creative commons
COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

**저작자표시**. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

**비영리**. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

**변경금지**. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

**저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.**

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학박사 학위논문

# L1적응제어기를 이용한 초공동 수중운동체의 운항영역보호기법 연구

A study on L1 adaptive control based operation envelope protection for a supercavitating underwater vehicle

2018년 2월

서울대학교 대학원

조선해양공학과

김 선 홍

# L1적응제어기를 이용한 초공동 수중운동체의 운항영역보호기법 연구

지도 교수 김 용 환

이 논문을 공학박사 학위논문으로 제출함

2018년 1월

서울대학교 대학원

조선해양공학과

김 선 홍

김선홍의 공학박사 학위논문을 인준함

2018년 1월

위 원 장 _____ (인)

부위원장 _____ (인)

위 원 _____ (인)

위 원 _____ (인)

위 원 _____ (인)

# 초 록

초공동 기술은 기존 수중운동체의 속도한계를 극복하기 위한 방안으로 제안된 기술로써 군사선진국을 중심으로 활발히 연구되어왔다. 초공동 상태는 유체의 속도 및 압력 변화로 인해 발생하는 공동이 수중운동체를 완전히 감쌀 수 있을 정도로 발달된 상태이다. 수중운동체 항력의 대부분은 마찰저항에 의한 것으로, 추력을 증가시킴으로써 수중운동체의 속력을 증가시키는 것은 한계가 있다. 초공동 기술을 이용하면 물과의 접촉면을 제거하여 마찰저항을 극단적으로 줄일 수 있으며, 기존 수중운동체의 5~8배에 달하는 속도로 주행할 수 있다.

초공동 수중운동체의 빠른 주행속도는 목표까지의 도달시간을 단축할 수 있다는 장점이 있지만, 운동체와 공동의 상태 변화에 따라 유체력이 불연속적, 비선형적으로 변하기 때문에 운동체의 안정성을 보장하기 어렵다는 단점이 있다. 본 연구에서는 초공동 수중운동체가 항주상태에서 운동체의 안정성을 유지하고 플레이닝을 발생시키지 않도록 운항영역을 보호하는 기법에 대한 연구를 수행하였다. 초공동 수중운동체의 동역학 모델링은 공동의 크기 모델링, 공동 중심축 변형 및 시간지연 모델링, 캐비테이터 및 꼬리날개의 모델링, 몸체 유체력 모델링을 포함시켰다. 이렇게 구성된 비선형 통합 운동방정식을 통해 초공동 운동체의 물리적 특성을 파악하고 주행상황을 모사할 수 있도록 하였다.

시뮬레이션에 사용될 운동체의 주요제원을 결정하기 위하여 초공동 수중운동체의 설계 제약조건에 대한 연구를 수행하였다. 캐비테이터는 최대속도 항주상태에서 공동이 초월공동을 생성하여 운동체 전체를 감쌀 수 있도록 선택하였고, 꼬리날개는 운동체의 주행 안정성을 보장할 수 있도록 선택하였다. 추력의 크기 및 지속시간 등 추진기관 관련 제약조건은 운동체 내부 추진기관의 크기 및 연소형태를 고려하여 제안하였다. 제안된 제약조건을 만족하면서 목표 거리를 최단시간에 도달할 수 있는 운동체 주요제원이 계산되었고 이를 시뮬레이션에 적용하였다.

초공동 수중운동체의 운항영역보호기법은 운동체가 안정성을 유지하고 주어진 명령을 추종할 수 있는 상태를 벗어나지 않도록 운동체의 자세 및 공동수를 제어하는 기법이다. 운항영역보호기법은 공동수를 조절하여 공동의 크기를 변화시킴으로써 운동체의 한계를 보호하는 기법과 운동체의 자세 변화를 제한함으로써 플레이닝을 회피하는 기법으로 분류하여 각각에 대해 연구를 수행하였다. 공동수 제어를 통한 운항영역보호기법에는 공동수 자체의 안정성, 운동체의 안정성, 플레이닝 회피가 고려되었다. 자세제어를 통한 운항영역보호기법은 플레이닝이 발생하는 순간의 운동체 자세를 예측하는 한계예측과 추정된 자세한계를 넘지 않도록 명령을 생성하는 한계보호기법으로 나누어 연구를 수행하였다.

한계보호기법에서 생성된 명령을 추종하기 위한 자세제어기법으로 L1

적응제어기를 사용하였다. L1 적응제어기법을 통해 모델링 불확실성을 보상하고 천이구간 및 정상상태 구간에서의 안정성을 보장하도록 제어기를 설계하였다. 모델링 불확실을 추정하기 위하여 상태관측기의 상태추종과 제어입력을 계산하는데 신경회로망 이론을 적용하였다.

제안된 초공동 수중운동체 동역학 모델링을 기반으로 주행상황을 모사할 수 있는 시뮬레이션 기반을 구축하였다. 이를 바탕으로 기존에 수행된 주행시험과의 비교를 통해 초공동 수중운동체의 모델링 타당성을 검증하고, 제안된 운항영역 보호기법과 L1 신경회로망 적응제어기법의 성능을 확인하였다. 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 6자유도 운동방정식이 초공동 수중운동체가 가지는 동역학적 특성을 재현할 수 있으며 구축된 시뮬레이션을 통해 수중주행 상황을 예측/모사할 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서 수행한 초공동 수중운동체의 모델링 기법 및 설계범위 제약조건은 초공동 수중운동체 초기 개발단계에서 주요 제원 및 목표 성능을 설정하는데 사용될 수 있으며, 운항영역 보호기법과 L1 적응제어기법을 통해 실제 운용상황에서 초공동 수중운동체의 모델링 불확실성에 따른 운동체 안정성 문제를 해결할 수 있다.

**주요어 : 초공동 수중운동체, 운항영역보호기법, L1 적응제어기법, 신경회로망, 동역학 모델링, 플레이닝 회피**

**학 번 : 2014-30330**

# 목 차


**1 서론 ..... 1**

1.1 연구 배경 ..... 1

1.2 연구 현황 ..... 5

1.2.1 초공동 수중운동체 동역학 모델링 ..... 5

1.2.2 운항영역 보호기법 ..... 6

1.2.3 초공동 수중운동체 제어기법 ..... 7

1.3 주요 연구 내용 및 목표 ..... 8

**2 초공동 수중운동체 모델링 ..... 12**

2.1 6 자유도 운동방정식 ..... 13

2.2 공동형상 모델링 ..... 16

2.2.1 공동 직경/길이 모델링 ..... 17

2.2.2 공동 중심축 변형 모델링 ..... 21

2.3 캐비테이터 유체력 모델링 ..... 28

2.4 꼬리날개 유체력 모델링 ..... 30

2.5 침수부 위치 및 크기 계산 ..... 34

2.6 플레이닝 유체력 모델링 ..... 36

2.7 몸체 유체력 모델링 ..... 41

2.8 초공동 수중운동체 선형 운동방정식 ..... 45

2.9 초공동 수중운동체 주요치수 결정 ..... 48

2.9.1 설계 변수 설정 ..... 48

2.9.2 설계 제약조건 ..... 49

3 초공동 수중운동체 운항영역 보호기법 .....59
3.1 공동수 제어기법 .....61
3.2 한계예측 기법 .....69
3.3 비교모델 기반 한계보호기법 .....73
3.4 포텐셜함수 기반 한계보호기법 .....79
4 초공동 수중운동체 자세제어기법 .....86
4.1 Base line 제어기-LQR 제어기법 .....87
4.2 L1 적응제어기법 .....90
4.3 신경회로망을 통한 비정합 불확실성 추정 .....101
4.4 초공동 수중운동체 동역학에의 적용 .....109
5 초공동 수중운동체 주행시뮬레이션 기반 구축 .....115
5.1 초공동 수중운동체 주요치수 도출 .....115
5.2 초공동 수중운동체 동역학 모델링 검증 .....123
6 운항영역 보호기법 성능검증 .....138
6.1 공동수 제어 기반 운항영역 보호기법 .....138
6.1.1 목표 공동수 고정 시뮬레이션 .....138
6.1.2 플레이닝 회피 공동수 사용 .....140
6.1.3 플레이닝 회피 공동수 + 안정화 사용 .....141
6.2 L1 적응제어기법 기반 운항영역 보호기법 .....145
6.2.1 포텐셜기반 한계보호기법 시뮬레이션 .....145
6.2.2 L1 적응제어기반 운항영역 보호성능 .....147
6.2.3 강건성 및 적용가능성 분석 .....161

6.2.4 기존 제어기법과의 비교 ..... 174

**7 결론 ..... 180**

**참고문헌 ..... 185**

# 표 목 차

Table 2-1 Supercavitating vehicle configuration parameters ..... 12

Table 2-2 Specification of Shkval ..... 54

Table 5-1 Nominal value of vehicle parameter ..... 115

Table 5-2 Optimization condition ..... 120

Table 5-3 Configuration parameter optimization results ..... 121

Table 5-4 Test condition ..... 124

Table 6-1 Simulation condition ..... 150

Table 6-2 PID gain in tracking controller ..... 150

Table 6-3 Mass, c.g and moment of inertia change ..... 161

Table 6-4 Mass, c.g and moment of inertia uncertainty ..... 162

Table 6-5 Maximum overshoot and steady state error w.r.t $km$ ..... 167

Table 6-6 Maximum overshoot and steady state error w.r.t $k\sigma$ ..... 167

Table 6-7 Sensor, noise and filtering condition ..... 169

# 그 림 목 차

Fig 1-1 Supercavitating vehicle.....2

Fig 1-2 Tail slapping phenomenon induced by planing force .....3

Fig 2-1 Coordination system of supercavitating vehicle.....15

Fig 2-2 Axisymmetric cavity and cavity sections .....16

Fig 2-3 Cavity profile according to different cavitation number.....20

Fig 2-4 Gravity effect on the cavity centerline when $Fr_l = 10$, $\sigma = 0.07$ .....23

Fig 2-5 Comparison result of the cavity centerline deformation when $Fr_l = 2.5$, $\sigma = 0.07$ .....23

Fig 2-6 Cavity AOA effect on the cavity centerline when $AOA = 15°$, $\sigma = 0.02$ .....25

Fig 2-7 Delayed cavity section.....25

Fig 2-8 Cavitator coordinate system .....29

Fig 2-9 Fin span and immersion depth.....30

Fig 2-10 fin coordinate system.....31

Fig 2-11 Angle of attack and deflection angle of fin.....32

Fig 2-12 Relative position of vehicle and cavity axis .....34

Fig 2-13 Planing of body on cavity wall .....36

Fig 2-14 Comparison of lift coefficients of planing.....39

Fig 2-15 Hydrodynamic forces acting on $X_B$-axis .....42

Fig 2-16 Velocity distribution along the $X_B$-axis in wetted body.....43

Fig 2-17 Supercavitating vehicle configuration parameters.....48

Fig 2-18 Condition for supercavity constraint ..... 50
Fig 2-19 Force and moment acting on supercavitating vehicle..... 52
Fig 2-20 Supercavitating vehicle design optimization process ..... 58
Fig 3-1 Tail slapping of supercavitating vehicle ..... 59
Fig 3-2 Planing avoidance by increasing cavity size ..... 61
Fig 3-3 Control architecture of envelope protection system based on cavitation number control ..... 61
Fig 3-4 Initial gap between cavity wall and vehicle in steady state ..... 63
Fig 3-5 Cavity radius needed to avoid planing..... 64
Fig 3-6 Fin immersion depth according to the cavity size ..... 65
Fig 3-7 Estimation of time taken by system to become unstable ..... 66
Fig 3-8 Planing envelope protection system architecture for a supercavitating underwater vehicle ..... 70
Fig 3-9 Planing margin according to the relative position between cavity wall and vehicle ..... 71
Fig 3-10 Concept of reference model based limit protection ..... 73
Fig 3-11 Planing envelope protection system architecture based on reference model..... 74
Fig 3-12 Depth tracking controller architecture ..... 75
Fig 3-13 Planing envelope protection system architecture based on potential function ..... 79
Fig 3-14 Tracking controller architecture..... 80
Fig 4-1 Closed-loop L1 adaptive system..... 93
Fig 4-2 Cascaded system..... 100

Fig 4-3 Schematic representation of RBF neural network ..... 106
Fig 5-1 Feasible design variable region based on supercavity constraint in the case of ventilated cavity ..... 116
Fig 5-2 Trim velocity contours based on velocity constraint in the case of ventilated cavity ..... 118
Fig 5-3 Trim velocity contours based on velocity constraint in the case of natural cavity ..... 118
Fig 5-4 Feasible design variable region based on the stability constraint in the case of natural cavity ..... 119
Fig 5-5 supercavitating vehicle captive test ..... 123
Fig 5-6 Experiment data processing ..... 124
Fig 5-7 Experiment data thrust and acceleration w/, w/o filtering (test 1) ..... 126
Fig 5-8 Experiment data thrust and acceleration w/, w/o filtering (test 2) ..... 126
Fig 5-9 Comparison results of experiment and numerical simulation (test 1) ..... 129
Fig 5-10 Comparison results of experiment and numerical simulation (test 2) ..... 129
Fig 5-11 Vertical open loop simulation results, position/depth/pitch angle ..... 130
Fig 5-12 Vertical open loop simulation results, forward velocity/heave/pitch rate ..... 131
Fig 5-13 Cavity size and cavitation number ..... 132
Fig 5-14 Time response of vehicle position ..... 134
Fig 5-15 Time response of Euler angle ..... 135
Fig 5-16 Time response of linear velocity ..... 135
Fig 5-17 Time response of angular velocity ..... 136
Fig 5-18 Cavity axis offset from $X_B$-axis ..... 136

Fig 5-19 Direction of immersion and planing force/moment.....137
Fig 6-1 Time response of vehicle states with constant cavitation number.....139
Fig 6-2 Planing force and moment with constant cavitation number.....139
Fig 6-3 Time response of vehicle states with planing cavitation number .....140
Fig 6-4 Planing force and moment with constant planing cavitation number.....141
Fig 6-5 Time response of vehicle states with suggested .....142
Fig 6-6 Pitch rate vibration reduction with stabilizing.....143
Fig 6-7 Real part of Eigen value and damping ratio .....143
Fig 6-8 Fin immersion depth w/ and w/o stabilizing.....144
Fig 6-9 Pitch angle response with limit protection system .....145
Fig 6-10 Pitch rate tracking command and limit protection command.....146
Fig 6-11 Pitch rate command tracking performance .....148
Fig 6-12 Control history of pitch rate tracking.....149
Fig 6-13 Pitch angle limit protection results with constant $\theta_d, \theta_t$ .....151
Fig 6-14 Time response of position, depth, pitch angle with constant $\theta_d, \theta_t$ .....152
Fig 6-15 Time response of forward and heave velocity, pitch rate with constant $\theta_d, \theta_t$ .....153
Fig 6-16 Tracking signal and envelope protection signal with constant $\theta_d, \theta_t$ ...154
Fig 6-17 Adaptive signal with constant $\theta_d, \theta_t$ .....154
Fig 6-18 Pitch rate and heave velocity prediction.....155
Fig 6-19 Estimated modeling uncertainty with constant $\theta_d, \theta_t$ .....155
Fig 6-20 Neural network weight and uncertain input gain with constant $\theta_d, \theta_t$ ..156

Fig 6-21 Pitch angle limit protection results with varying $\theta_d$ .....157

Fig 6-22 Time response of position, depth, pitch angle with varying $\theta_d$ .....157

Fig 6-23 Time response of forward and heave velocity, pitch rate with varying $\theta_d$ .....158

Fig 6-24 Tracking signal and envelope protection signal with varying $\theta_d$ .....158

Fig 6-25 Pitch rate and heave velocity prediction.....159

Fig 6-26 Adaptive signal with varying $\theta_d$ .....159

Fig 6-27 Estimated modeling uncertainty with varying $\theta_d$ .....160

Fig 6-28 Neural network weight and uncertain input gain with varying $\theta_d$ .....160

Fig 6-29 Pitch angle limit protection results with variable mass, k$m = 1.0$ .....162

Fig 6-30 Time response of position, depth, pitch angle with variable mass, k$m =$ 1.0.....163

Fig 6-31 Pitch rate and heave velocity prediction with variable mass, k$m =$ 1.0.....163

Fig 6-32 Pitch angle limit protection results with variable mass, k$m = 1.5$ .....164

Fig 6-33 Time response of position, depth, pitch angle with variable mass, k$m =$ 1.5.....165

Fig 6-34 Pitch angle limit protection results with variable mass, k$m = 2.0$.....165

Fig 6-35 Time response of position, depth, pitch angle with variable mass, k$m =$ 2.0.....166

Fig 6-36 Control architecture in real operation condition.....168

Fig 6-37 Pitch angle limit protection results with operation condition.....170

Fig 6-38 Time response of position, depth, pitch angle with operation condition 170
Fig 6-39 Pitch rate and heave velocity prediction with operation condition.....171
Fig 6-40 Adaptive signal with operation condition.....171
Fig 6-41 Time response of forward and heave velocity, pitch rate with operation condition.....172
Fig 6-42 states with noise and filtered states.....172
Fig 6-43 States w/o noise and filtered states.....173
Fig 6-44 comparison results of L1 adaptive control vs adaptive control .....174
Fig 6-45 Control history of L1 adaptive control vs adaptive control.....175
Fig 6-46 Pitch angle limit protection results using adaptive control.....176
Fig 6-47 pitch rate and depth tracking using adaptive control.....176
Fig 6-48 Pitch rate and depth tracking using LQR control .....177
Fig 6-49 Bang-to-bang input.....179
Fig 6-50 Comparison result of states response with bang-to-bang input .....179

# 1 서론

## 1.1 연구 배경

초공동 기술(supercavitating technology)은 유체의 속도 변화 및 압력변화로 인해 발생하는 공동(cavitation) 현상을 인위적으로 발생시켜 수중운동체의 항력을 감소시키기 위한 목적으로 개발되었다. 공동의 크기가 수중운동체를 모두 감쌀 수 있을 정도로 발달된 상태를 초월공동(supercavity) 상태라고 하며, 이 때 수중운동체의 일부분을 제외하고 나머지 부분은 공동 내부에 위치하게 되어 물과의 접촉면을 상당부분 제거할 수 있다. 수중운동체 항력(Drag)의 대부분은 마찰저항(skin friction)에 의한 것이다. 마찰저항은 수중운동체의 표면과 이에 접한 유체를 전단시키는데 필요한 힘으로, 이러한 힘은 공기 중에서도 요구되지만, 물의 경우 공기에 비하여 밀도가 1000배나 크기 때문에 동일물체에 있어서 수중 저항은 공기 중 저항의 1000배에 이른다. 따라서 단순히 추력을 증가시킴으로써 수중운동체의 속도를 증가시키는 것은 비효율적이며 그 한계가 명확하다. 1900년대 중반부터 세계 군사선진국에서는 수중운동체의 속력을 높이기 위한 연구를 활발히 수행하였다. 수중운동체의 속력을 높이기 위한 방법으로 추진시스템의 향상에 아닌 물과의 접촉으로 인해 발생하는 항력 자체를 줄이는 방법에 초점을 맞추었다. 초공동화 기술은 이러한 수중운동체 항력감소 방안에

적합한 기술로 평가되었고 러시아, 독일, 미국 등을 중심으로 활발하게 연구되었다.

초공동 수중운동체는 대략적인 형상은 Fig 1-1과 같다. 운동체 전면부에는 캐비테이터(cavitator)가 장착되어 공동 생성 및 유지 기능을 담당함과 동시에 변위각을 변화시켜 제어력을 발생시키는 역할을 한다. 운동체 후미에는 꼬리날개가 부착되어 유체력을 발생시킴으로써 운동체의 안정성을 유지시킨다. 초월공동 상태에서는 캐비테이터와 꼬리날개의 일부분을 제외한 운동체 몸체는 공동에 둘러 쌓이게 되어 유체력을 발생시키지 않는다.

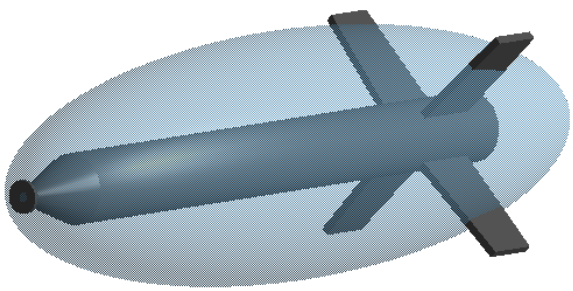

Fig 1-1 Supercavitating vehicle

캐비테이터는 공동을 발생시키는 방법에 따라 자연형 캐비테이터와 분사형 캐비테이터로 분류한다. 자연형 캐비테이터는 유체의 속도변화에 의한 압력저하를 통해 자연적으로 발생되는 공동을 이용하며 분사형 캐비테이터는 공동 내부에 가스를 분사함으로써 공동 내부 압력의

증가를 통해 공동을 인위적으로 발달시키는 방법을 이용한다. 꼬리날개의 주된 기능은 캐비테이터에서 발생하는 제어력에 의한 불안정한 힘과 모멘트를 상쇄시켜 운동체의 자세를 유지하는 것이다. 이 때 꼬리날개의 안정화 모멘트(stabilizing moment)가 충분하지 않으면 운동체는 안정한 자세를 유지할 수 없게 된다. 운동체의 자세가 급격히 변함에 따라 운동체의 후미와 공동 벽면이 충돌하게 되면 플레이닝(planing)에 의한 유체력이 발생한다. 플레이닝에 의한 유체력은 크기가 매우 크고 불연속적이며 비선형적인 특징을 가진다. 또한 Fig 1-2에서 보는 바와 같이 플레이닝에 의한 유체력은 운동체를 자세를 반대방향으로 바꾸는 힘을 작용시켜 또 다른 플레이닝을 발생시킨다. 이러한 현상을 tail-slapping이라고 부른다.

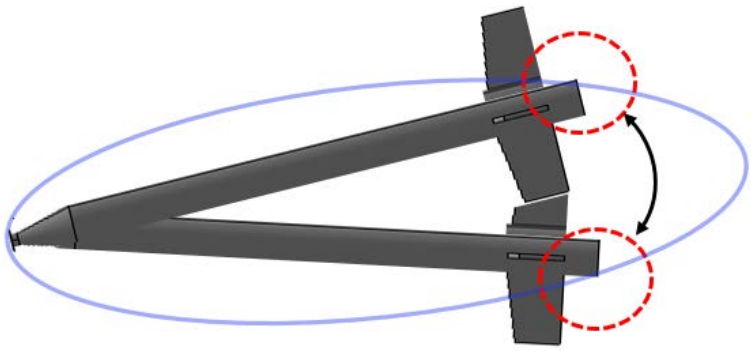

Fig 1-2 Tail slapping phenomenon induced by planing force

플레이닝이 발생한 후에 운동체를 제어하는 것은 몇 가지 제약이 따른다. 첫 번째는 플레이닝을 완벽하게 예측할 수 있어야 한다. 두 번째는 플레이닝에 의한 힘을 상쇄할 수 있을 정도의 제어력을 생성할

수 있어야 한다. 세 번째는 비선형적이고 불연속적인 힘을 제어하기 위한 제어 법칙을 개발해야 한다. 첫 번째와 세 번째 제약은 공동 유동에 대한 높은 수준의 모델링 기술이 필요하다. 하지만 공동 유동은 액체와 기체가 섞여있는 복잡한 형태의 유동으로 현재까지는 그 특성을 완전히 파악하는 단계에 도달하지 못하였다. 제어판에서 발생하는 제어력은 항력과 밀접한 연관이 있기 때문에 플레이닝에 의한 유체력을 상쇄할 만큼의 제어력을 가지기 위해서는 그만큼의 항력증가를 감수해야 한다. 따라서 플레이닝이 발생한 후 운동체를 제어하는 방식은 초공동 수중운동체의 장점인 빠른 주행속도를 잃어버리는 결과를 가져온다. 이러한 이유 때문에 플레이닝을 사전에 회피하여 운동체의 안정성을 보장하는 것이 필요하다.

초공동 수중운동체의 안정적인 주행이 가능하기 위해서는 운항영역을 설정하고 이를 보호하기 위한 기법이 필요하다. 초공동 수중운동체의 운항영역은 운동체가 플레이닝을 발생시키지 않으면서 운동체의 안정성을 보장할 수 있는 영역이라고 정의할 수 있다. 운항영역 보호기법을 적용하기 위해서는 초공동 수중운동체의 주행특성을 반영할 수 있는 동역학 모델링을 통한 시뮬레이션 기반을 구축해야 하며 설정된 안정운항영역을 보호할 수 있는 한계보호시스템에 대한 연구가 필요하다. 또한 한계보호시스템에서 결정된 제어명령을 추종하기 위한 제어기법에 대한 연구가 수행되어야 한다. 특히, 초공동 수중운동체와 같이 주행속력이 빠르고 운동체에 작용하는 유체력이 공동과 운동체 상태에 따라 급격한 변화를 보이는 운동체는 모델링 불확실성을 추정하고 이를 보상하여 제어할 수 있는 제어기의 설계가 필수적이다.

## 1.2 연구 현황

초공동 수중운동체의 다양한 연구분야 중 본 연구와 관련된 분야는 크게 동역학 모델링, 운항영역보호기법, 운동체 제어기법이다. 각 분야에 대한 대표적인 연구 현황은 다음과 같다.

### 1.2.1 초공동 수중운동체 동역학 모델링

초공동 수중운동체의 동역학 모델링에 관한 연구는 1900년대에서부터 이루어져 왔지만 대부분 보안상의 이유로 출판되지 않았고 2000년대 들어와서 발표되기 시작했다. 꼬리날개를 포함하지 않은 초공동 수중발사체의 동역학 모델링에 관한 연구를 시작으로(Kulkarni and Pratap, 2000) Dzielski and Kurdila는 초공동 수중운동체의 종축 모델링에 대한 연구를 수행하였지만 캐비테이터와 꼬리날개에 대한 모델링이 간소화 되었으며 공동 중심축 변화 및 공동수 변화를 포함하지 않았다(Dzielski and Kurdila, 2003). Fan et al.과 Vanek et al.의 모델은 Dzielski and Kurdila의 모델과 거의 동일하며 종축 운동방정식에 관한 연구이다(Fan et al., 2011; Vanek et al., 2007). Lin et al.은 종축 비선형 운동방정식을 제안하였으나 플레이닝 유체력 모델링의 형태만 비선형성의 형태이고 나머지는 Dzielsk의 모델링과 같다(Lin et al., 2008). 플레이닝이 발생하는 공동 벽면의 형상을 평면으로 가정하고 비정상상태 플레이닝 유체력에 대한 모델링을 추가한 종축 동역학에 대한 연구도 진행되었다((Nguyen and

Balachandran, 2011; Nguyen et al., 2007)). Goel은 초공동 수중운동체의 비선형 6자유도 운동방정식에 대한 연구를 수행하였다(Goel, 2005). 하지만 공동수의 변화 및 캐비테이터 받음각에 의한 중심축 변화는 모델링에 포함되어 있지 않다.

### 1.2.2 운항영역 보호기법

운항영역 보호기법은 주로 항공 분야에서 연구되었다. 운항영역 보호 알고리즘은 동적트림 알고리즘(dynamics trim algorithm), 정점응답예측(peak response estimation), 비교모델기반 알고리즘, 고정수평예측(fixed horizon prediction), 포텐셜기반 알고리즘 등이 있다. 동적트림 알고리즘은 가장 활발하게 연구된 주제로 제어입력에 대한 운동체의 정상상태 특성을 이용하여 운동체의 한계변수를 추정하고 이를 통해 제어입력을 제한하는 방법이다. 동적트림 알고리즘은 제어입력에 대한 정상상태 특성을 가진 운동체에 적용할 수 있으며 Horn et al.(1998)에 의해 제안되었으며 그 후 인공신경망을 이용한 적응동적트림으로 발전되었다((Horn et al., 1998; Horn et al., 2002; Unnikrishnan et al., 2003; Yavrucuk et al., 2001; Yavrucuk et al., 2003). 정점응답예측 알고리즘은 동적트림 알고리즘과 달리 정점응답을 갖는 운동체의 동역학에 적용되는 알고리즘으로 Horn에 의해 제안되었다(Horn and Sahani, 2004). 비교모델기반 알고리즘은 인가된 제어입력에 의한 운동체의 반응이 비교모델보다 큰 경우 운동체의 동역학이 비교모델을 추종하도록 제어입력을 수정하는 방식을 사용하며 Tekles et al.에 의해 제안되었다(Tekles et al., 2016). 포텐셜함수 기반 한계보호기법은 Sun에

의해 제안되었다(Sun et al., 2017). 포텐셜함수 기반 한계보호기법은 충돌회피에서 쓰이는 것과 같이 운동체의 상태가 한계변수에 접근할수록 포텐셜에 의한 함수 값이 증가하여 결과적으로 한계변수보다 작은 값을 유지하도록 하는 기법이다.

### 1.2.3 초공동 수중운동체 제어기법

간략화된 초공동 수중운동체 동역학에 선형 제어기의 일종인 LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어기법을 적용한 연구와(Kirschner et al., 2002), 플레이닝이 발생할 때 제어기를 변경하여 제어하는 스위칭 제어기법에 대한 연구(Shao et al., 2003)가 기초단계의 제어기 설계에 관한 연구이다. 이와 유사한 방식을 적용하여 선형 제어기법 및 스위칭 제어기법에 대한 연구가 미국 매릴랜드 대학에서 수행된 바 있다(Lin et al., 2004; Lin et al., 2007). 초공동 수중운동체에 대한 제어기법은 동역학 모델링 수준이 발전함에 따라 다양한 기법들이 제안되었으며 시간지연을 고려한 제어기법(Mao and Wang, 2011), 모델예측제어기법(Model prediction control)을 적용한 제어기법(Fan et al., 2011)과 선형 시변 파라미터 시스템(Linear parameter varying)에 대한 제어기법 등이 수행되었다((Mao and Wang, 2011; Vanek et al., 2010). 최근에는 초공동 수중운동체가 갖는 모델링 불확실성에 대한 문제가 제어기 설계 분야에서 주목 받고 있다. 초공동 수중운동체의 꼬리날개 유체력 계수를 추정하는 백스텝핑(Back stepping) 적응제어기법에 대한 연구(Mao and Wang, 2015)와 신경회로망 기반 적응제어기법을 적용한 초공동 수중운동체 제어에 관한 연구(Kim

and Kim, 2015) 등이 수행되었다.

## 1.3 주요 연구 내용 및 목표

초공동 수중운동체 관련 선행연구들의 연구항목별 한계는 다음과 같다.

- 초공동 수중운동체 동역학 모델링

초공동 수중운동체는 일반적인 수중운동체와 달리 운동체의 비선형성이 두드러지게 나타난다. 일반적인 양력면을 제어판으로 사용하는 수중운동체와는 달리 캐비테이터는 평판 또는 쐐기형의 형태를 가지고 있기 때문에 선형화에 의한 모델링 불확실성이 두드러지게 나타난다. 또한 꼬리날개는 물과의 액침 깊이에 따라 유체력 계수가 결정되기 때문에 공동수의 변화 및 공동의 중심축 이동에 대한 모델링이 필수적이다. 초공동 수중운동체 모델링 관련 연구들은 Goel(2005)의 연구를 제외하고는 대부분 종축 선형운동학에 대한 연구만 존재한다. Goel(2005)의 연구에서도 공동 중심축에 작용하는 캐비테이터 받음각의 영향은 모델링 되어있지 않다.

- 운항영역 보호기법

초공동 수중운동체의 운항영역은 공동의 크기, 위치 및 운동체의

상태로 결정된다. 기존의 운항영역 기법들은 모두 항공기의 자세 및 속도 등의 한계를 보호하기 위해 개발되고 적용되었다. 초공동 수중운동체에 대한 안정운항영역의 개념은 현재까지 문헌에 보고된 바 없다.

- 초공동 수중운동체 제어기법

기존에 수행된 제어기법은 대부분 초공동 수중운동체의 동역학을 기반으로 한다. 하지만 앞서 언급했듯이 초공동 수중운동체는 비선형성과 모델링 불확실성이 두드러지게 나타난다. 따라서 제어기 설계를 용이하게 하기 위하여 간소화시킨 운동체 동역학을 기반으로 설계된 제어기는 실제 상황에서의 성능을 보장할 수 없다. 특히, 대부분의 제어기 설계 관련 연구는 공동수를 일정하게 유지시킨 상태 또는 트림상태를 가정하고 제어기를 설계하였기 때문에 불확실성은 더욱 증가하게 된다. 모델링 불확실성에 관한 유일한 연구(Mao and Wang, 2015) 또한 불확실성이 꼬리날개의 양력계수에만 작용하며 느린 변화(slow-varying)를 가진다고 가정하였다. 플레이닝 회피에 관한 연구(Sanabria et al., 2014)는 존재하지만 모델링 불확실성은 고려하지 않았다.

이와 같은 한계를 극복하기 위한 본 연구의 내용은 다음과 같다.

본 연구에서는 초공동 수중운동체가 초월공동 항주상태에서 운동체의 안정성을 유지하고 플레이닝을 발생시키지 않도록 운항영역을 보호하는 기법에 대한 연구를 수행하였다. 초공동 수중운동체 모델링은 공동의 크기 모델링, 공동 중심축 변형 및 시간지연 모델링, 캐비테이터 및 꼬리날개의 모델링, 몸체 유체력 모델링을 포함시켰다. 이러한 비선형 통합 운동방정식 구성을 통해 초공동 운동체의 물리적 특성을 파악하고 주행상황을 모사할 수 있도록 하였다.

초공동 수중운동체가 안정성을 가지며 초월공동 상태로 운항할 수 있는 운동체 주요제원을 결정하기 위해 설계 제약조건을 설정하고 설계 범위에 대한 연구를 수행하였다. 초공동 수중운동체의 캐비테이터에서 생성된 공동이 최대속도 항주상태에서 운동체 전체를 감쌀 수 있는 크기의 공동을 생성하도록 하였고 꼬리날개는 운동체의 안정성을 유지할 수 있도록 선택하였다. 기존에 존재하는 초공동 수중운동체의 주요제원을 통해 최대속도에서의 항력을 추정하여 이를 추진기관 제약조건에 포함시킴으로써 추진기관의 현실성을 반영할 수 있도록 하였다.

기존에 존재하지 않는 초공동 수중운동체의 운항영역을 설정함으로써 운동체가 안정성을 유지하고 주어진 명령을 추종할 수 있는 성능을 갖는 것을 목표로 하였다. 분사형 공동이 가지고 있는 장점인 공동수 제어능력을 활용하여 운항영역을 보호함과 동시에 공동의 성장에 따른 운동체의 불안정성을 고려하여 플레이닝을 회피하는 상황에서도 안정적인 자세를 유지할 수 있도록 하였다. 운동체의 자세제어기 설계 시 초공동 수중운동체의 모델링이 갖고 있는 불확실성에도 강건하게

자세를 유지하고 명령을 추종할 수 있는 제어 성능을 고려하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성하였다. 2장에서는 초공동 수중운동체의 주행 시뮬레이션 환경을 구축하기 위하여 초공동 수중운동체의 구성 요소에 대한 동역학 모델링을 수행하고 이를 바탕으로 설계 시 고려해야 할 설계 변수와 설계 제약조건에 대하여 자세히 서술하였다.

3장에서는 운항영역 보호기법 중 하나인 공동수 제어를 통한 운항영역 보호기법에 대한 연구를 수행하였다. 공동수를 제어할 때 고려해야 할 운동체 안정성 및 플레이닝 회피에 대해 서술하였다.

4장에서는 운동체의 자세제어를 통한 운항영역 보호기법에 대해 설명하였다. 운항영역을 설정하기 위하여 한계예측 기법을 도입하여 플레이닝이 발생하는 상황을 예측하고 한계보호기법을 통해 운동체의 자세한계를 보호하는 방법을 서술하였다.

5장에서는 초공동 수중운동체의 자세제어기법에 대해 설명하였다. 운동체 동역학을 구성하는 요소 중에서 모델링 불확실성으로 분류되지 않은 부분은 제어하기 위한 LQR 제어기법과 모델링 불확실성을 제어하기 위한 L1 적응제어기법을 설명하였다. L1 적응기법에서 불확실성을 추정하는 역할을 하는 신경회로망의 구조 및 학습법칙을 서술하였다. 초공동 수중운동체의 운동방정식을 제안된 기법을 적용할 수 있는 형태로 변형하는 방법도 서술되어 있다.

6장에서는 본 연구에서 제안된 초공동 수중운동체 주요치수 결정, 동역학 모델링 및 시뮬레이션 기반 구축, 운항영역 보호 시뮬레이션의 결과를 수록하고 제안된 기법의 타당성 및 결과 분석을 수행하였다.

# 2 초공동 수중운동체 모델링

2장에서는 초공동 수중운동체의 운동 특성을 결정하는 외력에 대해 정의하기 위해 운동체를 구성하는 주요한 부분들에 대한 동역학적 모델링을 수행하였다. 이를 바탕으로 초공동 수중운동체가 목표 발사거리를 최소한의 시간으로 도착하고, 수행 중에 직진 안정성을 가지도록 각 주요부분들의 길이 및 위치를 결정하였다. 초공동 수중운동체 동역학 모델링을 통해 운동체의 실제 운동 특성을 최대한 모사할 수 있으며, 이를 제어하는 알고리즘을 통해 운항영역 보호기법을 완성할 수 있다. 본 연구에서 사용된 초공동 수중운동체의 주요 제원은 Table 2-1과 같다. 주요치수를 결정하는 방법에 대해서는 2.9절에서 자세히 다룬다.

Table 2-1 Supercavitating vehicle configuration parameters

| Description | Notion | Value |
|---|---|---|
| **Cavitator diameter** | $d_c$ $[mm]$ | **88.8** |
| **Fin span length** | $L_{fin}$ $[mm]$ | **423.6** |
| **Vehicle length** | $L_{veh}$ $[mm]$ | **4,920** |
| **Vehicle body radius** | $R_{veh}$ $[mm]$ | **173** |
| **Vehicle mass** | $M$ $[kg]$ | **682.7** |
| **C.g from cavitator** | $x_{c.g}$ $[mm]$ | **2,987** |

## 2.1 6자유도 운동방정식

본 연구에서는 Fig 2-1에 표시한 바와 같이 지구고정좌표계 $O-X_EY_EZ_E$ 와 비관성좌표계인 $O-X_BY_BZ_B$ 몸체고정좌표계를 사용한다. 몸체고정좌표계는 운동체의 전진방향이 $+X_B$ 축, 연직 아래 방향이 $+Z_B$ 축, 두 축의 외적 방향을 $+Y_B$ 축으로 두었다. 지구고정좌표계는 $+X_E$ 축과 $+Y_E$ 축이 수면과 일치하게 두었으며 수심이 깊어지는 연직 아래방향을 $+Z_E$ 축으로 두었다. 초공동 수중운동체의 제어판은 전반부에 위치한 캐비테이터와 운동체 후부에 위한 4개의 꼬리날개로 이루어져 있다. 캐비테이터는 피치 축 방향으로 1자유도 운동을 할 수 있고 4개의 꼬리날개 역시 각각의 축을 중심으로 한 1자유도 운동을 할 수 있다. 초공동 수중운동체가 받는 힘은 추력, 캐비테이터, 꼬리날개, 몸체, 중력에 의해 발생한다. 추력의 발생 방향은 $+X_B$ 와 동일하기 때문에 모멘트를 발생시키지 않는다. 또한 중력은 운동체의 무게중심에 작용하고 운동체의 무게중심이 몸체고정좌표계의 중심과 일치하기 때문에 중력에 의한 모멘트도 발생하지 않는다. 초공동 수중운동체의 6자유도 운동방정식을 식 2.1과 2.2에 나타내었다. 여기서, $F_{thrust}$ 는 추력, $F_{cavitator}$ 는 캐비테이터에 의한 힘, $F_{fin}$ 은 꼬리날개에 의한 힘, $F_{body}$ 는 몸체에 작용하는 유체력, $F_{gravity}$ 는 중력에 의한 힘을 나타낸다.

$$m(t)\begin{bmatrix} \dot{u}+qw-vr-x_g(q^2+r^2)+y_g(pq-\dot{r})+z_g(pr+\dot{q}) \\ \dot{v}+ur-pw-y_g(r^2+p^2)+z_g(qr-\dot{p})+x_g(qp+\dot{r}) \\ \dot{w}+pv-uq-z_g(p^2+q^2)+x_g(rp-\dot{q})+y_g(rp+\dot{p}) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$
$$= F_{thrust} + F_{cavitator} + F_{fin} + F_{body} + F_{gravity}$$

$$\begin{bmatrix} I_x(t)\dot{p}+qr(I_z(t)-I_y(t))+m(t)[y_g(\dot{w}-uq+vp)-z_g(\dot{v}-wp+ur) \\ I_y(t)\dot{q}+rp(I_x(t)-I_z(t))+m(t)[z_g(\dot{u}-vr+wq)-x_g(\dot{w}-uq+vp) \\ I_z(t)\dot{r}+pq(I_y(t)-I_x(t))+m(t)[x_g(\dot{v}-wp+ur)-y_g(\dot{u}-vr+wq) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$
$$= M_{cavitator} + M_{fin} + M_{body}$$

여기서, $(u,v,w)$ 는 각각 전진방향속도, 좌우동요속도, 상하동요속도를 나타내며 $(p,q,r)$ 은 횡동요각속도, 종동요각속도, 선수동요 각속도를 나타낸다. $m(t)$ 는 운동체의 전체 질량, $x_g, y_g, z_g$ 는 운동체 좌표계 중심으로부터 무게중심까지의 위치, $I_x(t), I_y(t), I_z(t)$ 는 관성모멘트를 나타낸다. 본 연구에서는 다음과 같은 가정을 통해 시간에 따른 추진체 질량 감소를 반영하였다.

가정 2.1) 추진체는 $X_B$ 축을 따라 대칭으로 분포

가정 2.2) 추진체는 추진체 중심으로부터 반경방향으로 소모

따라서 운동체의 질량과 $x_g$ , 관성모멘트는 시간에 따라 변하는 값을 가지게 되고 $y_g, z_g$ 는 0으로 일정하다. 본 연구에서는 질량, 무게중심, 관성모멘트의 시간에 따른 변화량 초공동 수중운동체 수중주행 시험

결과를 토대로 결정하였고 이에 대한 자세한 설명은 6.2절에서 서술한다.

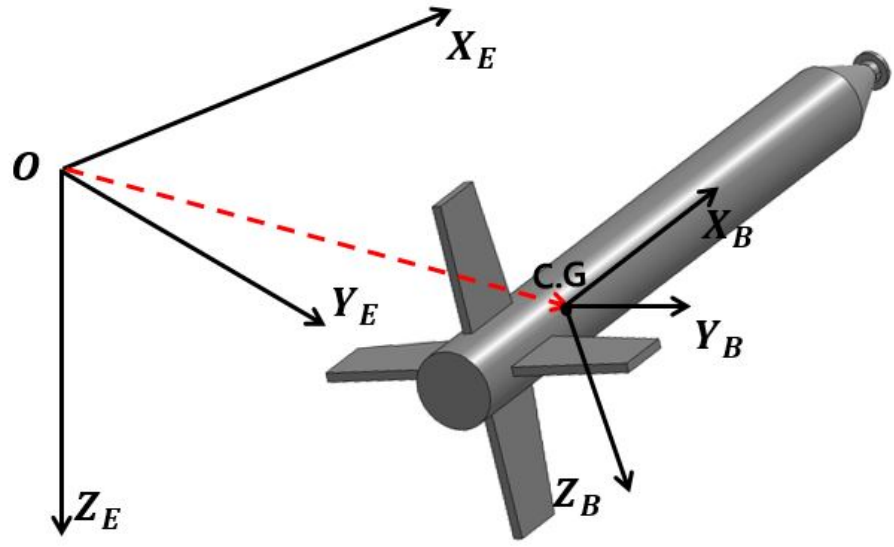


Fig 2-1 Coordination system of supercavitating vehicle

## 2.2 공동형상 모델링

공동은 초공동 수중운동체와 기존의 수중운동체의 차이를 만드는 가장 주요한 특성이다. 초공동 수중운동체는 선수부분에 위치한 캐비테이터에서 만들어진 공동이 운동체를 완전히 감싸는 정도의 크기를 가지는 초월공동을 만드는 것을 목표로 한다. 이러한 초월공동을 형성하여 주행하는 상태를 초공동화 상태라고 부른다. 초공동 수중운동체는 물과 접촉한 부분에서만 유체력을 발생시키기 때문에 운동체가 물에 접촉한 부분을 예측하는 것이 가장 중요하고, 이를 위해서는 공동의 크기 및 위치를 계산하는 것이 선행되어야 한다. 캐비테이터에 의해 생성된 공동의 단면은 캐비테이터의 운동방향과 수직인 방향으로 원을 그리며 생성된다. 공동의 중심축은 이러한 공동면의 중심을 이은 선이고 공동의 전체적인 형태는 공동면을 공동의 중심축 궤적에 따라 적분하여 얻어진다. 공동의 중심축은 공동에 작용하는 힘이 존재하지 않을 때 캐비테이터의 궤적과 일치한다. 이 때 공동은 축 대칭 형태를 가진다.

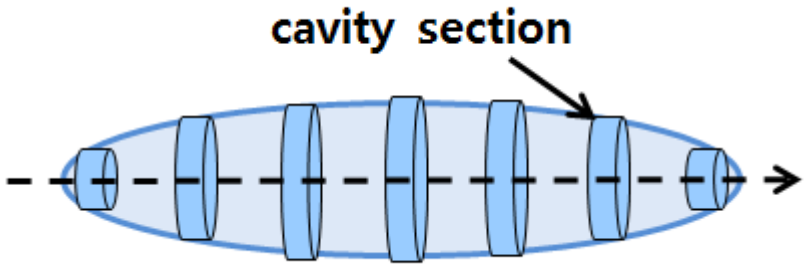


Fig 2-2 Axisymmetric cavity and cavity sections

Fig 2-2는 축대 칭 형태를 가지는 공동과 공동의 중심축, 그리고 공동면을 보여준다. 공동면은 생성된 캐비테이터에서 생성된 이후에 운동체의 움직임과 상관없이 독립적으로 성장하고 소멸한다.

공동의 특성을 나타내는 중요한 파라미터는 공동수이며, 이는 식 2.3과 같이 표현된다.

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_c}{0.5\rho V^2} \qquad (2.3)$$

여기서, $p_\infty$ 과 $p_c$ 는 각각 동일수심을 갖는 유체의 정압과 공동 내 압력이고 단위는 $pa$ 이다. $V$ 는 유체의 속도를 나타내며 본 연구에서는 캐비테이터의 속도와 같다고 가정하였다. 공동은 공동수가 낮을 때 일반적으로 크게 생성되며 반대의 경우 작게 생성된다. 공동은 크게 자연형과 분사형으로 나눌 수 있는데 자연형 공동은 속도 상승을 통해 공동수를 낮춰 공동의 크기를 키우는 방식이고, 분사형 공동은 공동 내부에 인위적으로 가스를 분사하여 공동 내부의 압력을 높여 낮은 공동수를 획득하는 방식을 사용한다.

