creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학석사학위논문

무격자 기법을 이용한 다물체 충돌 수치해석

Numerical Analysis of Multiple Bodies Collision Using Meshless Method

2020 년 8 월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

경 태 윤

무격자 기법을 이용한 다물체 충돌 수치해석

Numerical Analysis of Multiple Bodies Collision Using Meshless Method

지도교수 김 규 홍

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2020 년 8 월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

경 태 윤

경태윤의 공학석사 학위논문을 인준함

2020 년 8 월

위 원 장 _____

부위원장 _____

위 원 _____

국문 초록

본 연구에서는 3 차원 비정상 이동 물체의 유동 내 충돌 해석을 위해 Impact Mechanics Method를 이용하여 무격자 기법 기반 충돌 해석 알고리즘을 개발하였다. 충돌 해석 알고리즘은 “충돌 감지”, “충돌 점 판단”, “충돌 impulse 계산”, “충돌 impulse를 포함한 6자유도 방정식 계산” 4단계로 구성되어 있으며 충돌 impulse는 충돌 실험식을 통해 계산한다. 알고리즘의 모든 과정은 병렬화를 고려하여 시간 단축과 효율적인 메모리 사용이 가능하였다. 또한, 기존 충돌 연구의 단점으로 지적되던 충돌 점 판단 오류를 해결하기 위해 최소제곱법과 첨점 처리 방법을 제안하였고, 적은 계산 시간으로 높은 정확도를 확보할 수 있었다.

6 자유도 방정식, 충돌 모델링의 검증을 위하여 해석해가 존재하는 문제들에 알고리즘을 적용하였고, 다차원에서도 정확도가 유지되는 것을 확인하였다. 또한, 전투기, 우주 왕복선 등의 충돌 상황 모사를 통해 알고리즘의 효율성을 확인할 수 있었다.

주요어 : 전산 유체 역학(Computational Fluid Dynamics), 무격자 기법(Meshless Method), 비정상 이동 물체(Unsteady Moving Objects), 충돌(Collision), Impact Mechanics Method

학 번 : 2018 - 20899

목차

그림 목차

표 목차

1. 서론

1.1 연구 개요

초음속으로 비행하는 전투기의 무장이 분리될 때, 매우 빠른 속도의 공기 흐름 때문에 무장에 높은 양력이 작용한다. 특히, 상대적으로 가벼운 무장의 경우, 양력이 중력보다 두드러져 무장이 비정상적인 움직임을 보이며 떨어지거나 다시 부상하여 전투기 동체에 충돌할 가능성이 존재한다. 따라서, 장착된 무장을 안전하게 떨어뜨리고 무장 분리의 성능을 향상시키기 위해서는 공력 계수, 궤적 뿐 아니라 물체 충돌이 항공기에 미치는 영향을 분석할 필요가 있다.

또한, 인접하여 이동하는 물체의 유동 해석에서 시간을 전진시키면 물체들이 겹치는 penetration 현상이 일어날 가능성이 높다. 물체들이 겹치는 현상은 물리 법칙에 위배되며, 물체가 열린 공간이 되어 유동 해석을 위한 전처리에 문제가 발생한다. 이러한 penetration 현상을 방지하기 위해서도 충돌 여부 판단 후, 적절한 충돌 움직임을 구현할 필요가 있다.

1.2 연구 배경

적절한 충돌 움직임 구현을 위하여 충돌 모델링 기법에 대한 다양한 연구가 수행되었다. 충돌 움직임의 구현이 간편하여 일반적으로 널리 쓰이는 기법으로 Penalty Method 가 있다[1]. 이 방법은 물체들이 겹쳤을 때, 침투한 길이와 겹친 영역의 부피를 계산하고 그 크기와 비례하는 스프링 반발힘을 물체에 적용하는 방법이다. 실제 적용이 매우 용이하지만 물체의 속도가 빠른 경우, 스프링 반발힘이 약해 물체를 뚫고 지나가는 단점이 존재한다.

Impulse-Based Method[2,3]는 충돌 과정에서 물체들 사이에 일어나는 모든 힘을 계산하여 물체에 적용한다. 충돌 전후의 상대 속도비가 일정하다는 충돌 경험식을 통해 계산한 운동량을 물체에 적용하여 충돌 움직임을 구현한다. 직관적이고 해석 시간이 짧을 뿐만 아니라, 물체에 작용하는 힘, 평균 속도 등의 보존을 만족한다는 장점이 있다. 그러나, Impulse-Based Method 는 정적인 충돌, 즉, 접촉한 상태가 유지되는 움직임에 적용이 어렵다는 단점이 존재한다.

Constraint-Based Method[1]는 Impulse-Based Method 의 약점인 정적인 충돌 모델링이 가능하다. 물체들에 작용하는 힘을 계산할 때 접촉점의 좌표가 일치하도록 하는 제한 조건을 부여하여

이를 적분한다. 이를 통해 접촉이 유지되는 물체들의 모델링이 가능하지만, 적분에서 발생하는 오차를 줄이기 위하여 작용힘을 반복적으로 많이 계산해야 한다.

위의 다양한 충돌 모델링 기법은 각각의 장단점이 존재하므로 적절한 기법을 사용할 필요가 있다. 본 연구에서는 전투기 등 매우 빠른 속도로 비행하는 물체들의 충돌을 중점적으로 해석하기에, 그 높은 속도에서 접촉을 유지하며 이동하는 경우는 거의 없다고 볼 수 있다. 따라서, 빠른 속도의 물체 해석이 어려운 Penalty Method와 계산 시간이 너무 많이 소요되는 Constraint-Based Method보다는 물리 현상을 직관적으로 반영하며 해석 시간이 짧은 Impulse-Based Method가 더 적합하다.

결론적으로, 본 연구에서는 전산 유체 역학으로 이동 물체의 유동 해석을 진행하다가 물체들이 겹치게 되면 Impulse-Based Method를 이용하여 충돌 움직임을 구현하였다.

2. 수치 기법

2.1 지배 방정식

2.1.1 압축성 Arbitrary Lagrangian Eulerian 방정식

물체 주위의 유동을 해석하기 위한 지배방정식으로 3 차원 압축성 오일러 방정식을 이용하였다. 다물체 충돌 해석은 주제의 특성 상 이동 물체의 유동 해석이 필수적이기에 보존형의 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian) 형태의 방정식을 사용하였으며 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial y}+\frac{\partial G}{\partial z}=0$$

Q 는 유동 변수 벡터이고, E, F, G 는 x, y, z 방향의 비점성 플럭스 벡터, $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ 는 질점에서의 x, y, z 방향 속도이다.

$$Q=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho e_t\end{bmatrix},\ E=\begin{bmatrix}\rho(u-\hat{u})\\ \rho u(u-\hat{u})+p\\ \rho v(u-\hat{u})\\ \rho w(u-\hat{u})\\ \rho e_t(u-\hat{u})+pu\end{bmatrix},$$

$$F=\begin{bmatrix}\rho(v-\hat{v})\\ \rho u(v-\hat{v})\\ \rho v(v-\hat{v})+p\\ \rho w(v-\hat{v})\\ \rho e_t(v-\hat{v})+pv\end{bmatrix},G=\begin{bmatrix}\rho(w-\hat{w})\\ \rho u(w-\hat{w})\\ \rho v(w-\hat{w})\\ \rho w(w-\hat{w})+p\\ \rho e_t(w-\hat{w})+pw\end{bmatrix}$$

e_t는 total energy, H는 total enthalpy로 calorically perfect gas 인 경우 다음과 같다.

$$e_t=\frac{p}{(\gamma-1)\rho}+\frac{1}{2}(u^2+v^2+w^2), H=e_t+\frac{p}{\rho}$$

2.2 무격자 해석 기법(Meshless Method)

무격자 기법은 격자의 개념을 사용하는 유한 체적법(FVM)과 달리 질점과 점들 간의 연결 정보(Connectivity)만을 이용하는 기법이다. 격자의 제한 조건이 없어 전처리 과정이나 이동하는 물체가 존재하는 문제의 해석이 간편하다는 강점을 지니고 있다.[10]

무격자 기법은 질점과 주변 점들의 집합인 Local Point Cloud(LPC)를 통해 방정식을 차분한다. 그림 1 에서 기준 점 i 에 대하여 테일러 전개를 하면 다음과 같다.

$$\phi(x,y,z) = \phi_i + \Delta x \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{\mathrm{i}} + \Delta y \left.\frac{\partial \phi}{\partial y}\right|_{\mathrm{i}} + \Delta z \left.\frac{\partial \phi}{\partial z}\right|_{\mathrm{i}} + O(\Delta^2)$$

위 식에서 고차 항을 무시하고 거리 가중 함수 $\mathrm{w_j}$를 고려하여 최소제곱법(Least Squares Method)을 사용하면 다음과 같다.

$$minimize \sum_{j=1}^{n} w_j \left[\Delta\phi_j - \Delta x_j \left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_i - \Delta y_j \left.\frac{\partial \phi}{\partial y}\right|_i - \Delta \mathrm{z} \left.\frac{\partial \phi}{\partial z}\right|_i \right]^2$$

여기서, w_j는 거리 가중 함수이며 다음과 같다.

$$w_j = \frac{1}{\left(\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2 + \Delta z_j^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

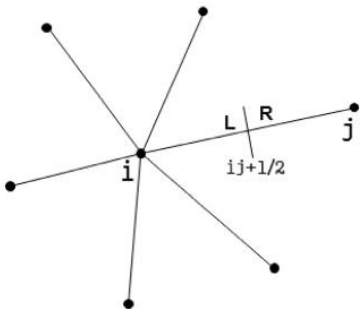

Figure 1. Schematic of local cloud [6]

위 최소제곱법 식을 만족하는 $\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_i, \left.\frac{\partial\phi}{\partial y}\right|_{\mathrm{i}}, \left.\frac{\partial\phi}{\partial z}\right|_{\mathrm{i}}$을 점 i 에서의 미분값으로 사용한다. 기준점 i 에서의 미분값은 최소제곱 계수 (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})와 주변 질점들과의 유동 물성치 차 $\Delta\phi_{ij}$의 곱으로 사용한다.

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_i \approx \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(\phi_j - \phi_{\mathrm{i}})$$

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial y}\right|_i \approx \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(\phi_j - \phi_i)$$

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial z}\right|_i \approx \sum_{j=1}^{n} c_{ij}(\phi_j - \phi_i)$$

여기서 최소제곱 계수를 구하기 위하여 미분계수를 미지수 X 로 가지는 선형 연립방정식은 다음과 같다.

$$AX = B$$

여기서,

$$X^T = [a_j, b_j, c_j]$$

$$A = \begin{bmatrix} \Sigma\omega\Delta x^2 & \Sigma\omega\Delta x\Delta y & \Sigma\omega\Delta x\Delta z \\ \Sigma\omega\Delta x\Delta y & \Sigma\omega\Delta y^2 & \Sigma\omega\Delta y\Delta z \\ \Sigma\omega\Delta x\Delta z & \Sigma\omega\Delta y\Delta z & \Sigma\omega\Delta z^2 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \left[w_j\Delta x_j, w_j\Delta y_j, w_j\Delta z_j\right]$$

위 선형 연립 방정식의 해 X 를 구하면 최소제곱 계수(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})를 얻을 수 있다. 그러나 일반적인 최소제곱법으로 구한 최소제곱 계수는 보존성을 확보하지 못하여 특히 초음속 영역에서 유량이 손실되는 문제점이 존재한다. 보존성을 만족시키기 위한 최소제곱 계수의 조건은 다음과 같다.

Geometric Conservation : $\sum_j^n a_{ij} = 0, \sum_j^n b_{ij} = 0, \sum_j^n c_{ij} = 0$

Flux Conservation : $a_{ij} = -a_{ji}, b_{ij} = -b_{ji},\ c_{ij} = -c_{ji}$

실제로 보존성을 위해서는 위의 기하학적 보존(Geometric Conservation)과 플럭스 보존(Flux Conservation)을 모두 만족시켜야 하지만 플럭스 보존 조건은 매우 큰 역행렬의 연산을 필요로 하기에 본 연구에서는 기하학적 보존 조건만을 고려한다. Huh[6] 등은 라그랑주 승수법(Lagrange Multiplier)을 도입하여 최소제곱 계수의 합이 0 이 되는 기하학적 보존을 만족하는 Geometric Conservation Least Squares Method(GC-LSM)을 제안하였다. 본 연구에서는 GC-LSM 을 이용하여 기하학적 보존을 만족하는 최소 제곱 계수를 구하였다.

2.3 공간 이산화

3 차원 ALE 방정식은 무격자 기법에 의하여 다음과 같이 이산화된다.

