



저작자표시-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.
- 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

세그먼트의 인양을 고려한 시공중
사장교의 3차원 동적 거동

3D Dynamic Behavior of Cable-stayed Bridge
under Construction considering Hoisting Motion

2012년 8월

서울대학교 대학원

건설환경공학부

이 준 경

초 록

완성계와 달리 폐합이 이루어지지 않은 시공중 사장교는 강성이 떨어져 구조적으로 불안정하다. 특히 데릭 크레인을 사용하여 세그먼트를 인양하는 구조계의 경우, 교량과 인양케이블, 세그먼트 진자 시스템으로 복합적인 구조계를 이룬다. 이는 구조계와 세그먼트 시스템간 상호작용에 의한 추가적인 동적 거동이 발생하게 된다. 이러한 복잡한 구조계를 형성하는 시공중 사장교는 교량 특성에 따라 혹은 시공단계에 따라 주요 모드 형상이 다르고 수직방향의 진동만이 아닌 수평방향의 진동 모드가 나타날 수 있기에 교량의 지배적인 동적 거동을 분석하기 위해서는 3차원 거동에 대한 분석이 필요하여 연구를 진행하였다.

본 연구에서는 교량의 발생가능한 동특성을 분석하기 위해 면외방향의 운동을 포함하는 시공중 3차원 수치해석 모델을 제시하여 시간이력해석이 가능한 운동방정식 성립에 초점을 두었다. 이를 교량의 1차 모드가 보강형의 수평방향 모드인 주경간 폐합전 시공중 인천대교 실교량 모델에 적용하여 여러 가지 하중에 대한 시공중 사장교의 거동을 분석하였다.

주요어 : 시공중 사장교, 데릭 크레인, 세그먼트 인양, 진자운동, 비선형 연립 방정식, 시간 이력 해석

목 차

초 록	i
목 차	ii
그림 목차	iv
표 목차	vi
1 서 론	1
1.1 연구배경	1
1.2 연구목적 및 내용	5
2 세그먼트 인양을 고려한 3차원 수치해석 모델	7
2.1 사장교-크레인-세그먼트 시스템	7
2.2 운동방정식의 구성(사장교-크레인)	9
2.3 운동방정식의 구성(세그먼트)	11
2.4 상호작용이 고려된 운동방정식	14
2.5 Nonlinear Coupled Equation의 풀이	17
2.6 세그먼트 인양에 따른 진자운동	20
3 시공중 사장교의 해석 예제	23

3.1	시공중 사장교 적용 모델 : 인천대교	23
3.2	데릭 크레인 / 세그먼트 인양조건	28
3.3	세그먼트 자중에 의한 하중	30
3.4	세그먼트의 3차원 거동	31
4	교량과 세그먼트 상호작용 확인을 위한 3차원 동적 해석 예제	32
4.1	교량과 세그먼트 사이의 상호작용	32
4.2	교량 진동으로 인한 상호작용	33
4.3	세그먼트 진동으로 인한 상호작용	39
4.4	변동 풍하중에 의한 상호작용	43
4.4.1	풍하중 모델 생성	43
4.4.2	변동 풍하중 적용에 따른 시간이력해석 결과	47
5	결 론	51
	참고문헌	53
	ABSTRACT	55

그림 목차

그림 1	주경간 폐합직전 풍동실험 결과(거마대교)	2
그림 2	시공중 사장교의 수직 / 수평 진동	3
그림 3	사장교 가설시 진자형 TMD를 이용한 내풍 안정화 공법(대우건설)	3
그림 4	FCM 공법을 이용한 세그먼트 인양	4
그림 5	사장교-크레인-세그먼트 시스템	8
그림 6	사장교-크레인 시스템	9
그림 7	세그먼트의 3차원 진자운동	11
그림 8	3차원 세그먼트 진자 개략도	12
그림 9	Nonlinear Coupled Equation의 시간이력해석 알고리즘	18
그림 10	단순 2차원 진자운동	20
그림 11	인양에 따른 진자운동 각(θ)의 변화	21
그림 12	최종 Key segment 연결 전 인천대교 시공 현장	23
그림 13	시공중 인천대교 3차원 해석 모델	24
그림 14	Nodal coordinate에서의 Force와 Displacement	24
그림 15	주경간 폐합전 인천대교 고유진동 형상	27
그림 16	데릭 크레인과 세그먼트	28
그림 17	세그먼트의 인양조건	29
그림 18	세그먼트 자중에 의한 처짐 형상	30
그림 19	세그먼트의 3차원 거동	31

그림 20 교량 진동으로 인한 상호작용	33
그림 21 구조계에 작용하는 하중	34
그림 22 세그먼트의 궤적	35
그림 23 세그먼트의 진동(교축직각방향 변위)	36
그림 24 보강형 끝단의 변위(교축방향)	37
그림 25 보강형 끝단의 변위(연직방향)	37
그림 26 보강형 끝단의 진동(교축직각방향)	38
그림 27 세그먼트 진동으로 인한 상호작용	39
그림 28 세그먼트 3차원 회전 원운동만을 적용한 외부하중	39
그림 29 세그먼트 인양에 따른 진자운동 고유진동수 증가	40
그림 30 세그먼트의 진동	41
그림 31 크레인 케이블에 작용하는 장력의 증가	42
그림 32 보강형 끝단의 교축 / 교축직각방향 진동	42
그림 33 버페팅 해석시 고려하는 구조물의 진동	43
그림 34 해석에 사용한 정적 삼분력 계수	44
그림 35 Karman Spectrum	45
그림 36 변동풍속의 생성	46
그림 37 해석에 적용한 변동 풍하중(버페팅 하중)	47
그림 38 변동 풍하중으로 인한 교량과 세그먼트간 상호작용	47
그림 39 세그먼트의 궤적	48
그림 40 보강형 끝단의 변위(교축방향)	49
그림 41 보강형 끝단의 변위(연직방향)	50
그림 42 보강형 끝단의 변위(교축직각방향)	50

표 목차

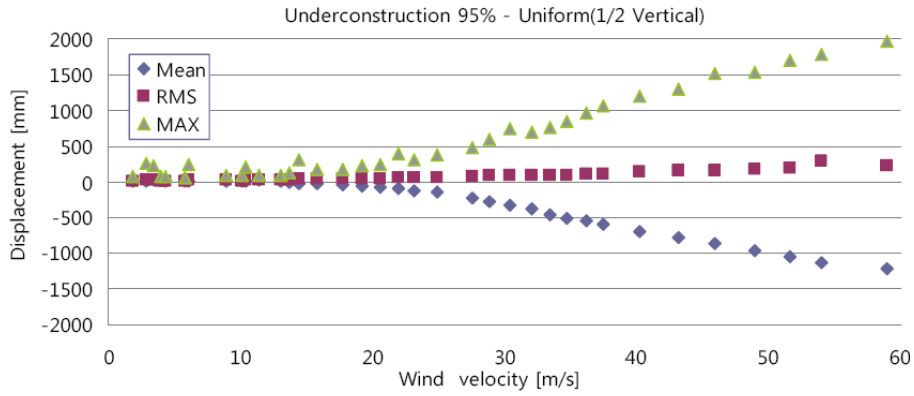
표 1 사장교의 시공단계에 따른 모드 변화	5
표 2 주경간 폐합직전 인천대교의 주요 모드	27
표 3 세그먼트 자중에 의한 변위	30
표 4 케이블 길이에 따른 구조계의 공진 발생 가능 Frequency	38
표 5 보강형에서의 난류 특성	45

1 서 론

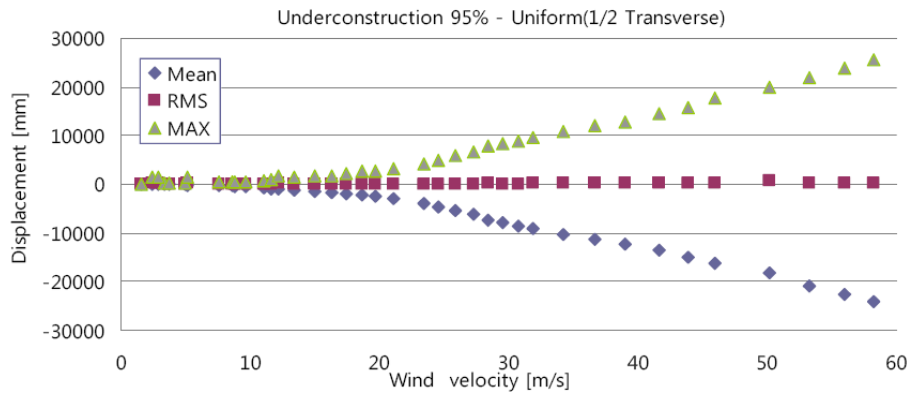
1.1 연구배경

폐합이 이루어지지 않은 시공중 사장교는 완성된 교량에 비해 전체 구조계가 불안정하여 정적 거동 외에 동적 거동이 구조물에 지배적으로 작용할 수 있고, 주로 해상에 위치하고 있어 풍하중에 대해 특히 취약한 거동을 보인다.

대우건설에서 실험한 거마대교 풍동실험 결과에 따르면, 내풍 케이블 등의 내풍 저감장치를 미설치한 시공중 폐합직전의 교량의 경우, 약 30m/s의 풍속에 대해 연직방향의 최대 변위가 50cm, 교축직각방향의 최대 변위는 10m에 이르는 것으로 나타났다.(그림 1)



(a) 연직방향 변위



(b) 교축직각방향 변위

그림 1 주경간 폐합직전 풍동실험 결과(거마대교)

특히 압출이나 외팔 공법으로 시공하므로 인해 상부구조가 캔틸레버 상태로 거동을 하게 되며, 이에 따라 상판 즉 보강형(Girder)은 수직방향이나 수평방향 등의 다양한 진동특성을 보이게 된다.(그림 2)

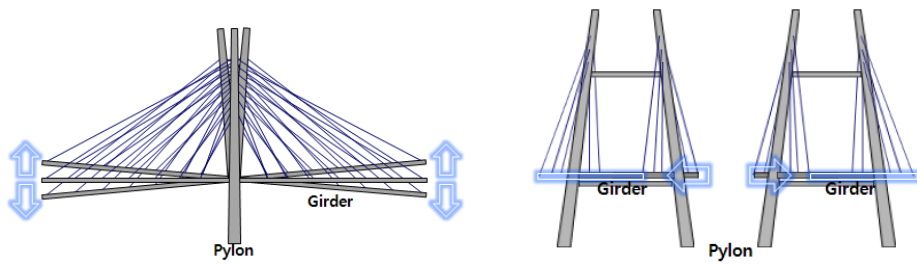


그림 2 시공중 사장교의 수직 / 수평 진동

이러한 구조적 불안정성을 지니고 있는 시공중 교량은 특히 풍하중에 대해 취약한 거동을 보이기 때문에 TMD(Tuned Mass Damper)나 Storm cable을 이용한 내풍 안정성 확보를 통해 작업 안정성 확보와 공기 단축 등 작업 효율성을 증진시키기 위한 연구나 시공기술 발전에 대한 노력이 이루어지고 있다.(그림 3)



그림 3 사장교 가설시 진자형 TMD를 이용한 내풍 안정화 공법(대우건설)

또한 기본적으로 지니고 있는 시공중 사장교의 진동문제 이외에도 시공시 사용하는 Free cantilever 공법에 의해 공사를 진행해 나갈 경우, 세그먼트 인양에 따른 추가적인 진동 문제가 발생할 수 있다.

FCM(Free Cantilever Method) 공법을 적용하여 데릭 크레인에 의한 세그먼트 인양 작업을 진행해 나가게 되는 경우, 상부공의 구조계는 Flexible structure인 사장교, 데릭 크레인의 인양케이블 그리고 세그먼트의 진자 시스템으로 구성된 일종의 Multibody system(다물체계)을 구성하게 된다.(그림 4)



그림 4 FCM 공법을 이용한 세그먼트 인양

이러한 복합적인 구조계를 이루는 시스템은 완성계에서는 볼 수 없던 추가적인 동적 거동을 보이게 된다. 즉, 세그먼트 인양시 사장교의 진동이 세그먼트의 진동에 영향을 주고, 반대로 세그먼트의 진동이 사장교의 진동에 영향을 줄 수 있는 교량과 세그먼트간 상호작용이 포함된 동적 거동을 보일 수 있다.

1.2 연구목적 및 내용

이러한 시공중 사장교의 거동과 관련하여 배형진(2008)의 연구가 이루어졌었다. 하지만 이는 교량의 수직진동에 초점을 두어 2차원으로 구조계를 단순화시켜 평면운동에 대한 거동에 중점을 두었다.

하지만 실제 국내 시공중 사장교의 동적 거동에 대한 조사한 결과(표 1), 저차 모드 특히 1차 모드에서 수직진동만이 아닌 수평진동(음영처리) 모드가 발생할 수 있다는 것을 확인하였다.

표 1 사장교의 시공단계에 따른 모드 변화

교량명	주경간장 (m)	시공단계	모드		
			1차(Hz)	2차(Hz)	3차(Hz)
인천대교	800	주경간 폐합전	0.1071	0.2522	0.2296
화양대교	500	측경간 폐합전	0.1347	0.2833	0.3140
		주경간 폐합전	0.1415	0.2913	0.3157
금빛대교	480	주경간 폐합전	0.2278	0.2374	0.2750
하의 신의교	290	측경간 폐합전	0.1495	0.1854	0.6333
		주경간 폐합전	0.3301	0.3531	0.6477
영광대교	210	측경간 폐합전	0.2019	0.2089	0.4146
		주경간 폐합전	0.3738	0.3944	0.5006

사장교의 거동에 지배적인 모드 형상은 각 교량 특성에 따라 혹은 같은 교량의 경우라도 시공단계에 따라 주요 모드 형상이 다를 수 있고, 저차 모드 중 특히 1차 모드에서 수평방향의 진동이 발생할 수 있기에 2차원 해석만으로 교량의 지배적인 동적 거동을 해석하기에는 불충분하여

3차원 동적 해석 모델이 필요하여 연구를 진행하게 되었다.