### 2.2.1 공동 직경/길이 모델링

Logvinovich는 디스크 형 캐비테이터에서 발생된 공동면의  수축과 팽창에 대한 모델링을 수행하였다(Logvinovich, 1972). 공동 모델을 정의하기 위해서 다음의 두 가지 상수를 도입하였다.

$$k_1 = \frac{2L}{d_c}\left(\frac{1.92}{\sigma} - 3\right)^{-1} - 13 \qquad (2.4)$$

$$k_2 = \left(1 - \left(1 - \frac{4.5\sigma}{1+\sigma}\right)k_1^{(40/17)}\right)^{0.5} \qquad (2.5)$$

여기서, $d_c$는 캐비테이터 지름을 나타낸다. 캐비테이터와 거리 $L$만큼 떨어진 곳에서의 공동면의 반지름은 식 2.6에 의해 계산된다.

$$R_c = \frac{d_c}{2}\left(0.82\frac{(1+\sigma)}{\sigma}\right)^{0.5} k_2 \qquad (2.6)$$

또한, 이 때 공동 수축률은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{R}_c = -\frac{20}{17}\left(0.82\frac{1+\sigma}{\sigma}\right)^{0.5} V\left(1 - \frac{4.5\sigma}{1+\sigma}\right)k_1^{(23/17)} \,/\, \left(k_2\left(\frac{1.92}{\sigma} - 3\right)\right) \qquad (2.7)$$

Logvinovich의 공동 모델링은 다음의 부등식이 만족하는 범위에서만 적용할 수 있다.

$$L > \frac{d_c}{2}\left(\frac{1.92}{\sigma} - 3\right) \qquad (2.8)$$

식 2.8을 만족하지 않는 앞쪽 부분에 대해서는 식 2.9의 경험식을

적용하여 공동면의 반지름을 계산할 수 있다(Logvinovich, 1972).

$$\frac{2R_c}{R_n} = \left(1 + \frac{6x_L}{R_n}\right)^{1/3}, \quad \text{when } x_L < L \tag{2.9}$$

Garabedian은 공동의 최대 길이( $L_c$ ) 및 최대 반지름( $R_{\max}$ )에 대한 연구를 수행하였다(Garabedian, 1956).

$$\frac{L_c}{d_c} = \frac{1}{\sigma}\sqrt{C_D \ln\frac{1}{\sigma}} \tag{2.10}$$

$$\frac{2R_{\max}}{d_c} = \sqrt{\frac{C_D}{\sigma}} \tag{2.11}$$

여기서, $C_D$ 는 캐비테이터의 항력계수를 나타낸다. Garabedian의 모델링은 공동의 최대 길이 및 반지름을 구할 수 있기 때문에 캐비테이터로부터 떨어진 거리에 따른 각 공동면의 반지름을 구하기 위해서는 식 2.12를 적용한다.

$$R_c(x_L) = R_{\max}\left(1 - \left(\frac{x_L - L_c/2}{L_c/2}\right)\right)^{1/2.4} \tag{2.12}$$

Savchenko는 공동의 반지름을 모델링 하기 위하여 캐비테이터 실험

결과를 반영하여 반 경험식을 정립하였고 이는 식 2.13과 같이 표현할 수 있다(Savchenko, 1998).

$$R_c(x_L) = \frac{d_c}{2}\left(\sqrt{\frac{C_D}{\ln(1/\sigma)}}\frac{x_L}{d_c} - \frac{\sigma}{\ln(1/\sigma)}\frac{x_L^{\,2}}{(d_c/2)^2}\right)^{1/2} \qquad (2.13)$$

본 연구에서는 가장 최근 연구결과임과 동시에 실험으로 검증을 거친 Savchenko의 모델링을 통해 공동면의 반지름을 계산하였다.

Fig 2-3은 세 가지 모델링은 통해 계산된 공동의 반지름 및 길이를 캐비테이터 지름( $d_c$ )으로 무차원화한 것을 보여준다. 공동수가 작을수록 공동의 반지름 및 길이가 커지는 것을 확인할 수 있다.

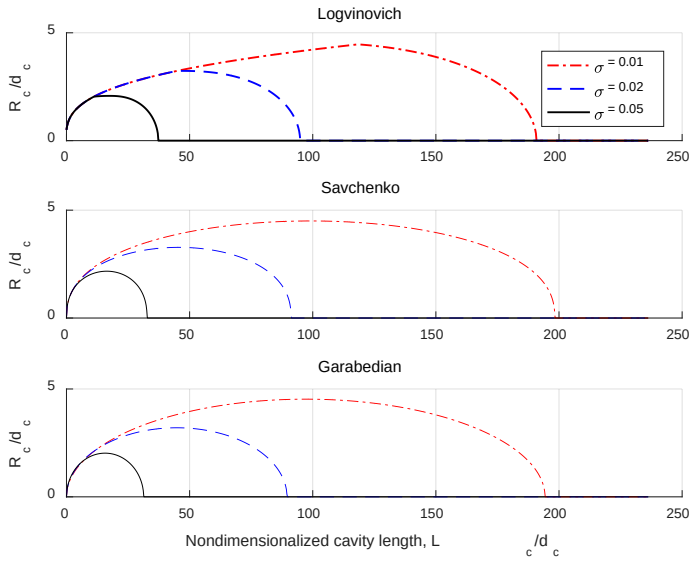


Fig 2-3 Cavity profile according to different cavitation number

### 2.2.2 공동 중심축 변형 모델링

초공동 수중운동체의 캐비테이터는 운동체가 항주하는 동안 지속적으로 공동을 생성한다. 캐비테이터에서 생성된 직후 공동면의 중심은 캐비테이터의 중심과 일치한다. 하지만 공동면이 생성된 후 시간이 지나게 되면 공동 주변의 교란된 유동이나 중력 효과에 의해 공동의 중심축은 변하게 된다. 본 연구에서는 공동 중심축에 영향을 미치는 요인으로써 캐비테이터 받음각에 의한 효과와 중력에 의한 효과를 모델링 하였다. 공동 중심축이 변하게 되면 공동의 형상은 앞서 언급한 축 대칭 형상이 아닌 비대칭형상으로 모델링 된다. 여기서, 각 공동면의 반지름은 축대칭형상과 같은 크기를 갖는다고 가정한다.

중력에 의한 공동 중심축 변형은 식 2.14와 같이 정의된 Froude수와 밀접한 관련이 있다.

$$Fr_l = \frac{V_\infty}{\sqrt{gL_c}} \qquad (2.14)$$

여기서, $V_\infty$ 는 유동의 속도이고 $L_c$ 는 공동의 길이이다. Froude수가 상대적으로 작을 때 중력에 의한 공동 중심축의 상승효과가 두드러지게 나타난다. 즉, 속도의 크기가 작고, 공동의 길이가 길수록 공동 중심축의 상승폭이 커지는 형태를 가지게 된다. 중력에 의한 공동 중심축 상승효과는 Logvinovich의 운동량 이론을 통해 모델링 할 수 있다(Logvinovich, 1972). 수직방향으로 작용하는 부력에 의한

운동량( $\rho gV$ )은 공동 중심축의 상승을 통한 운동량과 일치하고 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{h}_g(x_L) = \frac{gQ(x_L)}{\pi V_\infty R_c^{\,2}(x_L)} \tag{2.15}$$

$$h_g(x) = \frac{g}{\pi V_\infty}\int_0^{x_L} \frac{Q(s)}{R_c^{\,2}(s)} ds \tag{2.16}$$

여기서, $h_g$ 는 캐비테이터에서부터 떨어진 거리( $x_L$ )에 따른 공동 중심축 상승량을 나타내고 $Q(x_L)$ 은 공동의 전체 부피를 나타낸다. Savchenko는 중력에 의한 효과를 실험을 통해 경험식으로 나타내었고 이는 식 2.17과 같다.

$$h_g(x_L) = \frac{(1+\sigma)x_L^{\,2}}{3Fr_l^{\,2}} \tag{2.17}$$

위의 식은 공동수가 $0.05 \le \sigma \le 0.1$ 의 범위, Froude수가 $2.0 \le \mathrm{Fr}_l \le 3.5$ 의 범위에 있을 때 사용할 수 있다. Fig 2-4는 Logvinovich의 모델링을 통한 공동 중심축 상승효과를 보여준다. 여기서 Froude수 $Fr_l = 10$ 이고 공동수는 $\sigma = 0.07$ 이다. 가로축과 세로축은 캐비테이터 지름으로 무차원화하였다. Fig 2-5는 Logvinovich 모델과 Savchenko의 모델은 비교한 결과이며 Froude수와 공동수는

각각 $Fr_l = 2.5$, $\sigma = 0.07$ 이다.

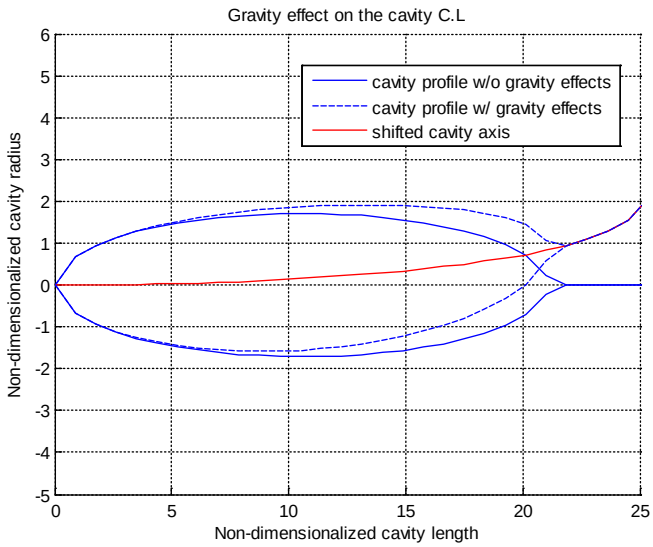


Fig 2-4 Gravity effect on the cavity centerline when $Fr_l = 10$, $\sigma = 0.07$

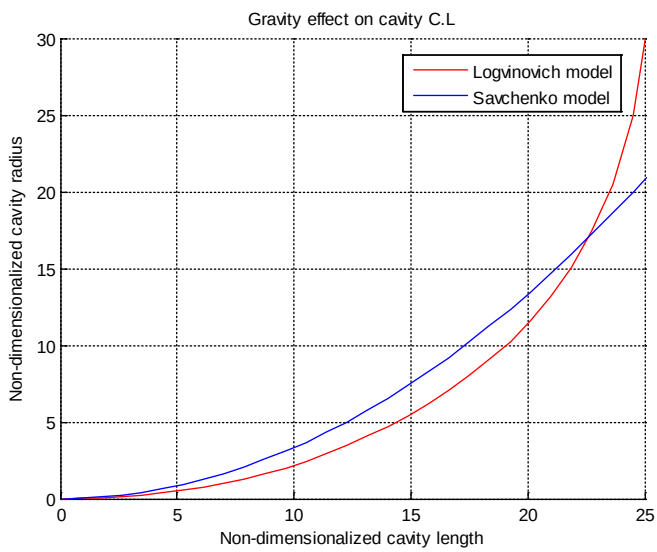


Fig 2-5 Comparison result of the cavity centerline deformation when $Fr_l = 2.5$, $\sigma = 0.07$

공동의 중심축은 중력뿐 아니라 캐비테이터 받음각에 의해서도 변하게 된다. 캐비테이터 받음각이 변함에 따라 캐비테이터에 작용하는 양력은 공동 주변에 같은 크기와 반대방향의 운동량을 전달한다. 이를 수식으로 표현하면 식 2.18과 같다.

$$h_c(x_L) = -\frac{L_{cavitator}}{\pi\rho V^2}\int_0^x \frac{ds}{R_c(x_L)^2} \qquad (2.18)$$

여기서, $h_c$ 는 캐비테이터 받음각에 따른 공동 중심축 변형량을 나타내고 $L_{cavitator}$ 는 캐비테이터에 의해 발생한 양력을 나타낸다. Fig 2-6은 캐비테이터 받음각 변화에 따른 공동 중심축 변형을 나타낸다. 캐비테이터 받음각에 의한 공동 중심축 변형은 캐비테이터와의 거리에 따라 선형적으로 변화하지만 중력에 의한 변화는 거리의 제곱에 비례하는 경향이 있다. 공동의 중심축 변화량 모델링이 중요한 이유는 공동의 위치에 따라 결정되는 운동체의 침수 부피와 관련이 있다. 초공동 수중운동체는 공동에 의해 감싸진 부분을 제외한 침수된 부분에서 유체력이 발생하고, 이 유체력이 운동방정식의 외력을 결정하기 때문에 공동과 운동체의 상대적인 위치를 파악하는 것이 중요하다. 이러한 물과의 액침은 주로 운동체 후미 주변에서 발생한다. 캐비테이터에서 발생한 공동이 운동체 후미까지 도달하는 동안 중력 및 캐비테이터 받음각에 의한 효과가 적용되어 공동의 중심축을 결정한다. Fig 2-7은 캐비테이터에서 생성된 공동 중심축의 궤적과 시간지연을

보여준다. 여기서, $X_{cavitator}$ 는 캐비테이터의 궤적이고 $\tau$ 는 시간지연을 나타낸다.

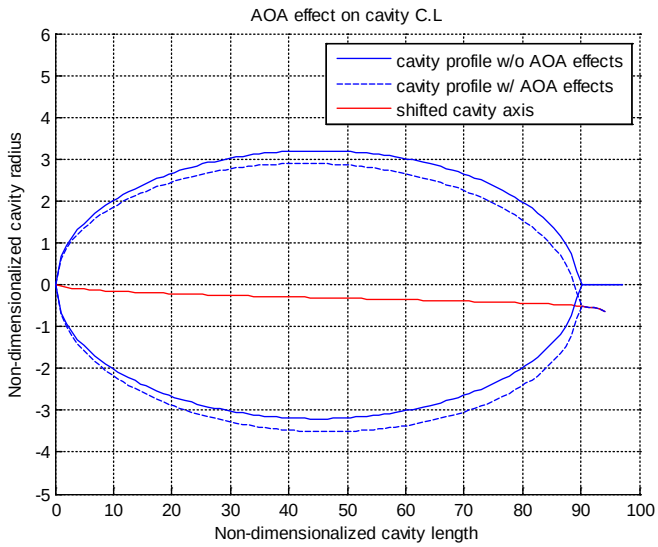


Fig 2-6 Cavity AOA effect on the cavity centerline when $AOA = 15°$, $\sigma = 0.02$

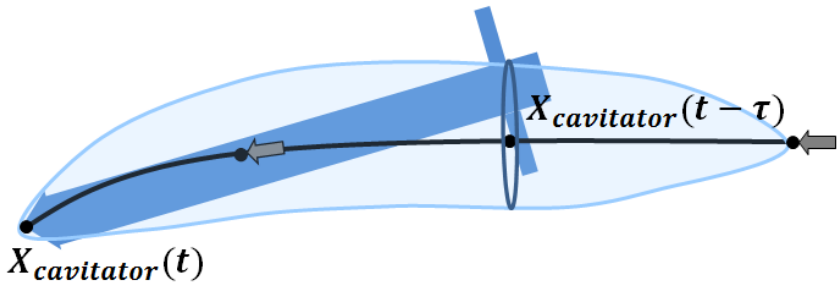


Fig 2-7 Delayed cavity section

공동의 중심축은 변형효과를 고려하지 않으면 캐비테이터의 궤적과 일치한다. 따라서 운동체 후미와 캐비테이터 사이의 시간지연 $\tau$ 를

계산하면 운동체 후미부분에서 공동의 중심축 위치를 계산할 수 있다. 이를 수식으로 표현하면 수식 2.19와 같다.

$$\tau = \frac{L_x}{V} \tag{2.19}$$

$$X_{cavitator,E}(t-\tau) = X_{c.g,E}(t-\tau) + R_{B\to E}(t-\tau)\begin{bmatrix} l_{cav} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

여기서, $L_x$ 은 구하려는 공동 중심축의 위치와 캐비테이터 사이의 거리이다. 운동체의 길이이다. $X_{cavitator,E}$ 는 지구고정좌표계에서 서술한 캐비테이터의 궤적이고 $X_{c.g,E}$ 는 지구고정좌표계에서 운동체 무게중심의 위치이다. $R_{B\to E}$ 는 몸체고정좌표계에서 지구고정좌표계로의 변화행렬이고 $l_{cav}$ 는 캐비테이터와 운동체 무게중심 사이의 거리이다. 식 2.19는 공동 중심축 변형을 고려하지 않은 공동 중심의 위치이다. 따라서 앞서 서술한 중력 및 캐비테이터 받음각의 효과를 포함하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} X_{cavity,E}(t) &= X_{\text{cavitator},E}(t-\tau) + \text{gravity effect} + \text{A.O.A effect} \\ &= X_{\text{cavitator},E}(t-\tau) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_g(t,\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h_{c,y}(t,\tau) \\ h_{c,z}(t,\tau) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.21}$$

여기서, $X_{cavity,E}$ 는 중력 및 캐비테이터 받음각 효과를 포함한 공동 중심축의 위치이고 $h_{c,y}$ 와 $h_{c,z}$ 는 각각 y축과 z축 방향에 작용하는 캐비테이터 받음각에 의한 공동 중심축 변형이다. 중력에 의한 효과는 지구고정좌표계에서 항상 연직방향으로만 작용하지만 캐비테이터 받음각에 의한 효과는 운동체 자세에 따라 y축과 z축 방향으로 모두 작용할 수 있다.

## 2.3 캐비테이터 유체력 모델링

캐비테이터는 운동체 전면에 위치하여 공동을 생성하고 물과의 접촉을 통해 유체력을 발생시킨다. 캐비테이터 각도를 변화시킴으로써 운동체를 제어할 수 있는 힘과 모멘트가 발생하는데, 이러한 힘과 모멘트는 캐비테이터의 형상 및 공동수에 따라 결정된다. 본 연구에서는 캐비테이터가 피치방향으로 1자유도 운동만 할 수 있다고 가정하였다. 디스크 형 캐비테이터에 작용하는 힘과 모멘트는 다음의 식으로 표현할 수 있다(May, 1975).

$$C_L(\sigma,\alpha_c) \triangleq \frac{L_n(\sigma,\alpha_c)}{1/2\rho V_c^{\,2} A_c} \cong C_{x0}(1+\sigma)\cos\alpha_c \sin\alpha_c \tag{2.22}$$

$$C_D(\sigma,\alpha_c) \triangleq \frac{D_n(\sigma,\alpha_c)}{1/2\rho V_c^{\,2} A_c} \cong C_{x0}(1+\sigma)\cos^2\alpha_c \tag{2.23}$$

$$\alpha_c = \tan^{-1}(\frac{w_c}{u_c}) + \delta_c \tag{2.24}$$

$$w_c = w - q\cdot l_{cav} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned} F_c &= [-D_n\cos\alpha_c - L_n\sin\alpha_c,\ 0,\ D_n\sin\alpha_c + L_n\cos\alpha_c]^T \\ F_{cavitator} &= R_{C\to B}\cdot F_{cavitator} \end{aligned} \tag{2.26}$$

여기서, $C_D$ 와 $C_L$ 는 각각 항력 및 항력계수를 $D_n$ 과 $L_n$ 은 각각 항력과 양력의 크기를 나타낸다. $F_c$ 는 캐비테이터 고정좌표계에서 서술한 캐비테이터에 힘이고 $F_{cavitator}$ 는 몸체고정좌표계에서 서술한 캐비테이터 힘이다. $R_{C\to B}$ 는 캐비테이터 고정좌표계와 몸체고정좌표계

사이의 변환행렬이고 $A_c$ 는 캐비테이터의 면적, $V_c$ 는 몸체고정좌표계에서 서술된 캐비테이터 고정좌표계 중심의 속도성분 $[u_c\ v_c\ w_c]^T$ 의 크기이다. $\alpha_c$ 와 $\delta_c$ 는 각각 캐비테이터의 받음각과 변위각이다. Fig 2-8은 캐비테이터고정좌표계 $O_c - X_c Y_c Z_c$ 와 몸체고정좌표계 사이의 관계 및 유동 방향에 따른 받음각과 변위각을 보여준다.

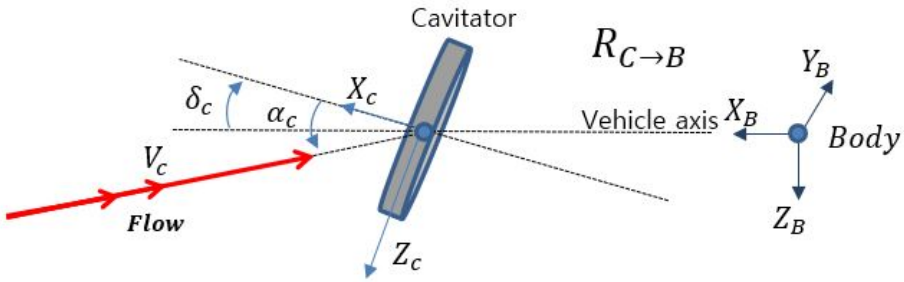


Fig 2-8 Cavitator coordinate system

캐비테이터 좌표계 기준으로 계산된 받음각을 통해 식 2.22 – 2.25의 항력과 양력 성분을 구하고 이를 몸체고정좌표계로 변환하여 최종적으로 운동방정식에 적용한다. 여기서, 캐비테이터 항력과 양력계수는 공동수와 받음각의 함수이다. 디스크 형 캐비테이터의 경우 받음각이 0일 때 항력계수는 $C_{x0} = 0.82(1+\sigma)$ 로 계산할 수 있다(Logvinovich, 1972). 원뿔형 캐비테이터의 항력계수에 대한 연구는 실험적인 방법(김지혜 et al., 2016)과 수치해석기법을 통한 방법(김형태 et al., 2015)이 있다.

## 2.4 꼬리날개 유체력 모델링

본 연구에서는 공동으로 감싸진 부분에는 유체력이 작용하지 않는다고 가정하였다. Fig 2-9에서 볼 수 있듯이 꼬리날개는 공동에 의해 침수된 부분과 그렇지 않은 부분으로 나뉜다. 침수가 된 부분의 길이를 액침 깊이라고 명명한다. 꼬리날개의 액침깊이( $d_f$ )는 꼬리날개의 스팬길이 ( $S_f$ )로 무차원화하여 0에서 1사이의 값을 가진다. Fig 2-10은 꼬리날개고정 좌표계와 몸체고정좌표계를 보여준다. 각각의 꼬리날개는 몸체고정좌표계와 평행한 좌표계를 가지고 있으며 좌표계의 중심은 꼬리날개 액침 깊이의 중간에 위치한다. 따라서 액침 깊이가 변함에 따라 꼬리날개의 좌표중심의 위치도 함께 변하게 된다. 꼬리날개는 편의상 수직방향에 위치한 두 개의 꼬리날개를 러더, 수평방향에 위치한 두 개의 꼬리날개를 엘리베이터라고 명명한다.

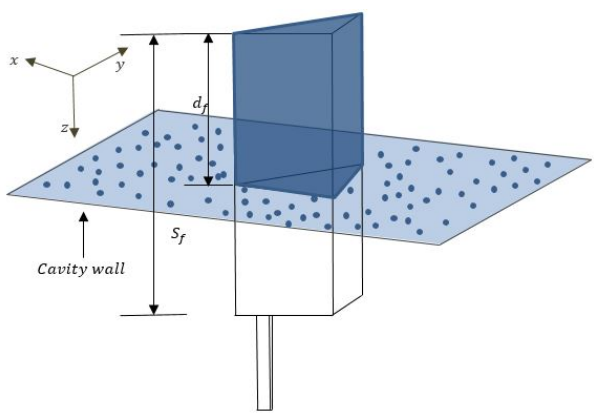


Fig 2-9 Fin span and immersion depth

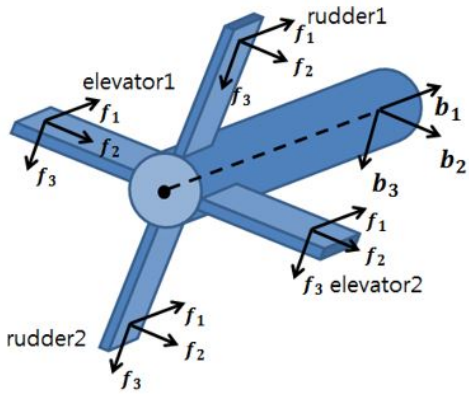


Fig 2-10 fin coordinate system

꼬리날개고정좌표계에서의 유체력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_{f_i} = \frac{1}{2}\rho V_{f_i}^{\ 2} S_f^{\ 2} \begin{pmatrix} C_x(\alpha_{f_i}, d_{f_i}) \\ C_y(\alpha_{f_i}, d_{fi}) \\ C_z(\alpha_{fi}, d_{f_i}) \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

$$M_{f_i} = \frac{1}{2}\rho V_{f_i}^{\ 2} S_f^{\ 3} \begin{pmatrix} C_{mx}(\alpha_{f_i}, d_{f_i}) \\ C_{my}(\alpha_{f_i}, d_{f_i}) \\ C_{mz}(\alpha_{f_i}, d_{f_i}) \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

여기서, $F_{f_i}, M_{f_i}$ 는 $i$ 번째 꼬리날개의 힘과 모멘트를 각각의 꼬리날개고정좌표계에서 표현한 것이다. $V_{f_i}$ 는 $i$ 번째 꼬리날개의 속도, $(C_x, C_y, C_z)$ 와 $(C_{mx}, C_{my}, C_{mz})$ 는 힘과 모멘트 계수이다. 힘과 모멘트 계수는 각 꼬리날개의 받음각( $\alpha_{f_i}$ )과 액침깊이( $d_{f_i}$ )에 대한 함수이며 이는 Kirschner의 연구를 통해 계산할 수 있다(Kirschner et al., 2002). Fig 2-11은 꼬리날개의 받음각과 변위각을 보여준다. 각 꼬리날개의

좌표중심에서 유동의 입사각을 고려하여 받음각과 변위각을 정의할 수 있으며 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$V_f = \begin{bmatrix} u_f \\ v_f \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \vec{l}_{fin} \qquad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{f,rudder} &= \arctan(v_f / u_f) + \delta_{rudder} \\ \alpha_{f,elevator} &= \arctan(w_f / u_f) + \delta_{elevator} \end{aligned} \qquad (2.30)$$

여기서, $\begin{bmatrix} u_f & v_f & w_f \end{bmatrix}^T$ 는 꼬리날개좌표계 중심에서의 속도성분을 몸체고정좌표계에서 서술한 것이다. $\vec{l}_f$ 은 몸체고정좌표계 중심에서 꼬리날개좌표계 중심까지의 거리벡터이다. 식 2.29 - 2.30을 통해 각각의 꼬리날개의 받음각을 계산할 수 있고 이를 식 2.27과 2.28에 대입함으로써 꼬리날개고정좌표계에서 발생하는 힘과 모멘트가 계산된다. 액침깊이를 계산하는 방법은 다음절에서 자세히 다룬다.

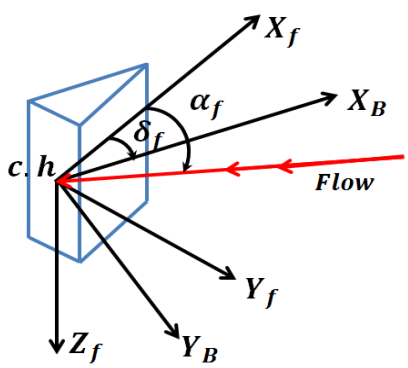


Fig 2-11 Angle of attack and deflection angle of fin

이렇게 구한 힘과 모멘트는 다시 몸체고정좌표계로 변환하여 운동방정식에 대입한다. 몸체고정좌표계에서 힘과 모멘트는 다음의 식을 통해 구할 수 있다.

$$F_{fin} = \sum_{i=1}^{4} R_i F_{f_i} \tag{2.31}$$

$$M_{fin} = \sum_{i=1}^{4} (\vec{r_i} \times (R_i F_{f_i}) + R_i M_{f_i}) \tag{2.32}$$

여기서, $R_i$ 는 각각의 꼬리날개좌표계에서 몸체고정좌표계로의 변환행렬이고 $\vec{r_i}$ 는 각각의 고리날개좌표계의 중심과 몸체고정좌표계중심 사이의 거리벡터이다.

## 2.5 침수부 위치 및 크기 계산

꼬리날개의 액침깊이를 구하기 위해서는 다음과 같은 과정을 거친다. 먼저 꼬리날개가 위치한 곳에서 공동의 중심축 위치를 식 2.21을 통해 계산한다. 공동 중심축과 운동체 중심 사이의 거리를 각각 $y_c, z_c$ 라고 정의하면 Fig 2-12와 같이 90도 간격으로 1번부터 4번까지의 꼬리날개의 액침은 다음과 같은 식을 통해 구할 수 있다.

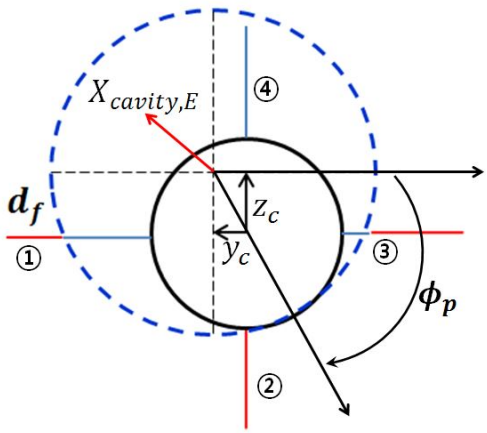


Fig 2-12 Relative position of vehicle and cavity axis

$$\phi_i = (i-1)\cdot \pi / 2, \quad i = 1..4 \tag{2.33}$$

$$\bar{d}_{f,i} = \left[ (S_f + R_{veh}) - (y_c \cos(\phi_i) - z_c \sin(\phi_i)) - \sqrt{R_c^{\,2} - (y_c \sin(\phi_i) + z_c \cos(\phi_i))^2} \right] / S_f$$

$$Sat(\bar{x}) = \begin{cases} \bar{x} & if \quad 0 \le \bar{x} \le 1 \\ 0 & if \quad \bar{x} < 0 \\ 1 & if \quad \bar{x} > 0 \end{cases}$$

$$d_{f,i} = Sat(\bar{d}_{f,i})$$

(2.34)

여기서, $R_{veh}$ 은 운동체의 반지름을 나타낸다. 이와 유사한 방식으로 운동체 몸체의 침수여부 및 방향을 구할 수 있으며 이는 다음과 같다.

$$h_0(t,\tau) = \begin{cases} \sqrt{y_c^{\,2} + z_c^{\,2}} - R_c + R & if \quad \sqrt{y_c^{\,2} + z_c^{\,2}} > R_c - R_{veh} \\ 0 & if \quad \sqrt{y_c^{\,2} + z_c^{\,2}} \le R_c - R_{veh} \end{cases} \qquad (2.35)$$

$$\phi_p = \tan^{-1}(z_c / y_c) \qquad (2.36)$$

식 2.36은 2.35에 의해 액침이 일어난 경우에만 유효한 값을 가진다.

## 2.6 플레이닝 유체력 모델링

초공동 수중운동체가 주행할 때 운동체 후미가 공동 벽과 충돌할 경우 플레이닝이 발생한다. 초공동 수중운동체는 주행속도가 일반적인 수중운동체와 달리 초속 100m/s 이상의 속도로 주행한다. 따라서 플레이닝에 의한 유체력은 그 크기가 매우 크고 운동체의 안정성을 저하시키는 주요한 원인이 된다. 플레이닝에 대한 연구는 여러 과학자에 의해 수행되었다(Dzielski, 2011; Varghese et al., 2005; Vasin and Paryshev, 2001; Yen et al., 2011). Dzielski의 모델링은 Paryshev의 연구(Paryshev, 2002)를 기반으로 하여 운동체 후미의 속도를 통해 플레이닝에 의한 힘과 모멘트를 계산하는 방식을 사용했다. 본 연구에서도 Dzielski의 방식을 통해 플레이닝 유체력을 계산하였으며 이 때 필요한 플레이닝 각도 및 플레이닝 침수깊이를 Fig 2-13에 나타내었다.

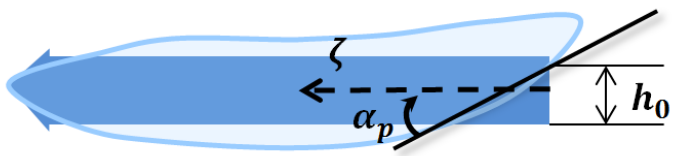


Fig 2-13 Planing of body on cavity wall

여기서, $\alpha_p$ 는 플레이닝 각도이고 $h_0$ 는 운동체 후미에서의 최대 플레이닝 침수깊이를 나타낸다. 좌표축 $\zeta$ 는 운동체 $X_B$ 축과 동일한

방향 및 위치를 가지며 운동체 후미 끝부분을 중심을 원점으로 가진다. 이 때 플레이닝에 의한 힘은 다음과 같다.

$$-F_p = M^* \dot{w}_T + \frac{\partial M^*}{\partial h_0} w_T{}^2 \qquad (2.37)$$

여기서 $M^*$ 는 apparent mass이고 $w_T$ 는 운동체 후미의 속도이다. Apparent mass는 유체역학에서 부가질량 같이 가속도에 비례하는 질량성분으로써 다음의 식에 의해 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} M^* &= \int_0^{h_0/\tan\alpha_p} m^*(h)d\zeta \\ &= \int_0^{h_0/\tan\alpha_p} m^*(h_0 - \zeta\tan\alpha_p)d\zeta \\ &= \pi\rho R^2 \frac{h_0{}^2}{(\Delta + \mathrm{h}_0)\tan\alpha_p} \end{aligned} \qquad (2.38)$$

$$m_p{}^*(h) = \pi\rho R^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta}{(\Delta + h)}\right)^2\right) \qquad (2.39)$$

여기서, $\Delta$ 는 운동체 반지름과 공동 반지름의 차이를 나타내며 $\Delta = R_{veh} - R_c$ , $h$ 는 좌표축 $\zeta$ 에 따른 침수깊이를 나타낸다. 식 2.37을 통해 구한 플레이닝에 의한 힘은 다음과 같이 압력중심의 위치를 계산하여 모멘트로 표현할 수 있다.

$$x_p = \frac{h_0(\Delta + h_0)}{2(\Delta + h_0)\tan\alpha_p} \qquad (2.40)$$

플레이닝이 일어나는 방향은 식 2.36의 $\phi_p$ 를 통해 계산할 수 있다. Dzielski 플레이닝 모델링에서는 다음과 같은 가정을 사용한다.

가정 2.3) 플레이닝 침수 속도는 일정

가정 2.4) 플레이닝은 운동체 반지름과 공동 반지름의 차이( $\Delta$ )가 양수일 때만 발생

가정 2.5) 플레이닝이 일어날 때 공동 벽면의 형상은 원통형

원통형이 아닌 공동 벽면에서 발생하는 플레이닝에 대한 연구는 Nguyen의 연구를 참고할 수 있다(Nguyen and Balachandran, 2011). 플레이닝에 의한 유체력은 그 크기를 정확히 예측하기 어렵고 현재도 많은 연구가 진행되고 있는 분야이다. 따라서 본 연구에서 사용한 Dzielski의 플레이닝 모델링의 정확도를 검증하기 위해 플레이닝에 의한 힘을 실험을 통해 계측한 결과(Yen et al., 2011)와 비교하였다. Yen의 연구결과는 초공동 수중운동체와 같이 원통형 형상을 가지는 운동체와 자유수면 사이에서 발생한 플레이닝 유체력을 실험적으로 계측하였다. Yen의 연구에서는 실험에 의해 얻어진 플레이닝 양력 및 항력계수를 기존에 잘 알려진 함수형태로 만들어 그 계수를 구하였다. 플레이닝에 의한 양력계수는 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$C_{L,p} = \alpha_p^{1.54}(0.9\lambda^{0.64} + \frac{0.3\lambda^{2.9}}{Fr^2}) \qquad (2.41)$$

여기서, $C_{L,p}$ 는 플레이닝 양력계수를 나타내고 $Fr$ 은 원통(초공동 수중운동체 몸체)의 반지름으로 무차원화한 Froude수 이다 ( $Fr = V / \sqrt{2gR_{veh}}$ ). $\lambda$ 는 무차원화된 킬(keel)의 침수길이이며 다음과 같은 표현할 수 있다.

$$\lambda = \frac{h_0}{2R_{veh}\alpha_p} \tag{2.42}$$

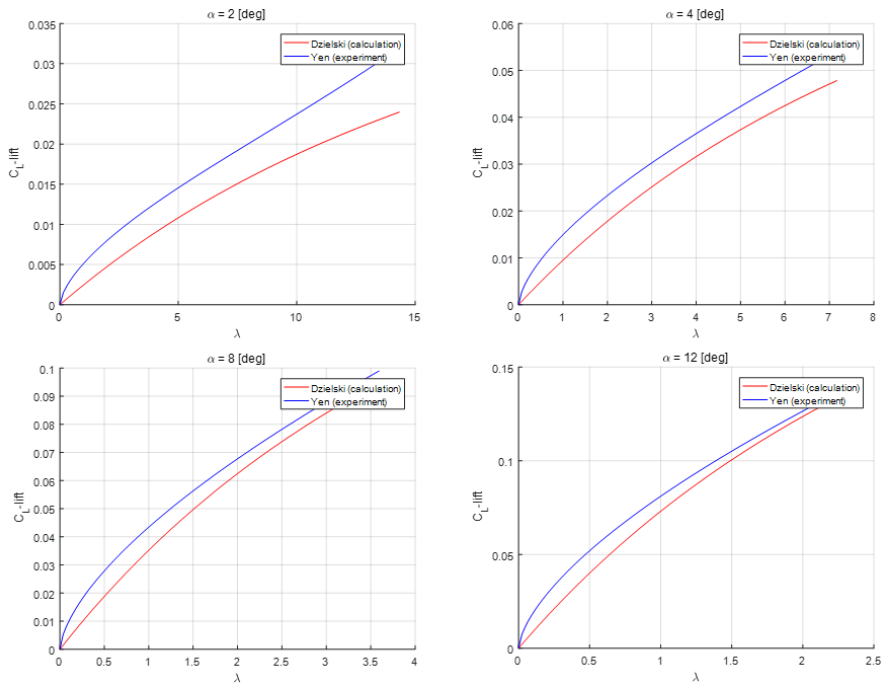


Fig 2-14 Comparison of lift coefficients of planing

Fig 2-14는 Dzielski 모델과 Yen의 모델을 통해 계산한 양력계수를 플레이닝 각도 및 $\lambda$ 에 따라 비교한 그래프이다. 대체적으로 유사한

경향 및 값을 보여주지만 플레이닝 각도가 적을수록 오차가 커지는 것을 알 수 있다. 이는 플레이닝이 일어나는 유체 표면이 원통형과 자유수면으로 다르기 때문으로 추정할 수 있다.

## 2.7 몸체 유체력 모델링

초공동 수중운동체가 발사되어 초월공동 상태에 도달하기 전에는 공동이 운동체를 완전히 감싸지 못하고 운동체의 몸체가 부분적으로 물과 접촉하게 된다. 이러한 상태를 부분공동 상태라고 부른다. 이 때 물과 접촉한 운동체 몸체에는 정유체력과 동유체력이 작용한다. 침수된 운동체 몸체에 작용하는 정유체력은 널리 알려진 바와 같이 다음의 식을 통해 구할 수 있다.

$$F_B = \begin{bmatrix} -B_{wet}\sin\theta \\ B_{wet}\cos\theta\sin\phi \\ B_{wet}\cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

$$M_B = \begin{bmatrix} y_b B_{wet}\cos\theta\cos\phi - z_b B_{wet}\cos\theta\sin\phi \\ -z_b B_{wet}\sin\theta - x_b B_{wet}\cos\theta\cos\phi \\ x_b B_{wet}\cos\theta\sin\phi + y_b B_{wet}\sin\theta \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

여기서, $(\phi,\theta,\psi)$ 는 오일러각이고, $B_{wet}$ 은 침수된 몸체에 작용하는 부력의 크기( $B_{wet} = \rho g V_{wet}$ )이고 $X_{buoy} = [x_b\ y_b\ z_b]^T$ 는 몸체무게중심에서 부력의 중심까지의 거리벡터이다. 몸체의 침수부피는 공동의 길이 및 크기와 운동체의 위치를 통해 실시간으로 계산된다.

동유체력은 압력저항과 마찰저항 및 부가질량에 의한 저항으로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 초공동 수중운동체 몸체에 작용하는 동유체력을 두 방향으로 나누어 구하였다. 첫 번째 방향은 운동체 $X_B$ 방향이다. Fig 2-15는 운동체 $X_B$ 방향에 작용하는 동유체력을 보여준다. 운동체

전면부에 달리 캐비테이터에는 압력저항 및 부가질량에 의한 저항이 작용한다. 캐비테이터에 작용하는 힘은 2.3절에서 언급하였기 때문에 여기서는 몸체에 걸리는 저항만 고려한다.

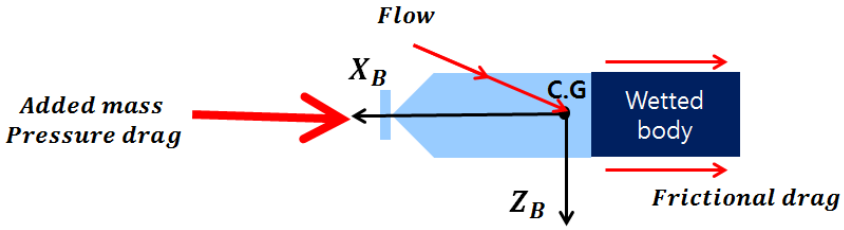


Fig 2-15 Hydrodynamic forces acting on $X_B$-axis

몸체 작용하는 저항성분 역시 압력저항, 마찰저항 및 부가질량에 의한 힘이 작용하지만 침수부위에 작용하는 압력저항과 부가질량에 의한 힘은 마찰저항에 비해 그 크기가 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정하여 본 연구에서는 고려하지 않았다. 마찰저항 및 마찰저항 계수는 널리 알려진 Hughes line을 통해 다음과 같이 계산할 수 있다(Newman, 1977).

$$D_F = \frac{1}{2}\rho S_{wet} u^2 C_F$$
$$C_F = \frac{0.075}{(\log_{10} \mathrm{Re} - 2)^2} \qquad (2.45)$$

여기서, $D_F$ 는 마찰저항의 크기, $C_F$ 는 마찰저항계수, Re 는 레이놀드수이다.

$Y_B, Z_B$ 방향에 작용하는 동유체력은 Morison 방정식을 통해 구하였다.

Morison 방정식은 원통형에 작용하는 부가질량에 의한 힘과 압력저항 및 마찰저항을 근사적으로 구할 수 있다.

$$F_{Morison} = F_I + F_D \tag{2.46}$$

$$dF_{Morison} = \rho C_m \pi R_{veh}^{\ 2} \int \vec{V}\, ds + \rho C_D R_{veh} \int \vec{V}|V|\, ds \tag{2.47}$$

여기서, $F_{Morison}$ 은 $dF_{Morison}$ 을 $X_B$ 축 방향으로의 미소길이 $ds$ 로 적분하여 얻을 수 있다. $F_I$ 와 $F_D$ 는 각각 가속도 및 속도의 제곱에 비례하는 유체력으로써 각각의 계수 $C_m$ 과 $C_D$ 에 의해 결정된다. 본 연구에서는 원통형 단면에 적용하는 계수 $C_m$ 과 $C_D$ 를 각각 1과 1.3을 사용하였다. 미소길이 $ds$ 에 따른 속도 및 가속도는 Fig 2-16과 같이 운동체의 각속도에 따라 변하게 된다. 이 때 각 미소길이당 속도성분은 식 2.48을 통해 계산할 수 있다.

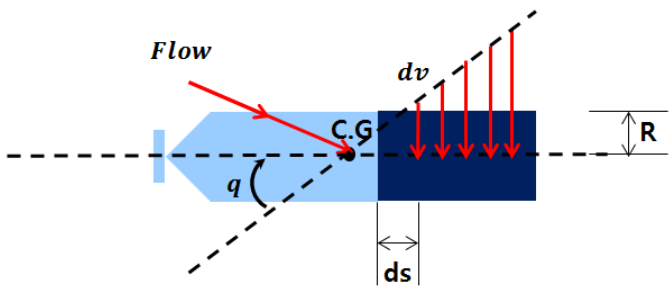


Fig 2-16 Velocity distribution along the $X_B$-axis in wetted body

$$d\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ds \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

식 2.46에 의해 계산된 힘은 무게중심과 압력중심간의 거리 $l_{h,c}$ 를 이용하여 다음과 같이 모멘트성분으로 변환할 수 있다.

$$M_{Morison} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_{h.c} \cdot F_{Morison,z} \\ -l_{h.c} \cdot F_{Morison,\mathrm{y}} \end{bmatrix} \tag{2.49}$$

여기서, $F_{Morison,z}$ 와 $F_{Morison,y}$ 는 식 2.46에 의해 계산된 힘의 $Z_B$ , $Y_B$ 축방향 성분이다. 최종적인 구해진 운동체 몸체에 작용하는 유체력은 다음과 같다.

$$F_{body} = F_B + F_{Morison} + F_{friction} \tag{2.50}$$

$$M_{wet} = M_B + M_{Morison} \tag{2.51}$$

## 2.8 초공동 수중운동체 선형 운동방정식

앞서 서술한 초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 토대로 식 2.1의 6자유도 비선형 운동방정식을 구성할 수 있다. 하지만 운동체 주요치수 결정 과정이나, 가스 분사량 제어기 설계 등에서 수행될 안정성 평가 및 제어기용 운동체 방정식은 선형 동역학을 사용하게 된다. 따라서 지금까지 수행된 초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 기반으로 선형 운동방정식을 구성하는 방법에 대해서 서술하겠다. 선형 운동방정식을 구성하는데 사용된 가정은 다음과 같다.

가정 2.6) 주행 중 공동수는 일정

가정 2.7) 운동체의 전진방향 속도는 일정

가정 2.8) 공동 중심축 이동 효과는 무시할 수 있을 정도로 작음

가정 2.9) 운동체의 자세 및 제어판 각도 변화는 작음

가정 2.10) 주행 중 플레이닝은 발생하지 않음

가정 2.7)와 2.10)에 의해 종축 운동방정식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$M\dot{w} = F_{cavitator} + F_{fin} + F_g \qquad (2.52)$$

$$I_{yy}\dot{q} = -F_{cav}x_{cg} + F_{fin}x_{fin} \qquad (2.53)$$

여기서, $x_{c.g}$ 와 $x_{fin}$ 은 각각 무게중심으로부터 캐비테이터와 꼬리날개까지의 거리이다. 가정 2.7), 2.9)에 의해 캐비테이터 및 꼬리날개에 발생하는 유체력은 다음과 같이 표현된다.

$$F_{cavitator} = \frac{1}{2}\rho A_c V^2 C_x \alpha_c \qquad (2.54)$$

$$F_{fin} = \frac{1}{2}\rho L_{fin}{}^2 V^2 C_f \alpha_f \qquad (2.55)$$

여기서, $V$ 는 일정한 전진방향 속도, $C_x$ 와 $C_f$ 는 각각 캐비테이터와 꼬리날개 양력계수의 기울기를 나타낸다. 가정 2.6)과 2.8), 2.9)에 의해 $C_x$ 와 $C_f$ 는 일정한 값을 가진다. 캐비테이터와 꼬리날개의 받음각은 다음과 같다.

$$\alpha_c = (\frac{w}{V} - \frac{qx_{cg}}{V} + \theta + \delta_c) \qquad (2.56)$$

$$\alpha_f = (\frac{w}{V} - \frac{qx_{fin}}{V} + \theta + \delta_f) \qquad (2.57)$$

식 2.52 – 2.57을 기반으로 초공동 수중운동체의 종축 선형운동방정식을 행렬의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} z \\ \theta \\ w \\ q \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.58}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -V & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dfrac{(C_1 - C_2)}{M} & \dfrac{(C_1 - C_2)}{MV} & \dfrac{(-C_1 x_{cg} - C_2 x_{fin})}{MV} \\ 0 & \dfrac{(-C_1 x_{cg} - C_2 x_{fin})}{I_{yy}} & \dfrac{(-C_1 x_{cg} - C_2 x_{fin})}{I_{yy} V} & \dfrac{(C_1 {x_{cg}}^2 - C_2 {x_{fin}}^2)}{I_{yy} V} \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dfrac{C_1}{M} & -\dfrac{C_2}{M} \\ \dfrac{-C_1}{I_{yy}} x_{cg} & -\dfrac{C_2}{I_{yy}} x_{fin} \end{bmatrix} \tag{2.60}$$

여기서, $C_1, C_2$ 는 운동방정식을 간단히 표현하기 위해 사용된 계수이며 다음과 같다.

$$C_1 = \frac{1}{2} \rho A_c V^2 C_x, \qquad C_2 = \frac{1}{2} \rho {L_{fin}}^2 V^2 C_f \tag{2.61}$$

## 2.9 초공동 수중운동체 주요치수 결정

2.9절에서는 초공동 수중운동체의 주요치수를 결정하는 방법에 대하여 서술한다. 초공동 수중운동체는 군사적인 목적으로 쓰이는 경우가 대부분이기 때문에 운동체 주요치수에 대한 정확한 자료가 공개되지 않았다. 따라서 본 연구에서는 초공동 수중운동체의 주요치수를 결정하기 위하여 설계 시 고려해야 하는 설계 제약조건에 관한 연구를 수행하고 이를 통해 주요치수를 결정하는 연구를 수행하였다.

### 2.9.1 설계 변수 설정

설계 제약조건을 설정하기에 앞서 운동체 설계에 필요한 제원 중 최적화를 통해 구해야 하는 설계 변수와, 이미 알고 있거나 설계 변수의 함수로 나타낼 수 있어 최적화 변수로 사용하지 않는 값들을 구분해야 한다. 운동체 설계에 필요한 파라미터를 Fig 2-17에 나타내었다.