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\Delta e_{ij} + \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\Delta f_{ij} + \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\Delta g_{ij} = 0$$

여기서 $\mathcal{F} = ae + bf + cg$로 정의하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n} \Delta\mathcal{F}_{ij} = 0$$

해석의 안정성 확보를 위하여 각 연결점들의 중간 값 $\mathcal{F}_{ij+\frac{1}{2}}$을 사용하면 식은 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{n} \Delta\mathcal{F}_{ij} = 2\sum_{j=1}^{n} \Delta\mathcal{F}_{ij+\frac{1}{2}} = 2\sum_{j=1}^{n} (\mathcal{F}_{ij+\frac{1}{2}} - \mathcal{F}_{ij})$$

$\mathcal{F}_{ij+\frac{1}{2}}$을 구하기 위한 플럭스 기법으로 AUSMPW+ 기법을 사용하였다.

2.3.1 AUSMPW+

AUSMPW+ 기법은 AUSM 계열의 공간 차분 방법이다. 기존의 AUSM+ 기법은 Prandtl relation 을 만족하는 음속값을 정의하여 정확도를 높였지만 음속천이점의 위치에 따라 벽면 주위 및 강한 충격파 전후에서 수치 진동이 발생하는 단점이 있다. Kim 등[7]은 충격파 전후의 정보 교환을 통해 적절한 수치 점성을 부여해 충격파에서의 수치 진동을 제거하는

AUSMPW+ 기법을 개발하였다. 수치 점성을 부여하는 기준으로 가중함수 f 와 w 를 적용하였으며 초음속 영역에서의 정확성과 강건성을 확보하였다. AUSMPW+ 기법을 통한 interface 에서의 플럭스는 다음과 같다.

$$\mathcal{F}_{\frac{1}{2}} = \bar{M}_L^+ c_{\frac{1}{2}} \Phi_L + \bar{M}_R^- c_{\frac{1}{2}} \Phi_R + \left(P_L^+ |_{\alpha=\frac{3}{16}} P_L + P_R^- |_{\alpha=\frac{3}{16}} P_R \right)$$

$\Phi = (\rho, \rho u, \rho H)^T$, $\mathrm{P} = (0, p, 0)^T$이며 $\frac{1}{2}, L, R$은 각각 interface, left, right 에서의 값을 의미한다.

(가) $\mathrm{m}_{\frac{1}{2}} = M_L^+ + M_R^- \geq 0$ 인 경우

$$\bar{M}_L^+ = M_L^+ + M_R^- [(1-w)(1+f_R) - f_L]$$

$$\bar{M}_R^- = M_R^- w (1+f_R)$$

(나) $\mathrm{m}_{\frac{1}{2}} = M_L^+ + M_R^- < 0$ 인 경우

$$\bar{M}_L^+ = M_L^+ w (1+f_L)$$

$$\bar{M}_R^- = M_R^- + M_L^+ [(1-w)(1+f_L) - f_R]$$

함수 f 와 w 는 left 와 right 에서 다음과 같다.

$$w(P_L, P_R) = 1 - min\left(\frac{P_L}{P_R}, \frac{P_R}{P_L}\right)^3$$

$$f_{L,R} = \left(\frac{P_{L,R}}{P_s} - 1\right) \times min\left(1, \frac{min(P_{1,L}, P_{1,R}, P_{2,L}, P_{2,R})}{min(P_L, P_R)}\right), P_s \neq 0$$

여기서,

$$P_s = P_L^+ P_L + P_R^- P_R$$

마하수와 압력 함수는 다음과 같다.

$$M^{\pm} = \begin{cases} \pm\frac{1}{4}(M \pm 1)^2, & |M| \le 1 \\ \frac{1}{2}(M \pm |M|), & |M| > 1 \end{cases}$$

$$P^{\pm} = \begin{cases} \pm\frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M), & |M| \le 1 \\ \frac{1}{2}\big(1 \pm sign(M)\big), & |M| > 1 \end{cases}$$

또한, 양쪽에서의 마하수와 interface 에서의 음속값은 다음과 같다.

$$M_{L,R} = \frac{U_{L,R}}{c_{\frac{1}{2}}}$$

$$c_{1/2} = \begin{cases} min\left(\frac{c_s^2}{max(|U_L|, c_s)}\right), & \frac{1}{2}(U_L + U_R) > 0 \\ min\left(\frac{c_s^2}{max(|U_R|, c_s)}\right), & \frac{1}{2}(U_L + U_R) < 0 \end{cases}$$

여기서,

$$c_s = \sqrt{2(\gamma - 1)/(\gamma + 1)H_{normal}}$$

$$H_{normal} = \frac{1}{2}\left(H_L - \frac{1}{2}V_L^2 + H_R - \frac{1}{2}V_R^2\right)$$

2.3.2 Minmod limiter

공간 정확도 향상을 위한 공간 내삽 기법으로 Minmod limiter[6]를 적용하였다. 기울기를 고려하여 interface 에서의 값을 구하는 공간 내삽의 기본적인 형태이다.

$$\phi_L = \phi_i + 0.5\phi_L(\phi_j - \phi_i)$$

$$\phi_R = \phi_j + 0.5\phi_R(\phi_i - \phi_j)$$

무격자 기법은 특성상 질점의 정렬 배치가 보장되지 않기 때문에 그림 2 와 같이 점 j의 반대편 점 (k')이 존재하지 않을 수 있다. 본 연구에서는 (k')와 각도가 가장 가까운 점 (k)를 이용하여 내삽에 이용한다.

$$\phi = \max(0, \min(1, r_k))$$

$$r_k = \frac{s_{ik'}}{s_{ji}} = \frac{s_{ki}}{s_{ji}}$$

$$s_{ki} = \frac{\phi_k - \phi_i}{\|\overrightarrow{x_k} - \overrightarrow{x_i}\|}$$

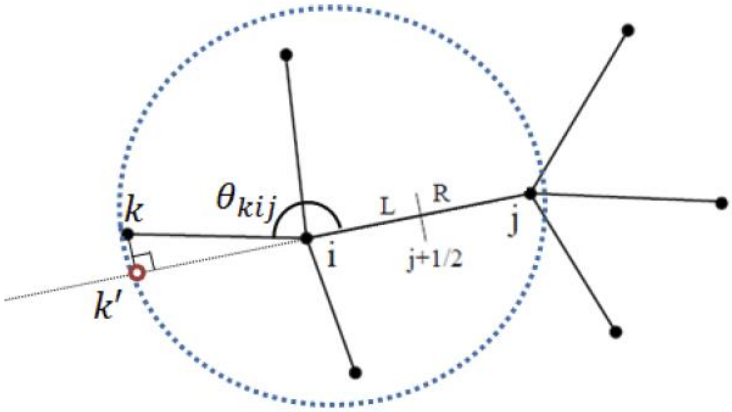

Figure 2. Schematic of minmod limiter [6]

2.4 시간 적분

충돌 해석은 기본적으로 비정상(Unsteady) 이동 물체 해석을 전제로 한다. 본 연구에서는 비정상 이동 물체 해석을 위하여 내재적 시간 전진 기법인 LU-SGS 와 Dual Time Stepping 기법을 사용하였다.

2.4.1 Dual Time Stepping

Dual time stepping 기법은 한 번의 물리적 시간 전진을 위하여 내부에 가상의 iteration (pseudo time)을 도입하고 이를 수렴시켜 다음 시간 단계에서의 해를 얻는 기법이다.

차분된 ALE 방정식에서 물리적 시간 항을 제외한 모든 항을 우변으로 이동하면 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -R(Q)$$

위 식에 가상의 pseudo-time 을 가정한다. 실제로 내부 iteration 을 수렴시키면 $\frac{\partial Q}{\partial \tau} = 0$ 이 되기 때문에 pseudo-time 항을 식에 바로 추가하는 것이 가능하다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = -\left[\frac{\partial Q}{\partial t} + R(Q)\right] = -R^*(Q)$$

물리적 시간 미분 항 $\frac{\partial Q}{\partial t}$ 의 이산화를 위하여 2 차 후방 차분(Second-Order Backward Formula)을 적용하면 다음 식과 같다. 아래 식을 해석

하여 얻은 결과 Q^{n+1}은 다음 시간 단계에서의 해와 같다.

$$\frac{\partial Q^{n+1}}{\partial \tau} = -\frac{1.5Q^{n+1} - 2Q^{n} + 0.5Q^{n-1}}{\Delta t} - R(Q^{n+1})$$

$$= R^{*}(Q)$$

2.4.2 LU-SGS

Yoon 과 Jameson[8]이 제안한 LU-SGS 는 계산 효율성과 수렴성을 높이는 내재적 시간 적분 기법이다. Chen 과 Shu[8]에 의해 개발된 무격자 기법에서의 LU-SGS 를 최소제곱법에 맞게 적용하였다.

ALE 방정식의 이산화에 내재적 기법을 적용한다.

$$\frac{\partial Q_i^{n+1}}{\partial t} + R_i^{n+1} = \frac{\partial Q_i^{n+1}}{\partial t} + 2\sum_{j}^{n} F_{ij+\frac{1}{2}}^{n+1} = 0$$

플럭스 함수 $F_{ij+\frac{1}{2}}^{n+1}$는 다음과 같이 선형화 할 수 있다.

$$F_{ij}^{n+1}(Q_i, Q_j) \approx F_{ij}^{n} + A_{ij}^{+}(Q_i)\Delta Q_i + A_{ij}^{-}(Q_j)\Delta Q_j$$

여기서, 각각의 항은 다음과 같다.

$$\Delta Q_i = Q_i^{n+1} - Q_i^{n}$$

$$A_{ij}^{\pm} = \frac{1}{2}(A_{ij} \pm \kappa\lambda_{ij} I)$$

$$\lambda_{ij} = |u_{ij}| + a_{ij}$$

A_{ij}는 자코비안 행렬, I는 단위 행렬이다. λ_{ij}는 자코비안 행렬의 고유값이다.

$$\left(\frac{1}{\Delta t_i}+\sum_{j}^{n}k|\rho|\right)I\Delta Q_i+2\sum_{j\in LC}A_{ij}^{-}\Delta Q_j+2\sum_{j\in UC}A_{ij}^{-}\Delta Q_j-\sum_{j}A_{ij}\Delta Q_i=-R_i^n$$

Local time step Δt_i는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta t_i=\frac{CFL}{\sum_{j=1}^{n}(|a_{ij}u+b_{ij}v+c_{ij}w|+c_s\sqrt{a_{ij}^2+b_{ij}^2+c_{ij}^2})}$$

위 식에서 LC, UC 각각은 lower cloud, upper cloud 이며 Ω_i는 점 i 의 local point cloud 를 의미한다.

$$LC=\{j|j<i\ \&\ j\in\Omega_i\}$$

$$UC=\{j|j>i\ \&\ j\in\Omega_i\}$$

Geometric Conservation 을 만족하면 $\sum_j A_{ij}\Delta Q_i=0$이 되며 위 식은 다음과 같이 LU 형태로 나타낼 수 있다.

$$LD'^{-1}U\Delta Q=-R_i^n$$

$$D=\left(\frac{1}{\Delta t_i}+\sum_{j}^{n}k|\rho|\right)I$$

$$L\Delta Q=D\Delta Q_i+2\sum_{j\in LC}A_{ij}^{-}\Delta Q_j$$

$$U\Delta Q = D\Delta Q_i + 2\sum_{j\in UC} A_{ij}^{-}\Delta Q_j$$

$$D'\Delta \mathrm{Q} = D\Delta Q_i + \sum_{j} A_{ij}\Delta Q_i$$

2.5 이동 물체 해석 기법

2.5.1 6 자유도 방정식

이동 물체의 속도 성분은 x, y, z 방향의 병진 속도와 x, y, z 방향의 회전 속도로 나눌 수 있어 6 자유도를 가진다. 3 차원에서 이동하는 물체의 운동 기술을 위한 6 자유도에 대한 미분 방정식을 6 자유도 방정식이라고 한다. 본 연구에서는 다음 time step 에서의 물체 속도, 각속도, 위치 등을 구하기 위하여 6 자유도 방정식을 사용하였다.

