creative commons
COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학석사 학위논문

모세관 브릿지의 전단 거동 연구

Shearing dynamics of capillary bridges

2017년 8월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

김 동 조

국 문 초 록

고체와 고체사이에 액체가 존재할 때, 액체의 양이 충분하면 액체는 막(film)으로 구분할 수 있다. 그러나 액체의 양이 충분하지 않을 경우 액체의 표면장력과 기하학적 구속조건에 의해 고체 사이의 액체는 특정 형상을 가지게 되고, 이는 모세관 브릿지(capillary bridge)라고 불린다. 모세관 브릿지는 육안으로 관찰 할 수 있는 매크로 스케일에서부터 육안으로 관찰하기 어려운 마이크로 스케일까지 다양한 스케일에서 형성된다. 마이크로 스케일의 모세관 브릿지는 작은 크기임에도 불구하고 마이크로 구조물의 전단변형을 야기하여 AFM(atomic force microscope) cantilever와 같은 마이크로 기계의 변형, 젖은 입자상 물질(wet granular material)의 결합력 증가와 같은 현상의 원인이 된다. 본 연구에서는 마이크로 모세관 브릿지의 전단변형에 대해 실험적으로 관측하고, 실험결과를 이론적으로 분석하였다. 또한, 마이크로 모세관 브릿지의 전단변형 속도를 고속과 저속으로 구분하여 실험하였고, 발생하는 힘의 크기와 전단변형 메커니즘이 전단변형 속도와 연관성이 없음을 관측하였다. 마이크로 모세관 브릿지에 의해 발생되는 힘의 크기는 매우 작기 때문에 로드셀(load cell)로는 측정이 불가하다. 이에 모세관 브릿지 힘을 측정하기 위해 유리 캔틸레버(glass cantilever)를 이용한 실험장치를 구성하였다. 이를 이용하여 마이크로 모세관 브릿지가 전단작용에 의해 변형

되었을 때 발생되는 힘을 실험적으로 측정하였고, 이러한 힘을 마이크로 모세관 브릿지의 높이, 부피, 표면장력으로 예측할 수 있는 수학적 모델링을 제시하였다. 본 연구 결과는 마이크로 스케일의 메커니즘에서 모세관 브릿지 힘의 영향을 파악하고 해석하는데 기여할 수 있다.

주요어: 모세관 브릿지, 전단변형, 얼음마찰, 혼합마찰

학 번: 2015-20712

목 차

국문초록 ····· i
목차 ····· iii
List of figures ····· v
List of tables ····· vii
기호설명 ····· viii

1. 서론 ····· 1

2. 실험장치 및 실험방법 ····· 4
2.1 모세관 브릿지 힘 측정 장치 및 실험방법 ····· 4
2.2 고체변형을 통한 힘 측정 방법 ····· 7

3. 모세관 브릿지의 전단변형 ····· 10
3.1 모세관 브릿지의 전단변형 가시화 ····· 10
3.2 Surface evolver를 이용한 전단변형 시뮬레이션 ····· 14
3.3 모세관 브릿지 전단변형 메커니즘 분석 ····· 16

4. 모세관 브릿지 힘 ····· 19
4.1 모세관 브릿지 힘 측정 ····· 19
4.2 최대 모세관 브릿지 힘 모델링 ····· 21
4.3 얼음마찰에 대한 모세관 브릿지의 영향 ····· 28

5. 결론 ····· 32

참고문헌 ····· 33

Abstract (영문초록) ····· 35

List of figures

Fig. 1.1 (a) Schematic diagram of capillary bridge. (b) Microscopic schematic diagram for the interface between slider and ice. (c) Schematic diagram for frictional coefficient between slider and ice. ····· 2

Fig. 2.1 (a) Experimental setup for measuring the force induced by shear-deformed capillary bridge. (b) A glass cantilever used in experiment. ····· 5

Fig. 2.2 (a) Shear deformation of a capillary bridge and bending of a glass cantilever. (b) The coordinates and bending of Euler-Bernoulli beam which have fixed end and free end. ····· 9

Fig. 3.1 (a) Visualization for shear-deformed capillary bridges. (b) Description for advancing contact angle (θ_A) and receding contact angle (θ_R) (c) The advancing contact angle (θ_A) which is measured experimentally. Experimental condition is D=320 μm, h=195 μm, V=8.6 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water). ····· 11

Fig. 3.2 Comparison between U=0.5 mm/s and U=10 mm/s. Experimental condition is D=420 μm, h=245 μm, V=19 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water). ····· 13

Fig. 3.3 (a) Calculation process of surface evolver for capillary bridge. The surface evolver derives the most stable state of the liquid.

(b) Meniscus shape of capillary bridge compared between experiment and simulation. Experimental condition is D=250 μm, h=150 μm, V=5 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water). ····· 15

Fig. 3.4 Difference of Gibbs free energy between the shear-deformed capillary bridge and ruptured state. At the shear-deformed limit, deformation distance (x) is defined as critical deformation distance (x_{cr}). Experimental condition is D=320 μm, h=195 μm, V=8.6 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water). ····· 18

Fig. 4.1 (a) Force induced by the shear-deformed capillary bridge. Experimental condition is D=320 μm, h=195 μm, V=8.6 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water). (b) The free body diagram of shear-deformed capillary bridge at the force equilibrium. ····· 20

Fig. 4.2 The maximum force induced by capillary bridges. Experimental conditions for each symbol are shown in Table 2. ····· 22

Fig. 4.3 (a) Real shape of shear-deformed capillary bridge. (b) Assume that initial shape of a capillary bridge is cylinder. ····· 25

Fig. 4.4 The maximum force induced by shear-deformed capillary bridges (F_{max}) plotted according to the scaling law. Experimental conditions for each symbol are shown in Table 2. ····· 27

Fig. 4.5 (a) Contac area measurement between the ice and a slider. Experimental conditions are ambient temperature is - 1°C, the velocity of slider(v) is 0.01 m/s and normal force(N)is 78 mN.(C. Yun and H. Kim) (b) Mixed friction regime of ice. ····· 30

List of tables

Table 1 Geometric parameters and flexural rigidity of glass cantilevers used in experiment. ····· 6

Table 2 Experimental conditions for the symbols. ····· 23

Table 3 Theoretical prediction of friction between the slider and the ice for each region(viscous force region and capillary bridge force region). ····· 31

기 호 설 명

A	접촉면적
$A_{c,\,cap}$	모세관 브릿지 힘 영역의 접촉면적
$A_{c,\,vis}$	점성력 영역의 접촉면적
D	모세관 브릿지의 지름
E	유리 캔틸레버의 영률
EI	유리 캔틸레버의 flexural rigidity
F	전단변형된 모세관 브릿지에 의해 발생되는 힘(모세관 브릿지 힘)
F_{max}	최대 모세관 브릿지 힘
F_{cap}	모세관 브릿지 힘(모세관 브릿지 마찰력)
F_{vis}	점성력
G	깁스 자유 에너지
G_{rup}	분리된 상태의 깁스 자유 에너지
h	모세관 브릿지의 높이
h_w	물의 두께
I	유리 캔틸레버의 단면 2차 모멘트
L	유리 캔틸레버의 길이
l	모선 길이
S	측면 표면적
S_0	초기 측면 표면적
S_{rup}	분리된 상태의 측면 표면적
U	전단변형 속도
V	모세관 브릿지의 부피
v	얼음 위 물체의 운동속도
x	변형변위
x_{cr}	임계 변형변위
δ	유리 캔틸레버의 휨 변형량
θ_0	모세관 브릿지의 초기 접촉각
$\Delta\theta$	접촉각 변화량
θ_A	전진접촉각

$\theta_{A,\,max}$	최대 전진접촉각
θ_{R}	후진접촉각
$\theta_{R,\,min}$	최대 후진접촉각
μ	단위 길이당 질량
μ_{w}	물의 점성계수
σ	표면장력 (액체와 기체사이의 계면장력)
σ_{SL}	고체와 액체 사이의 계면장력