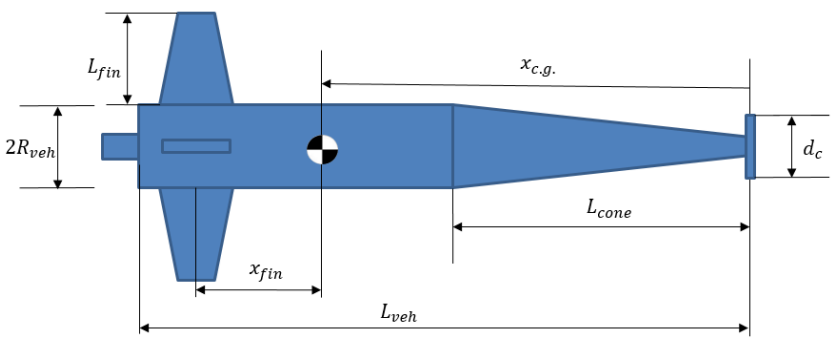


Fig 2-17 Supercavitating vehicle configuration parameters

최적화를 통해 구해야 할 설계 변수는 크게 1) 운동체 길이 및 반지름 등 전반적인 운동체 치수에 관련된 파라미터와 2) 캐비테이터 반지름, 꼬리날개 길이 및 위치 등 제어판의 위치 및 사이즈에 관련된 파라미터로 구성되어 있다. 운동체의 물리량에 관련된 값인 운동체 질량, 무게중심, 관성모멘트 등은 운동체 주요치수에 따라 결정되도록 하였다. 설계변수를 나타내면 다음과 같다.

$$d_{parameters} = [d_c, L_{veh}, R_{veh}, L_{fin}, x_{fin}] \qquad (2.62)$$

### 2.9.2 설계 제약조건

설계 제약조건에는 초월공동 제약조건, 트림속도 제약조건, 안정성 제약조건, 천이구간 제약조건, 추진기관 제약조건, 세장비 제약조건, 임무시간 제약조건 등이 있다.

초공동 수중운동체의 설계 시 가장 기본이 되는 조건은 초월공동 형성 조건이다. 최대 속도에서 운동체의 꼬리날개 일부를 제외한 모든 부분은 공동으로 둘러 쌓인 상태(초월공동상태)를 유지해야 한다. 초월공동 제약조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C_{\sup cav} = R_c(\xi) - R_{veh}(\xi) > 0 \quad \text{at all } \xi \qquad (2.63)$$

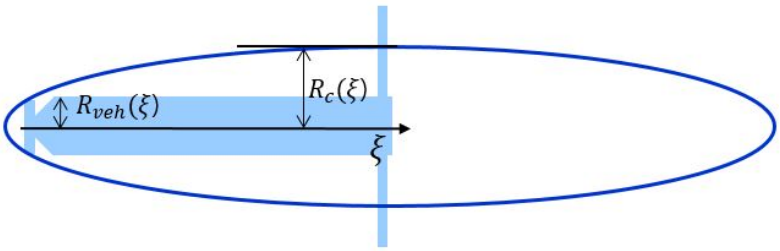


Fig 2-18 Condition for supercavity constraint

Fig 2-18과 같이 모든 $\xi$ 에 대하여 공동의 반지름은 운동체의 반지름보다 큰 값이 가져야 한다. 자연형 공동의 경우 최대속도가 상대적으로 낮은 경우 초월공동이 생성되지 않아 초월공동 제약조건에 의해 설계가능영역이 계산되지만, 분사형 공동의 경우 분사량을 원하는 만큼 늘릴 수 있다는 가정을 하면 이론상 어떠한 경우에도 초월공동을 형성할 수 있게 되어 초월공동 제약조건을 적용할 수 없다. 하지만 실제로 가스 발생기의 가스 분사량 한계가 있기 때문에 가스발생기의 공동 생성 능력에 대해 다음을 가정한다.

가정 2.11) 분사형 초공동 수중운동체 설계 시 가스 발생기의 성능은 생성할 수 있는 공동의 최대 길이로 판단한다.

가정 2.12) 가스 발생기의 공동 생성 능력은 설계된 운동체 길이의 두 배를 최대치로 갖는다.

이러한 가정을 통해 분사형 초공동 수중운동체에 초월공동 제약조건을 적용시킬 수 있다. 주어진 캐비테이터 크기에서 운동체 길이의 두 배

크기의 공동을 생성할 수 있는 공동수(도달 가능한 최소 공동수)와 공동의 반지름을 계산하여 식 2.63의 제약조건을 적용한다.

트림속도 제약조건은 운동체가 정상상태에 도달하여 최대속도로 주행할 때 설계 변수가 최대속도에 미치는 영향을 고려하여 계산할 수 있다. 정상상태에서 초월공동 상태에 있는 운동체에 작용하는 유체력은 캐비테이터와 꼬리날개에 걸리는 항력이다. 운동체에 작용하는 항력과 추력이 평형을 이루면 운동체는 최대속도에 도달하게 되며 이를 수식으로 표현하면 식 2.64와 같다. 이렇게 구해진 속도( $u_{trim}$ )는 정상상태에서의 트림속도이다.

$$C_{trim} = \delta T - F_{cavitator}(u_{trim}) - F_{fin}(u_{trim}) = 0 \qquad (2.64)$$

초공동 수중운동체는 일반적인 수중운동체나 항공기와 달리 캐비테이터가 운동체 전면에 위치하여 큰 저항을 받는다. 따라서 운동체 후부에 위치한 꼬리날개가 충분한 안정화 모멘트(stabilizing moment)를 생성하지 못하면 운동체가 불안정해진다(Fig 2-19). 초월공동 상태에서는 공동의 크기가 최대화되고 이때 꼬리날개의 액침은 최소화 된다. 꼬리날개의 길이가 충분히 길지 않으면 꼬리날개에서 발생하는 유체력이 운동체를 안정화시킬 수 있을 만큼의 크기를 갖지 못하게 된다.

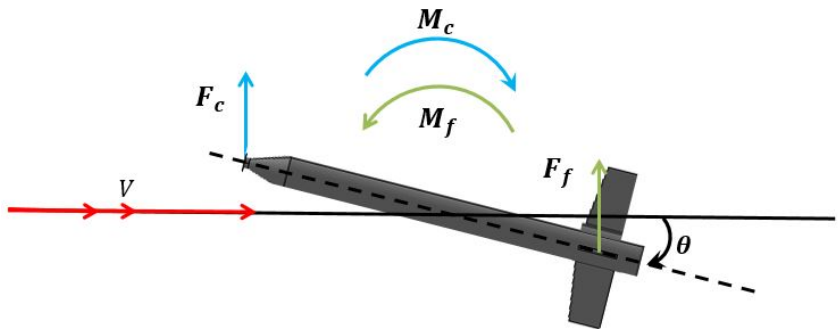


Fig 2-19 Force and moment acting on supercavitating vehicle

이러한 문제점을 해결하기 위하여 설계 시 운동체의 종축 안정성을 보장할 수 있도록 최소 꼬리날개 길이를 결정하는 제약조건을 고려하였다. 꼬리날개 길이 제약조건을 결정하는 단계는 다음과 같다.

1 단계: 주어진 설계 변수( $d_{parameters}$ )에서 $C_{trim}=0$ 을 만족하는 트림속도( $u_{trim}$ )을 구한다.

2 단계: 트림속도에서 운동체의 종축 운동방정식을 통하여 시스템행렬을 계산한다.

3 단계: 시스템행렬의 고유값을 확인하여 안정성을 판별한다.

시스템행렬 고유값의 실수부가 음수일 때 운동체는 종축 안정성을 가진다. 따라서 안정성 제약조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C_{stab} = real\{E(A)\} < 0 \qquad (2.65)$$

초공동 수중운동체는 발사 후 천이영역을 거쳐 초월공동상태에 도달하게 된다. 이 때 천이구간에서 운동체는 비정상상태 운동을 하기 때문에 선형 운동방정식을 사용할 수 없다. 따라서 식 2.1의 비선형 운동방정식을 $X$ 축 1자유도로 제한하여 다음의 전진방향 운동방정식을 구성하고 이를 천이구간 제약조건으로 설정한다.

$$C_{dynamic} = \dot{u}(t) - \frac{1}{M}(\delta T + F_{cavitator} + F_{fin} + F_{body}) = 0 \qquad (2.66)$$

추진기관의 제약조건을 설정하기 위해 다음을 가정하였다.

가정 2.13) 추진기관이 운동체 내부에서 차지하는 비율은 일정

가정 2.14) 추력의 크기는 추진기관의 길이에 비례

가정 2.15) 추력의 지속시간은 추진기관의 반지름에 비례

가정 2.13)과 2.14)에 의해 추력의 크기는 운동체의 길이에 비례하고 가정 2.13)과 2.15)에 의해 추력의 지속시간은 운동체의 반지름에 비례한다. 추진기관 관련 제약조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C_{thrust}{}^{1} = \delta T - N_1 \times L_{veh} = 0 \qquad (2.67)$$

$$C_{thrust}{}^{2} = \delta T_{time} - N_2 \times R_{veh} = 0 \qquad (2.68)$$

여기서, $\delta T$ 와 $\delta T_{time}$ 은 추력의 크기와 지속시간, $N_1, N_2$ 는 각각 추력크기 및 지속시간 비례상수이다. 추진기관 비례상수 $N_1, N_2$ 를 구하기 위하여 러시아에서 개발된 shkval이라는 초공동 수중운동체를 참고하였다. Shkval의 제원 및 정보는 다음과 같다.

Table 2-2 Specification of Shkval

| Description | Value | unit |
|---|---|---|
| **Weight** | *2,700* | *kg* |
| **Length** | *8.2* | *m* |
| **Vehicle diameter** | *533* | *mm* |
| **Effective firing range** | *7 (shkval)*<br>*11-15 (shkval 2)* | *km* |
| **Speed** | *50 (launch)*<br>*200 ≥ (maximum)* | *knots* |
| **Cavitator diameter** | *533/3 (guess)* | *mm* |

Table 2-2를 토대로 shkval의 주행거리 및 항주속도를 각각 $10km$, $100m/s$ 로 가정한다. 따라서 shkval의 주행시간(=추력지속시간)은 약 100초로 추측할 수 있다. 비례상수 $N_2$ 는 shkval의 추력지속시간을 반지름으로 나누어 구할 수 있다. 비례상수 $N_1$는 운동체 길이당 추력의 크기를 나타내는 값이기 때문에 shkval의 항주속도에서의 추력을 추정해야 한다. 초월공동 상태의 항주 시에는 유체력이 캐비테이터와 꼬리날개에만 작용한다. 캐비테이터의 유체력은 캐비테이터 모델링을 통해 산출할 수 있다. 주어진 shkval의 주요제원에는 꼬리날개의 스팬길이가 주어지지 않기 때문에 꼬리날개의 스팬길이를 추정하기 위해

다음을 가정한다.

가정 2.16) 초월공동 항주상태에서의 공동수는 공동의 길이가 운동체 길이의 1.5배를 만족하도록 유지

가정 2.17) 꼬리날개 스팬길이는 초월공동 항주상태에서 운동체의 종축 안정성을 보장할 수 있는 길이

가정 2.16)을 통해 초월공동 항주상태에서의 공동수를 결정하며 이는 캐비테이터와 꼬리날개의 저항을 결정하는데 사용된다. 꼬리날개의 스팬길이는 가정 2.17)를 만족하기 위하여 안정성 제약조건을 적용하여 종축 선형 운동방정식의 고유값의 실수부가 음수가 되도록 결정하였다. 이를 통해 항주상태에서의 초월공동 항주상태의 총 저항을 추정하였고 이를 운동체 길이로 나누어 비례계수 $N_1$ 을 결정할 수 있다. 이렇게 결정된 비례상수 $N_1$과 $N_2$를 기준으로 추진기관 제약조건을 구성한다.

추진기관 제약조건에 따르면 추력의 크기는 운동체의 길이에 비례한다. 따라서 최적화를 수행하게 되면 운동체는 상대적으로 길이가 긴 형태를 가진다. 즉, 세장비가 큰 형상을 가지게 되는데 실질적으로 세장비가 큰 운동체는 빠른 속도에 도달할 수 있으나 자세가 변함에 따라 플레이닝을 발생시킬 가능성이 크다. 또한 운동체의 구조적 문제와 내부 시스템 배치에 문제가 될 수 있기 때문에 본 연구에서는 세장비 제약조건을 설계 제약조건으로 고려하였다. 세장비 제약조건은 shkval의 세장비를 기준으로 $\pm(1+\alpha)$ 만큼 설계자의 조건에 따라 설정할 수 있다. 본

연구에서는 shkval의 세장비와 10% 내외의 세장비를 갖도록 설정하였고 이를 수직으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{slen}{}^{1} &= Sl_{veh} > 0.9Sl_{shkval} \\ C_{slen}{}^{2} &= Sl_{veh} < 1.1Sl_{shkval} \end{aligned} \tag{2.69}$$

여기서, $Sl_{veh}$ 과 $Sl_{shkval}$ 은 각각 주어진 설계변수에서의 세장비와 shkval의 세장비이다.

임무시간 제약조건은 추진기관 제약조건에서 구해진 추력의 지속시간이 전체 임무시간을 넘을 수 없다는 제약조건으로 다음과 같이 표현된다.

$$C_{time} = \delta T_{time} - t_f > 0 \tag{2.70}$$

여기서, $t_f$ 는 최종 임무시간이다. 본 연구에서 최적화에 사용된 목적함수는 주어진 거리를 운동체가 도달하는데 걸리는 임무시간으로 표현하였다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &J = \int_0^{t_f} 1 dt \\ &s.t \quad \dot{x} = f(x,u,t),\ x(0) = x_0,\ C_{ineq} < 0,\ C_{eq} = 0 \end{aligned} \tag{2.71}$$

여기서, $C_{ineq}$ 와 $C_{eq}$ 는 각각 inequality와 equality 제약조건이다.

Equality 제약조건에는 1자유도 운동방정식, 추진기관, 트림속도 제약조건이 있고 inequality 제약조건에는 안정성, 초월공동, 세장비, 임무시간 제약조건이 있다. 초기값은 운용속도 및 초기 발사속도이다. 앞서 서술한 설계 제약조건을 통해 운동체 주요치수를 결정하는 순서도를 Fig 2-20에 나타내었고 이는 다음과 같다.

1 단계. 초기 발사속도, 초기심도, 목표거리 설정

2 단계. 주어진 범위 내에서 설계변수 집합 생성

3 단계. 설계 제약조건 검토

4 단계. 임무완료시간 계산 및 최적해 갱신

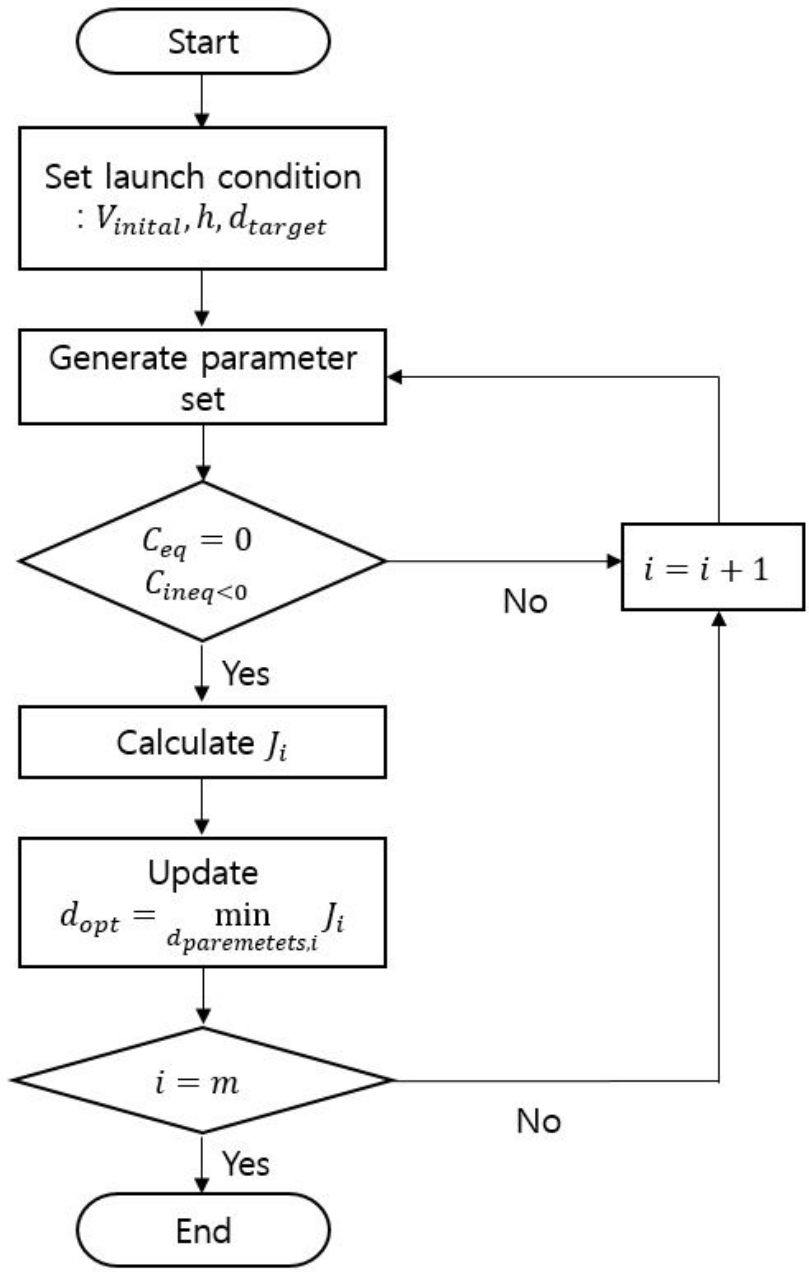


Fig 2-20 Supercavitating vehicle design optimization process

# 3 초공동 수중운동체 운항영역 보호기법

초공동 수중운동체가 초월공동(몸체를 감쌀 수 있을 정도로 충분히 발달)상태에 이르게 되면 운동체는 물과의 접촉 면적이 상당부분 제거되어 공기 중에서 비행하는 것과 같은 고속주행이 가능하다. 이 때 운동체의 자세가 변하게 되면 운동체의 일부분(대부분 운동체의 후미부분)이 공동의 벽과 충돌하는 현상인 플레이닝 현상이 발생하게 된다. 플레이닝에 의한 유체력은 그 크기가 매우 크고 불연속적이기 때문에 운동체를 안정하게 제어하기 어렵게 한다. 따라서 플레이닝이 일어난 후에 운동체를 제어하는 것 보다는 플레이닝 자체를 일어나지 않게 하는 것이 효과적이라고 할 수 있다.

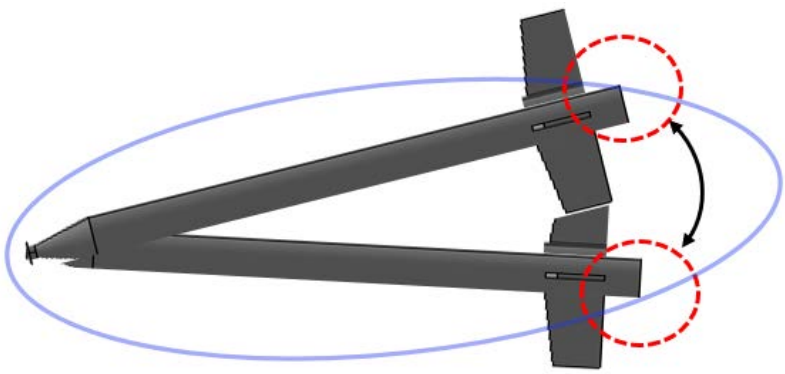

Fig 3-1 Tail slapping of supercavitating vehicle

Fig 3-1은 플레이닝에 의한 tail-slapping 현상을 보여준다. 초공동 수중운동체는 항주속도가 상대적으로 빠르기 때문에 플레이닝에 의한 유체력이 발생하면 Fig 3-1과 같이 공동 벽면과 번갈아 충돌하는 tail-slapping 현상이 발생한다. 특히, 자연형 초공동 수중운동체의 경우

플레이닝이 발생하면 운동체의 속력이 감소하여 공동의 크기가 줄어들게 된다. 이러한 현상이 발생하게 되면 공동 벽면과의 여유가 줄어들어 tail-slapping을 심화시키는 원인이 된다. 따라서 초공동 수중운동체의 운항영역을 보호하기 위해서는 플레이닝을 회피하는 것이 가장 중요한 목적이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 초공동 수중운동체의 운항영역 보호기법으로 두 가지 기법을 제시한다. 첫 번째는 Fig 3-2과 같이 플레이닝을 방지하기 위하여 분사를 통해 공동의 크기를 키우는 방법이다. 운동체의 자세가 변화하면 공동 벽면과 운동체 사이의 여유가 감소하게 된다. 이때 공동 내부에 가스를 불어 공동의 크기를 키움으로써 공동 벽면과 운동체 사이의 여유를 유지하여 플레이닝을 방지할 수 있다. 이러한 기법은 분사형 초공동 수중운동체에만 적용할 수 있다. 자연형 초공동 수중운동체는 공동의 크기가 운동체의 속도, 심도에 의해 결정되므로 이러한 방법을 적용할 수 없다. 두 번째 운항영역 보호기법은 운동체의 자세제어를 통한 플레이닝 회피 기법이다. 자세제어를 통한 운항영역 보호기법은 분사형/자연형 초공동 수중운동체에 모두 적용할 수 있는 기법이다. 우선, 운동체 자세변화에 따른 공동 벽면과 운동체 사이의 여유를 실시간으로 계산한다. 그 이후 공동과 운동체가 충돌하지 않도록 하는 운동체 자세의 한계를 도출한다. 운동체는 제안된 자세 제어기법을 통해 자세 한계를 넘지 않도록 제어된다. 따라서, 자세제어를 통한 운항영역 보호기법은 운동체 자세의 한계를 도출하여 명령을 생성하는 유도기법과 실제 운동체의 자세를 제어하는 제어기법으로 분류할 수 있다.

## 3.1 공동수 제어기법

본 절에서 서술할 공동수 제어를 통한 운항영역 보호기법을 적용하기 위해서는 다음의 몇 가지 가정이 필요하다.

가정 3.1) 분사형 초공동 수중운동체

가정 3.2) 가스 분사를 통해 목표 공동수를 추종 가능

가정 3.3) 공동수를 정확하게 추정 가능

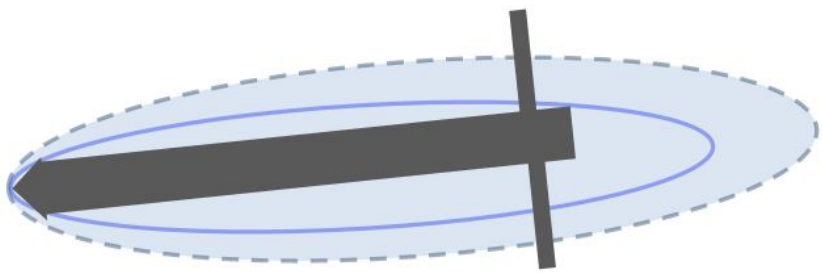

Fig 3-2 Planing avoidance by increasing cavity size

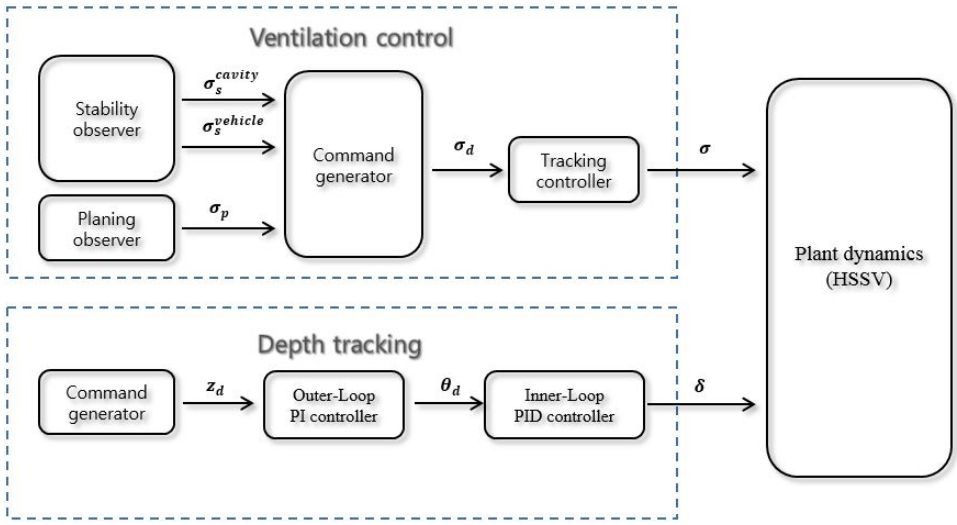


Fig 3-3 Control architecture of envelope protection system based on cavitation number control

공동의 크기는 공동수에 의해 결정되므로 공동의 크기를 제어하기 위해서는 공동수를 제어 해야 한다. Fig 3-3은 공동수 제어를 통한 운항영역 보호기법의 제어 구조를 보여준다. 분사량 제어에서는 공동수를 조절하여 플레이닝 회피 및 안정성을 보장하고 심도 제어기에서는 운동체의 심도를 조절하여 플레이닝이 발생할 수 잇는 상황을 재현한다.

공동수 제어(ventilation control)는 공동 및 운동체의 안정성을 예측하는 안정성 관측기와, 플레이닝이 일어나는 상황을 예측하는 플레이닝 관측기로 구성되어 있다. 안정성 관측기는 가스 분사에 따른 공동 자체의 안정성과 2장에서 서술한 운동체의 안정성을 관측하고 이를 안정하게 유지하기 위한 공동수 명령을 생성한다. 플레이닝 관측기는 운동체의 후미와 공동의 벽면이 충돌하는 상황을 방지하기 위한 플레이닝 회피 공동수( $\sigma_p$ )를 추정한다. 명령 생성기에서는 두 관측기에서 생성된 명령을 사용하여 최종적으로 목표 공동수( $\sigma_d$ )를 생성한다. 목표 공동수는 공동수 추종기를 통해 제어된다. 공동수 추종기의 성능은 실제 가스 생성기의 성능에 따라 다르지만 본 연구에서는 다음과 같은 1차 시스템으로써 시정수 $\tau_s = 1/5$ 를 갖는 추종성능을 가정하였다.

$$\frac{\sigma}{\sigma_d} = \frac{1}{\tau_s s + 1} \tag{3.1}$$

플레이닝 회피 관측기에서는 플레이닝을 회피하기 위하여 Fig 3-4와 같은 방법을 이용한다. 정상상태에서 설계 목표 공동수를 $\sigma_0$라 하면 이 때 운동체와 공동 사이의 간격을 $\Delta_0$로 정의한다. 운동체의 자세가 변하는 Fig 3-5와 같은 상황에서도 항상 공동 사이의 간격을 유지하는 공동수가 플레이닝 회피 공동수($\sigma_p$)이다. 따라서 플레이닝 회피 공동수($\sigma_p$)는 공동의 반지름이 식 3.2와 같은 관계를 만족할 때 공동수이다.

$$R_c(\sigma_p) = \Delta_0 + R_p = \Delta_0 + |L_t \sin\theta| + |R_{veh} \cos\theta| \qquad (3.2)$$

여기서, $L_t$, $R_{veh}$는 각각 무게중심으로부터 운동체 후미까지의 길이 및 운동체 반지름이다.

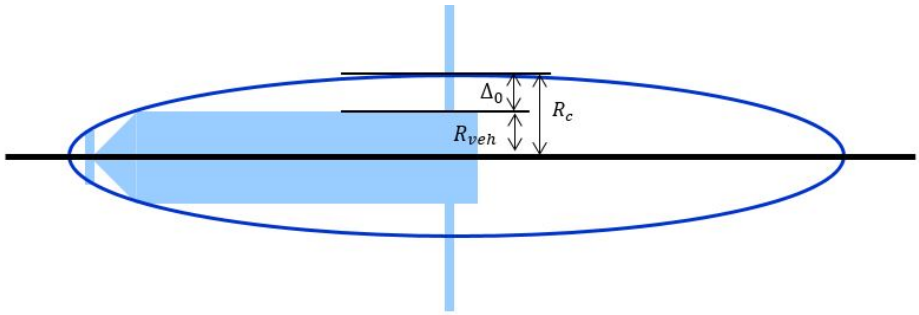


Fig 3-4 Initial gap between cavity wall and vehicle in steady state

목표 공동수 $\sigma_d$는 안정성 관측기의 제약이 발생하지 않은 경우 플레이닝 회피 관측기에서 결정된 $\sigma_p$와 같다. 하지만 다음에 서술될 공동 및 운동체 안정성에 관측기의 결과에 따라 플레이닝 회피 공동수의

목표 공동수 적용 여부가 결정된다.

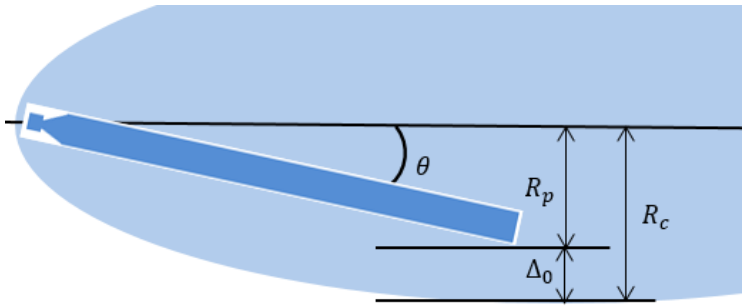


Fig 3-5 Cavity radius needed to avoid planing

공동 자체의 안정성은 Paryshev의 분사형 공동의 안정성에 대한 이론에 언급되어 있으며 이는 무차원 파라미터 $\beta$ 에 의해 다음과 같이 정의 된다(Paryshev, 1978).

$$\beta = \frac{\sigma_v}{\sigma_c} \tag{3.3}$$

여기서, $\sigma_v$ 동일 속도 및 정압에서 자연공동의 공동수이고 $\sigma_c$ 는 분사에 의한 공동수이다. 위 파라미터가 $\beta$ 가 일정한 범위 에서 공동은 안정하고( $1 \le \beta < \beta_{cri} = 2.645$ ) 범위를 벗어나게 되면 불안정해 진다 ( $\beta \ge 2.645$ ). 즉, 공동 내부에 유입되는 가스의 양이 공동이 안정성을 유지하면서 소화할 수 있는 가스의 양보다 많은 경우, 공동은 안정성이 저하되면서 스스로 pulsating하는 불안정한 상태로 변하게 된다. 따라서 안정성 관측기에서 생성된 공동 안정성 공동수 ( $\sigma_s^{cavity}$ )는 분사를 통해

획득할 수 있는 안정한 공동수의 최소값이 된다.

$$\sigma_s^{cavity} = \frac{\sigma_v}{\beta_{cri}} \tag{3.4}$$

운동체 안정성을 고려한 공동수( $\sigma_s^{vehicle}$ )는 2장에서 설명한 선형 운동방정식을 이용하여 추정할 수 있다. Fig 3-6에서 볼 수 있듯이 꼬리날개의 복원력은 액침 깊이에 따라 결정되는데 가스 분사량에 따라 공동의 크기가 커지면 꼬리날개 액침 깊이가 줄어들어 복원력이 상실되어 운동체의 안정성이 저하된다. 플레이닝 회피를 하기 위해 공동수 제어하는 과정에서 이러한 안정성이 저하되는 것을 방지하는 역학을 하는 것이 운동체 안정성 공동수 $\sigma_s^{vehicle}$ 이다.

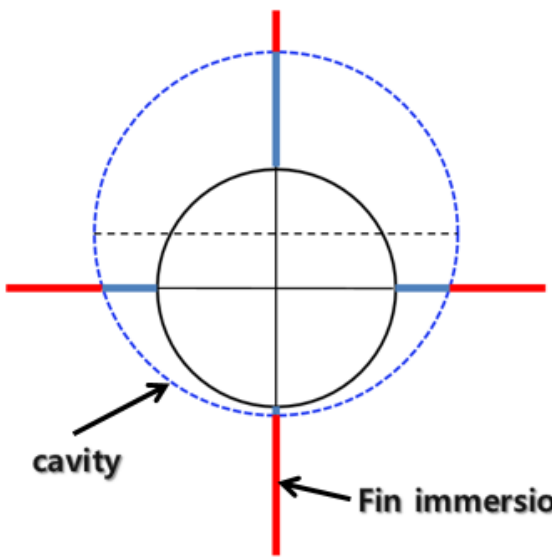


Fig 3-6 Fin immersion depth according to the cavity size

운동체 안정성 공동수를 계산하기 이전에 공동 성장에 따라 운동체가 현재 상태에서 불안정한 상태에 도달하기까지의 시간을 예측해야 한다. 운동체 선형 운동방정식 고유값의 실수부가 음수에서 양수로 바뀔 때 운동체는 불안정해지게 된다. Fig 3-7과 같이 운동체 고유값이 경계 고유값( $E_m$ ) 이내에 들어오게 되면, 현재와 같은 상태로 고유값의 실수부가 증가하여 0에 도달할 때까지의 시간을 예측한다. 이 때 고유값이 줄어드는 속도는 선형적이라고 가정하면 불안정해지기까지의 시간 $\tau_{unstable}$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tau_{unstable} = -\frac{E_{sys}}{\dot{E}_{sys}} \tag{3.5}$$

여기서, $E_{sys}$ 은 시스템 고유값의 실수부를 나타낸다.

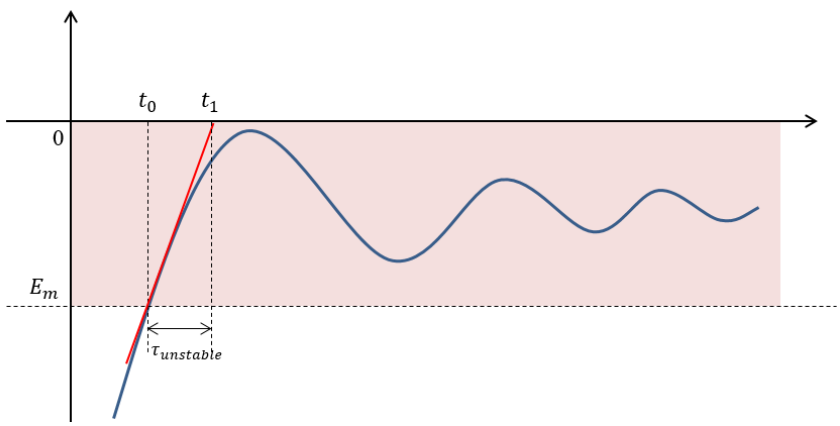


Fig 3-7 Estimation of time taken by system to become unstable

운동체 안정성 공동수의 목표는 운동체가 불안정해지기까지의 시간

$\tau_{unstable}$ 이내에 분사량 제어기에 의해 제어된 공동수가 운동체의 고유값을 경계 고유값 $E_m$ 보다 작아지도록 하는 공동수 명령을 생성하는 것이다. 이 때 운동체 고유값이 $E_m$ 이 되도록 하는 경계 공동수를 $\sigma_m$ 이라고 정의한다. 공동수 추종기의 성능은 앞서 언급한 것과 같이 1차 시스템으로 가정하였다. 따라서 입력 공동수 $\sigma_{in}$ 에 대한 추종성능은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_{out} = \sigma_{in}(1 - e^{(-\frac{t}{\tau_s})}) \tag{3.6}$$

이러한 관계를 이용하면 불안정 예측시간 이내에 공동수가 경계 공동수 $\sigma_m$ 으로 도달하도록 운동체 안정성 공동수를 결정하면 다음과 같다.

$$\sigma_s^{vehicle} = \sigma_m / (1 - e^{(-\frac{\tau_{unstable}}{\tau_s})}) \tag{3.7}$$

지금까지 서술한 안정성 및 플레이닝 회피 공동수를 종합하여 공동수 명령 생성기(command generator)에서는 목표 공동수를 생성하게 된다. 목표 공동수는 다음과 같이 결정된다.

1) If $E_{sys} < E_m$

$$\sigma_d = \sigma_p \quad and \quad \sigma_p \geq \sigma_s^{cavity}$$

2) If $E_{sys} \geq E_m$

$$\sigma_d = \sigma_s^{vehicle}$$

목표 공동수는 기본적으로 플레이닝 회피하기 위한 플레이닝 회피 공동수와 같지만 공동 안정성 공동수보다 작아질 수 없으며 운동체의 안정성이 저하되는 경우에는 목표 공동수를 운동체 안정성 공동수로 대체한다.

## 3.2 한계예측 기법

3.1절에서 서술한 공동수 제어를 통한 운항영역 보호기법은 공동의 크기를 제어하여 공동 벽과 운동체 사이의 여유를 유지함으로써 운항영역을 보호하는 기법이다. 하지만 이러한 공동수 제어를 통한 운항영역 보호기법을 적용하기 위해서는 3장에서 언급한 바와 같이 몇 가지 가정들이 필요하다. 이러한 가정 때문에 운항영역 보호기법을 적용하려는 초공동 수중운동체가 자연형 공동을 이용하거나 공동수를 정확하게 측정하지 못하는 경우에는 두 번째 방법을 적용해야 한다. 두 번째 운항영역 보호기법은 운동체의 자세제어를 통한 운항영역 보호기법이다. 자세제어를 통한 운항영역 보호기법은 분사형/자연형 초공동 수중운동체에 모두 적용할 수 있는 기법이다. 우선, 운동체 자세변화에 따른 공동 벽면과 운동체 사이의 여유를 실시간으로 계산한다. 그 이후 공동과 운동체가 충돌하지 않도록 하는 운동체 자세의 한계를 도출한다. 운동체는 제안된 자세 제어기법을 통해 자세 한계를 넘지 않도록 제어된다. 따라서, 자세제어를 통한 운항영역 보호기법은 운동체 자세의 한계를 도출하여 명령을 생성하는 유도기법과 실제 운동체의 자세를 제어하는 제어기법으로 분류할 수 있다.

자세제어를 통한 초공동 수중운동체의 운항영역 보호기법을 적용하기 위해서는 플레이닝의 한계예측 및 한계보호 기법을 적용해야 한다. Fig 3-8은 자세제어를 통한 플레이닝 한계보호 시스템 구조를 보여준다.

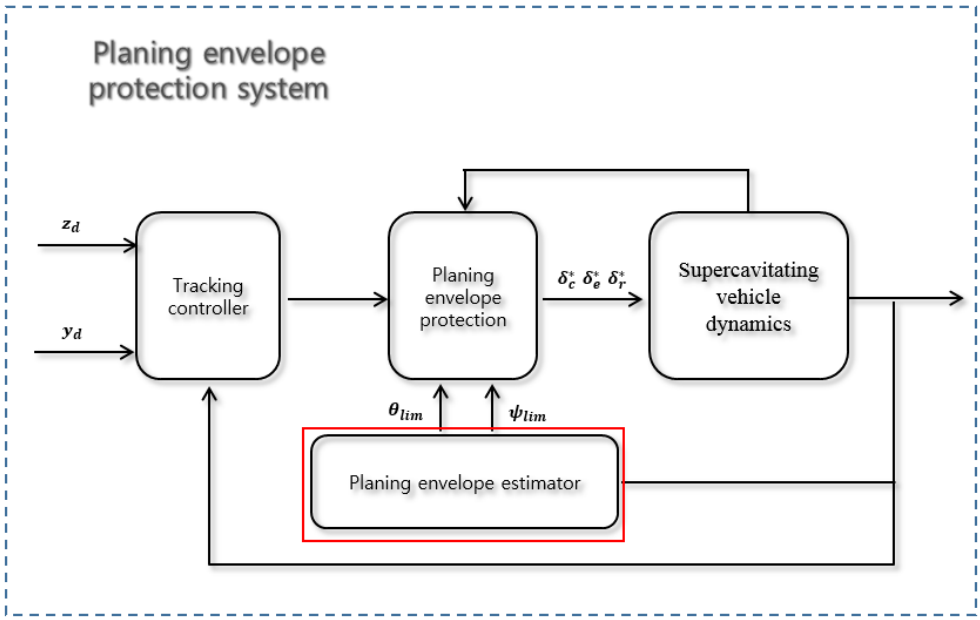


Fig 3-8 Planing envelope protection system architecture for a supercavitating underwater vehicle

여기서 tracking controller는 운동체에 인가된 명령을 추종하기 위한 입력을 결정하는 제어입력 또는 유도법칙을 생성하는 역할을 한다. 한계예측(planing envelope estimator)은 플레이닝이 발생하는 순간의 상태변수 값(한계변수; $\theta_{\lim}$ , $\psi_{\lim}$ )을 예측, 계산하여 한계보호(planing envelope protection) 시스템으로 전달한다. 한계보호 시스템에서는 tracking controller에 의해 결정된 제어 입력 또는 유도법칙에 의한 운동체 자세 변화가 운동체 한계변수를 넘지 않도록 제어 입력(제어 명령)을 수정하는 역할을 한다. 이를 통해 수정된 제어 입력은 운동체 동역학 모델링에 전달되어 구성된 운동방정식을 통해 운동체의 상태변수를 계산하게 된다. 운동체 동역학 모델링은 2장에 서술한 바와

같다. 우선 한계예측에 대해 설명하도록 하겠다.

한계예측은 운동체의 자세변화가 플레이닝을 발생시키는지 여부를 판단하고 이를 방지하기 위한 운동체의 자세한계를 예측한다. 한계예측을 위해서는 플레이닝 발생하는 순간의 운동체 상태변수(한계변수)를 계산해야 한다. 본 연구에서는 운동체 한계변수를 종방향/횡방향으로 나누어 계산하였다.

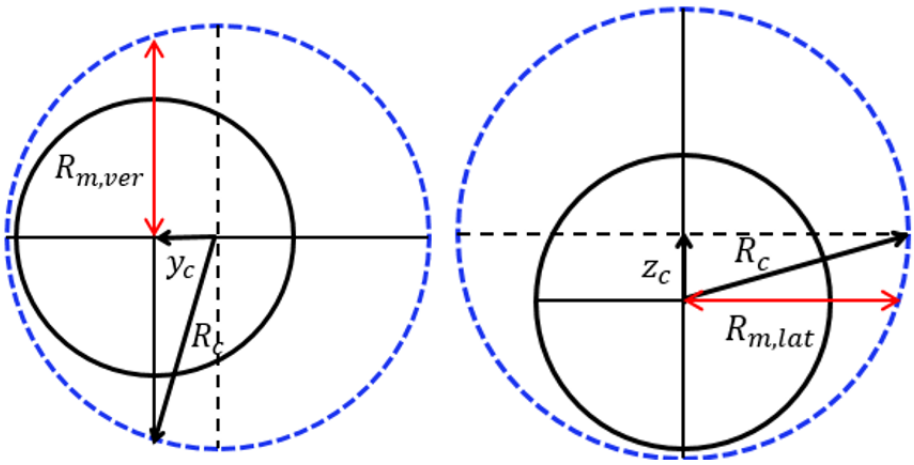


Fig 3-9 Planing margin according to the relative position between cavity wall and vehicle

Fig 3-9는 각각 운동체와 공동의 상대위치에 따른 종/횡축 플레이닝 회피한계를 나타낸다. 플레이닝은 주로 운동체 후미에서 발생하며 이 때 공동의 중심과 운동체의 중심은 일치하지 않는다. 본 연구에서는 공동 중심과 운동체의 상대위치 및 공동의 크기를 계산하여 종/횡축방향 플레이닝 여유( $R_m$ )를 계산하고 이를 다음과 같이 종/횡축 한계변수로

나타내었다.

$$\theta_{\lim} = \sin^{-1}\left(\frac{R_{m,ver}}{\sqrt{L_t^{\,2} + R_{veh}^{\,2}}}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{L_t}{\sqrt{L_t^{\,2} + R_{veh}^{\,2}}}\right) \tag{3.8}$$

$$\psi_{\lim} = \sin^{-1}\left(\frac{R_{m,lat}}{\sqrt{L_t^{\,2} + R_{veh}^{\,2}}}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{L_t}{\sqrt{L_t^{\,2} + R_{veh}^{\,2}}}\right) \tag{3.9}$$

여기서, $\theta_{\lim}$ 과 $\psi_{\lim}$ 은 각각 종/횡축 한계변수이다. 종/횡축 플레이닝 여유( $R_{m,ver}$ , $R_{m,lat}$ )는 2.5절에서 언급한 공동 중심축과 운동체 중심 사이의 거리 $y_c, z_c$ 와 공동의 반지름 $R_c$ 를 통해 계산할 수 있다. 초공동 수중운동체의 한계보호 기법은 초공동 수중운동체의 주행 중 운동체의 상태변수가 한계예측을 통해 계산된 종/횡축 한계변수를 넘지 않도록 하는 제어입력 및 유도법칙을 생성한다.

## 3.3 비교모델 기반 한계보호기법

본 연구에서는 두 가지 한계보호 기법에 대해 서술한다. 첫 번째는 비교모델 기반 한계보호 기법이고 두 번째는 포텐셜함수 기반 한계보호 기법이다. 한계보호 기법은 주로 항공기 분야에서 비행영역 밖으로 벗어난 항공기의 Loss-Of-Control(LOC)을 방지하기 위하여 쓰인다. 비교모델 기반 한계보호 기법은 Takles에 의해 (Tekles et al., 2016) 제안되었다.

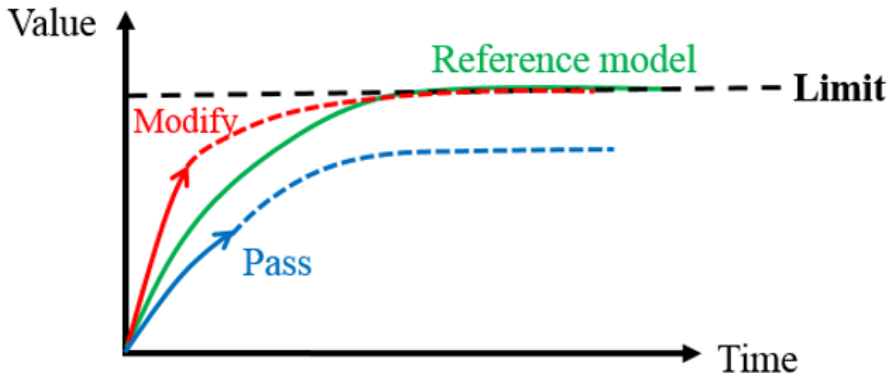


Fig 3-10 Concept of reference model based limit protection

Fig 3-10은 비교모델 기반 한계보호 시스템의 개념을 보여준다. 그림에서 limit은 한계예측을 통해 추정된 한계변수를 나타낸다. 비교모델(reference model)은 한계변수를 추종하면서 오버슈트가 발생하지 않는 과감쇠(overdamping) 시스템이다. 비교모델 기반 한계보호 시스템은 tracking controller에 의해 인가된 명령에 의한

운동체의 반응이 비교모델보다 큰 경우 운동체의 동역학이 비교모델을 추종하도록 제어입력을 수정하는 방식을 사용한다. 그렇지 않고 인가된 명령에 의한 운동체의 반응이 비교모델보다 작은 경우 제어입력을 수정하지 않고 인가된 명령을 그대로 따르게 된다. 즉, 한계보호 시스템의 작동 기준이 인가된 제어입력에 의한 운동체와 반응과 비교모델의 반응이다. 비교모델기반 한계보호시스템의 구조는 Fig 3-11과 같다.

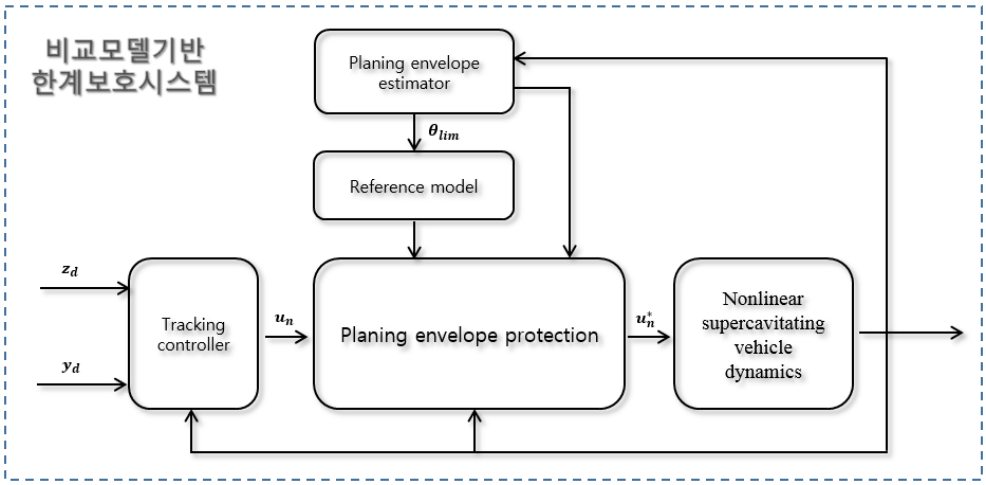


Fig 3-11 Planing envelope protection system architecture based on reference model

Tracking controller는 운동체의 선형 동역학을 기반으로 PID 제어기법을 사용하여 제어입력을 생성한다. 다음의 종축 선형 동역학 시스템을 고려한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu_n, \quad \theta = c_\theta{}^T x \tag{3.10}$$

여기서 종동요각에 대한 동역학을 다음과 같이 고려할 수 있다.

$$\dot{\theta} = c_\theta{}^T Ax$$
$$\ddot{\theta} = c_\theta{}^T A^2 x + c_\theta{}^T ABu_n \quad (3.11)$$

여기서, $u_n$은 tracking controller에 의한 제어입력이다. 비교모델기반 한계보호 시스템에서 tracking controller는 Fig 3-12와 같은 구조를 가진다.