회전 운동을 기술하는 Euler' s Law 에 의하여 각속도 미분값은 다음과 같다. 여기서, (p, q, r)은 물체의 각속도를, $(m_{B,x},, m_{B,y}, m_{B,z})$는 물체에 작용하는 토크를, I_{ij}는 물체의 관성 모멘트 텐서를 의미한다. 아래 첨자 B는 Body frame 을 의미한다.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} p_B \\ q_B \\ r_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} q_B I_{31} - r_B I_{21} & q_B I_{32} - r_B I_{22} & q_B I_{33} - r_B I_{23} \\ r_B I_{11} - p_B I_{31} & r_B I_{12} - p_B I_{32} & r_B I_{13} - p_B I_{33} \\ p_B I_{21} - q_B I_{11} & p_B I_{22} - q_B I_{12} & p_B I_{23} - q_B I_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_B \\ q_B \\ r_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{B,x} \\ m_{B,y} \\ m_{B,z} \end{bmatrix} \right]$$

물체의 병진 운동은 Newton' s Law 에 의하여 다음과 같이 표현된다. (u, v, w)는 물체의 병진 속도를, $(f_{B,x},, f_{B,y}, f_{B,z})$는 물체에 작용하는 외력을, $(g_{B,x},, g_{B,y}, g_{B,z})$는 중력을 의미한다.

$$\frac{du_B}{dt} = r_B v_B - q_B w_B + \frac{f_{B,x}}{mass} + g_{B,x}$$

$$\frac{dv_B}{dt} = p_B w_B - r_B u_B + \frac{f_{B,y}}{mass} + g_{B,y}$$

$$\frac{dw_B}{dt} = q_B u_B - p_B v_B + \frac{f_{B,z}}{mass} + g_{B,z}$$

물체의 회전을 위하여 오일러각을 이용할 수 있으나, 오일러각의 범위에 따른 singularity 를 방지하기 위하여 쿼터니언(Quaternion)을 이용한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

물체의 위치 변화 계산을 위한 위치 방정식이다.

$$\frac{dx_L}{dt} = \mathrm{u_L}$$

$$\frac{dy_L}{dt} = \mathrm{v_L}$$

$$\frac{dz_L}{dt} = \mathrm{w_L}$$

여기서, 아래 첨자 L 은 Local frame 을 의미한다. Body

frame 에서 Local frame 으로의 좌표 변환은 아래의 Transformation Matrix 를 이용한다.

$$[T]^{BL} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

2.5.2 Runge-Kutta 4th 기법

6 자유도 방정식의 시간 적분을 위하여 Explicit Runge-Kutta 4th order 기법을 사용하였다. Runge-Kutta 기법은 t^{n+1}에서의 해를 구하기 위하여 내부 multi-stage 를 이용하는 방법이다. 식은 다음과 같다.

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

$$t_{n+1} = t_n + h$$

$$k_1 = f(t_n,\ y_n),\ k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{k_2}{2}\right),\ k_4 = f(t_n + h\,,\ y_n + k_3).$$

$$\therefore\ y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

3. 충돌 해석 알고리즘

3.1 충돌 해석 알고리즘 개요

인접한 거리를 두고 이동하던 물체들이 너무 가까워지면 물리적으로는 충돌이라는 현상이 나타난다. 그러나, 전산 유체 역학에서는 물체들이 겹치게 되면 유동 해석을 위한 질점(격자)이 존재하지 않아 더 이상 해석을 진행할 수 없다. 본 연구에서는 물체들의 겹침 여부를 판단하고 impulse 기반의 Impact Mechanics Method 모델링을 통하여 충돌 움직임을 구현하였다.

충돌 알고리즘을 포함한 무격자 해석 프로그램의 전체적인 구조는 그림 3 과 같다. 비정상 이동 물체 해석을 위한 기존의 무격자 해석 프로그램은 [유동 해석]-[6 자유도 방정식 해석]-[질점 이동 및 재구성] 단계를 반복적으로 거치는데 충돌 알고리즘은 [6 자유도 방정식 해석]과 [질점 이동 및 재구성] 사이에 위치한다. N step 에서의 6DOF 방정식을 해석하여 얻은 N+1 물리적 시간에서의 물체들이 겹치면 충돌 움직임을 구현한 뒤, 질점 재구성, 유동 해석 단계를 거친다.

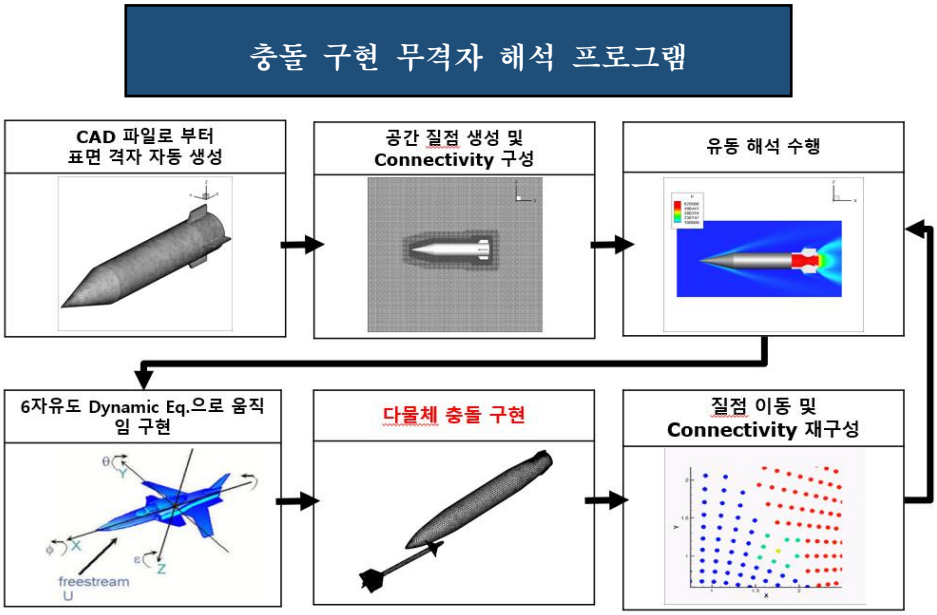

Figure 3. Meshless program including collision analysis

3.2 충돌 해석 알고리즘 구조

그림 4 에 충돌 해석 알고리즘의 세부 구조를 나타내었다. 충돌 해석 알고리즘은 [충돌 감지], [충돌 점 판단], [충돌 Impulse 계산], [Impulse 를 포함한 6 자유도 방정식 계산]로 총 4 단계로 구성되어 있다. 6 자유도 방정식 해석 후 물체들의 충돌 여부를 파악하는데(충돌 감지) 다음 물리적 시간에서 충돌이 존재하지 않는 것으로 판단되면 뒤의 3 개 단계를 거칠 필요가 없다. 충돌이 없는 경우에는 [충돌 감지] 후 다음 물리적 시간으로 바로 진행되는 반면, 충돌이 존재하는 경우에는 [충돌 점 판단], [충돌 Impulse 계산], [Impulse 를 포함한 6 자유도 방정식 계산] 단계를 모두 거쳐야 한다. 계산 속도와 메모리 효율을 위하여 모든 과정은 병렬화를 기본으로 한다.

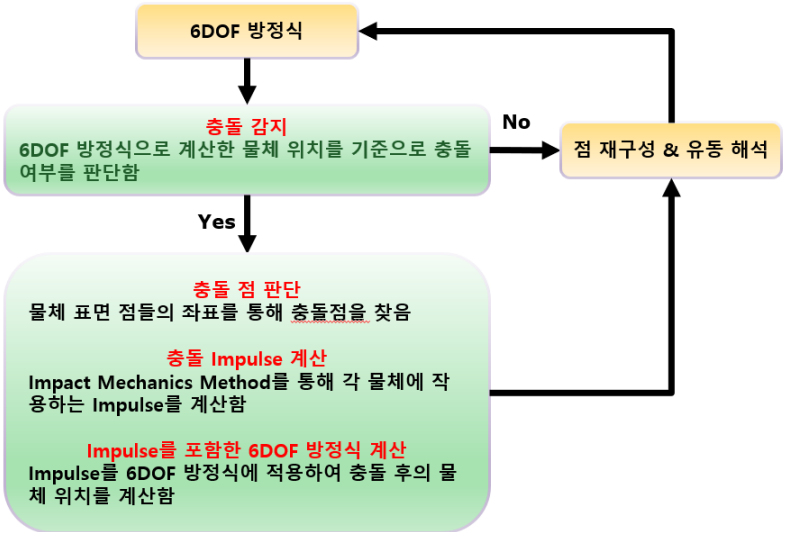

Figure 4. Structure of collision algorithm

3.2.1 충돌 감지

6 자유도 방정식으로 계산한 N+1 물리적 시간에서의 물체들의 위치를 기준으로 물체들의 겹침 여부를 판단한다. 본 연구에서는 겹침 여부 판단을 위하여 2 개의 조건을 제시하였으며, 이 중 하나라도 충족하면 충돌이 발생한 것으로 판단하였다. 제시한 조건은 다음과 같다.

(가) 6 자유도 방정식으로 계산한 물체들의 위치가 실제로 겹쳤을 때, 겹친 물체들은 서로 충돌이 발생한 것으로 판단한다.

(나) 6 자유도 방정식으로 계산한 물체들의 위치가 실제로 겹치지 않았더라도, 인접한 거리 δ 만큼 접근하여 유동 해석 수행이 어려울 경우 충돌이 발생한 것으로 판단한다.

여기서, 인접한 거리 δ는 경계층 질점계의 첫 층 높이를 의미한다.

조건 적용은 (가)-(나) 순서대로 적용한다. 현 물체 표면 질점에 대해 내/외부 판단을 적용하여 다른 물체 내부에 존재하는 점을 찾는다. 다른 물체 내부에 위치하는 점이 1 개 이상이면 (가) 조건에 의해 충돌한 것으로 판단하여 [충돌 점 판단] 단계로 넘어간다. 다른 물체 내부에 위치하는 점이 없다면 물체들 간의 최소 거리를 계산하고 거리 δ와 크기를 비교하여 충돌 여부를 최종적으로 결정한다. 그림 5 은 실제로 두 개의 구에 대한 내/외부 판단으로 다른 물체 내부에 있는 점을 판별하여 충돌이 발생하였다고

판단된 경우이다.

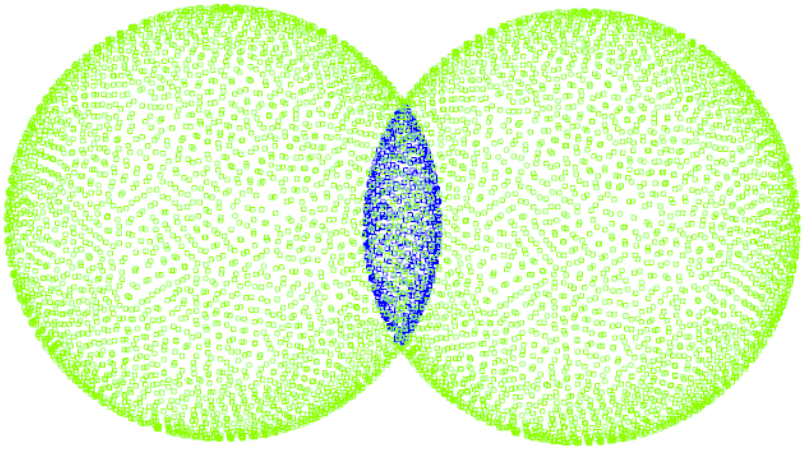

Figure 5. Collision point cloud in spheres collision

3.2.2 충돌 점 판단

앞의 [충돌 감지] 단계에서 충돌한 것으로 판단되면 충돌 점을 결정할 필요가 있다. 충돌 점은 충돌 움직임의 방향과 크기를 결정하는 요소이므로, 충돌 점의 정확한 판단은 매우 중요하다. 여기서, 물체들 간의 최소 거리에 해당하는 점을 충돌 점으로 정의할 수도 있지만, 본 연구에서는 정확도를 높이기 위하여 여러 개의 충돌 점 후보를 찾고 그 점들의 평균값으로 충돌 점을 정의하였다. [충돌 감지] 단계의 2 개 조건에 대한 충돌 점 후보는 각각 다음과 같다.

(가)다른 물체 내부에 위치하는 점들을 충돌 점 후보로 정의한다.

(나)다른 물체에 대하여 거리 δ 이내에 위치하는 점들을 충돌 점 후보로 정의한다.

위 조건에 따라 충돌 점 후보(Collision Point Cloud)를 정의하였으나 물체들이 겹쳐져 있는 상태는 물리적으로 타당하지 않다. 따라서, 그림 6 과 같이 물체들의 위치, 속도, 각속도, 질점 구조 등의 모든 정보를 바로 전 물리적 시간(충돌 직전의 상태)으로 변환한 뒤에 충돌 움직임을 적용한다. 앞에서 정의한 충돌 점 후보는 점 번호의 형태로 저장하였기에 변환 후에도 여전히 사용 가능하다.

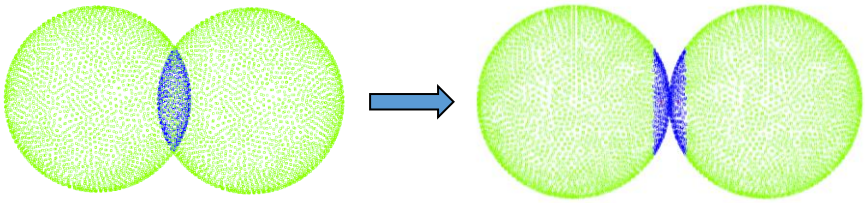

Figure 6. Conversion to pre-collision situation

충돌 직전의 상태로 충돌 점 후보들을 변환한 뒤에, 이를 이용하여 충돌 점을 정의한다. 본 연구에서는 충돌 점 후보들의 무게 중심 점을 충돌 점으로 정의하였다. 그림 7 은 충돌 점 후보들과 충돌 점의 판단 결과(빨간 점)를 보여준다.

