본가정으로 하는 전통적인 생산감퇴곡선 분석법을 적용할 경우, 생산예측의 신뢰도가 저하되며 초기의 급격한 생산 감소와 후기의 점진적인 감퇴양상으로 인해 감퇴지수값이 1.0보다 큰 경우가 일반적이다. 북미지역의 Barnett 셰일가스전 731개 가스정에서 획득한 64개월간의 생산자료를 분석한 결과, 평균 약 1.6의 감퇴지수값을 보였다(Baihly 등 2010).

Table 2.2 Typical range of decline exponent value depending on the reservoir type (Fekete Associates Inc., 2013)

	<i>b</i> -value	Governing reservoir drive mechanism
Mild hyperbolic	0	Single-phase liquid (oil above bubble point)
	0	Single-phase gas at high pressure
	0.1–0.4	Solution gas drive
Strong hyperbolic	0.4–0.5	Single-phase gas
	0.5	Effective edgewater drive
	0.5–1.0	Commingled layered reservoirs

감퇴지수값이 1.0보다 클 경우 시간에 따라 누적생산량이 무한히 증가하는 비현실적인 값을 산출하게 된다. 쌍곡선 감퇴곡선 방정식의 누적생산량 계산식인 식 (2.3)에서 1.0보다 큰 감퇴지수값을 입력할 경우, 생산이 지속됨에 따라 누적생산량이 일정한 값으로 수렴하지 않고 무한히 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 한계점을 극복하기 위해 특정 감퇴율을 만족시키는 시점에서 쌍곡선 감퇴곡선을 지수 감퇴곡선으로 변환시키는 경험적인 방법을 사용할 수 있으며 일반적으로 사용되는 최소 감퇴율(minimum decline rate)은 5-10%이다.

$$Q_p = \frac{q_i}{D_i(1-b)} \left[ 1 - \frac{1}{(1+bD_it)^{(1-b)/b}} \right] \quad (2.3)$$

## 2.3 부트스트랩

### 2.3.1 전통 부트스트랩

전통 부트스트랩은 표본자료의 복원 재추출(resampling)을 수행하여 통계량을 추론하는 비모수(non-parametric) 기반의 통계적 방법이다(Efron과 Tibshirani, 1993). 컴퓨터의 계산능력 발달과 함께 현대통계학에서 매우 유용하게 사용되는 추론 방법으로 신뢰성 있는 예측값을 산출하고 그 불확실성을 정량화할 수 있기 때문에 보건학, 금융공학, 천문학, 수리학 등 매우 다양한 분야에서 활용되고 있다. 수학적 또는 통계학적 수식 대신 컴퓨터 시뮬레이션에 기반한 분석을 수행하므로 변수의 확률분포가 알려져 있지 않거나 매우 복잡한 수식에 기반한 통계문제에서도 효과적으로 통계량을 추정할 수 있다. Figure 2.2는 모집단에서 추출을 수행하는 일반 통계적 기법과 표본자료의 재추출을 수행하여 통계량을 추론하는 부트스트랩간의 차이를 나타낸다.

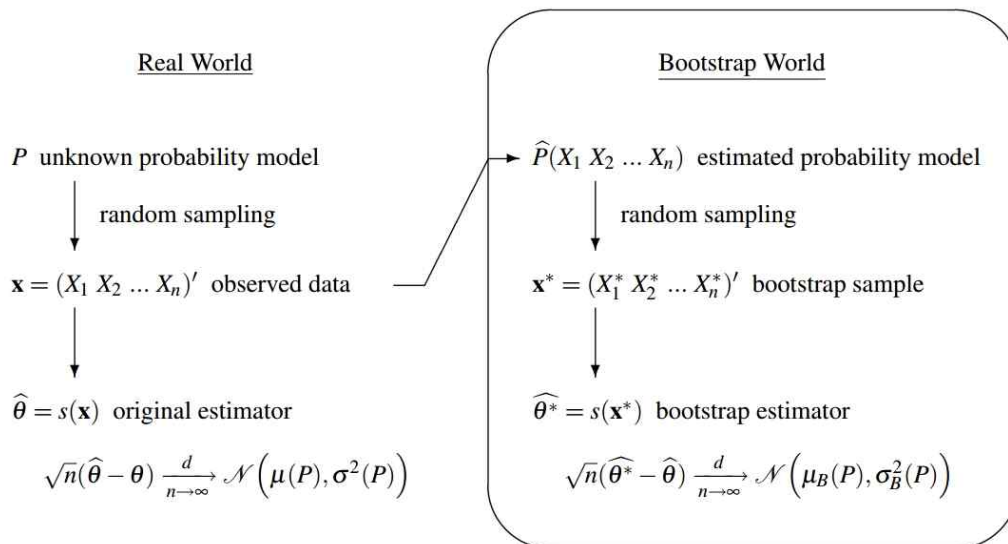


Figure 2.2 Basic idea of bootstrap method (Shimizu, 2010).

주요 변수의 분포를 모사할 수 있는 수학적 모델에 근거한 모수 (parametric) 기반의 통계방법과 달리 비모수 기반의 통계기법인 부트스트랩은 추출대상인 원자료군이 독립 및 동일하게 분포(independent and identically distributed)되어 있다는 가정이 필요하다. 비모수 기반의 재추출 방법은 변수의 분포를 설명할 수 있는 수학적 모델을 필요로 하지 않기 때문에 부적절한 확률분포 선택을 통해 발생할 수 있는 결과값의 오류를 방지할 수 있고 신뢰구간을 형성하기 위한 정규성 가정(normality assumption) 등이 필요 없다는 장점이 있다(박진수, 1997). Figure 2.3은 부트스트랩 기법을 이용하여 추정량의 신뢰성을 확인하는 표준오차(standard error)를 구하는 과정을 나타내며 주요절차는 다음과 같다.

- (1) 재추출 대상인 원자료를  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 와 같이 정의한다.
- (2) 원자료의 개수인  $n$ 회만큼 복원 재추출을 수행하여 부트스트랩 표본 (bootstrap realization)을 생성한다. 원자료의 개수가 5개일 경우 부트스트랩 표본은  $x^{*b} = (x_1, x_3, x_1, x_4, x_5)$ 가 될 수 있다. 이 과정을  $B$ 회만큼 반복하여  $B$ 개의 부스트랩 표본  $x^{*1}, x^{*2}, \dots, x^{*B}$  을 생성한다.
- (3) 재추출한 각 부트스트랩 표본에 대하여 구하고자 하는 통계량인  $g(x^{*b})$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$  를 계산한다.
- (4)  $g(x^{*b})$ 의 표본표준편차를 계산하여  $g(x)$ 의 표준오차를 추정한다.

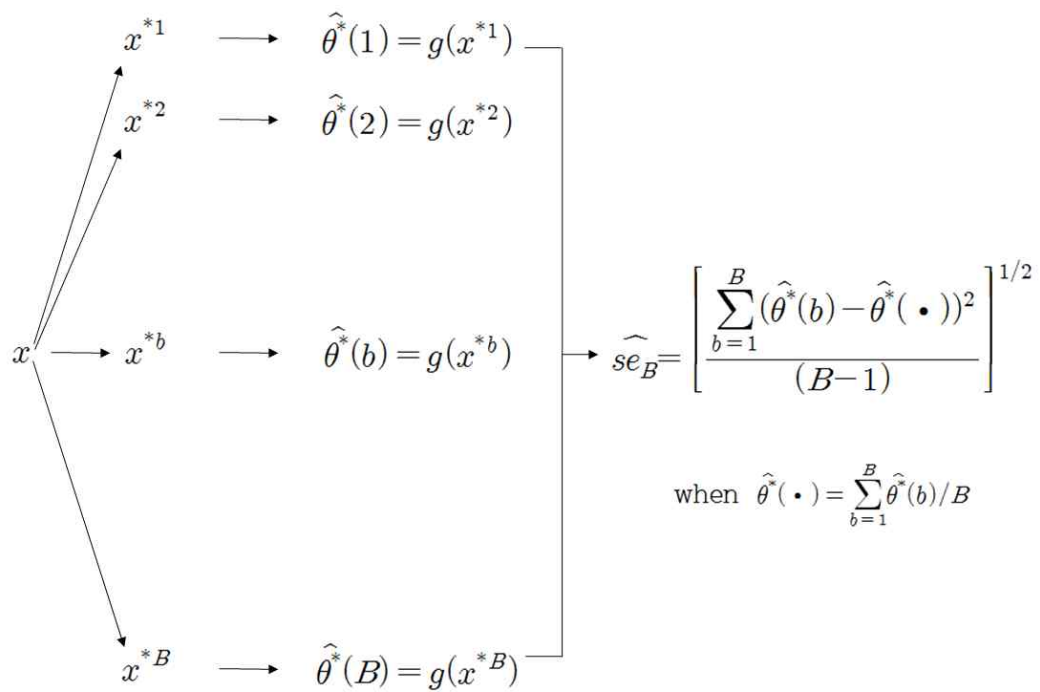


Figure 2.3 Bootstrap for calculating the standard error (전명식 외, 1997).

원자료군의 개별 자료(single observation)를 재추출하는 전통 부트스트랩 방법은 자료가 시간에 종속적인 상관관계를 가지고 있을 때 자료의 구조를 보존하는 재추출이 불가능하다. 이로 인해 원자료간의 상관관계를 보존한 합성자료를 생성하지 못해 왜곡된 통계량이 산출될 수 있다. 반면 블록 부트스트랩(block bootstrap) 방법은 자료의 자기상관관계(autocorrelation)를 계산하고 이에 따라 상관관계를 갖는 자료의 연속 단위(consecutive observation)인 블록을 기본단위로 하여 재추출을 수행한다. 시계열 또는 계절성 자료와 같이 시간에 따라 종속적인 관계를 가지고 있는 자료의 경우 블록 부트스트랩을 이용하여 자료간의 상관관계를 보존하는 재추출이 가능하다.

일반적으로 사용되는 블록 부트스트랩 방법에는 이동 블록 부트스트랩(moving block bootstrap)과 정상 부트스트랩(stationary bootstrap)이 있으며 Figure 2.4와 Figure 2.5는 각 방법의 재추출 단위를 나타낸다. 이동 블록 부트스트랩은 블록의 크기를 일정한 자료 개수로 고정하는 반면 정상 부트스트랩은 각 블록마다 다를 수 있다. 블록 크기는 관측치들간의 자기상관 구조가 보존될 수 있도록 설정해야하며 블록 크기에 따라 통계량이 매우 민감하게 변한다. 최적화된 블록의 크기를 구하는 해석적인 방법은 소개되지 않았으며 경험적으로 평균제곱 오차를 최소화 시키는 블록의 크기를 사용할 수 있다 (김윤배, 1997).

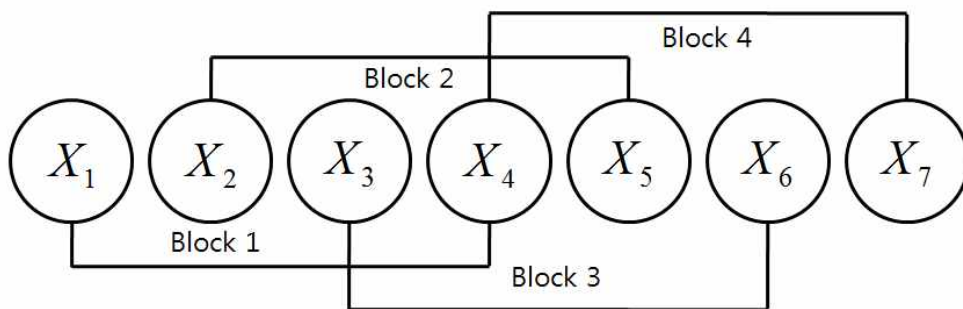


Figure 2.4 Resampling method of moving block bootstrap.

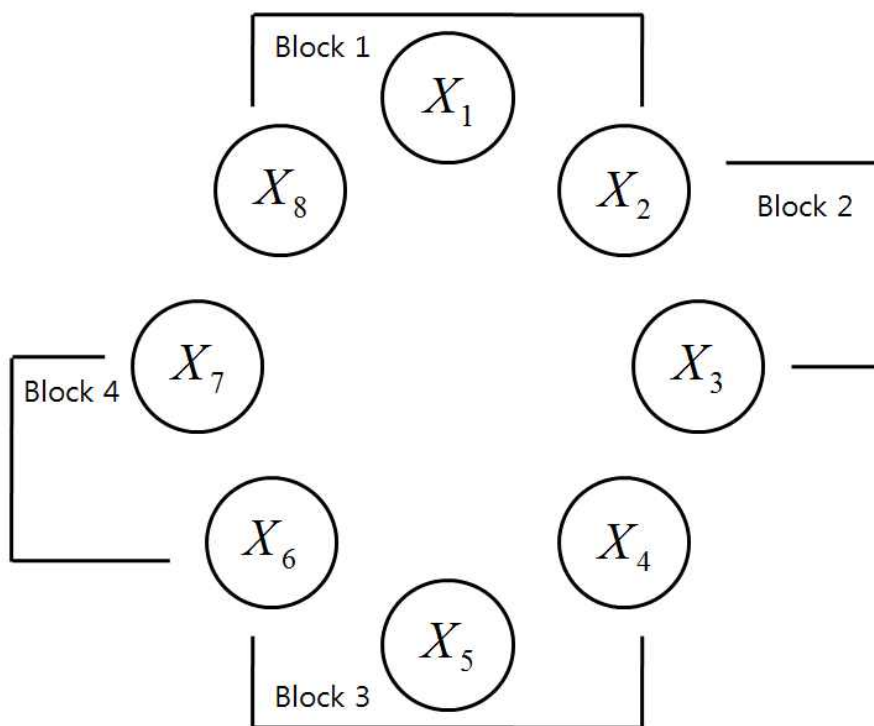


Figure 2.5 Resampling method of stationary bootstrap.