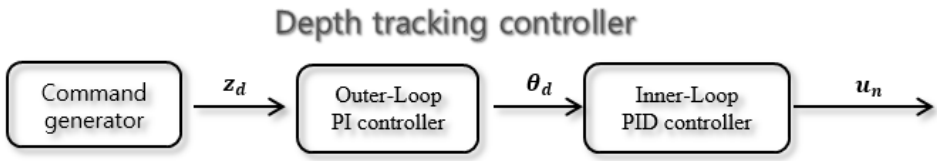


Fig 3-12 Depth tracking controller architecture

주어진 입력은 목표 심도이다. 외부루프에서는 목표 심도( $z_d$ )를 입력으로 받아 운동체가 목표 심도를 추종할 수 있도록 운동체의 종동요각을 명령을 생성한다. 목표 심도와 운동체의 심도 차이를 다음과 같이 정의할 때

$$e_z = z_d - z \quad (3.12)$$

외부루프 PI제어기를 통해 생성된 종동요각 명령($\theta_d$)은 다음과 같다.

$$\theta_d = K_{p,0} e_z + K_{i,0} \int e_z dt \tag{3.13}$$

여기서, $K_{p,0}$ 와 $K_{i,0}$ 는 각각 외부루프의 P게인과 I게인이다. 내부루프에서는 외부루프에서 인가된 종동요각 명령을 추종하기 위한 제어입력을 다음과 같이 생성한다.

$$u_n = \frac{1}{c_\theta{}^T AB}(\ddot{\theta}_d - c_\theta{}^T A^2 x + \zeta_{\theta,n}) \tag{3.14}$$

$$\zeta_{\theta,n} = K_{p,1} e_{\theta,n} + K_{d,1} \dot{e}_{\theta,n} + K_{i,1} \int e_{\theta,n} dt \tag{3.15}$$

여기서 $K_{p,1}, K_{d,1}, K_{i,1}$은 각각 내부루프의 P게인, D게인, I게인이며 $e_\theta$는 외부루프에서 인가된 종동요각 명령과 운동체 종동요각의 오차로써 다음과 같이 표현된다.

$$e_{\theta,n} = \theta_d - \theta \tag{3.16}$$

비교모델 기반 한계보호기법의 제어입력을 결정하기 위해 다음과 같이 한계변수를 추종하는 2차 reference 모델과 비교모델을 설정한다. Reference모델과 비교모델의 차수는 운동체 동역학의 차수와 같다.

$$\ddot{\theta}_r = -k_1{}^\theta \dot{\theta}_r + k_0{}^\theta (\theta_{\lim} - \theta_r) \tag{3.17}$$

$$w_\theta = -k_1^{\theta}\dot{\theta} + k_0^{\theta}(\theta_{\lim} - \theta) \tag{3.18}$$

여기서, $\theta_r$ 은 한계변수 $\theta_{\lim}$ 을 추종하는 2차 reference 모델이다. 비교모델 $w_\theta$ 은 reference 모델과 동일한 계수를 가지며 reference 모델의 종동요각 대신 운동체의 종동요각 $\theta$ 을 사용한다. 제어입력은 다음과 같은 조건으로 계산할 수 있다.

$$u_\theta^{*} = \begin{cases} u_n & if, u_n < \dfrac{1}{c_\theta^{T} AB}(w_\theta - c_\theta^{T} A^2 x) \\ \dfrac{1}{c_\theta^{T} AB}(\ddot{\theta}_r - c_\theta^{T} A^2 x + \zeta_\theta) & if, u_n \geq \dfrac{1}{c_\theta^{T} AB}(w_\theta - c_\theta^{T} A^2 x) \end{cases} \tag{3.19}$$

여기서, $u_\theta^{*}$ 는 비교모델기반 한계보호기법에 의해 결정된 제어입력이고, $\zeta_\theta$ 식 4.8과 동일한 P게인, I게인, D게인을 사용하며 다음과 같이 표현된다.

$$\zeta_\theta = K_{p,1} e_\theta + K_{d,1}\dot{e}_\theta + K_{i,1}\int e_\theta dt \tag{3.20}$$

여기서, $e_\theta$ 는 reference 종동요각과 운동체 종동요각의 오차로써 다음과 같다.

$$e_\theta = \theta_r - \theta \tag{3.21}$$

식 3.19의 if절 조건의 $w_\theta$ (비교모델 신호)를 제외하고 모두 좌변으로 이항하면 식 3.11의 우항과 같다. 즉, 비교모델 신호 $w_\theta$ 보다 tracking controller의 제어입력(기존 제어기의 제어입력)에 의한 종동요각 가속도가 더 작을 경우 운항영역 보호시스템은 작동하지 않는다. 반대로 비교모델 신호 $w_\theta$ 보다 tracking controller의 제어입력(기존 제어기의 제어입력)에 의한 종동요각 가속도가 더 클 경우에는 제어입력을 $u_\theta^*$ 로 수정한다. 수정된 제어입력을 동일한 방법으로 이항을 시키면 다음의 오차방정식을 얻는다.

$$\ddot{e}_\theta = -K_{p,1}e_\theta - K_{d,1}\dot{e}_\theta - K_{i,1}\int e_\theta dt \qquad (3.22)$$

수정된 제어입력 $u_\theta^*$ 는 적절한 P, I, D 게인을 통해 식 3.22의 오차방정식의 $e_\theta$ 를 0으로 만든다. 즉, 운동체의 종동요각은 식 3.17의 reference 모델을 추종하게 된다. Reference 모델은 한계변수를 넘지 않고 추종하기 때문에 결국 운동체의 종동요각 역시 한계변수를 넘지 않게 된다.

비교모델기반 한계보호기법은 한계보호시스템이 작동될 때 제어기가 기존의 제어기에서 선형 동역학을 기반으로 하는 제어기로 바뀌게 된다. 이 때 운동체의 선형 동역학을 사용하기 때문에 운동체가 비선형 모델인 경우에는 제어기 자체의 성능 및 수렴성을 보장할 수 없다는 단점이 있다.

## 3.4 포텐셜함수 기반 한계보호기법

포텐셜함수 기반 한계보호기법은 Sun에 의해 제안되었다(Sun et al., 2017). 포텐셜함수 기반 한계보호기법은 충돌회피에서 쓰이는 것은 포텐셜을 사용한다. 운동체의 상태가 한계변수에 접근할수록 포텐셜에 의한 함수 값이 증가하여 반대 방향으로의 유도법칙을 생성한다. 운동체가 이러한 유도법칙을 추종하게 되면 결과적으로 한계변수보다 작은 값을 유지할 수 있다. Fig 3-13은 포텐셜함수기반 한계보호시스템의 구조를 보여준다.

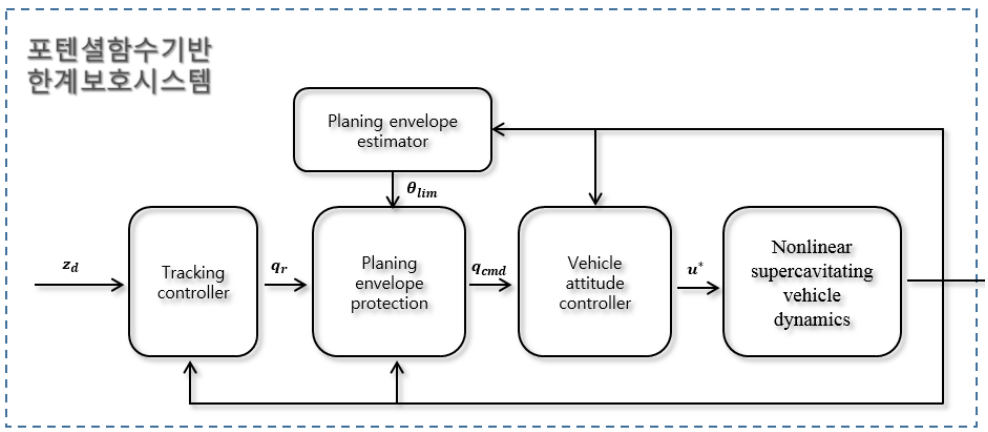


Fig 3-13 Planing envelope protection system architecture based on potential function

비교모델 기반 한계보호시스템과 달리 포텐셜함수 기반 한계보호시스템의 tracking controller는 심도명령을 입력으로 받아 제어입력을 생성하는 것이 아니라 종동요각속도 명령을 생성한다. 즉,

직접 제어기의 역할을 하는 것이 아니라 심도명령 추종하기 위한 종동요각속도 유도법칙 명령을 생성한다. 한계보호시스템에서는 포텐셜함수를 기반으로 운동체의 상태가 한계변수를 넘지 않도록 종동요각속도를 $q_r$ 에서 $q_{cmd}$ 로 수정한다. 이렇게 생성된 새로운 각속도 유도명령을 추종하기 위한 제어입력을 자세제어기에서 생성한다. 따라서 한계보호시스템과는 독립적인 자세제어기가 운동체의 자세를 제어하고 한계보호시스템은 유도명령을 수정하는 역할만을 담당한다. Tracking controller는 다음의 그림과 같은 형태를 가진다.

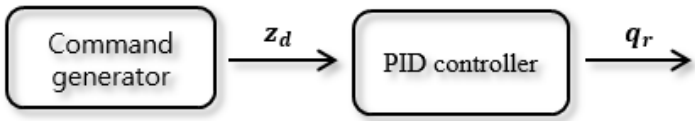


Fig 3-14 Tracking controller architecture

포텐셜기반 한계보호기법에서는 다음과 같은 포텐셜 함수를 정의한다.

$$U(\theta(t)) = U_{att}(\theta(t)) + U_{rep}(\theta(t)) \qquad (3.23)$$

여기서, $U(\theta(t))$ 는 전체 포텐셜 함수이며 $U_{att}(\theta(t))$ 와 $U_{rep}(\theta(t))$ 는 각각 인력과 척력성분을 나타낸다. 인력성분은 기존의 tracking controller의 신호를 추종하도록 하는 명령을 생성하며 척력성분은 운동체가 한계변수를 넘지 않도록 하는 명령을 생성한다. 본 연구에서는 종방향 한계변수 및 운동체 자세제어에 대하여 서술한다. 운동체가

종방향 운동만 한다고 가정하면 운동체의 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta}(t) = q(t), \theta(0) = \theta_0 \tag{3.24}$$

$$\dot{q}(t) = f_q(x) + g_q(t)u(t), q(0) = q_0 \tag{3.25}$$

$$u(t) = k_p e_q(t) + K_i \int e_q(\tau) d\tau \tag{3.26}$$

여기서, $f_q$ 와 $q_q$ 는 운동체의 종방향 비선형 운동방정식을 구성하며 각각 선형방정정식에의 시스템행렬과 제어행렬과 같은 역할을 한다. 식 3.26은 폐루프시스템의 제어입력을 나타내며 여기서는 예시로 운동체의 종동요각속도 오차 $e_q$를 피드백하는 PI 제어기를 보여준다. 본 연구에서 실제 사용한 자세제어기는 L1적응제어기법이다. 포텐셜함수 기반 운항영역보호기법은 폐루프시스템이 기존의 제어기를 통해 정상상태 오차가 0이 시스템을 가정한다. 종방향을 예로 들면 기존의 자세제어기는 종동요 각속도 명령을 받아 종동요각을 추종하고 추종오차는 정상상태에서 0으로 수렴해야 한다. 또한 예시로 든 PI제어기 이외에 다른 어떤 제어기를 사용해도 무방하다. 한계보호시스템에서 생성하는 종동요각속도 명령( $q_{cmd}$ )은 다음과 같이 기존 tracking controller의 명령( $q_r$ )과 한계보호명령( $q_{FEP}$ )의 합으로 나타낼 수 있다.

$$q_{cmd}(t) = q_r(t) + q_{FEP}(t) \tag{3.27}$$

한계보호명령( $q_{FEP}$ )는 한계보호시스템이 작동하는 다음의 조건에서만 0이아닌 값을 가진다.

$$\theta(t) \geq \theta_t \tag{3.28}$$

여기서, $\theta_t > 0$ 는 한계보호시스템이 작동하는 유발점이고 식 3.28은 종동요각의 한계가 상한으로 작용하는 양의 값을 가진 종동요각일 경우에 대한 조건이다. 지금부터 서술할 포텐셜기반 한계보호기법에 대한 설명은 양의 종동요각속도 명령( $q_r > 0$ )과 상한 한계변수에 대한 경우이다. 인력과 척력성분의 포텐셜을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$U_{att}(\theta(t)) = \zeta(\theta_{\lim} - \theta(t)), U_{rep}(\theta(t)) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad \theta \leq \theta_t \\ \frac{1}{2}(\theta(t) - \Theta_t)^2 & \text{if} \quad \theta > \theta_t \end{cases}, \tag{3.29}$$

Tracking controller의 명령을 나타내는 포텐셜인 인력성분은 한계변수와 운동체 종동요각의 차이에 비례하는 함수로 표현된다. 한계보호명령을 담당하는 척력성분은 유발점과 운동체 종동요각의 제곱에 비례하는 함수로 표현된다. 유발점보다 운동체 종동요각이 작은 경우에는 한계보호명령에 대한 포텐셜은 발생하지 않는다. 운동체의 자세 변화에 따라 포텐셜의 값이 변화하며 명령을 생성하게 된다. 이러한 명령은 포텐셜을 최소화시키는 방향으로 작용하고 포텐셜이 최소값에 수렴할 때 운동체의 상태는 정상상태로 가게 된다. 본 연구에서는 포텐셜의 최소값을 구하기 위해 gradient descent method를

적용하였다. 식 3.29 포텐셜의 gradient를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\nabla U(\theta(t)) &= \nabla U_{att}(\theta(t)) + \nabla U_{rep}(\theta(t)) \\ &= \begin{cases} -\zeta & \text{if} \quad \theta \le \theta_t \\ -\zeta + (\theta(t) - \theta_t) & \text{if} \quad \theta > \theta_t \end{cases}.\end{aligned} \tag{3.30}$$

식 3.29와 같은 gradient를 통해 운동체의 종동요각 변화율은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\theta}(t) = \beta(t)\nabla U(\theta(t)). \tag{3.31}$$

종동요각 변화율이 제어기에 인가되는 종동요각속도와 동일한 차원을 갖기 때문에 한계보호기법을 통해 생성되는 명령을 $q_{cmd} = \beta(t)\nabla U(\theta(t))$ 로 놓으면 다음과 같다.

$$q_{cmd}(t) = q_r(t) + q_{FEP}(t) = \begin{cases} -\beta(t)\zeta & \text{if} \quad \theta \le \theta_t \\ -\beta(t)\zeta + \beta(t)(\theta(t) - \theta_t) & \text{if} \quad \theta > \theta_t \end{cases}. \tag{3.32}$$

이 때, 한계보호가 작동하지 않을 때의 명령 $-\beta(t)\zeta$ 는 tracking controller의 종동요각명령 $q_r$ 과 같다. 따라서 식 3.32를 다시 쓰면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$q_{cmd}(t) = q_r(t) + q_{FEP}(t) = \begin{cases} q_r(t) & \text{if} \quad \theta \le \theta_t \\ q_r(t) + \beta(t)(\theta(t) - \theta_t) & \text{if} \quad \theta > \theta_t \end{cases}. \quad (3.33)$$

다음은 $\beta(t)$ 를 설정하는 방법에 대해서 설명하겠다. 앞서 설명하였듯이 포텐셜기반 한계보호기법은 기존 운동체의 자세제어기에 의한 정상상태 오차가 0인 폐루프시스템을 가정하였다. 따라서 정상상태에서의 종동요각속도 명령 $q_{cmd}$ 과 운동체의 종동요각속도 $q$ 는 모두 0이 된다. 이를 식 3.33에 대입하면 다음과 같다.

$$q_r(t) + \beta(t)(\theta(t) - \theta_t) = 0 \quad (3.34)$$

$\beta(t)$ 의 값을 운동체가 정상상태에서 수렴하길 원하는 목표 종동요각 $\theta_d$ 로 설정하면 다음과 같다.

$$\beta(t) = -\frac{q_r(t)}{\theta_d - \theta_t}. \quad (3.35)$$

식 3.35를 식 3.33에 대입함으로써 얻어지는 한계보호기법의 종동요각속도 명령은 운동체의 종동요각이 유발점을 넘을 때 작동한다. 이 명령은 운동체의 종동요각을 미리 설정한 목표 종동요각으로 수렴하게 한다. 최종적으로 얻어지는 포텐셜 함수는 다음과 같다.

$$U(\theta(t)) = U_{att}(\theta(t)) + U_{rep}(\theta(t))$$
$$= \begin{cases} (\theta_d - \theta_t)(\theta_{\lim} - \theta(t)) & \text{if} \quad \theta \le \theta_t \\ (\theta_d - \theta_t)(\theta_{lim} - \theta(t)) + \frac{1}{2}(\theta(t) - \theta_t)^2 & \text{if} \quad \theta > \theta_t \end{cases}. \tag{3.36}$$

포텐션함수 기반 한계보호기법은 제어기와 한계보호시스템이 분리되어 있는 특징이 있으며 한계보호시스템은 운동체의 동역학과는 무관하다. 그렇게 때문에 비선형 동역학 시스템에도 적용가능하고 운동체 동역학에 대한 충분한 정보가 없어도 기존에 설계되어있는 페루프 시스템에 결합하여 사용할 수 있다.

# 4 초공동 수중운동체 자세제어기법

4장에서는 초공동 수중운동체의 자세제어기법에 대해 서술한다. 본 연구에서 모델링을 수행한 초공동 수중운동체의 동역학은 비선형 동역학이다. 따라서 운동체를 제어하기 위해서는 비선형 제어기법을 적용해야 한다. 대표적인 비선형 제어기법인 백스테핑 제어기법, 피드백선형화 기법, 슬라이딩 모드 제어기법 등을 초공동 수중운동체에 적용하기 위해서는 하나의 가정이 필요하다. 그것은 동역학 모델링을 통해 구성된 운동체의 운동방정식이 실제 운동체의 동역학을 모사할 수 있어야 한다는 것이다. 하지만 동역학 모델링이 상당히 높은 수준으로 수행되었다고 하더라도 실제의 운동을 완벽히 재현하기는 불가능에 가깝다. 또한 수행된 동역학 모델링이 실제 운동을 거의 흡사하게 모사할 수 있다고 하더라도 설계된 제어기가 운동체의 안정성을 보장할 수 있기 위해서는 운동체의 상태변수를 실시간으로 정확히 측정하여 제어기에 피드백 할 수 있어야 한다. 이러한 문제점 때문에 시뮬레이션 상으로는 운동체의 안정성을 보장할 수 있는 성능의 제어기가, 실제 운동체에 탑재된 상황에서는 시뮬레이션과는 다르게 좋지 않은 성능을 보여주는 경우가 종종 발생한다.

초공동 수중운동체의 자세제어기를 설계할 때에도 이러한 문제점이 발생한다. 초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 결정하는 가장 중요한 것은 공동의 크기 및 위치를 예측하는 것이다. 공동의 크기와 위치가 운동체의 유체력을 대부분 결정하기 때문에 공동을 실시간으로 완벽하게 예측하지 못한다면 모델링을 통해 구성된 운동방정식과 실제 운동체는

전혀 다른 특성을 보여주게 된다. 이렇게 실제 운동체의 동역학과 모델링을 통해 수행된 동역학의 차이를 모델링 불확실성이라고 부른다. 본 연구에서는 초공동 수중운동체의 자세제어기법으로 모델링 불확실성을 추정/보상하여 운동체를 제어할 수 있는 적응제어기법을 사용하였다. 특히, 적응제어기법 중에서도 빠른 적응속도와 과도구간 성능을 만족할 수 있는 L1 적응제어기법을 적용하였다. 모델링 불확실성은 L1적응제어기법으로 추정/보상하고 모델링 된 운동체 동역학은 LQR 제어기법을 통해 안정화시켰다.

## 4.1 Base line 제어기-LQR 제어기법

LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어기법은 최적제어기법의 일종으로 선형미분방정식 형태로 표현된 운동체 동역학을 제어하는 기법이다. 최적제어기법의 목적함수는 선형 이차성능지수로 표현된다. 다음과 같은 선형 시불변 시스템을 고려했을 때

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in R^n, \quad u \in R^n \tag{4.1}$$

LQR 제어기의 목적함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^T (x^T Q x + u^T R u)dt + \frac{1}{2}x^T(T)P_1 x(T) \tag{4.2}$$

여기서, $Q \geq 0, P_1 \geq 0$ 는 대칭이면서 semi-positive definite 행렬이고 $R > 0$ 는 대칭이면서 positive definite인 행렬이다. Maximum principle(Pontryagin, 1987)을 적용하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
& H = x^T Q x + u^T R u + \lambda^T (Ax + Bu) \\
& \dot{x} = (\frac{\partial H}{\partial \lambda})^T = Ax + Bu \qquad x(0) = x_0 \\
& -\dot{\lambda} = (\frac{\partial H}{\partial x})^T = Qx + A^T \lambda \qquad \lambda(T) = P_1 x(T) \\
& 0 = \frac{\partial H}{\partial u} = Ru + \lambda^T B \qquad u = -R^{-1} B^T \lambda
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

여기서, $H$ 는 Hamiltonian이고 $\lambda$ 는 랑그랑지 승수이다. 식 4.3은 초기값과 최종 값이 존재하는 two point boundary value problem이다. 라그랑지 상수와 운동체 상태변수간에 $\lambda(t) = P(t)x(t)$ 라는 관계를 가정하여 양변을 미분하고 식 4.3을 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$
-\dot{P} = PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q \tag{4.4}
$$

위 식을 Riccati 방정식이라고 부른다. Riccati 방정식의 해인 $P(t)$ 를 대입하여 제어입력을 구하면 다음과 같다.

$$
u(t) = -R^{-1} B^T P(t) x(t) \tag{4.5}
$$

하지만 이러한 방식을 사용하기 위해서는 $P(t)$ 에 대한 최종값을 이용하여 backward 적분을 수행해야 한다. 이러한 문제를 쉽게 풀기 위해 무한의 시간을 가정하면 최종 값에 대한 제약을 없앨 수 있다. 이러한 과정을 거치면 Riccati 방정식은 상수 $P$ 에 대한 문제로 단순화 된다. 단순화된 Riccati 방정식을 algebraic Riccati equation이라고 부르며 다음과 같이 표현된다.

$$0 = PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q \qquad (4.6)$$

식 4.6을 풀어 구한 상수 $P$ 를 식 4.5의 제어입력에 대입하면 LQR제어기의 제어입력을 구할 수 있다. $Q$ 와 $R$ 행렬은 대각행렬로써 각각의 대각성분들이 상태변수 $x$ 와 제어입력 $u$ 의 성분들의 제곱에 곱해지는 형태가 된다. 따라서 목적함수를 최소화시키기 위해서 각 가중치 행렬 성분의 값이 클수록 대응되는 상태변수 및 제어입력이 빠르게 수렴하게 된다. LQR제어기를 초공동 수중운동체의 자세제어에 적용하는 방법은 4.3절에서 자세히 다룬다.

## 4.2 L1 적응제어기법

L1적응제어기법은 적응제어기법중의 하나로 기존의 적응제어기법에 비해 과도구간성능과 강건성이 향상된 제어기법이다(Hovakimyan and Cao, 2010). 지금부터는 Hovakimyan과 Cao(Hovakimyan and Cao, 2010)의 연구를 토대로 L1적응제어기법에 대한 개념을 서술하겠다.

다음과 같이 가장 기본적인 형태의 SISO(Single Input Single Output)시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + b(u(t) + \theta^T x(t)) \\ y(t) &= c^T x(t) \end{aligned} \tag{4.7}$$

여기서, $x(t) \in R^n$ 은 운동체 상태변수 벡터이고, $u(t) \in R$ 은 제어입력이다. $b, c \in R^n$ 는 각각 값이 알려진 상수와 벡터이고 $A$는 값이 알려진 $n \times n$ 차원을 가지는 시스템 행렬이다. 여기서, $(A, b)$ 는 제어가능(controllable)하다. $\theta \subset \Theta \in R^n$ 는 블록집합에 속해있는 미지의 벡터 값으로 적응제어기법을 통해 추정해야 할 파라미터이다. 본 절에서 사용되는 $\theta$ 는 운동체 상태변수 중 하나인 종동요각과는 무관하며 본 절에서만 미지의 파라미터를 표현하는 기호로 사용하겠다. $y(t) \in R$ 는 제어할 변수이다. L1 적응제어기법의 목표는 $\theta^T x(t)$ 로 표현되는 모델링 불확실성을 보상하고 제어할 변수 $y(t)$ 가 주어진 명령신호 $r(t)$ 를 추종하게 하는 것이다. L1 적응제어기법의 제어입력은 다음과 같은

구조를 가진다.,

$$u(t) = u_m(t) + u_{ad}(t), \;\; u_m(t) = -k_m{}^T x(t) \tag{4.8}$$

여기서, $k_m{}^T \in R^n$ 는 식 4.7의 시스템 행렬의 Hurwitz 안정성 ( $A_m = A - bk_m{}^T$ )을 보장하기 위해 도입된 제어게인이며 본 연구에서는 LQR제어기를 통해 제어게인을 계산하였다. $u_{ad}$ 는 적응제어기에 의한 신호이다. 식 4.8을 식 4.7에 대입하면 다음과 같은 폐루프 동역학을 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_m x(t) + b(\theta^T x(t) + u_{ad}), \quad x(0) = x_0 \\ y(t) &= c^T x(t) \end{aligned} \tag{4.9}$$

적응제어기 신호가 모델링 불확실성을 완벽히 보상할 수 있다고 가정하면 식 4.9은 안정한 시스템행렬 $A_m$ 을 가지고 있기 때문에 운동체의 상태변수가 모두 0으로 수렴하게 된다. 적응제어기를 설계하기 위하여 다음과 같은 상태관측기(state predictor)를 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A_m \hat{x}(t) + b(\theta^T \hat{x}(t) + u_{ad}(t)), \quad \hat{x}(t) = x_0 \\ \hat{y}(t) &= c^T \hat{x}(t) \end{aligned} \tag{4.10}$$

여기서, $\hat{x}(t) \in R^n$ 는 상태관측기를 통해 추정한 상태변수이고

$\hat{\theta}(t) \in R^n$ 은 미지의 파라미터 $\theta$ 의 추정 값이다. 미지 파라미터의 적응제어법칙(adaptive law)은 파라미터 projection 기법을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \Gamma \mathrm{Proj}(\theta^T(t), -\tilde{x}^T P b x(t)), \quad \hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0 \tag{4.11}$$

여기서, $\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ 는 상태변수의 추정오차이고, $\Gamma \in R^+$ 는 적응게인, $P = P^T > 0$ 는 algebraic Lyapunov 방정식 ( $A_m{}^T P + P A_m = -Q, \quad Q = Q^T > 0$ )을 만족하는 행렬이다. 파라미터 projection은 적응제어기의 파라미터 표류(parameter drift)에 의한 불안정성을 방지하기 위해 도입되었고 이에 대한 정의는 Pomet and Praly의 연구에서 찾아볼 수 있다(Pomet and Praly, 1992).

L1적응제어기법에 의한 적응제어신호 $u_{ad}(t)$ 는 라플라스 변환을 통해 주파수영역에서 다음과 같이 표현된다.

$$u_{ad}(s) = -C(s)(\hat{\eta}(s) - k_g r(s)) \tag{4.12}$$

여기서, $r(s)$ 와 $\hat{\eta}(s)$ 는 각각 시간영역에서의 명령신호 $r(t)$ 와 $\hat{\eta}(t) = \hat{\theta}^T(t) x(t)$ 의 라플라스 변환이다. $k_g = -1/(c^T A_m{}^{-1} b)$ 이고 $C(s)$ 는 BIBO 안정하고(Bounded Input Bounded Output stable) strictly proper하며 DC 게인이 0인 전달함수이다. 일반적인 적응제어기법과

L1적응제어기법의 차이는 전달함수 $C(s)$ 에 의해 발생한다. Fig 4-1은 L1 적응제어기를 사용한 폐루프 시스템 구조를 보여준다. 우측 상단에 위치한 블록이 실제 운동체 동역학이고 두 번째에 위치한 블록은 상태관측기이다. 하단에 위치한 블록은 적응제어법칙을 통해 파라미터를 추정하는 블록이다. 명령을 추종하기 위한 신호( $k_g r(t)$ )와 추정된 모델링 불확실성( $\hat{\theta}(t)x(t)$ )은 제어입력으로 변환되기 이전에 전달함수 $C(s)$ 를 지나게 된다. $C(s)$ 는 저역필터의 형태를 가지기 때문에 적응제어기법에서 흔히 발생하는 고주파 제어신호에 의한 불안정성을 줄일 수 있고 제어판의 구동능력을 고려한 설계를 수행할 수 있다.

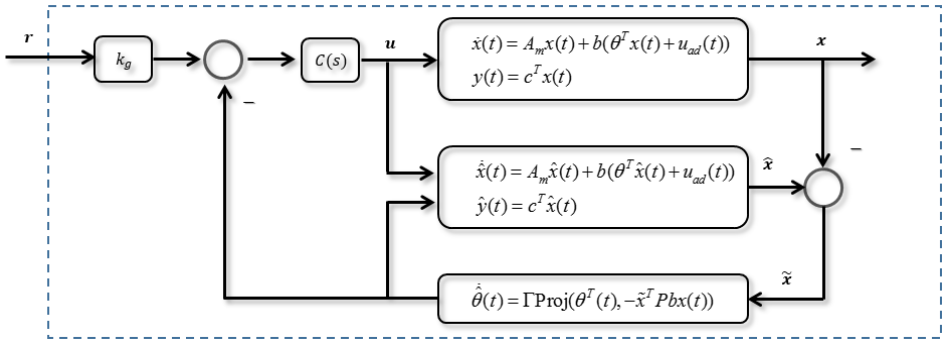


Fig 4-1 Closed-loop L1 adaptive system

지금부터는 제안된 L1적응제어기법의 안정성 및 성능검증에 대해 서술하도록 하겠다. 우선, 다음과 같은 $L_1$ −norm 조건을 설정한다.

$$\lambda \triangleq \|G(s)\|_{L_1} L < 1 \tag{4.13}$$

$$G(s) \triangleq H(s)(1-C(s)),\ H(s) \triangleq (s\mathrm{I} - A_m)^{-1}b,\ L \triangleq \max_{\theta \in \Theta} \|\theta\|_1$$

여기서, $G(s)$ , $H(s)$ 는 BIBO 안정하고 proper한 전달함수이다. L1적응제어기법은 미지의 파라미터를 추정하면서 제어입력을 생성한다. 만약 식 4.8과 4.12에 의해 결정된 L1적응제어신호에서 미지의 파라미터 $\theta$ 를 추정하는 것이 아니라 그 값을 완벽하게 알고 있다고 가정하면 식 4.12에서 추정된 파라미터 $\hat{\theta}$ 를 실제 값인 $\theta$ 로 표현할 수 있다. 파라미터의 실제 값을 알고 있다는 가정하에 생성된 제어입력은 L1적응제어기법을 통해 달성할 수 있는 최상의 성능이라고 할 수 있다. 이 때 폐루프 시스템 reference 시스템이라고 명명하도록 하겠다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ref}(t) &= Ax_{ref}(t) + b(\theta^T x_{ref}(t) + u_{ref}(t)),\ \ x_{ref}(0) = x_0 \\ u_{ref}(s) &= -C(s)(\theta^T x_{ref}(s) - k_g r(s)) - k_m{}^T x_{ref}(s), \\ y_{ref}(s) &= c^T x_{ref}(s) \end{aligned} \qquad (4.14)$$

운동체 폐루프 시스템을 라플라스변환을 통해 주파수 영역에서 표현하면 다음과 같다.

$$x_{ref}(s) = H(s)k_g C(s)r(s) + G(s)\theta^T x_{ref}(s) + x_{in}(s) \qquad (4.15)$$

여기서, $H(s)$ 는 입력과 상태변수 사이의 전달함수로 볼 수 있고

$G(s)$는 식 4.13에서 볼 수 있듯이 $C(s)$와 추정된 모델링불확실성의 곱으로 표현되는 적응제어신호와 실제 모델링불확실성 차이를 상태변수로 전달하는 함수이라고 볼 수 있다. 따라서 $G(s)$의 norm이 작을수록 추정오차가 시스템에 반영되는 정도가 작아지게 된다. $G(s)$, $H(s)$, $C(s)$가 모두 BIBO 안정하고 proper한 전달함수이기 때문에 $\tau \in [0,\infty)$에 대해 다음과 같이 표현할 수 있다(Khalil, 1996).

$$\left\| x_{ref\,\tau} \right\|_{L_\infty} \le \left\| H(s)k_g C(s) \right\|_{L_1} \left\| r_\tau \right\|_{L_\infty} + \left\| G(s)\theta^T \right\|_{L_1} \left\| x_{ref\,\tau} \right\|_{L_\infty} + \left\| x_{in\,\tau} \right\|_{L_\infty} \quad (4.16)$$

여기서, $x_{in}(s) \triangleq (s\mathrm{I} - A_m)^{-1} x_0$ 이다. 시스템행렬이 안정하기 때문에 $x_{in}(t)$는 uniformly bounded 되게 된다. 연속적으로 곱해진 전달함수는 다음의 부등식을 만족한다.

$$\left\| M(s) \right\|_{L_1} \le \left\| M_1(s) \right\|_{L_1} \left\| M_2(s) \right\|_{L_1} \quad (4.17)$$

여기서, $M(s) = M_1(s)M_2(s)$ 인 cascaded 전달함수이다. 따라서 식 4.16의 우변 두 번째 항은 식 4.13에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\left\| G(s)\theta^T \right\|_{L_1} = \max_{i=1,\ldots,n} \left\| G_i(s) \right\|_{L_1} \sum_{j=1}^{n} \left| \theta_j \right| \le \left\| G(s) \right\|_{L_1} L < 1 \quad (4.18)$$

결과적으로 식 4.16은 다음과 같이 표현된다.

$$\left\| x_{ref\,\tau} \right\|_{L_\infty} \le \frac{\left\| H(s)k_g C(s) \right\|_{L_1}}{1-\left\| G(s)\theta^T \right\|_{L_1}} \left\| r_\tau \right\|_{L_\infty} + \frac{\left\| x_{in\,\tau} \right\|_{L_\infty}}{1-\left\| G(s)\theta^T \right\|_{L_1}} \qquad (4.19)$$

Reference 시스템 $x_{ref}$ 는 유한한 명령신호 $r(t)$ 에 대해 $\tau \in [0,\infty)$ 동안 유계(bounded)됨을 알 수 있다. 다음은 상태관측기(state predictor)의 상태추정오차에 대해 서술하겠다. 식 4.9와 4.10의 오차방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_m \tilde{x}(t) + b\theta^T(t)x(t),\ \ \tilde{x}(0) = 0 \qquad (4.20)$$

여기서, $\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x$ , $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta$ , $\tilde{\eta}(t) = \tilde{\theta}^T(t)x(t)$ 이다. 식 4.20을 라플라스 변환하면 다음과 같다.

$$\tilde{x}(s) = H(s)\tilde{\eta}(s) \qquad (4.21)$$

이러한 추정오차는 다음의 보조정리에 의해 평등유계(uniformly bounded)하다.

Lemma 1.

$$\left\| \tilde{x} \right\|_{L_\infty} \le \sqrt{\frac{\theta_{\max}}{\lambda_{\min}(P)\Gamma}},\ \ \theta_{\max} \triangleq 4 \max_{\theta \in \Theta} \left\| \theta \right\|^2 \qquad (4.22)$$

여기서, $\lambda_{\min}(P)$ 는 $P$ 의 최소 고유값이다. 이는 Lyapunov 안정성 이론에 의해 증명할 수 있으며 자세한 내용은 Hovakimyan and Cao 의 연구에 수록되어 있다. 식 4.12에 의해 생성된 적응제어신호는 식 4.13의 조건하에서 다음과 같이 점근안정성(asymptotic stability)을 만족한다.

Lemma 2.

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{x}(t)=0 \tag{4.23}$$

이에 대한 증명은 참고문헌에 수록되어 있다. 식 4.19에 의해 reference 시스템의 유계성을 보였다. 다음은 reference 시스템이과 실제 시스템 오차의 유계성을 서술한다.

Theorem 1. 식 4.13의 조건에서 식 4.7의 시스템은 식 4.10-12의에 의해 결정된 식 4.8의 제어입력에 의해 다음을 만족한다

$$\left\|x_{ref}-x\right\|_{L_\infty}\le\frac{\gamma_1}{\sqrt{\Gamma}},\quad \left\|u_{ref}-u\right\|_{L_\infty}\le\frac{\gamma_2}{\sqrt{\Gamma}} \tag{4.24}$$

$$\lim_{t\to\infty}\left\|x_{ref}(t)-x(t)\right\|=0,\quad \lim_{t\to\infty}\left\|u_{ref}(t)-u(t)\right\|=0 \tag{4.25}$$

여기서,

$$\gamma_1 \triangleq \frac{\|C(s)\|_{L_1}}{1-\|G(s)\|_{L_1} L}\sqrt{\frac{\theta_{\max}}{\lambda_{\min}(P)}},$$
$$\gamma_1 \triangleq \|H_1(s)\|_{L_1}\sqrt{\frac{\theta_{\max}}{\lambda_{\min}(P)}} + \|C(s)\theta^T + k_m{}^T\|_{L_1}\gamma_1 \tag{4.26}$$

증명은 참고문헌에 수록되어 있다. 지금까지의 내용을 정리하면 다음과 같다.

1) Reference 시스템은 유계하다
2) 상태관측기의 추정오차는 0에 수렴한다.
3) 제안된 L1적응제어기법은 사용한 폐루프 시스템은 reference 시스템과 유계한 오차를 가진다.

따라서, reference 시스템이 모델링 불확실성을 가지지 않는 안정한 시스템과 유계한 오차를 가지게 되면 L1적응제어기법의 유계성이 증명된다. 모델링 불확실성이 없는 안정한 시스템을 설계시스템(design system)이라고 명명하면 다음과 같이 표현된다.

$$x_{des}(s) = C(s)k_g H(s)r(s) + x_{in}(s),$$
$$u_{des}(s) = k_g C(s)r(s) - C(s)\theta^T x_{des}(s) - k_m{}^T x_{des(s)} \tag{4.27}$$

$$y_{des}(s) = c^T x_{des}(s) \tag{4.28}$$

설계시스템은 reference 시스템과 비교하면 미지의 파라미터가 미치는

영향( $G(s)\theta^T$ )이 없는 것을 확인할 수 있다. 설계 시스템과 reference 시스템은 다음의 관계를 만족한다.

Lemma 3. 식 4.13의 조건 하에서 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned}\left\|y_{des}-y_{ref}\right\|_{L_\infty} &\le \frac{\lambda}{1-\lambda}\left\|c^T\right\|_1\left(\left\|k_g H(s)C(s)\right\|_{L_1}\left\|r\right\|_{L_\infty}+\left\|x_{in}\right\|_{L_\infty}\right),\\ \left\|x_{des}-x_{ref}\right\|_{L_\infty} &\le \frac{\lambda}{1-\lambda}\left(\left\|k_g H(s)C(s)\right\|_{L_1}\left\|r\right\|_{L_\infty}+\left\|x_{in}\right\|_{L_\infty}\right)\end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\left\|u_{des}-u_{ref}\right\|_{L_\infty} \le \frac{\lambda}{1-\lambda}\left\|C(s)\theta^T+k_m{}^T\right\|_{L_1}\left(\left\|k_g H(s)C(s)\right\|_{L_1}\left\|r\right\|_{L_\infty}+\left\|x_{in}\right\|_{L_\infty}\right) \quad (4.30)$$

식 4.29의 상태변수의 유계범위는 $\lambda$, $\left\|x_{in}\right\|_{L_\infty}$, $\left\|k_g H(s)C(s)\right\|_{L_1}$ 에 의해 결정된다. 초기값에 의한 영향 $\left\|x_{in}\right\|_{L_\infty}$ 은 적절한 피드백 제어게인 $k_m{}^T$ 을 설정함으로써 해결할 수 있다. 이 때 피드백 제어게인 $k_m{}^T$ 은 시스템행렬( $A_m$ )을 결정하기 때문에 전달함수 $C(s)$ 와 $k_m{}^T$ 은 명령신호의 전달함수 $\left\|k_g H(s)C(s)\right\|_{L_1}$ 가 안정하도록 설정해야 한다. $\lambda$ 는 식 4.13에서 볼 수 있듯이 $G(s)$ 의 크기와 미지의 파라미터의 최대값인 $L$ 과 관련이 있다. $\lambda$ 는 1보다 작기 때문에 $\lambda$ 가 작으면 작을수록 설계 시스템과 reference 시스템의 유계범위는 줄어들게 된다. 즉, 파라미터를 추정하는 천이구간에서의 성능이 향상되게 된다. $L$ 의 크기는 모델링 불확실성과 관련이 있기 때문에 모델링이 수행되고 나면 결정되는 값이다. 따라서 $G(s)$ 의 $L_1-$norm을 작아지도록 하는 $C(s)$ 를 설계하는

것이 L1적응제어기법의 설계 핵심이라고 할 수 있다. 식 4.13에서 정의된 것과 같이 $G(s)=H(s)(1-C(s))$ 의 관계를 가지고 있다. $C(s)$ 는 저역 필터의 특성을 가지고 있기 때문에 $G(s)$ 는 $H(s)$ 와 고역필터 $(1-C(s))$ 의 cascade 시스템 특성을 가진다.

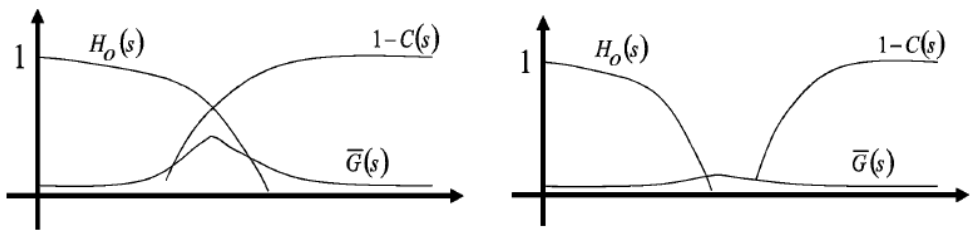


Fig 4-2 Cascaded system

Fig 4-2에서 볼 수 있듯이 $C(s)$ 이 대역폭이 $H(s)$ 보다 넓게 설계를 하면 cascade 시스템 $G(s)$ 의 크기가 줄어들어 천이구간 성능이 향상될 수 있다. 하지만 넓은 대역폭을 가진 저역 필터는 폐루프 시스템에 상대적으로 큰 피드백을 인가하여 시스템에 고주파 잡음을 피드백 할 수 있고 강건성을 저하시킬 수 있다. $H(s)$ 의 대역폭은 $A_m$ 에 의해 결정되므로 피드백 제어게인 $k_m^T$ 의 설계가 중요한 역할을 한다. 또한 $A_m$ 을 실제 시스템과 최대한 유사하게 설계하면 추정하는 파라미터의 최대값이 감소하여 유계범위를 줄일 수 있다.

## 4.3 신경회로망을 통한 비정합 불확실성 추정

4.3절에서는 식 4.7과 다른 형태를 갖는 시스템에 L1적응제어기법을 적용하는 방법과 신경회로망을 통한 불확실성 추정방법에 대해서 서술한다. 식 4.7의 시스템은 등가(matched) 모델링 불확실성을 가지는 시스템이다. 등가 모델링 불확실성이란 운동체의 제어입력과 동일한 채널을 통해 시스템에 인가되는 불확실성을 뜻한다. 식 4.7에서는 모델링 불확실성 $\theta^T x(t)$ 이 제어입력과 동일한 선상에서 작용한다. 이러한 시스템의 경우 시스템 입력을 조절함에 따라 모델링 불확실성을 직접적으로 보상할 수 있기 때문에 적절한 불확실성 추정에 의해 상대적으로 간단하게 시스템의 안정성을 확보할 수 있다. 하지만 비정합(unmatched) 불확실성이 존재하는 시스템의 경우 모델링 불확실성을 추정하는 것이 어렵고 추정을 했더라도 제어입력이 인가되는 채널에서의 제어력을 통해 다른 채널의 상태변수를 제어해야 한다. 따라서 등가 불확실성을 가진 시스템에 비해 상대적으로 복잡한 문제가 된다. 비선형 비정합 불확실성을 가지는 MIMO(Multi Input Multi Output) 시스템의 L1 적응제어기법에 대한 연구는 Xargay(Xargay et al., 2010)에 의해 수행되었으며 주된 내용은 간략히 정리하면 다음과 같다.

다음과 같이 비정합 불확실성을 가진 시스템을 고려한다.

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}(t) = A_m x(t) + B_m \omega u(t) + f(t, x(t), z(t)), \quad x(0) = x_0, \\
&\dot{x}_z(t) = g(t, x_z(t), x(t)), \quad x_z(0) = x_{z0}, \\
&z(t) = g_0(t, x_z(t)), \\
&y(t) = Cx(t),
\end{aligned}
\tag{4.31}
$$

여기서, $x(t) \in R^n$ 은 운동체 상태변수, $u(t) \in R^m (m \le n)$ 은 제어신호, $y(t) \in R^m$ 은 출력변수, $A_m$ 은 안정한(Hurwitz) $n \times n$ 행렬이며 5.2절에서 서술한 것과 같다. $B_m \in R^{n \times m}$ 은 최대계수행렬(full rank)이며 $(A_m, B_m)$ 제어가능(controllable)하다. $C \in R^{m \times n}$ 역시 최대계수행렬이며 $(A_m, C)$ 는 관측가능(observable)하다. $w \in R^{m \times n}$ 은 미지의 시스템 입력게인이며 $z(t) \in R^p$ , $x_z(t) \in R^l$ 은 비모델링(unmodelled)된 내부 동역학의 출력과 상태변수이다. $f : R \times R^n \times R^p \to R^n$ , $g_o : R \times R^l \times \to R^p$ , $g_0 : R \times R^l \times R^n \to R^l$ 은 미지의 비선형 연속함수이다. 상태변수의 초기값 $x_0$ 는 임의의 큰 양수 $\rho_0 > 0$ 에 의해 위로 유계이다($\|x_0\|_\infty \le \rho_0 < \infty$).

식 4.31의 시스템은 다음과 같이 분류할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}(t) = A_m x(t) + B_m (\omega u(t) + f_0(t, x(t), z(t))) + B_{um} f_1(t, x(t), z(t)), \quad x(0) = x_0, \\
&\dot{x}_z(t) = g(t, x_z(t), x(t)), \quad x_z(0) = x_{z0}, \\
&z(t) = g_0(t, x_z(t)), \\
&y(t) = Cx(t),
\end{aligned}
$$

(4.32)

여기서, $B_{um} \in R^{n\times(n-m)}$ 과 $B_m$ 은 각각 비모델링 된 채널과 모델링 된 채널에서의 제어행렬을 나타낸다. 마찬가지로 비선형함수 $f_0$ 과 $f_1$ 은 $f$ 를 각각 비모델링 된 채널과 모델링 된 채널에 인가되도록 분리한 것이다. Xargay의 연구(Xargay et al., 2010)에서는 비정합 불확실성을 가지는 시스템에 L1적응제어기를 적용하기 위해 다음과 같은 등가 선형 시변 시스템으로 변형이 가능함을 가정하였다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_m x(t) + B_m(\omega u(t) + \theta_1(t)\|x_\tau\|_{L_\infty} + \sigma_1(t)) \\ &\quad + B_{um}(\theta_2(t)\|x_\tau\|_{L_\infty} + \sigma_2(t)), \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned} \tag{4.33}$$

이 때, 상태관측기와 적응제어법칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A_m\hat{x}(t) + B_m(\hat{\omega}(t)u(t) + \hat{\theta}_1(t)\|x_t\|_{L_\infty} \\ &\quad + \hat{\sigma}_1(t)) + B_{um}(\hat{\theta}_2(t)\|x_t\|_{L_\infty} + \hat{\sigma}_2(t)), \quad \hat{x}(0) = x_0, \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t),\end{aligned} \tag{4.34}$$

*where* $\hat{\omega}(t) \in \Re^{m\times m}, \hat{\theta}_1(t) \in \Re^m, \hat{\theta}_2(t) \in \Re^{n-m}$, *and* $\hat{\sigma}_2(t) \in \Re^{n-m}$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}}(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{\omega}(t), -(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}u^{\mathrm{T}}(t)), \quad \hat{\omega}(0) = \hat{\omega}_0, \\ \dot{\hat{\theta}}_1(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{\theta}_1(t), -(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}\|x_t\|_{L_\infty}), \quad \hat{\theta}_1(0) = \hat{\theta}_{1_0}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_1(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{\sigma}_1(t), -(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}), \quad \hat{\sigma}_1(0) = \hat{\sigma}_{1_0}, \\ \dot{\hat{\theta}}_2(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{\theta}_2(t), -(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}\|x_t\|_{L_\infty}), \quad \hat{\theta}_2(0) = \hat{\theta}_{2_0}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_2(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{\sigma}_2(t), -(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}), \quad \hat{\sigma}_2(0) = \hat{\sigma}_{2_0},\end{aligned} \tag{4.35}$$

여기서, $\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ 는 상태변수의 추정오차이고, $\Gamma \in R^+$ 는 적응게인, $P = P^T > 0$ 는 algebraic Lyapunov 방정식 ( $A_m{}^T P + PA_m = -Q, \quad Q = Q^T > 0$ )을 만족하는 행렬이다. 제어입력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} &u(s) = -KD(s)\hat{\eta}(s), \\ &\hat{\eta}(t) \triangleq \hat{\omega}(t)u(t) + \hat{\eta}_1(t) + \hat{\eta}_{2m}(t) - r_g(t), \end{aligned} \tag{4.36}$$

$$r_g(s) \triangleq K_g(s)r(s),\ \hat{\eta}_{2m}(s) \triangleq H_m^{-1}(s)H_{um}(s)\hat{\eta}_2(s),\ \hat{\eta}_i(t) \triangleq \hat{\theta}_i(t)\|x_t\|_{L_\infty} + \hat{\sigma}_i(t)$$

이에 대한 자세한 증명 및 가정은 참고문헌에서 찾을 수 있다(Hovakimyan and Cao, 2010).