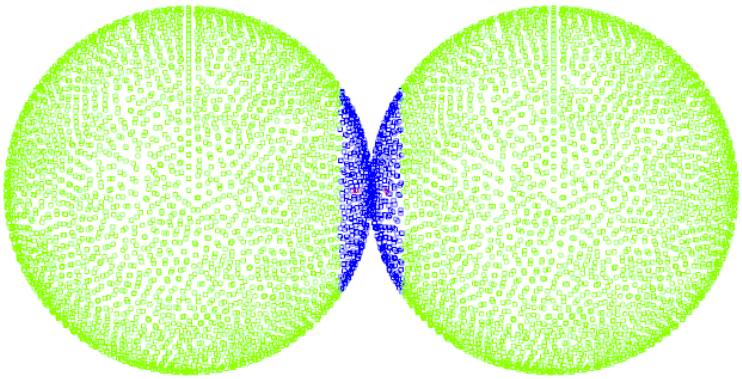

Figure 7. Collision point determination [Red point]

3.2.3 충돌 Impulse 계산

전산 유체 역학에서의 충돌 움직임은 일반적인 6 자유도 방정식 만으로는 해석이 불가능하다. 본 연구에서는 충돌 움직임 구현에 필요한 충돌 impulse 를 계산하여 6 자유도 방정식에 적용하는 Impact Mechanics Method 기반의 충돌 모델링 기법을 사용한다. 충돌 모델링 과정은 다음과 같다.

충돌 시점을 t_{imp}, 충돌점을 $\vec{p}$, 무게중심을 $\vec{x}$라 하면, 충돌 시점에서 무게 중심에 대한 충돌점의 위치와 속도는 다음과 같이 정의된다. $\vec{v}_{(i)}, w_{(i)}$는 물체의 병진, 회전 속도를 의미한다.

$$\vec{r} = \vec{p}_{(i)}(t_{imp}) - \vec{x}_{(i)}(t_{imp})$$

$$\vec{u} = \vec{v}_{(i)} - \vec{w}_{(i)} \times \vec{r}$$

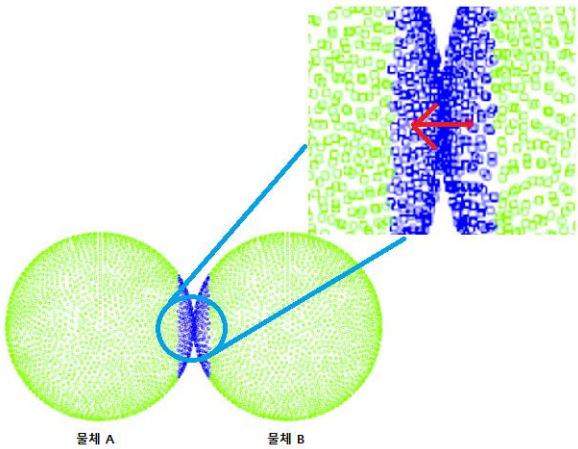

Figure 8. Direction of collision impulse vector

충돌 점에서의 unit normal vector(B 에서 A 방향)를 $\vec{n}$이라 하면 두 물체 A,B 의 상대 속도를 계산할 수 있다.

$$u_{rel} = (\vec{u}_a - \vec{u}_b) \cdot \vec{n}(t_{imp})$$

$u_{rel} \geq 0$이면, 물체 A 가 물체 B 에서 멀어지는 방향으로 이동 중이므로, 충돌 움직임을 위한 충돌 impulse 를 계산할 필요가 없다. $u_{rel} < 0$이면, 물체 A 와 물체 B 가 가까워지고 있으므로 충돌 impulse 를 계산해야 한다. 충돌 impulse 를 $\vec{J}$, 물체 질량을 M, 물체 질량 중심에 대한 충돌 점의 위치를 $\vec{r}$, 관성 모멘트 텐서를 $\vec{I}$ 라 하면, 충돌 impulse 에 따른 물체 속도, 각속도 변화는 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta\vec{v}_{(i)} = \frac{1}{M}\vec{J}$$

$$\Delta\vec{w}_{(i)} = I^{-1}(t_{imp})\vec{r} \times \vec{J}$$

만약 충돌 중 마찰 효과를 무시한다면 충돌 impulse 는 앞에서 정의한 unit normal vector $\vec{n}$과 같은 방향이다.

$$\vec{J} = j\,\vec{n}(t_{imp})$$

이 때, 충돌 전후의 상태를 윗 첨자 +, -로 구분한다. 물체 A, B 의 충돌 전후 상대 속도는 다음과 같으며 충돌 실험식에 적용한다.

$$u_{rel}^{-} = (\vec{u}_a^{-} - \vec{u}_b^{-}) \cdot \vec{n}(t_{imp})$$

$$u_{rel}^{+} = (\vec{u}_a^{+} - \vec{u}_b^{+}) \cdot \vec{n}(t_{imp})$$

$$u_{rel}^{+} = -\varepsilon u_{rel}^{-}$$

위 식은 물체 표면에서의 마찰력 무시를 적용한 충돌의 실험식이다. 충돌 전후 상대 속도의 비가 특정값 ε을 가지며, ε는 $0 \leq \varepsilon \leq 1$의 범위에 존재한다. ε은 충돌 반발 계수(Coefficient of restitution)로 ε 값에 따라서 충돌의 종류가 결정된다. $\varepsilon = 1$이면 완전 탄성 충돌, $0 < \varepsilon < 1$이면 비탄성 충돌, $\varepsilon = 0$이면 완전 비탄성 충돌에 해당한다.

또한, 물체 A 의 충돌 전후 속도, 각속도를 Newton’ s Law, Euler’ s Law 를 이용하여 impulse $\vec{J}$로 연결하면 다음과 같다.

$$\vec{v}_a^{+} = \vec{v}_a^{-} + \frac{j\,\vec{n}(t_{imp})}{M_a}, \qquad \vec{w}_a^{+} = \vec{w}_a^{-} + I_a^{-1}(t_{imp})(\vec{r}_a \times j\,\vec{n}(t_{imp}))$$

$$\vec{u}_a^+ = \left(\vec{v}_a^- + \frac{j\,\vec{n}(t_{imp})}{M_a}\right) + (\vec{w}_a^- + I_a^{-1}(t_{imp})(\vec{r}_a \times j\,\vec{n}(t_{imp})) \times \vec{r}_a$$

$$= \vec{v}_a^- + \vec{w}_a^- \times \vec{r}_a + \left(\frac{j\,\vec{n}(t_{imp})}{M_a}\right) + (I_a^{-1}(t_{imp})(\vec{r}_a \times j\,\vec{n}(t_{imp}))) \times \vec{r}_a$$

$$= \vec{u}_a^- + \mathrm{j}(\frac{\vec{n}(t_{imp})}{M_a} + I_a^{-1}(t_{imp})(\vec{r}_a \times \vec{n}(t_{imp}))) \times \vec{r}_a$$

물체 B 에 대하여 같은 과정을 반복한다.

$$\vec{u}_b^+ = \vec{u}_b^- - \mathrm{j}(\frac{\vec{n}(t_{imp})}{M_b} + I_b^{-1}(t_{imp})(\vec{r}_b \times \vec{n}(t_{imp}))) \times \vec{r}_b$$

위의 $\vec{u}_a^+, \vec{u}_b^+$로 충돌 후 상대 속도 u_{rel}^+를 계산한다.

$$u_{rel}^+ = (\vec{u}_a^+ - \vec{u}_b^+) \cdot \vec{n}(t_{imp})$$

$$= \vec{n}(t_{imp}) \cdot (\vec{u}_a^- - \vec{u}_b^-) + \mathrm{j}(\frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_b} + (I_a^{-1}(t_{imp})\left(\vec{r}_a \times \vec{n}(t_{imp})\right)) \times \vec{r}_a$$

$$+ (I_b^{-1}(t_{imp})\left(\vec{r}_b \times \vec{n}(t_{imp})\right)) \times \vec{r}_b)$$

충돌 실험 식 $u_{rel}^+ = -\varepsilon u_{rel}^-$ 과 연립하면 충돌 impulse 의 크기 j를 구할 수 있다.

$$j = \frac{-(1+\varepsilon)u_{rel}}{\frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_b} + T_a + T_b}\vec{n}(t_{imp})$$

여기서, $T_a = \vec{n}(t_{imp}) \cdot (I_a^{-1}(t_{imp})(\vec{r}_a \times \vec{n}(t_{imp}))) \times \vec{r}_a$

$$T_b = \vec{n}(t_{imp}) \cdot (I_b^{-1}(t_{imp})(\vec{r}_b \times \vec{n}(t_{imp}))) \times \vec{r}_b$$

3.2.4 Impulse 를 포함한 6 자유도 방정식 계산

[충돌 impulse 계산] 단계에서 계산한 충돌 impulse $\vec{J}$를 6 자유도 방정식에 적용한다. 앞의 단계와 마찬가지로 impulse 가 주어지면, Newton’ s Law 와 Euler’ s Law 를 이용하여 병진, 회전 속도 변화를 계산할 수 있다. 각 물체에 대하여 다음과 같이 속도, 각속도 변화가 계산되며 이를 다음 step 의 속도, 각속도 계산에 사용한다.

$$Body\ A:\ \Delta\vec{v}_a = +\frac{1}{M_a}\vec{J}, \qquad \Delta\vec{w}_a = +I_a^{-1}(t_{imp})\overrightarrow{r_a} \times \vec{J}$$

$$Body\ B:\ \Delta\vec{v}_b = -\frac{1}{M_b}\vec{J}, \qquad \Delta\vec{w}_b = -I_b^{-1}(t_{imp})\overrightarrow{r_b} \times \vec{J}$$

3.3 충돌 해석 알고리즘 개선

3.3.1 Least Squares Method를 통한 다차원 정확도 개선

본 연구에서는 물체들이 겹쳤을 경우, Impact Mechanics Method 기반의 충돌 모델링을 이용하여 충돌 움직임을 구현하였다. 기존의 충돌 알고리즘은 [충돌 점 판단] 단계에서 구한 충돌 점 후보(Collision Point Cloud)의 무게 중심 점을 그대로 충돌 점으로 사용하였다. [충돌 impulse 계산] 단계에서는 앞에서 정의된 충돌 점을 연결한 unit normal vector $\vec{n}$의 방향으로 impulse $\vec{J}$를 적용하므로 충돌 점을 정확하게 포착해야만 적절한 충돌 움직임을 모사할 수 있다. 실제로 다차원 충돌 문제에 알고리즘을 적용하면 normal vector 계산에 10^{-3} 크기의 오차만 존재하더라도 완전히 잘못된 방향, 크기의 충돌 움직임이 구현되어 정확한 충돌 점의 예측은 매우 중요하다.

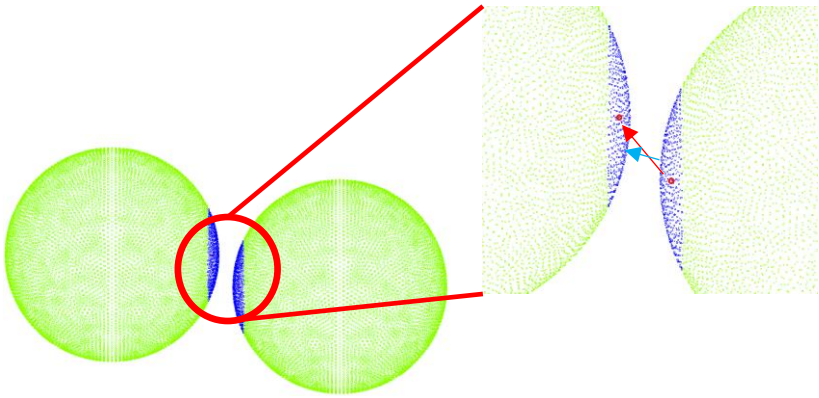

Figure 9. Invalid collision point determination

그림 9 은 동일선상에 위치하지 않은 두 개의 구가 충돌하는 경우의 충돌 점 판단 결과이다. 충돌 점(빨간색 점)이 물체 내부에 존재하여 비물리적인 결과일 뿐만 아니라, unit normal vector 의 방향도 확연하게 틀어져 있어 잘못된 충돌 결과를 보여준다. 그림 9 의 파란색 화살표가 물리적으로 타당한 충돌 방향이나 기존 알고리즘은 빨간색 화살표의 unit normal vector 로 impulse 를 계산한다.

기존의 충돌 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여 유동 해석에 사용되는 격자보다 약 10 배 조밀한 점들로 충돌 점을 판단한다. 많은 수의 점을 사용하여 정확도는 높였으나, 내/외부 판단에 너무 많은 시간이 소요되는 단점이 있다. 따라서, 본 연구에서는 판단된 충돌 점과 가장 가까운 표면 점을 찾고, 첨점이 아닌 점과 첨점인 점을 구분하여 적은 수의 점으로 $\vec{n}$을 정확하게 포착하는 방법을 제안하였다.

(가) 첨점이 아닌 점 – Least Squares Method 이용

앞에서 판단된 충돌 점으로부터 가장 가까운 표면 점이 첨점이 아닌 경우이다. 충돌 현상은 일반적으로 맞닿은 물체들의 표면에 수직인 방향으로 일어난다. 첨점이 아닌 점에서는 그 주변 점들의 normal vector 에 least squares method 를 적용하여 가장 수직에 가까운 방향으로 충돌 방향 $\vec{n}$을 정의한다.