### 2.3.2 임계값 부트스트랩

임계값 부트스트랩(threshold bootstrap)은 재추출 단위인 사이클을 반복 재추출하여 자료간의 상관관계를 보존한 재추출을 수행하고 통계량을 추론하는 방법이다(김윤배 1997). 임계값 부트스트랩은 자료의 평균이나 중간값 등의 임계값을 이용하여 사이클을 형성한 후, 이 사이클을 재추출 단위로 이용하는 방법으로써 그 계산 성능척도의 정확도가 다른 방법에 비해 월등하다(박진수와 김윤배, 2010). 임계값을 기준으로 임계값보다 큰 값의 구역을 high run, 작은 값의 구역을 low run으로 설정하며 연속되는 high run과 low run 한 쌍을 하나의 사이클로 정의한다. 재추출 단위가 임계값을 기준으로 상관관계를 갖는 자료의 모임인 사이클이기 때문에 원자료의 상관관계를 보존한 재추출이 가능하다. 또한 블록의 크기를 설정할 필요 없이 설정된 임계값에 의해 자동으로 재추출 단위가 설정되는 장점을 가지고 있다.

$n$ 개의 자료를 가진 원자료군을  $X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ 이라 할 때 평균값 또는 중앙값을 이용하여 임계값을 설정하면  $R$ 개의 사이클이 생성된다.  $C_i = \{X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,n_i}\}$ 를  $n_i$ 개의 자료를 포함한  $i$ 번째 사이클이라고 할 때 각 사이클의 자료개수( $i = 1, \dots, R$ ) 합은 원자료의 개수인  $n$ 개와 동일하다

( $\sum_{i=1}^R n_i = n$ ). 생성된 각 사이클은 재추출 단위가 되며 재추출될 확률은  $1/R$  이

다. 재추출한 각 사이클의 자료 개수를 합친 값이 원자료의 개수를 초과할 때까지 사이클을 복원 재추출하고 추출순서대로 나열하여 하나의 부트스트랩 표본을 생성한다(박진수, 1997). 추출된 사이클 내 포함된 자료의 개수가 원자료의 개수를 초과할 경우, 마지막에 재추출된 사이클의 자료 개수를 조절하여 원자료와 동일한 자료 개수를 가진 사이클을 생성한다.

Figure 2.6은 자료의 임계값 설정을 통해 생성한 사이클을 나타낸다. 20개



자료의 중간값인 0.4를 임계값으로 설정하였을 경우, 임계값인 0.4보다 큰 구역과 작은 구역이 각각 high run과 low run이다. 첫 번째 high run과 low run 구역을 합친 4개의 자료를 묶어 첫 번째 사이클을 생성한다.

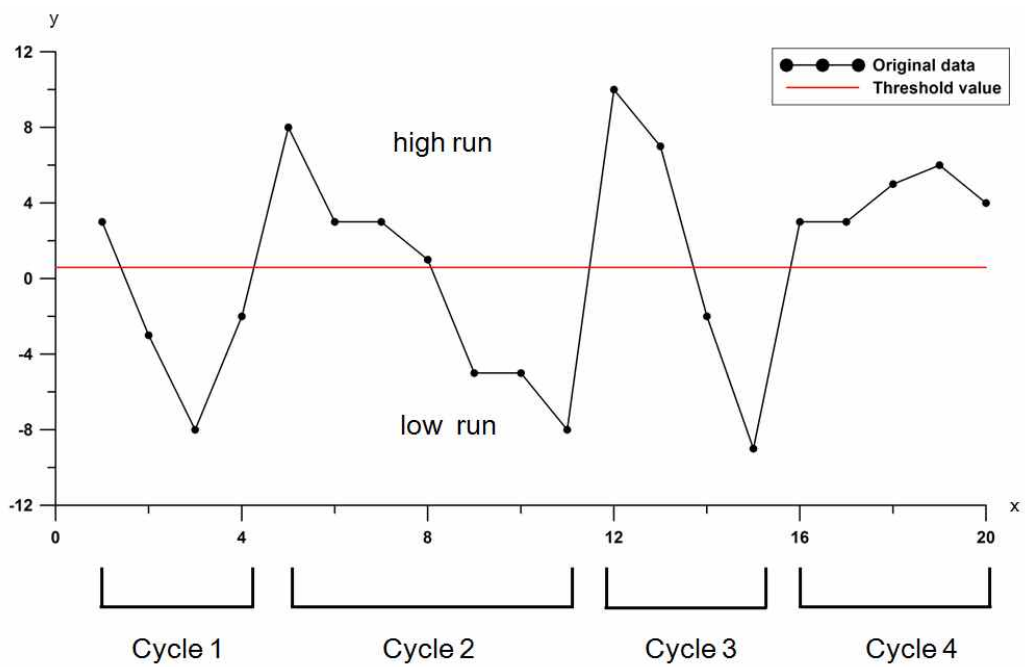


Figure 2.6 Cycles generation by the threshold value.

## 2.4 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석

부트스트랩을 생산감퇴곡선 분석에 적용할 경우, 원생산자료를 재추출하여 수십~수백 개의 합성자료를 생성한다. 각 합성자료에 감퇴곡선 분석을 수행하여 매장량을 산출하고 확률분포를 생성하기 때문에 감퇴곡선 인자의 사전확률분포에 대한 산정 또는 가정 없이도 객관적인 확률론적 매장량 분석을 수행할 수 있다.

Figure 2.7은 전통 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석법을 나타낸다. 원생산자료 개수만큼 복원 재추출을 수행하여 동일한 생산자료 개수를 가진 하나의 합성자료를 생성한다. 그러나 유가스전의 생산자료는 시간에 따라 감소하는 경향을 갖는 종속적인 자료이기 때문에 이를 이용하여 부트스트랩을 수행할 경우, 부트스트랩의 기본가정인 독립 및 동일 확률분포 가정을 만족시키지 못한다. 이로 인해 합성자료는 생산이력의 감퇴경향과 무관하거나 현실적으로 불가능한 증가경향을 보일 수 있다. 이와 같은 비현실적 경향을 보이는 합성자료의 생성을 방지하기 위해 원생산자료의 시간-생산량 관계를 보존하는 재추출을 수행하여 합성자료를 생성한다. 즉 원생산자료 임의의 시간  $t$ 에 상응하는 생산량  $q_t$  값이 재추출 되었을 때 합성자료에서도  $t$ 의 위치에만 재배열 될 수 있으며 중복 추출된 횟수만큼 합성자료의 총 생산자료 개수는 감소한다.

Figure 2.8은 36개월간의 원생산자료를 이용하여 감퇴곡선을 생성한 결과이며 Figure 2.9는 원생산자료를 재추출하여 생성한 합성자료의 감퇴곡선을 나타낸다. 부트스트랩 과정에서 추출되지 못한 12개의 생산자료가 누락되어 합성자료의 총 생산자료 개수는 24개가 되며 이를 이용하여 비선형 회귀분석을 수행하기 때문에 상이한 감퇴곡선 인자값 및 매장량을 산출한다. 합성자료 생성 과정을  $n$ 회 반복하였을 경우  $n$ 개의 합성자료가 생성되며 각 합성자

료에 비선형회귀분석을 수행하여  $n$ 개의 감퇴곡선을 생성한다. 각 합성자료의 감퇴곡선을 이용하여 예측하고자 하는 시간까지 외삽을 수행하고  $n$ 개의 매장량을 얻는다. 이를 통해 매장량의 확률분포함수와 신뢰구간을 산정한다. 일반적으로 유의수준(significance level,  $\alpha$ )은 0.1로 설정하며 이에 따라 P10(proved+possible+probable), P50(proved+possible), P90(proved)에 해당하는 매장량 예측값을 산출한다. P10과 P90 사이의 범위가 신뢰구간이 되며 산정된 신뢰구간이 궁극회수량을 포함할 확률을 80%, 포함시키지 못할 확률을 20%로 예상할 수 있다.

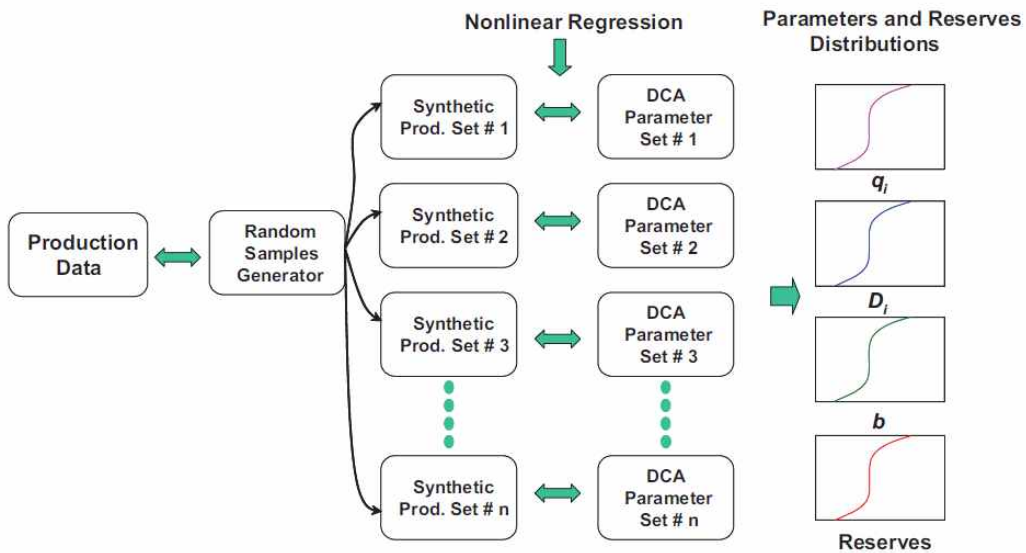


Figure 2.7 Conventional bootstrap sequence (Cheng et al., 2010).

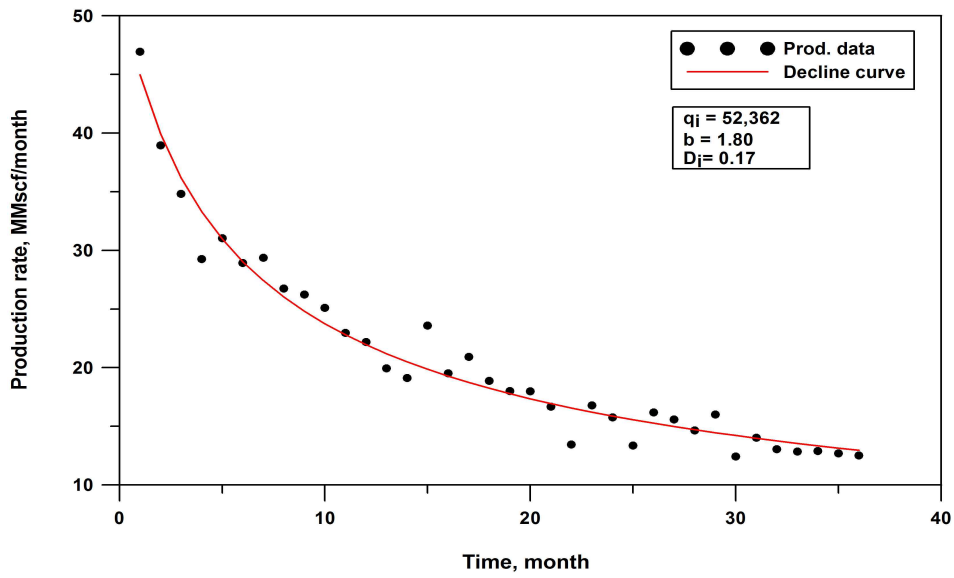


Figure 2.8 Original production data, the number of production data is 36.

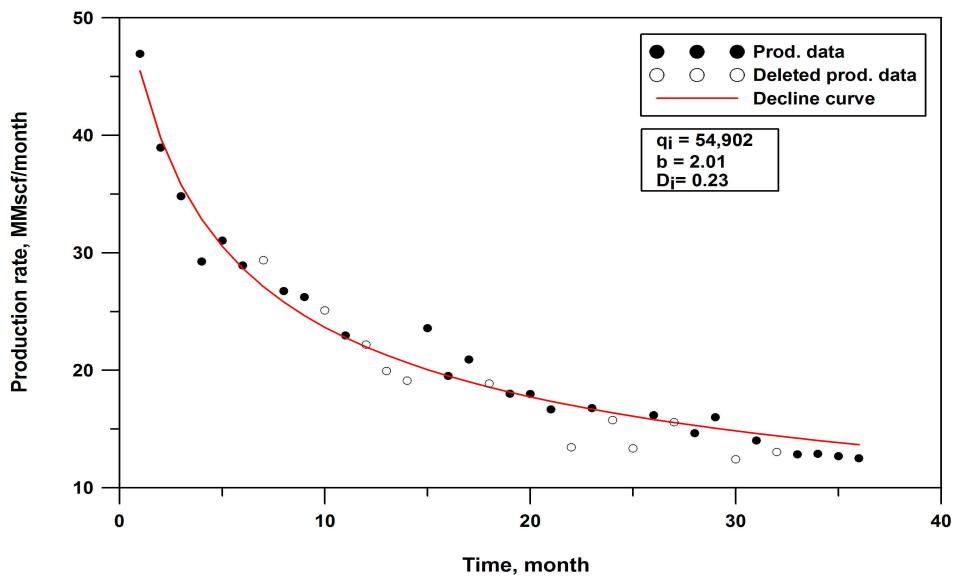


Figure 2.9 Synthetic data generated by conventional bootstrap, the number of production data is 24.