1. 서론

모세관 브릿지(capillary bridge)는 고체와 고체사이에 존재할 수 있는 액체의 특정 기하학적 형태를 일컫는다. 고체사이에 충분한 양의 액체가 존재할 경우 액체는 막(film)으로 구분되나, 액체의 양이 충분하지 않을 경우 액체의 표면장력과 기하학적 구속조건에 의해 액체는 Fig. 1.1a와 같은 형상의 모세관 브릿지를 형성한다. 모세관 브릿지는 마이크로 스케일의 연구분야에서 힘과 관련한 메커니즘에 영향을 미치는 것으로 널리 알려져 있다. 모세관 브릿지가 영향을 미치는 메커니즘 중 가장 대표적인 예로는 얼음과 얼음 위 운동하는 물체사이의 마찰 메커니즘이 있다. 얼음은 일반적인 고체 물체간의 마찰과는 다른 메커니즘을 가진다. 물체가 얼음위에서 운동할 경우 얼음과의 접촉부에서 마찰열이 발생하고, 마찰열로 인해 접촉된 얼음이 녹아 물이 생성된다.(Fig. 1.1b) 이렇게 생성된 물은 얼음과 그 위를 운동하는 물체사이에서 윤활제 역할을 하게 되기 때문에 얼음의 마찰 메커니즘은 일반적인 고체 마찰과 구분된다. 얼음의 마찰 메커니즘은 Fig. 1.1c와 같이 운동속도에 따라 구분할 수 있다. 여기서 모세관 브릿지는 혼합마찰(mixed friction) 메커니즘을 발생시키는 중요한 원인으로 알려져 있다.[1, 2] 혼합마찰 메커니즘은 얼음의 마찰계수가 최소가 되는 메커니즘으로, 얼음의 저마찰 특성 연구를 위해서는 모세관 브릿지 힘에 대한 연구가 선행되어야 함을 알 수 있다. 얼음마찰 이외에 모세관 브릿지가 영향을 미치는 메커니즘의 예로는 AFM cantilever의 변형[3], 패턴이 존재하는 표면에서의 물방울 거동[4], 입자상 물질의 결합력 증가, 멤스 분야에서의 자가정렬[5] 등이 있다.

모세관 브릿지의 변형에 관한 연구는 크게 수직변형과 전단변형 두 종류로 나눌 수 있고, 모세관 브릿지에 관한 대부분의 연구는 수직변형에 관한

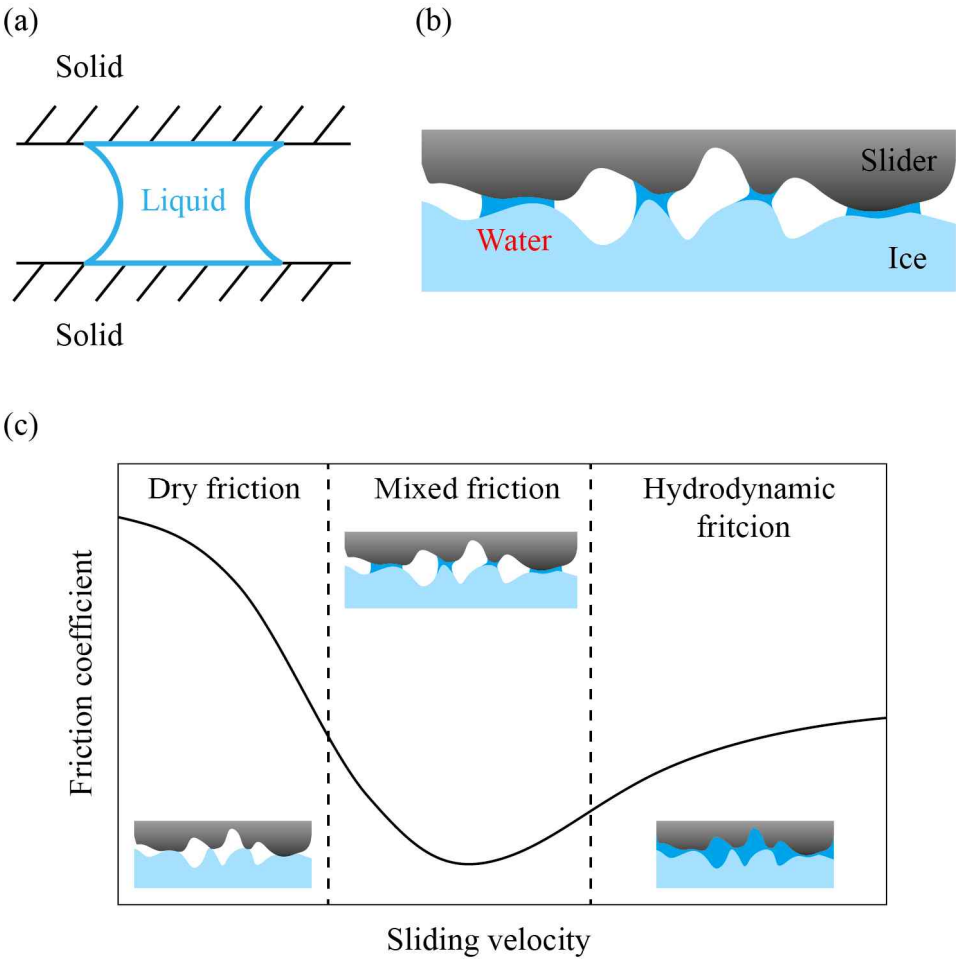


Fig. 1.1 (a) Schematic diagram of capillary bridge. (b) Microscopic schematic diagram for the interface between slider and ice. (c) Schematic diagram for frictional coefficient between slider and ice.

연구이다. 수직변형에 관한 연구는 오래 전부터 이어져 왔다. 대부분의 선행연구는 모세관 브릿지의 수직변형에 따라 발생하는 힘을 이론적으로만 해석하였고[6], 몇몇 연구에서 힘을 실험적으로 측정하였다.[7, 8] 그러나 이러한 측정결과 역시 마이크로 모세관 브릿지에 관한 실험이 아닌 매크로 스케일의 모세관 브릿지에 관한 것으로, 마이크로 모세관 브릿지의 변형에 따라 발생하는 힘의 크기가 매우 작기 때문에 측정이 어려운 것을 알 수 있다. 수직변형과 달리 모세관 브릿지의 전단변형에 관한 연구는 극소수에 불과하고 비교적 근래에 연구가 시작되었다. 그 예로 마이크로 모세관 브릿지의 전단변형에 관한 시뮬레이션 연구 결과와,[9] 나노 모세관 브릿지의 전단변형에 관한 연구[10]가 최근 발표 되었다.

본 연구에서는 마이크로 모세관 브릿지의 전단변형 양상을 가시화하고 전단변형 메커니즘을 분석한다. 그리고 마이크로 모세관 브릿지가 전단변형할 때 야기되는 힘의 최대 크기를 실험적으로 측정 및 이론적으로 모델링 하고, 이를 이용해 얼음 마찰에서 모세관 브릿지가 차지하는 비중을 확인한다.

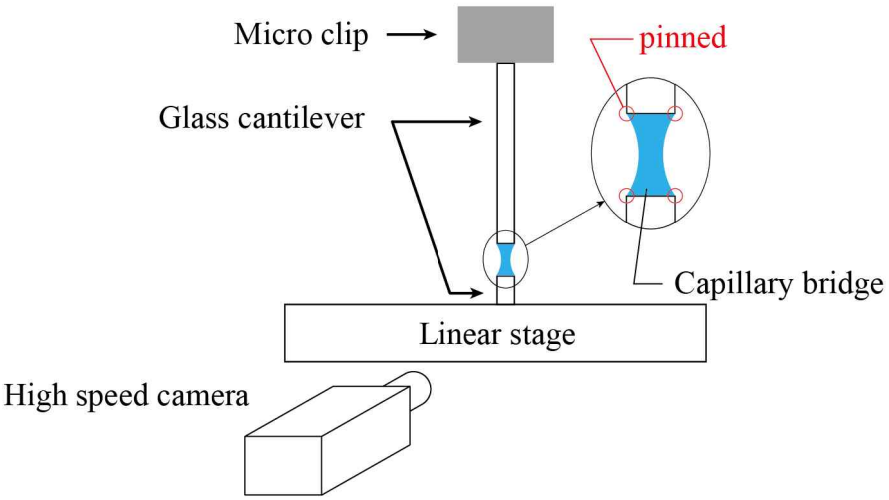
2. 실험장치 및 실험방법

2.1 모세관 브릿지 힘 측정 장치 및 실험방법

마이크로 모세관 브릿지의 변형에 의해 야기되는 힘은 마이크로 뉴턴의 단위를 가지는 힘으로 매우 작기 때문에, 매크로 스케일의 힘을 측정할 때 일반적으로 사용되는 센서인 로드셀로는 측정이 불가능하다. 이에 마이크로 모세관 브릿지 힘을 측정하기 위해 Fig. 2.1a와 같은 실험장치를 구축하였다. 본 실험장치는 Fig. 2.1b와 같은 유리 캔틸레버를 사용하여 구성한 실험장치로, 유리 캔틸레버는 Table 1에서 볼 수 있듯이 길이 4-7 cm, 끝단 지름 180-420 μm의 형상을 가지며, flexural rigidity는 실험적으로 측정되었다.