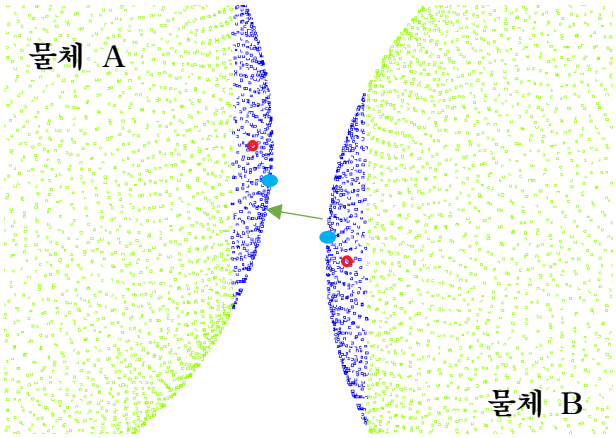

Figure 10. Normal vector correction using LSM

그림 10 은 least squares method 적용 과정을 잘 보여준다. 충돌 점(빨간색 점)으로부터 가장 가까운 표면 점(파란색 점)을 찾는다. 계산된 표면 점 근처 점들의 normal vector 를 계산하고 물체 A, B 에 대하여 각각 $(f_{x,i}, f_{y,i}, f_{z,i}), (g_{x,j}, g_{y,j}, g_{z,j})$ 라 한다. 여기서 i, j는 각 표면 점에 연결된 점의 개수를 의미한다. Least squares method 는 행렬식의 해 $[n_x, n_y, n_z]^T$ 가 모든 주변 점들에 대하여 아래 조건에서 가장 작은 크기의 오차를 갖도록 적용한다. 조건은 다음과 같으며 각각의 normal vector 들에 대하여 수직 방향이라는 것을 의미한다. $\vec{n}$ 이 물체 B 에서 물체 A 방향이므로 f와의 내적값은 −1 이다.

$$(f_{x,i}, f_{y,i}, f_{z,i}) \cdot (n_x, n_y, n_z) = -1$$

$$(g_{x,i}, g_{y,i}, g_{z,i}) \cdot (n_x, n_y, n_z) = 1$$

최종적으로 least squares method 를 적용한 식은 다음과 같다.

$$An = b$$

$$A = \begin{bmatrix} \sum {f_x}^2 + \sum {g_x}^2 & \sum f_x f_y + \sum g_x g_y & \sum f_x f_z + \sum g_x g_z \\ \sum f_x f_y + \sum g_x g_y & \sum {f_y}^2 + \sum {g_y}^2 & \sum f_y f_z + \sum g_y g_z \\ \sum f_x f_z + \sum g_x g_z & \sum f_y f_z + \sum g_y g_z & \sum {f_z}^2 + \sum {g_z}^2 \end{bmatrix}$$

$$n = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -\sum f_x + \sum g_x \\ -\sum f_y + \sum g_y \\ -\sum f_z + \sum g_z \end{bmatrix}$$

(나) 첨점인 점 – Locally Dense Point 이용

첨점인 경우는 특성상 그 점에서의 normal vector를 계산하기 어려워 충돌 방향이 물체 표면에 수직하다는 가정을 사용하기 어렵다. 이 경우는 기존 연구의 개념을 사용하여 그 점 주위에서만 약 10배 정도 조밀한 점을 이용한다. 충돌 점 후보를 구하고 무게 중심으로 충돌 점을 정의하는 과정에서 그림 11 처럼 조밀한 점들을 사용하기에 정확도를 높일 수 있다. 또한, 전체적으로 조밀한 점이 아닌 특정 위치에서만 조밀한 점을 사용하여 계산 시간 상으로도 강점이 있는 방법이다.

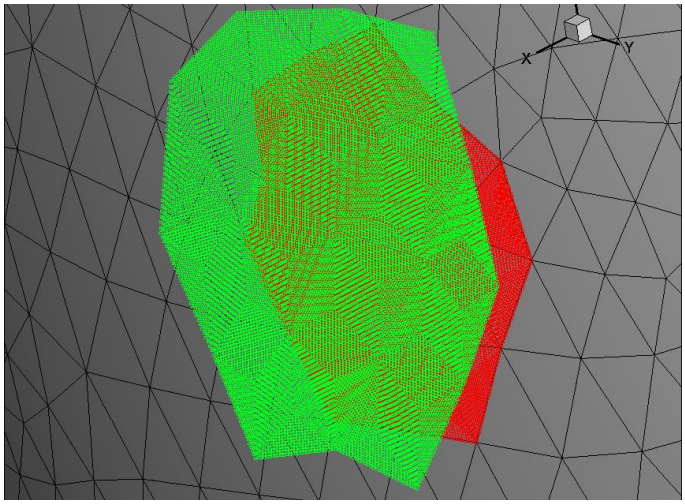

Figure 11. Locally dense point around collision point

3.3.2 불연속 구간에서의 Runge-Kutta 4th order 기법 적용

Runge-Kutta 4th order 기법은 multi-step 기법으로 연속적인 움직임을 포착하는데 정확성이 매우 높지만, 충돌 상황과 같은 불연속적인 문제에서는 t^n과 t^{n+1} 사이의 stage t^m에서의 미분값이 존재하지 않기 때문에 적용이 불가능하다. 충돌하는 물체와 충돌하지 않는 물체가 공존하는 시간에서 모든 물체에 동일한 기법을 적용하기에는 무리가 있으며, 충돌로 판단되더라도 u_{rel}에 따라 impulse 의 적용 유무가 다르기에 더욱 적용에 무리가 있다. 따라서, 본 연구에서는 가중함수 w 를 이용하여 연속 구간과 불연속 구간을 다르게 처리하였다. 가중함수 w 는 물체의 직전, 현재 속도를 내적한 값에 따라 물체 움직임의 연속, 불연속 여부를 판단한다.

일반적인 미분방정식에 대한 Runge-Kutta 4th order 기법은 다음과 같다.

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

$$t_{n+1} = t_n + h$$

$$k_1 = f(t_n,\ y_n),\ k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{k_2}{2}\right),\ k_4 = f(t_n + h\,,\ y_n + k_3).$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

충돌 상황은 불연속적인 움직임이므로 k_1, k_2, k_3, k_4의 계산이 매우 어렵

다. 다만 impulse를 통하여 $\Delta\vec{v}_{(i)}, \Delta\vec{w}_{(i)}$을 계산할 수 있으므로 변화량 hk_1은 이용 가능하다. 물체 움직임의 불연속 여부에 따라 시간 적분의 차수를 다르게 하였으며 최종적으로 본 연구에서 사용한 식은 다음과 같다. $\mathrm{k}_1, k_2, k_3, k_4$은 동일한 값을 사용한다.

$$y_{n+1} = y_n + w\frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + (1 - w)k_1 h$$

$$w = \begin{cases} 1\ (arccos\dfrac{(u_1, u_2)}{|u_1||u_2|} < 45°) \\ 0\ (else) \end{cases}$$

4. 충돌 해석 알고리즘 결과

4.1 충돌 해석 알고리즘 검증

4.1.1 6 자유도 방정식 검증

충돌 문제 해석은 이동 물체의 비정상 해석을 전제로 한다. 충돌 모델링 검증에 앞서 이동 물체 해석을 위한 6 자유도 방정식과 Runge-Kutta 4th order 기법에 대한 검증을 먼저 수행한다. 6 자유도 방정식의 1 차원 검증으로 중력에 의해 낙하하는 구 문제를 해석하였으며 다차원 검증을 위하여 포물선 운동 문제를 해석하였다.

4.1.1.1 구의 자유 낙하

6 자유도 방정식의 1 차원 검증을 위한 문제이다. 공기저항이 속도의 제곱에 비례한다고 가정하였을 때 자유 낙하하는 구의 속도를 계산하여 이론값과 비교하였다.

구에 작용하는 힘은 다음과 같고, 중력과 공기 저항 힘의 크기가 같아지는 시점에서의 속도를 종단 속도 V_{term}라 할 수 있다.

$$F(t) = -Mg + \frac{1}{2}\rho\pi r^2 C_D V(t)^2$$

$$V_{term} = \sqrt{(2Mg)/(\rho\pi r^2 C_D)}$$

최종적으로 구의 속력은 다음과 같이 구해진다.

$$V(t) = \sqrt{V^2{}_{term}(1 - e^{\frac{2gz}{V^2{}_{term}}})}$$

구의 항력 계수(C_D) 값은 0.5 로 가정하였으며 그 외 변수들은 아래 표에 나타내었다. 6 자유도 방정식을 통한 해석해와 이론해를 비교한 그림 12 에서 두 값이 완전히 일치하는 것을 확인할 수 있다.

해석 개요	
항력	$D = 0.5\rho C_D A v^2,\ C_D = const.$
r	$1\ m$
g	$2.67 \times 10^{-5}\ m/s^2$
ρ	$1\ kg/m^3$

Table 1. Analysis condition of falling sphere

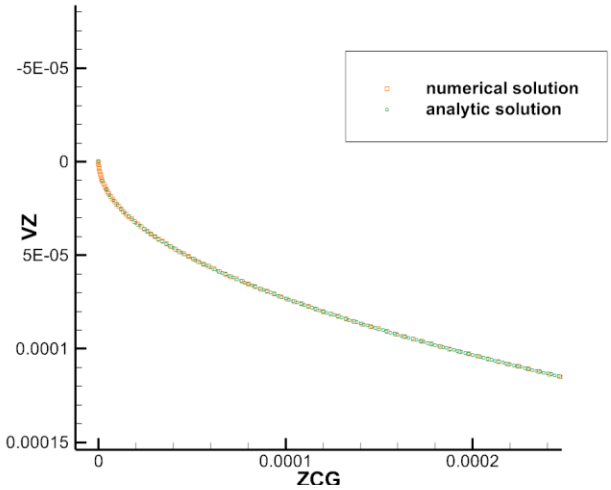

Figure 12. z – V_z Graph of falling sphere

4.1.1.2 포물선 운동

다차원에서의 6 자유도 방정식과 Runge-Kutta 4th order 기법을 검증하기 위하여 포물선 운동을 해석한다. 이전 문제와 동일하게 공기저항이 속도의 제곱에 비례한다고 가정하였을 때, 초기 속도가 주어진 물체의 포물선 운동 궤적을 계산하여 이론값과 비교하였다. 해석해와 이론해가 완전히 일치한다.

해석 개요	
항력	$D = 0.5\rho C_D A v^2,\ C_D = const.$
v_{x0}	10 m/s
v_{y0}	0 m/s
v_{z0}	10 m/s

Table 2. Analysis condition of parabolic motion

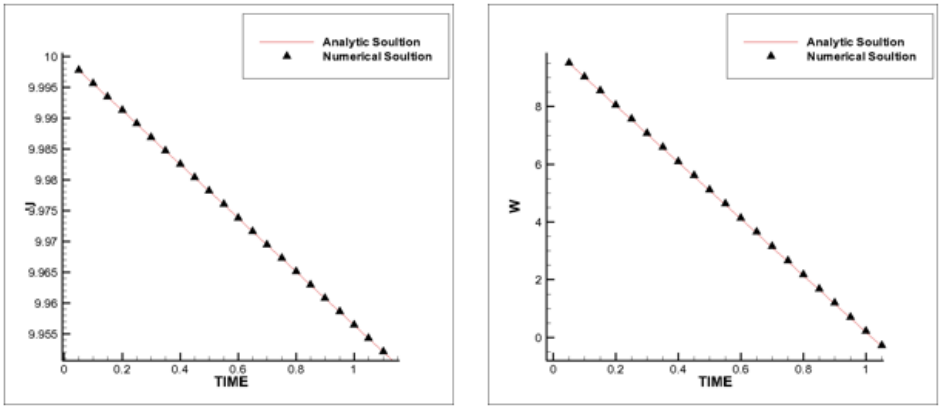

Figure 13. Variation of U, W in time

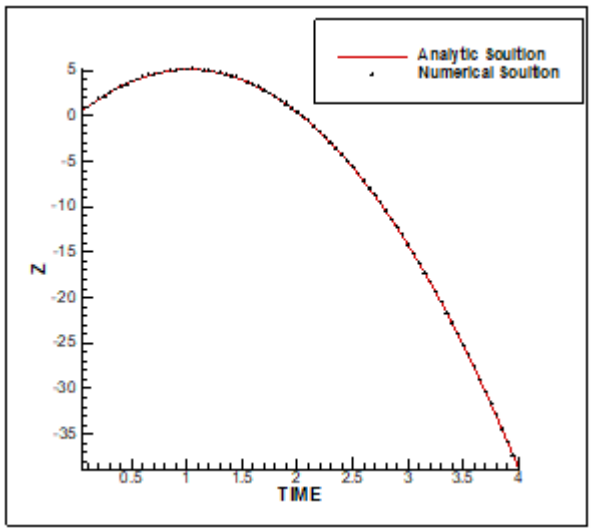

Figure 14. Variation of z in time

4.1.2 충돌 모델링 검증

유동이 없는 상태에서 충돌 알고리즘을 적용하여 충돌 모델링의 정확도를 검증한다. 검증을 위하여 이론해가 존재하는 여러 개의 충돌 문제에 알고리즘을 적용하였다. 1 차원 충돌 검증을 위하여 동일 선상에 위치한 구 2 개의 충돌, 다차원 충돌 검증을 위하여 동일 선상에 있지 않은 구 2 개의 충돌을 해석하였다. 또한, 다차원 충돌에서의 회전 운동 검증을 위하여 구-막대 충돌을 해석하였다.