## 2.5 수정된 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석

Cheng 등 (2010)은 부트스트랩의 독립 및 동일 확률분포 가정을 만족시키고 신뢰구간의 예측성능을 향상시키기 위해 블록 부트스트랩, 후방시간 분석법, 신뢰구간 수정을 통합한 수정된 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석법을 제안하였다. 전통 부트스트랩의 재추출 단위가 개별 생산자료인 반면 블록 부트스트랩은 실제 생산량과 감퇴곡선과의 차이값인 잔차를 계산하고, 상관관계를 갖는 잔차의 묶음인 잔차의 블록(block of residuals)을 재추출 단위로 하여 부트스트랩을 수행한다. 후방시간 분석법은 천연유동에서 생산된 초기 생산자료를 포함시켜 감퇴곡선을 생성할 경우, 매장량 예측의 불확실성이 커지는 문제점을 극복하기 위해 후기의 일부 생산자료만을 이용하여 감퇴곡선을 생성한다. 신뢰구간 수정은 전통 유가스전의 생산자료를 이용한 매장량 분석을 위해 감퇴지수 값을 0과 1사이로 제한할 때 생기는 신뢰구간의 편향성을 보정하기 위해 사용한다. Figure 2.10은 수정된 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석 절차를 나타내며 주요 절차는 다음과 같다.

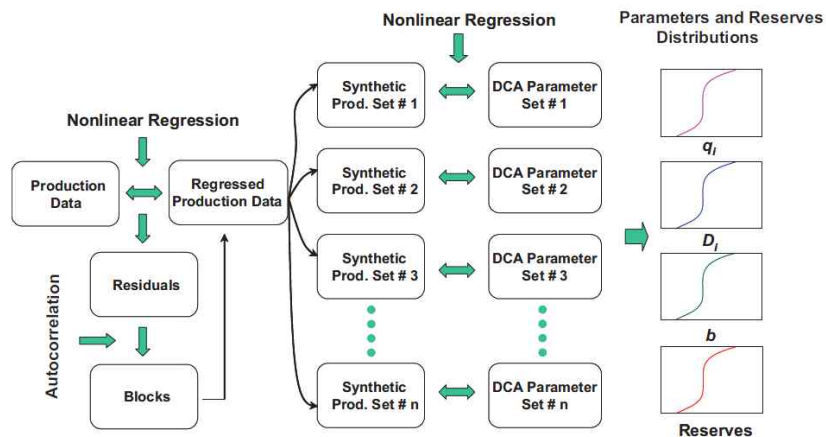


Figure 2.10 Modified bootstrap sequence (Cheng et al., 2010).

- (1) 원생산자료의 비선형 회귀분석을 수행하여 생성한 결정론적 감퇴곡선과 생산자료의 차이값인 잔차를 계산한다.
- (2) 자료간의 상관관계를 보존한 재추출을 수행하기 위해 잔차간의 자기상관관계(autocorrelation) 분석을 수행하고 적절한 블록의 크기  $L$ 을 설정한다. 하나의 블록 안에는  $L$ 개의 잔차가 포함된다.
- (3) 상관관계를 갖는 잔차의 블록을 반복 추출한다. 추출한 각 잔차의 블록에 포함된 생산자료 개수의 합이 원생산자료의 개수와 동일하거나 많아질 때까지 반복 수행한다. 재추출한 잔차의 블록을 추출순서대로 배열하고 과정 (1)에서 생성한 결정론적 감퇴곡선에 더하여 합성자료를 생성한다.
- (4) 과정 (3)을  $n$ 회 반복하면  $n$ 개의 합성자료가 생성되며 각 합성자료를 이용하여 비선형회귀분석을 수행한다. 예측하고자 하는 시간까지 외삽을 수행하여  $n$ 개의 매장량 예측값을 얻고 매장량의 확률분포함수와 신뢰구간을 산정한다.
- (5) 천이유동으로 인해 생기는 급격한 생산감소의 영향 또는 운영조건 변화로 인한 미래예측의 불확실성을 감소시키기 위해 후방시간 분석법을 수행한다. 가용한 생산이력의 후기 20%, 30%, 50% 생산자료만을 이용하여 과정 (1)-(5)를 반복한다. 식 (2.4)부터 식 (2.6)을 이용하여 최종적인 신뢰구간을 산정한다. 각각의 분석에 의해 산출된 P90 중 가장 작은 값을 최종 P90으로, 산출된 P10 중 가장 큰 값을 최종 P10로, 산출된 P50의 산술평균을 이용하여 최종 P50을 얻고 이에 따른 신뢰구간을 산정한다.
- (6) 전통 유가스전의 생산자료를 분석하기 위해 감퇴지수 값을 1보다 작게 제한할 경우, 생길 수 있는 편향된 신뢰구간을 보정하기 위해 신뢰구간 수정 방법을 적용한다. 이를 위해 백분율 신뢰구간을 산정하는 식 (2.7) 대신 식 (2.8)의 기본 부트스트랩 신뢰구간(basic bootstrap confidence interval) 식을 이용하여 신뢰구간을 산정한다.

$$P_{90(overall)} = \text{Min}(P_{10(x_1)}, P_{10(x_2)}, \dots, P_{10(x_n)}) \quad (2.4)$$

$$P_{50(overall)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{50(x_i)} \quad (2.5)$$

$$P_{10(overall)} = \text{Max}(P_{10(x_1)}, P_{10(x_2)}, \dots, P_{10(x_n)}) \quad (2.6)$$

$$\text{Percentile C.I.} = [\theta_{1-\alpha}^*, \theta_{\alpha}^*] \quad (2.7)$$

$$\text{Basic bootstrap C.I.} = [\theta - |\theta^* - \theta|_{1-2\alpha}, \theta + |\theta^* - \theta|_{1-2\alpha}] \quad (2.8)$$

$x_n$  = ratio of backward time

$\theta$  = reserves from deterministic DCA

$\theta^*$  = reserves from bootstrap synthetic data sets

$\alpha$  = significance level

C.I. = confidence interval

### 3. 임계값 부트스트랩을 이용한 확률론적 매장량 평가

#### 3.1 임계값 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석 모델

부트스트랩의 기본가정인 독립 및 동일 확률분포를 만족시키고 생산자료의 종속관계를 보존하는 재추출을 수행하기 위해 임계값 부트스트랩 방법을 생산감퇴곡선 분석법과 결합한 확률론적 매장량 분석 모델을 개발하였다. 블록 부트스트랩은 재추출 단위인 블록의 최적크기를 설정하는 해석적인 방법이 없으며 경험적인 방법에 의해 블록의 크기를 설정해야 한다. 반면 임계값 부트스트랩은 임계값에 의해 사이클의 크기가 자동으로 산정되면서 생산자료의 종속구조를 보존한 재추출을 수행 할 수 있는 장점이 있다.

부트스트랩을 적용하여 확률론적 매장량 평가를 수행할 수 있는 상용 소프트웨어는 없기 때문에(Gong 등 2013) 마이크로소프트 엑셀 비주얼 베이직을 이용하여 전통 부트스트랩과 임계값 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석 모델을 개발하였다. Figure 3.1은 원생산자료를 이용하여 비선형 회귀분석을 수행하고 사이클의 구성 단위인 잔차를 계산하는 임계값 부트스트랩의 과정을 나타낸다. 비선형 회귀분석은 뉴튼랩슨법(Newton-Raphson method)을 이용하였으며, 실제 생산량과 평균제곱오차(mean square error)를 최소화시키는 감퇴곡선을 생성한다. 위의 과정을 통해 생성한 결정론적 감퇴곡선과 실제 생산자료의 차이값이 잔차가 된다. 잔차간 상관관계를 보존하는 재추출을 수행하기 위해 잔차의 평균 또는 중앙값을 임계값으로 설정하고, 임계값을 기준으로 잔차의 상관관계를 파악한다.

Figure 3.2는 실제 생산량과 결정론적 감퇴곡선과의 차이값인 잔차를 나타낸다. 설정된 임계값을 기준으로 큰 값의 구역을 high run, 작은 값의 구역을 low run으로 설정하고 연속되는 high run과 low run 한 쌍을 결합하여 재



추출 단위인 사이클을 생성한다. R개의 사이클이 생성되었을 때 R개의 사이클에 포함된 총 잔차의 개수는 원생산자료 개수와 동일하며 각 사이클이 재추출 될 확률은  $1/R$ 이다. Figure 3.3은 균등분포를 따르는 난수를 생성하여 복원 재추출한 사이클을 나타낸다. 재추출한 각 사이클 내에 포함된 잔차 개수의 총합이 원생산자료의 개수와 같거나 많아질 때까지 독립 반복 재추출을 수행한다. 재추출한 사이클을 추출 순서대로 나열한 후 원생산자료를 통해 생성한 감퇴곡선과 더하여 하나의 합성자료를 생성한다. 사이클에 포함된 자료의 개수가 원생산자료 개수보다 많아질 경우, 마지막에 재추출된 사이클의 크기를 조절하여 합성자료의 개수를 원생산자료 개수와 동일하게 한다.

Figure 3.4는 합성자료에 비선형회귀분석을 수행하여 생성한 감퇴곡선을 나타내며 원생산자료와 상이한 감퇴곡선 인자값이 산출되는 것을 확인할 수 있다. 위의 과정을 반복하여 충분한 개수의 합성자료를 생성하고 비선형 회귀분석을 수행하여 각 합성자료의 감퇴곡선을 생성한다. 각 감퇴곡선을 이용하여 예측하고자하는 시간까지의 매장량을 산출하고 이에 따른 매장량의 확률분포함수와 신뢰구간을 산정한다.

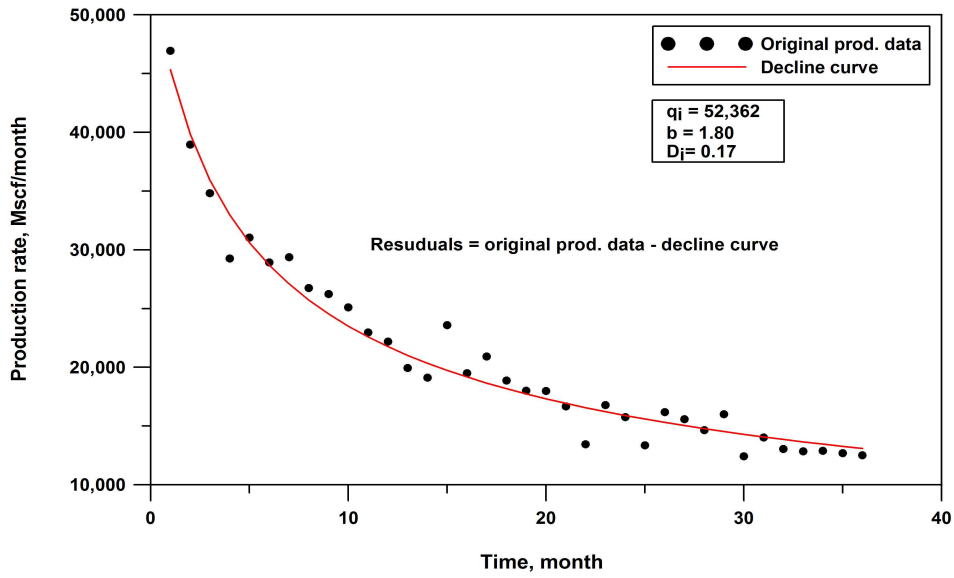


Figure 3.1 Generating residuals from production history and decline curve, the number of production data is 36.

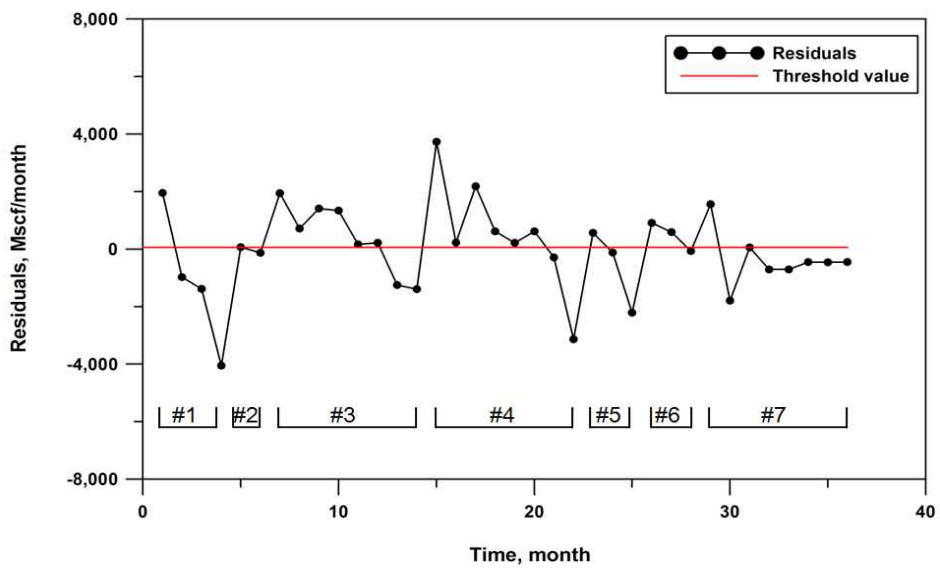


Figure 3.2 Generating cycles by concatenating the high run and low run, the threshold value(median) is 63 Mscf, the number of cycle is 7.