따라서 이 연구는 다양한 패턴의 동적 거동이 일어날 수 있는 시공중인 교량의 3차원 동적 거동에 초점을 두었다. 이를 위해 먼저 사장교-크레인-세그먼트로 구성되어 있는 구조계에 대해 3차원 진자운동과 교량의 동적 거동에 대한 수치해석 모델을 구성하고 이를 포함하는 3차원 운동방정식을 유도하는데 그 목적이 있다.

유도한 복합적인 시스템간의 운동방정식이 비선형 연계 방정식의 형태를 띠고 있기에 시간이력해석을 위한 수치해석 알고리즘을 사용하여 세그먼트 인양 및 3차원 진자운동에 따른 구조계의 상호적인 동적 효과를 분석하고자 한다.

2 세그먼트 인양을 고려한 3차원 수치해석 모델

2.1 사장교-크레인-세그먼트 시스템

Free Cantilever 공법을 통해 사장교 시공시, 일반적으로 불안정한 구조체인 교량 보강형(Girder)의 선단에 데릭 크레인을 설치하여 보강형의 소블럭(세그먼트) 인양을 통해 전체 사장교를 완성시켜 나가는 작업을 하게 된다. 이러한 과정에서 교량의 진동과 세그먼트 인양에 따른 추가적인 진동이 서로 복합적인 상호작용을 발생시키게 된다. 이러한 복잡한 구조계를 이루고 있는 시스템을 구현하기 위해 3차원 모델을 개발하게 되었다.

먼저 그림 5와 같은 시스템에서 교량의 자중에 의한 초기평형이 이루어진 상태에서 세그먼트의 진자운동이 발생하지 않는다면, 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{\Delta}\}+[C]\{\dot{\Delta}\}+[K]\{\Delta\}=F_{gravity,segment}+F_{wind} \quad (1)$$

중력에 의한 세그먼트의 자중과 풍하중에 의한 외부하중만이 존재하는 형태이다. 여기서 Δ 은 구조물 시스템의 모든 변위, $[M]$ 는 교량의 Global Mass Matrix, $[C]$ 는 교량의 Global Damping Matrix, $[K]$ 는 교량의 Global Stiffness Matrix를 의미한다.

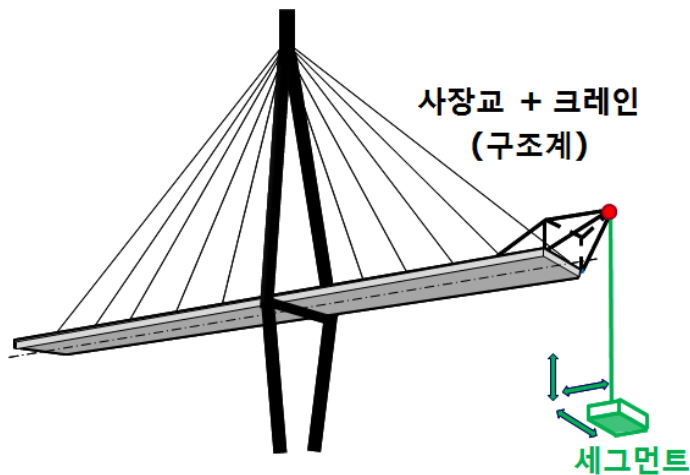


그림 5 사장교-크레인-세그먼트 시스템

하지만 세그먼트 인양에 따른 진자운동이 발생하고 있는 구조계 시스템에 대한 운동방정식 유도를 위해 그림 5와 같이 수치해석 모델을 구성하였다. 수치해석 모델은 크게 두 개의 시스템으로 구분되는데, 먼저 교량(사장교)과 크레인으로 연결된 구조물 시스템과 3차원 진자운동을 하는 인양되는 세그먼트 시스템으로 구분된다. 이 때, 크레인 끝단(tip)에서의 자유도가 구조물과 세그먼트에 서로 상호작용이 이루어지는 메커니즘으로 구성하였다.

운동방정식 유도를 위해 Lagrange Equation을 사용하여 유도하였다. 이는 각 시스템이 가지고 있는 에너지의 크기(스칼라)만을 고려하여 유도하기 때문에 복합적인 시스템에서 상호작용이 발생하는 힘(크레인 케이블 장력, Constraint force)에 대한 고려 없이도 비교적 간단하게 유도할 수 있는 장점이 있다.

이를 위해 각 시스템이 가지고 있는 에너지를 우선 정의하였다.

2.2 운동방정식의 구성(사장교-크레인)

교량(사장교)과 크레인으로 이루어진 구조물 시스템의 경우, 일반적인 프레임 모델의 구성을 위해 6자유도(Translation, Rotation displacement)로 설정하였다.

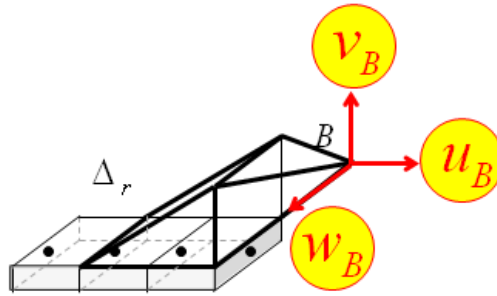


그림 6 사장교-크레인 시스템

Lagrange equation을 사용하기 위한 교량-크레인의 운동에너지는 식 (2)와 같다.

$$T_C = \frac{1}{2} \{\dot{\Delta}\}^T [M] \{\dot{\Delta}\} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta}_r \\ \dot{u}_B \\ \dot{v}_B \\ \dot{w}_B \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{rr} & M_{ru} & M_{rv} & M_{rw} \\ M_{ur} & m_{uu} & m_{uv} & m_{uw} \\ M_{vr} & m_{vu} & m_{vv} & m_{vw} \\ M_{wr} & m_{wu} & m_{wv} & m_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta}_r \\ \dot{u}_B \\ \dot{v}_B \\ \dot{w}_B \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 Δ 은 구조물 시스템의 모든 변위, Δ_r 은 크레인 끝단 변위 (u_B, v_B, w_B)를 제외한 구조물의 모든 변위, $[M]$ 은 교량의 Global mass matrix를 의미한다. 또한 위치에너지(식 (3))와 damping에 의한 소산 에

너지(식 (4))를 정의하였다.

$$U_C = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T [K] \{\Delta\} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \Delta_r \\ u_B \\ v_B \\ w_B \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{rr} & K_{ru} & K_{rv} & K_{rw} \\ K_{ur} & k_{uu} & k_{uv} & k_{uw} \\ K_{vr} & k_{vu} & k_{vv} & k_{vw} \\ K_{wr} & k_{wu} & k_{wv} & k_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_r \\ u_B \\ v_B \\ w_B \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$F_C = \frac{1}{2} \{\dot{\Delta}\}^T [C] \{\dot{\Delta}\} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta}_r \\ \dot{u}_B \\ \dot{v}_B \\ \dot{w}_B \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_{rr} & C_{ru} & C_{rv} & C_{rw} \\ C_{ur} & c_{uu} & c_{uv} & c_{uw} \\ C_{vr} & c_{vu} & c_{vv} & c_{vw} \\ C_{wr} & c_{wu} & c_{wv} & c_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta}_r \\ \dot{u}_B \\ \dot{v}_B \\ \dot{w}_B \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서 [C]은 구조계의 Global damping matrix, [K]는 구조계의 Global stiffness matrix를 의미한다. 위의 에너지에서 u_B, v_B, w_B 의 항을 따로 분리시킨 이유는 뒤에서 전개할 세그먼트와의 상호작용이 발생하는 자유도를 확인하기 위해서이다.

2.3 운동방정식의 구성(세그먼트)

3차원 세그먼트 진자 운동의 경우 그림 7과 같이 연직축으로부터 좌우로 swing 운동을 하는 planar motion과 연직축을 기준으로 원운동하는 spherical motion이 복합적으로 이루어지는 운동을 한다.

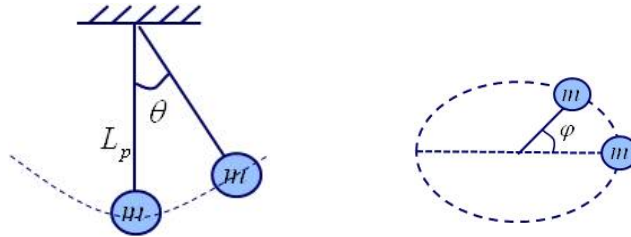


그림 7 세그먼트의 3차원 진자운동

따라서 위와 같이 Out-of-plane motion(면외방향 운동)에 대해 세그먼트 진자의 3차원 운동을 표현하고, 세그먼트 운동방정식을 구성하기 위해 그림 8과 같이 자유도를 설정하였다.

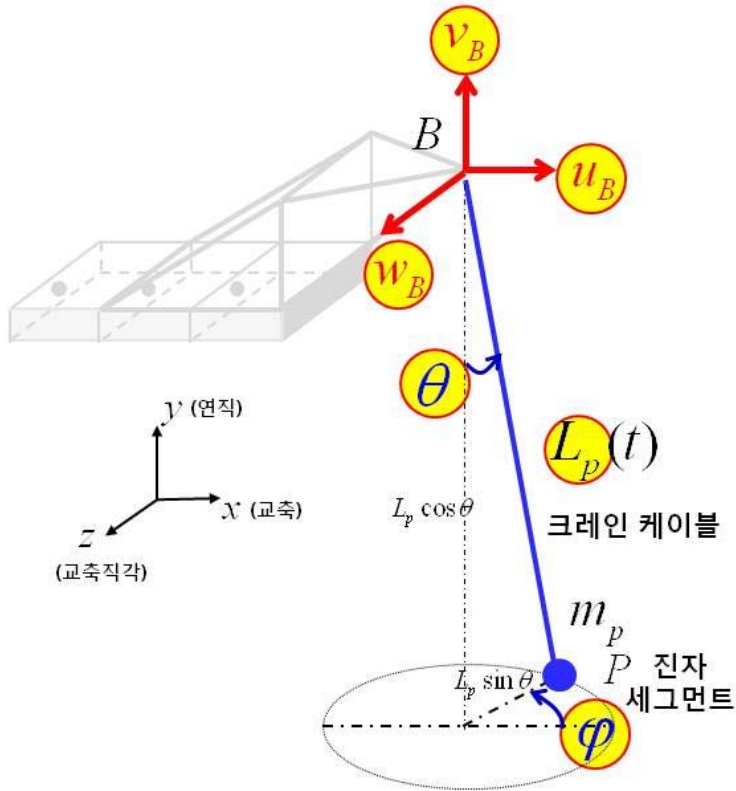


그림 8 3차원 세그먼트 진자 개략도

여기서 m_p 는 세그먼트의 질량, L_p 는 데릭 크레인 케이블 길이, θ 는 진자운동의 planar angle, φ 는 spherical angle을 의미한다. 음영처리한 부분이 시간에 따라 변하는 변수이다. 세그먼트 진자의 수직방향으로의 운동은 크게 고려하지 않았는데, 이는 세그먼트의 질량이 크고 크레인 케이블 길이를 시공하는 도중에 시공자가 조절할 수 있어 평균적으로 등속으로 인양하기에 연직방향으로는 크게 변하지 않는다고 가정하여 고려하지 않았다.

운동방정식의 구성을 위해 세그먼트의 위치벡터를 각 x, y, z축으로

변화시킨 Cartesian coordinate로 설정하였다.

$$r_p = \begin{cases} u_B + L_p \sin \theta \cos \varphi \\ v_B - L_p \cos \theta \\ w_B - L_p \sin \theta \sin \varphi \end{cases} \quad (5)$$

이는 그림 8에서 정의한 θ 와 φ 의 변수로 시간에 따른 세그먼트의 위치를 표현한 것이다. 이를 식 (6)을 이용하여 속도 벡터를 구성하였다.

$$v_p = \dot{r}_p = \frac{\partial r_p}{\partial t} = \begin{cases} \dot{u}_B + \dot{L}_p \sin \theta \cos \varphi + L_p \cos \theta \cos \varphi \dot{\theta} - L_p \sin \theta \sin \varphi \dot{\varphi} \\ \dot{v}_B - \dot{L}_p \cos \theta + L_p \sin \theta \dot{\theta} \\ \dot{w}_B - \dot{L}_p \sin \theta \sin \varphi - L_p \cos \theta \sin \varphi \dot{\theta} - L_p \sin \theta \cos \varphi \dot{\varphi} \end{cases} \quad (6)$$

위에서 정의한 속도 벡터를 이용하여 세그먼트의 운동 에너지(식 (7))와 위치 에너지(식 (8))를 아래와 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{1}{2} m_p \dot{r}_p \cdot \dot{r}_p \\ &= \frac{1}{2} m_p [(\dot{u}_B)^2 + (\dot{v}_B)^2 + (\dot{w}_B)^2 + (\dot{L}_p)^2 + L_p^2 (\dot{\theta})^2 + L_p^2 \sin^2 \theta (\dot{\varphi})^2 \\ &\quad + 2 \dot{L}_p \sin \theta \cos \varphi \dot{u}_B + 2 L_p \cos \theta \cos \varphi \dot{\theta} \dot{u}_B - 2 L_p \sin \theta \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{u}_B \\ &\quad - 2 \dot{L}_p \cos \theta \dot{v}_B + 2 L_p \sin \theta \dot{\theta} \dot{v}_B \\ &\quad - 2 \dot{L}_p \sin \theta \sin \varphi \dot{w}_B - 2 L_p \cos \theta \sin \varphi \dot{\theta} \dot{w}_B - 2 L_p \sin \theta \cos \varphi \dot{\varphi} \dot{w}_B] \end{aligned} \quad (7)$$

$$U_p = m_p g (v_B - L_p \cos \theta) \quad (8)$$

2.4 상호작용이 고려된 운동방정식

앞에서 정의한 사장교-크레인으로 구성된 구조계(Structure system)의 에너지와 세그먼트 진자계(Pendulum system)의 에너지를 합한 전체 시스템에 대한 에너지는 식 (9)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} T &= T_s + T_p \\ U &= U_s + U_p \\ F &= F_s \end{aligned} \quad (9)$$

운동방정식의 유도를 위해 Lagrange equation을 사용하였다. 보존계(Conservative system)에서 Lagrange equation을 사용한 운동방정식 유도 과정은 운동에너지(T)와 위치에너지(U)의 차이인 Lagrange function(식 (10))을 고려하여 Lagrange equation(식 (11))을 사용한다.

$$L = T - U \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial L}{\partial q_r} = 0 \quad (11)$$

하지만 본 연구에서 다루고 있는 구조물의 경우, 댐핑에 의한 소산에너지와 외부하중이 적용하는 비보존계(Non-conservative system)의 문제를 풀기 위하여 식 (12)의 Lagrange equation에 대입하여 운동방정식을 유도한다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial L}{\partial q_r} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_r} = Q \quad (12)$$

이 때 q_r 은 앞에서 정의한 변수인 $u_B, v_B, w_B, \theta, \varphi$ 를 의미하고, Q 는 외부하중(External force)에 해당된다.