4.1.2.1 Sphere-Sphere Collision (On the Same Line)

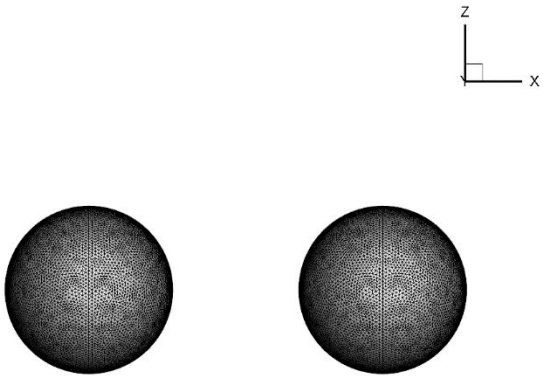

Figure 15. 2 Spheres on the same line

동일 선상에 위치한 2 개의 구가 가까워지다 충돌하여 멀어지는 상황에 충돌 알고리즘을 적용한다. 물체들이 동일 선상에 위치하여 충돌 impulse 도 같은 선 위에서 적용되기 때문에 1 차원 충돌이라고 볼 수 있다.

반지름의 크기 1m, 질량이 1kg로 동일한 2 개의 구가 서로 가까워지는 방향으로 이동한다. 두 물체를 강체로 가정하며, 충돌 표면에서의 마찰력은 무시할 수 있다고 가정하면, Impact Mechanics Method 기반의 충돌 모델링을 적용할 수 있다. 왼쪽 구를 물체 1, 오른쪽 구를 물체 2 라고 하면, 초기 속도 V_1, V_2는 $3.4m/s, -3.4\mathrm{m/s}$이며 충돌 후의 속도 V_1', V_2'는 충돌 반발 계수 ε에 따라 다음과 같이 해석적으로 구해진다. 여기서, m_1, m_2는 물체 질량이다.

$$V'_1 = V_1 - \frac{m_2(1+\varepsilon)}{m_1+m_2}(V_1 - V_2), \qquad V'_2 = V_2 - \frac{m_1(1+\varepsilon)}{m_1+m_2}(V_1 - V_2)$$

충돌 반발 계수 ε이 1(완전 탄성), 0.5(비탄성), 0(완전 비탄성)인 3 가지 경우에 모두 알고리즘을 적용하였다. 각각의 경우에 대하여 해석해와 이론해를 비교하였으며, 충돌 반발 계수 ε에 따른 물체 움직임 변화도 확인하였다.

표 3 에 충돌 후 속도의 해석해와 이론해를 나타내었다. 두 값들을 비교해 보면 오차가 10^{-15}의 machine accuracy 정도에 불과하다. 또한, 그림 16 의 완전 탄성 충돌에서는 충돌 전 속도와 같은 속도로 멀어지며, 완전 비탄성 충돌에서는 충돌 후에 정지해 있는 것을 볼 수 있다. 흔히 알려져 있는 충돌의 물리적 특성과 일치하는 결과이다.

	Analytic		Numerical	
e	V'_1	V'_2	V'_1	V'_2
1	(-3.4,0,0)	(3.4,0,0)	(-3.4,-9.48X10^{-16},1.68X10^{-15})	(3.4,9.48X10^{-16},1.68X10^{-15})
0.5	(-1.7,0,0)	(1.7,0,0)	(-1.703,-7.11X10^{-16},1.26X10^{-15})	(1.703,7.11X10^{-16},-1.26X10^{-15})
0	(0,0,0)	(0,0,0)	(0,-4.74X10^{-16},8.434X10^{-15})	(0,4.74X10^{-16},-8.434X10^{-15})

Table 3. Post impact velocity of spheres

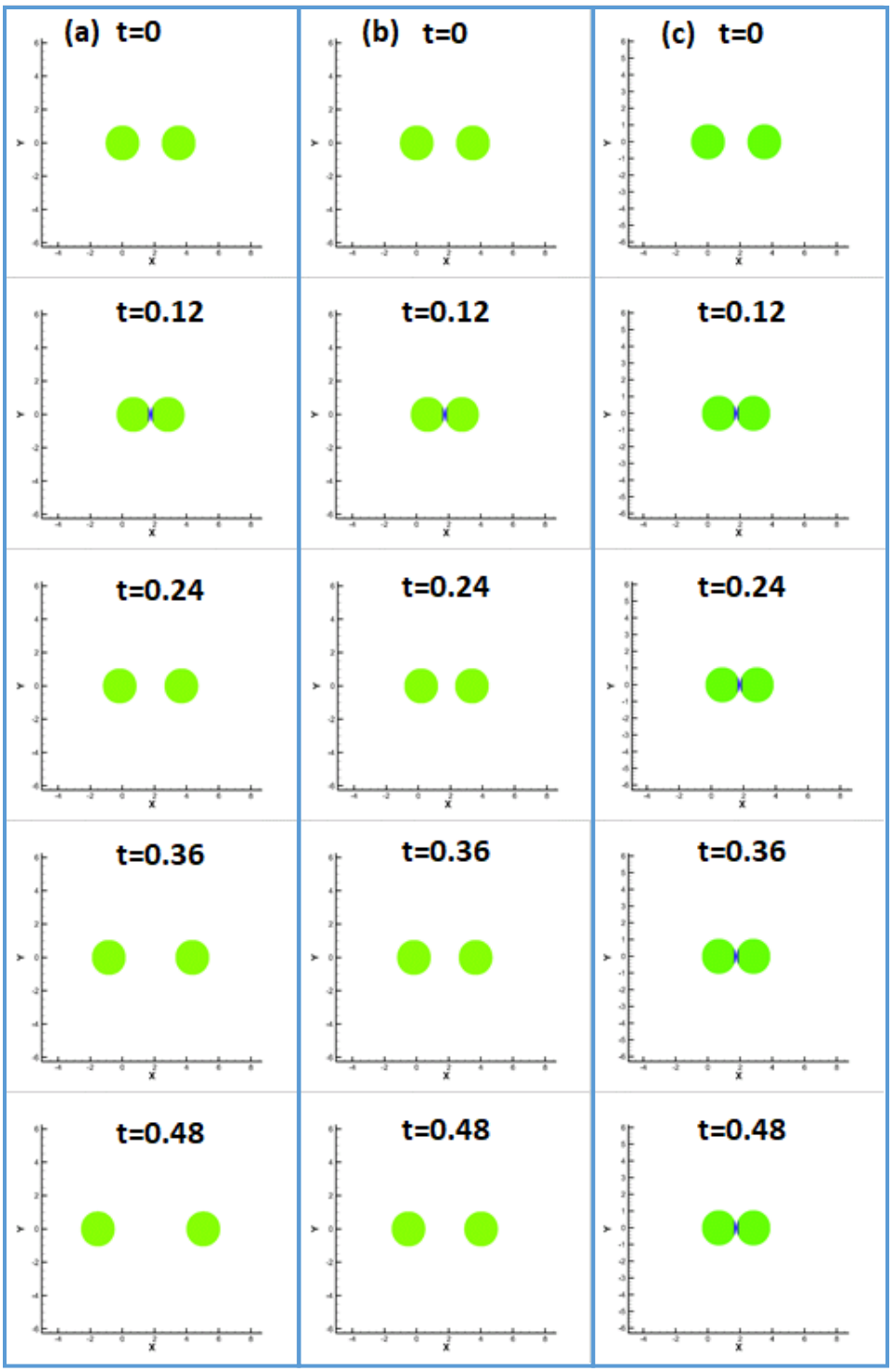

Figure 16. (a) Perfectly elastic, (b) Plastic, (c) Perfectly plastic

4.1.2.2 Sphere-Sphere Collision (Not on the Same Line)

동일 선상에 위치하지 않은 구의 충돌을 해석하였고, 이는 다차원 충돌을 검증하기 위함이다. 기존 알고리즘은 단순히 충돌 점 후보의 무게 중심 점을 충돌 점을 정의하기 때문에 다차원 충돌에서 정확도가 떨어진다는 문제점이 있었다. 본 연구에서는 적은 수의 점으로 정확한 충돌 움직임을 포착하기 위한 Least Squares Method를 적용하여 다차원 충돌에서의 정확도를 높일 수 있었다.

물체 B가 물체 A의 위치보다 거리 e만큼 위쪽으로 떨어져 있는 상태에서 물체 A 가 1m/s의 속도로 오른쪽으로 이동한다. 물체 B 는 정지 상태에 있으며 충돌 시점 이후부터 오른쪽으로 이동하게 된다. 마찬가지로, 물체는 강체로 가정하며 충돌 상황에서의 마찰력은 무시한다. 해석해를 구하기 위하여 충돌은 완전 탄성 충돌($\varepsilon = 1$)로 국한하였다. 속도의 x,y 성분을 U,V라 하면 충돌 후 물체 속도의 해석해는 다음과 같다.

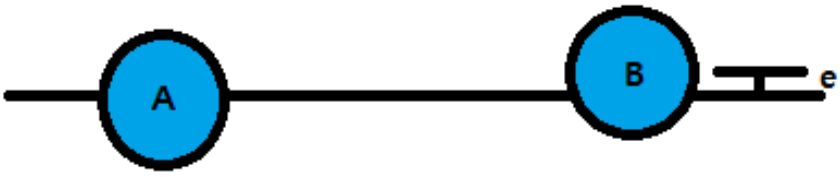

Figure 17. Spheres not on the same line

충돌 전

$$U_A = 1.0, V_A = 0.0$$

$$U_B = 0.0, V_B = 0.0$$

충돌 후

$$U'_A = U_A - \frac{2m_B}{m_A+m_B}\frac{(r_A+r_B)^2+e^2}{(r_A+r_B)^2}U_A \ , \ V'_A = -\frac{2em_B}{m_A+m_B}\frac{\sqrt{(r_A+r_B)^2+e^2}}{(r_A+r_B)^2}U_A$$

$$U'_B = \frac{2m_A}{m_A+m_B}\frac{(r_A+r_B)^2+e^2}{(r_A+r_B)^2}U_A \ , \ V'_B = \frac{2em_A}{m_A+m_B}\frac{\sqrt{(r_A+r_B)^2+e^2}}{(r_A+r_B)^2}U_A$$

떨어진 거리 e, 물체 B 의 질량 m_B를 변화시키며 충돌 알고리즘의 결과를 해석해와 비교하였다.

(가) 떨어진 거리 e 의 변화

$$r_A = r_B = 1, m_A = m_B = 1, \varepsilon = 1$$

	물체 A		물체 B		
e	U'_A	V'_A	U'_B	V'_B	Err
1	0.00000	0.00000	1.00000	1.00000	0
0.25	0.01562	-0.12402	0.98437	0.12402	$3X10^{-14}$
0.5	0.06125	-0.24206	0.9375	0.24206	$5X10^{-14}$

Table 4. Post impact velocity of spheres

완전 탄성 충돌 $(\varepsilon = 1)$인 경우에 대하여 떨어진 거리 e를 1, 0.5, 0.25로 변화시켜가며 충돌 해석해를 구하였다. 이론해와의 오차가 10^{-14} 단위로 machine accuracy의 차이만 보인다.

(나) 질량 m_B의 변화

$$r_A = r_B = 1, m_A = 1, e = 0.5, \varepsilon = 1$$

	물체 A		물체 B		
m_B	U'_A	V'_A	U'_B	V'_B	Err
1	0.06250	-0.24206	0.93750	0.24206	$5X10^{-14}$
1.5	-0.12499	-0.29047	0.74999	0.19364	$6X10^{-14}$
2.0	-0.25000	-0.32275	0.62500	0.16137	$3X10^{-14}$

Table 5. Post impact velocity of spheres

완전 탄성 충돌 $(\varepsilon = 1)$인 경우에 대하여 떨어진 거리 $e = 0.5$로 고정하고 m_B를 1, 1.5, 2 로 변화시키며 충돌 해석해를 구하였다. 역시 오차의 단위가 10^{-14} 단위로 충돌 알고리즘이 다차원에서도 정확도를 유지하는 것을 확인하였다.

4.1.2.3 Sphere-Rod Collision

앞서 구 2 개의 충돌 문제를 통하여 다차원에서의 충돌 알고리즘을 검증하였다. 그러나, 구 충돌 문제는 충돌 과정에서 병진 운동만 존재하기 때문에 충돌에서의 회전 운동에 대한 추가적인 검증이 필요하다. 이에, 구-막대 충돌 문제를 해석 문제로 선정하여 충돌 상황에서 발생하는 병진 속도, 각속도를 해석해와 비교하였다. 구-막대 충돌 문제는 충돌 점이 막대의 끝 부분으로 첨점에 해당한다. Impulse 의 방향을 정확하게 포착하기 위하여 첨점 부근에서만 조밀한 점을 이용하는 방법을 적용하였다.