마이크로 클립을 이용하여 유리 캔틸레버를 고정지지 시키고, 아래쪽 리니어 스테이지에 동일한 지름의 유리 캔틸레버를 마이크로 클립에 고정된 유리 캔틸레버와 일직선상에 고정시킨다. 그 후 모세관 브릿지를 유리 캔틸레버의 모서리에 pinning된 상태로 형성시키고, 리니어 스테이지를 이용하여 모세관 브릿지를 전단변형한다. 리니어 스테이지의 구동 속도는 0.5, 10 mm/s로 한정했고, 초고속 카메라로 모세관 브릿지의 전단변형을 촬영하였다.

(a)



(b)

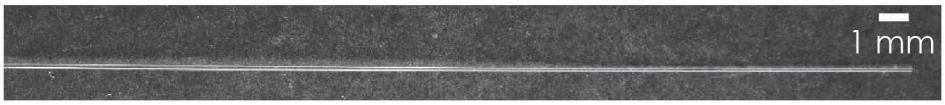


Fig. 2.1 (a) Experimental setup for measuring the force induced by shear-deformed capillary bridge. (b) A glass cantilever used in experiment.

Diameter D (μm)	Length L (cm)	Flexural rigidity (N·m^2)
180	5	5.4×10^{-6}
250	7	2.6×10^{-5}
320	4.5	1.9×10^{-5}
420	6	1.1×10^{-4}

Table 1 Geometric parameters and flexural rigidity of glass cantilevers used in experiment.

2.2 고체변형을 통한 힘 측정 방법

모세관 브릿지가 전단변형 될 경우, 유리 캔틸레버와 모세관 브릿지의 변형을 개략도로 나타내면 Fig. 2.2a와 같다. 이때 모세관 브릿지의 힘에 의해 유리 캔틸레버가 변형되고, 이 힘을 측정하기 위해서는 유리 캔틸레버의 변형이 먼저 해석되어야 한다. 유리 캔틸레버의 휨 변형을 해석하기 위해 이를 Fig. 2.2b와 같이 개략도로 표현하였다. 여기서 유리 캔틸레버의 양쪽은 고정지지(clamped), 자유단(free end)으로 구성되어 있고, 유리 캔틸레버의 휨 변형은 Euler-Bernoulli beam equation으로 해석할 수 있다.

$$EI\frac{\partial^4\delta}{\partial x^4}+\mu\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2}=0 \tag{1}$$

여기서 EI와 μ는 각각 유리 캔틸레버의 flexural rigidity와 단위 길이당 질량이고, δ는 휨 변형량이다. 식(1)의 해를 구하기에 앞서, 각 항의 크기 비교를 통해 탄성력이 관성력에 비해 매우 큰 것을 알 수 있고, 이를 이용해 식을 간단히 하면 아래와 같이 표현된다.

$$EI\frac{d^4\delta}{dx^4}=0 \tag{2}$$

식(2)는 x에 관한 4차 미분방정식으로, 3차 다항식 형태의 해를 가진다. 여기서 유리 캔틸레버는 고정지지점($x=0$)에서 다음과 같은 경계조건을 가지고,

$$\delta=0 \tag{3}$$

$$\frac{d\delta}{dx}=0 \tag{4}$$

자유단($x = L$)에서는 아래와 같은 경계조건을 가진다.

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = 0 \tag{5}$$

$$EI\frac{d^3\delta}{dx^3} = -F \tag{6}$$

위의 네 가지 경계조건을 식(2)의 해인 3차 방정식에 대입하게 되면, 유리 캔틸레버의 자유단에 작용하는 힘(F)과 휨 변형량(δ) 사이의 관계식을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$F = \frac{3EI}{L^3}\delta \tag{7}$$

따라서 식(7)을 이용하게 되면, 유리 캔틸레버의 휨 변형량을 측정함으로써 모세관 브릿지가 전단변형함에 따라 발생되는 힘의 크기를 계산할 수 있다.

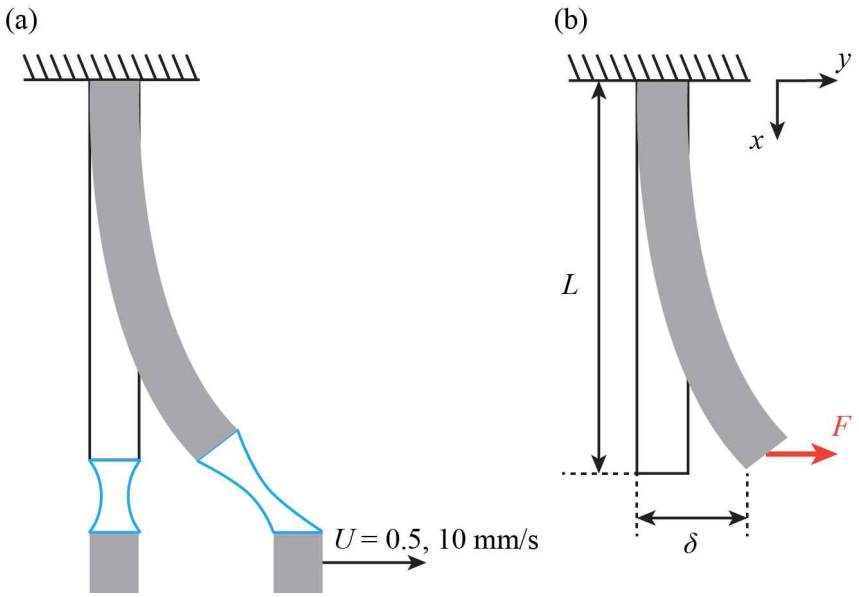


Fig. 2.2 (a) Shear deformation of a capillary bridge and bending of a glass cantilever. (b) The coordinates and bending of Euler-Bernoulli beam which have fixed end and free end.

3. 모세관 브릿지의 전단변형

3.1 모세관 브릿지의 전단변형 가시화

리니어 스테이지를 이용하여 0.5 mm/s의 속도로 모세관 브릿지를 전단변형시켰을 때의 양상이 Fig. 3.1a에 나타나있다. 모세관 브릿지의 전단변형 가시화 결과를 통해, 모세관 브릿지의 후진접촉각(receding contact angle)과 전진접촉각(advancing contact angle)의 변화를 측정할 수 있다. Fig. 3.1a를 보게 되면, 모세관 브릿지가 전단변형함에 따라 메니스커스의 형상이 변하게 되어 유리 캔틸레버와의 접촉각이 변하는 것을 확인할 수 있다. 이때 모세관 브릿지의 후진접촉각은 감소하여 특정값에서 수렴하고, 전진접촉각은 계속 증가한다. 그런데 액체와 고체의 계면에서 고체에 작용하는 힘은 액체의 표면장력과 접촉각의 함수로 나타난다. 그러므로 모세관 브릿지 힘의 크기는 후진접촉각에 비해 전진접촉각의 변화에 민감하다는 결론을 낼 수 있다. 전진접촉각의 변화를 자세히 살펴보면, 변형 변위(x)에 따라 Fig. 3.1c와 같이 나타난다. 이때 후진접촉각, 전진접촉각 그리고 변형 변위의 정의는 Fig. 3.1b와 같다.