식 4.33은 불확실성을 상태변수와 파라미터의 선형결합 형태(linearly parameterized)인 $\theta_i(t)\|x_\tau\|_{L_\infty}$ 와 시변 파라미터 $\sigma_i(t)$ 의 합으로 나타내었다. 본 연구에서는 기존의 연구와 다른 형태인 신경회로망을 통한 학습으로 모델링 불확실성을 추정/보상하였다. 신경회로망을 통한 학습은 복잡한 형태의 비선형 함수를 기존의 연구에서 쓰인 단순 선형결합형태 보다 효과적으로 근사화할 수 있다. 또한 학습에 사용되는 뉴런의 개수에 비례하여 근사화 오차가 줄어들게 된다. 4.2절의 후미에 언급한 것과 같이 미지 파라미터 크기의 최대값이 상태변수 유계범위를 결정하기 때문에 신경회로망을 통한 불확실성의 근사화가 기존의 방법보다 효율적인 제어성능을 가져올 수 있다.

본 연구에서 사용한 신경회로망은 RBF(Radial Basis Function)으로

적응제어기법에 적용하기 위해 Sanner의 연구(Sanner and Slotine, 1992)를 참조하였다.

RBF 신경회로망을 통해 비선형 함수 $f(x)$를 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$f(x) = W^T \phi(x) + \varepsilon(x) \quad |\varepsilon(x)| \le \varepsilon^*, \; x \in D_x \tag{4.37}$$

여기서, $\phi(x)$는 Gaussian RBF으로 이루어진 벡터로써 은닉층 뉴런의 개수($k$)와 동일한 원소 개수를 갖는다. 본 절에서는 RBF 신경회로망을 설명하기 위해 $\phi$를 도입하였으며 운동체 동역학의 횡동요각과는 관련이 없다. 각 원소는 Gaussian 함수형태를 가지며 각각의 중심 $c_i$와 반지름 $\delta_i$를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_i(x) = \exp\left( -\frac{(x-c_i)^T (x-c_i)}{2\delta_i} \right), \; i = 1, ..., k \tag{4.38}$$

$W^T$는 Gaussian 함수의 각 원소의 가중치에 해당하는 값을 가진 벡터이며 $\phi$와 동일한 원소개수를 갖는다. $\varepsilon(x)$는 본 함수와 신경회로망을 통해 근사화된 함수의 차이이며 근사화 오차(approximation error)라고 명명한다. 근사화 오차는 $\varepsilon^*$의 유계범위를 갖는다. 신경회로망을 통한 함수 근사화가 적절히 이루어지면 근사화 오차는 $\varepsilon^*$는 작은 값을 가지게 된다.

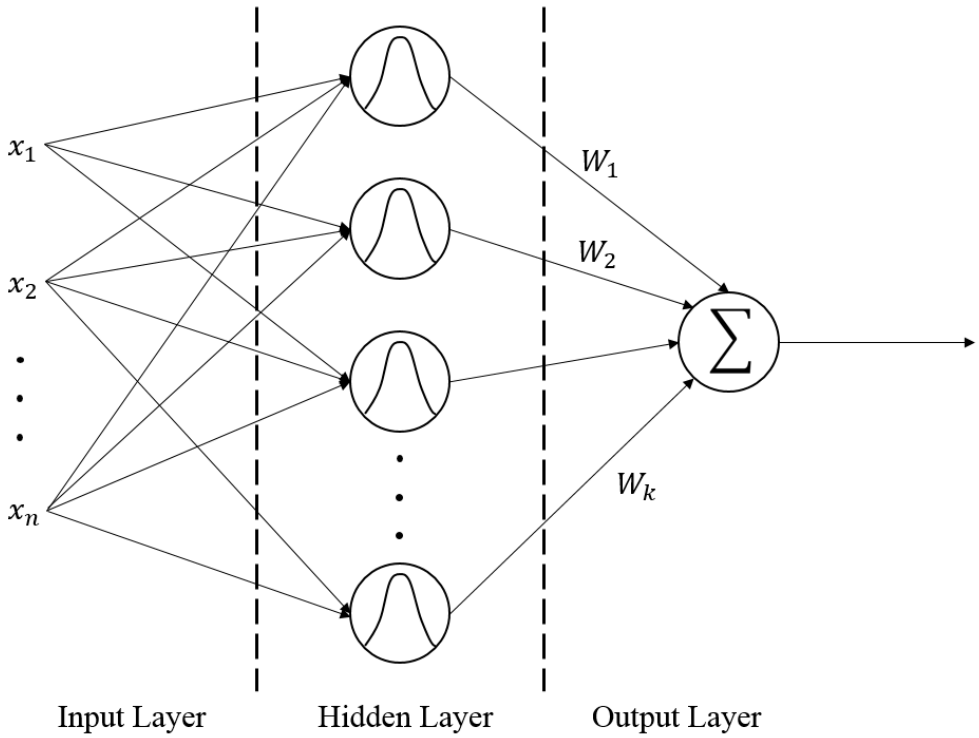


Fig 4-3 Schematic representation of RBF neural network

Fig 4-3은 본 연구에서 사용한 RBF 신경회로망의 구조를 보여준다. 신경회로망을 통해 식 4.32의 모델링 불확실성을 보상하면 식 4.32의 시스템은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = A_m x(t) + B_m(\omega u_{ad}(t) + W_0(t)\phi_0(x(t)) + \varepsilon_0(x)) \\ + B_{um}(W_1(t)\phi_1(x(t)) + \varepsilon_1)\end{aligned} \tag{4.39}$$

또한 상태관측기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A_m\hat{x}(t) + B_m(\hat{\omega}u_{ad} + \hat{W}_0(t)\phi_0(t)) + B_{um}(\hat{W}_1(t)\phi_1(t)),\ \hat{x}(0) = x_0,\\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t),\end{aligned} \tag{4.40}$$

여기서, $\hat{W}_i$ 는 신경회로망을 추정 및 학습되는 가중치 벡터이다. 적응제어법칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}}(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{\omega}(t), -(\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}u^{\mathrm{T}}(t)),\ \ \hat{\omega}(0) = \hat{\omega}_0,\\ \dot{\hat{W}}_0(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{W}_0(t), -(\phi_0(x(t))\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_m)^{\mathrm{T}}),\ \ \hat{W}_0(0) = \hat{W}_{0,0}\\ \dot{\hat{W}}_1(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{W}_1(t), -(\phi_1(x(t))\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)PB_{um})^{\mathrm{T}}),\ \ \hat{W}_1(0) = \hat{W}_{1,0}\end{aligned} \tag{4.41}$$

L1 신경회로망 적응제어신호는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}u(s) &= -KD(s)\overline{r}(s),\\ \overline{r}(t) &\triangleq \hat{\omega}(t)u(t) + \overline{r}_1(t) + H_0^{-1}(s)H_1(s)\overline{r}_2(t) - r_g(t),\end{aligned} \tag{4.42}$$

$$r_g(s) \triangleq k_g(s)r(s),\ \ \overline{r}_i(t) \triangleq \hat{W}_i(t)\phi_i(x(t))$$

여기서, $k_g = -1/(CA_m^{-1}B_m)$ 이고 $H_0$ 와 $H_1$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}H_0(s) &\triangleq C(s\mathrm{I}_n - A_m)^{-1}B_m,\\ H_1(s) &\triangleq C(s\mathrm{I}_n - A_m)^{-1}B_{um},\end{aligned} \tag{4.43}$$

$H_0$와 $H_1$는 각각의 채널에서부터 출력변수로의 전달함수로 볼 수 있다. 게인 행렬 $K \in R^{m\times m}$ 와 $m\times m$ strict proper 전달함수 $D(s)$ 는 $C(s)$ 와 다음의 관계를 가지고 있다.

$$C(s) \triangleq \omega KD(s)(\mathrm{I}_m + \omega KD(s))^{-1} \tag{4.44}$$

$D(s)$ 는 $C(s)H_0^{-1}(s)$ 가 proper하면서 안정한 전달함수가 되도록 선택되어야 한다. 또한 행렬 $K$ 와 전달함수 $D(s)$ 는 다음의 L1 조건을 만족하도록 선택되어야 한다.

$$\left\|G_0(s)\right\|_{L_1} + \left\|G_1(s)\right\|_{L_1} \ell_0 < \frac{\rho_r - \left\|H_{x0}(s)C(s)k_g(s)\right\|_{L_1} \left\|r\right\|_{L_\infty} - \rho_{in}}{L_{1\rho_r}\rho_r + B_0} \tag{4.45}$$

여기서, $H_{x0}$와 $G_0(s), G_1(s)$는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
&H_{x0}(s) \triangleq (s\mathrm{I}_n - A_m)^{-1}B_m \\
&H_{x1}(s) \triangleq (s\mathrm{I}_n - A_m)^{-1}B_{um} \\
&G_0(s) \triangleq H_{x0}(s)(\mathrm{I}_m - C(s)), \\
&G_1(s) \triangleq (\mathrm{I}_n - H_{x0}(s)C(s)H_0^{-1}(s)C)H_{x1}(s),
\end{aligned} \tag{4.46}$$

증명 및 변수들에 대한 설명은 참고문헌에 자세히 서술되어 있으며 본 논문에서는 따로 서술하지 않는다.

## 4.4 초공동 수중운동체 동역학에의 적용

4.3절에서 제안된 L1 신경회로망 적응제어기법을 초공동 수중운동체의 자세제어에 적용하기 위한 제어기용 운동방정식을 구성하기 위해 다음을 가정하였다.

가정 4.1) 제어기용 운동방정식은 선형 운동방정식을 사용한다.

가정 4.2) 캐비테이터만을 제어입력으로 사용하고 꼬리날개의 변위각 변화는 없다.

가정 4.3) 종축 선형동역학의 상태변수 중 상하동요 속도와 종동요각속도만을 상태변수로 사용한다.

가정 4.4) 비선형 동역학과 선형 동역학 사이의 오차, 중력에 의한 힘, 꼬리날개에 의한 힘은 모델링에 포함시키지 않고 불확실성으로 간주한다.

상하동요속도와 종동요각속도만을 고려한 종축 동역학은 다음과 같이 표현된다(식 2.58 참고).

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix} + A_2 \begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix} + B_1 \delta_c + B_2 \delta_f + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + f_{lin} \qquad (4.47)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{-C_1 x_{cg}}{I_{yy} V} & \dfrac{C_1 x_{cg}^{\ 2}}{I_{yy} V} \\ \dfrac{C_1}{MV} & \dfrac{-C_1 x_{cg}}{MV} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{-C_2 x_{fin}}{I_{yy} V} & \dfrac{-C_2 x_{fin}^{\ 2}}{I_{yy} V} \\ \dfrac{-C_2}{MV} & \dfrac{-C_2 x_{fin}}{MV} \end{bmatrix} \qquad (4.48)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{-C_1}{I_{yy}} x_{cg} \\ \frac{C_1}{M} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -\frac{C_2}{I_{yy}} x_{fin} \\ \frac{C_2}{M} \end{bmatrix} \tag{4.49}$$

$$C_1 = \frac{1}{2}\rho A_c V^2 C_x, \qquad C_2 = \frac{1}{2}\rho L_{fin}{}^2 V^2 C_f \tag{4.50}$$

여기서, $A_1$ 과 $A_2$ 는 각각 캐비테이터 및 꼬리날개에 의한 힘을 선형화하여 나타낸 것이고 $f_{lin}$ 은 선형화에 의한 모델링 오차, $\delta_c, \delta_f$ 는 각각 캐비테이터와 꼬리날개의 변위각, $B_1, B_2$ 는 각각 캐비테이터와 꼬리날개의 양력 및 양력에 의한 모멘트계수로 이루어진 행렬이다. 가정 4.2에 의해 $B_2$ 는 0이 되고 가정 4.4를 적용하여 운동방정식을 다시 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= A_1 \begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix} + B_1 \delta_c + A_2 \begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix} + B_2 \delta_f + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + f_{lin} \\ &= A_1 \begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix} + B_1 \delta_c + \Delta(q, w, \delta_c, \delta_f, t) \end{aligned} \tag{4.51}$$

여기서, $\Delta(q, w, \delta_c, \delta_f, t)$ 는 모델링 불확실성이다. 이와 같이 운동방정식을 간소화하고 모델링 불확실성을 생성하는 이유는 앞서 제안했던 L1 신경회로망 적응제어기법의 성능을 검증하기 위해서이다. 초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 결정하기 위해 선행되어야 하는 것은 공동의 크기 및 위치를 예측하는 것이다. 공동의 크기와 위치가

운동체의 유체력을 대부분 결정하기 때문에 공동을 실시간으로 완벽하게 예측하지 못한다면 모델링을 통해 구성된 운동방정식과 실제 운동체는 전혀 다른 특성을 보여주게 된다. 이러한 현실성을 반영하기 위해서 실제 사용되는 제어기법은 운동체 동역학의 부분적인 정보만을 가지고도 모델링 불확실성을 충분히 추정/보상할 수 있어야 한다. 수치 시뮬레이션에서는 모델링 불확실성이 없는 비선형 운동방정식을 실제 초공동 수중운동체의 운동을 모사하는데 이용한다

제어기를 설계하기에 앞서 식 4.51의 운동방정식을 정규형식(normal form; controller canonical form)으로 닮음변환(similarity transformation)한다. 정규형식의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$\dot{z}(t) = A_c z(t) + b_c u(t)$$
$$y_z(t) = c_c^{\ T} z(t)$$
$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & . & -a_{n-1} \end{bmatrix}, b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c_c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \qquad (4.52)$$

정규형식은 시스템행렬의 마지막 행을 제외하고는 모두 0과 1로 이루어져있으며 마지막 행에만 제어입력이 인가되는 형태이다. 정규형식으로의 닮음변환을 수행한 후 시스템을 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{\bar{z}}(t) = \bar{A}\bar{z}(t) + \bar{B}u(t)$$
$$\bar{y}_z(t) = \bar{c}_c^{\,T}\bar{z}(t) \tag{4.53}$$

이 때, 변환행렬 $T$ 는 다음의 관계를 가진다.

$$z(t) = T\bar{z}(t), \quad \bar{z}(t) = T^{-1}z(t) \tag{4.54}$$

이를 식 4.53에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\bar{z}}(t) = T^{-1}AT\bar{z}(t) + T^{-1}Bu(t) \tag{4.55}$$

따라서, $\bar{A} = T^{-1}AT, \bar{B} = T^{-1}B$ 의 관계를 갖는다. Controllability 행렬을 다음과 같이 구성하고

$$CM = [B\ AB \cdots A^{n-1}B] \tag{4.56}$$

$A$ 의 특성방정식의 계수 $a_i$ 를 이용하여 다음과 같은 행렬을 구성한다.

$$W_A = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.57}$$

$$\left|sI - A\right| = s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \cdots + a_{n-1} s + a_n \quad (4.58)$$

변환행렬 $T$는 행렬 $CM$과 $W_A$의 곱으로 표현된다.

$$T = CM \times W_A \quad (4.59)$$

식 4.51을 이러한 방법을 통해 정규형식으로 변환시키면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{X}(t) = \bar{A}_1 X + b_0(\delta_c + \Delta_0) + b_1 \Delta_1 \quad (4.60)$$

여기서, $X = T^{-1}\begin{bmatrix} q \\ w \end{bmatrix}$, $\bar{A}_1 = T^{-1} A_1 T$, $b_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 이고 $\Delta_0$와 $\Delta_1$은 모델링 불확실성을 각각 등가(matched)와 비정합(unmatched) 채널로 분리한 것이다. 여기에 4.1절의 LQR 제어기법을 통해 생성된 제어입력을 추가하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= \bar{A}_1 X + b_0(u(t) + \Delta_0) + b_1 \Delta_1 \\ &= \bar{A}_1 X + b_0(u_{ad}(t) + u_{lqr} + \Delta_0) + b_1 \Delta_1 \\ &= \bar{A}_1 X + b_0(u_{ad}(t) - K_{lqr} X + \Delta_0) + b_1 \Delta_1 \\ &= A_{m0} X + b_0(u_{ad}(t) + \Delta_0) + b_1 \Delta_1 \end{aligned} \quad (4.61)$$

여기서, $A_m = (\overline{A}_1 - b_0 K_{lqr})$ 은 Hurwitz한 행렬이고 $K_{lqr}$ 은 LQR 제어이득이다. 식 4.61은 4.3절에서 서술한 제어기법을 적용할 수 있는 시스템과 동일한 형태가 된다. 이를 식 4.39와 같이 신경회로망을 적용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= A_{m0}X(t) + b_0(\omega u_{ad}(t) + W_0(t)\phi_0(x(t)) + \varepsilon_0(x)) \\ &\quad + b_1(W_1(t)\phi_1(x(t)) + \varepsilon_1)\end{aligned} \tag{4.62}$$

이때 상태관측기는 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{\hat{X}}(t) = A_{m0}\hat{x}(t) + b_0(\hat{\omega}u_{ad} + \hat{W}_0(t)\phi_0(t)) + b_1(\hat{W}_1(t)\phi_1(t)),\ \ \hat{X}(0) = X_0, \tag{4.63}$$

적응제어법칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}}(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{\omega}(t), -(\tilde{X}^{\mathrm{T}}(t)Pb_0)^{\mathrm{T}}u_{ad}{}^{\mathrm{T}}(t)),\ \ \hat{\omega}(0) = \hat{\omega}_0, \\ \dot{\hat{W}}_0(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{W}_0(t), -(\phi_0(X(t))\tilde{X}^{\mathrm{T}}(t)Pb_0)^{\mathrm{T}}),\ \ \hat{W}_0(0) = \hat{W}_{0,0} \\ \dot{\hat{W}}_1(t) &= \Gamma\mathrm{Proj}(\hat{W}_1(t), -(\phi_1(X(t))\tilde{X}^{\mathrm{T}}(t)Pb_1)^{\mathrm{T}}),\ \ \hat{W}_1(0) = \hat{W}_{1,0}\end{aligned} \tag{4.64}$$

L1 신경회로망 적응제어신호는 동일하게 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}u_{ad}(s) &= -KD(s)\overline{r}(s), \\ \overline{r}(t) &\triangleq \hat{\omega}(t)u_{ad}(t) + \overline{r}_1(t) + H_0^{-1}(s)H_1(s)\overline{r}_2(t) - r_g(t),\end{aligned} \tag{4.65}$$

$$r_g(s) \triangleq k_g(s)r(s),\ \ \overline{r}_i(t) \triangleq \hat{W}_i(t)\phi_i(x(t))$$

# 5 초공동 수중운동체 주행시뮬레이션 기반 구축

## 5.1 초공동 수중운동체 주요치수 도출

2.9절에서 서술한 각각의 제약조건 하에서 주요 설계변수인 캐비테이터 직경과 운동체 반경 또는 꼬리날개 길이의 변화가 초공동 수중운동체의 운항 상태에 어떻게 작용하는지를 분석하기 위하여 계산을 수행하였다. 각 결과에서 축에 표현되지 않은 변수들은 Table 5-1의 값으로 고정시키고 계산하였다.

Table 5-1 Nominal value of vehicle parameter

| Description | notation | value | unit |
|---|---|---|---|
| Vehicle mass | $M$ | 43.4 | $kg$ |
| Cavitator diameter | $d_c$ | 0.04 | $m$ |
| Vehicle length | $L_{veh}$ | 1.65 | $m$ |
| Cone length | $L_{cone}$ | 0.70 | $m$ |
| Vehicle radius | $R_{veh}$ | 0.07 | $m$ |
| Fin span length | $L_{fin}$ | 0.2 | $m$ |
| Fin root location | $x_{fin}$ | 0.59 | $m$ |
| Vehicle mass center location | $x_{c.g}$ | 1.01 | $m$ |

설계변수를 모두 변화시킬 경우 제약조건에 의해 결정된 설계 가능 영역의 경계를 표현하기도 어려울 뿐만 아니라 의미 있는 결과가

도출되지 않는다. 따라서 각각의 제약조건이 주요 설계 변수들의 변화에 따라 어떻게 작용하는지 직관적으로 파악할 수 있는 설계변수들만 변화시켜 각각의 제약조건들이 초공동 수중운동체의 동역학적 특성을 반영하고 있는지 평가하였다. 실제 최적화를 수행할 때는 모든 설계 변수들의 변화에 따라 제약조건들이 작용하여 설계 가능 영역을 판별한다. 또한 시뮬레이션을 수행한 설계변수의 범위는 의미 있는 결과를 보여주는 범위 또는 제약조건의 경계가 나타나는 범위이다.

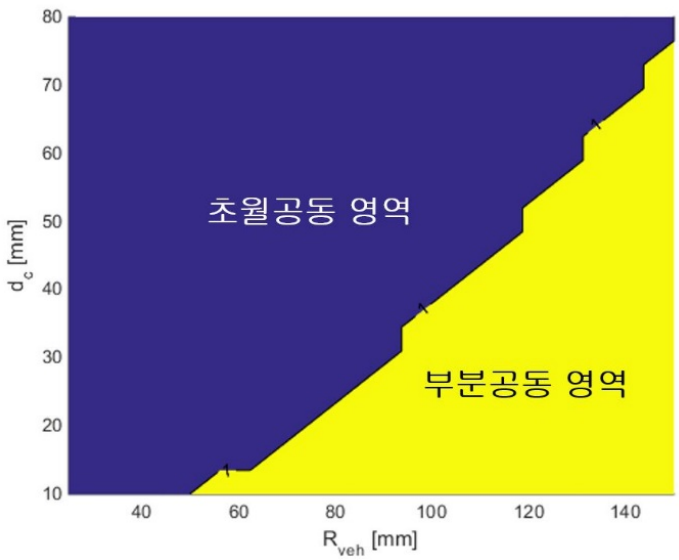


Fig 5-1 Feasible design variable region based on supercavity constraint in the case of ventilated cavity

Fig 5-1은 분사형 초공동 수중운동체의 경우 초월공동 제약조건을 만족시키는 캐비테이터 지름과 운동체 반지름의 설계가능영역을 보여준다. 분사형의 경우 생성할 수 있는 공동의 최대 길이는 운동체

길이의 두 배를 가정했기 때문에 운동체 길이가 고정된 상태에서 캐비테이터의 크기가 커지면 두껍고 뭉툭한 형상이 되고 반대로 캐비테이터의 크기가 작아지면 얇은 형상이 된다. 따라서 운동체 반지름이 상대적으로 크면 공동의 반지름보다 운동체의 반지름이 커 초월공동 제약조건에 의해 부분공동으로 계산된다. 초월공동 영역에서 운동체의 반지름을 키우면 운동체의 반지름이 공동 반지름보다 커져 부분공동 영역으로 가게 된다. 반대로 부분공동 영역에 존재하는 운동체의 반지름을 고정하고 캐비테이터의 지름을 키우면 공동의 반지름이 증가하여 초월공동 영역으로 이동하게 된다.

Fig 5-2와 5-3은 각각 분사형 공동과 자연공동의 경우에 대해서 최대속도 제약조건에 의해 결정된 속도 등고선을 보여준다. 분사형 공동의 경우 초월공동 제약조건에 언급한 바와 같이 운동체 길이 두 배의 길이를 갖는 공동을 가정하였다. 꼬리날개의 길이가 증가함에도 불구하고 최대속도가 일정한 영역이 존재하는데 이는 꼬리날개의 길이가 공동의 반지름보다 작아 저항이 발생하지 않는 영역이다. 자연형 공동의 경우 본 시뮬레이션 조건에서는 항상 초월공동이 생성되는 조건이 아니기 때문에 초월공동 제약조건에 의해 부분공동 영역은 설계가능영역으로 계산되지 않는다. 초월공동 제약조건은 공동의 길이뿐만 아니라 반지름에도 영향을 준다. 그래프는 오른쪽으로 불룩한 형태를 가지는데 이때의 캐비테이터 지름은 약 45mm이다. 이 점을 기준으로 위쪽(캐비테이터의 지름이 증가하는 방향)은 저항의 증가로 인해 공동의 길이가 운동체의 길이보다 적어져 부분공동에 해당하고 아래쪽(캐비테이터의 지름이 감소하는 방향)은 저항이 적어 낮은

공동수를 갖지만 캐비테이터의 지름이 적어 운동체의 반지름보다 작고 긴 공동을 형성하여 부분공동에 해당하게 된다.

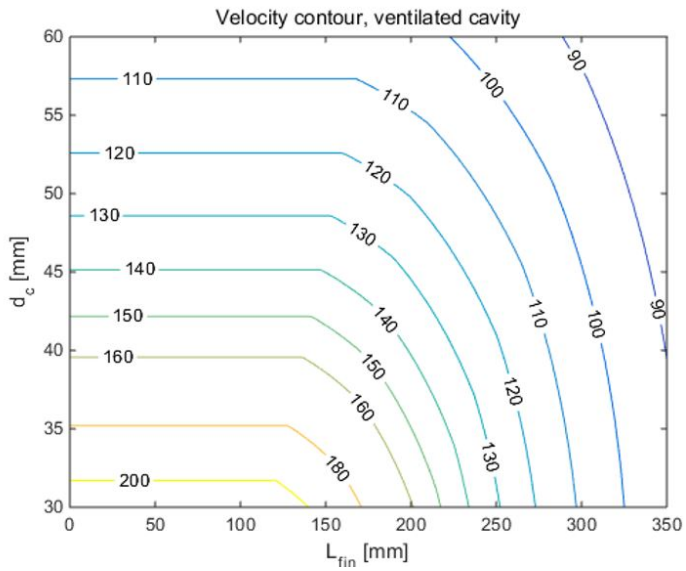


Fig 5-2 Trim velocity contours based on velocity constraint in the case of ventilated cavity

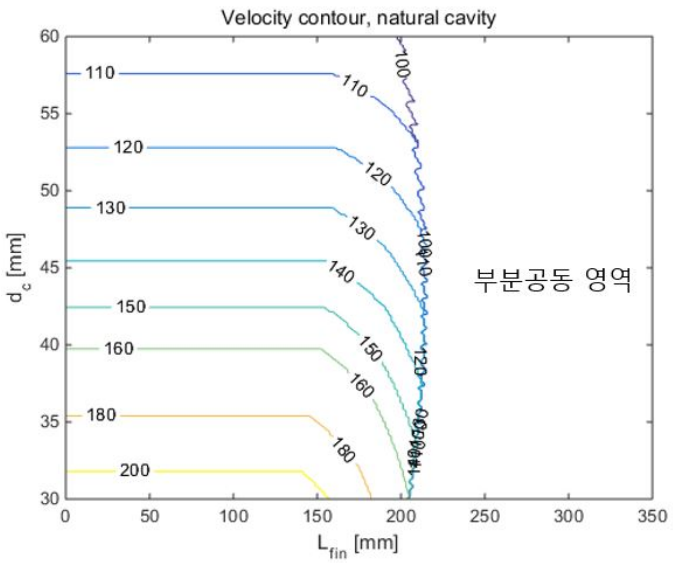


Fig 5-3 Trim velocity contours based on velocity constraint in the case of natural cavity

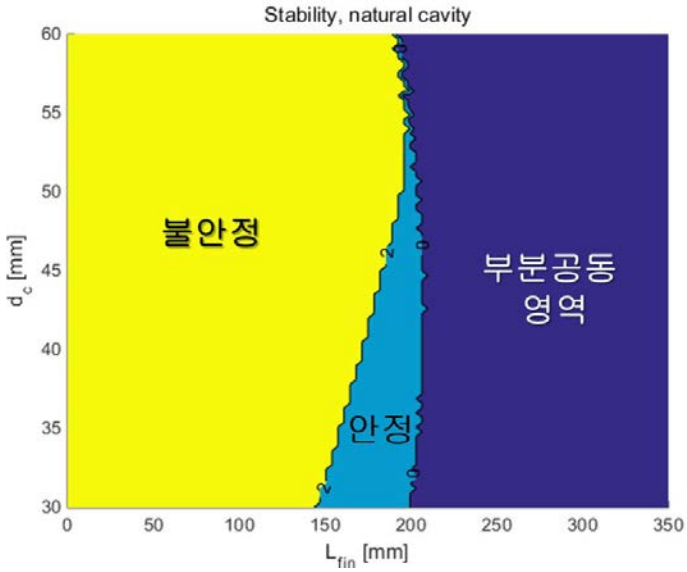


Fig 5-4 Feasible design variable region based on the stability constraint in the case of natural cavity

Fig 5-4는 안정성 제약조건에 의해 계산된 꼬리날개의 길이와 캐비테이터 지름의 설계가능영역을 보여준다. Fig 5-3과 비교하면 꼬리날개의 안정성 제약조건을 고려하지 않은 상태에서는 부분공동 영역을 제외하고(그래프의 좌측) 모두 설계가능영역으로 계산된다. 하지만 안정성 제약조건을 고려하면 초월공동 영역에서도 일부는 꼬리날개의 길이가 운동체의 종축 안정성을 보장할 만큼 길지 않아 불안정한 영역으로 계산되는 것을 알 수 있다. 종축 안정성을 보장하는 꼬리날개의 길이는 운동체의 무게중심, 꼬리날개의 양력계수, 캐비테이터의 지름 등 여러 가지 요인에 의해 결정되기 때문에 꼬리날개의 액침부가 어느 정도의 값을 가져야 하는지 수치적으로 말하기는 어렵다. 본 연구의 경우 안정성을 보장하는 액침부의 길이는

20%~40% 사이의 값으로 나타났다. 하지만 액침부의 길이가 20%인 경우 운동체가 안정하기는 하나 조종성능이 좋지 않고 40%의 경우 꼬리날개에 걸리는 저항이 너무 커 비효율적이기 때문에 25~30%의 값이 적당하다고 판단된다. 하지만 이는 자연형 공동의 경우이고 분사형의 경우 액침 정도를 조절할 수 있기 때문에 상대적으로 길이가 긴 꼬리날개를 사용하여 공동의 크기를 조절하는 방식으로 안정성 및 조종성능을 모두 확보할 수 있다.

설계 제약조건을 통해 주어진 제약조건이 초공동 수중운동체 설계범위를 제시할 수 있음을 확인하였다. 이러한 설계 범위 내에서 실제 본 연구에서 사용할 초공동 수중운동체 주요치수를 결정하기 위한 계산을 수행하였다. 계산에 사용된 초기값 및 조건은 다음과 같다.

Table 5-2 Optimization condition

| Description | Value | Unit |
|---|---|---|
| **목표거리** | 10,000 | *m* |
| **운용수심** | 5 | *m* |
| **초기 발사속도** | 50 | *knots* |
| **공동 종류** | 자연형 | |
| **세장비 조건** | 0.5 (maximum) | |

목표 거리와 초기 발사속도는 Shkval과 동일하게 각각 $10,000m$ 와 $50knot$ 로 설정하였다. 분사형 공동과 달리 자연형 공동은 운용수심에

영향을 받기 때문에 초기에 설정을 해주어야 한다. 세장비 조건은 본 연구에서 실제로 이용하는 값은 shkval 기준 ±10% 를 적용할 계획이지만 최적화 결과를 비교하기 위해서 최대 ±50% 까지 허용하여 계산을 수행하였다.

Table 5-3 Configuration parameter optimization results

| | **Shkval** | **1.1$Sl_{shkval}$** | **1.3$Sl_{shkval}$** | **1.5$Sl_{shkval}$** |
|---|---|---|---|---|
| $d_c[mm]$ | 178 | **88.8** | 97.9 | 88.8 |
| $L_{fin}[mm]$ | | **423.6** | 494.2 | 494.2 |
| $L_{veh}[mm]$ | 8,200 | **4,920** | 6,970 | 7,380 |
| $R_{veh}[mm]$ | 267 | **173** | 187 | 159 |
| $Sl$ | 15.4 | **14** | 18.6 | 23.1 |
| $t_f$[sec] | 98.51 | **82.48** | 81.03 | 73.48 |

Table 5-3은 세장비 최대 허용 정도에 따른 운동체 주요치수 최적화 결과 및 임무시간 결과를 보여준다. 세장비 제약조건의 범위를 넓힐수록 임무시간이 줄어드는 경향을 보인다. 실질적으로 세장비가 큰 운동체는 최대 속도를 증가시킬 수 있으나 작은 자세 변화에도 플레이닝을 발생시킬 수 있고 운동체의 구조적 문제와 내부 시스템 배치에 문제가 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 Shkval 세장비의 10% 허용하여 주요치수를 선택하였다. 기준이 되는 Shkval의 임무시간은 98.51초로 추진기관 제약조건에서 예측하였던 100초와 거의 흡사한 임무시간을 갖는다. 본 연구에서 선택한 초공동 수중운동체 주요치수를 살펴보면

shkval에 비해 길이는 약 60%, 운동체 반지름은 약 65%정도를 가지지만 캐비테이터 지름은 약 50%으로 상대적으로 적은 값이 선택되었다. 또한 임무시간이 기준에 비해 약 67%정도로 33%의 임무시간 감소가 있는 것으로 계산되었다.

## 5.2 초공동 수중운동체 동역학 모델링 검증

본 연구에서는 초공동 수중운동체 통합 동역학 모델링을 수행하고 모델링 불확실성을 추정/보상하기 위한 제어기를 설계하였다. 시뮬레이션을 통해 제어기의 성능을 검증하기 이전에 수행된 모델링의 완성도를 검증해야 한다. 기존에 수행된 초공동 수중운동체 수중주행 시험결과를 동일한 환경에서 구현된 수치 시뮬레이션 결과와 비교하여 모델링을 검증한다. 추가로 6자유도 개루프 시뮬레이션을 통해 물리적 타당성을 확인한다. 초공동 수중운동체 수중주행 시험은 국내 연구기관을 통해 수 차례 수행된 바 있으며 시험 환경과 운동체 제원 등은 보안상 부분적으로 언급하도록 하겠다. 수행된 시험은 다음과 같은 구속 수중주행 시험이다.

Fig 5-5 supercavitating vehicle captive test

운동체는 $X_B$ 방향으로의 운동만 존재하기 때문에 기존의 6자유도 운동방정식을 1자유도로 축소하였다. 비교에 사용할 시험 조건은 다음과 같다.

Table 5-4 Test condition

| | 1차 시험 | 2차 시험 |
|---|---|---|
| 수중운동체 길이 ($L_{veh}/D_c$) | 41.25 | 64.29 |
| 수중운동체 직경 ($D_{veh}/D_c$) | 3.625 | 4.14 |
| 연소시간 (sec) | 0.9 | 2.0 |
| 비고 | 자연형 캐비테이터<br>꼬리날개 없음 | 분사형 캐비테이터<br>꼬리날개 없음 |

시험에 사용된 운동체는 1차와 2차시험 모두 꼬리날개를 장착하지 않았다. 따라서 운동체에 작용하는 유체력은 초기 부분공동 상태에서 받는 몸체 유체력과 캐비테이터의 항력이다. 시험데이터는 다음과 같은 과정을 통해 상태변수로 변환된다.

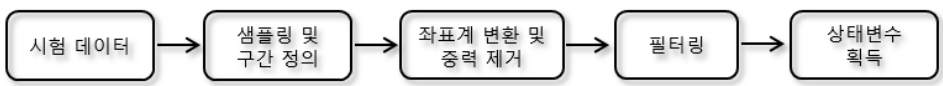


Fig 5-6 Experiment data processing

시험 데이터는 운동체 내부에 위치한 IMU센서의 데이터를 이용하였다. 먼저 비교 및 분석에 사용할 시험 데이터의 구간을 정의하고 샘플링을 수행한다. 본 연구에서는 시험데이터의 1/10 간격으로 샘플링을 하였다. 그 다음 단계는 좌표변환 및 중력제거 단계이다. 초공동 수중운동체 수중주행 시험은 구속주행 시험이다. 따라서 중력에 의한 가속도를 센서 데이터에서 제거해 주어야 한다. IMU 센서의 가속도 성분을 지구고정

좌표계로 변환한 후 중력가속도를 제거한다. 이 때 운동체의 자세정보가 필요하다. 운동체의 초기 자세에서는 가속도 성분이 오직 중력가속도에 의한 가속도 성분만 존재한다. 초기자세를 계산한 후 IMU 센서의 각속도 성분을 적분하여 실시간 운동체 자세를 계산할 수 있다. 중력 성분을 제거한 후에는 필터링 과정을 거친다. 시험 데이터는 고주파수 잡음이 포함되어 있어 비교/분석을 수행하기 위해서는 필터링을 과정을 거쳐야 한다. 본 연구에서는 Moving average filter를 사용하여 잡음을 제거하였다. Moving average filter는 일정한 샘플링 간격에 포함된 신호의 평균을 사용하여 필터링을 하는 방식이며 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$y_s[i] = \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1} x_s[i+j] \qquad (6.1)$$

여기서, $y_s$ 는 잡음이 제거된 후 신호이고 $N$ 은 각 구간마다의 평균값을 구하기 위해 사용된 데이터의 개수이다. $x_s$ 는 센서에의 측정된 신호이다. 1차, 2차시험의 데이터를 가공하여 Fig 5-7, 5-8에 각각 나타내었다.

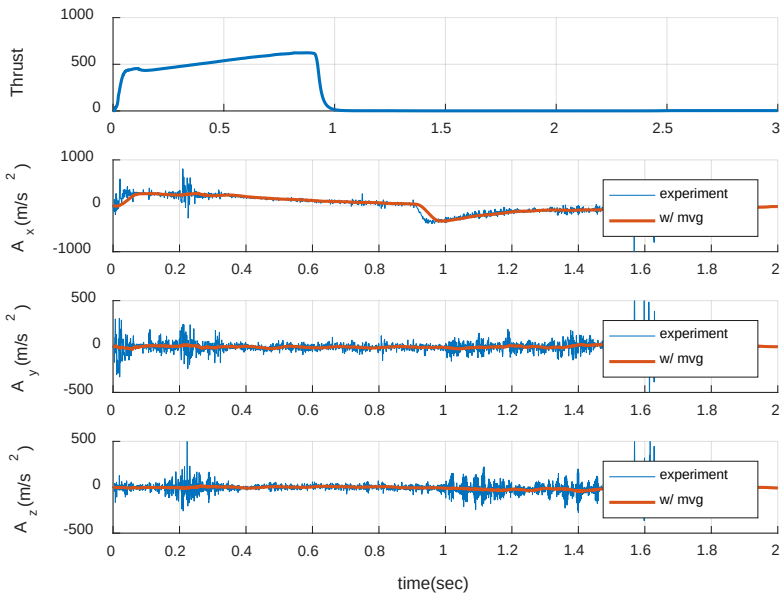


Fig 5-7 Experiment data thrust and acceleration w/, w/o filtering (test 1)

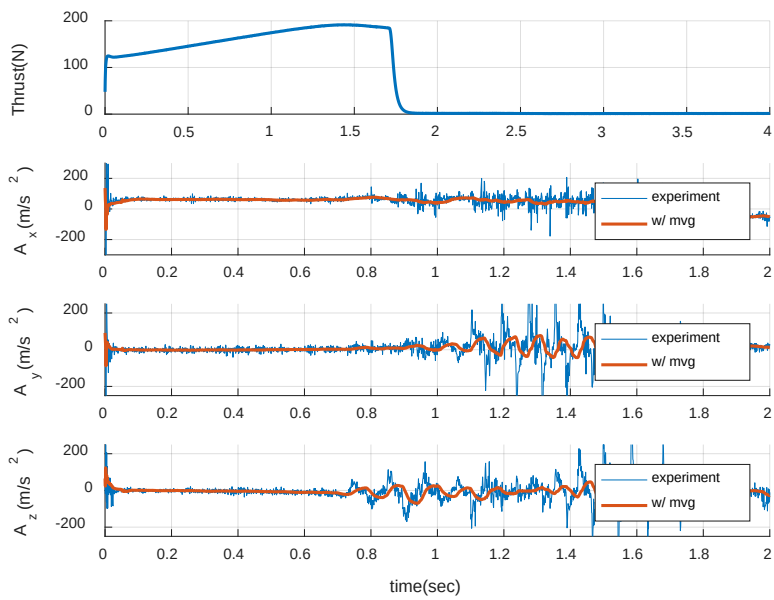


Fig 5-8 Experiment data thrust and acceleration w/, w/o filtering (test 2)

여기서 thrust는 추력의 크기를 나타내며 보안상 추력의 크기를 운동체의 질량으로 나누어 표기하였다. 필터링 이전에는 잡음 때문에 각 축 가속의 크기를 비교하기 어려웠으나 필터링을 거친 이후에는 잡음이 상당부분 제거되었음을 확인할 수 있다. $X_B$ 축의 가속도가 다른 축에 비해 큰 값이 가지는 것을 확인할 수 있다. 이론상 완전한 구속주행이 수행된 상태에서는 $X_B$ 축을 제외하고 다른 가속도 성분은 0의 값을 가져야 한다.

추력의 크기를 살펴보면 1차 시험이 2차 시험의 2배 정도 되는 것을 확인할 수 있다. 하지만 추력의 지속시간이 절반 정도이기 때문에 추력에 의한 전체적인 에너지는 거의 비슷하다고 할 수 있다. Fig 5-9와 6-10은 시험데이터와 제안된 운동방정식을 기반으로 한 수치 시뮬레이션 결과를 비교한 것이다. 1차 시험의 경우 최대속도 약 7.2%의 오차를 보이며, 2차시험의 경우 최대속도 약 11%의 오차를 보인다. 또한 1차시험의 경우 시뮬레이션에 의한 속도가 시험 결과보다 큰 값이 가지지만 2차 시험의 그 반대의 경향을 보인다. 각 구속시험의 가속도 성분을 보면 알 수 있듯이 시험체는 주행하는 동안 완벽히 1자유도 운동을 하지 않고 다른 축으로의 가속도를 생성한다. 즉, 발생한 추력이 완벽히 $X_B$ 축으로만 전달되지 않고 다른 축으로의 소모가 발생한다. 수치 시뮬레이션에서는 다른 축의 운동은 고려하지 않았기 때문에 모든 추력이 $X_B$ 방향으로 작용한다. 이러한 이유 때문에 수치 시뮬레이션에서의 속도가 시험 결과보다 큰 값이 가지게 된다. 2차 시험 결과에서 그러한 양상이 발생하지 않는 이유는 공동수의 추정이

완전하기 않기 때문이다. Fig 5-10의 가속도를 살펴보면 구속주행 시험의 경우 시뮬레이션보다 큰 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. 시뮬레이션의 가속도는 고주파수 진동을 하는 경향을 보여준다. 1차 시험은 자연형 캐비테이터를 사용하기 때문에 시뮬레이션 상에서 공동수를 계산할 수 있다. 하지만 분사형 캐비테이터의 경우 공동수를 추정할 수 없기 때문에 시험체에 장착된 압력센서의 정보를 이용한다. 압력센서의 정보를 통해 공동이 크기를 계산한 결과 2차 시험에서는 초월공동이 발생하지 않은 것으로 추정되었다. 하지만 실제 시험에서는 초월공동이 발생하였다고 보고 되었다. 즉, 공동 내부의 압력을 측정하기 위해 장착된 압력센서가 실제 공동수를 추정하기 어렵다는 결론을 도출할 수 있다. 이러한 이유 때문에 시뮬레이션과 실제 시험결과의 차이를 가져오게 되는 것이다. 본 연구에서 운동체 모델링의 불확실성에 선형화에 의한 불확실성과 꼬리날개의 유체력을 추가한 것이 이러한 이유 때문이다. 캐비테이터의 경우 공동의 크기와 상관없이 물과 완벽하게 접촉해 있지만 꼬리날개는 공동의 크기에 따라 유체력의 크기가 뚜렷하게 변하는 특성을 가진다. 따라서 공동수를 정확히 측정하지 못한다면 모델링을 통해 계산한 유체력이 실제 값과 차이를 보이게 된다. 따라서 모델링 결과를 신뢰하여 제어기를 설계하는 것보다 꼬리날개에 의한 유체력을 불확실성으로 상정하고 이를 추정/보상할 수 있는 L1신경회로망 적응제어기법이 효과적인 제어기법이라고 할 수 있다.

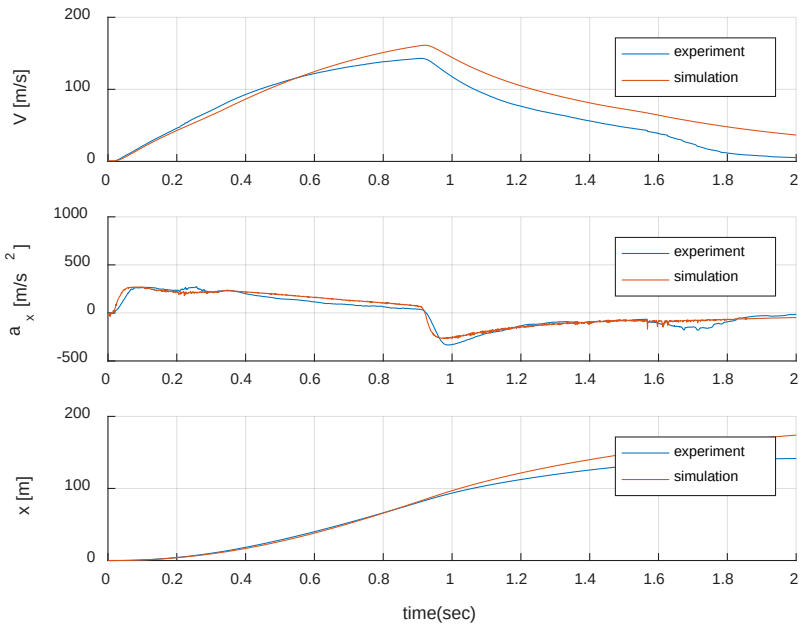


Fig 5-9 Comparison results of experiment and numerical simulation (test 1)

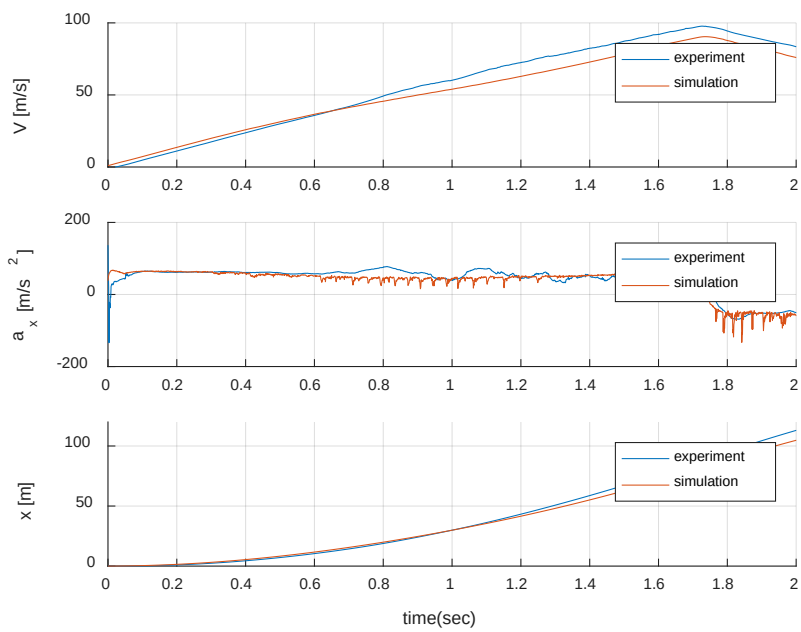


Fig 5-10 Comparison results of experiment and numerical simulation (test 2)

수중주행 시험 결과와 비교를 통해 모델링은 검증하였지만 이는 구속시험 상황을 모사했기 때문에 초공동 수중운동체의 주행특성을 분석하기 어렵다. 따라서 6자유도 수치 시뮬레이션을 통해 공동 및 운동체 동역학의 물리적 특성을 분석하고 모델링을 검증하는 과정을 수행하였다. 개루프 시뮬레이션에서는 추진체 질량 감소에 의한 질량 및 무게중심, 관성모멘트 변화는 고려하지 않았다.