최종적으로 계산한 결과를 해석을 위하여 진자운동의 평면운동각(planar angle) θ 가 매우 작다는 가정($\sin\theta \approx \theta, \cos\theta \approx 1$)을 적용하여 최종 운동방정식은 식 (13), (14)과 같이 전개하였다.

$$\begin{aligned} & \left([M] + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_p \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta r} \\ \ddot{u}_B \\ \ddot{v}_B \\ \ddot{w}_B \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{\Delta r} \\ \dot{u}_B \\ \dot{v}_B \\ \dot{w}_B \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} \Delta r \\ u_B \\ v_B \\ w_B \end{Bmatrix} = \\ & = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_p g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ m_p L_p [-\cos\varphi \ddot{\theta} + \theta \cos\varphi (\dot{\theta})^2 + 2\sin\varphi \dot{\theta} \dot{\varphi} + \theta \sin\varphi \ddot{\varphi} + \theta \cos\varphi (\dot{\varphi})^2] \\ -m_p L_p (\theta \ddot{\theta} + (\dot{\theta})^2) \\ m_p L_p [\sin\varphi \ddot{\theta} - \theta \sin\varphi (\dot{\theta})^2 + 2\cos\varphi \dot{\theta} \dot{\varphi} + \theta \cos\varphi \ddot{\varphi} - \theta \sin\varphi (\dot{\varphi})^2] \end{Bmatrix} + \quad (13) \\ & + \begin{Bmatrix} 0 \\ m_p \dot{L}_p [-2\cos\varphi \dot{\theta} + 2\theta \sin\varphi \dot{\varphi}] + m_p \ddot{L}_p [-\theta \cos\varphi] \\ -m_p \dot{L}_p (2\theta \dot{\theta}) + m_p \ddot{L}_p \\ m_p \dot{L}_p [2\sin\varphi \dot{\theta} + 2\theta \cos\varphi \dot{\varphi}] + m_p \ddot{L}_p [\theta \sin\varphi] \end{Bmatrix} + F_{wind} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & L_p \ddot{\theta} + 2\dot{L}_p \dot{\theta} - L_p \theta (\dot{\varphi})^2 + \cos\varphi \ddot{u}_B + \theta \ddot{v}_B - \sin\varphi \ddot{w}_B + g\theta = 0 \\ & L_p \theta \ddot{\varphi} + 2\dot{L}_p \dot{\theta} \dot{\varphi} + 2L_p \dot{\theta} \dot{\varphi} - \sin\varphi \ddot{u}_B - \cos\varphi \ddot{w}_B = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)는 데릭 크레인과 사장교를 포함하는 구조계에 대한 M, C, K 운동방정식을 의미하고, 식 (14)은 세그먼트 시스템의 3차원 진자운동에 관한 운동방정식이다.

먼저 식 (13)를 살펴보면, 구조계의 Mass matrix에 소블릭인 세그먼트의 질량(m_p)이 크레인 끝단(tip)의 자유도(가속도)에 추가되어 구조계와 세그먼트계의 진자운동이 연계된 운동방정식임을 알 수 있다.

또한 식 (13)의 하중 항에 해당하는 부분에서 첫 번째 항은 세그먼트의 자중으로 인한 하중이며, 두 번째 항은 세그먼트 진자운동의 Out-of-plane motion을 표현하기 위한 자유도 θ 와 φ 에 의한 하중, 세 번째 항은 세그먼트의 인양(\ddot{L}_p, \dot{L}_p)에 따라 발생하는 하중임을 알 수 있다. 마지막 항은 풍하중에 해당하는 하중이다. 두 번째 세 번째 하중이 구조계의 전체 하중에 영향을 끼치는 점을 볼 때, 크레인 인양에 따른 세그먼트의 운동 특성 변화가 고려된 시변(Time-varying)운동 방정식이라 할 수 있겠다.

마지막으로 식 (13)와 (14)을 살펴보면, 두 식이 크레인 끝단(tip)의 자유도(u_B, v_B, w_B)가 서로 2차 미분항으로 연계되어 있는 Nonlinear Coupled Equation이라 할 수 있겠다. 전체적으로 식 (13)와 (14)은 계속해서 상호관계에 놓여있어 서로 영향을 미치고 세그먼트 인양에 따라 운동 특성이 변화는 복잡한 운동방정식이라 할 수 있겠다. 따라서 복잡하게 연관되어 있는 시스템 간의 운동방정식의 시간이력해석을 위해 반복 계산을 바탕으로 한 Iterative Newmark Method를 사용하여 해석을 수행하였다.

2.5 Nonlinear Coupled Equation의 풀이

유도한 운동방정식(식 (13), (14))을 간단하게 수식화하면 아래의 식 (15), (16)으로 표현할 수 있다. 이는 네모로 표시한 2차항이 서로 coupled된 비선형 방정식으로 식 (16)는 식 (15)를 풀기 위한 일종의 구속 조건이 되는 형태이다. 이를 정해로 풀기는 어렵기 때문에 수치해석 알고리즘을 사용하여 해를 구하였다.

$$[M]\{\ddot{\Delta}\} + [C]\{\dot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = f(m_p, L_p, \dot{L}_p, \ddot{L}_p, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) \quad (15)$$

$$f(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, L_p, \dot{L}_p, \ddot{u}_B, \ddot{v}_B, \ddot{w}_B) = 0 \quad (16)$$

개략적으로 설명하면, 시간간격을 짧게 하여 특정시간 단계 t_{i+1} 에서의 해를 전 단계시간 t_i 에서 반복계산을 통해 수립된 해를 반복 계산하는 수치해석 방법을 사용하였다. 특히 식 (15)에 관한 운동방정식은 일반적으로 동적 운동방정식을 풀기 위해 해의 안정성을 보장하는 선형 Newmark방법을 사용하였고, 식 (16)인 세그먼트 진자 운동방정식을 풀기 위해서는 고차항의 전개가 필요하지 않은 Runge-Kutta 방법을 사용하였다. 이에 대한 시간이력해석 알고리즘은 그림 9에 도식화하였다.

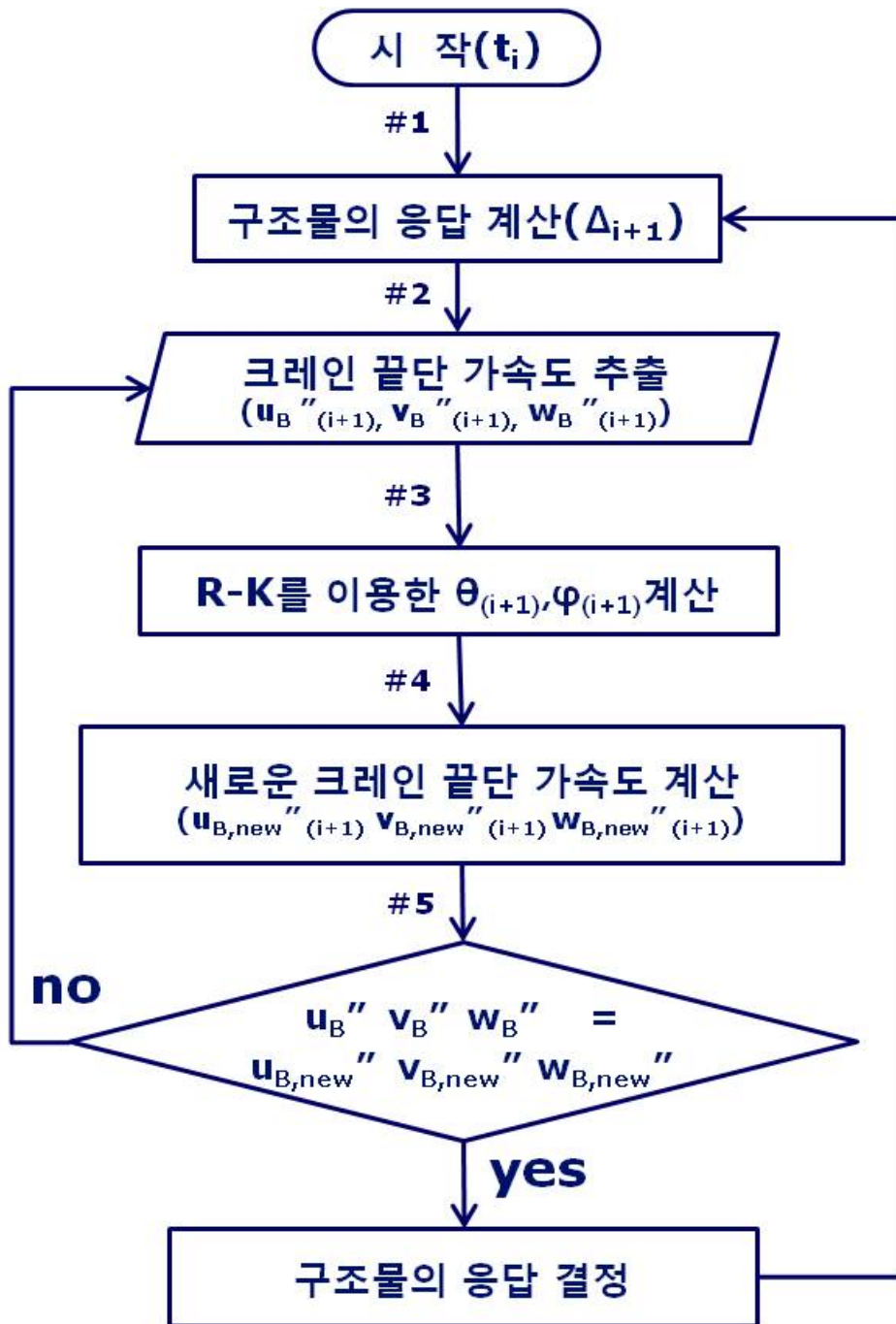


그림 9 Nonlinear Coupled Equation의 시간이력해석 알고리즘

위의 알고리즘 순서에 대한 요약을 하면 다음과 같다.

Step #1 : 식 (15)에서 θ , φ 를 무시한 채 Newmark method를 이용하여 시스템 전체의 변위 Δ_{i+1} 를 구한다.

Step #2 : Step #1에서 t_{i+1} 에서의 Δ_{i+1} 에서 크레인 끝단의 가속도 $u_{B_{i+1}}^{\ddot{\quad}}, v_{B_{i+1}}^{\ddot{\quad}}, w_{B_{i+1}}^{\ddot{\quad}}$ 를 추출한다.

Step #3 : 추출한 크레인 끝단의 가속도를 식 (16)에 대입하여 Runge-Kutta법을 이용하여 t_{i+1} 에서의 θ_{i+1} 과 φ_{i+1} 를 계산한다.

Step #4 : 위에서 구한 θ_{i+1} 과 φ_{i+1} 를 식 (15)의 하중 항에 대입하여 Newmark method를 이용하여 새로운 시스템 전체 변위 $\Delta_{\text{new}, i+1}$ 를 구하고, 다시 계산한 새로운 크레인 끝단의 가속도 $u_{B_{i+1}}^{\ddot{\quad}}, v_{B_{i+1}}^{\ddot{\quad}}, w_{B_{i+1}}^{\ddot{\quad}}$ 를 추출한다.

Step #5 : 새로 구한 크레인 끝단 가속도와 Step #2에서 계산한 크레인 끝단 가속도의 convergence를 체크한다.

2.6 세그먼트 인양에 따른 진자운동

세그먼트 인양에 따른 진자운동의 효과를 확인하고자 그림 10과 같이 단순화시켜 2차원 진자운동에 대해 확인하였다.

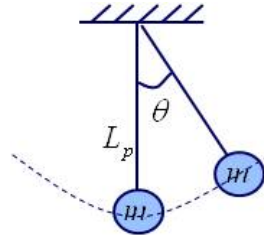


그림 10 단순 2차원 진자운동

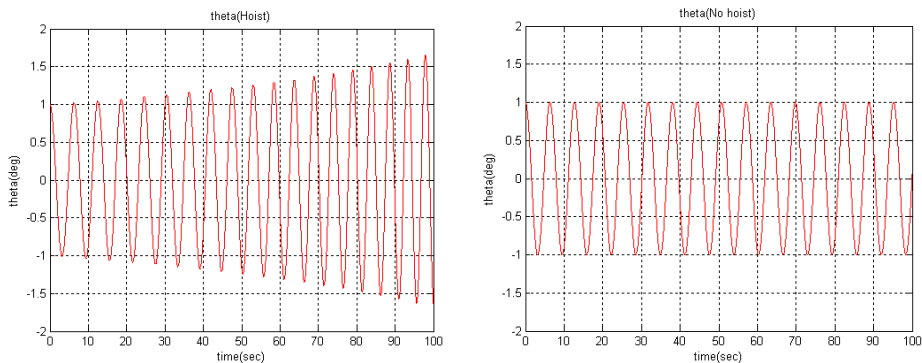
유도한 3차원 진자 운동방정식(식 (14))은 Flexible structure인 구조계(교량-크레인)의 자유도가 추가되어 있기 때문에 우선, 구조계를 Rigid structure로 가정하여 크레인 끝단을 고정시켜 크레인 끝단 자유도에 관한 항을 제거하였다. 그리고 2차원 진자운동으로 표현하기 위해 진자의 원운동에 대한 자유도인 φ 를 제거하여 단순 2차원 진자운동에 대해 아래의 식 (17)과 같이 표현할 수 있다. 인양에 따른 효과를 비교하고자 인양에 관한 항을 제거하여 진자운동에 대해 식 (18)과 같이 표현하였다.

$$L_p \ddot{\theta} + 2\dot{L}_p \dot{\theta} + g\theta = 0 \quad (17)$$

$$L_p \ddot{\theta} + g\theta = 0 \quad (18)$$

위와 같은 2차원 진자운동에 대해서는 Newton 법칙을 통해 바로 유도할 수 있다. 세그먼트 진자의 인양이 고려된 운동방정식(식 (17))은 케이블 길이가 고정된 운동방정식(식 (18))과 비교할 때 케이블 길이 변화에 따른 $2L_p\dot{\theta}$ 항이 운동방정식 항에 추가됨을 확인할 수 있다. 결과적으로 이 연구에서 다루는 시공중 사장교의 경우, 소블럭인 세그먼트를 인양함에 따라 크레인 케이블 길이가 짧아지게 되어 시간에 따라 진자운동 각(θ)이 증가하게 되는 효과를 나타낸다.