앞서 언급하였듯이, 모세관 브릿지의 전단변형은 0.5, 10 mm/s 두 가지 경우에 대해 실험되었다. 0.5, 10 mm/s 두 가지 조건에 대한 전단변형 가시화 결과를 통해 전단변형 속도가 모세관 브릿지의 전단변형 메커니즘에 미치는 영향을 파악할 수 있다. Fig. 3.1a, c에서 볼 수 있듯이 모세관 브릿지가 전단변형할 경우 메니스커스의 변화 양상은 전진접촉각을 통해 확인할 수 있다. 이에 U=0.5, 10 mm/s 조건하에서 변형 변위(x)에 따른 전진접촉각의 변화를 그래프로 나타내면 Fig. 3.2와 같다. 여기서 전단변형 변

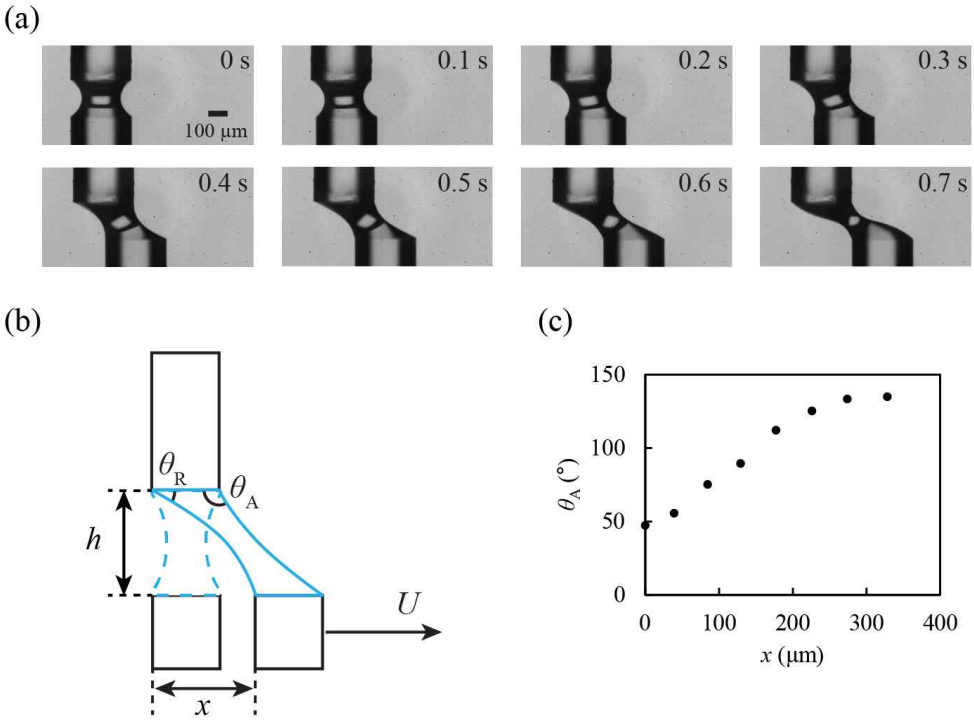


Fig. 3.1 (a) Visualization for shear-deformed capillary bridges. (b) Description for advancing contact angle (θ_A) and receding contact angle (θ_R) (c) The advancing contact angle (θ_A) which is measured experimentally. Experimental condition is D=320 μm, h=195 μm, V=8.6 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water).

위가 증가함에 따라 속도에 관계없이 전진접촉각이 증가하는 것을 알 수 있다. 또한 두 가지 속도 조건에 대해 매우 유사한 값의 전진접촉각을 가지며 전단변형 되는 것을 알 수 있다. 따라서 모세관 브릿지의 전단변형은 속도에 무관한 메커니즘을 가지고, 이를 해석함에 있어 준정적 메커니즘으로 가정할 수 있다.

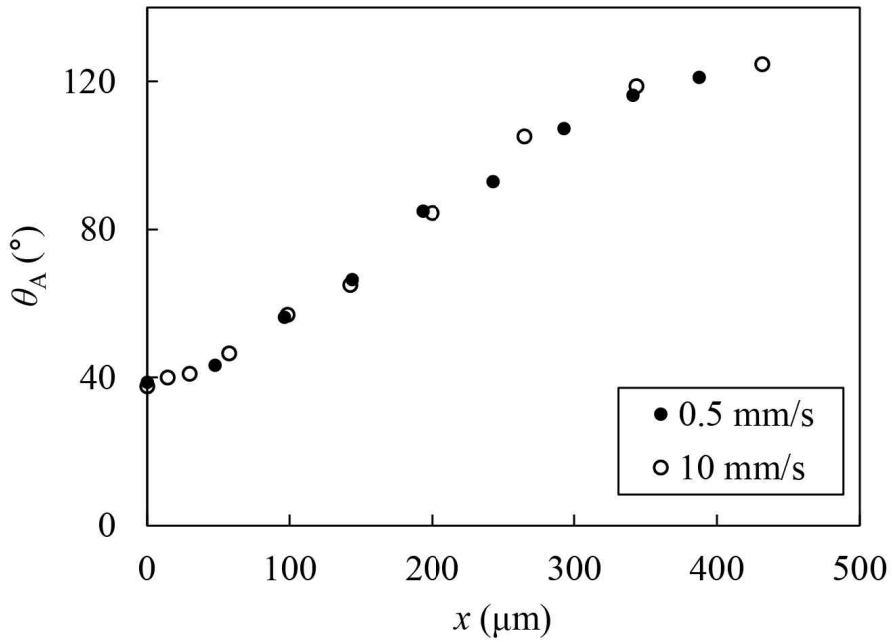


Fig. 3.2 Comparison between U=0.5 mm/s and U=10 mm/s. Experimental condition is D=420 μm, h=245 μm, V=19 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water).

3.2 Surface evolver를 이용한 전단변형 시뮬레이션

모세관 브릿지 힘과 전단변형 메커니즘 분석을 위해서는 모세관 브릿지의 전단변형에 관한 물리적인 고찰이 필요하다. 이러한 물리적 고찰을 위해 메니스커스 형상에 대해 살펴볼 필요가 있다. 전단변형 시 모세관 브릿지의 메니스커스 형상은 Young-Laplace equation을 통해 구할 수 있다. 그런데 Young-Laplace equation은 해석해를 가지지 않으므로, 시뮬레이션을 이용하여 메니스커스의 형상을 확인할 수 있다. 3.1절에서 언급하였듯이 모세관 브릿지의 전단변형은 준정적 메커니즘이다. 이에 액체의 정적상태에 관한 상용 시뮬레이션 툴인 surface evolver를 이용하였다. Surface evolver는 액체의 형상과 해당 형상에 대한 제한 조건이 정의 되었을 경우, 모든 조건을 만족하는 최저 에너지 상태의 액체형상을 도출한다.(Fig. 3.3a) Surface evolver를 이용하여 변형변위에 따른 모세관 브릿지의 메니스커스 형상을 구할 수 있고, 변형변위가 0인 초기상태에 대해 메니스커스 형상을 실험결과와 비교하면 Fig. 3.3b와 같다. Fig. 3.3b를 통해 surface evolver의 시뮬레이션 결과와 실험결과가 유사함을 알 수 있다. 즉, 모세관 브릿지가 전단변형할 때, 액체는 최저 에너지를 가지는 메니스커스를 형성한다.