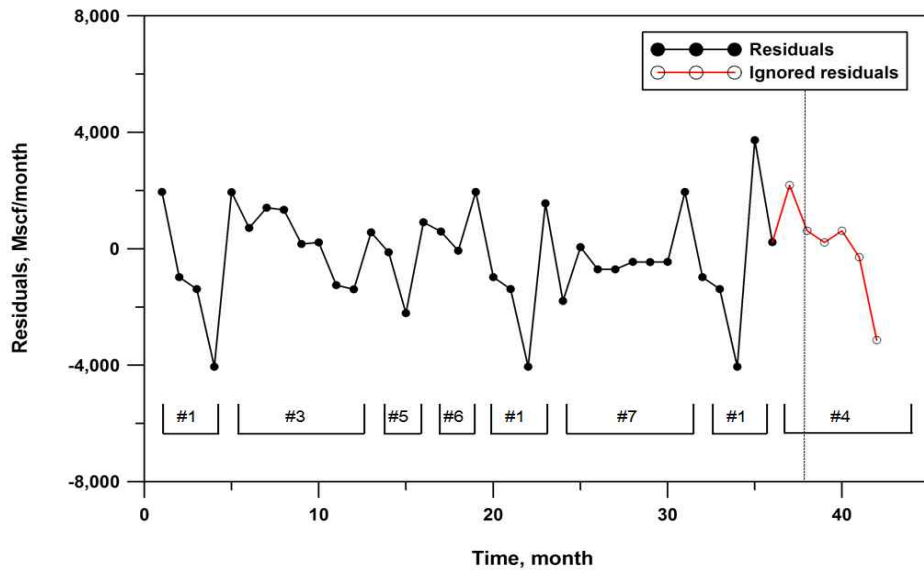


Figure 3.3 Sampled cycles by random sampling with replacement.

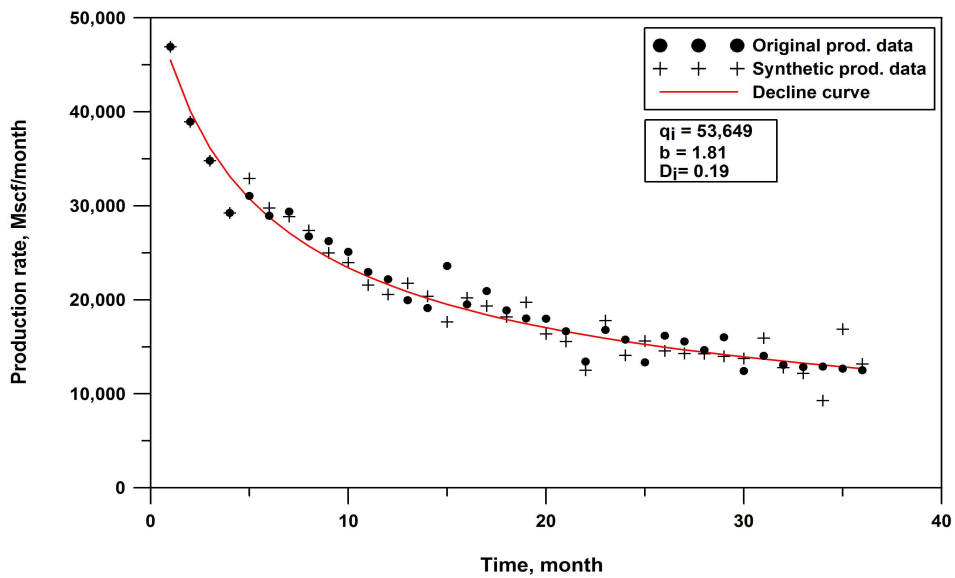


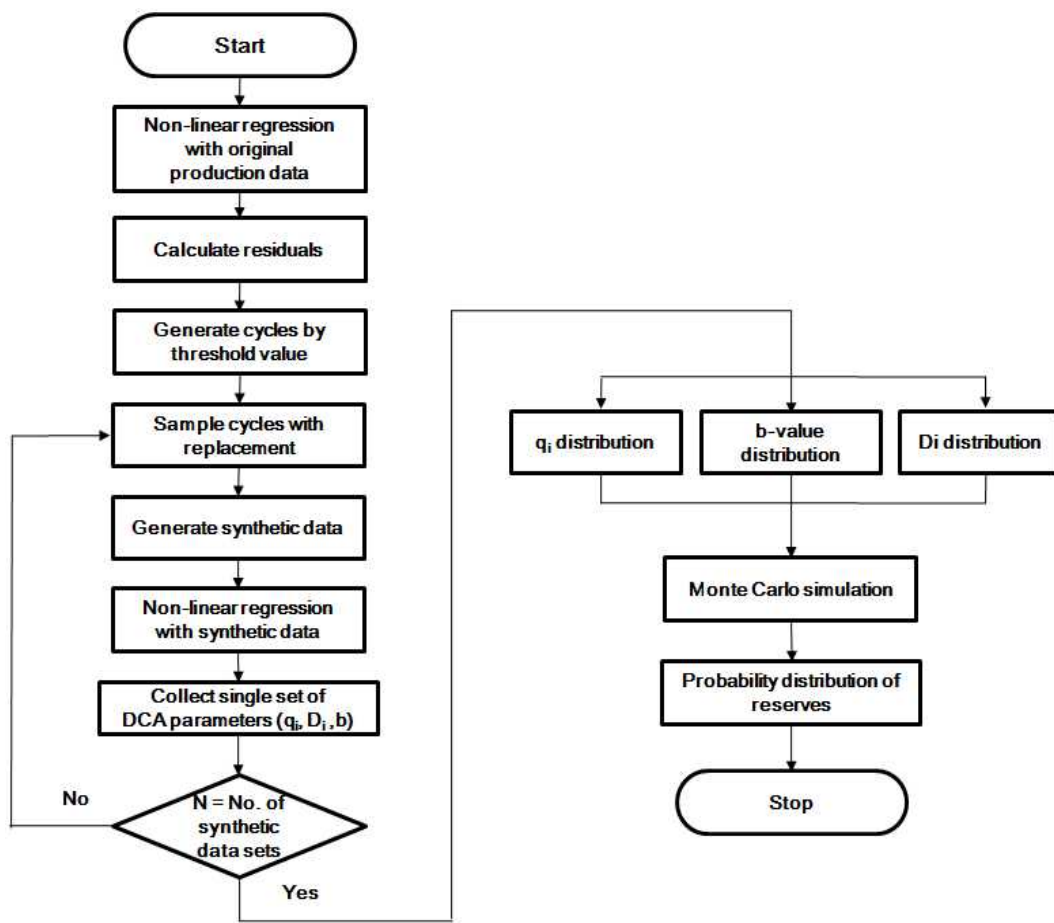
Figure 3.4 Synthetic data generated by threshold bootstrap.

### 3.2 몬테카를로 분석을 통한 예측 신뢰도 향상

본 연구에서는 셰일가스전의 생산특징을 대표하는 초기 생산자료를 제거하지 않고 추가적인 합성자료 생성으로 인한 불필요한 계산시간 증가 없이도 확률론적 매장량 평가의 예측성능을 향상시키기 위해 부트스트랩을 통해 산정한 감퇴곡선 주요 인자값의 분포를 이용하여 추가적인 몬테카를로 분석을 수행하였다. 원생산자료의 재추출과 재배열을 통해 합성자료를 생성하고 이를 이용하여 매장량을 산정하는 부트스트랩 방법 특성상, 원생산자료의 양상에서 벗어난 다양한 추세를 보이는 합성자료를 생성할 수 없다. 이로 인해 장기간 지속되는 천이유동, 경계지배유동으로의 전환, 운영조건 등에 의한 생산량 변화를 반영하지 못하는 신뢰구간을 산정하는 경향이 있다. 반면 부트스트랩을 통해 도출한 생산감퇴곡선 주요인자들의 확률분포함수를 이용하여 추가적인 몬테카를로 분석을 수행할 경우, 생산자료의 매칭을 통해 다양한 운영조건과 유동양상에 대한 감퇴곡선 인자 조합의 생성이 가능하며 이를 통해 합리적인 범위의 신뢰구간을 산정할 수 있다. 초기 유량과 초기 감퇴율은 수평정 길이와 저류층 자극부피(SRV, stimulated reservoir volume)에 의해 영향을 받으며 유동양상은 감퇴지수값에 큰 영향을 미친다(Minin 등 2012).

Figure 3.5는 임계값 부트스트랩과 몬테카를로 분석을 이용한 확률론적 매장량 평가 절차를 나타낸다. 비선형회귀분석을 이용하여 원생산자료의 결정론적 감퇴곡선을 생성하고 원생산자료와 결정론적 감퇴곡선과의 차이값인 잔차를 계산한다. 상관관계를 갖는 잔차의 묶음인 사이클을 재추출하기 위해 잔차의 중간값 또는 평균값을 임계값으로 설정하고 상관관계를 갖는 잔차의 묶음인 사이클을 생성한다. 반복 재추출한 사이클과 결정론적 감퇴곡선을 더하여 하나의 합성자료를 생성하고 비선형회귀분석을 수행하여 감퇴곡선 주요인자를 추출한다. 위의 과정을 반복하여 사용자가 지정한 개수의 합성자료를 생성하고 각 합성자료에 대한 감퇴곡선을 생성하여 감퇴곡선의 주요인자인 초기생산량, 초기감퇴율, 감퇴인자의 확률분포함수를 산정한다. 몬테카를로

분석을 이용하여 주요인자를 재추출한다. 감퇴곡선 인자간의 상관관계를 고려한 재추출을 수행하기 위해 초기생산량-초기감퇴율에 대하여 공동 재추출을 수행한다.  $n$ 번의 몬테카를로 분석을 수행할 경우  $n$ 개의 감퇴곡선인자 쌍이 추출되며 이를 이용하여 예측하고자 하는 시간까지 매장량 예측을 수행한다. 위의 과정을 통해 얻은  $n$ 개의 매장량 예측값을 이용하여 매장량의 확률분포와 신뢰구간을 산정한다.



N = designated number of synthetic data sets by user

Figure 3.5 Flow chart of the proposed probabilistic reserve estimation method.

### 3.3 확률론적 매장량 분석의 신뢰도 예측

확률론적 매장량 예측의 신뢰도를 검증하기 위해 신뢰구간, 포함확률 (coverage probability), P50의 평균절대오차율, 신뢰구간을 P50으로 나눈값의 평균값을 이용한다. 식 (3.1)을 이용하여 신뢰구간을 계산한다. 일반적으로 매장량의 확률론적 분석을 위해 산정하는 신뢰수준(confidence level)은 P10, P50, P90이며, P10과 P90 사이의 신뢰구간에 유정의 누적 생산량이 포함될 확률을 80%로 예상할 수 있다.

식 (3.2)를 이용하여 신뢰구간의 예측성능을 확인하기 위한 포함확률을 계산한다. 포함확률은 매장량 분석을 수행하는 유정의 총 개수 중, 예측된 각 신뢰구간이 측정값을 포함하는 유정의 비율로 정의된다. 신뢰도 80%의 신뢰구간을 설정하고 100개의 유정에 대한 확률론적 매장량 평가를 수행했을 때, 50개 유정의 실제 생산량이 각 신뢰구간 내에 포함되면 포함확률은 50%이며, 이는 불확실성의 과소평가를 의미한다. 포함확률의 기댓값(expected coverage probability)과 실제 포함확률(realized coverage probability)이 수렴할 때 신뢰구간의 예측성능을 신뢰할 수 있다.

$$\text{Confidence Interval, C.I.} = 100(1 - 2\alpha)\% \quad (3.1)$$

( $\alpha$  = significance level)

$$\text{Coverage probability}(\%) = \frac{\text{\#of wells which the C.I. brackets the } G_p}{\text{\#of wells}} \times 100 \quad (3.2)$$

( $G_p$  = observed cumulative gas production)

식 (3.3)은 P50의 평균절대오차율을 나타낸다.

$$\text{Average absolute relative error of P50(\%)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \left| \frac{P50_i - True_i}{True_i} \right| \right) \times 100 \quad (3.3)$$

식 (3.4)는 불확실성 지수인 평균 (P10-P90)/P50값이다. 포함확률이 비슷한 모델의 경우 좁은 폭의 신뢰구간을 예측하는 모델의 예측성능이 더 우수하므로 80%에 근접한 포함확률과 더 작은 평균 (P10-P90)/P50값을 갖을수록 우수한 모델이다.

$$\text{Average (P10-P90)/P50} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{P10_i - P90_i}{P50_i} \quad (3.4)$$



## 4. 결 과

### 4.1 제안 모델의 검증을 위한 셰일가스 생산자료

본 연구에서 제안한 확률론적 매장량 예측 모델의 검증을 위해 북미 Barnett 셰일층에서 생산중인 98개 가스정의 생산자료를 이용하였다. 생산자료 취득방법, 주요 특징, 실험 조건은 다음과 같다.