인양에 따른 진자운동 각의 변화를 확인하고자 먼저 진자를 운동시키기 위해 진자운동 각을 1° 의 초기 조건으로 설정하고, 케이블 길이 10m인 진자를 0.05m/sec의 인양속도로 인양한 경우(그림 11(a))와 인양하지 않아 케이블 길이가 10m로 일정한 경우(그림 11(b))에 대해 그 결과를 나타내었다.



(a) 케이블 길이 변화(인양)

(b) 케이블 길이 고정(10m)

그림 11 인양에 따른 진자운동 각(θ)의 변화

위의 그림 11(b)의 그래프는 인양이 없는 상태에서 초기 진자운동 각만을 준 상태에 따른 결과이다. 단순 진자의 경우, 위치에너지와 운동에

너지의 보존에 따라 초기 진자 운동각이 1° 인 상태에서 위치에너지와 운동에너지의 변환에 의해 진자의 swing motion이 발생하게 된다. 하지만 그림 11(a)의 경우, 크레인 케이블 길이가 짧아짐에 따라 식 (17)의 $2L_p\dot{\theta}$ 항에 의해 오히려 세그먼트의 진자 운동각(swing angle, θ)이 증가함을 확인할 수 있다.

위와 같이 기본적으로 세그먼트의 인양에 따라 진자 운동각이 증가하는 시스템인 시공중 교량에 대해 본 연구 목표인 3차원 동적 거동을 해석하기 위해 앞서 제시한 3차원 운동방정식과 비선형 시간이력해석 알고리즘을 1차 모드가 수평 진동인 실험교량 모델에 적용하여 분석을 수행하였다.

3 시공중 사장교의 해석 예제

3.1 시공중 사장교 적용 모델 : 인천대교

2장에서 제시한 외부하중(풍하중)을 받는 3차원 운동방정식과 시간이력해석 알고리즘에 대한 수치예제를 최종 Key segment 연결만을 앞둔 사장교가 구조적으로 가장 불안정하다고 판단하여 주경간 폐합 직전의 국내 최장 사장교인 인천대교로 설정하였다.



그림 12 최종 Key segment 연결 전 인천대교 시공 현장

주경간 폐합직전의 인천대교 모델의 경우, 주탑부와 측경간의 2개의 교각을 포함하여 최종 key segment를 제외한 393.85m의 주경간을 갖는 모델로 설정하였다.

전체 사장교 모델은 총 절점 469개, Beam요소 483개, 104개의 케이블에 대해 Truss 요소로 모델링 하였고, 지점조건의 경우 주탑부와 2개의 교각부, 3개의 기초(Foundation)에 대해 Fixed 조건으로 구속조건을 설정하였다.(그림 13)

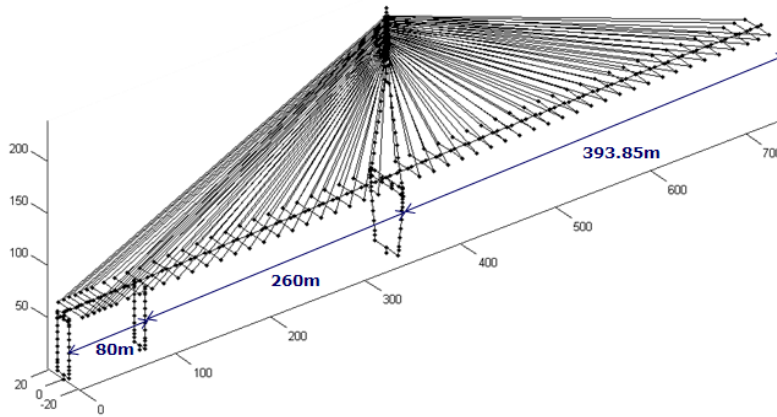


그림 13 시공중 인천대교 3차원 해석 모델

3차원 모델링을 위해 각 자유도에서 각 축방향의 3개의 Translation 변위와 3개의 Rotation 변위를 갖는 6자유도로 설정하였다.(그림 14)

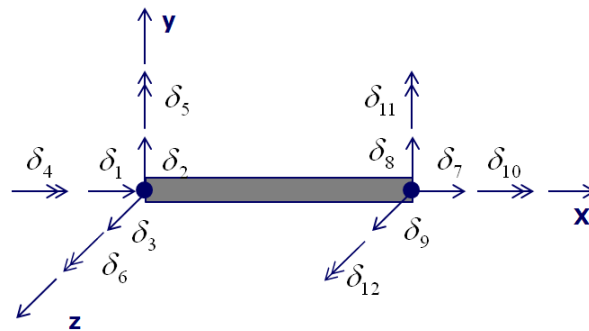


그림 14 Nodal coordinate에서의 Force와 Displacement

여기서 A 는 부재의 단면적(m^2), L 은 부재의 길이(m), I 는 각 축에 대한 단면 2차 모멘트(m^4), ν 는 포아송 비, ρ 는 부재의 밀도(t/m^3)를 의미한다.

교량 구조부재의 감쇠의 경우, 케이블강교량설계지침(안)이 제시하는 감쇠비 2%를 전 모드에 대해 일정하게 사용하였다. 직접적분법을 위하여 Rayleigh 감쇠를 가정하였다.(식 21)

$$[C] = a_0[M] + a_1[K] \quad (21)$$

여기서 Rayleigh 감쇠 방정식의 계수는 아래와 같다.

$$a_0 = \zeta \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad a_1 = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (22)$$

위의 조건으로 구조물의 강성행렬과 질량행렬을 설정하고 식 (21)을 사용하여 모드 해석을 실시하였다. 여기서 행렬 Φ 는 해당 차수의 고유 모드, Ω 는 구조물의 해당 차수의 ω_n^2 에 관한 스펙트럼 행렬이다.

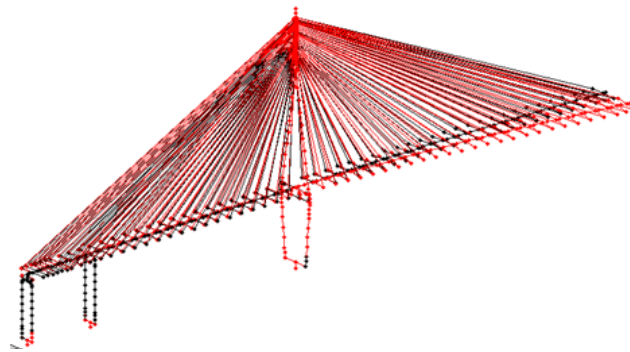
$$K\Phi = M\Phi\Omega^2 \quad (23)$$

위의 모드 해석을 실시하여 주요 차수에 해당하는 고유 진동수와 고유 주기를 표로 정리하였다.

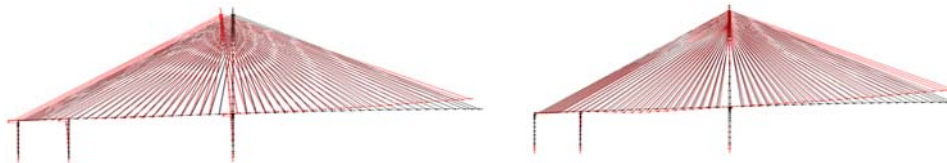
표 2 주경간 폐합직전 인천대교의 주요 모드

모드 (mode)	Frequency (Hz)	ω_n (rad/sec)	Period (sec)	모드형상 (보강형)
1차	0.1060	0.6660	9.4339	수평모드
2차	0.2198	1.3812	4.5489	수직모드
3차	0.2627	1.6507	3.8063	수직모드

위의 해당 모드에 대해 고유진동형상은 그림 15와 같다.



(a) 1차 모드(보강형의 교축직각방향 진동)



(b) 2차 모드(보강형의 연직방향 진동) (c) 3차 모드(보강형의 연직방향 진동)

그림 15 주경간 폐합전 인천대교 고유진동 형상

모드 해석 결과 1차 모드는 보강형의 교축직각방향으로의 수평모드, 2차, 3차 모드는 보강형의 연직방향으로의 수직모드임을 확인하였다. 따라서 보강형의 수평진동이 가장 지배적으로 연구 목표인 3차원 진자운동에 의한 교량의 상호작용 확인에 적합한 교량 모델이라 할 수 있겠다.

3.2 데릭 크레인 / 세그먼트 인양 조건

크레인해석에 사용된 데릭 크레인 모델과 세그먼트의 경우, 인천대교 구조계산서를 기반으로 최종 Key segment(m_p)의 무게는 1989.6kN으로 약 200ton의 질량을 갖는 세그먼트로 설정하였다. 데릭 크레인 모델은 Truss 요소로 7개의 절점과 11개의 요소로 구성하였다.(그림 16)

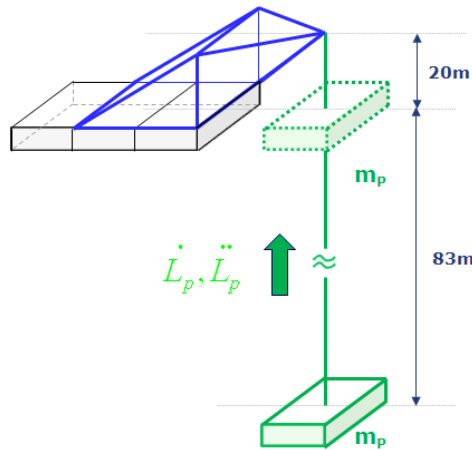
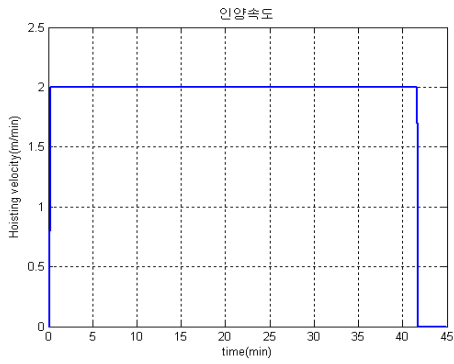
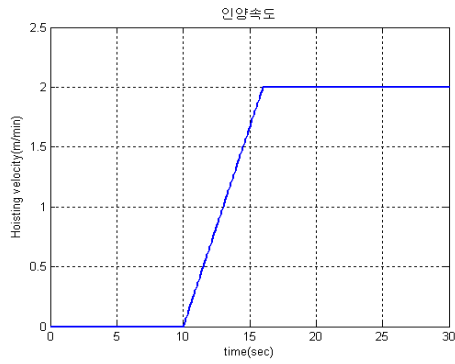


그림 16 데릭 크레인과 세그먼트

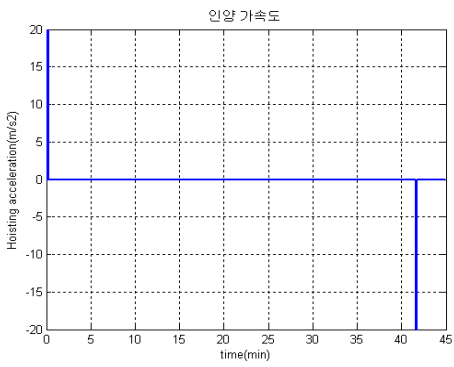
전체 데릭 크레인 케이블은 103m로 보강형(girder)의 높이(83m)까지 인양하여 인양작업 종료시 데릭 크레인 높이에 해당하는 약 20m까지 인양하는 조건으로 설정하였다. 데릭 크레인의 세그먼트 인양작업은 평균 2m/min의 속도로 최대 20m/min²의 가속도로 설정하여 약 43분간의 인양작업이 이루어지도록 설정하였다. 이는 인양 초기와 인양 종료시점에서 등가속도 구간(그림 17(b))을 설정하여 세그먼트 인양에 의한 순간적인 Impact load를 재하하는 것을 방지하여 실제 현장에서의 작업 환경 모사와 해(solution)의 안정적인 수렴을 위함이다.



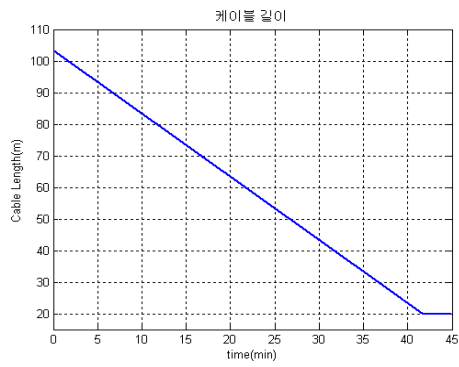
(a) 인양 속도



(b) 인양 속도(인양초기)



(c) 인양 가속도



(d) 시간에 따른 케이블 길이변화

그림 17 세그먼트의 인양조건

3.3 세그먼트 자중에 의한 하중

위의 조건으로 세그먼트 인양에 따른 시공중 사장교에 대한 3차원 시간이력 해석을 수행하였는데, 이에 앞서 우선 식 (13)의 세그먼트의 자중으로 정적 하중(Static load, $m_p g$)에 대해 해석하였다. 이는 그림 18과 같이 세그먼트의 진자운동이나 인양에 따른 추가적인 동적 하중(Dynamic load)이 발생하기 전 초기 응답에 영향을 주기에 초기 처짐량을 미리 계산하였다.