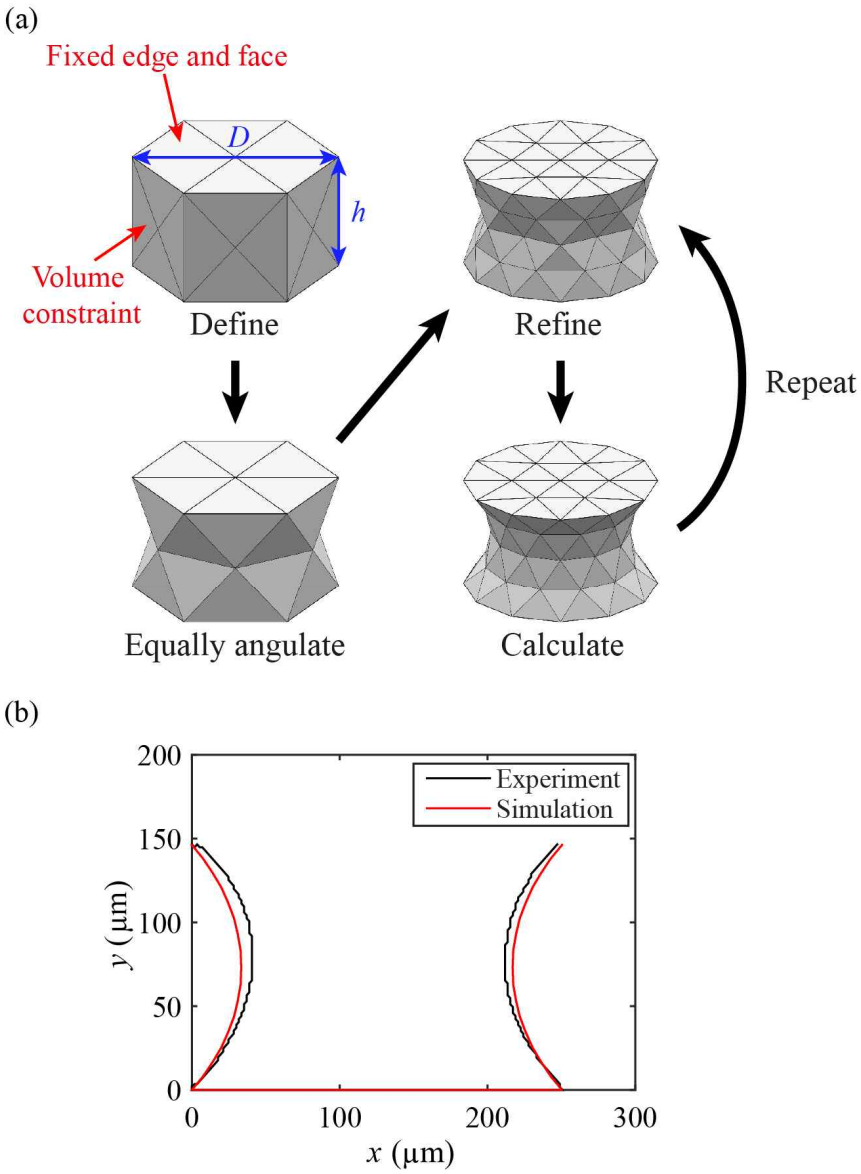


Fig. 3.3 (a) Calculation process of surface evolver for capillary bridge. The surface evolver derives the most stable state of the liquid. (b) Meniscus shape of capillary bridge compared between experiment and simulation. Experimental condition is D=250 μm, h=150 μm, V=5 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water).

3.3 모세관 브릿지 전단변형 메커니즘 분석

3.2절의 결과에서 알 수 있듯이, 모세관 브릿지는 최저 에너지 상태를 가지는 형상이다. 이때 깁스 자유에너지 식(8)을 통해 모세관 브릿지의 메니스커스의 형상을 표면적의 함수로 서술할 수 있다.

$$G = 2\sigma_{SL}A + \sigma S \tag{8}$$

여기서 G는 깁스 자유에너지, σ_{SL}은 고체와 액체 계면사이의 계면장력, A는 고체와 액체의 접촉면적, σ는 표면장력(액체와 기체 계면사이의 계면장력), S는 액체와 기체의 접촉면적을 나타낸다. 식(8)을 모세관 브릿지가 전단변형하는 경우에 대해 적용하면, σ_{SL}, σ, A는 상수이므로 최저 에너지 상태는 최저 측면면적을 가지는 상태와 동일함을 알 수 있다. 따라서 모세관 브릿지는 전단변형 시 최저 측면면적을 가지는 메니스커스를 형성한다.

모세관 브릿지는 일정 한계이상 전단변형될 경우 두 개의 물방울로 분리된다. 이 때 분리된 상태(ruptured state)의 측면 표면적을 S_{rup}로 정의하면, 깁스 자유에너지를 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$G_{rup} = 2\sigma_{SL}A + \sigma S_{rup} \tag{9}$$

또한, 모세관 브릿지와 물방울로 분리된 상태의 깁스 자유에너지 G, G_{rup}에 대해 에너지 변화량 ΔG를 식(10)과 같이 정의할 수 있고, 이를 통해 모세관 브릿지의 전단변형 메커니즘을 분석할 수 있다.

$$\Delta G = \sigma(S - S_{rup}) \tag{10}$$

모세관 브릿지가 전단변형 할 때, 측면 표면적은 surface evovler를 이용해 계산할 수 있다. 계산된 측면 표면적을 통해 변형변위에 따른 ΔG를 그래

프로 나타내면 Fig. 3.4와 같다. 초기상태의 모세관 브릿지는 물방울로 분리된 상태에 비해 매우 낮은 에너지 준위를 가지므로 상대적으로 안정된 상태이다. 그리고 전단변형이 발생함에 따라 모세관 브릿지의 깁스 자유에너지는 증가하고, 물방울로 분리된 상태에 비해 에너지가 높아질 경우 모세관 브릿지는 초기상태로 회복되지 못하고 끊어지게 된다. 여기서 모세관 브릿지의 에너지와 물방울로 분리된 상태의 에너지가 같아지는 지점($\Delta G=0$)을 전단변형 한계(shear-deformed limit)로 정의하고, 이때 변형변위를 임계 변형변위 x_{cr}이라 한다. 실험적으로 확인한 결과, 모세관 브릿지는 전단변형 한계($\Delta G=0,\ x=x_{cr}$)에서는 아래와 같은 특징을 가진다.

$$S=S_{rup} \tag{11}$$

$$\theta_A=\theta_{A,\max} \tag{12}$$

$$\theta_R=\theta_{R,\min} \tag{13}$$

$$F=F_{\max} \tag{14}$$

따라서 모세관 브릿지의 전단변형에 관한 메커니즘은 깁스 자유에너지, 측면 표면적으로 해석할 수 있다.

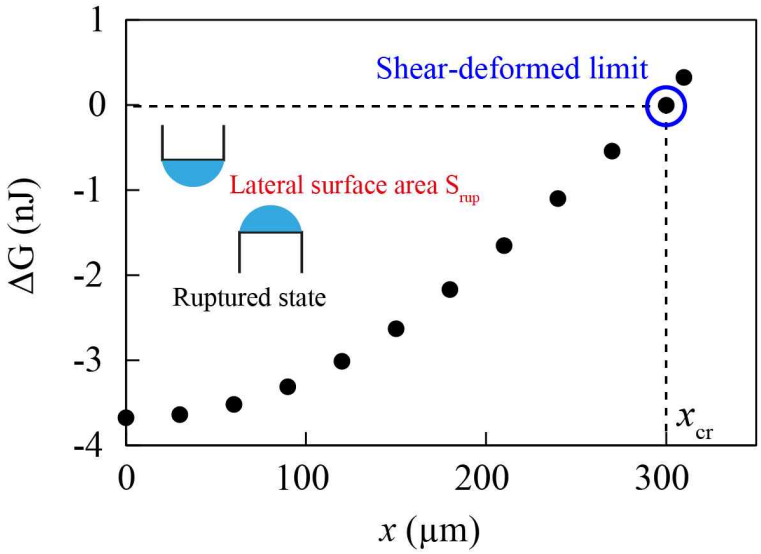


Fig. 3.4 Difference of Gibbs free energy between the shear-deformed capillary bridge and ruptured state. At the shear-deformed limit, deformation distance (x) is defined as critical deformation distance (x_{cr}). Experimental condition is D=320 μm, h=195 μm, V=8.6 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water).

4. 모세관 브릿지 힘

4.1 모세관 브릿지 힘 측정

Fig. 2.1의 실험 장치를 통해 모세관 브릿지의 전단변형에 따른 유리 캔틸레버 변형량을 측정할 수 있고, 측정된 변형량을 식(7)에 대입하면 모세관 브릿지 힘을 계산할 수 있다. 변형변위에 따른 모세관 브릿지 힘을 그래프로 나타내면 Fig. 4.1a와 같다. 이때 변형변위가 증가함에 따라 모세관 브릿지에 의한 힘은 증가하고, 3.3절에서 확인하였듯이 전단변형 한계(shear-deformed limit)에서 최대 힘이 발생한다.