- **종축 개루프 운동 시뮬레이션**

종축 개루프 운동 시뮬레이션 결과를 Fig 5-11과 5-12에 나타내었다.

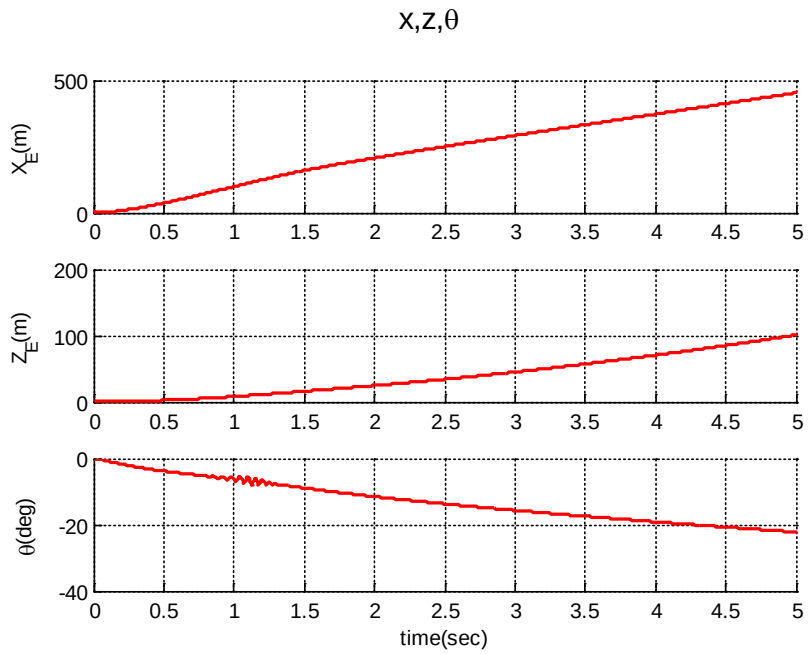


Fig 5-11 Vertical open loop simulation results, position/depth/pitch angle

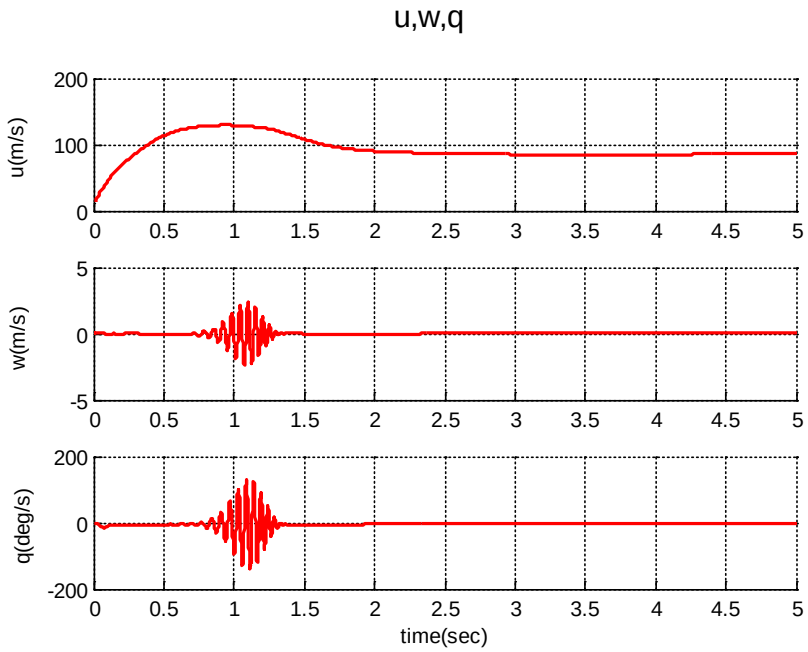


Fig 5-12 Vertical open loop simulation results, forward velocity/heave/pitch rate

자연형 캐비테이터를 사용하였기 때문에 공동의 크기는 속도 및 심도에 의해 결정된다. 여기서, $X_E$ 는 지구고정좌표계에서의 전진방향 이동거리, $Z_E$ 는 심도, $\theta$ 는 종동요각, $u$ 는 몸체고정좌표계에서의 전진방향 속도, $w$는 상하동요 속도, $q$는 종동요각속도이다.

운동체는 발사 후 빠른 가속도를 가지며 속도가 증가한다. 이 때 종동요각은 음의 값을 가지며 서서히 증가한다. 초기에는 속도가 느려 공동이 완전히 발달하지 못하기 때문에 부분공동 상태가 된다. 이 때 운동체 후부가 물에 잠겨있기 때문에 부력이 발생하여 음의 방향 종동요 모멘트를 생성한다. 종동요각이 음의 값을 가지기 때문에 심도 역시 계속해서 증가하게 된다. 운동체의 전진방향 속도는 약 0.7초 부근에서

최대속도에 도달하게 된다. 즉, 이때 공동이 완전히 발달한 상태인 초월공동 상태에 도달했다고 볼 수 있다. 하지만 최대속도에 도달한 이후부터 운동체 상태변수들이 진동하는 것을 볼 수 있다. 이는 공동이 과발달하여 꼬리날개가 복원력을 충분히 발생시키지 못함에 따른 불안정성이다. 운동체가 진동함에 따라 속도가 감소하고 동시에 공동의 크기도 줄어들게 된다. Fig 5-13은 시뮬레이션이 진행됨에 따라 공동수($\sigma$) 및 공동의 길이( $l_{\max}$ )와 반지름( $R_{\max}$ )의 변화를 보여준다. 최대속도 도달한 시점인 약 0.7초에서 공동의 크기 및 반지름 역시 최대의 값을 가진다. 하지만 그 이후부터 지속적으로 감소한다.

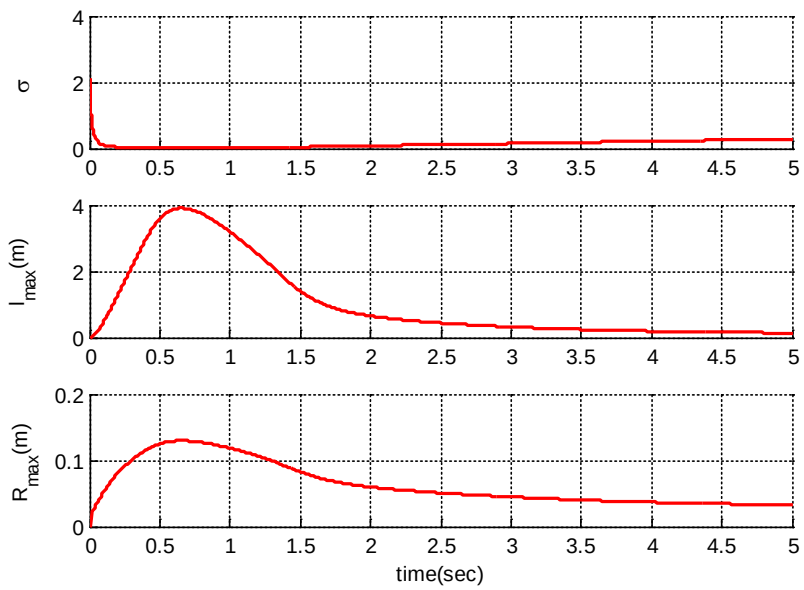


Fig 5-13 Cavity size and cavitation number

- **종/횡축 개루프 운동 시뮬레이션**

다음으로 종/횡축 연성 운동 시뮬레이션 결과를 Fig 5-14 ~ 5-19에 나타내었다. 종/횡축 연성 운동 시뮬레이션에서는 러더의 변위각을 발사 1초후에 0.65 *deg* 변경한다. $X_E$, $Y_E$, $Z_E$는 각각 지구고정좌표계에서의 위치를 나타내며, $\phi$, $\theta$, $\psi$는 각각 오일러각을 나타낸다. $u$, $v$, $w$는 몸체고정좌표 계에서의 속도성분이고 $p$, $q$, $r$은 오일러각속도를 나타낸다. 러더 변위각이 변하기 전까지는 종축 시뮬레이션과 동일한 반응을 보이며 횡축 관련 상태변수들은 모두 0의 값을 가진다. 1초 이후에 러더각도가 변함에 따라 횡축 관련 상태변수들이 값을 가지기 시작한다. Fig 5-15에서 오일러각의 변화를 살펴보면 러더 각도가 변함과 동시에 횡동요각이 증가하는 것을 확인할 수 있다. 러더의 경우 상/하 두 개의 러더가 동일하게 변위각을 변경하기 때문에 횡동요 모멘트가 발생하지 않을 것 같지만 공동의 중심축이 중력 및 받음각에 따라 변하기 때문에 상/하 러더의 액침 깊이가 달라 발생하는 힘의 불균형이 횡동요 모멘트를 발생시킨다. Fig 5-18은 공동 중심축의 변화를 보여준다. 공동 중심축은 러더의 변위각을 변경하기 이전에는 $Z_E$ 축으로만 변형이 생기고 1초 이후에는 $Y_E$ 축으로의 변형도 발생하게 된다. 발사 초반에 공동 중심축 변형이 상대적으로 큰 것을 확인할 수 있는데 이는 공동 중심축 변형은 캐비테이터 각도가 변하지 않을 경우에 중력에 의해서만 발생하기 때문이다. 중력에 의한 변형은 운동체의 속도에 관련된 Froude 수에 의해 결정되기 때문에 비교적 속도가 낮은 구간에서 변형이

두드러진다.

Fig 5-19는 운동체 액침의 방향과 플레이닝 힘/모멘트를 보여준다. 여기서 플레이닝 방향( $\phi_p$ )은 플레이닝의 실제 발생을 보여주는 것이 아니고 플레이닝이 일어났을 경우의 방향을 나타낸다. 실제 플레이닝에 의한 유체력은 운동체의 액침이 생겼을 때 발생한다. 플레이닝에 의한 힘과 모멘트가 약 1.4초를 전후하여 발생하는 것을 볼 수 있는데 이는 공동의 크기가 감소하여 운동체와 공동 사이의 플레이닝 여유가 없어지기 때문으로 볼 수 있다.

초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 기반으로 수행된 수치 시뮬레이션 결과는 제안된 모델링 기법이 초공동 수중운동체의 동역학적 특성을 반영할 수 있음을 보여준다.

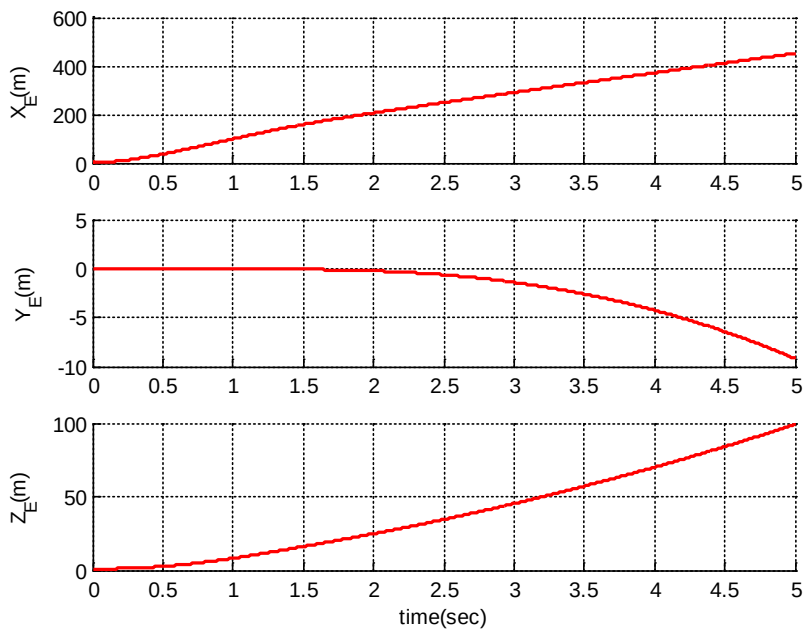


Fig 5-14 Time response of vehicle position

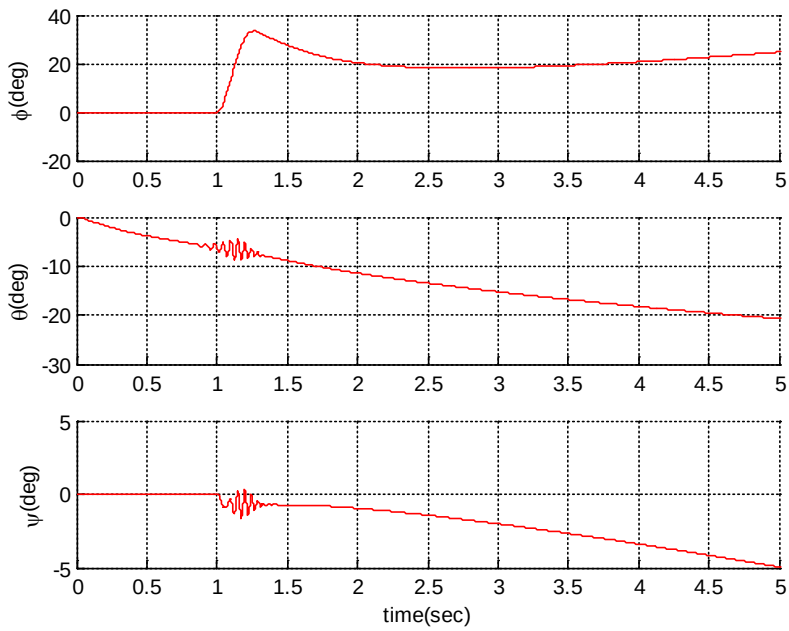


Fig 5-15 Time response of Euler angle

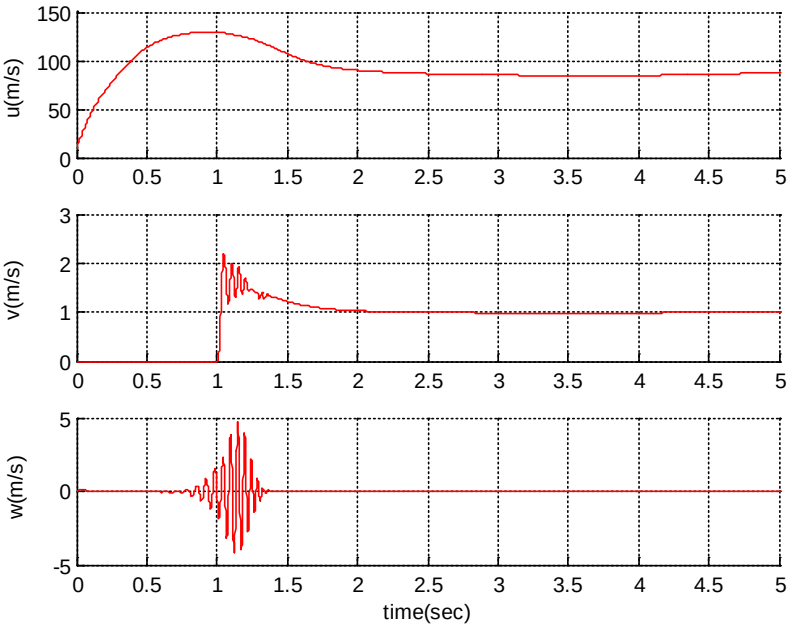


Fig 5-16 Time response of linear velocity

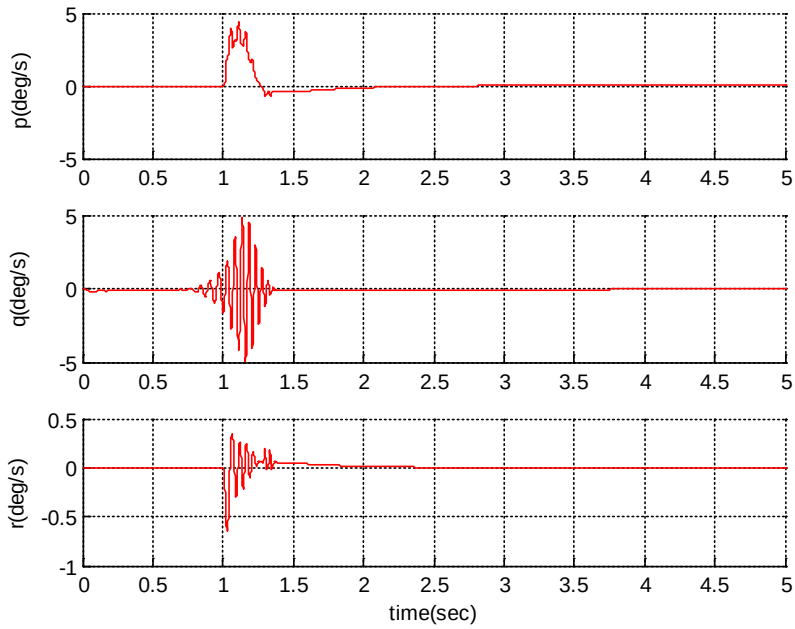


Fig 5-17 Time response of angular velocity

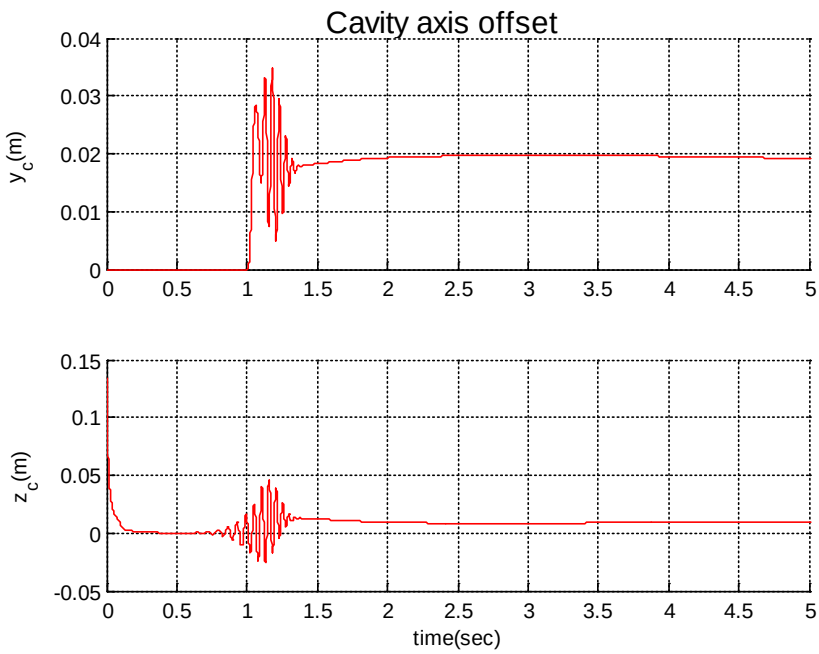


Fig 5-18 Cavity axis offset from $X_B$-axis

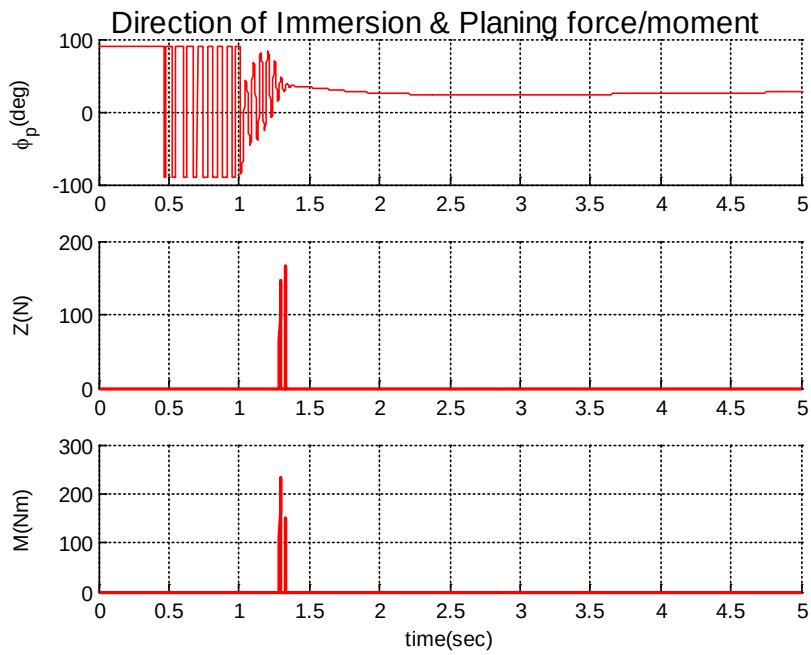


Fig 5-19 Direction of immersion and planing force/moment

# 6 운항영역 보호기법 성능검증

## 6.1 공동수 제어 기반 운항영역 보호기법

공동수 제어를 통한 플레이닝 회피 알고리즘의 성능을 확인하기 위하여 시뮬레이션이 수행되었다. 세 가지 경우의 시뮬레이션이 수행되었는데 첫 번째는 일정한 공동수를 유지하는 경우이고 두 번째는 플레이닝 관측만으로 공동수를 제어하는 경우이고 마지막은 플레이닝 및 안정성을 모두 관측하여 제어를 수행하는 경우이다. 시뮬레이션 시나리오는 운동체의 심도를 각각 3초, 6초에 급변하는 명령을 주는 시나리오이다.

### 6.1.1 목표 공동수 고정 시뮬레이션

첫 번째 시뮬레이션 시나리오는 공동수를 일정하게 유지하는 경우이다. 공동수가 일정하게 유지되기 때문에 공동의 크기가 일정하다. 따라서 운동체의 자세가 급변하게 되면 플레이닝이 발생할 수 있다. Fig 6-1은 심도, 종동요각, 종동요각속도의 변화를 보여준다. 심도 명령이 생성되는 3초, 6초에 운동체 종동요각 명령이 급격히 발생하게 되고 이 때 종동요각을 변화시킴에 따라 플레이닝과 진동현상이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이 때 발생하는 플레이닝 힘과 모멘트를 Fig 6-2에 나타내었다.

약 0.3초에 발생하는 플레이닝은 초반에 공동이 완전하게 발달하지 않은 상태에서 발생하는 플레이닝 유체력이다. 하지만 이 때 운동체의

속도 역시 빠르지 않기 때문에 그 크기가 비교적 작아 운동체의 안정성에 미치는 영향이 크지 않다.

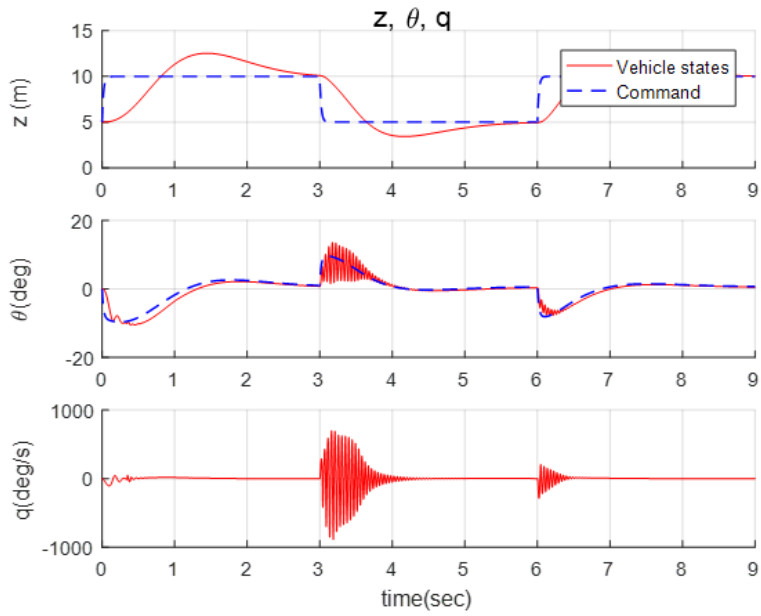


Fig 6-1 Time response of vehicle states with constant cavitation number

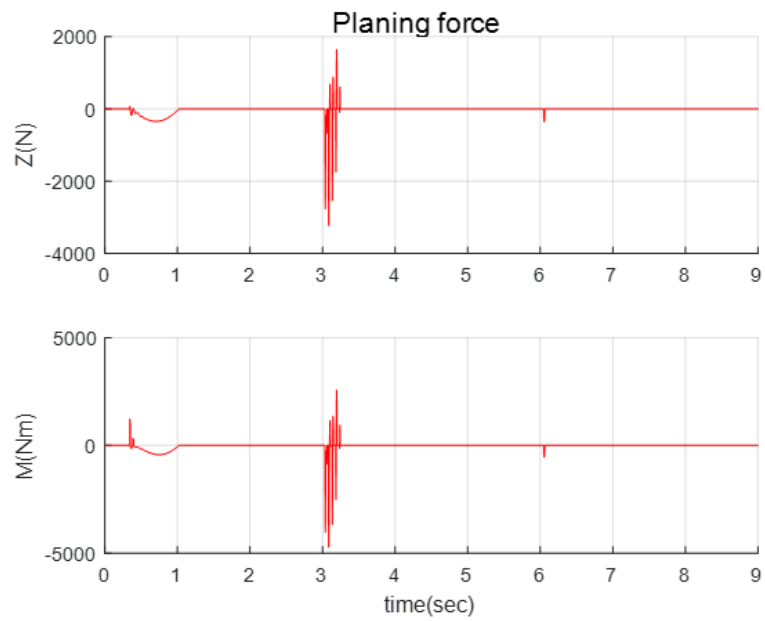


Fig 6-2 Planing force and moment with constant cavitation number

### 6.1.2 플레이닝 회피 공동수 사용

두 번째 시뮬레이션 시나리오는 플레이닝 회피 공동수를 사용하여 목표 공동수를 설정하고 제어하는 시나리오이다. 동일한 시뮬레이션 환경에서의 결과를 Fig 6-3과 6-4에 나타내었다. 목표 공동수를 일정하게 유지하는 경우에 비교하면 플레이닝이 줄어든 것을 확인할 수 있다. 하지만 운동체의 종동요각이 급변하는 3초와 6초에서는 플레이닝이 제거됨을 확인하였지만 여전히 고주파 진동현상이 존재한다. 이는 플레이닝을 제거하기 위해 설정한 목표 공동수가 운동체를 불안정하게 만드는 공동의 크기를 목표로 하기 때문이다.

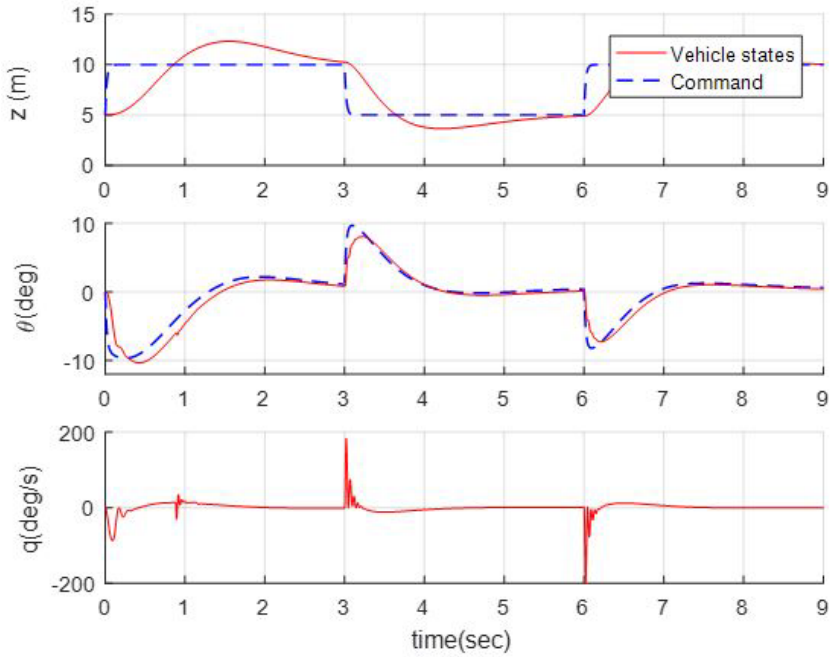


Fig 6-3 Time response of vehicle states with planing cavitation number

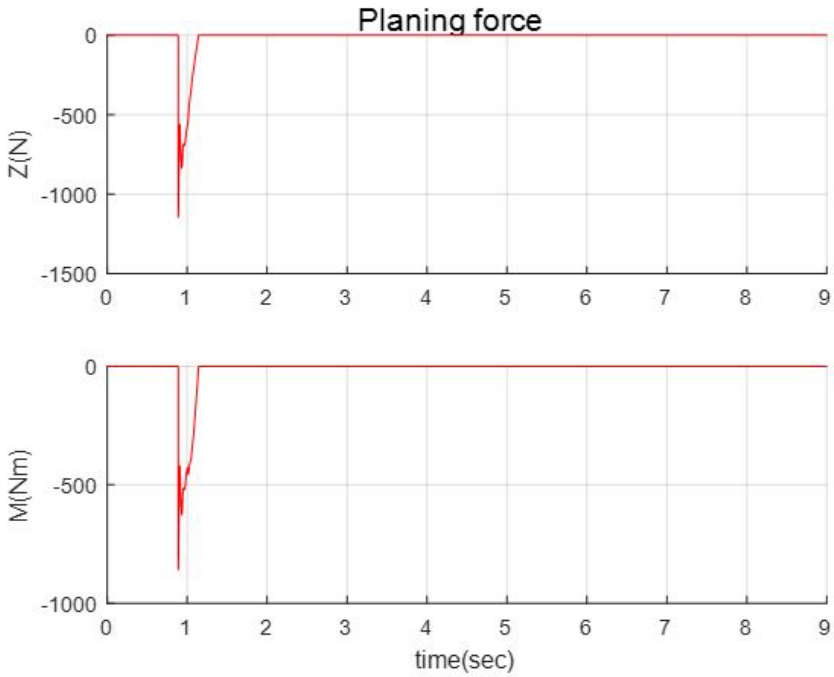


Fig 6-4 Planing force and moment with constant planing cavitation number

### 6.1.3 플레이닝 회피 공동수 + 안정화 사용

세 번째 시뮬레이션에서는 플레이닝 회피와 안정화를 모두 적용하여 공동수 제어를 수행하였다. Fig 6-5 의 결과를 보면 운동체 불안정성에 기인한 고주파 진동현상은 물론 플레이닝도 제거됨을 확인할 수 있다. Fig 6-6은 동일한 조건에서 안정화를 사용한 경우와 사용하지 않은 경우 운동체 종동요각속도를 보여준다. 안정화를 사용하는 경우 진동현상이 확연히 줄어듦을 확인할 수 있다. Fig 6-7은 선형 운동체 동역학의 고유값과 댐핑을 보여준다. 본 연구에서 경계 고유값을 -15로 설정했기 때문에 3초와 6초에 운동체의 고유값이 경계 고유값보다 커지는 경우 한계보호시스템이 작동하여 경계 고유값에 수렴하도록 공동수를

제어한다. Fig 6-8은 안정화 사용 유무에 따른 운동체 꼬리날개의 액침 깊이를 보여준다. 꼬리날개 액침 깊이가 작은 경우 꼬리날개의 복원 모멘트가 줄어들어 운동체가 불안정하게 된다. 안정화를 사용하는 경우에 꼬리날개의 액침 깊이가 항상 60% 이상으로 유지되는데 반해 안정화를 사용하지 않은 경우 최소 30% 이하까지 떨어지는 것을 확인할 수 있다.

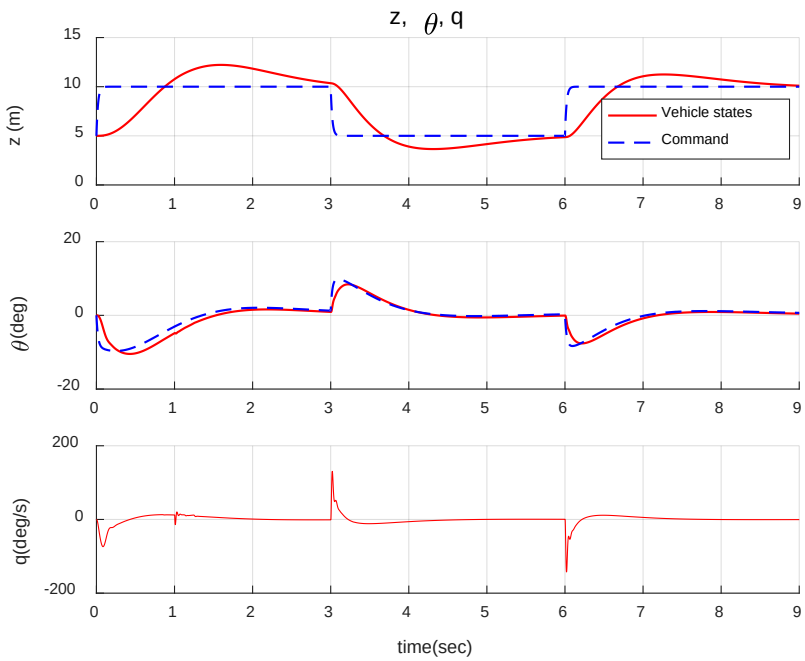


Fig 6-5 Time response of vehicle states with suggested

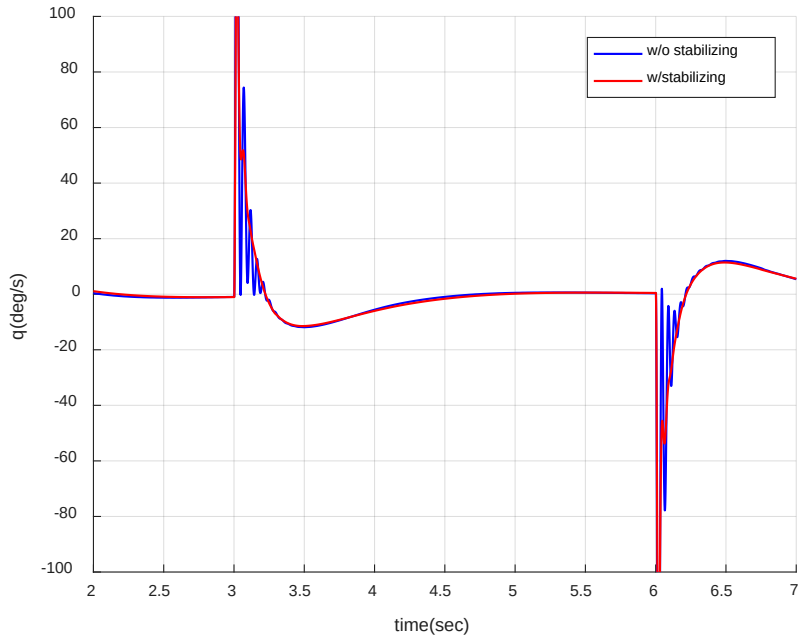


Fig 6-6 Pitch rate vibration reduction with stabilizing

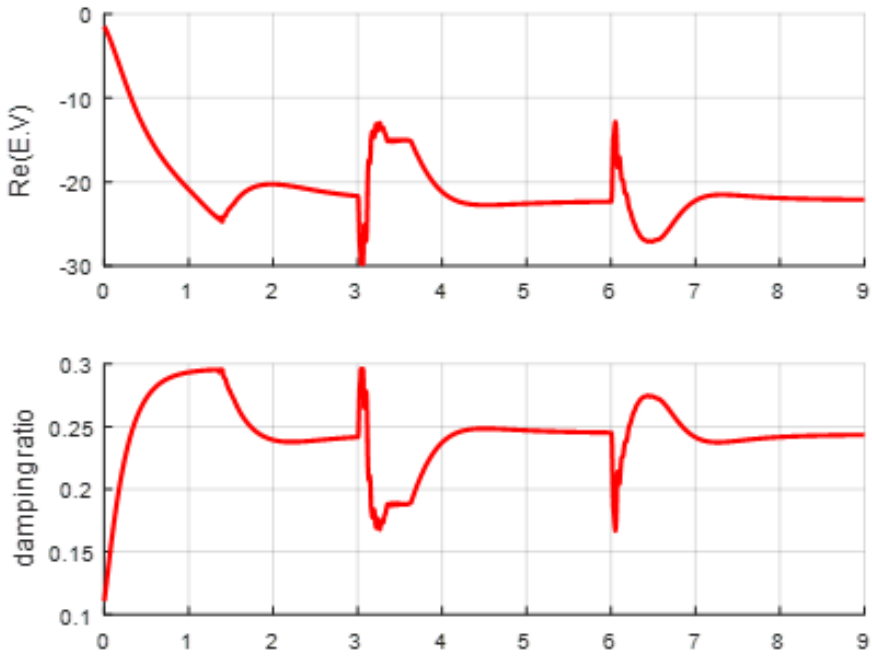


Fig 6-7 Real part of Eigen value and damping ratio

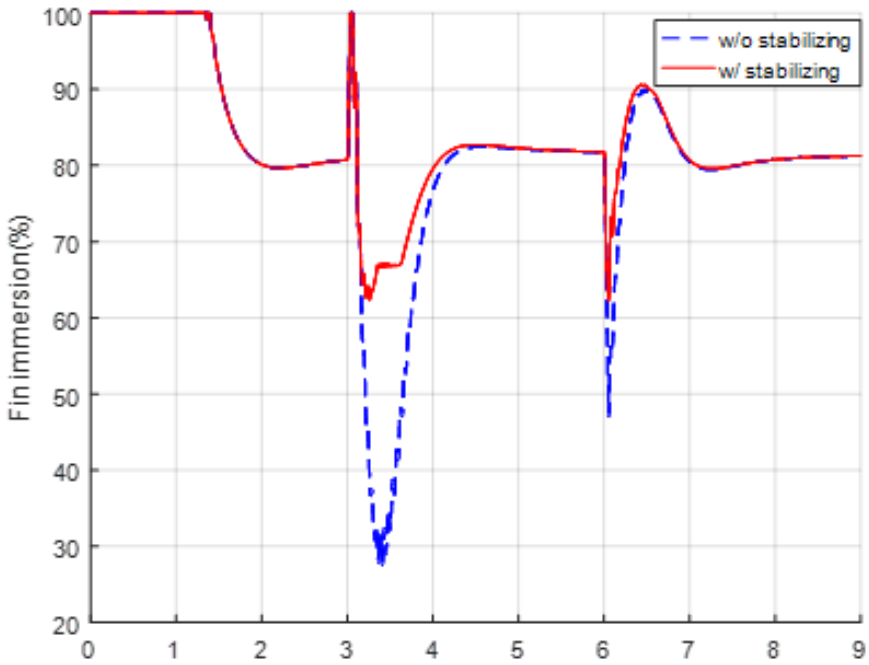


Fig 6-8 Fin immersion depth w/ and w/o stabilizing

세 종류의 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 공동수 제어를 통한 한계보호기법이 운동체를 안정하게 하는 것을 확인할 수 있다. 하지만 공동수를 제어하는 것은 초공동 수중운동체 내부에 위치한 가스발생기의 성능과 공동수를 측정하는 센서의 정확도가 보장되어야 한다. 또한 공동에 주입하는 가스의 분사량과 공동수의 관계를 정확히 모델링 해야 한다. 본 연구에서는 이러한 조건들이 선행되었다고 가정하고 공동수 제어를 통한 한계보호기법에 대한 연구를 진행하였다.

## 6.2 L1 적응제어기법 기반 운항영역 보호기법

### 6.2.1 포텐셜기반 한계보호기법 시뮬레이션

포텐셜기반 한계보호기법의 성능을 검증하기 위해 목표 종동요각($\theta_d$)과 한계보호 유발점($\theta_t$)을 각각 5°, 4°로 설정하였다. 또한 tracking controller의 종동요각 명령($q_r$)을 처음 5초는 $+0.1rad/s$, 나중 5초는 $-0.1rad/s$로 설정한 후 시뮬레이션을 수행하였다.

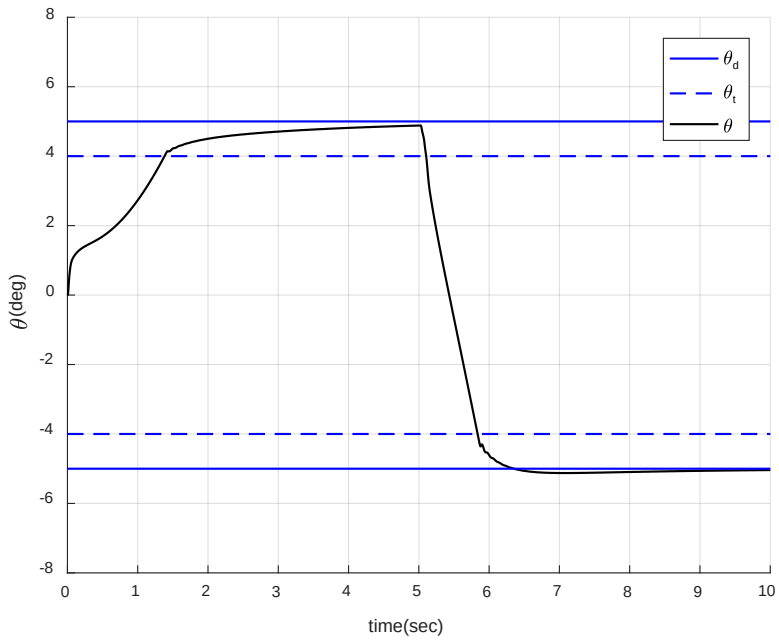


Fig 6-9 Pitch angle response with limit protection system

Fig 6-9는 종동요각의 변화를 보여준다. 종동요각은 0° 에서부터 출발하여 유발점을 지나면서부터 기울기가 감소하여 5초에 다다를 때는 목표 종동요각에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 이 때 Fig 6-10의

명령을 살펴보면 종동요각이 유발점을 넘는 순간부터 포텐셜의 척력이 발생하여 한계보호시스템에 의한 명령이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 5초 이후의 종동요각과 종동요각 명령 역시 비슷한 경향을 보인다.

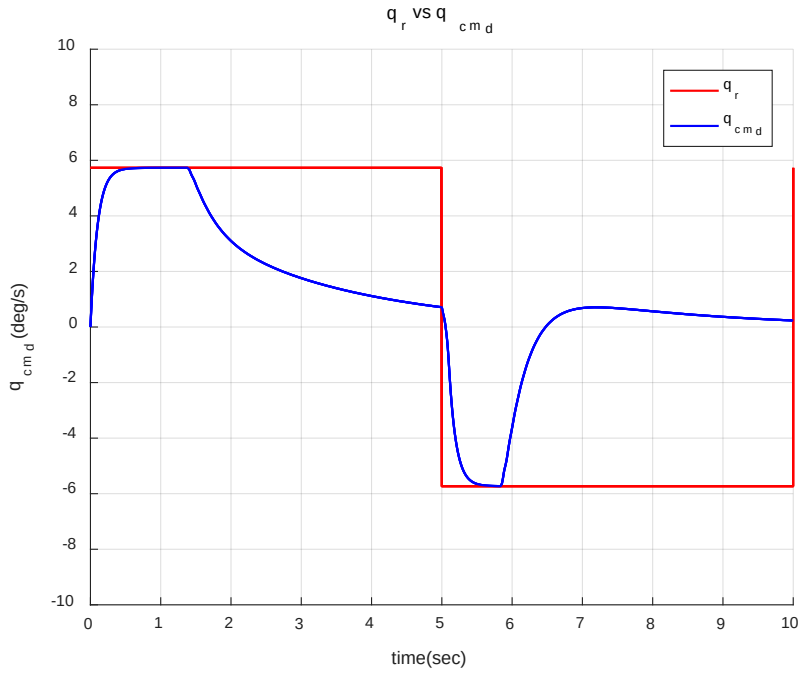


Fig 6-10 Pitch rate tracking command and limit protection command

### 6.2.2 L1 적응제어기반 운항영역 보호성능

- **명령추종 성능 시뮬레이션**

제안된 L1적응제어기의 명령추종성능을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 명령추종성능의 검증은 설계된 제어기가 주어진 종동요각속도 명령을 추종할 수 있는지를 판단하는 것이다. L1 적응제어기 설계에 사용된 신경회로망의 은닉층 뉴런 개수는 36개이다. 파라미터 Projection에서 사용된 가중치 함수의 최대 값 $W^*$ 는 0.01이다. Gaussian function은 -1과 1사이에서 균일하게 분포시켰으며 반경은 각 뉴런 사이의 거리와 같다. 가중치 벡터의 초기값은 0이다. 적응게인 $\Gamma$ 는 100으로 설정하였으며 $C(s)$ 는 다음과 같다.

$$C(s) = \frac{\omega KD(s)}{(1+\omega KD(s))}$$
$$D(s) = \frac{500}{s(s+500)}, \omega K = 50$$

LQR 제어기에 사용한 가중치는 다음과 같다.

$$Q = 50I_{2\times 2},\ R = 1$$

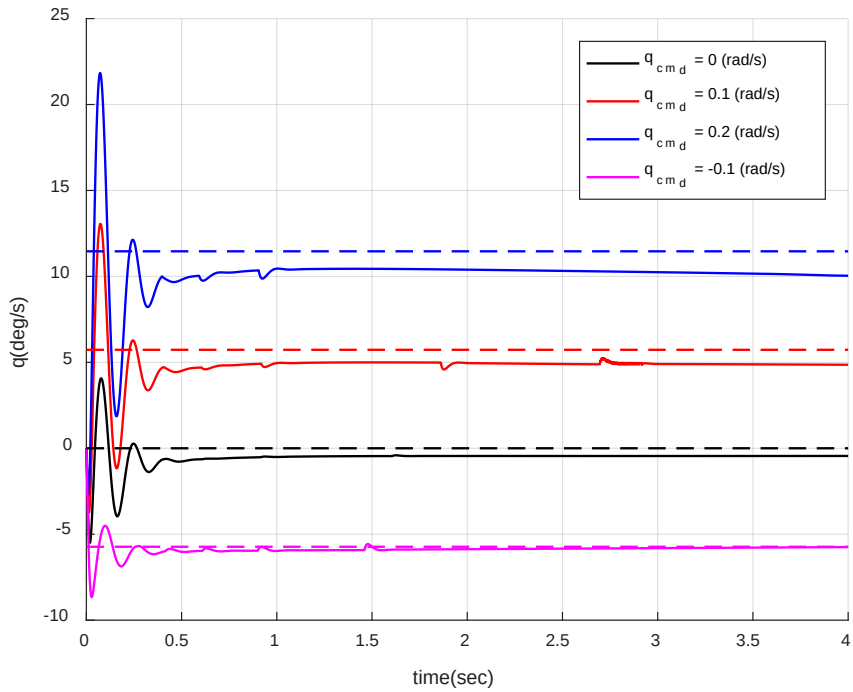


Fig 6-11 Pitch rate command tracking performance

Fig 6-11은 주어진 종동요 각속도 명령에 대한 추종성능을 보여준다. 종동요 각속도 명령이 음의 값을 가질 때 추종 오차가 줄어드는 것을 확인할 수 있다. L1 신경회로망 기반 적응제어기법은 명령 추종 오차를 0으로 수렴하는 것을 보장하지 않고 추종 오차의 유계성을 보장한다. 따라서 모델링 불확실성이 줄어들수록 추종 오차의 유계범위가 줄어들게 된다. 운동체 동역학을 추정/보상하는 상태관측기는 중력에 의한 힘이 포함되어 있지 않다. 따라서 음의 종동요 각속도 명령을 추종할 때 중력에 의한 효과가 상대적으로 줄어들기 때문에 이와 같은 결과를 가져온다. Fig 6-12은 동일한 상황에서 제어입력의 변화를 보여준다.

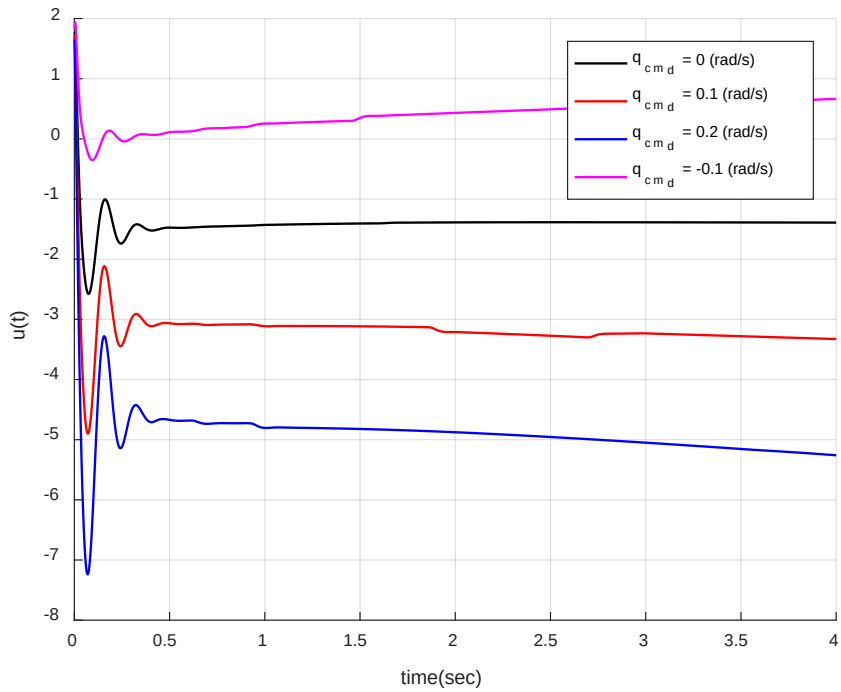


Fig 6-12 Control history of pitch rate tracking

- **운항영역 보호 시뮬레이션**

포텐셜기반 한계보호기법과 L1 신경회로망 적응제어기법의 통합하여 전체 시스템을 구성한 후 운항영역 보호 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 조건은 표 6-1과 같다.