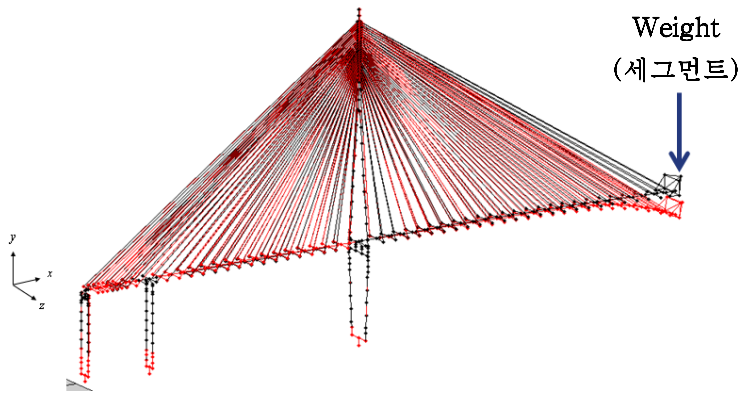


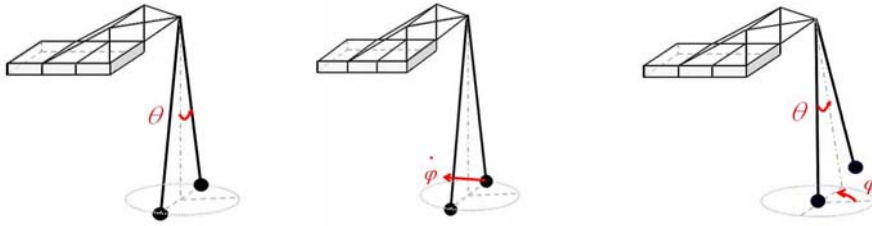
그림 18 세그먼트 자중에 의한 처짐 형상

표 3 세그먼트 자중에 의한 변위

축방향	주탑 최상단 변위(cm)	보강형 끝단 변위(m)
교축(x)	0.07413	0.0031
연직(y)	-0.00095	-0.8249
교축직각(z)	0	0

3.4 세그먼트의 3차원 거동

시공중 사장교의 3차원 거동을 분석하고자 먼저 세그먼트 진자의 거동을 그림 19와 같이 크게 3가지의 거동으로 분석하였다.



(a) Out-of-plane 진자운동 (b) 진자의 회전 원운동 (c) 복합 거동($\theta+\varphi$)
그림 19 세그먼트의 3차원 거동

먼저 2차원 동적 해석 모델로는 해석 불가능한 진자의 교축직각방향으로 Sway motion을 하는 Out-of-plane 진자운동, 두 번째로 진자의 회전원운동에 의한 Spherical 운동, 마지막으로 진자운동의 자유도인 θ 와 φ 가 동시에 고려된 복합거동으로 분류하였다. 뒤에서 위와 같이 3가지 세그먼트 거동을 분석하여 본 연구 목표인 세그먼트 시공중 교량과 세그먼트 인양에 따른 상호작용 효과를 분석하고자 한다.

4 교량과 세그먼트 상호작용 확인을 위한 3차원 동적 해석 예제

4.1 교량과 세그먼트 사이의 상호작용

본 논문의 연구목표는 시공중 교량에 대해 세그먼트 인양작업에 따른 추가적인 동적 하중이 작용하여 구조계(사장교-크레인)와 세그먼트 진자 운동계 간의 상호작용이 포함된 동적 거동을 분석하는데 있다.

구조계와 세그먼트 사이의 상호작용을 확인하고자 앞으로 3가지의 해석 예제를 통해 그 효과를 보고자 한다. 우선 첫 번째로 교량의 공진이 발생하는 하중을 적용하여 세그먼트의 인양작업으로 인해 세그먼트 거동에 어떠한 영향을 끼치는지 확인하고, 두 번째로 세그먼트의 진동이 교량의 진동에는 어떠한 영향을 끼치는지 확인하였다. 마지막으로 구조계에 바람의 변동 풍속(Turbulence velocity)을 적용하여 교량과 세그먼트의 상호작용으로 인한 동적 거동을 분석하였다. 자세한 내용은 다음에 설명하겠다.

4.2 교량 진동으로 인한 상호작용

이번 예제에서 확인할 내용은 교량의 공진현상이 세그먼트 거동에 어떠한 영향을 끼치는지를 확인하고자 한다.

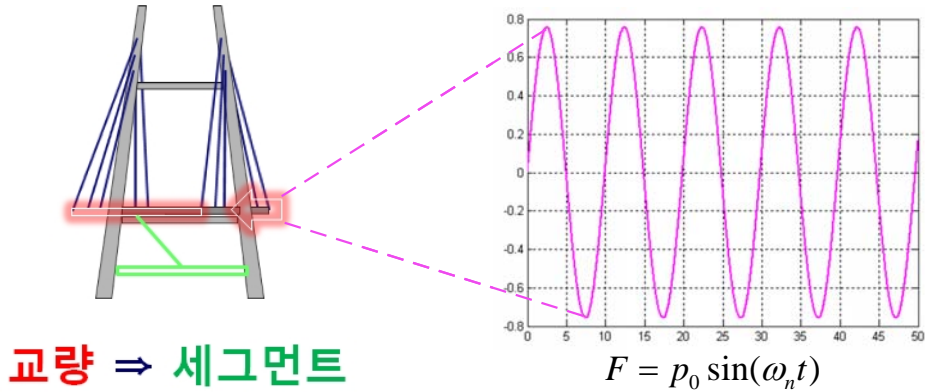


그림 20 교량 진동으로 인한 상호작용

따라서 구조계에 가해지는 외부 하중은 교량의 고유진동수(Natural frequency)를 갖는 Harmonic excitation을 보강형(Girder)에만 적용하였다.

$$F = \frac{1}{2} \rho V^2 B \sin(\omega_n t) \quad (24)$$

여기서 ρ 는 공기의 밀도(1.2kg/m^3), V 는 평균 풍속(12m/s), B 는 보강형(Girder) 단면의 폭(33.4m), ω_n 은 교량의 1차 고유진동수 의미한다. 위와 같이 설정한 이유는 본 연구에서 다루고 있는 교량의 동적 응답의 경

우, 구조물의 파괴에 대한 안정성 측면을 다루고 있는 것이 아니라 교량 작업을 진행해 나가면서 시공성 등의 사용성 측면을 다루고 있기에 현장에서 작업 제한하는 풍속을 기본 평균 풍속으로 설정하였다. 이는 추후 변동 풍하중(Buffeting force)에서 다시 설명하도록 하겠다.

교량의 진동으로 인한 교량과 세그먼트 사이의 상호작용을 확인하고 3차원으로 해석모델을 확장하면서 2차원 해석모델에서 표현하지 못하는 세그먼트의 교축직각방향 Sway motion에 대해 해석하였다. 먼저 그림 21과 같이 교량의 교축직각방향으로만 외부하중을 가해 세그먼트가 교축 직각방향으로 진동하도록 설정하였다.

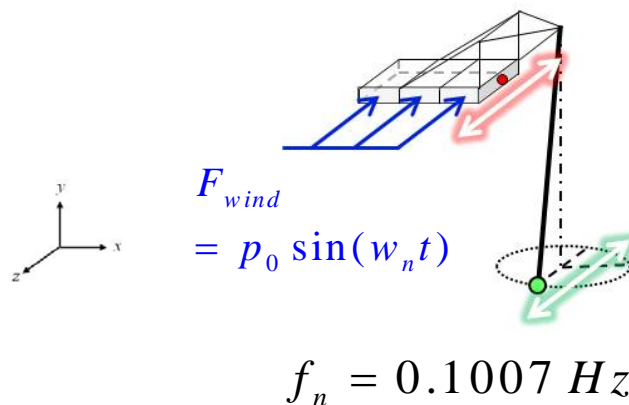
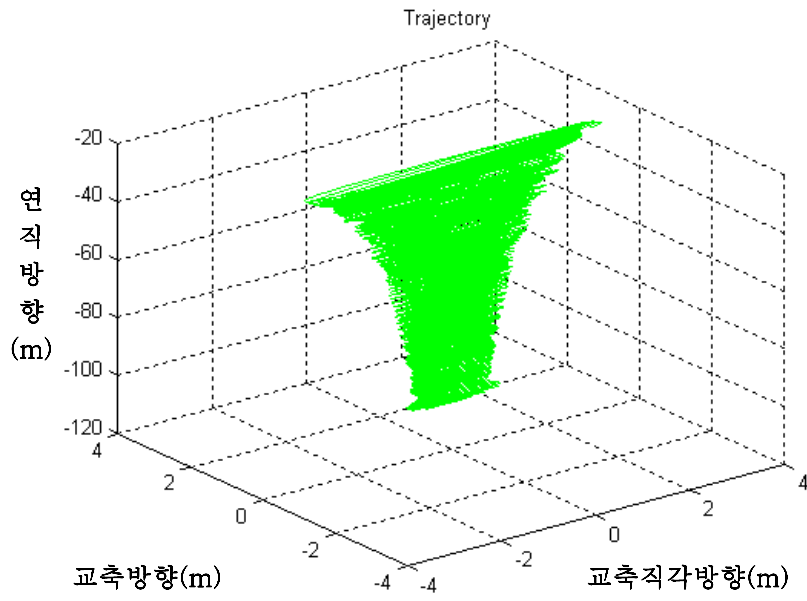
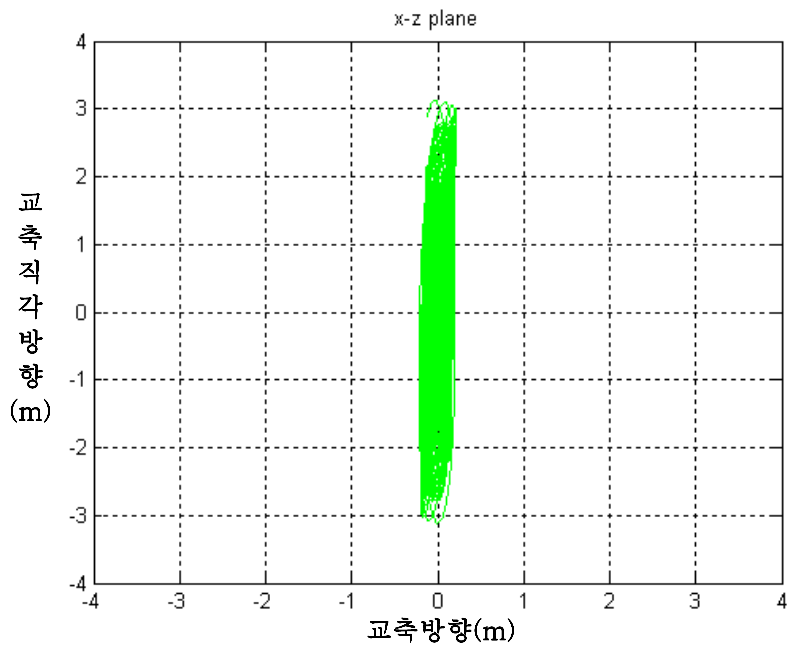


그림 21 구조계에 작용하는 하중

세그먼트의 경우, 세그먼트의 인양에 따라 교축직각방향으로 진폭의 증가가 발생하며 인양됨을 확인하였다.(그림 22, 23)



(a) 세그먼트의 3차원 궤적



(b) 세그먼트의 궤적(평면도)

그림 22 세그먼트의 궤적

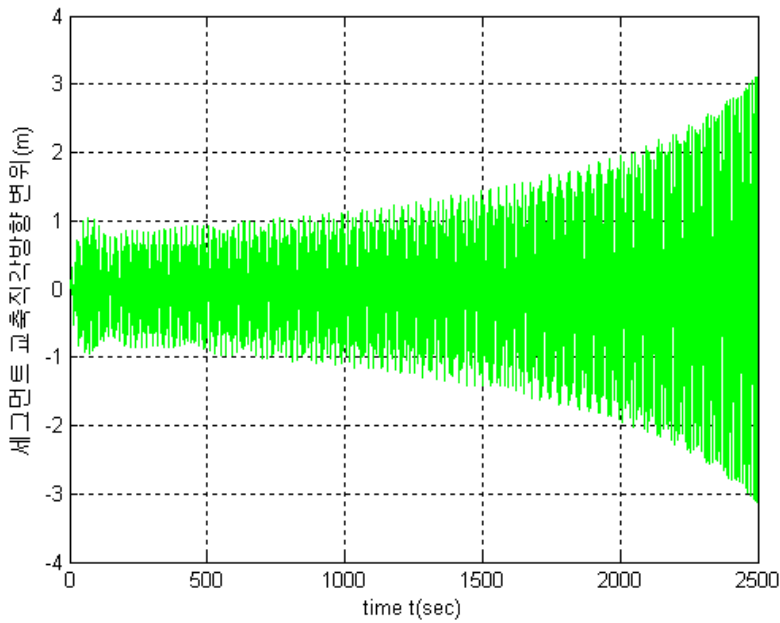


그림 23 세그먼트의 진동(교축직각방향 변위)

교량 진동의 경우, 보강형(Girder) 끝단에서 세그먼트 인양에 따라 교축방향이나 연직방향으로는 인양초기에 순간적으로 진폭이 증가한 후, 인양에 따라 계속적으로 진폭의 증가가 발생한다. 하지만, 하중이 작용하는 교축직각방향으로는 진폭이 크게 감소함을 확인하였다.(그림 26)

이는 세그먼트의 진자운동이 TMD(Tuned mass damper) 효과를 발생시켜, 인양시 세그먼트의 진폭이 증가하지만 세그먼트가 교량의 에너지를 흡수하여 교량의 진동 감소 효과가 발생한 것이다. 질량비 분석 결과, 세그먼트의 질량(m_p)이 교량의 1차 모드에 기여하는 질량비가 8.9%로 세그먼트의 질량이 1차 모드 응답에 큰 비중을 차지하기 때문에 응답(변위)이 감소하는 것을 확인하였다.