모세관 브릿지 힘은 표면장력에 의해 발생되는 힘으로, 이는 자유물체도를 통해 확인할 수 있다. Fig. 4.1b는 전단변형된 모세관 브릿지에 대한 자유물체도이다. 이를 보게 되면, 모세관 브릿지에 가해진 외력은 표면장력과 힘 평형을 이루게 된다. 여기서 모세관 브릿지를 2차원으로 가정할 수 있고, 전단변형된 모세관 브릿지에 의해 발생하는 힘(F)은 아래와 같다.

$$F = \sigma D(\cos\theta_R - \cos\theta_A) \tag{15}$$

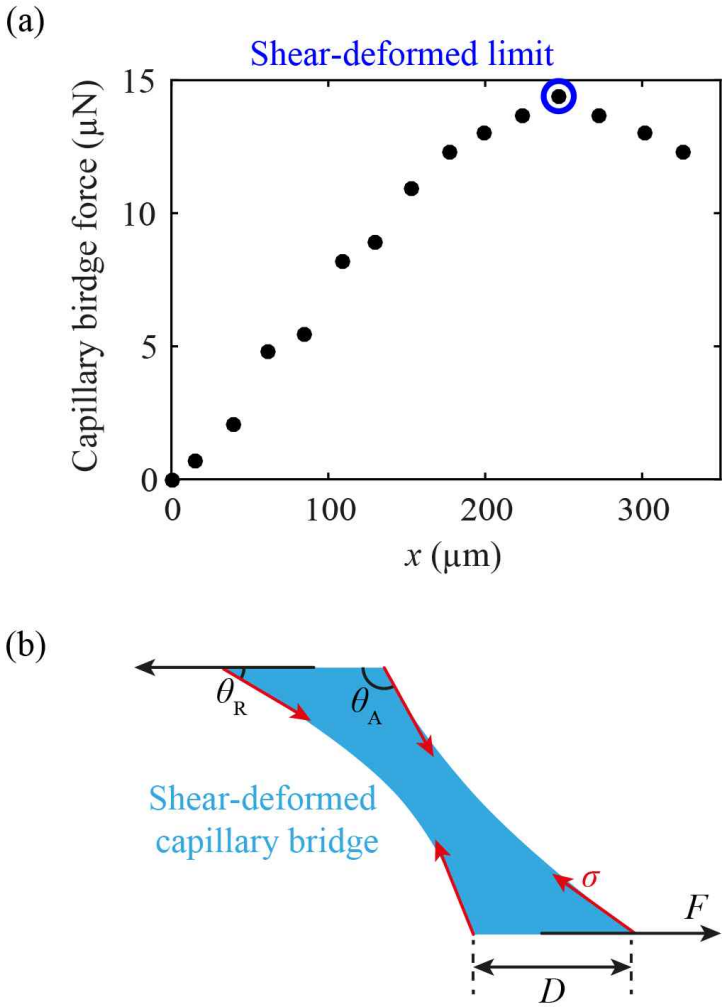


Fig. 4.1 (a) Force induced by the shear-deformed capillary bridge. Experimental condition is D=320 μm, h=195 μm, V=8.6 nL and the liquid is glycerine 60 wt% (40 wt% water). (b) The free body diagram of shear-deformed capillary bridge at the force equilibrium.

4.2 최대 모세관 브릿지 힘 모델링

Fig. 4.1a에서 볼 수 있듯이, 모세관 브릿지 힘은 전단변형 한계에서 최댓값을 가지고, 최대 모세관 브릿지 힘은 모세관 브릿지의 높이, 부피, 표면장력 등의 함수로 나타난다. 다양한 경우에 대해 측정된 최대 모세관 브릿지 힘을 높이에 따라 그래프로 나타내면 Fig. 4.2와 같다.

3.3절의 전단변형 한계($x = x_{cr}$) 특성을 이용해 최대 모세관 브릿지 힘을 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{max} \sim \sigma D(\cos\theta_{R,\,min} - \cos\theta_{A,\,max}) \tag{16}$$

이때 최소 후진접촉각($\theta_{R,\,min}$)은 약 25°의 값을 가지는 상수이므로 $\cos\theta_{R,\,min} \simeq 1$로 근사할 수 있고, 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{max} \sim \sigma D(1 - \cos\theta_{A,\,max}) \tag{17}$$

테일러 전개에 의해 $1 - \cos\theta_{A,\,max} \simeq \frac{1}{2}\theta^2_{A,\,max}$이므로 최대 모세관 브릿지 힘은 아래와 같은 scaled form으로 표현된다.

$$F_{max} \sim \sigma D\theta^2_{A,\,max} \tag{18}$$

그런데 최대 전진접촉각($\theta_{A,\,max}$)은 모세관 브릿지의 부피(V), 높이(h), 지름(D)의 함수로 표현되는 종속변수이므로, 최대 전진접촉각에 대한 scaling이 필요하다.

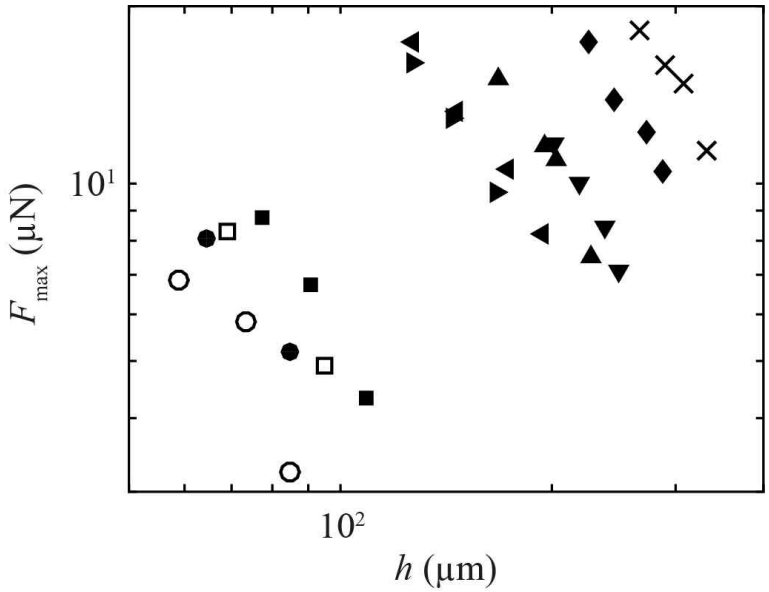


Fig. 4.2 The maximum force induced by capillary bridges. Experimental conditions for each symbol are shown in Table 2.

Symbol	D (μm)	V (nL)	Liquid (aqueous solution)	σ (mN/m)
●	180	0.92	Glycerine 80 wt%	68
■	180	1.2		
◀	250	4.9		
▶	320	6.1		
▲	320	8.6		
▼	320	10.5		
◆	420	19		
×	420	24		
○	180	0.84	Ethylene glycol 60 wt%	50
□	180	1		

Table 2 Experimental conditions for the symbols.

실제 모세관 브릿지는 중심방향으로 오목한 형상을 가지지만(Fig. 4.3a), 간단한 해석을 위해 Fig. 4.3b와 같이 원기둥으로 가정할 수 있다. 이때 최대 전진접촉각은 $\theta_{A,\max} = \theta_0 + \Delta\theta$로 나타난다. 여기서 $\theta_0 \ll \Delta\theta$이고, $\Delta\theta \sim \tan^{-1}\frac{x_{cr}}{h} \simeq \frac{x_{cr}}{h}$이므로 최대 전진접촉각은 식(19)와 같이 표현된다.

$$\theta_{A,\max} = \theta_0 + \Delta\theta = \Delta\theta \sim \frac{x_{cr}}{h} \tag{19}$$

여기서 x_{cr}은 전단변형 한계에서의 변형변위이다. 그런데 전단변형 한계는 측면 표면적의 함수로 서술 할 수 있으므로, 변형변위 역시 측면 표면적의 함수로 나타낼 수 있다. Fig. 4.3b와 같이 원기둥 형태로 가정할 경우 초기 상태의 측면 표면적(S_0)과 전단변형 한계에서 측면 표면적(S_{rup})사이의 관계를 아래와 같이 기술할 수 있다.

$$\frac{S_{rup}}{S_0} = \frac{l}{h} = \frac{\sqrt{h^2 + x_{cr}^2}}{h} \tag{20}$$

하지만 실제 모세관 브릿지의 경우 원기둥 형태가 아니므로 식(20)을 아래와 같은 scaled form으로 나타낼 수 있고, 이때 $\frac{x_{cr}}{h} \gg 1$이므로 전단변형 한계에서의 변형변위와 모세관 브릿지의 측면 표면적 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{S_{rup}}{S_0} \sim \sqrt{1 + \frac{x_{cr}^2}{h^2}} \sim \frac{x_{cr}}{h} \tag{21}$$

이를 이용하여 최대 전진접촉각을 모세관 브릿지의 측면 표면적의 함수로 나타낼 수 있다.