- (1) 셰일가스 생산량 자료공시를 위한 텍사스 주정부 홈페이지 (<http://www.rrc.state.tx.us/>)를 이용하여 Barnett shale gas play에 존재하는 98개 셰일가스정의 생산자료를 취득하였다. Barnett 셰일층은 텍사스 주 18개 카운티의 13,000 km<sup>2</sup>에 걸쳐 분포하는 지층구조로 미국 육상에서 가장 큰 천연가스전 중 하나이다. 1980년대부터 본격적인 생산이 시작되었으며 미국 육상에서 생산되는 총 천연가스 생산량의 6%를 차지한다.
- (2) Barnett 셰일가스 저류층은 영률(Young's modulus)이 높아 취성(brittleness)이 우수하므로 수압파쇄를 통해 장기간 생산을 유지할 수 있으며, 광범위하게 연결된 자연 균열대가 존재해 생산성이 우수하다. 2003년 이후 수평정 시추가 도입되었으며 기타 주요 셰일가스 저류층과 다르게 초기에 점진적인 감소율을 보이는 것이 특징이다.
- (3) 취득한 생산자료는 텍사스 주의 Wise와 Denton 카운티(Figure 4.1)에서 생산중인 셰일가스정의 생산자료로 모두 수압파쇄와 수평정을 통해 생산한 자료다. 최신 유정 완결기술을 적용하여 생산한 자료를 이용하기 위해 2005년 이후부터 2013년까지 72개월 이상의 이력이 포함된 생산자료를 선별하였다.

- (4) 유정폐쇄 또는 기타 운영조건 등의 변경으로 인해 생산량이 0인 구간이나 초기에 주입한 수압파쇄 유체에 의한 clean up, flow back 현상 등으로 인해 불안정한 생산 양상을 보이는 초기 2개월 내의 생산자료를 제거하였다.
- (5) 감퇴곡선 매칭을 위해 총 생산자료 72개월의 1/6, 1/4, 1/3, 1/2에 해당하는 12, 18, 24, 36개월간의 생산자료를 사용하여 72개월까지의 생산량을 예측하였다. 비교적 최근에 개발되고 있는 Eagle Ford 셰일가스전의 최소 가용 생산자료를 12개월로 예상하였으며, 생산감퇴곡선 분석을 통한 신뢰성 있는 매장량 예측에 필요한 최소한의 생산기간이 12개월 정도임을 고려하였다(Johanson, 2013).

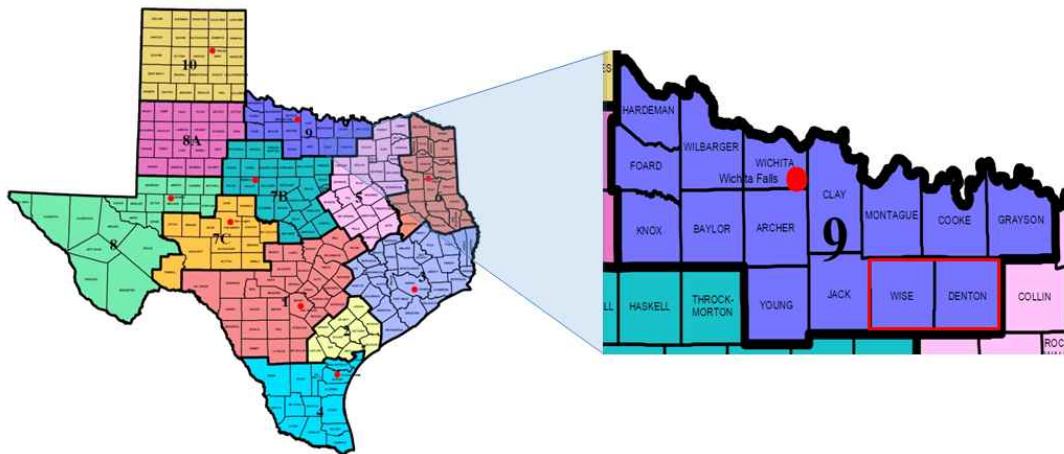


Figure 4.1 Location of Wise and Denton counties in Barnett shale gas play.

## 4.2 전통 부트스트랩을 이용한 확률론적 매장량 평가

Jochen과 Spivey (1996)가 제안한 전통 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석법의 셰일가스에 대한 적용성을 검증하기 위해 98개 셰일가스정의 생산자료를 이용하여 매장량 평가를 수행하였다. 예측 성능의 검증을 위해 보유한 총 72개월의 생산량 중 초기 12, 18, 24, 36개월간의 생산자료를 알고 있는 자료라고 가정하고 감퇴곡선 매칭에 이용하였으며 72개월까지의 매장량 예측을 수행하여 생산이력과 비교하였다. 전통 부트스트랩을 통해 산정한 매장량의 P10, P50, P90값을 산출하고 이에 해당하는 80%의 신뢰구간을 산정하였다. 또한 확률론적 분석의 예측성능을 검증하기 위해 부트스트랩을 통해 산정한 신뢰구간이 생산량을 포함하는 확률인 실제 포함확률을 계산하였다.

Table 4.1은 전통 부트스트랩을 이용한 98개 셰일가스정 생산자료의 매장량 예측 결과를 나타낸다. 감퇴곡선의 매칭 기간에 따라 포함확률은 약 58%, 55%, 51%, 48%가 도출되었으며 매칭을 위한 생산자료가 늘어날수록 감소하는 경향을 나타냈다. 이는 Cheng 등 (2010)이 전통 부트스트랩을 이용하여 100개의 전통 유가스전 생산자료를 분석한 결과인 34%~44%보다는 높지만 여전히 이론적으로 예상되는 포함확률인 80%에 비해 20%~35%정도 낮은 것을 확인할 수 있다. 이는 신뢰구간이 실제 생산량을 포함하지 못할 확률인 20%보다 큰 각각 42%, 45%, 49%, 52%이며 매장량 예측의 불확실성이 과소 평가 되고 있음을 의미한다. Figure 4.2부터 Figure 4.5는 동일한 유형의 생산자료를 이용하여 12, 18, 24, 36개월에 대한 매칭을 수행하고 72개월까지 매장량 예측을 수행한 결과이다. 모든 경우에서 전통 부트스트랩을 통해 산정한 신뢰구간이 실제 매장량을 포함하지 못하는 것을 확인할 수 있다. 전통 부트스트랩 방법의 특성상 원자료의 재추출과 재배열을 통해 합성자료를 생성하기 때문에 원자료의 생산 경향에서 크게 벗어나지 못하는 합성자료를 생

성한다. 이에 따라 생산 후기의 경계지배유동, 운영조건 변화 등에 의한 생산 변화 양상을 반영하지 못하는 신뢰구간이 산정되는 경향이 있다. 위의 결과를 종합해 볼 때, 전통 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석법은 셰일가스 생산자료를 이용한 매장량 예측의 불확실성을 효율적으로 정량화하지 못하는 것으로 판단된다.

Table 4.1 Probabilistic reserve estimation of 98 shale gas wells by conventional bootstrap

Matching period (month)	12 (1-12)	18 (1-18)	24 (1-24)	36 (1-36)
Prediction period (month)	60 (13-72)	54 (19-72)	48 (25-72)	36 (37-72)
Coverage probability (%)	58.2	55.1	51.0	48.0
Average absolute relative error of P50 (%)	12.5	8.2	6.2	4.0
Average (P10-P90)/P50	0.29	0.14	0.10	0.06

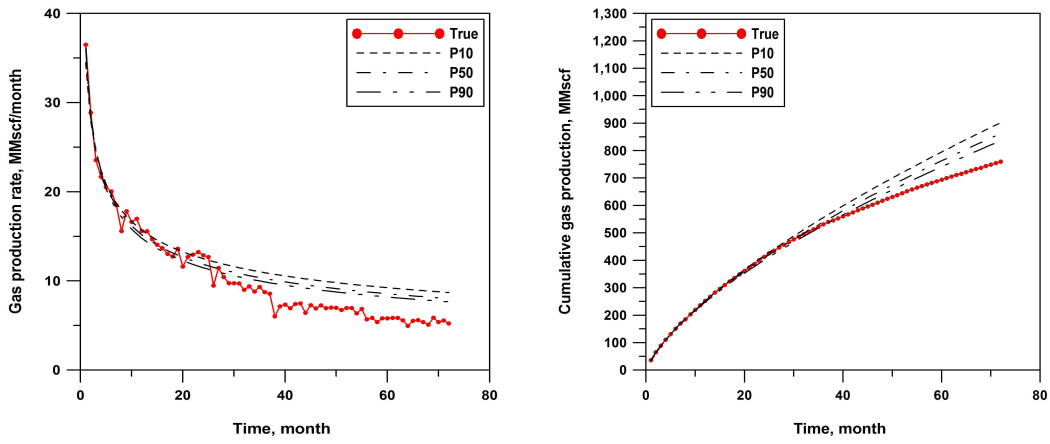


Figure 4.2 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap, matching period = 12 months.

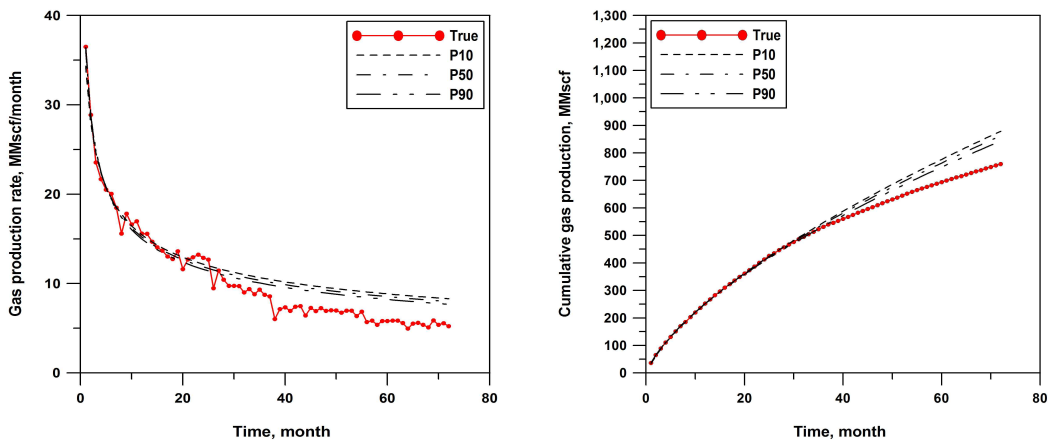


Figure 4.3 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap, matching period = 18 months.

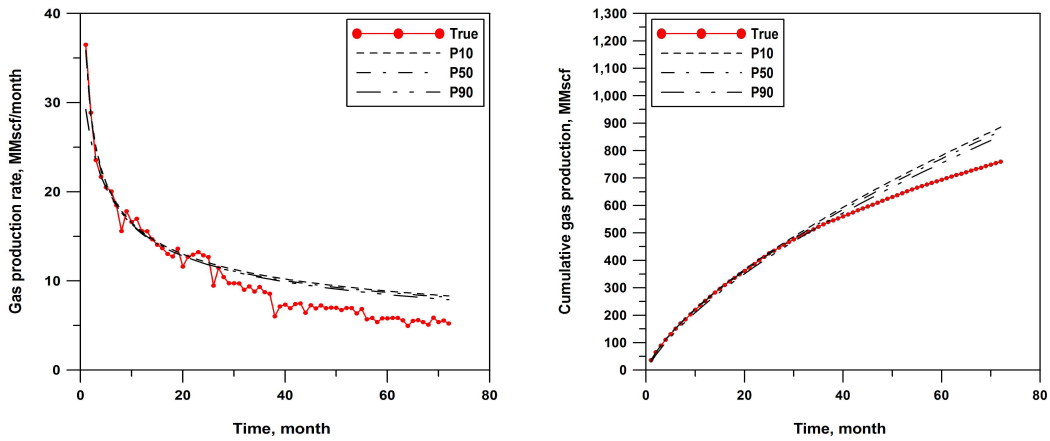


Figure 4.4 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap, matching period = 24 months.