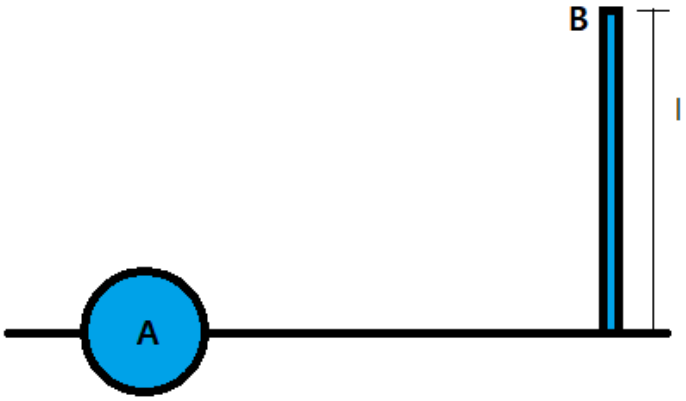

Figure 18. Sphere and rod

물체 B(막대)는 정지하고 있으며 물체 A(구)가 일정한 속도 (V_S = 5 m/s)로 오른쪽으로 이동한다. 물체 A 가 물체 B 의 끝부분에 충돌한 뒤, 물체 B 는 회전 운동을 하며 오른쪽으로 이동하게 된다.

물체들을 강체로 가정하며, 표면 마찰력을 무시하면 충돌 후의 속도, 각속도는 다음과 같이 이론적으로 구할 수 있다. X 방향의 속도 성분을 U, z 방향의 각속도를 W로 표현하였다. m_A, m_B는 물체들의 질량을, I_B는 물체 B 의 관성 모멘트를 의미한다. 또한, l은 물체 B 의 길이를 의미한다.

물체 A

$$U_A = [1 - (1+\varepsilon)/[1 + \frac{m_A}{m_B} + \frac{m_A l^2}{4I_B}]]V_S, \quad W_A = 0$$

물체 B

$$U_A = (1+\varepsilon)V_S/[\frac{m_B}{m_A} + 1 + \frac{m_B l^2}{4I_B}], \quad W_B = l(1+\varepsilon)V_S/[\frac{2I_B}{m_A} + \frac{2I_B}{m_B} + \frac{l^2}{2}]$$

물체들의 질량, 관성 모멘트를 일정하게 유지하고 탄성 반발 계수 ε만 변화시키며 검증을 수행하였다. 마찬가지로, 해석해와 이론해 사이의 오차가 10^{-14} 정도로 충돌 시 회전 운동에 대해서도 알고리즘이 정확도를 유지한다.

(가) $\varepsilon = 1$(완전 탄성 충돌)

$$r_A = r_B = 1, m_A = 2,\ m_B = 8,\ l = 1.2, I_B = 0.96$$

	Exact	Computed	Error
U_A	0	0.000000	-
U_B	1.25	1.250000	-
W_B	6.25	6.249999	$1X10^{-14}$

Table 6. Post impact velocity of sphere and rod

(나) $\varepsilon = 0.8$(비탄성 충돌)

$$r_A = r_B = 1, m_A = 2,\ m_B = 8,\ l = 1.2, I_B = 0.96$$

	Exact	Computed	Error
U_A	0.5	0.499999	$2X10^{-14}$
U_B	1.125	1.125000	$8X10^{-14}$
W_B	5.625	5.624999	$2X10^{-14}$

Table 7. Post impact velocity of sphere and rod

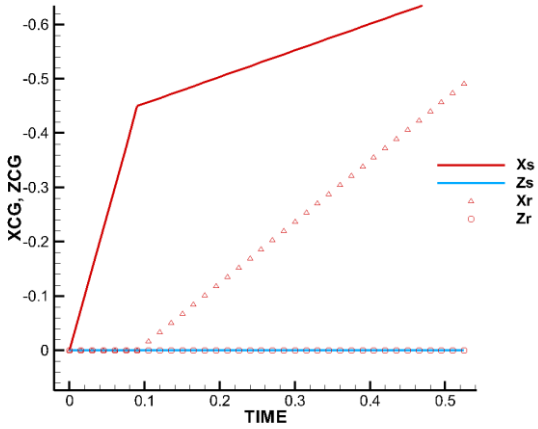

Figure 19. Position of sphere and rod

4.2 충돌 해석 알고리즘 적용

충돌 알고리즘의 적합성을 확인하기 위하여 유동 해석과 함께 충돌 물체 움직임을 구현하였다. 충돌 해석의 실용성 확인을 위하여, 구 등의 간단한 물체가 아닌 실제 비행체에 대해서 알고리즘을 적용하였다. F-18 전투기의 무장 분리 충돌 문제와 우주 왕복선 파편 충돌 문제를 해석하였다. 물체의 형상은 open library 에 있는 CAD 파일을 이용하였으며 표면 격자를 직접 제작하여 무격자 해석 프로그램에 적용하였다.

4.2.1 F-18 Store Separation Collision

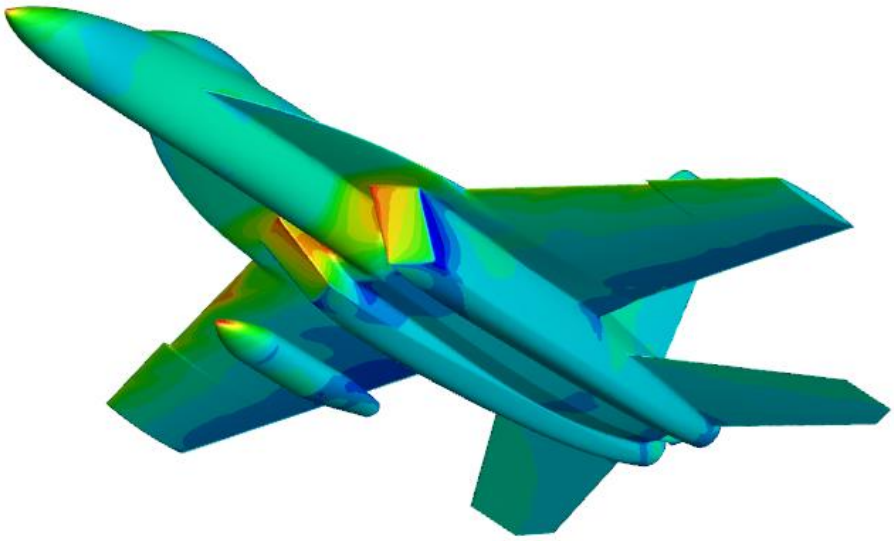

Figure 20. F-18 and bomb collision analysis case

충돌 알고리즘 적용을 위하여 외장 분리 시나리오를 작성하였다. 그림

20 과 같이 총 2 개의 물체(전투기 1 개, 무장 1 개)가 있을 때, 무장이 분리되고 떨어지는 도중에 공력에 의해 떠올라 전투기에 충돌하는 상황을 모사하였다. 완전 탄성 충돌 상황으로 국한하였으며 물체들의 질량, 무게 중심 등은 균일 밀도를 가정하여 대략적인 값을 사용하였다.

	$Mass\ [kg]$	$Length\ [m]$	$CG, CR\ from\ base\ [m]$
F-18	2000	20	9.8585
Bomb	1000	4.5	2.8500

Table 8. Property of F-18 and bomb

유동 해석을 위하여 Arbitrary Lagrangian 오일러 방정식을 사용한다. 공간 차분으로는 AUSMPW+ 기법과 Minmod limiter 를, 시간 적분 기법으로 LU-SGS 와 Dual time stepping 기법을 사용하였다. 이동 물체 해석은 위하여 6 자유도 방정식과 explicit Runge-Kutta 4th order 기법으로 계산하였다. 자유류 조건은 다음과 같다.

M_∞	AOA	$T_\infty\ [K]$	$p_\infty\ [Pa]$
1.2	0	288.15	101300

Table 9. Freestream condition in F-18 case

그림 21 은 0.15초마다 표면 압력 계수를 보여준다. t = 0sec에서 정지 상태에 있던 무장은 분리 후 위로 부상하여 t = 0.15sec 에 전투기 날개 부분에 충돌하였다. 아래로 충돌 움직임이 발생한 이후, 중력에 의해 계속 떨어지는 움직임을 보여준다. 그림 22 는 충돌 직전/직후의 무장 위치 변화를 잘 보여준다.