Table 6-1 Simulation condition

| | |
|---|---|
| 초기 심도 | $20m$ |
| 심도 변경 | $\pm 15m$ |
| 목표 종동요각($\theta_d$) | $5°$ 고정 |
| | $\theta_{\lim} \mp 3.5°$ |
| 한계보호 유발점($\theta_t$) | $4°$ 고정 |

종동요각속도 명령은 tracking controller에서 생성된다. Tracking controller에서 사용한 제어기는 PID제어기이며 제어게인 다음과 같다.

Table 6-2 PID gain in tracking controller

| 제어게인 | 값 |
|---|---|
| $K_P$ | 0.015 |
| $K_D$ | 0.01 |
| $K_I$ | 0 |

시뮬레이션은 두 가지 조건에서 수행되었다. 첫 번째 조건은 목표 종동요각과 한계보호 유발점을 일정한 상수로 유지하는 것이다. 설계 시 운동체 주요 제원 및 정상상태에서의 공동과 운동체 상태변수를 설정하고 나면 종동요각의 한계를 보수적으로 얻을 수 있다. 종동요각의

한계를 얻고 나면 목표 종동요각 및 한계보호 유발점을 종동요각 한계를 넘지 않는 값으로 정할 수 있다. 두 번째 조건은 목표 종동요각을 실시간으로 추정한 종동요각 한계와 일정한 차이를 두고 설정하는 방법이다. 이 경우 변화하는 종동요각의 한계를 반영할 수 있지만 제어기의 천이구간 수렴성이 떨어지는 경우에는 불안정해 질 수 있는 가능성이 있다. Fig 6-13은 고정된 목표 종동요각을 사용하여 운동체의 종동요각을 보호하는 시뮬레이션의 결과를 보여준다. 운동체의 종동요각이 설정된 목표 종동요각에 빠른 속도로 수렴하며 운항영역이 보호되는 것을 확인할 수 있다.

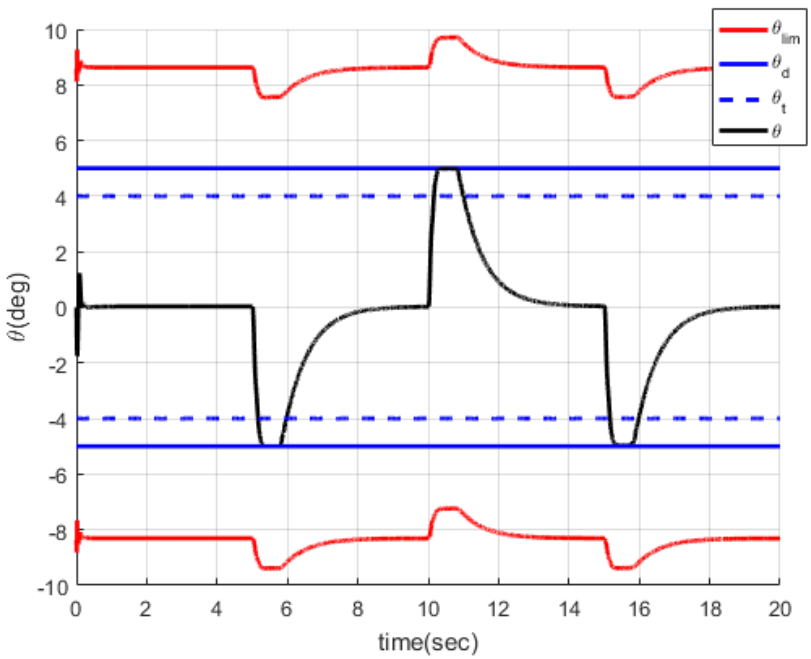


Fig 6-13 Pitch angle limit protection results with constant $\theta_d, \theta_t$

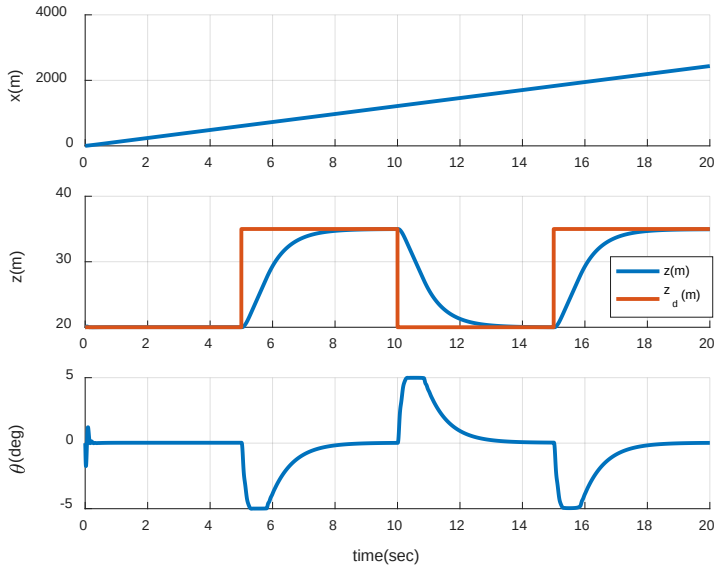


Fig 6-14 Time response of position, depth, pitch angle with constant $\theta_d, \theta_t$

Fig 6-14는 운동체의 발사거리, 심도 및 종동요각을 보여준다. 본 연구에서 사용한 시스템에 인가되는 최초 명령은 목표 심도( $z_d$ )이다. 목표 심도가 결정되면 이를 추종하기 위한 종동요각속도 명령이 생성되고 이를 추종하기 위한 제어입력이 결정된다. Fig 6-14의 결과는 종동요각의 제한을 설정하더라도 목표 심도를 충분히 추종할 수 있음을 보여준다. Fig 6-15은 전진방향 속도, 상하동요 속도, 종동요각속도를 보여준다. 전진방향 속도는 운동체의 종동요각이 변하는 구간에서 약간의 변화가 보이지만 그 정도가 미미하다. 제안된 제어기가 종동요각 명령을 추종함에 있어 오버슈트가 발생하지만 짧은 시간 내에 다시 추종하는 것을 확인할 수 있다. Fig 6-16는 tracking controller에서 생성된 명령( $q_r$ )과 포텐셜기반 한계보호시스템에서 발생한 명령( $q_{cmd}$ )의 차이를

보여준다. 종동요각의 한계를 보호하기 위하여 심도 변화 명령이 생성될 때 $q_{cmd}$ 는 $q_r$ 보다 작은 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. Fig 6-17은 L1 신경회로망 기반 적응제어기에서 발생한 제어입력을 보여준다. 이 제어입력은 캐비테이터의 명령 변위각과 같다. Fig 6-18은 상태관측기의 상태추종성능을 보여준다. 본 연구에서 상태변수로 설정한 상하동요 속도와 종동요각속도를 실제 값과 거의 비슷하게 추종할 수 있음을 확인할 수 있다. 이는 신경회로망을 통한 모델링 불확실성 근사화 성능이 뛰어남을 보여주는 결과이다. Fig 6-19, 6-20은 신경회로망 학습을 통해 추정된 모델링 불확실성($\Delta_0, \Delta_1$) 과 가중치 벡터를 보여준다.

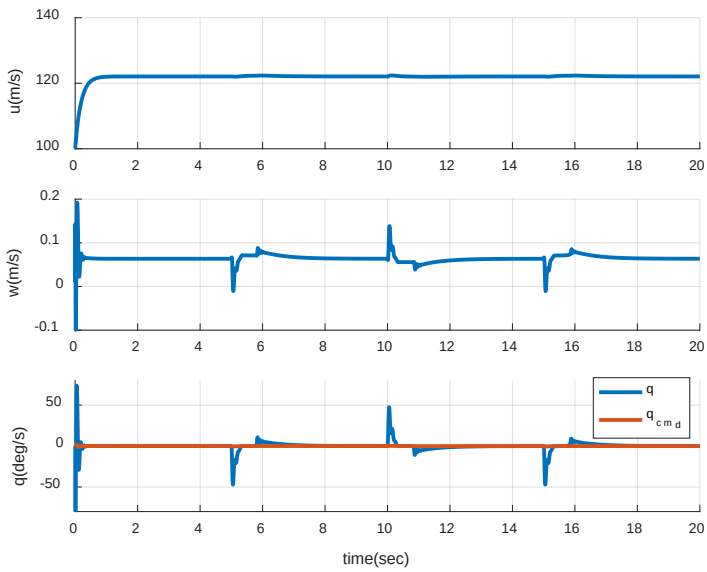


Fig 6-15 Time response of forward and heave velocity, pitch rate with constant $\theta_d, \theta_t$

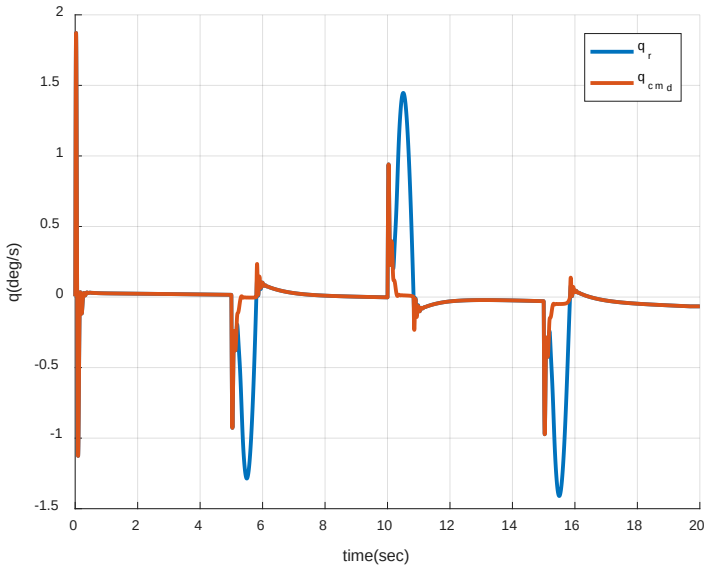


Fig 6-16 Tracking signal and envelope protection signal with constant $\theta_d, \theta_t$

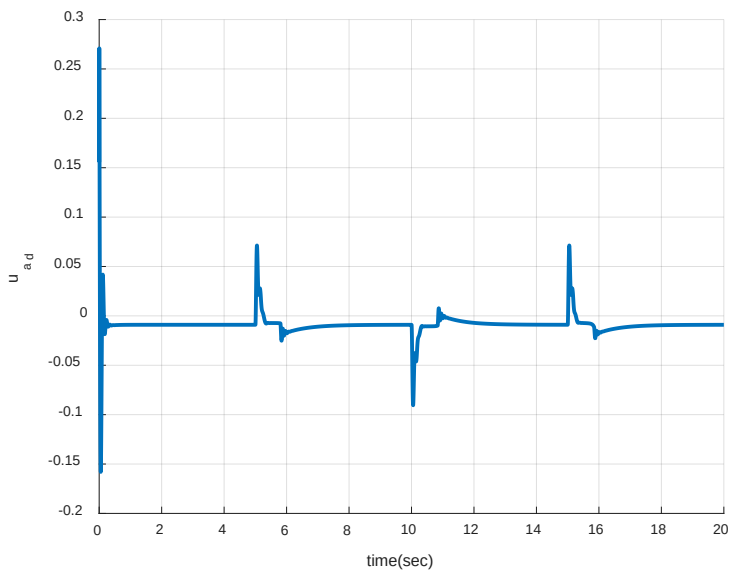


Fig 6-17 Adaptive signal with constant $\theta_d, \theta_t$

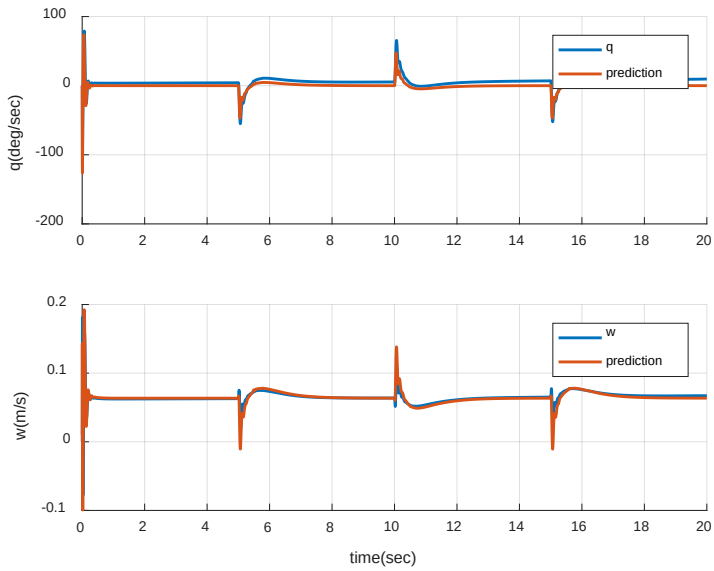


Fig 6-18 Pitch rate and heave velocity prediction

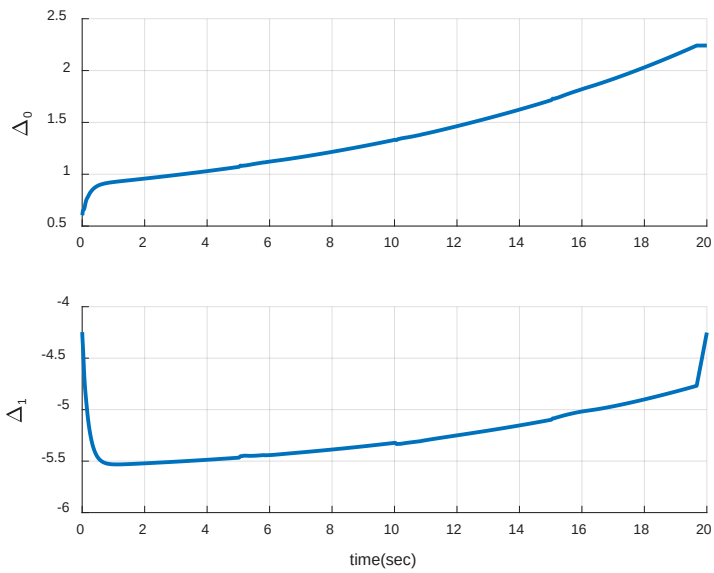


Fig 6-19 Estimated modeling uncertainty with constant $\theta_d, \theta_t$

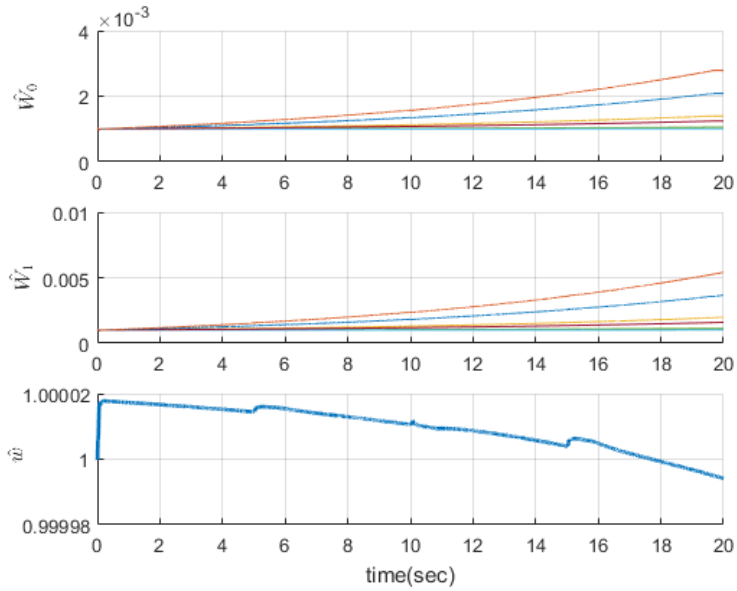


Fig 6-20 Neural network weight and uncertain input gain with constant $\theta_d, \theta_t$

일정한 목표 종동요각을 가진 경우에는 제안된 기법의 성능이 뛰어남을 확인할 수 있었다. 목표 종동요각을 종동요각의 한계에 따라 변화시키는 경우의 시뮬레이션 결과를 Fig 6-21 ~ 6-28에 나타내었다. 목표 종동요각이 변하는 상황에서도 제안된 제어기가 목표 종동요각을 추정하는 것을 확인할 수 있다.

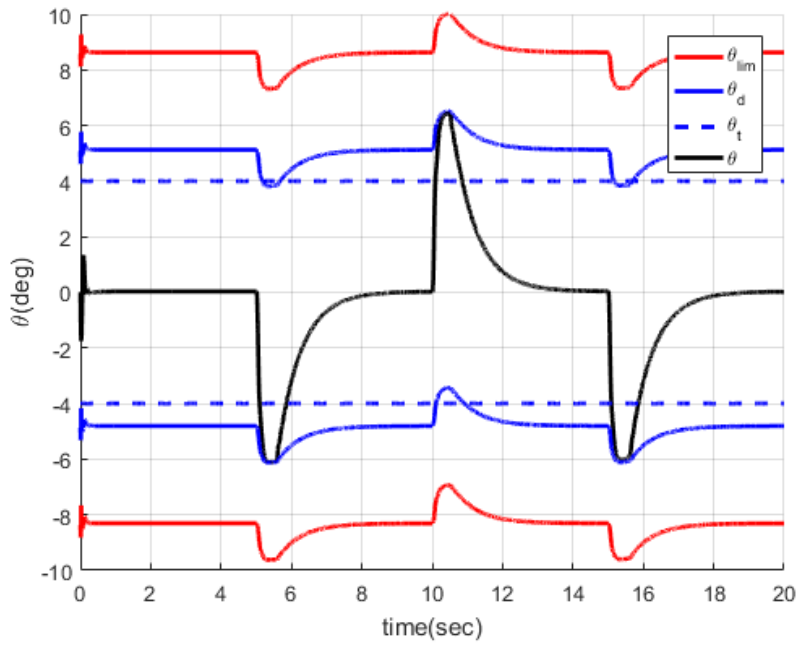


Fig 6-21 Pitch angle limit protection results with varying $\theta_d$

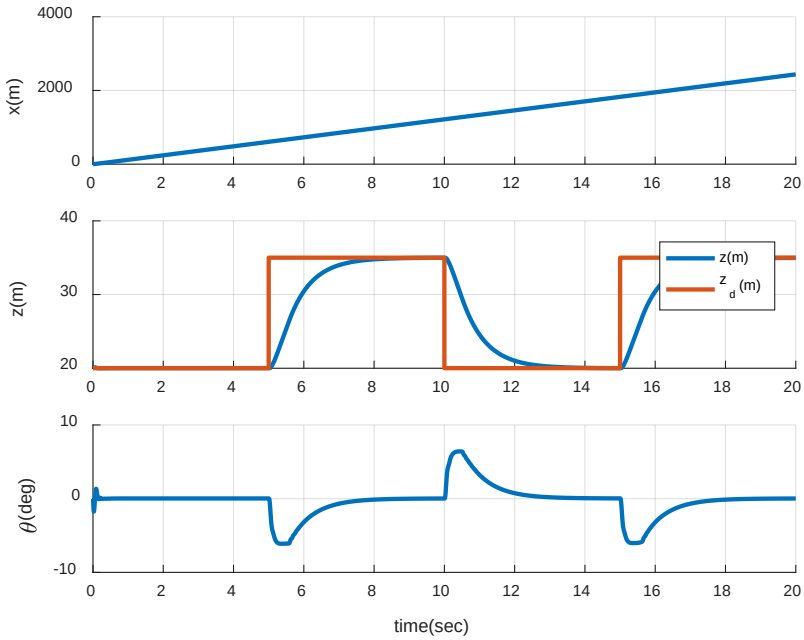


Fig 6-22 Time response of position, depth, pitch angle with varying $\theta_d$

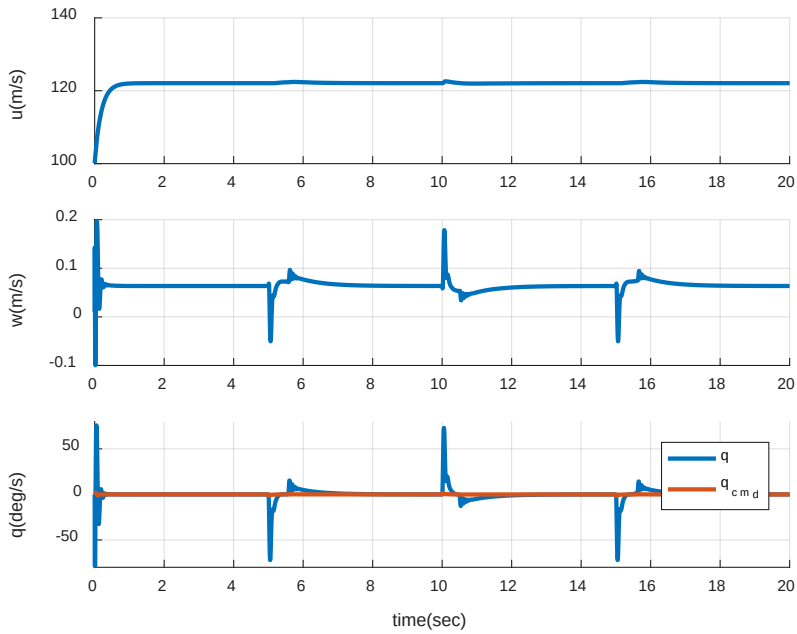


Fig 6-23 Time response of forward and heave velocity, pitch rate with varying $\theta_d$

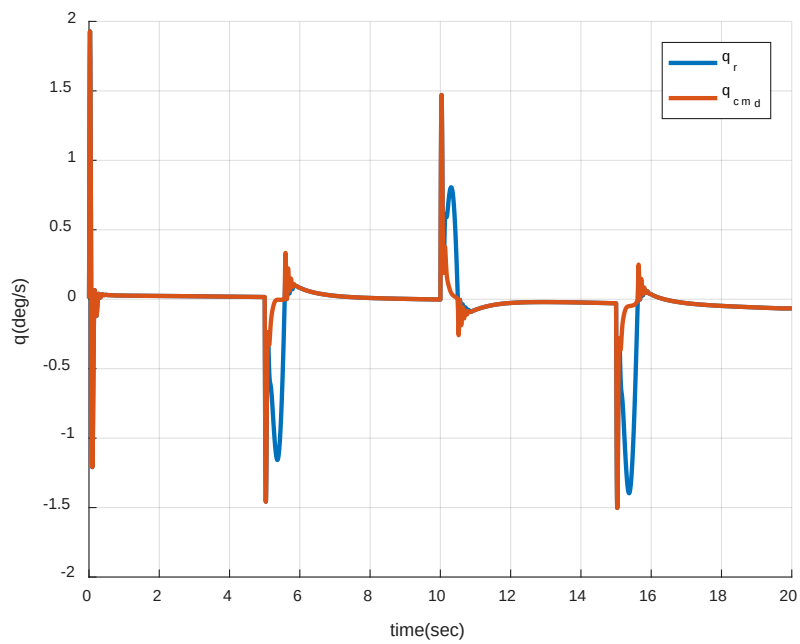


Fig 6-24 Tracking signal and envelope protection signal with varying $\theta_d$

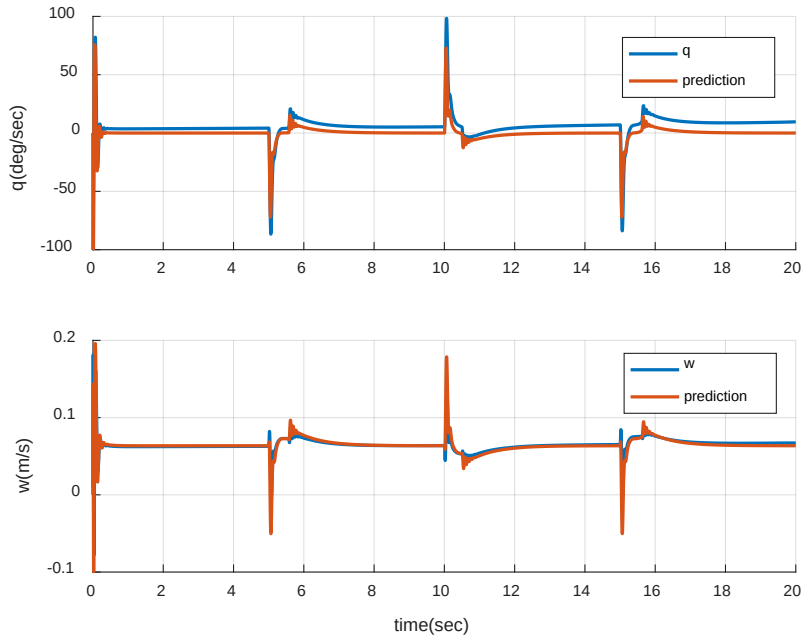


Fig 6-25 Pitch rate and heave velocity prediction

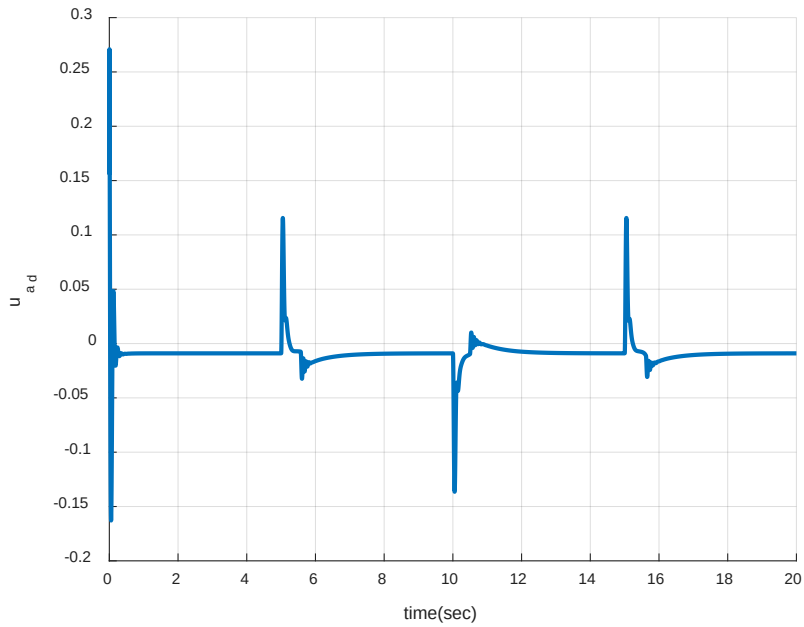


Fig 6-26 Adaptive signal with varying $\theta_d$

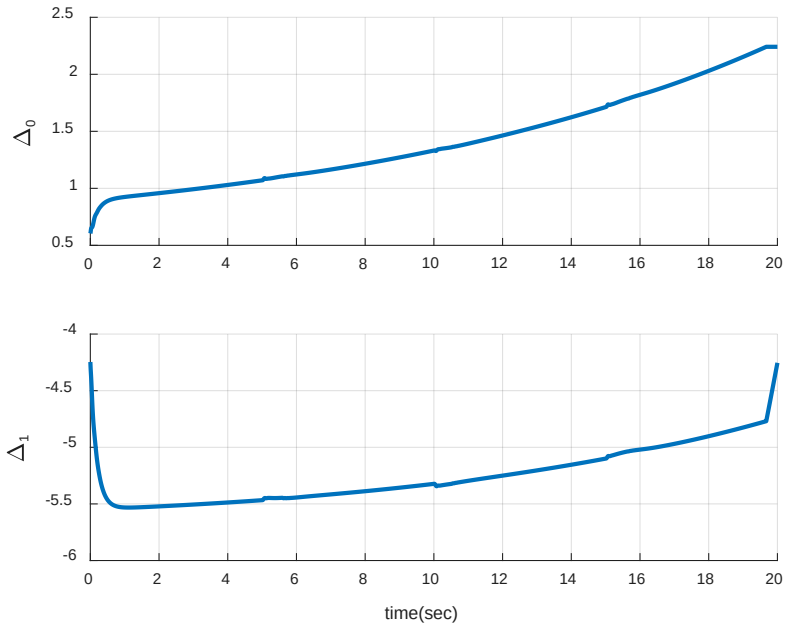


Fig 6-27 Estimated modeling uncertainty with varying $\theta_d$

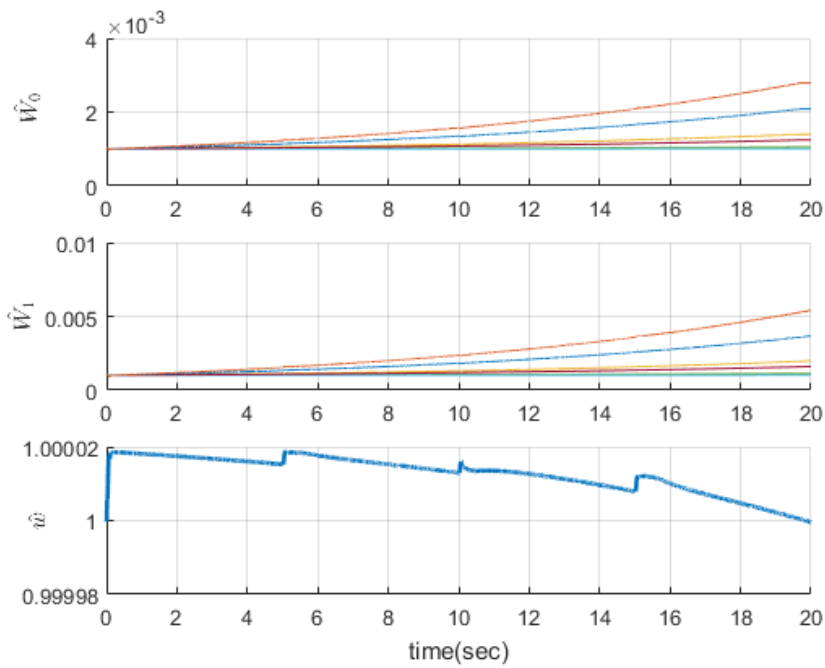


Fig 6-28 Neural network weight and uncertain input gain with varying $\theta_d$

### 6.2.3 강건성 및 적용가능성 분석

본 연구에서 제안된 L1 신경회로망 기반 적응제어기법의 기존 제어기법 대비 장점은 운동체 동역학 모델링에서 발생하는 불확실성을 추정하고 보상할 수 있다는 점이다. 이번 절에서는 초공동 수중운동체를 실제로 운용하는 상황을 상정하여 제안된 제어기법의 적용 가능성을 검증한다. 강건성을 검증하기 위해서 추진체 소모에 따른 운동체 질량, 무게중심, 관성모멘트 변화를 반영한 가변 질량 시스템에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 또한 실제 적용가능성을 검증하기 위해서 제어판 구동기 동역학과 상태변수 관측 센서의 잡음 및 계측 주기를 반영하였다.

- **추진체 소모에 따른 불확실성 고려**

추진체의 질량 및 관성모멘트, 무게중심 변화는 기존에 수행된 초공동 수중운동체 수중주행시험 데이터를 기반으로 추정하였고, 이를 Table 6-3에 나타내었다.

Table 6-3 Mass, c.g and moment of inertia change

| | 발사 직후($t_0$) | 추진체 완전소모($t_f$) |
|---|---|---|
| 운동체 질량 ($m$) | 682.7 $kg$ | 595.1 $kg$ |
| 무게중심 위치 ($x_g$) | 0 | 470 $mm$ |
| $I_x$ | 10.22 $kg \cdot m^2$ | 8.99 $kg \cdot m^2$ |
| $I_y$ | 829.30 $kg \cdot m^2$ | 788.69 $kg \cdot m^2$ |
| $I_z$ | 829.30 $kg \cdot m^2$ | 788.69 $kg \cdot m^2$ |

또한 추진체 소모에 따른 질량, 무게중심 및 관성모멘트 변화량이 기준보다 50%와 100% 증가하였을 때를 Table 6-4와 같이 정의하고 이를 시뮬레이션에 이용하였다.

Table 6-4 Mass, c.g and moment of inertia uncertainty

| | | 기준 ($k_m = 1.0$) | $k_m = 1.5$ | $k_m = 2.0$ |
|---|---|---|---|---|
| 질량 변화율 | | 12.82 % | 12.82 % | 25.64 % |
| 무게중심 변화율 | | 1.92 % | 2.88 % | 3.84 % |
| 관성모멘트 변화율 | $I_x$ | 11.92 % | 17.88 % | 23.84 % |
| | $I_y$ | 4.9 % | 7.35 % | 9.8 % |
| | $I_z$ | 4.9 % | 7.35 % | 9.8 % |

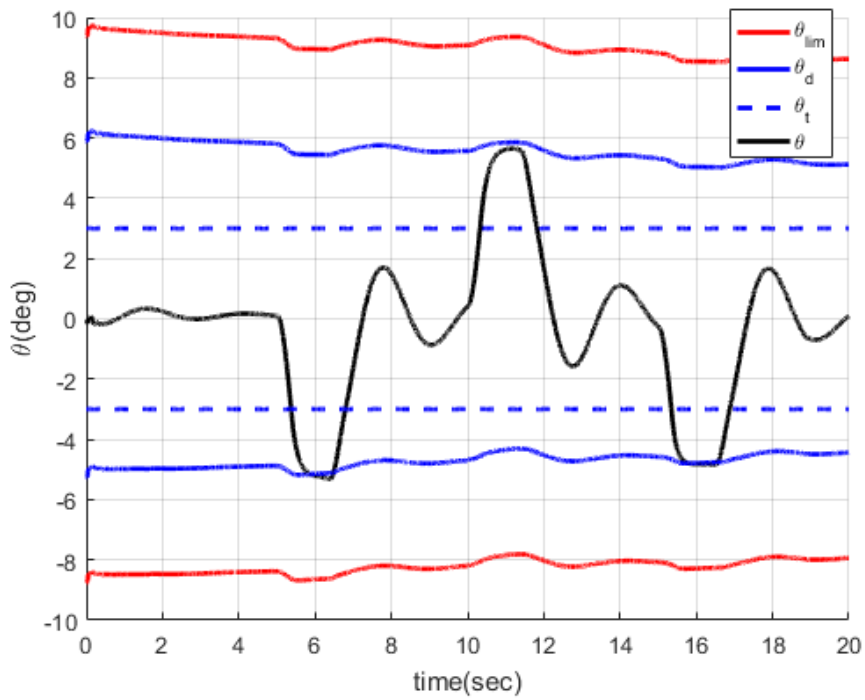


Fig 6-29 Pitch angle limit protection results with variable mass, $k_m = 1.0$

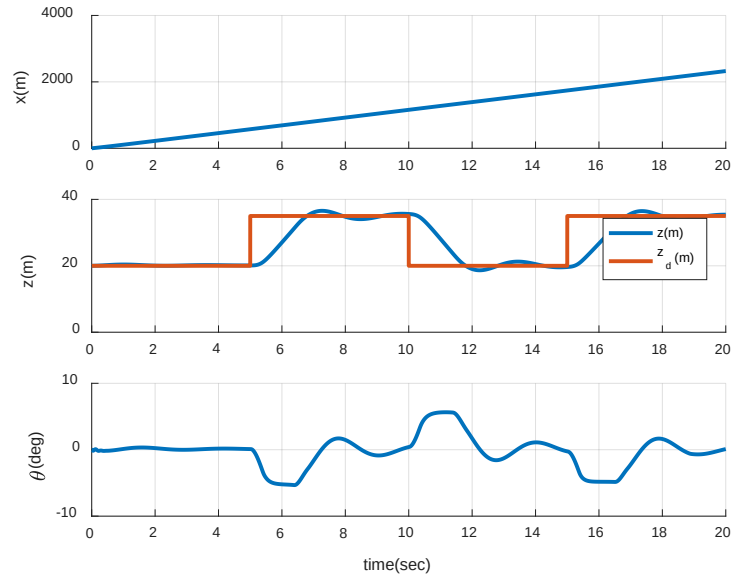


Fig 6-30 Time response of position, depth, pitch angle with variable mass, $k_m = 1.0$

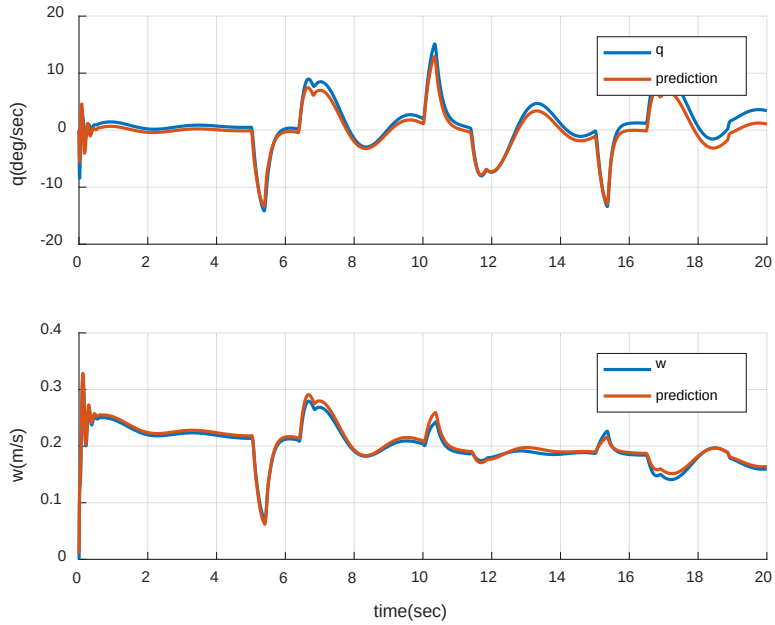


Fig 6-31 Pitch rate and heave velocity prediction with variable mass, $k_m = 1.0$

Fig. 6-29 ~ 6-31는 추진체 소모에 따른 변화량이 기준값 ($k_m = 1.0$) 과 동일할 때 L1 적응제어기반 운항영역 보호기법의 결과를 보여준다. 상태 관측기에서는 질량, 관성모멘트 및 무게중심의 위치의 변화가 고려되지 않았음에도 불구하고 운동체 상태추종 오차가 거의 발생하지 않는 것을 확인할 수 있다. 또한 심도 추종 성능과 운항영역 보호성능을 동시에 만족하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 6-29에서 운동체 종동요각의 한계가 시뮬레이션이 진행됨에 따라 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 이는 추진체 소모에 따라 무게중심이 앞으로 이동하여 운동체 무게중심부터 운동체 후미까지의 길이가 증가하기 때문에 발생하는 현상이다. 증가한 운동체 후미부의 회전 반경은 종동요각의 한계를 줄어들게 한다.

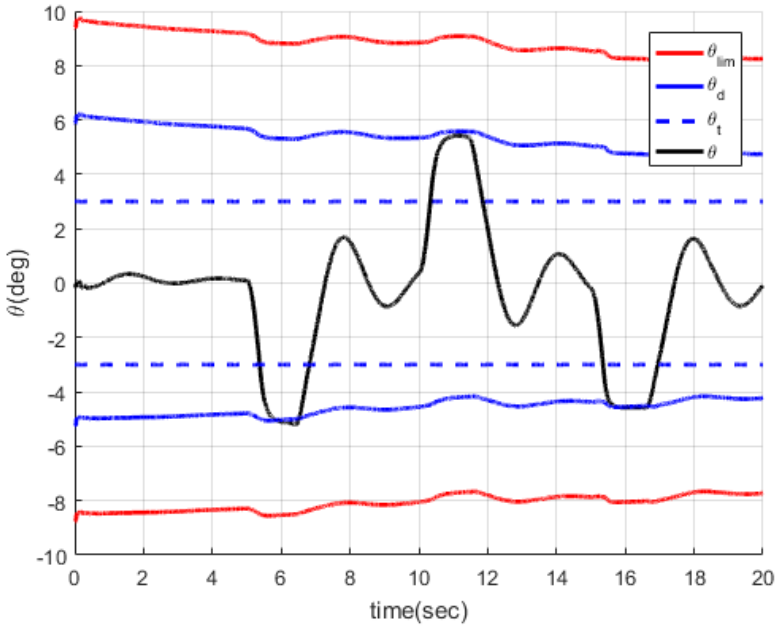


Fig 6-32 Pitch angle limit protection results with variable mass, $k_m = 1.5$

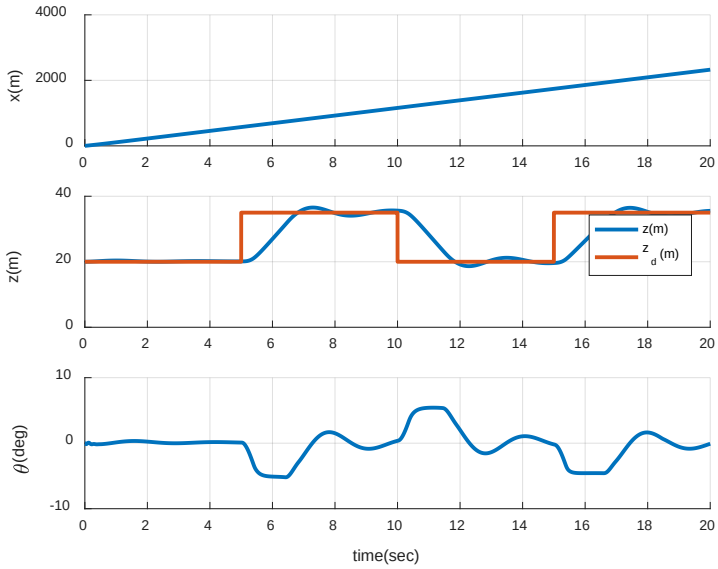


Fig 6-33 Time response of position, depth, pitch angle with variable mass, $k_m = 1.5$

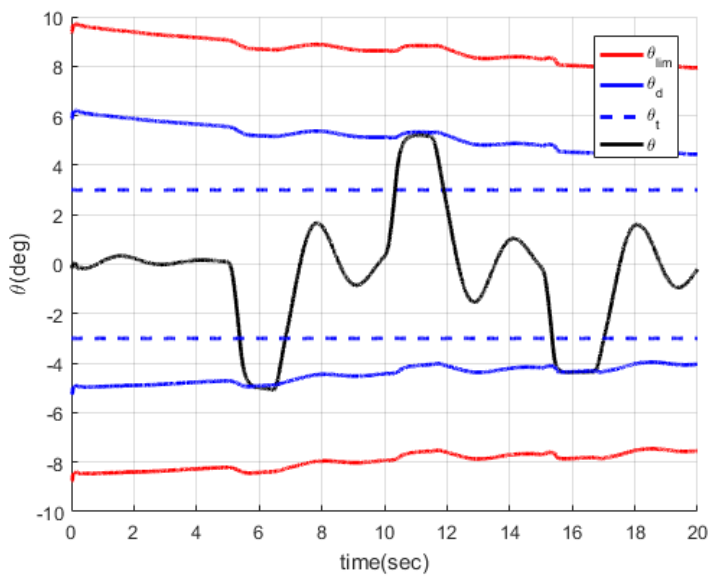


Fig 6-34 Pitch angle limit protection results with variable mass, $k_m = 2.0$

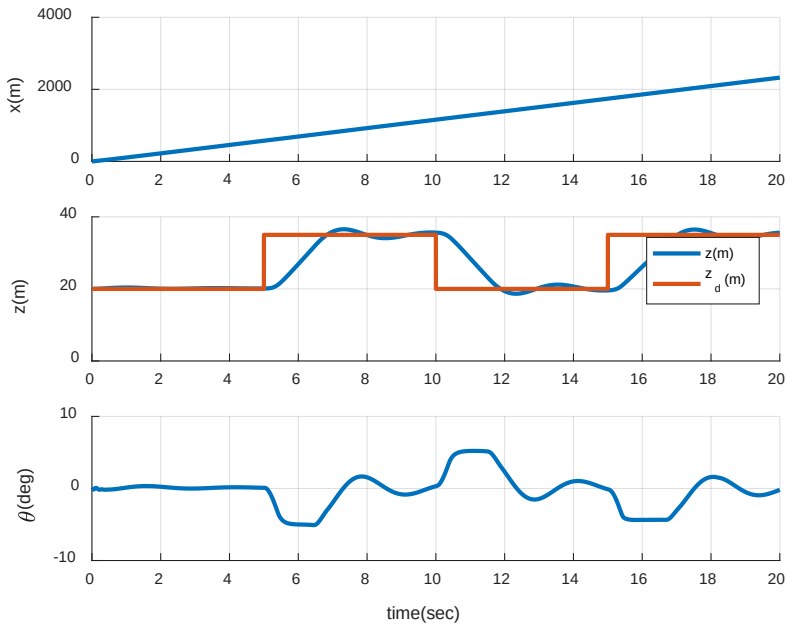


Fig 6-35 Time response of position, depth, pitch angle with variable mass, $k_m = 2.0$

Fig 6-32 ~ 6-35는 추진체 소모에 따른 변화량이 각각 $k_m = 1.5,\ 2.0$ 일 때 결과를 보여준다. 운동체 질량 변화에 따른 불확실성을 50%, 100% 증가시켰음에도 제안된 운항영역 보호기법과 L1 적응제어기법은 운동체의 종동요각을 보호할 수 있음을 보여준다. Table 6-5는 추진체 소모 변화량 계수 $k_m$에 따른 종동요 각속도 추종의 최대 오버슈트와 정상상태 오차를 나타낸 표이다. 추진체 소모 변화량 계수가 2배까지 변함에도 불구하고 최대 오버슈트와 정상상태 오차가 크게 변하지 않는 것을 확인할 수 있다. Table 6-6은 같은 방법으로 공동수와 상태관측기에 인가되는 공동수의 측정 불확실성비율( $k_\sigma$ )에 따른 최대 오버슈트와 정상상태 오차를 보여준다. 마찬가지로 공동수를 정확하게 추정하지

못한 경우에도 뛰어난 추종성능을 보여준다. 이는 상태관측기에서 사용한 운동체 동역학이 상대적으로 공동수의 영향을 받지 않는 캐비테이터의 유체력이기 때문이다. 공동수에 의해 지배적으로 결정되는 꼬리날개의 유체력은 신경회로망을 통해 추정/보상되기 때문에 공동수 추정의 오차가 운동체의 명령 추종성능에 영향을 미치지 않는다.

Table 6-5 Maximum overshoot and steady state error w.r.t $k_m$

| | 최대 오버슈트 (deg/s) | 정상상태 오차 (deg/s) |
|---|---|---|
| $k_m = 1.0$ | 7.10 | 0.45 |
| $k_m = 1.3$ | 6.92 | 0.45 |
| $k_m = 1.5$ | 6.80 | 0.44 |
| $k_m = 2.0$ | 6.51 | 0.44 |

Table 6-6 Maximum overshoot and steady state error w.r.t $k_\sigma$

| | 최대 오버슈트 (deg/s) | 정상상태 오차 (deg/s) |
|---|---|---|
| $k_\sigma = 0.5$ | 7.19 | 0.43 |
| $k_\sigma = 0.7$ | 7.15 | 0.44 |
| $k_\sigma = 1.3$ | 7.05 | 0.44 |
| $k_\sigma = 1.5$ | 7.04 | 0.44 |
| $k_\sigma = 2.0$ | 6.95 | 0.44 |

- **실제 운용상황에의 적용**

제안된 L1 적응제어기반 운항영역 보호기법이 실제 초공동 수중운동체에 적용하였을 때 성능을 검증하기 위하여 구동기 동역학, 상태계측 및 잡음, 필터링을 포함한 시스템을 구축하였고 이를 Fig 6-36에 나타내었다.

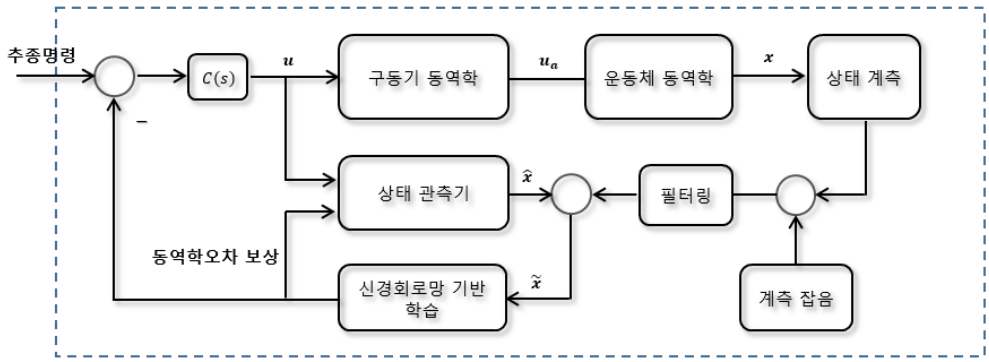


Fig 6-36 Control architecture in real operation condition

L1 신경회로망 적응제어기를 통해 계산된 제어입력은 구동기의 동역학을 거쳐 실제 구동기가 작동할 수 있는 제어신호로 변형된다. 이 제어신호는 운동체 동역학을 거쳐 상태변수를 생성한다. 실제 상황에서 상태변수는 센서를 통해 계측되기 때문에 센서의 계측 주기와 잡음을 임의적으로 포함하였다. 센서를 통해 계측된 신호는 필터링을 통해 신경회로망에 인가되어 상태 관측기의 동역학 오차를 보상하고 제어입력을 생성하게 된다. 본 연구에서 사용한 필터 및 잡음은 다음과 같다.