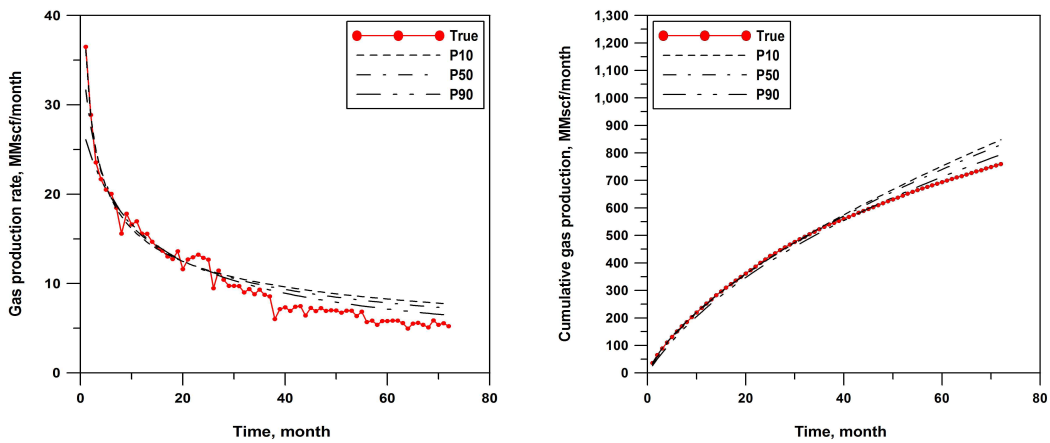


Figure 4.5 Results of probabilistic reserve estimation by conventional bootstrap, matching period = 36 months.

### 4.3 후방시간 분석법을 적용한 확률론적 매장량 평가

Cheng 등 (2010)이 신뢰구간 예측성능의 향상을 위해 제안한 후방시간 분석법을 전통 부트스트랩에 적용하여 셰일가스 매장량 평가에 대한 적용성을 검증하였다. 98개 셰일가스정의 72개월 생산자료 중, 1/6, 1/4, 1/3, 1/2에 해당하는 12, 18, 24, 36개월의 경우에 대하여 후방시간 분석법을 수행하였다. 감퇴곡선 매칭에 사용하는 후기 생산량의 비율은 Cheng 등 (2010)이 제시한 비율과 동일하게 50%, 30%, 20%를 적용하였다. Figure 4.6은 36개월간의 생산자료를 이용하여 72개월까지 생산량 예측을 수행한 후방시간 분석법의 모식도를 나타낸다. 감퇴곡선 생성을 위해 모든 생산자료를 사용하는 일반적인 전통 부트스트랩 분석(base case)과 달리 후기의 50%, 30%, 20%에 해당하는 생산자료만을 이용하여 감퇴곡선을 생성한다. 식 (2.4)부터 식 (2.6)을 이용하여 신뢰수준에 따른 매장량 예측값을 얻고 신뢰구간을 산정하였다.

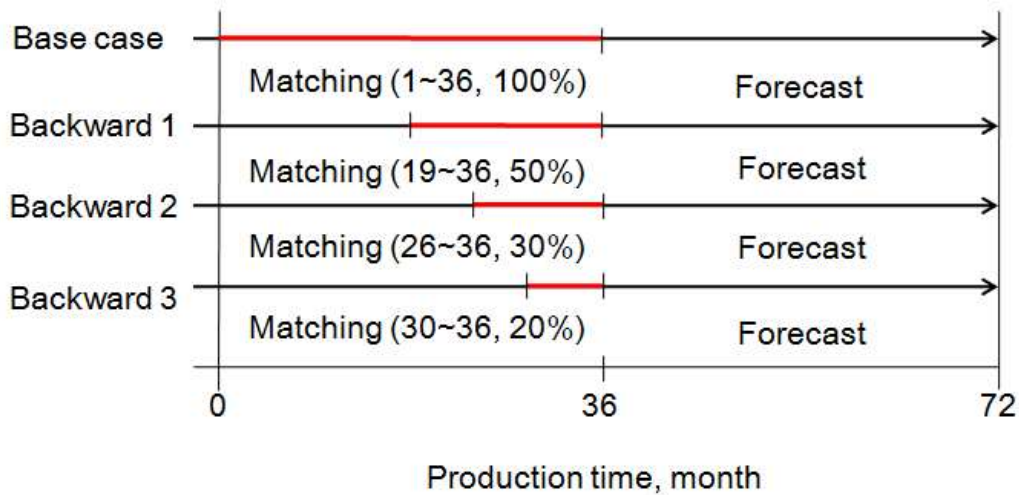


Figure 4.6 Backward analysis for 20%, 30%, 50% of production data.

Table 4.2부터 Table 4.5는 매칭기간에 따른 후방시간 분석법의 매장량 예측 결과를 나타낸다. 후방시간 분석법을 이용하여 산출한 신뢰구간의 포함확률은 80%에 근사한 84.7%–92.9%로 전통 부트스트랩의 48.0%–58.2%보다 개선된 결과를 보였다. 이는 Cheng 등 (2010)이 전통 유가스전의 생산자료를 이용하여 분석한 결과 양상과 동일하다. 반면 신뢰구간의 포함율을 제외한 P50의 평균절대오차율은 전통 부트스트랩 방법에 비해 크게 저하됨을 확인하였다. 특히 감퇴곡선 매칭에 초기의 생산자료를 이용할수록 전통 부트스트랩 대비 오차율이 크게 증가하였다. 12, 18, 24개월에서의 P50의 평균절대오차율은 각각 약 25%, 15%, 10%로 전통 부트스트랩보다 2배 가까이 높았다.

Figure 4.7부터 Figure 4.10은 동일한 유정의 생산자료를 이용하여 12, 18, 24, 36개월에 대한 매칭을 수행하고 72개월까지 매장량 예측을 수행한 결과이다. 모든 매칭기간에서 산정한 신뢰구간이 참값을 포함하지만 비교적 단기간의 생산자료를 이용하여 매장량 예측을 수행하는 경우에 신뢰구간이 과도하게 넓게 산정되는 경향을 파악하였다. 이는 보유한 생산자료의 50%, 30%, 20%만을 이용해서 후방시간 분석을 수행하기 때문으로 12개월의 생산자료를 이용할 때 실제 매칭에 사용하는 생산기간은 약 6개월, 4개월, 2개월에 불과해 전체 생산경향을 반영하지 못하는 감퇴곡선이 산출되기 때문이다. Cheng 등 (2010)은 전통 유가스전의 200개월의 생산자료 중, 100개월 가량의 생산자료를 이용하여 후방시간 분석법을 적용하였기 때문에, 50%, 30%, 20%에 해당하는 생산자료는 50, 30, 20개월로 생산 후기의 경계지배유동에서의 생산을 반영하여 신뢰도 높은 감퇴곡선을 생성한 것으로 추정된다. 그러나 천연유동이 장기간 지속되고 비교적 단기간의 생산자료만 이용 가능한 셰일가스전의 특성을 고려할 때 후방시간 분석법의 적용은 부적절한 것으로 판단된다.

후방시간 분석법은 3번(50%, 30%, 20%) 또는 그 이상의 반복적인 분석을 통해 최종적인 신뢰구간을 산정하기 때문에 계산시간 측면에서도 비효율적이



다. 일반적인 분석(base case) 방법이  $n$ 개의 합성자료를 만들어서 매장량을 산출하는 반면 후방시간 분석법은  $3n$ 개의 합성자료를 생성하고 비선형 회귀분석을 수행하기 때문에 계산시간 역시 3배가 된다. 실제로 모든 생산자료를 이용한 Base case 경우, 98개 가스정의 생산자료를 분석하는 계산시간이 평균 25분인 반면, 후방시간 분석법은 약 3배에 달하는 71분이 소요되었다. 이와 같은 후방 시간 분석법의 비효율성은 Gong 등 (2013)에 의해 지적된 바 있다. 신속한 계산을 통한 매장량 예측이 생산감퇴곡선 분석의 최대 장점 중 하나임을 고려할 때, 후방시간 분석법의 적용은 부적절한 것으로 판단된다.

Table 4.2 Results of backward analysis, matching period = 12 months

Case No.	Base case	Backward analysis			Result
		1(50%)	2(30%)	3(20%)	
Matching period	12 (1-12)	6 (7-12)	4 (9-12)	2 (11-12)	
Coverage probability (%)	58.2	79.6	82.7	45.9	92.9
Average absolute relative error of P50 (%)	12.5	25.4	27.9	39.8	25.4
Average (P10-P90)/P50	0.29	-	-	-	0.86

Table 4.3 Results of backward analysis, matching period = 18 months

Case No.	Base case	Backward analysis			Result
		1(50%)	2(30%)	3(20%)	
Matching period	18 (1-18)	9 (10-18)	5 (14-18)	4 (15-18)	
Coverage probability (%)	55.1	68.3	60.2	69.4	88.8
Average absolute relative error of P50 (%)	8.2	14.6	18.8	21.7	15.4
Average (P10-P90)/P50	0.14	-	-	-	0.54

Table 4.4 Results of backward analysis, matching period = 24 months

Case No.	Base case	Backward analysis			Result
		1(50%)	2(30%)	3(20%)	
Matching period	24 (1–24)	12 (13–24)	7 (18–24)	5 (20–24)	
Coverage probability (%)	51.0	54.0	68.4	68.4	86.7
Average absolute relative error of P50 (%)	6.2	12.2	12.6	13.2	10.1
Average (P10-P90)/P50	0.10	-	-	-	0.37

Table 4.5 Results of backward analysis, matching period = 36 months

Case No.	Base case	Backward analysis			Result
		1(50%)	2(30%)	3(20%)	
Matching period	36 (1–36)	18 (19–36)	11 (26–36)	7 (30–36)	
Coverage probability (%)	48.0	60.2	60.2	61.2	84.7
Average absolute relative error of P50 (%)	4.0	5.0	5.5	6.2	4.7
Average (P10-P90)/P50	0.06	-	-	-	0.19

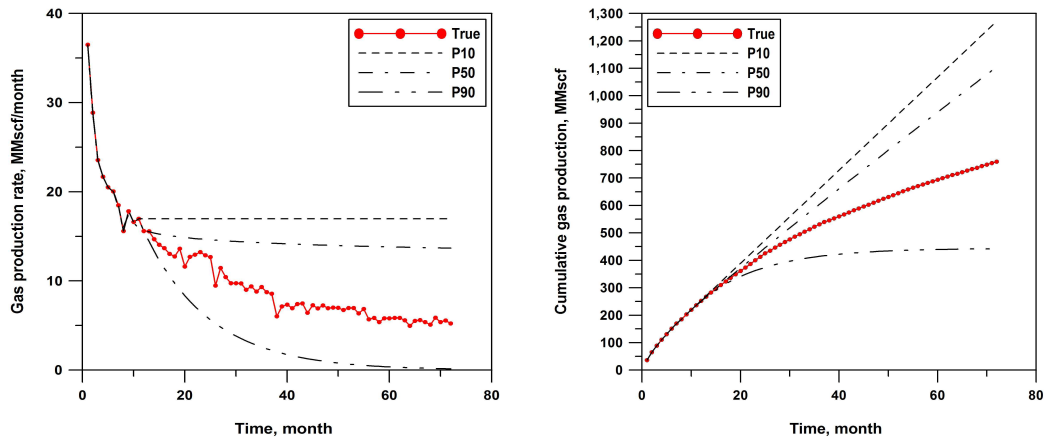


Figure 4.7 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 12 months.

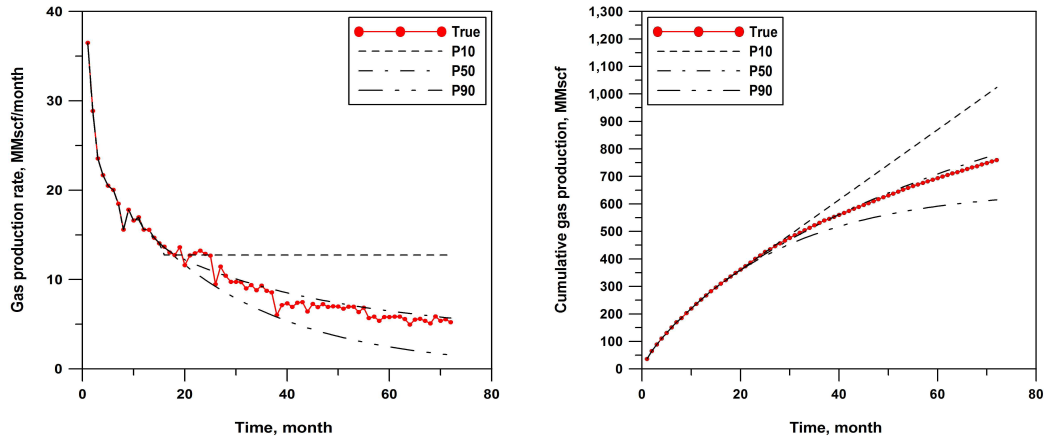


Figure 4.8 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 18 months.

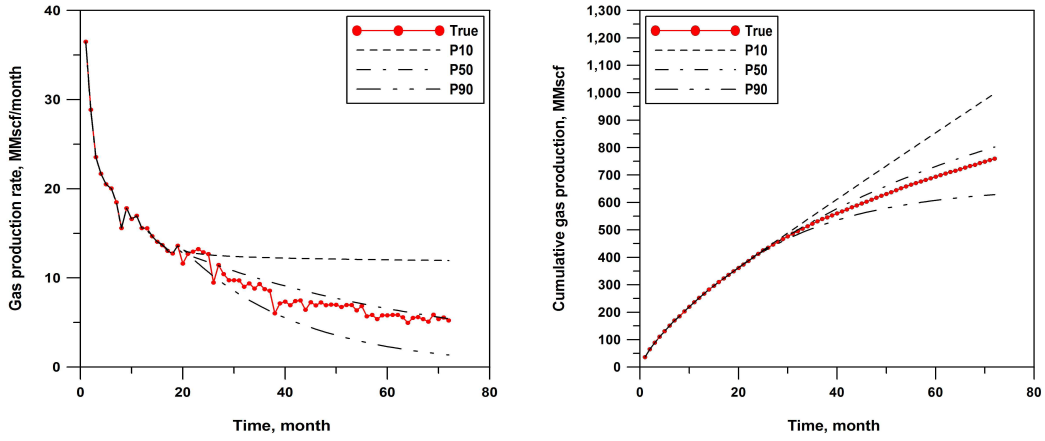


Figure 4.9 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 24 months.