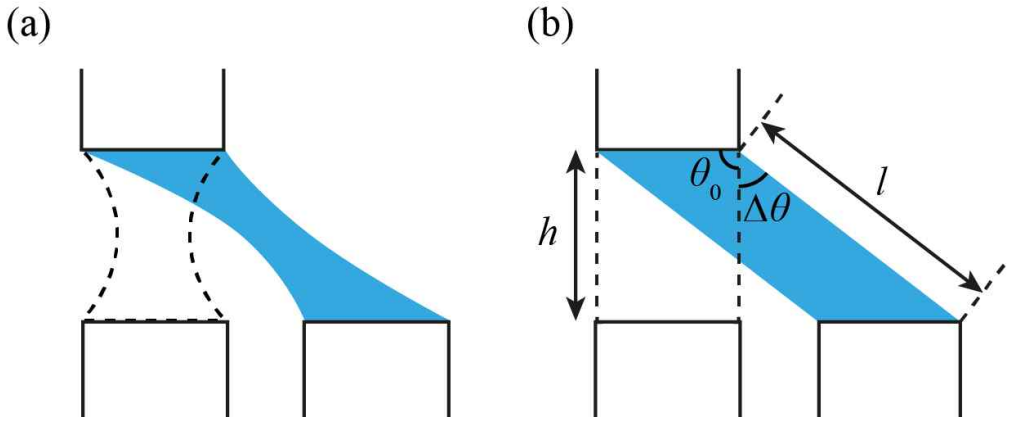


Fig. 4.3 (a) Real shape of shear-deformed capillary bridge. (b) Assume that initial shape of a capillary bridge is cylinder.

$$\theta_{\mathrm{A,\,max}} \sim \frac{S_{\mathrm{rup}}}{S_0} \tag{22}$$

여기서 모세관 브릿지의 표면적은 surface evolver를 통해 계산할 수 있고, 이를 독립변수의 함수로 나타내면 분리된 상태의 측면 표면적은 $S_{\mathrm{rup}} \sim (VD)^{1/2}$, 초기 상태의 측면 표면적은 $S_0 \sim Dh$로 scaling된다. 따라서 최대 전진접촉각은 아래와 같이 독립변수의 함수로 표현할 수 있다.

$$\theta_{\mathrm{A,\,max}} \sim \frac{\sqrt{VD}}{Dh} \sim \frac{V^{1/2}}{D^{1/2}h} \tag{23}$$

이를 식(18)에 대입하면, 최종적으로 최대 모세관 브릿지 힘에 대한 scaling law를 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$F_{\max} \sim (\sigma V)h^{-2} \tag{24}$$

식(24)의 scaling law에 따라 Fig. 4.3의 결과를 다시 그래프로 나타내면, Fig 4.4에서 볼 수 있듯이 모든 데이터가 하나의 직선에 잘 collapse되는 것을 볼 수 있고, 이는 scaling law가 타당하다는 것을 보여준다.

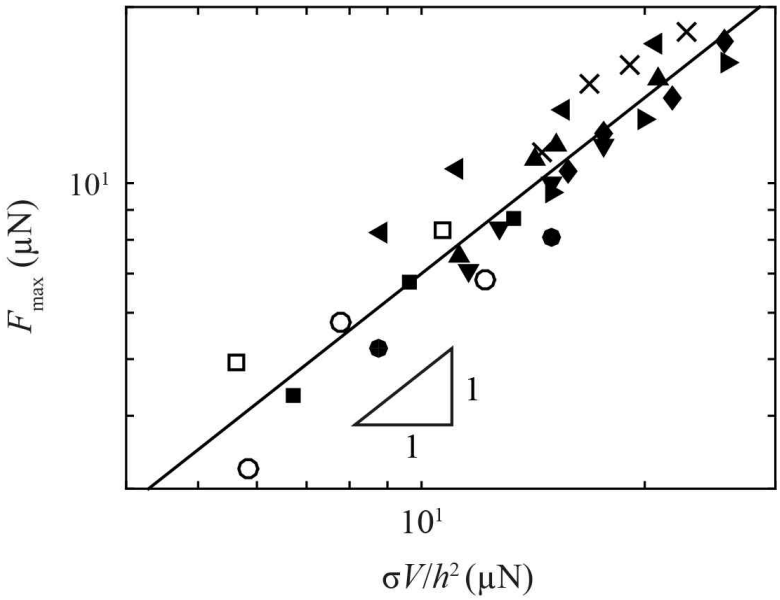


Fig. 4.4 The maximum force induced by shear-deformed capillary bridges (F_{max}) plotted according to the scaling law. Experimental conditions for each symbol are shown in Table 2.

4.3 얼음마찰에 대한 모세관 브릿지의 영향

Fig. 1.1에서 볼 수 있듯이, 모세관 브릿지는 얼음마찰의 메커니즘에 영향을 미친다. 그러나 과거의 연구결과에서 모세관 브릿지의 전단변형 힘에 대한 이론적, 실험적 모델이 존재하지 않았기 때문에 얼음마찰에서 모세관 브릿지의 영향을 파악할 수 없었다.[1] 그런데 모세관 브릿지 힘에 대해 해석한 본 연구의 결과를 통해 얼음마찰에서 모세관 브릿지가 미치는 영향을 확인할 수 있다. 얼음의 마찰력을 해석하기 위해서는, 얼음과 얼음 위를 운동하는 물체 계면에서 생성된 물의 면적을 확인하고 마찰 메커니즘을 정의해야한다. 이에 저속(0.01 m/s)으로 운동하는 물체와 얼음 사이의 계면 가시화 결과를 이용하도록 한다.(Fig. 4.5) 계면 가시화 결과(Fig. 4.5a)를 보게 되면 얼음과 얼음 위를 운동하는 물체 사이에서 검은색 영역을 확인할 수 있다. 이는 얼음과 물체사이에 생성된 물이 전반사를 일으켜 검은색으로 나타나는 영역으로, 해당 영역의 면적을 계산하면 생성된 물의 면적을 알 수 있다. Fig. 4.5b를 보게 되면 검은색으로 나타나는 영역 중 점성력 영역(viscous force region)과 모세관 브릿지 힘 영역(capillary bridge force region)을 구분할 수 있고, 이는 혼합마찰의 개념과 일치한다. 얼음과 물체사이의 유체 흐름을 Couette flow를 가정하면, 점성력은 식(25)와 같이 표현할 수 있다.

$$F_{\mathrm{vis}} = \mu_{\mathrm{w}} \frac{v}{h_{\mathrm{w}}} A_{\mathrm{c,\,vis}} \tag{25}$$

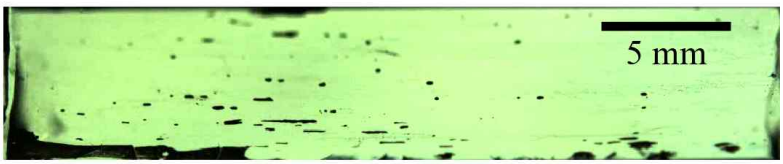
이때 μ_{w}는 물의 점성계수, v는 물체의 운동속도, h_{w}는 물의 두께, $A_{\mathrm{c,\,vis}}$는 점성력 영역에서 물이 차지하는 면적이다. 모세관 브릿지 힘은 식(24)를 이용할 수 있고, 비례상수(C)는 Fig. 4.4의 실험결과 평균을 통해 0.7로 가정

하였다.

$$F_{\mathrm{cap}} = C\sigma \frac{V}{h_{\mathrm{w}}^2} A_{\mathrm{c,\ cap}} \tag{26}$$

그러므로 식(25), (26)을 이용해 각 영역의 마찰력을 계산할 수 있다.(Table 3) 이때 생성된 물의 두께는 0.1 μm로 가정하였고,[11] 생성된 물의 면적($A_{\mathrm{c,\ vis}}$, $A_{\mathrm{c,\ cap}}$)은 이미지 분석을 통해 계산되었다. 예측된 마찰력 결과(Table 3)를 보게 되면, 모세관 브릿지 힘에 의한 마찰력이 점성력에 의한 마찰력에 비해 매우 큰 것을 볼 수 있고 전체 마찰력의 크기는 모세관 브릿지 힘에 의해 지배된다. 그리고 Fig. 4.5의 조건에 대한 얼음마찰력의 크기는 28 mN으로 모세관 브릿지 힘과 유사한 단위를 가진다. 따라서 얼음마찰을 해석함에 있어서 모세관 브릿지 힘은 반드시 고려되어야 할 요소임을 알 수 있다.