Table 6-7 Sensor, noise and filtering condition

| | | |
|---|---|---|
| 계측 주기 | 200 $Hz$ | |
| 신호 잡음 최대크기 | 종동요 각속도 | 2 deg/s |
| | 상하동요 속도 | 0.2 m/s |
| | 종동요각 | 2 deg |
| 필터링 | Moving average filter | |
| | 필터링 주기 | 10 $Hz$ |

상태변수의 계측 주기는 200 $Hz$ 이고 신호에 인가된 잡음은 랜덤 노이즈이다. 필터링은 moving average filter를 사용하였고 필터링 주기는 10 $Hz$ 이다. 구동기의 동역학은 시정수 1/10를 갖는 1차 시스템으로 가정하였고 최대 크기는 20 deg이다. Fig 6-37 ~ 6-41은 실제 운용상황을 적용한 경우의 운항영역보호기법과 자세제어 성능을 보여준다. 실제 운용상황을 적용하지 않은 경우와 비교하면 관측기의 관측 오차가 증가하고 제어입력의 변화가 두드러지는 것을 확인할 수 있다. 그럼에도 불구하고 운동체의 한계변수인 종동요각은 목표 종동요각 주변으로 수렴하고 운동체의 심도 역시 목표 심도를 추종하는 것을 확인할 수 있다. Fig 6-42는 계측신호에 인가된 잡음과 moving average filter를 이용한 필터링 결과를, Fig 6-43은 필터링을 거친 상태변수와 잡음이 포함되지 않은 상태변수를 보여준다. 제안된 필터를 통해 잡음을 상당부분 감소시킬 수 있지만 필터링을 거친 신호와 잡음이 포함되지 않은 신호 사이에는 차이가 존재함을 확인할 수 있다. 제안된 L1 적응제어기반 한계보호기법은 실제 운용상황에서도 운항영역을 보호함과 동시에 운동체 자세를 제어하여 주어진 심도를 추종할 수 있음이 확인되었다.

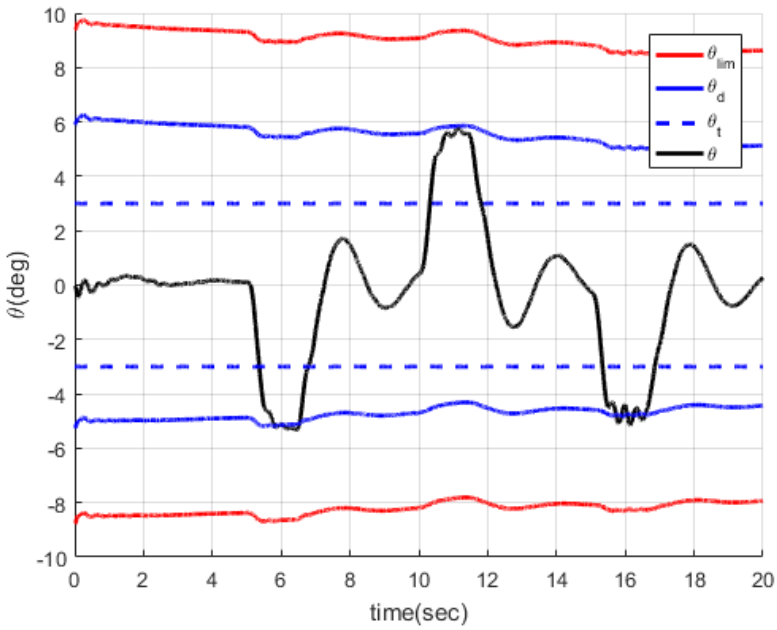


Fig 6-37 Pitch angle limit protection results with operation condition

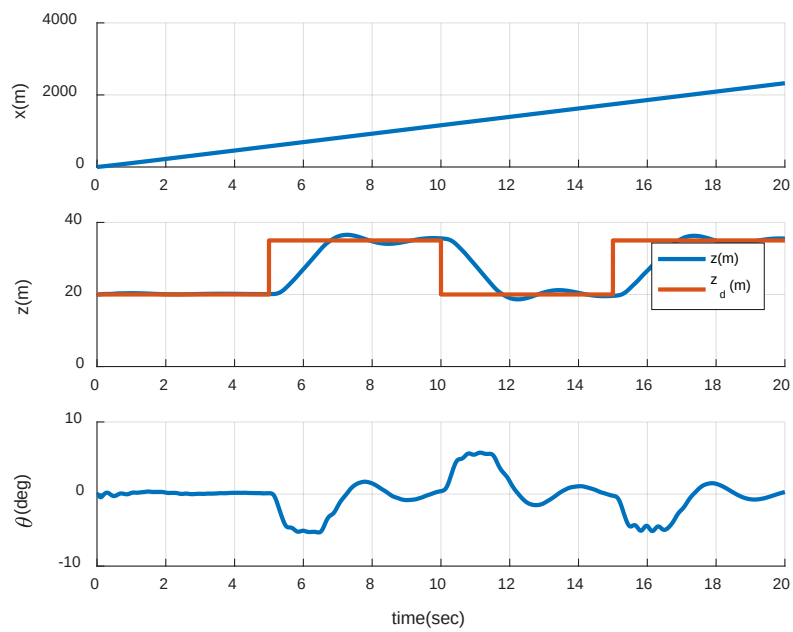


Fig 6-38 Time response of position, depth, pitch angle with operation condition

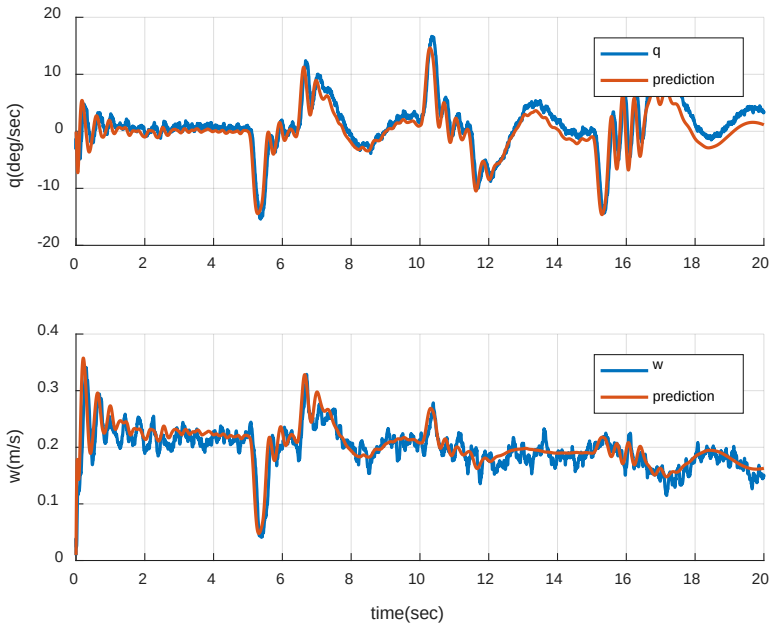


Fig 6-39 Pitch rate and heave velocity prediction with operation condition

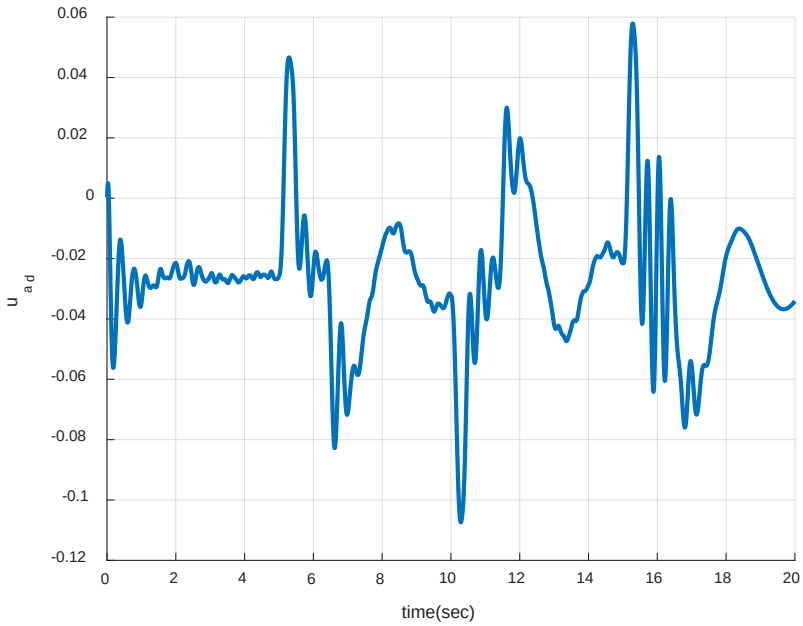


Fig 6-40 Adaptive signal with operation condition

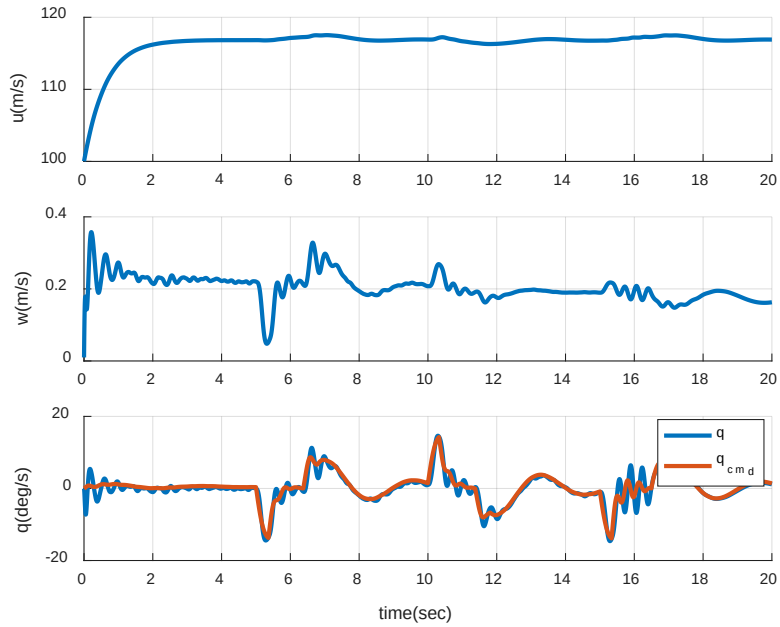


Fig 6-41 Time response of forward and heave velocity, pitch rate with operation condition

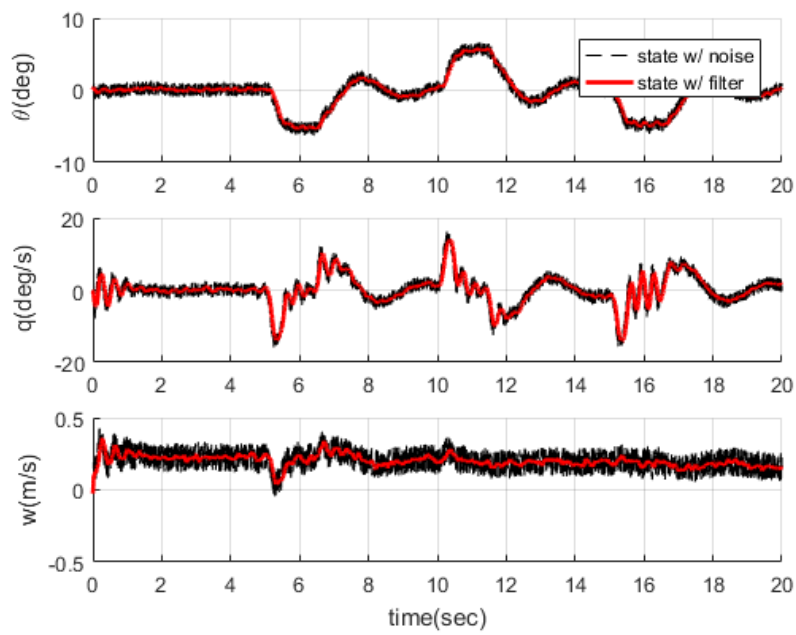


Fig 6-42 states with noise and filtered states

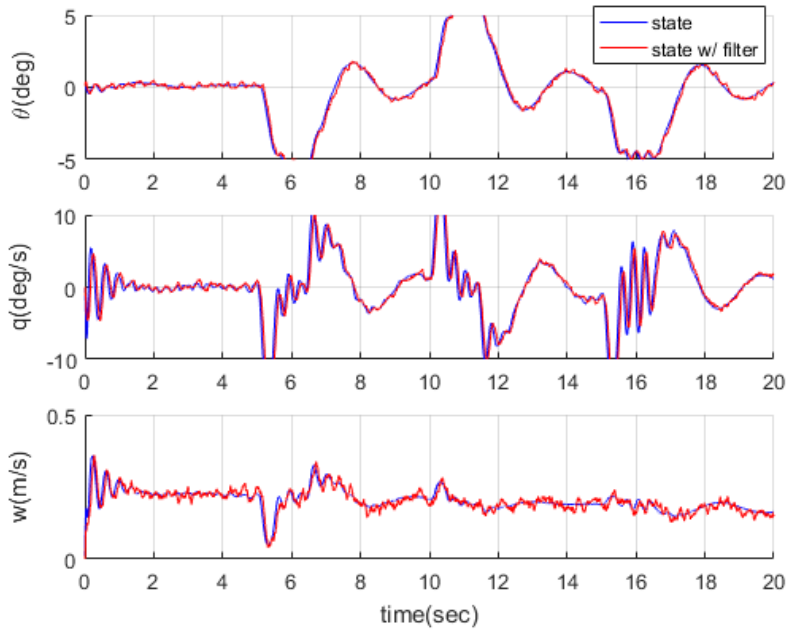


Fig 6-43 States w/o noise and filtered states

### 6.2.4 기존 제어기법과의 비교

제안된 L1 신경회로망 기반 적응제어기법의 성능을 검증하기 위해 기존의 적응제어기법과 비교/검증을 수행하였다. L1 적응제어기법과 기존 적응제어기법과의 가장 두드러진 차이점은 천이구간 성능과 과도한 제어입력이다. 천이구간 적응성능은 적응법칙이득이 클수록 증가하게 된다. 하지만 적응법칙이득을 과도하게 증가시키면 적응제어신호가 고주파수 특성을 가지게 된다. 이러한 고주파 적응제어신호는 구동기가 추종할 수 없기 때문에 실제 상황에서는 사용할 수 없다. Fig 6-44는 0 deg/s의 종동요각속도 명령을 주었을 때 L1 적응제어기와 적응제어기의 추종성능을 보여준다. 기존 적응제어기에 비해 L1 적응제어기는 과도구간 성능이 우수하여 명령을 신속하게 추종하는 것을 알 수 있다.

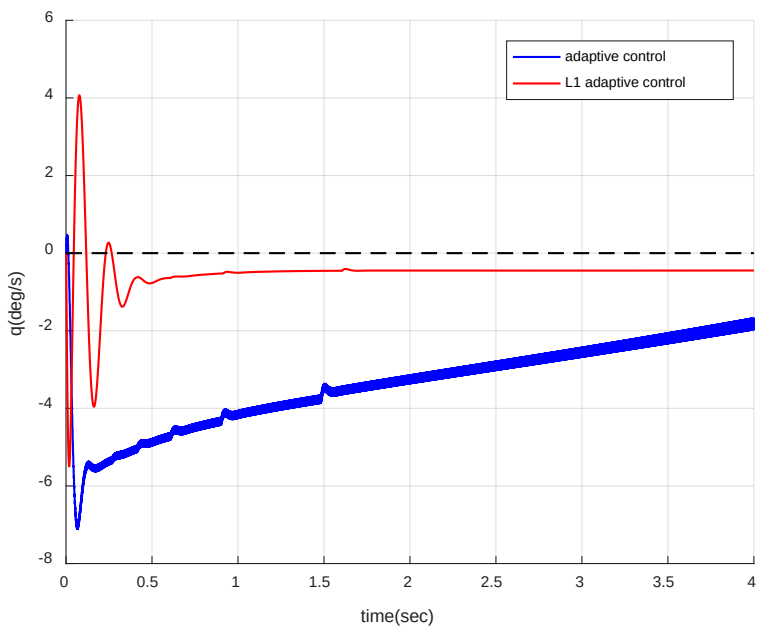


Fig 6-44 comparison results of L1 adaptive control vs adaptive control

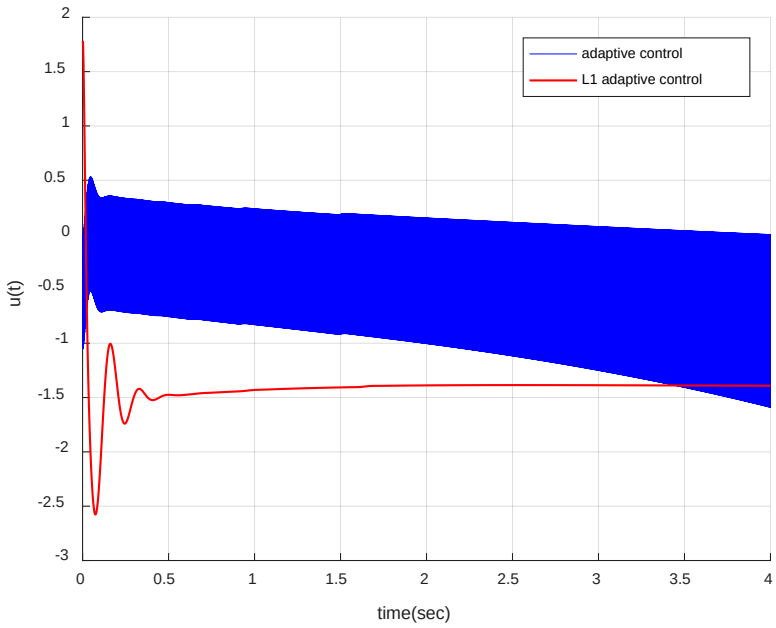


Fig 6-45 Control history of L1 adaptive control vs adaptive control

Fig 6-45는 이 때 발생한 제어신호를 보여준다. 앞서 언급한 것과 같이 기존의 적응제어기법은 고주파수 제어신호를 발생시키는 것을 확인할 수 있다. Fig 6-46은 적응제어기법을 사용하여 운항영역보호 시뮬레이션 결과이다. 운동체의 종동요각이 목표 종동요각으로 수렴하지 못하는 것을 확인할 수 있다. Fig 6-47은 이 때 종동요각속도와 심도 추종 성능을 보여준다. 운항영역 보호기법에 의해 종동요각의 한계를 보호할 수는 있지만 과도구간 추종성능의 한계 때문에 심도 및 종동요각속도를 추종하지 못하는 것을 확인할 수 있다. Fig 6-48은 LQR 제어기를 단독으로 사용하였을 때 결과를 보여준다. 모델링 불확실성을 고려할 수 없는 선형 제어기법이기 때문에 주어진 명령을 전혀 추종하지 못하는 것을 확인할 수 있다.

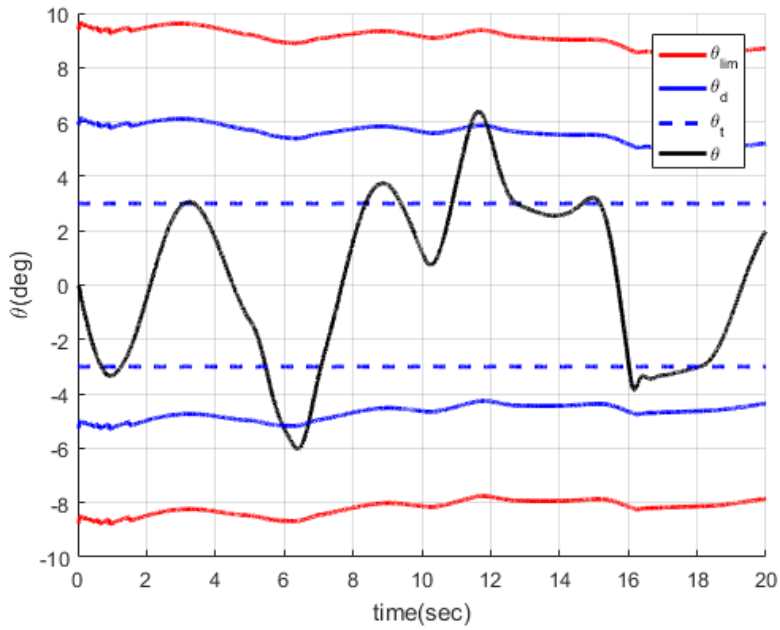


Fig 6-46 Pitch angle limit protection results using adaptive control

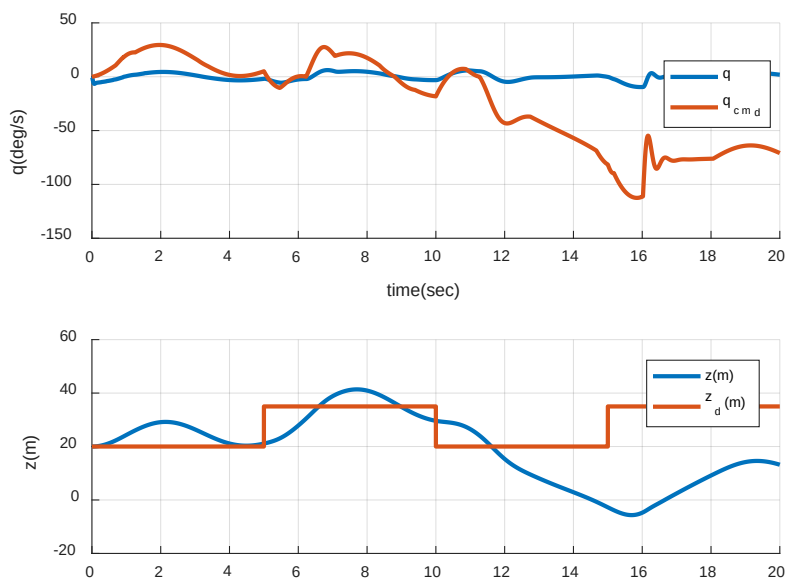


Fig 6-47 pitch rate and depth tracking using adaptive control

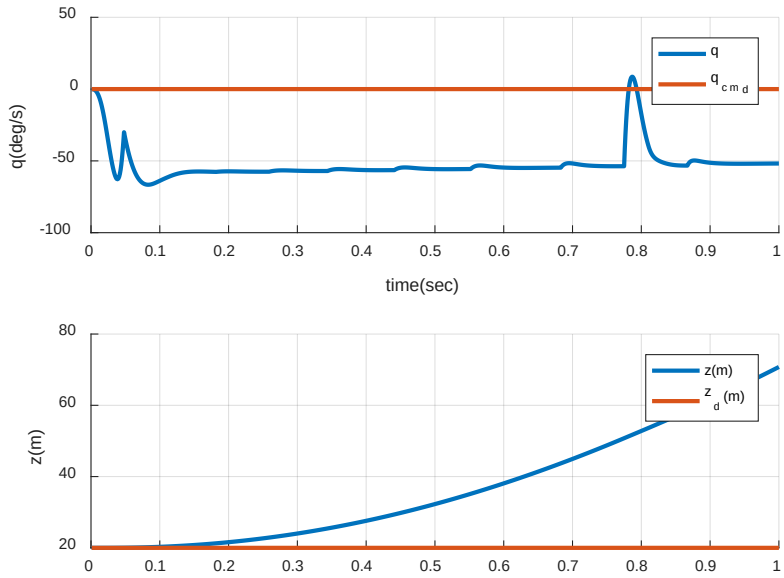


Fig 6-48 Pitch rate and depth tracking using LQR control

- **모델링 불확실성 시뮬레이션**

본 연구에서는 모델링 불확실성을 비선형 동역학과 선형동역학의 차이, 꼬리날개 유체력으로 두었다. 이러한 모델링 불확실성의 영향을 알아보기 위해 비선형 동역학 모델, 선형 동역학 모델, 모델링 불확실성을 모두 포함한 모델의 응답을 시뮬레이션 하였다. 주어진 입력은 bang-to-bang 입력으로 Fig 6-49와 같다. 초기 1초동안은 아무런 입력을 인가하지 않으며 그 후에는 1초 간격으로 $\pm 10°$ 의 캐비테이터 변위각 입력을 인가하였다. 그 결과 F-6-50과 같이 세 모델간의 차이가 두드러지게 나타났다. 상하동요속도($w$)의 경우 비선형 동역학의 거의 발생하지 않은 반면 선형 동역학은 매우 큰 값이 나타났고 모델링 불확실성 모델도 비선형 동역학과 차이를 보였다. 종동요각속도는 모델링 불확실성 모델이 가장 큰 반응을 보였다. 그 이유는 꼬리날개 유체력 모델링 없기 때문이다. 꼬리날개의 주된 역할은 운동체 자세나 상태가 변함에 따라 복원력과 모멘트를 발생시키는 것이다. 하지만 꼬리날개가 모델링에 포함되어 있지 않은 경우 캐비테이터에 의한 모멘트가 보상되지 않아 큰 반응을 보이게 된다. 본 연구에서는 이러한 큰 오차가 생기는 종동요각속도를 종동요각속도를 추정 및 제어가 가능함을 보였기 때문에 제안된 기법의 성능을 충분히 검증하였다고 할 수 있다.

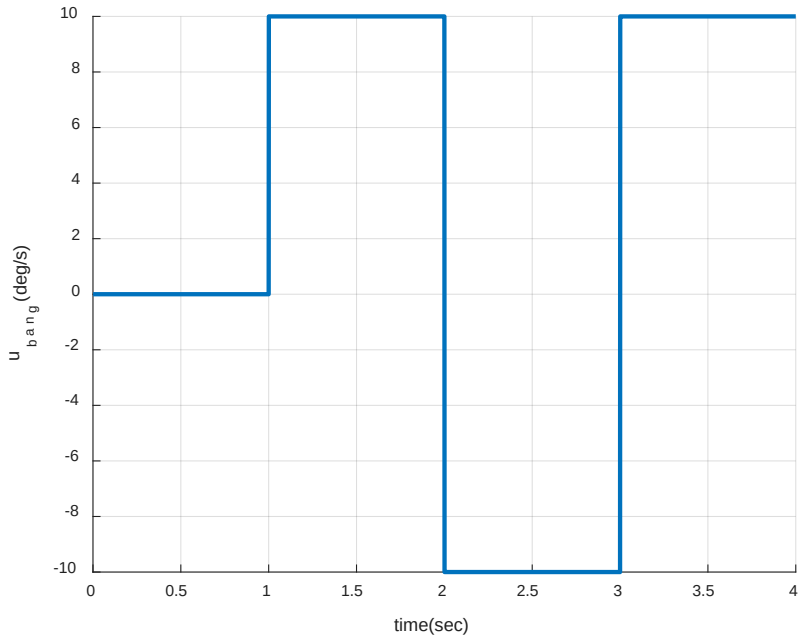


Fig 6-49 Bang-to-bang input

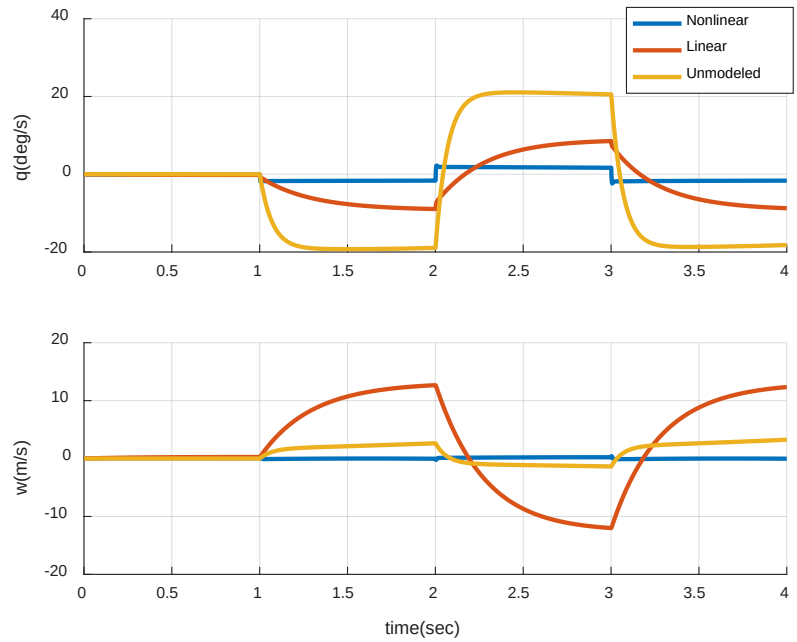


Fig 6-50 Comparison result of states response with bang-to-bang input

# 7 결론

본 연구에서는 L1 적응제어기법을 이용한 초공동 수중운동체의 운항영역보호기법에 대한 연구를 수행하였다. 시뮬레이션에 사용될 운동방정식을 구성하기 위해 운동체에 작용하는 유체력 모델링을 수행하였다. 초공동 수중운동체에 작용하는 유체력은 공동이 배제시킨 운동체의 각 부분에 작용하기 때문에 공동에 대한 모델링을 선행하여 연구를 진행하였다. 공동의 크기는 공동수에 의해 결정되며 공동의 위치는 시간지연을 고려한 공동 중심축 변형 모델링을 통해 계산하였다. 공동의 모델링을 수행한 후 운동체와 공동의 상대위치를 이용하여 운동체 침수부를 계산하고 이를 통해 각 부분이 작용하는 유체력을 모델링 하였다. 초공동 수중운동체는 캐비테이터, 꼬리날개 및 몸체로 나눌 수 있다. 캐비테이터에 작용하는 유체력은 공동수와 캐비테이터 받음각에 의해 결정되며 저항의 대부분을 차지한다. 꼬리날개의 유체력은 받음각과 날개가 물에 잠긴 액침 깊이에 따라 결정되는데 액침 깊이는 공동의 크기 및 위치에 따라 실시간으로 계산하였다. 몸체에 작용하는 유체력은 공동이 완전히 발달하지 않은 부분공동 상태에서 발생하며 정유체력과 동유체력으로 나누어 모델링 하였다.

수행된 모델링을 기반으로 초공동 수중운동체가 안정성을 가지며 초월공동 상태로 운항할 수 있는 운동체 주요제원을 결정하였다. 초공동 수중운동체는 캐비테이터에서 생성된 공동이 최대속도 항주 상태에서 운동체 전체를 감싸는 동시에 꼬리날개의 일부가 운동체의 안정성을 유지할 수 있도록 설계되었다. 또한 운동체의 추력은 모델링을 통해

추정된 항력과 추진기관의 성능을 고려하여 결정되었다. 최적화에 사용된 목적함수는 주어진 발사거리에 도달하는데 걸리는 시간을 최소화하도록 설정하였다.

운항영역보호기법은 초공동 수중운동체가 공동 벽면과 충돌하는 현상인 플레이닝을 방지하고 운동체의 주행 안정성을 보장하기 위한 목적으로 제안되었다. 운항영역보호기법은 공동수를 조절하여 공동의 크기를 변화시킴으로써 플레이닝을 회피하는 기법과 운동체의 자세 변화를 제한함으로써 플레이닝을 회피하는 기법으로 분류하여 각각에 대해 연구를 수행하였다. 공동수를 제어를 통한 운항영역보호기법에는 공동수 자체의 안정성, 운동체의 안정성, 플레이닝 회피가 고려되었다. 플레이닝을 회피하기 위해 공동을 키움으로 인해 발생하는 꼬리날개의 안정화 모멘트 상실은 운동체의 안정성을 고려한 공동수를 설정함으로써 해결하였다. 공동 내부에 유입되는 과분사 가스에 의한 공동 자체의 불안정성을 방지하는 안정성 공동수를 고려하여 공동의 안정성을 확보하였다. 자세제어를 통한 운항영역보호기법은 플레이닝이 발생하는 순간의 운동체 자세를 예측하는 한계예측과 추정된 자세한계를 넘지 않도록 명령을 생성하는 한계보호기법으로 나누어 연구를 수행하였다. 한계예측에서 생성된 자세한계를 보호하는 기법으로 비교모델기반 한계보호기법과 포텐셜함수기반 한계보호기법이 제안되었다. 비교모델 기반 한계보호기법은 한계보호시스템이 작동할 때 선형 동역학을 기반으로 하는 제어명령을 생성한다. 이는 제어기에 사용된 모델의 비선형성이 제어성능에 영향을 주기 때문에 최종적으로 포텐셜함수기반 한계보호시스템을 이용하여 연구를 수행하였다. 포텐셜함수기반 한계

보호기법은 운동체의 동역학과 상관 없이 제안된 포텐셜에 의한 자세제어명령을 생성함으로써 운동체의 한계를 보호한다. 본 연구에서는 초공동 수중운동체의 초월공동상태 주행상황을 가정하고 운동체의 종동요각을 보호하는 연구를 수행하였다. 포텐셜함수기반 한계보호시스템에서 생성된 종동요각 명령을 추종하기 위한 제어기법으로 L1 적응제어기를 사용하였다. 신경회로망 학습을 통해 모델링 불확실성을 보상하고 천이구간 및 정상상태 구간에서의 안정성을 보장하도록 제어기를 설계하였다. 모델링 불확실을 추종하기 위하여 radial basis function 신경회로망을 적용하여 상태관측기의 상태추종과 제어입력을 계산하는데 이용하였다. L1 적응제어 기법을 본 연구에 적용하기 위하여 초공동 수중운동체 동역학을 선형 방정식과 꼬리날개 및 선형화 오차에 의한 불확실성으로 나타내었다. 이 때 운동체 동역학을 정규형식으로 변환함으로써 제어기 설계를 용이하게 하였다. 선형 동역학 부분은 LQR 제어기를 통해 시스템 행렬을 안정하게 만들었고 모델링 불확실성은 L1 신경회로망 적응제어기법을 통해 추정/보상하여 운동체의 자세제어를 수행하였다.

수행된 동역학 모델링의 정확도를 검증하기 위해 초공동 수중주행시험과의 비교를 수행하였다. 검증에 사용하기 위하여 제안된 초공동 수중운동체 동역학 모델링을 기반으로 주행상황을 모사할 수 있는 시뮬레이션 기반을 구축하였다. 시뮬레이션을 통해 초공동 수중운동체의 모델링의 타당성을 검증하고 제안된 운항영역 보호기법과 L1 신경회로망 적응제어기법의 성능을 확인하였다. 본 연구를 바탕으로 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

- 수행된 6자유도 운동방정식은 초공동 수중운동체가 가지는 동역학적 특성을 재현할 수 있으며 구축된 시뮬레이션 기반을 통해 수중주행 상황을 예측/모사할 수 있다.
- 설계 제약조건을 통해 결정된 운동체 제원은 초월공동 상태에서 안정한 항주가 가능하며 기존의 운동체보다 목표 도달시간을 단축할 수 있다.
- 공동수 추정 성능에 의해 모델링 정확도와 모델링 불확실성이 결정되며 실제 상황에서는 공동수의 완벽한 추정이 불가능하다.
- 운항영역보호기법을 통해 생성된 추종 명령은 운동체의 종동요각의 한계를 보호할 수 있으며 L1 신경회로망 적응제어기법을 통해 모델링 불확실성을 추정/보상하여 운동체의 자세를 제어할 수 있다.
- 제안된 L1 신경회로망 적응제어기법은 추진체 소모에 따른 불확실성, 공동수 추정의 불확실성에도 강건한 제어성능을 보여주며 실제 운용상황을 반영한 결과에서도 자세 및 심도추종 성능을 가진다.
- 제안된 모델링 기법 및 설계 제약조건은 초공동 수중운동체 초기 개발단계에서 주요 제원 및 목표 성능을 설정하는데 사용될 수 있다.

본 연구에서는 시뮬레이션을 통한 주행특성 모사와 운항영역보호기법

검증을 위하여 초공동 수중운동체의 운동방정식을 구성하였다. 실제 초월공동은 이력현상을 가진 비정상상태의 복잡한 유동의 형태를 가진다. 특히, 분사형 공동의 경우 현재까지 그 특성이 정확하게 파악되지 않았으며 다양한 연구가 수행되고 있는 분야이다. 따라서 초월공동 현상의 엄밀한 모델링을 포함시킨다면 제안된 동역학 모델링의 정확도를 향상시킬 수 있다. 설계 제약조건의 추진기관 관련 계수들은 기존에 개발된 초공동 수중운동체의 제원을 통해 추정하여 사용하였다. 하지만 초공동 수중운동체에 사용되는 추진기관의 종류와 연소 방식에 따라 추진기관 제약조건은 변경될 수 있다. 이를 설계자가 반영하여 최적화를 수행한다면 본 연구에서와 다른 결과를 도출할 수 있다. 본 연구에서는 초공동 수중운동체의 초월공동 항주상태를 가정하여 운항영역보호기법을 적용하였다. 실제로 초공동 수중운동체를 운용하는 관점에서는 발사 직후 천이구간에서의 자세제어가 중요한 연구분야 중 하나이다. 따라서 비정상 유동을 포함한 동역학 모델링을 추가하여 운동방정식을 구성한다면 발사부터 천이구간, 최대속도 구간을 포함한 전구간에 대한 제어 알고리즘을 설계할 수 있다.

# 참고문헌


[1] Dzielski, J., Kurdila, A., 2003. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions. Journal of Vibration and control, 9(7): 791-804.

[2] Dzielski, J.E., 2011. Longitudinal stability of a supercavitating vehicle. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 36(4): 562-570.

[3] Fan, H., Zhang, Y., Wang, X., 2011. Longitudinal dynamics modeling and MPC strategy for high-speed supercavitating vehicles, Electric Information and Control Engineering (ICEICE), 2011 International Conference on. IEEE, pp. 5947-5950.

[4] Garabedian, P., 1956. Calculation of axially symmetric cavities and jets. Pac. J. Math, 6(4): 611-684.

[5] Goel, A., 2005. Robust control of supercavitating vehicles in the presence of a dynamic and uncertain cavity. University of Florida.

[6] Horn, J., Calise, A., Prasad, J., 1998. Flight envelope limiting systems using neural networks, Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Boston, MA, pp. 741-751.

[7] Horn, J., Calise, A.J., Prasad, J., 2002. Flight envelope limit detection and avoidance for rotorcraft. Journal of the American Helicopter Society, 47(4): 253-262.

[8] Horn, J.F., Sahani, N., 2004. Detection and avoidance of main rotor hub moment limits on rotorcraft. Journal of Aircraft, 41(2): 372-379.

[9] Hovakimyan, N., Cao, C., 2010. $\mathcal{L}1$ Adaptive Control Theory: Guaranteed Robustness with Fast Adaptation. SIAM.

[10] Khalil, H.K., 1996. Noninear Systems. Prentice-Hall, New Jersey, 2(5): 5.1.

[11] Kim, S., Kim, N., 2015. Neural network-based adaptive control for a supercavitating vehicle in transition phase. Journal of Marine Science and Technology, 20(3): 454-466.

[12] Kirschner, I.N., Kring, D.C., Stokes, A.W., Fine, N.E., Uhlman Jr, J.S., 2002. Control strategies for supercavitating vehicles. Modal Analysis, 8(2): 219-242.

[13] Kulkarni, S.S., Pratap, R., 2000. Studies on the Dynamics of a Supercavitating Projectile. Applied Mathematical Modelling, 24(2): 113-129.

[14] Lin, G., Balachandran, B., Abed, E., 2004. Dynamics and control of supercavitating bodies. Proceedings of ASME IMECE 2004.

[15] Lin, G., Balachandran, B., Abed, E.H., 2007. Nonlinear dynamics and bifurcations of a supercavitating vehicle. IEEE journal of Oceanic Engineering, 32(4): 753-761.

[16] Lin, G., Balachandran, B., Abed, E.H., 2008. Dynamics and control of supercavitating vehicles. Journal of dynamic systems, measurement, and control, 130(2): 021003.

[17] Logvinovich, G.V., 1972. Hydrodynamics of free-boundary flows.

[18] Mao, X., Wang, Q., 2011. Delay-dependent control design for a time-delay supercavitating vehicle model. Journal of Vibration and Control, 17(3): 431-448.

[19] Mao, X., Wang, Q., 2015. Adaptive control design for a supercavitating vehicle model based on fin force parameter estimation. Journal of Vibration and Control, 21(6): 1220-1233.

[20] May, A., 1975. Water entry and the cavity-running behavior of missiles,

DTIC Document.

[21] Newman, J.N., 1977. Marine hydrodynamics. MIT press.

[22] Nguyen, V., Balachandran, B., 2011. Supercavitating vehicles with noncylindrical, nonsymmetric cavities: Dynamics and instabilities. Journal of computational and nonlinear dynamics, 6(4): 041001.

[23] Nguyen, V., Balachandran, B., Varghese, A.N., 2007. Supercavitating vehicle dynamics with non-cylindrical, non-symmetric cavities. Rn, 2: R2.

[24] Paryshev, E., 1978. Theoretical investigation of stability and pulsations of axisymmetric cavities. Trudy TsAGI, 1907: 17-40.

[25] Paryshev, E., 2002. The plane problem of immersion of an expanding cylinder through a cylindrical free surface of variable radius. International summer scientific school on high-speed hydrodynamics, Cheboksary, Russia.

[26] Pomet, J.-B., Praly, L., 1992. Adaptive nonlinear regulation: Estimation from the Lyapunov equation. IEEE Transactions on Automatic Control, 37(6): 729-740.

[27] Pontryagin, L.S., 1987. Mathematical theory of optimal processes. CRC Press.

[28] Sanabria, D.E., Balas, G.J., Arndt, R.E., 2014. Planing avoidance control for supercavitating vehicles, American Control Conference (ACC), 2014. IEEE, pp. 4979-4984.

[29] Sanner, R.M., Slotine, J.-J., 1992. Gaussian networks for direct adaptive control. IEEE Transactions on neural networks, 3(6): 837-863.

[30] Savchenko, Y.N., 1998. Investigation of high-speed supercavitating underwater motion of bodies. NASA(19980020552).

[31] Shao, Y., Mesbahi, M., Balas, G., 2003. Planing, switching and

supercavitating flight control, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, AIAA-2003-5724.

[32] Sun, D., Li, X., Jafarnejadsani, H., Hovakimyan, N., 2017. A flight envelope protection method based on potential functions, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Grapevine, TX, USA.

[33] Tekles, N. et al., 2016. Design of a flight envelope protection system for NASA's transport class model. Journal of Guidance, Control, and Dynamics.

[34] Unnikrishnan, S., Prasad, J., Calise, A.J., 2003. Adaptive dynamic trim prediction for limit detection and avoidance, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Austin, TX.

[35] Vanek, B., Balas, G.J., Arndt, R.E., 2010. Linear, parameter-varying control of a supercavitating vehicle. Control Engineering Practice, 18(9): 1003-1012.

[36] Vanek, B., Bokor, J., Balas, G.J., Arndt, R.E., 2007. Longitudinal motion control of a high-speed supercavitation vehicle. Journal of Vibration and Control, 13(2): 159-184.

[37] Varghese, A.N., Uhlman, J.S., Kirschner, I.N., 2005. Numerical analysis of high-speed bodies in partially cavitating axisymmetric flow. Journal of fluids engineering, 127(1): 41-54.

[38] Vasin, A., Paryshev, E., 2001. Immersion of a cylinder in a fluid through a cylindrical free surface. Fluid Dynamics, 36(2): 169-177.

[39] Xargay, E., Hovakimyan, N., Cao, C., 2010. L 1 adaptive controller for multi-input multi-output systems in the presence of nonlinear unmatched uncertainties, American Control Conference (ACC), 2010. IEEE, pp. 874-879.

[40] Yavrucuk, I., Prasad, J., Calise, A., 2001. Adaptive limit detection and avoidance for carefree maneuvering, AIAA atmospheric flight mechanics conference and exhibit, pp. 4003.

[41] Yavrucuk, I., Unnikrishnan, S., Prasad, J., 2003. Envelope protection in autonomous unmanned aerial vehicles, ANNUAL FORUM PROCEEDINGS-AMERICAN HELICOPTER SOCIETY. AMERICAN HELICOPTER SOCIETY, INC, pp. 2000-2010.

[42] Yen, T., Morabito, M., Imas, L., Dzielski, J., Datla, R., 2011. Investigation of cylinder planing on a flat free surface, 11th international conference on fast sea transportation FAST.

[43] 김지혜, 정소원, 안병권, 전윤호, 2016. 축대칭 캐비테이터에서 발생하는 자연 초월공동과 항력 특성에 대한 연구. 대한조선학회논문집, 53(6).

[44] 김형태, 이현배, 최정규, 2015. 원뿔 캐비테이터의 항력에 대한 수치해석. 대한조선학회 논문집, 52(4): 305-314.

# Abstract

A study on L1 adaptive control based operation envelope protection for a supercavitating underwater vehicle

Seonhong Kim
Naval Architecture and Ocean Engineering
The Graduated School
Seoul National University

A Supercavitating technology has been actively researched centered on military advanced countries as a technology proposed to overcome the speed limit of conventional underwater vehicles. The supercavitating state is that the cavities is fully developed to be able to completely cover a whole vehicle body. Most of the drag force of the underwater vehicle is caused by the frictional resistance, and there is a limit to increase the speed of the underwater vehicle by increasing thrust force. By using the supercavitating, the frictional resistance can be extremely reduced by removing the contact surface with the water, and it is possible to travel at a speed of 5 to 8 times that of the conventional underwater vehicle.

Although the fast speed of the supercavitating underwater vehicle has the advantage of shortening the reaching time to the target, it has a disadvantage that it is difficult to guarantee the stability of the vehicle because the hydrodynamic force is changed discontinuously and nonlinearly according to the state change of the

moving body and the cavity. In this research, a study was made on a method to protect the operation envelope so that the supercavitating underwater vehicle maintains the stability and does not cause a planing in the supercavitating state. Dynamics modeling of the supercavitating underwater vehicle includes cavity size modeling, cavity center axis deformation and time delay modeling, modeling of cavitator and fins, and forces acting on the wetted body. Through this nonlinear integrated equation of motion, we can analyze the physical characteristics of the supercavitating underwater vehicle and simulate the vehicle maneuver.

In order to determine the specifications of the vehicle to be used in the simulation, the studies on design constraint of the vehicle were performed. Cavitator diameter was chosen to allow the cavity could create the supercavity cavity at maximum speed and the entire body could be covered. The fin span length was chosen to ensure the stability of the vehicle. The constraints related to propulsion system such as magnitude and duration time of thrust force were proposed considering the size and combustion type of propellant. The main specifications of the vehicle which can reach the target distance in the shortest time while satisfying the proposed constraint are calculated and applied to the simulation.

The operation envelope protection for a supercavitating vehicle is a method to control the vehicle attitude and the cavitation number so that the vehicle does not deviate from the state in which it can maintain the stability and follow the given tracking command. The operation envelope protection was divided into a method of protecting the limits of the vehicle by changing the cavity size by controlling the cavity number, and a method of avoiding the planing by limiting the attitude of the vehicle. The operation envelope protection techniques through the cavitation number control considered the stability of the cavity itself, stability of the vehicle, and avoidance of planing. The operation envelope protection scheme through the attitude

control of vehicle is divided into a limit estimation that predicts the vehicle attitude at the moment of planing and a limit protection that generates the command that does not make the vehicle exceed the estimated attitude limit.

L1 adaptive controller is used as a vehicle attitude control method to make vehicle follow command generated in the limit protection scheme. The controller is designed to compensate modeling uncertainty through L1 adaptive control technique and to guarantee transition and steady state performance. To estimate the modeling uncertainty, the artificial neural network was applied to calculate the vehicle state and control inputs in state predictor.

Based on the proposed dynamics modeling of a supercavitating underwater vehicle, a simulation was performed to simulate the maneuvering situation. Based on the simulation, we verify the validity of the modeling of the supercavitating underwater vehicle by comparing it with the existing running test, and confirmed the performance of the proposed operation envelope protection system and the L1 neural network adaptive controller. Simulation results show that the proposed 6 DOF equation of motion can analyze the dynamic characteristics and simulate the vehicle motion.

The studies on dynamics modeling and the design constraints of supercavitating underwater vehicle can be used to determine the specifications and the desired performance in the initial development stage. Based on the proposed operation envelope protection and L1 neural network adaptive control method, the stability and tracking performance can be guaranteed in spite of the modeling uncertainty in the actual operating situation.

**Keywords: Supercavitating underwater vehicle, Operation envelope protection, L1 adaptive control, Artificial neural network, Dynamics modeling, Planing avoidance**

**Student Number: 2014-30330**