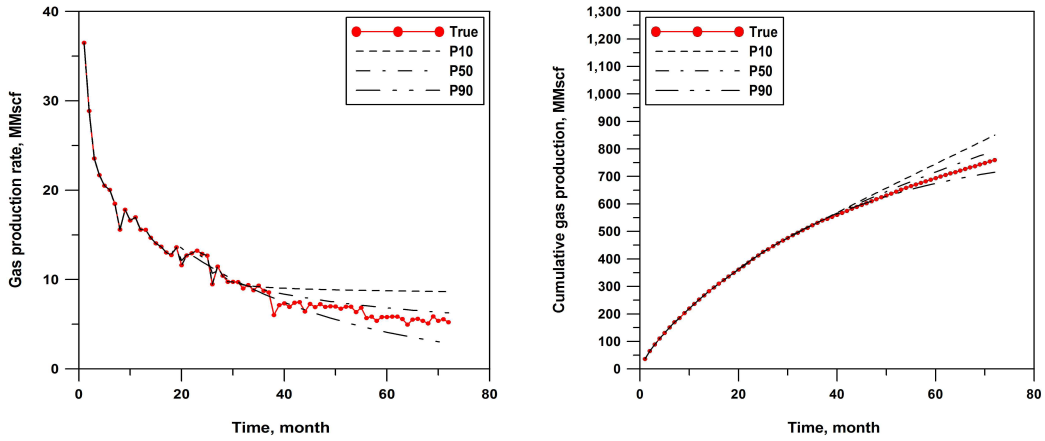


Figure 4.10 Results of probabilistic reserve estimation by backward analysis, matching period = 36 months.

#### 4.4 제안모델을 이용한 확률론적 매장량 평가

제안모델의 예측성능을 검증하기 위해 98개 셰일가스정의 생산자료를 이용하여 확률론적 매장량 분석을 수행하였다. Table 4.6은 본 연구에서 수행한 전통 부트스트랩 방법, 후방시간 분석법을 적용한 전통 부트스트랩 방법, 제안한 방법의 주요 결과를 비교한다. 12, 18, 24, 36개월간의 생산자료를 이용하여 감퇴곡선 분석을 수행하고 72개월까지 매장량 예측을 수행하였다. 신뢰구간의 우수한 예측성능을 보였던 후방시간 분석법을 적용한 전통 부트스트랩의 포함확률이 약 85%~93%임을 고려할 때 제안한 방법의 포함확률은 약 76%~93%로 비슷한 예측 성능을 보이는 것으로 확인된다. 신뢰구간의 예측성능이 비슷할 경우 폭이 더 좁은 신뢰구간을 산정하여 매장량을 예측하는 모델이 우수하므로 불확실성 평가지표인 평균  $(P10-P90)/P50$ 값이 작을수록 우수한 모델이라고 할 수 있다. 제안한 모델이 36개월을 제외한 모든 구간에서 후방시간 분석법을 적용한 전통부트스트랩의 0.37~0.86에 비해 작은 0.33~0.46으로 우수한 예측 결과를 보였다. 또한 제안한 방법을 통해 산정한 P50의 평균 절대 오차율은 4.1%~12.4%로 후방시간 분석법의 4.7%~25.4%보다 개선된 분석 결과를 보였다. Figure 4.11부터 4.15는 각각 초기 12개월간의 동일한 유정의 생산자료를 이용한 각 방법의 예측양상을 비교한다. 전통부트스트랩 방법을 통해 산정한 신뢰구간은 생산 후기의 다양한 생산양상 변화를 고려하지 못하는 좁은 폭의 신뢰구간을 산정하는 경향이 있으며 이는 평균  $(P10-P90)/P50$  값이 모든 매칭 기간에서 가장 작은 값을 갖는 것을 통해 확인할 수 있다. 후방시간 분석법의 포함확률은 기댓값인 80%에 근접한 우수한 값을 보이지만 초기 생산자료만을 이용하여 매장량 예측을 수행하였을 경우, 유동양상변화가 심한 구간에서 감퇴율이 0에 가까운 비정상적인 값이 산출된다. 이를 신뢰구간 산정에 이용하였을 때 폭이 과도하게 넓은 신뢰구간을 산

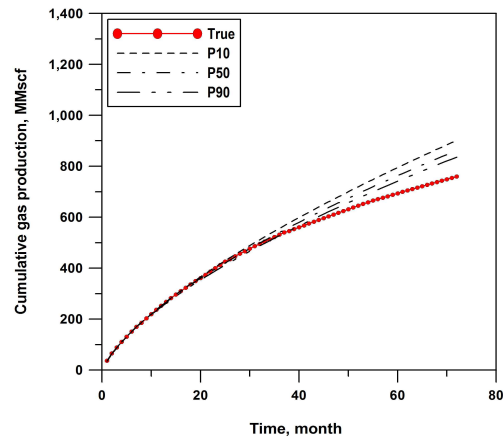
정하여 매장량 예측의 불확실성을 과대평가하는 경향이 있다. 이는 평균 (P10-P90)/P50 값이 초기 12-18개월일 때 전통 부트스트랩 방법과 제안한 모델에 비해 과도하게 큰 0.86과 0.54값을 보이는 것을 통해 확인할 수 있다.

위의 결과를 종합할 때 셰일가스전의 초기 2년 이내의 생산자료를 이용하여 매장량 예측을 수행할 경우, 제안한 모델의 예측성능이 가장 우수함을 확인하였다. 또한 신뢰구간 예측성능의 향상을 위해 추가적인 합성자료의 생성을 필요로 하지 않는다. 매장량 예측성능과 계산시간을 고려할 때 제안한 방법이 셰일가스전의 초기 생산자료를 이용한 매장량 평가를 위해 가장 효율적인 방법으로 판단된다.

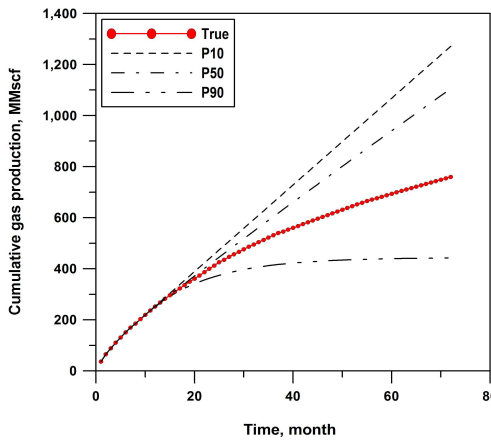
Table 4.6 Comparison of the results depending on the matching period for each methods

Matching period (month)	12			18			24			36		
Method	Conventional bootstrap	Backward analysis	Proposed method	Conventional bootstrap	Backward analysis	Proposed method	Conventional bootstrap	Backward analysis	Proposed method	Conventional bootstrap	Backward analysis	Proposed method
Coverage probability (%)	58.2	92.9	75.5	55.1	88.8	81.6	51.0	86.7	85.7	48.0	84.7	92.0
Average absolute relative error of P50 (%)	12.5	25.4	12.4	8.2	15.4	8.2	6.2	10.1	6.2	4.0	4.7	4.1
Average (P10-P90)/P50	0.29	0.86	0.46	0.14	0.54	0.37	0.10	0.37	0.33	0.06	0.19	0.26

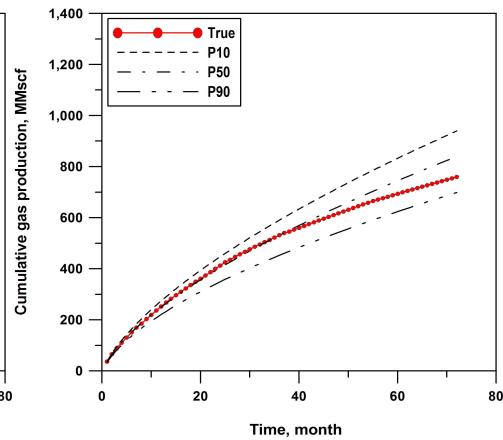




(a) Conventional bootstrap

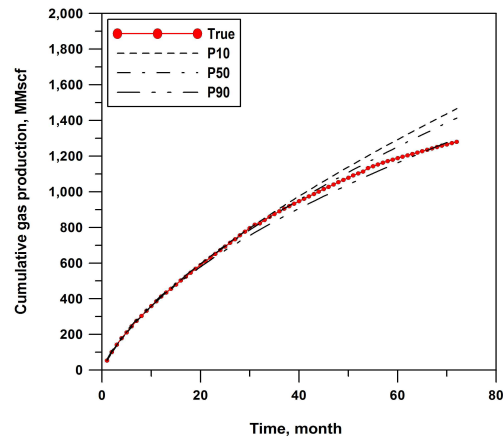


(b) Backward analysis

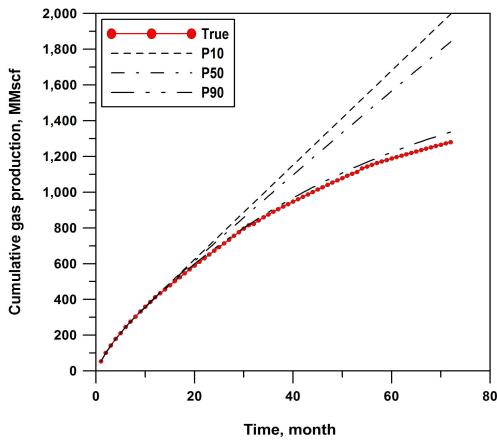


(c) Proposed model

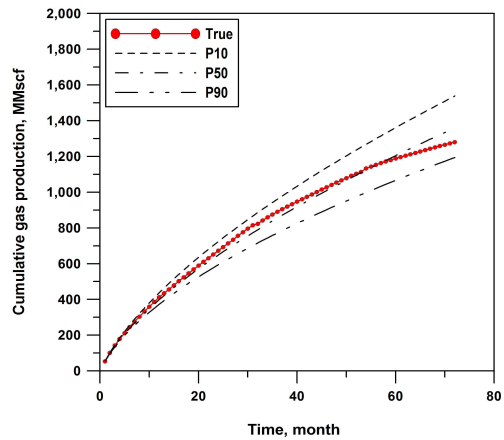
Figure 4.11 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #1, matching period = 12 months.



(a) Conventional bootstrap

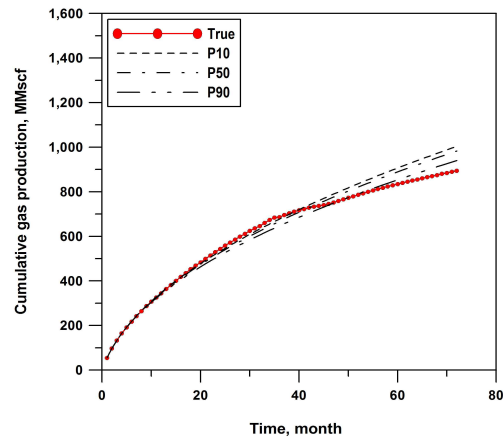


(b) Backward analysis

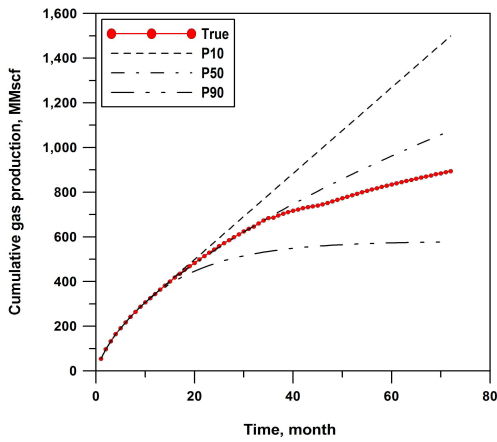


(c) Proposed model

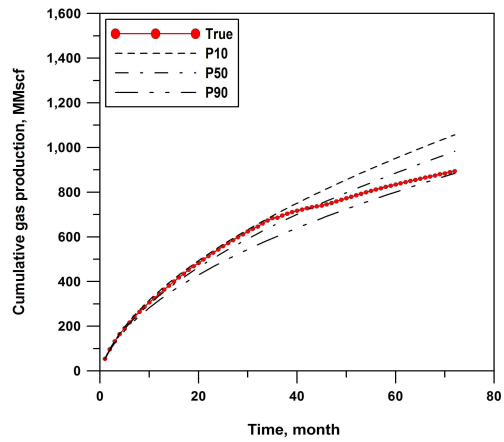
Figure 4.12 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #2, matching period = 12 months.