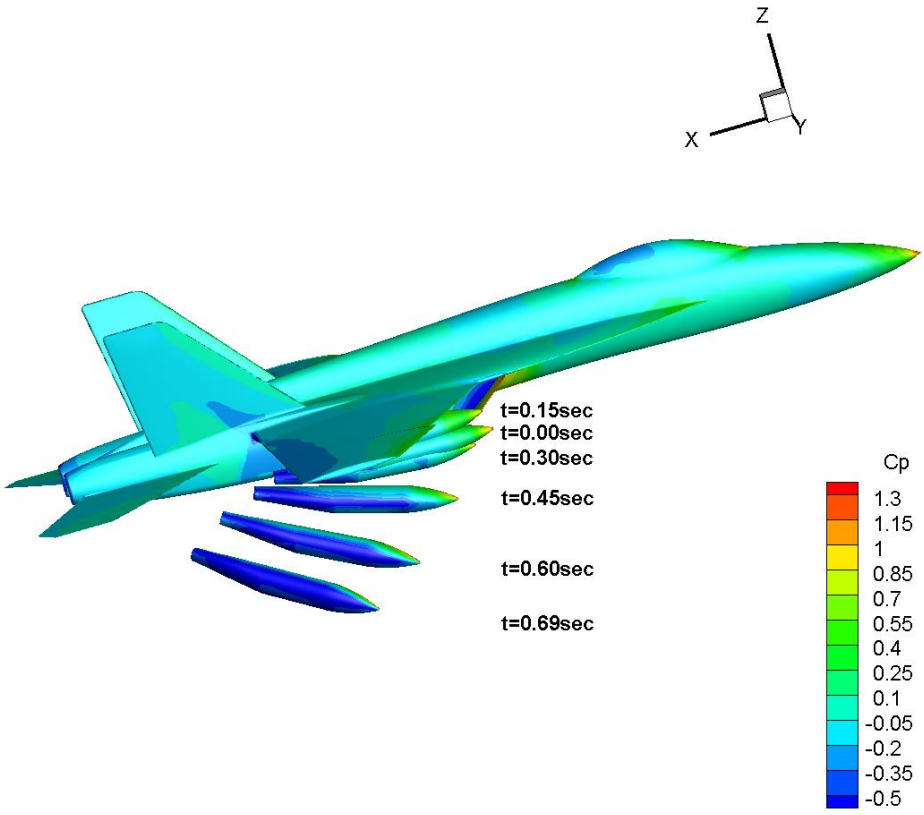

Figure 21. Pressure coefficient during f-18 collision

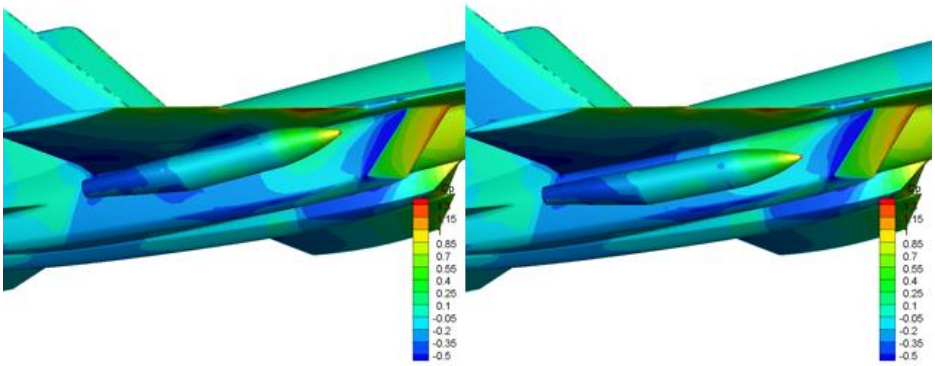

Figure 22. The bomb before and after collision

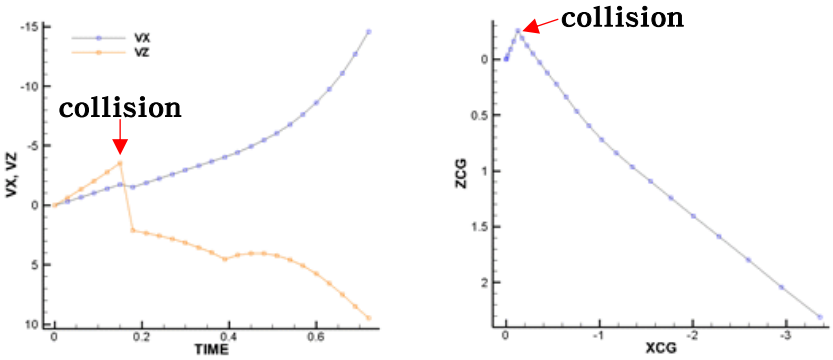

Figure 23. Velocity and position of bomb

4.2.2 Space Shuttle Collision

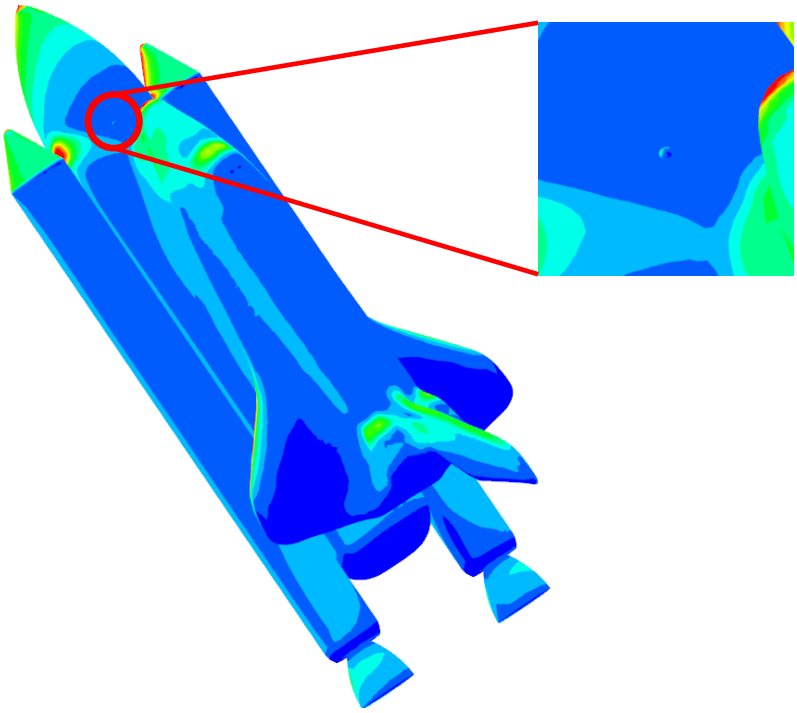

Figure 24. Space shuttle collision analysis case

2003 년 2 월 임무 STS-107 을 수행하고 돌아오던 우주 왕복선 콜롬비아 호가 지구 재돌입 과정에서 공중 분해되는 사고가 있었다. 이륙 시에 발생한 강한 진동으로 연료통에 부착되어 있던 절연체가 떨어져 궤도선을 강타하였고, 약 30cm 의 구멍이 발생할 정도의 큰 파손이 발생하였다. 재돌입 과정에서 그 구멍으로 고온의 플라즈마 유동이 침투하면서 기체 불안정이 야기되었고 우주 왕복선의 폭발로 이어졌다.

본 연구에서는 실제 콜롬비아 호 충돌 순간의 고도, 속도를 바탕으로

자유류 조건을 설정하였고, 충돌 알고리즘을 적용하였다. 콜롬비아 호의 충돌이 발생한 시점은 이륙 후 81 초 후로, 고도 20km에 해당한다. 우주 왕복선의 비행 궤적 데이터와 고도 20km의 대기 조건을 고려한 자유류는 다음과 같다.

$altitude\ [km]$	M_∞	AOA	$T_\infty\ [K]$	$p_\infty\ [K]$
20	2.24	20	240.15	20130.00

Table 10. Freestream condition in space shuttle analysis

앞선 문제와 마찬가지로, Arbitrary Lagrangian 오일러 방정식과 6 자유도 방정식을 사용하였다. AUSMPW+ 기법과 minmod limiter 를 이용하여 공간 차분을, LU-SGS 와 Dual time stepping 기법을 시간 적분에 사용하였다. 6 자유도 방정식 해석에서는 Runge-Kutta 4th order 기법으로 시간 적분을 하였다.

그림 25 는 충돌이 일어나는 과정에서의 표면 압력 계수를 보여준다. 우주 왕복선에 비하여 절연체의 크기가 너무 작아 식별을 위해 빨간색 박스로 위치를 표시하였다. t = 0sec에서 연료 탱크에 부착되어 있던 절연체는 t = 0.04sec에서 궤도선의 앞쪽 부분에 충돌하였고 튕겨져 나간 뒤에 자유류에 휩쓸려 뒤쪽 방향으로 이동한다. 그림 26 에서 절연체의 충돌 직전/직후의 위치를 잘 볼 수 있다.

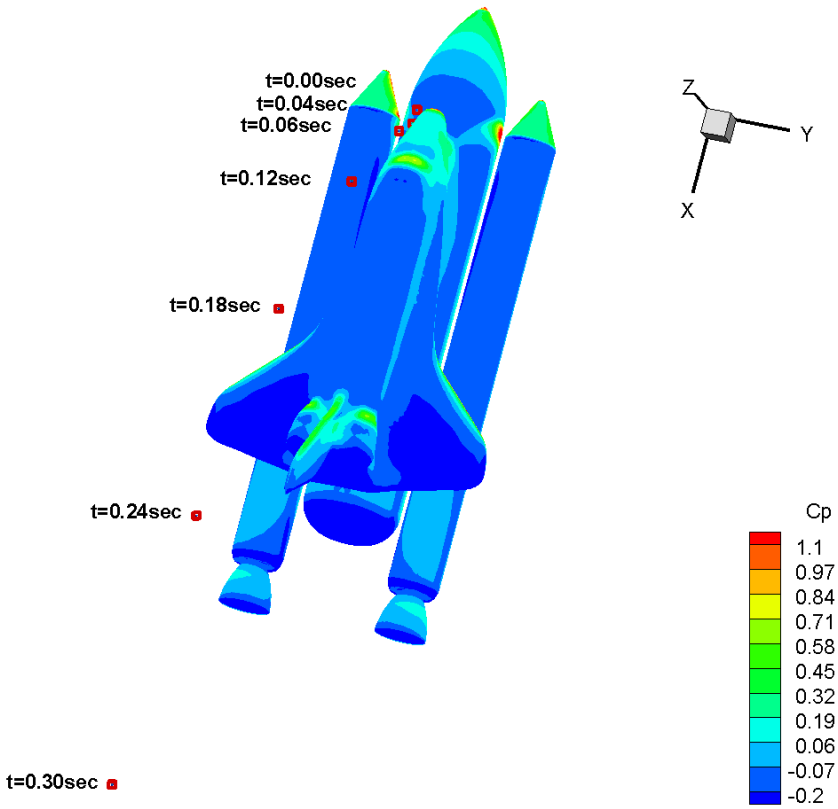

Figure 25. Pressure coefficient during shuttle collision

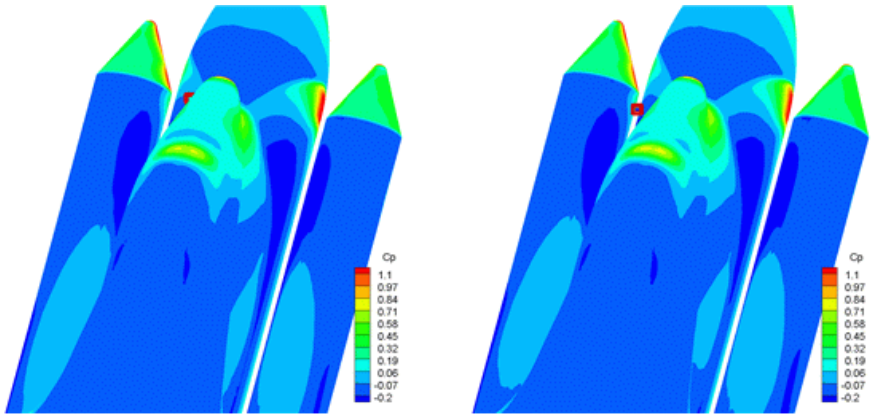

Figure 26. The insulant before and after collision

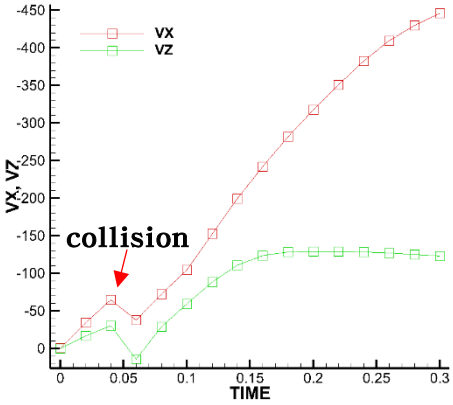

Figure 27. Velocity of insulant

5. 결론

본 연구에서는 선행 연구로 개발된 무격자 해석 프로그램에 충돌 해석 알고리즘을 적용하였다. 다양한 충돌 모델링 기법 중에서 빠른 속도로 이동하는 물체의 충돌을 강건하고 빠른 시간 내에 해석할 수 있는 Impulse-Based Method를 사용하였다. Penetration 현상의 발생을 감지하여 충돌점을 판단하였고 Impact Mechanics Method를 통해 impulse를 계산하여 충돌 움직임을 모사하였다. 충돌 점 판단 오류로 발생하던 충돌 움직임 방향의 틀어짐을 첨점 여부에 따라 다른 방식으로 처리하여 정확도와 시간상의 효율성을 모두 확보할 수 있었다. 또한, 충돌의 불연속 움직임의 시간 적분을 위하여 가중 함수 w를 적용한 explicit Runge-Kutta 4th order 기법을 제안하였다.

해석적 해가 존재하는 문제 해석을 통하여 6 자유도 방정식과 충돌 알고리즘이 다차원에서도 정확도를 잃지 않음을 확인하였으며 실제 비행체 충돌 해석을 수행하여 유동 내에서, 복잡한 형상에서 충돌 알고리즘이 문제없이 작동함을 확인하였다. 본 연구를 통해 개발한 충돌 알고리즘은 사용자의 개입 없이 충돌을 포착하여 충돌 움직임을 계산하는 것이 가능하므로, 다양한 충돌 문제에 적용하였을 때 자동적, 효율적으로 해석이 가능할 것으로 보인다.

참 고 문 헌

[1] Rahil Baber. (2006). Rigid Body Simulation. PhD Thesis. University of Warwick

[2] David. Baraff. (1994). An Introduction to Physically Based Modeling: Rigid Body Simulation 2- Nonpenetration Constraints. SIGGRAPH

[3] Robert L. Meakin. (2003). A General Simulation Method for Multiple Bodies in Proximate Flight. 16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference

[4] Ladislav. Kaven. (2003). Rigid Body Collision Response. Vectors 1000

[5] Schornbaum. Florian. (2010). A Real-time Capable Impulse-based Collision Response Algorithm for Rigid Body Dynamics. Master' s Thesis. Friedrich-Alexander-University

[6] Huh, J. Y., Rhee, J. S., Kim, K. H., & Jung, S. Y. (2018). New least squares method with geometric conservation law (GC-LSM) for compressible flow

computation in meshless method. Computers & Fluids, 172, 122-146.

[7] Kim, K. H., Kim, C., & Rho, O. H. (2001). Methods for the accurate computations of hypersonic flows: I. AUSMPW+ scheme. Journal of Computational Physics, 174(1), 38-80.

[8] Yoon, S., & Jameson, A. (1988). Lower-upper symmetric-Gauss-Seidel method for the Euler and Navier-Stokes equations. AIAA journal, 26(9), 1025-1026.

[9] Chen, H. Q., & Shu, C. (2005). An efficient implicit mesh-free method to solve two-dimensional compressible Euler equations. International Journal of Modern Physics C, 16(03), 439-454.

[10] Katz, A., & Jameson, A. (2008, January). Edge-based meshless methods for compressible flow simulations. In 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit (p. 699).

[11] Kim, S. H. (2018). Development of Point Generation Technique Using Octrees for Numerical

Simulation of Steady/Unsteady Flows. Master' s Thesis. Seoul National University

Abstract

Numerical Analysis of Multiple Bodies Collision Using Meshless Method

Tae Yoon Kung

School of Mechanical and Aerospace Engineering

The Graduate School

Seoul National University

In this study, the algorithm which can analyze the collision in the flow of 3D unsteady moving objects is developed using Impact Mechanics Method with meshless method. The collision algorithm is composed of four steps: "collision detection", "collision point determination", "collision impulse calculation", and "calculation of six degrees of freedom equation including collision impulse". All processes of the algorithm are able to reduce time and use memory efficiently by implementing parallelization. In

addition, to solve the collision point determination error, which have been pointed out as a disadvantage of Impulse-Based Method, a least-square method and singularity point calculation are proposed, and high accuracy can be achieved with less calculation time.

In order to verify the six-degrees-of-freedom equations and the collision modeling, an algorithm is applied to problems in which analytic solution exist, and it is confirmed that the accuracy is maintained in multi-dimensions. In addition, its effectiveness is also tested through simulations of collision situations such as in the fighter and space shuttle.

Keywords : Computational Fluid Dynamics, Meshless Method, Unsteady Moving Objects, Collision, Impact Mechanics Method

Student number : 2018 - 20899