$$\frac{m_p}{\phi_1^T M \phi_1} = 8.9\% \quad (25)$$

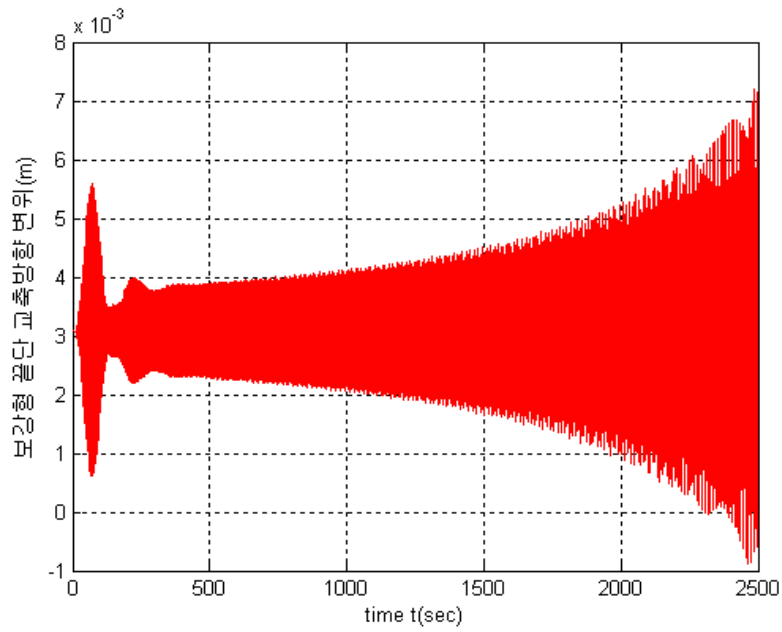


그림 24 보강형 끝단의 변위(교측방향)

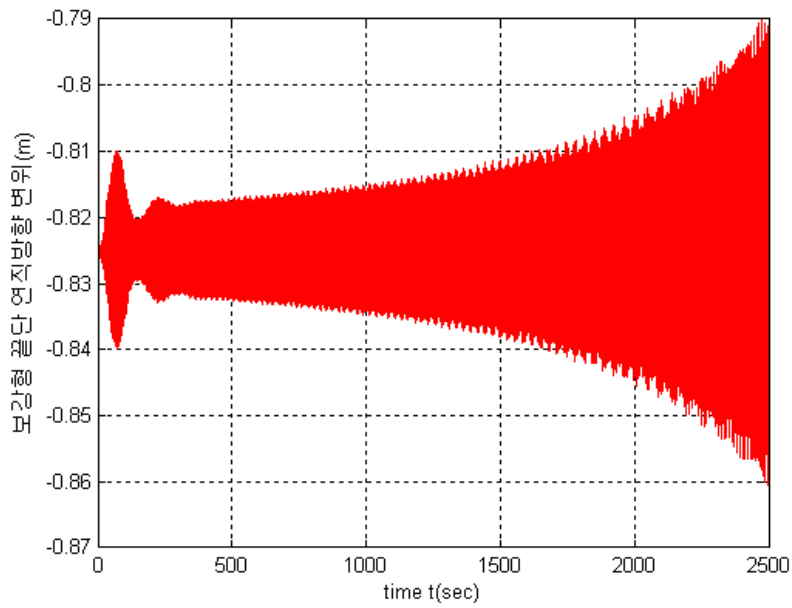


그림 25 보강형 끝단의 변위(연직방향)

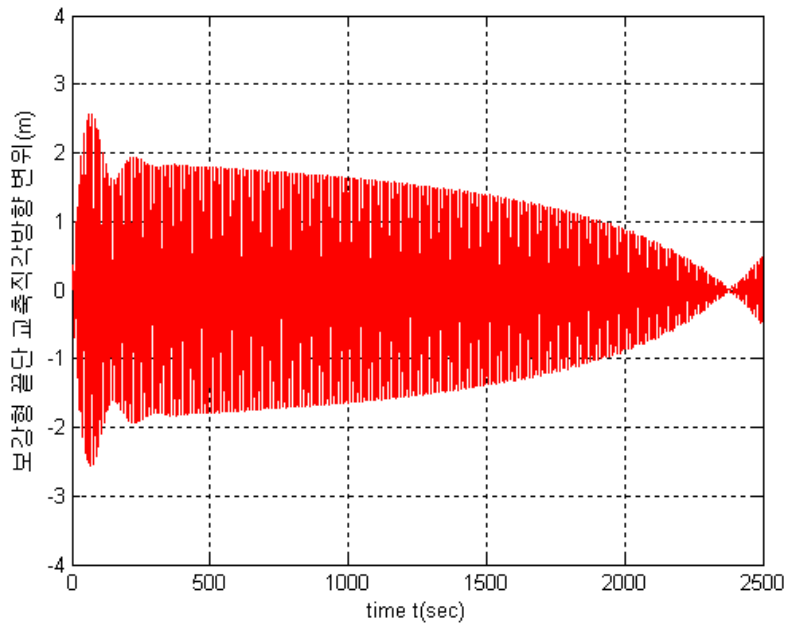


그림 26 보강형 끝단의 변위(교축직각방향)

그림 26에서 약 2,400sec 시점 이후에는 교량의 변위(교축직각방향)가 증가하게 된다. 이는 사장교와 크레인을 포함한 구조계의 Frequency(f_n)와 세그먼트 진자운동의 Frequency(f_p)가 일치하는 경우, 즉 크레인 케이블 길이가 약 24.5m일 때, 진폭효과가 가장 크게 발생하고, 이후에는 세그먼트의 인양에 따라 구조계의 변위가 증가함을 확인할 수 있다.

표 4 케이블 길이에 따른 구조계의 공진 발생 가능 Frequency

Mode	구조계 Frequency(Hz)	케이블 길이 L_p (m)	공진 발생 가능 Frequency
1차	0.1007	24.5	$f_n = f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L_p}}$
2차	0.2172	5.3	
3차	0.2492	4.0	

4.3 세그먼트 진동으로 인한 상호작용

이번 예제에서 확인할 내용은 세그먼트의 진동이 교량의 거동에 어떠한 영향을 끼치는지를 확인하고자 한다.

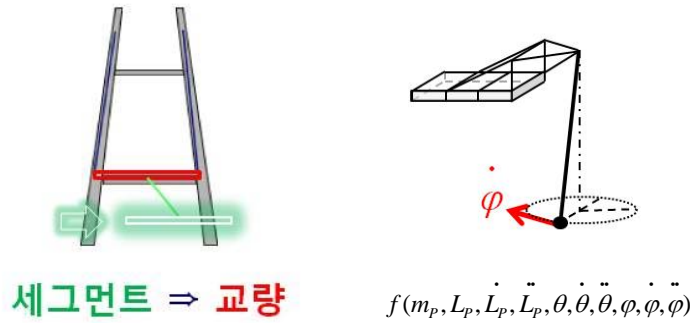


그림 27 세그먼트 진동으로 인한 상호작용

구조계 시스템과 세그먼트 시스템간 상호작용을 확인하고자 외부 하중을 그림 28과 같은 세그먼트 진자의 3차원 회전 원운동에 의한 자유진동만을 반영하였다.

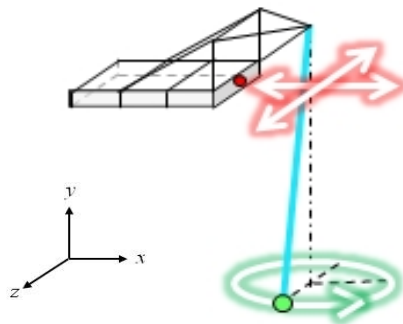


그림 28 세그먼트 3차원 회전 원운동만을 적용한 외부하중

여기서 세그먼트 진자의 회전 원운동을 지배하는 회전 원운동 각속도 ($\dot{\varphi}$)는 식 (26)에 따라 크레인 케이블 길이의 함수로 표현되며 인양에 따라 케이블 길이가 짧아져 회전 원운동 각속도($\dot{\varphi}$)의 증가로 이어진다.(그림 29)

$$w_p = \dot{\varphi} = \sqrt{\frac{g}{L_p}} \quad (26)$$

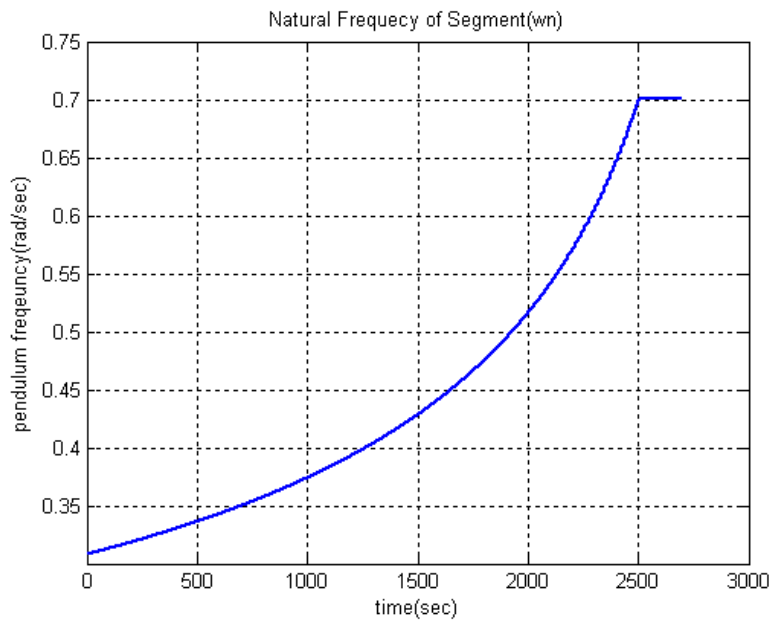
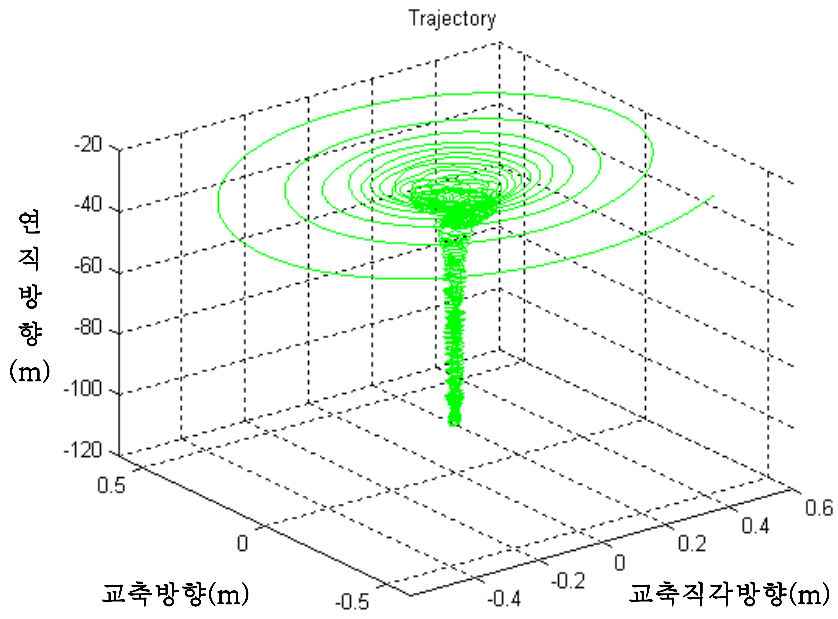
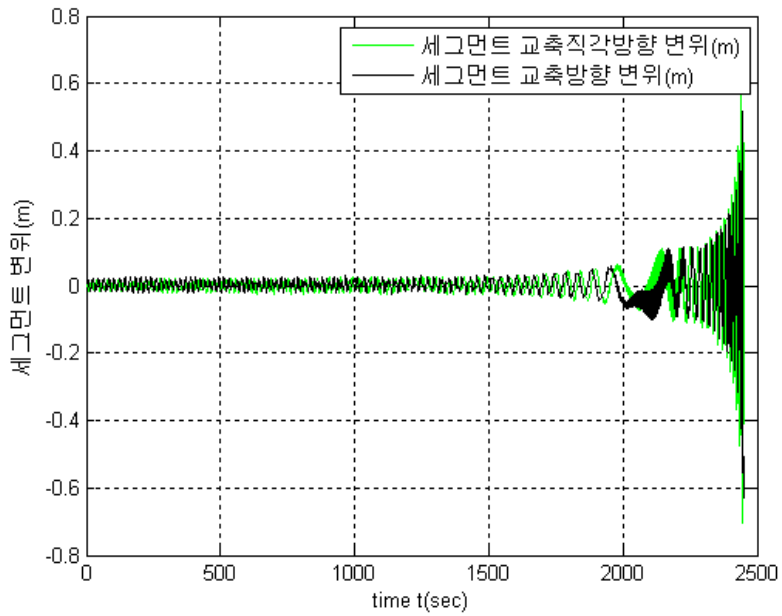


그림 29 세그먼트 인양에 따른 진자운동 고유진동수 증가

먼저 세그먼트의 진동의 경우에 위와 같은 하중을 적용한 결과, 그림 30과 같이 인양함에 따라 회전 원운동의 각속도가 증가하여 세그먼트 진자운동의 진폭을 증가시킴을 확인할 수 있다.



(a) 세그먼트의 3차원 궤적



(b) 세그먼트의 교축방향 / 교축직각방향 변위

그림 30 세그먼트의 진동

이에 따라 세그먼트의 진동 증가가 구조계에 적용되는 하중(크레인 케이블 장력)을 증가시키게 되어 구조계에 적용된다(그림 31). 따라서 교량 진동의 경우, 세그먼트의 진동 증가가 교량의 진동을 증가시킨다고 할 수 있겠다(그림 32).