(a) Conventional bootstrap

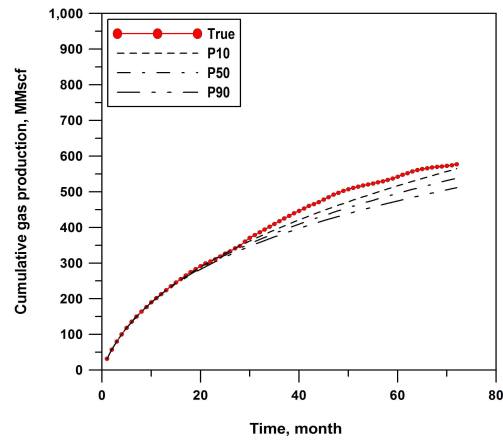


(b) Backward analysis

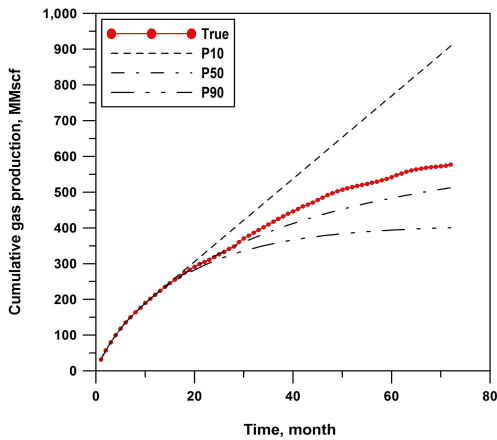


(c) Proposed model

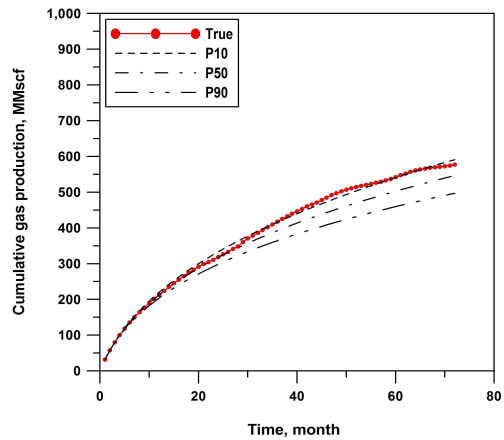
Figure 4.13 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #3 matching period = 12 months.



(a) Conventional bootstrap

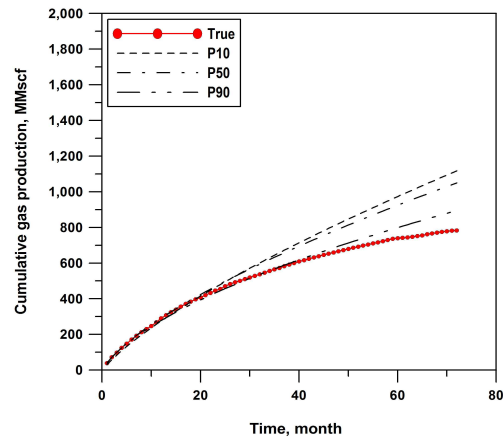


(b) Backward analysis

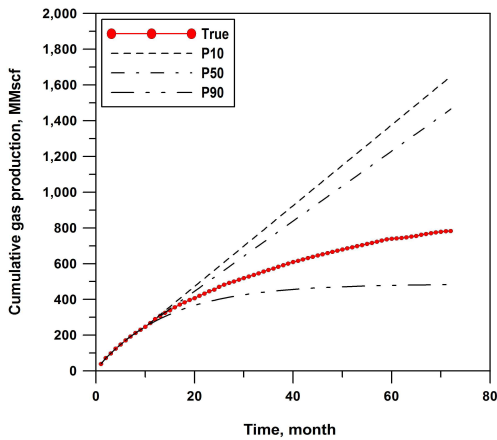


(c) Proposed model

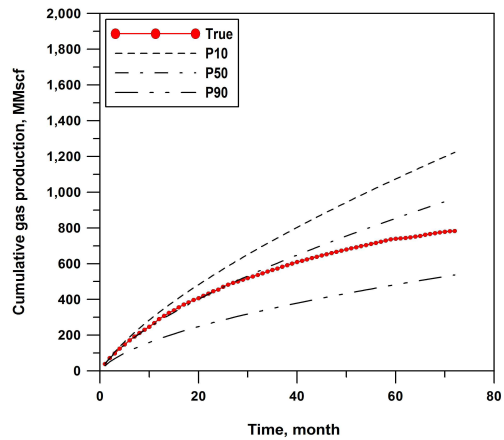
Figure 4.14 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #4 matching period = 12 months.



(a) Conventional bootstrap



(b) Backward analysis



(c) Proposed model

Figure 4.15 Results of probabilistic reserve estimation for each methods, well #5 matching period = 12 months.

## 5. 결 론

이 연구에서는 세일가스전의 신뢰도 높은 매장량 예측과 그 불확실성 정량화를 위해 생산감퇴곡선 분석에 부트스트랩을 적용한 확률론적 매장량 평가 모델을 제안하였다. 자료간의 상관관계를 보존한 재추출을 수행하기 위한 임계값 부트스트랩과 신뢰구간의 예측성능을 향상시키기 위한 몬테카를로 분석을 적용하여 생산감퇴곡선 분석을 수행하였다. 북미 Barnett 세일가스전에서 생산 중인 98개 가스정의 생산자료를 이용하여 기존 모델의 결과와 비교 및 검증을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1) 모델의 타당성: 기존 전통 부트스트랩을 이용한 생산감퇴곡선 분석은 생산자료간의 상관관계를 보존한 재추출이 불가능하기 때문에 추가적인 재분류 방법을 이용하여 합성자료를 생성하는 반면 제안한 방법은 잔차를 이용한 임계값 부트스트랩을 수행하여 자료간 상관관계를 보존한 합성자료를 생성할 수 있다. 또한 제안한 방법은 계산시간의 증가를 초래하는 추가적인 합성자료의 생성 없이도 신뢰구간의 예측성능을 향상시킬 수 있으므로 간단한 입력자료와 함께 짧은 분석시간이 최대 장점인 생산감퇴곡선분석법에 적용하기 적절한 방법이다.

2) 예측의 정확성: 제안한 모델을 이용하여 98개 세일가스정의 매장량 예측을 수행한 결과, 신뢰구간의 포함확률은 약 75.5%–92.9%로 기댓값인 80%에 근접하였다. 이는 전통 부트스트랩을 이용한 48.0%–58.2%보다 우수하며 후방시간 분석법을 적용한 전통 부트스트랩의 84.7%–92.9%와 유사한 수준이다. 그러나 제안한 방법의 P50에 해당하는 매장량의 평균 절대 오차율은 4.1%–12.4%로 후방시간 분석법의 4.7%–25.4%보다 모든 구간에서 우수한 예

측성능을 보였다.

3) 세일가스전 매장량 평가에 대한 적용성: 전통 부트스트랩과 후방시간 분석법을 적용한 전통 부트스트랩과의 비교 결과, 제안한 방법은 초기 1-2년간의 생산자료만이 이용 가능할 경우에 가장 신뢰도 높게 매장량 예측의 불확실성을 정량화하였다. 이는 비교적 생산이력이 짧아 단기간의 생산자료가 이용 가능한 세일가스전의 특성을 고려할 때 제안한 방법이 확률론적 매장량 예측에 가장 적합한 방법으로 사료된다.

이상의 연구 결과로부터 제안한 방법을 이용하여 세일가스전의 효율적인 확률론적 매장량 평가를 수행할 수 있음을 확인하였다. 부트스트랩 방법을 적용한 생산감퇴곡선 분석은 감퇴곡선 인자에 대한 사전확률분포 함수를 요구하지 않기 때문에 충분한 생산자료의 확보가 어려운 세일가스전에도 효과적으로 적용할 수 있으며 이를 통한 매장량 예측값은 세일가스전 운영의 합리적인 의사결정을 위해 유용한 자료로 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

## 참고문헌

김윤배, 1997, “시뮬레이션 출력분석을 위한 임계값 부트스트랩의 성능 개선” 대한산업공학회지.

박진수, 김윤배, 2010, “계절성 데이터의 부트스트랩 적용에 관한 연구” 한국시뮬레이션학회.

전명식, 정형철, 진서훈, 1997, 붓스트랩방법의 이해, 자유아카데미, 서울.

<http://www.rrc.state.tx.us>, 텍사스 주정부 홈페이지

<http://www.fekete.com>, Fekete Associates Inc. (2013, 11, 26) :  
<http://www.fekete.com/SiteCollectionDocuments/Posters/rta-poster.pdf>

Arps. J.J., 1945. Analysis of Decline Curves. *Transaction of the AIME*, **160** (1): 228–247.

Baihly, J., Altman, R., Malpani, Raj., and Luo, Fang. : “Shale Gas Production Decline Trend Comparison Over Time and Basins,” SPE paper 135555 presented at the Annual Technical Conference and Exhibition, Florence, Italy, 19–22 September 2010.

Cheng, Y., Wang, Y., McVay, D.A., and Lee, W.J. : “Practical



Application of a Probabilistic Approach to Estimate Reserves Using Production Reserves Using Production Decline Data,” SPE paper 95974-PA presented at the Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, 15 February 2010.

Cronquist, C., 1991. Reserves and Probabilities Synergism or Anachronism?. *SPE Journal of Petroleum Technology*, **43** (10): 1258–1264.

Park, D. 1997. The Threshold Bootstrap For Time Series Analysis, PhD dissertation, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York (August, 1997).

Duong, A. N. : “Rate-Decline Analysis for Fracture-Dominated Shale Reservoirs,” SPE paper 137748-PA presented at the Canadian Unconventional Resources and International Petroleum Conference, Calgary, Canada, 19–21 October 2010.

Efron, B. and Tibshirani. R. J. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. New York, USA, Chapman & Hall

Gong, X., Gonzalez, R., McVay, D., and Hart, J. : “Bayesian Probabilistic Decline Curve Analysis Quantifies Shale Gas Reserves Uncertainty,” SPE paper 147588 presented at the Canadian Unconventional Resources Conference, Alberta, Canada, 15–17 November 2011.

Gong, X., Tian, Y., McVay, D.A., and Ayers, W.B. : “Assessment of Eagle Ford Shale Oil and Gas Resources,” SPE paper 167241 presented at the Canadian Unconventional Resources Conference, Alberta, Canada, 15–17 November 2013.

Hefner, J. M. and Thompson, R. S. : “A Comparison of Probabilistic and Deterministic Reserve Estimates : A Case Study,” *SPE*, **11**(2): .43–47, 1996.

Jochen, V. A. and Spivey, J. P. : “Probabilistic Reserves Estimation Using Decline Curve Analysis with the Bootstrap Method,” SPE paper 36633 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, Colorado, 06–09 October 1996.

Johanson, B. L. 2013. Deterministic and Stochastic Analyses to Quantify The Reliability of Uncertainty Estimates in Production Decline Modeling of Shale Gas Reservoirs. Ms Thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado (June 2013)

Lee, J. and Siddle, R. : “Gas-Reserves Estimation in Resource Plays,” SPE paper 130102-PA presented at the SPE Unconventional Gas Conference, Pittsburgh, Pennsylvania, 23–25 October 2010.

Minin, A., Guerra, L., and Colombo, I. : “Unconventional Reservoirs

Probabilistic Reserve Estimation Using Decline Curves,” SPE paper 14801 presented at the International Petroleum Technology Conference, Bangkok, Thailand, 7–9 February 2012.

Poston, S.W. and Poe, B.D. Jr. 2008. *Analysis of Production Decline Curves*, Richardson, Texas, Society of Petroleum Engineers.

Shimizu, K. 2010. *Bootstrapping Stationary ARMA-GARCH Models*. Wiesbaden, Germany, Vieweg+Teubner.

U.S. Annual Energy Outlook. Report No. DOE/EIA-0383(2012), U.S. Energy Information Administration, Washington, USA (June 2012)

Valko, P. P. and Lee, J. : “A Better Way To Forecast Production From Unconventional Gas Wells,” SPE paper 134231 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Florence, Italy, 19–22 September 2010.

## **ABSTRACT**

### **Probabilistic Reserve Estimation of Shale Gas Using Decline Curve Analysis Combined With Threshold Bootstrap and Monte Carlo simulation**

USU KIM

Department of Energy Systems Engineering  
The Graduate School  
Seoul National University

The objective of decline curve analysis(DCA) using bootstrap is to quantify the uncertainty of reserve estimation by assessing probability distribution of initial flow rate, initial decline rate, and decline exponent. However, the DCA using conventional bootstrap shows tendency to underestimate the uncertainty in reserve estimation due to generation of a narrow range of confidence interval.

In this study, the DCA model combined with threshold bootstrap and Monte-Carlo simulation is proposed to improve the uncertainty of reserve estimation. In the method, after estimating the probability distribution of DCA parameters by threshold bootstrap, sets of DCA parameters are sampled using Monte Carlo simulation in order to consider various well completion efficiencies and flow regimes in shale gas reservoir.

The model showed the better performance than the conventional bootstrap for probabilistic reserve estimation of 98 shale gas wells in Barnett shales. Confidence intervals bracketed almost 80% of production history. The efficiency of computation time is improved compared to backward analysis, where

generation of additional synthetic data sets is required.

The results of this study provides a practical and cost-effective tool to predict future production performance using early production data in shale gas reservoirs.

Keywords: shale gas, decline curve analysis, probabilistic reserve estimation, threshold bootstrap

Student number: 2011-23421