(a)



C. Yun & H. Kim

(b)

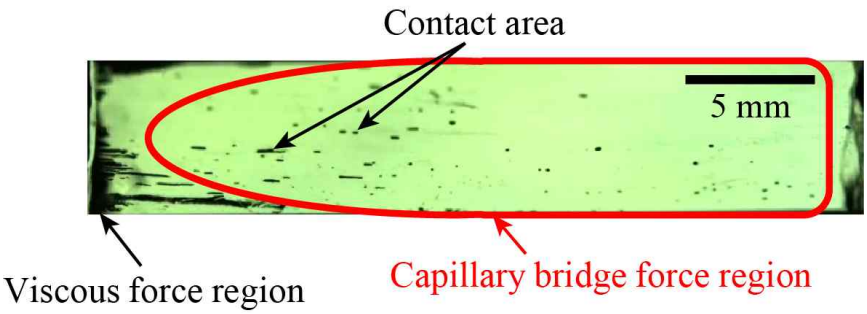


Fig. 4.5 (a) Contac area measurement between the ice and a slider. Experimental conditions are ambient temperature is －1°C, the velocity of slider(v) is 0.01 m/s and normal force(N)is 78 mN.(C. Yun and H. Kim) (b) Mixed friction regime of ice.

	Viscous force region	Capillary bridge force region	Total
Contact area A_c(mm^2)	0.064	0.02	0.084
Friction (mN)	6.4×10^{-3}	10	10

Table 3. Theoretical prediction of friction between the slider and the ice for each region(viscous force region and capillary bridge force region).

5. 결론

모세관 브릿지의 전단변형은 다양한 마이크로 스케일의 메커니즘에서 발견되지만, 실험의 어려움으로 인해 연구가 거의 진행되지 못했다. 이에 본 연구에서는 마이크로 모세관 브릿지의 전단변형을 실험할 수 있는 장치를 구성하고, 전단변형 가시화와 모세관 브릿지 힘 측정을 통해 전단변형을 해석하였다.

전단변형 가시화를 통해 마이크로 모세관 브릿지의 전단변형 메커니즘을 규명하였다. 전단변형 시 변형변위가 증가함에 따라 전진접촉각이 증가하고, 특정 변형변위를 지나면 모세관 브릿지가 분리되는 동일한 경향을 보인다. 모세관 브릿지의 형상은 수치해석적 방법을 통해 분석이 가능하다. 이에 surface evolver를 통해 해석한 결과와 실험결과를 비교하여 동일함을 확인하였다. 그 결과, 모세관 브릿지는 최소 깁스 자유에너지를 가지도록 전단변형하고, 이는 모세관 브릿지의 최소 측면 표면적으로도 설명될 수 있다. 또한, 모세관 브릿지는 분리된 상태와 동일한 에너지를 가지는 지점(전단변형 한계)에서 최대 전진접촉각과 최대 모세관 브릿지 힘을 가진다.

구축된 실험 장치를 통해 전단변형에 의한 모세관 브릿지 힘을 최초로 측정하였다. 변형변위가 증가함에 따라 모세관 브릿지 힘이 증가하는 것을 확인했고, 이 힘은 전단변형 한계에서 최대가 된다. 다양한 액체, 부피 등의 조건에 대해 최대 모세관 브릿지 힘을 측정하고, 모델링을 진행하였다. 그 결과, 모든 데이터를 하나의 직선에 collapse 시킬 수 있는 scaling law를 구하고, 본 scaling law를 이용해 얼음마찰에서 모세관 브릿지가 차지하는 비중을 확인하였다.

본 연구결과는 다양한 마이크로 시스템에서 모세관 브릿지가 메커니즘에 미치는 영향에 대한 이해를 도울 수 있다.

참고문헌

1. Kietzig A. M.; Hatzikiriakos S. G.; Englezos P. Physics of ice friction. *J. Appl. Phys.* **2010**, 107, 081101.

2. Colbeck S. C. The kinetic friction of snow. *J. Glaciol.* **1988**, 34, 78-86.

3. Ghatkesar M. K.; Garza H. H. P.; Heuck F.; Staufer U. Scanning Probe Microscope-Based Fluid Dispensing. *Micromachines* **2014**, 5, 954-1001.

4. Agapov R. L.; Boreyko J. B.; Briggs D. P.; Srijanto B. R.; Retterer S. T.; Collier C. P.; Lavrik N. V. Length scale selects directionality of droplets on vibrating pillar ratchet. *Advanced Materials Interfaces* **2014**, 1, 1400337.

5. Mastrangeli M.; Zhou Q.; Sariola V.; Lambert P. Surface tension-driven self-alignment. *Soft Matter* **2017**, 13, 304-327.

6. Lian G.; Thornton C.; Adams M. J. A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies. *J. colloid interf. sci.* **1993**, 161, 138-147.

7. Hotta K.; Takeda K.; Iinoya K. The capillary binding force of a

liquid bridge. *Powder Technology* **1974**, 10, 231-242.

8. Willett C. D.; Adams M. J.; Johnson S. A.; Seville J. P. Capillary bridges between two spherical bodies. *Langmuir* **2000**, 16, 9396-9405.

9. Wiklund H. S.; Uesaka T. Simulations of shearing of capillary bridges. The Journal of chemical physics **2012**, 136, 094703.

10. Lee M.; Kim B.; Kim J.; Jhe W. Noncontact friction via capillary shear interaction at nanoscale. *Nat. Commun.* **2015**, 6, 7359.

11. Bäurle L.; Kaempfer T. U.; Szabó D.; Spencer N. D. Sliding friction of polyethylene on snow and ice: contact area and modeling. *Cold Reg. Sci. Technol.* **2007**, 47, 276-289.

Abstract

Shearing dynamics of capillary bridges

Dongjo kim

School of Mechanical and Aerospace Engineering

The Graduate School

Seoul National University

The liquid between the solids is classified as a film when the amount of liquid is sufficient to cover the whole interface between the solids. However, if the amount of liquid is insufficient, the liquid between the solids will have a specific shape because of the surface tension of the liquid and the geometric constraints. This specific shape of the liquid is called a capillary bridge. Capillary bridges are formed on a variety of scales ranging from macroscopic to microscopic scales. In spite of their small size, micro capillary bridges cause shear deformation of micro structures that is the reason why AFM (atomic force microscope) cantilever deform and adhesion force of wet granular media increase. In this research, shear deformation of micro capillary bridges was experimentally observed and the theoretical results were analyzed. The micro capillary bridges were shear deformed at low and high speed. Here, we observe that the magnitude of capillary bridge force and the

mechanism of shear deformation were independent of the speed. The magnitude of capillary bridge force is so small that it can not be measured with a load cell. Therefore, an experimental apparatus using a thin glass cantilever was constructed. Using this experimental setup, the force induced by shear deformed capillary bridge is experimentally measured. In addition, we construct the scaling law which is expressed by independent variable such as the height, volume, and the surface tension of the capillary bridge for maximum force induced by shear deformed capillary bridge. The scaling law suggested in this work contribute to the understanding and analyzing the effects of capillary bridge forces on micro scale mechanisms.

Keywords: Capillary bridge, Shear deformation, Ice friction, Mixed friction

Student number: 2015-20712