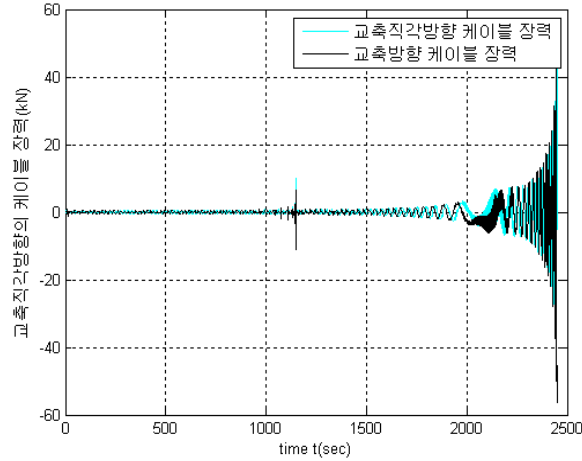


그림 31 크레인 케이블에 작용하는 장력의 증가

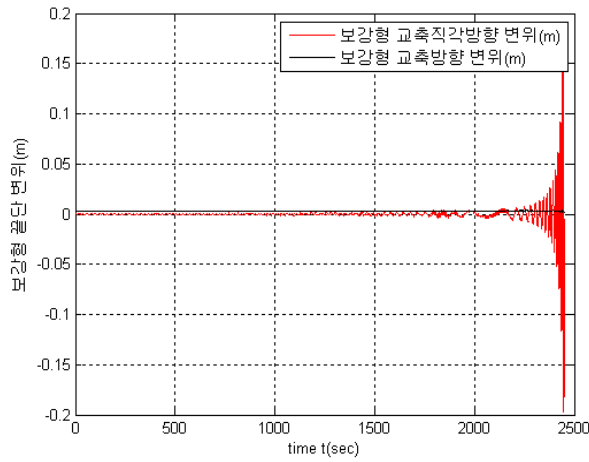


그림 32 보강형 끝단의 교축 / 교축직각방향 진동

하지만, 외부 풍하중이 없는 세그먼트의 회전 원운동(자유진동)에 의한 교량의 진동은 상대적으로 작다고 할 수 있겠다.

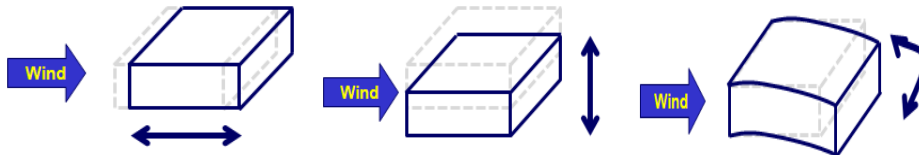
4.4 변동 풍하중에 의한 상호작용

4.4.1 풍하중 모델 생성

이번 예제에서는 사장교와 크레인으로 이루어진 구조계에 작업현장에서 발생 가능한 풍하중을 적용하여 구조계와 세그먼트간의 어떠한 상호작용 발생하는지를 확인하고자 한다.

하중은 바람의 난류성분(Turbulence)에 의한 버페팅 하중을 적용하였다. 이는 직접적으로 구조물의 붕괴를 이끌만한 불안정한 현상은 아니지만 늘 유발되는 현상으로 본 연구에서 다루고자 하는 시공중 교량의 동적 응답에 지속적으로 영향을 끼친다고 판단하여 이를 주요 하중으로 선정하였다.

버페팅 해석의 경우, 바람의 3분력 방향(Lift, Drag, Moment) 성분만을 고려하여 단위길이당 하중을 평균풍하중, 버페팅하중, 자발진동하중의 3가지 합으로 나타낼 수 있다.(그림 33, 식 (27))



(a) 바람방향(항력, Drag) (b) 바람직각방향(양력, Lift) (c) 회전(모멘트, Moment)

그림 33 버페팅 해석시 고려하는 구조물의 진동

$$q(x,t) = \bar{q} + B_q \cdot v + C_{ae} \cdot \dot{\Delta} + K_{ae} \cdot \Delta \quad (27)$$

$$B_q(x) = \frac{\rho V B}{2} \begin{bmatrix} 2C_D & C'_D - C_L \\ 2C_L & C'_L + C'_D \\ 2BC_M & BC'_M \end{bmatrix}, \quad v(t) = [u \quad w]^T \quad (28)$$

여기서, $q(x,t)$ 는 단위길이당 작용하는 풍하중으로서 첫 번째 항(\bar{q})은 바람의 평균풍속에 의한 힘으로 일정한 크기의 정적 하중, 두 번째 항은 버페팅 하중으로 풍속의 난류 성분(Drag, Lift)에 의한 변동 하중, 세 번째, 네 번째 항은 구조물과 인접한 공기와의 상호작용에 의해 발생하는 자발 진동하중을 의미한다. 본 연구에서는 버페팅 해석시 고려해야 하는 하중에서 바람의 난류성분에 의한 버페팅 하중만을 적용하였기에 식 (28)과 같이 해당 변수만을 정리하였다.

해석에 사용한 정적 삼분력 계수들은 인천대교 풍동실험 보고서 기반으로 $C_D = 0.097$, $C_L = -0.108$, $C_M = -0.004$ 을 사용하였고, 영각에 대한 기울기는 $\pm 2^\circ$ 에 대한 변화율로 $C'_D = -0.0573$, $C'_L = 3.6383$, $C'_M = -1.017$ 을 사용하였다.

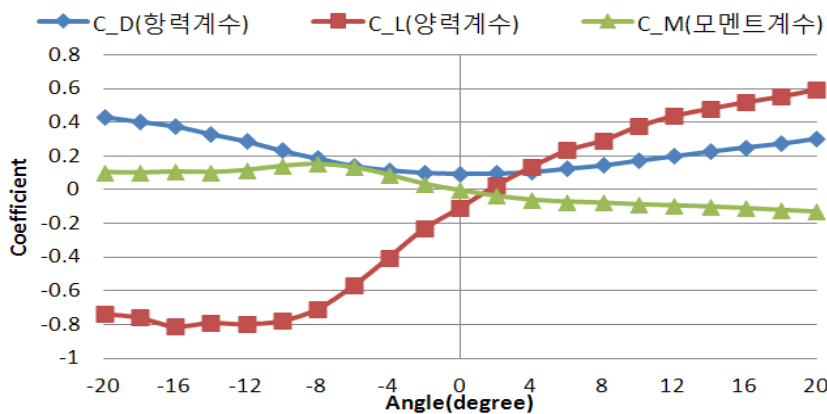
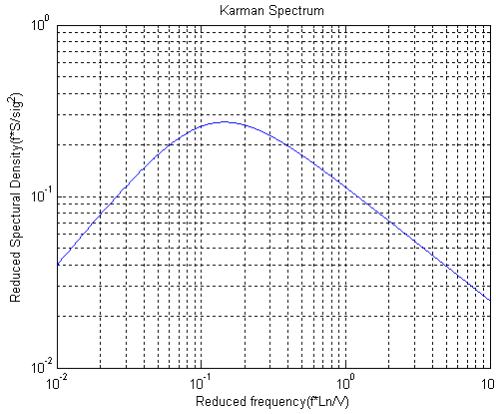


그림 34 해석에 사용한 정적 삼분력 계수

바람의 난류성분인 변동 풍속을 생성하기 위해 인천대교 풍동실험 보고서
 고서를 기반으로 Karman spectrum을 사용하였다.(그림 35)



$$\frac{fS_u(f)}{\sigma_u^2} = \frac{4f_u}{(1 + 70.8f_u^2)^{5/6}}$$

$$I_u = \sigma_u / V$$

$$f_u = f \cdot L_n / V$$

그림 35 Karman Spectrum

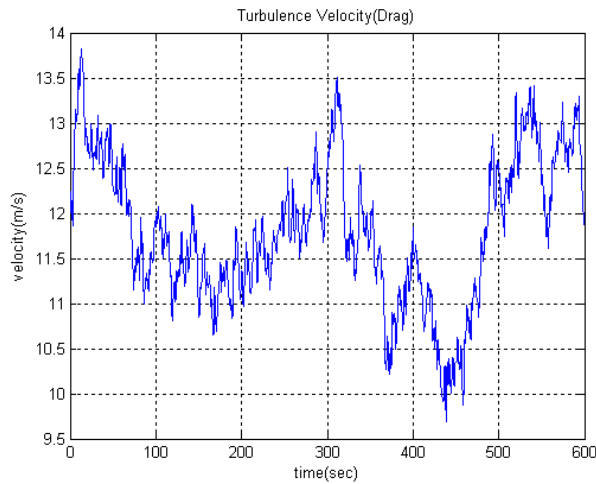
여기서 I_u 는 난류강도(Turbulence intensity, %), V 는 평균풍속 (12m/s), $f \cdot L_n$ 는 Length scale(m)을 의미한다. 적용한 수치들은 표 5에 정리하였다.

표 5 보강형에서의 난류 특성

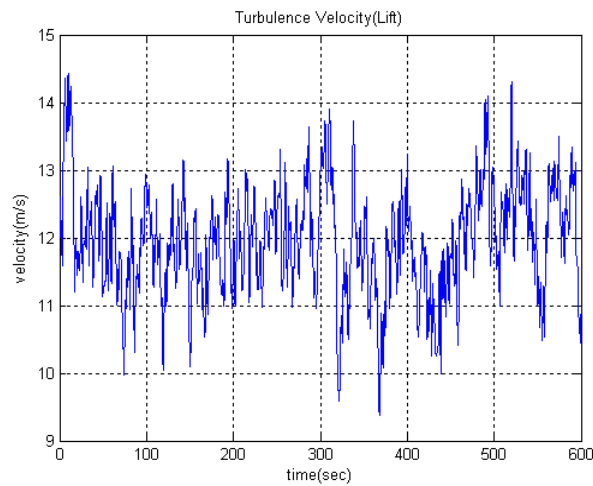
Intensity of Turbulence(%)		Length scale(m)	
Drag(I_u)	Lift(I_w)	Drag(xL_u)	Lift(xL_w)
11.4	6.3	548	46

위의 조건을 사용하여 바람의 Drag(항력)와 Lift(양력)성분의 주파수 영역의 변동 풍속중 Spectrum을 생성하게 된다. 본 예제에서는 세그먼트 인양에 따른 구조계의 거동을 확인하기 위해서는 시간영역 해석을 수

행해야 하므로 시간에 따른 변동 풍속을 생성하였다. 선형 상태 공간방정식 필터를 사용하여 어떠한 주파수 대역 내에서의 모든 주파수의 출력이 포함되도록 White noise(백색잡음)를 입력으로 하는 필터의 출력을 수행하였다. 선형 상태 공간방정식 필터를 사용하여 현장에서 작업 제한하는 풍속 12m/s를 평균풍속으로 한 변동 풍속을 생성하였다.(그림 36)



(a) 변동 풍속(Drag)



(b) 변동 풍속(Lift)

그림 36 변동 풍속의 생성

4.4.2 변동 풍하중 적용에 따른 시간이력해석 결과

앞서 생성한 변동 풍하중을 공간에 따라 일정하게 보강형에만 적용하였다(그림 37). 이는 작업현장에서 발생할 수 있는 수평 진동과 수직 진동을 동시에 유발하는 하중으로 시간이력해석을 통해 시간 경과에 따른 구조물의 응답과 세그먼트 복합거동($\theta + \varphi$)에 의한 교량과 세그먼트간의 상호작용을 확인하였다.(그림 38)

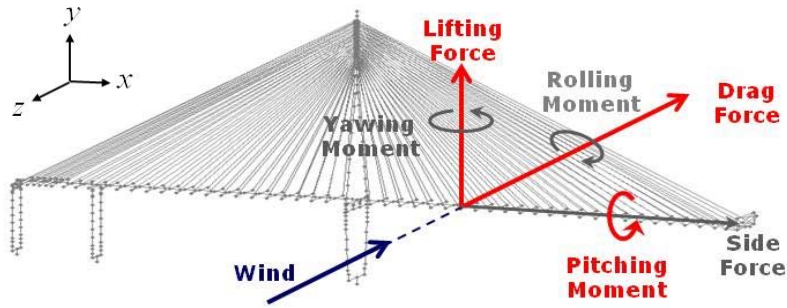


그림 37 해석에 적용한 변동 풍하중(버페팅 하중)

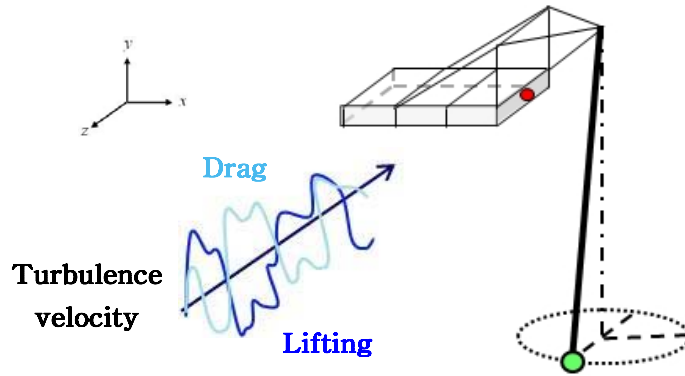
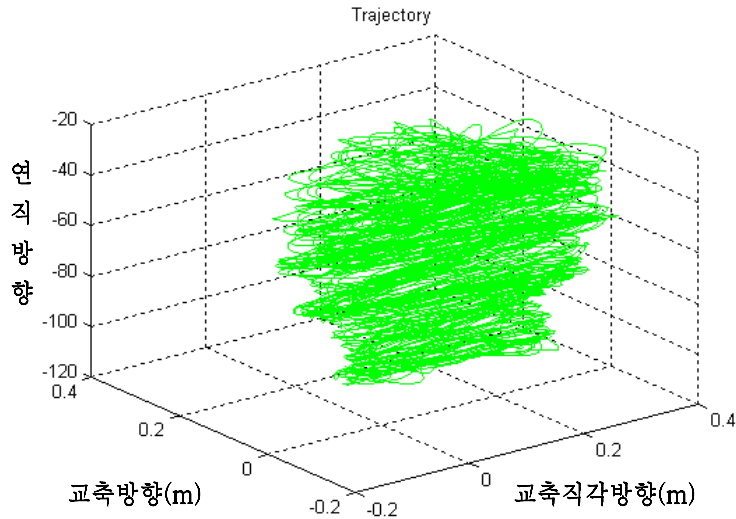
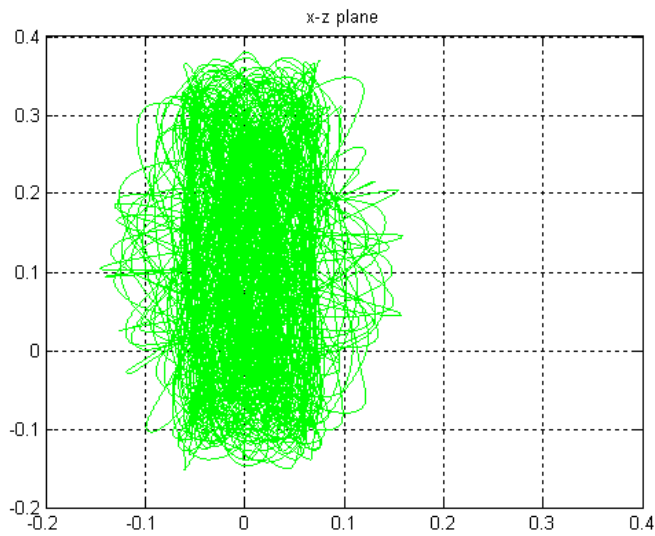


그림 38 변동 풍하중으로 인한 교량과 세그먼트간 상호작용

세그먼트 진동의 경우, 수평방향의 하중과 수직방향의 하중이 동시에 작용하므로 세그먼트 인양함에 따라 별 모양의 궤적을 그리는 진자의 복합거동이 발생함을 확인하였다(그림 39).



(a) 세그먼트의 3차원 궤적



(b) 세그먼트의 궤적(평면도)

그림 39 세그먼트의 궤적

교량 진동의 경우, 연직 방향의 교량 변위 변동폭이 다른 축방향의 변동폭에 비해 크게 발생하였는데, 이는 보강형의 단면형상에 의해 버페팅 하중의 Lifting force(양력)이 Drag force(항력)보다 크게 작용함에 따른 결과이다.

또한 교량과 세그먼트간 상호작용 효과를 확인하고자 버페팅 하중만을 적용한 결과와 버페팅 하중과 세그먼트 인양에 따른 3차원 진자운동이 동시에 고려된 결과를 비교하였다. 그 결과, 세그먼트의 3차원 진자운동이 교축직각방향으로의 교량 거동에 미치는 영향은 다른 축방향(교축, 연직방향)의 거동에 미치는 영향보다 크다고 할 수 있겠다(그림 42).

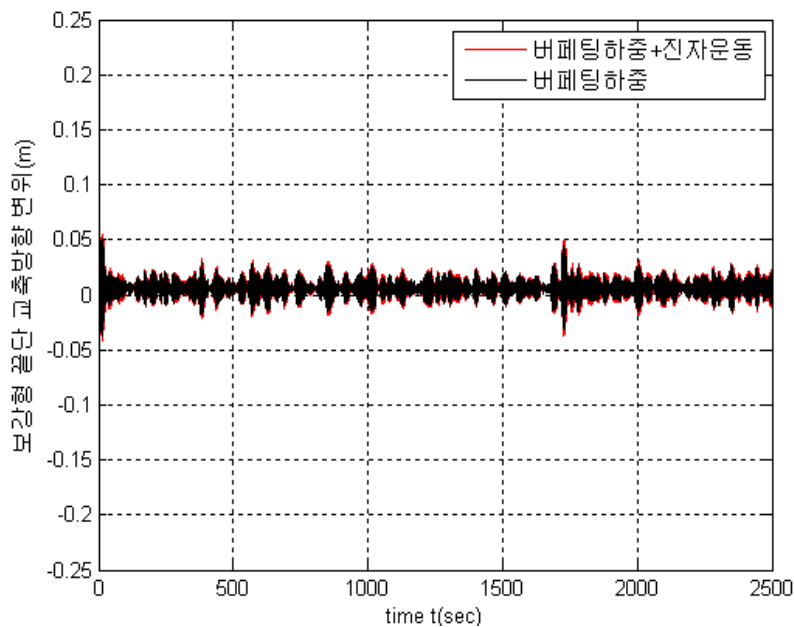


그림 40 보강형 끝단의 변위(교축방향)

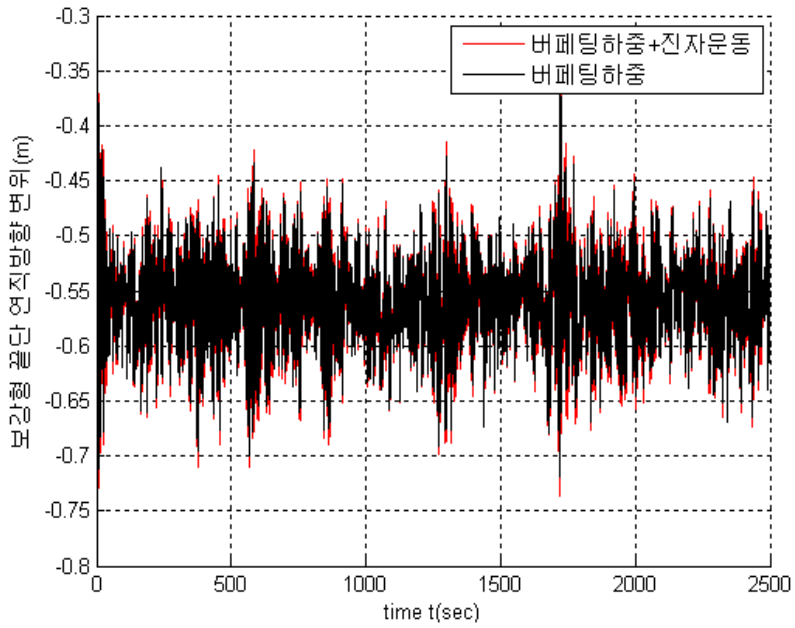


그림 41 보강형 끝단의 변위(연직방향)

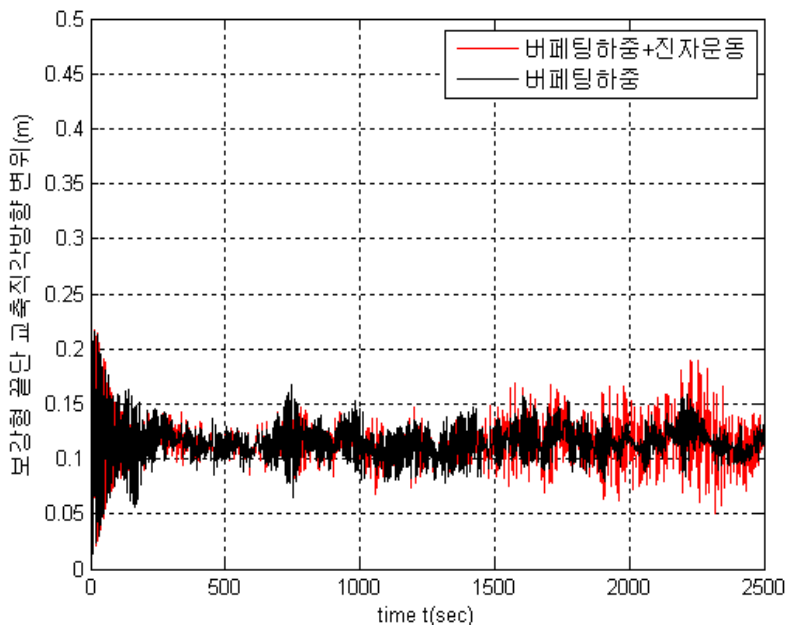


그림 42 보강형 끝단의 변위(교축지각방향)

5 결 론

본 연구에서는 교량의 주요 모드 형상이 교량의 특성이나 시공단계에 따라 변하기 때문에 교량의 지배적인 동특성을 분석하기 위해 면외방향의 운동(Out-of-plane motion)을 포함할 수 있는 시공중 사장교의 3차원 수치해석 모델을 제시하였다. 완성계와 달리 시공중 교량은 구조적으로 강성이 떨어져 진동에 취약하기 때문에 교량의 거동에 대한 연구나 실험이 필요하다고 할 수 있다. 특히 Free cantilever 공법을 이용하여 세그먼트 인양작업을 하는 시공중 사장교의 경우 복합적인 시스템으로 구성되는데, 사장교와 크레인으로 구성된 구조계와 세그먼트 시스템 사이의 상호작용으로 인해 추가적인 동적 거동이 발생하게 된다.

따라서 세그먼트 인양에 따른 진자 운동과 교량의 동적 거동을 모두 포함하는 수치해석 모델을 구성해 3차원 운동방정식을 제시하였다. 또한 3차원 진자운동에 의해 구조계와 세그먼트 시스템간의 상호작용을 확인하고자 1차 모드가 수평방향으로의 진동모드인 주경간 폐합전 시공중 인천대교 모델을 적용하여 세그먼트 진자운동에 의한 시공중 사장교의 3차원 동적 거동 분석에 초점을 두었다.

3가지의 해석 예제에 대한 시간이력해석을 통하여 구조계와 세그먼트 시스템간의 상호작용에 의한 영향을 분석하였다. 첫 번째 해석 예제로 교량 진동으로 인한 구조계와 세그먼트간 상호작용 확인 결과, 세그먼트의 진폭은 인양에 따라 증가하지만 세그먼트가 교량의 에너지를 흡수하여 교량 진동을 감소시키는 TMD 효과가 발생할 수 있음을 확인하였고, 두 번째 해석 예제로 세그먼트 진자의 회전원운동으로 인한 구조계와 세

그먼트간 상호작용 확인 결과, 세그먼트의 진폭 증가가 Constraint force에 해당하는 크레인 케이블 장력을 증가시켜 구조계의 진동을 증가시키지만, 풍하중과 같은 외부 하중이 발생하지 않은 자유진동만을 고려할 때는 구조계의 진동에 미치는 영향은 크지 않음을 확인하였다. 마지막 해석 예제로 작업현장에서 늘 발생할 수 있는 변동 풍하중을 적용한 결과, 세그먼트의 복합거동을 발생시키나 구조계와 세그먼트의 큰 진폭 증가는 발생하지 않음을 확인하였다.

본 연구에서는 제시한 시간이력해석이 가능한 3차원 운동방정식을 위와 같은 해석 예제에 적용하여 시간에 따른 구조물의 응답을 확인하였다. 이는 시공중 교량의 동적 거동을 확인하고 추가적으로 진동 제어에 관한 연구가 이루어진다면, 일정 풍속 이상에 대해서도 계속적으로 시공이 가능하게 되어 공기 단축이나 시공 효율을 증진시키는데 도움이 될 수 있을 것이라 기대한다.

참고문헌

장석, 김호경, 권순덕, 장승필, “비정상 공기력의 주파수 의존성을 고려한 사장교의 시간영역 버페팅 해석”, 대한토목학회논문집, 제27권 제 6A호, pp. 811-820, 2007

김호경, 이재홍, 조서경, 최세훈, “시공 중 사장교의 버페팅 해석”, 대한토목학회 정기학술대회, pp. 559-564, 2003

배형진, “세그먼트의 인양과 진자 운동을 고려한 시공중 사장교의 진동 제어”, 공학석사학위논문, 서울대학교 대학원, 2008

차주환, “해상크레인으로 인양하는 대형 중량물의 비선형 동적 응답 및 이산사건/이산 시간 시뮬레이션”, 공학박사학위논문, 서울대학교 대학원, 2008

신현양, 양종호, 조용민, 손유석, 임덕기, 유재근, “인천대교 사장교 보강형 및 케이블 가설”, 한국강구조학회지, 제22권 제 1호, pp. 78-83, 2010

곽영학, 김영민, 신승환, 이학은, “초장대 사장교의 내풍특성 비교 분석 연구”, 대우건설기술, 제33권, pp. 133-139, 2011

인천대교 건설공사 기술보고서 V(사장교 주탑 및 내진, 내풍, 계측), 한국도로공사, 2009

인천대교 민간투자사업 구조 계산서, 코다개발 주식회사, 2007

F. Ju, Y. S. Choo, F. S. Cui, “Dynamic response of tower crane induced by the pendulum motion of the payload”, International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, pp. 346-389, 2006

R. M. T. Raja Ismail, M. A. Ahmad, M. S. Ramli, F. R. M. Rashidi, "Nonlinear Dynamic Modelling and Analysis of a 3-D Overhead Gantry Crane System with Payload Variation", Third UKSim European Symposium on Computer Modelling and Simulation, pp. 350-354, 2009

Davood Younesian, Elyas Ghafoori, Mehdi Sadeghpour, "Nonlinear vibration of three-dimensional moving gantry crane subjected to a travelling trolley hoisting a swing object", Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, Vol 34. No. 3-4, pp. 333-350, 2010

R. M. Ghigliazza, P. Holmes, "On the dynamics of cranes, or spherical pendula with moving supports", International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 37, pp. 1211-1221, 2002

Mario Paz, Structural Dynamics Theory and Computation Fifth Edition, 2003

Einar Strommen, Theory of Bridge Aerodynamics Second Edition, 2010

ABSTRACT

3D Dynamic Behavior of Cable-stayed Bridge under Construction considering Hoisting Motion

Lee, Junkyoung
Civil and Environmental Engineering
The Graduate School
Seoul National University

Cable-stayed bridge under construction is an unstable structure due to lack of stiffness. Especially when the Free Cantilever Method is applied, the structure becomes complex system which is composed of bridge, hoisting cable and segment pendulum system. In this system, the additional dynamic behavior can be generated by the interaction of the structure and segment system.

The vibration mode of complex structural system is bound to change because every structure has different characteristics or the same structure is at a different construction stages. Therefore, it is necessary to analyze all possible vibration modes including vertical and horizontal mode.

This study proposed 3D dynamic equation of motion for cable-stayed bridge under construction considering hoisting motion of segment. Applying to Incheon-bridge model, which 1st vibration mode is horizontal mode, this study focuses on the dynamic behavior of cable-stayed bridge under construction.

Keywords : Cable-stayed Bridge under construction, Derrick crane, Hoisting motion, Pendulum motion, Nonlinear Coupled Equation, Time History Analysis