creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학석사 학위논문

프로펠러 작동 원판 기법 개선을 위한 근사 최적화 기법 적용

Application of the Approximate Optimization Method for Improvement of Actuator Disk Method Representing a Marine Propeller

2021년 08월

서울대학교 대학원

조선해양공학과

조 용 재

프로펠러 작동 원판 기법 개선을 위한 근사 최적화 기법 적용

지도 교수 이 신 형

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함
2021년 08월

서울대학교 대학원
조선해양공학과
조 용 재

조용재의 공학석사 학위논문을 인준함
2021년 08월

위 원 장 김 태 완

부위원장 이 신 형

위 원 남 보 우

초 록

프로펠러 전방에 위치한 선체로 인해 프로펠러로 유입되는 유동은 느리고 불균일하다. 이로 인해, 프로펠러가 단독 상태에서 추정된 추진 성능과는 달라진다. 그리고 프로펠러는 선체 뒤에서 작동함으로서 유동을 가속시켜 선체 경계층에서의 전단율을 증가시키고 선미의 표면 압력을 줄어들게 만든다. 따라서, 선체의 마찰 저항과 압력 저항이 커지게 된다. 이와 같이 프로펠러와 선체의 상호작용은 선박의 추진 및 저항 성능에 큰 영향을 미치기 때문에 둘 사이 상호작용을 고려한 연구의 중요성이 증대되고 있다.

전산유체역학(computational fluid dynamics, CFD)을 활용하여 선체-프로펠러 상호작용을 고려한 선박의 추진 및 저항 성능을 추정하기 위해서는 CFD 해석 시 프로펠러를 효과적으로 모사해야한다. 이러한 프로펠러 모사 기법에는 대표적으로 SM (sliding mesh) 기법과 AD (actuator disk) 기법이 존재한다. SM 기법에서는 프로펠러를 직접 회전시켜가며 CFD 해석을 수행하기 때문에 프로펠러로 인한 상호작용을 정도 높게 구현할 수 있다는 장점이 있다. 하지만, 프로펠러의 형상을 모사하기 위해서 날개 전연 및 날개 끝에 높은 격자 해상도를 요구하며, 이로 인해 많은 격자 수와 계산 자원이 요구된다. 또한, CFD 해석 시 단위 시간 간격을 크게 선정할 경우 단위 시간 간격당 프로펠러 회전 각도가 너무 커 계산 안정성 및 정도를 떨어뜨리기 때문에, 작은 시간간격을 사용해야 하고 이는 CFD 해석 시간을 증가시키는 원인으로 작용된다. AD 기법은 프로펠러 형상을 대체하여 원통 영역에 운동량을 분포하여 프로펠러를 모사하는 기법이다. 최근에는 프로펠러를 모사하기 위해 균일한 추력 분포가 아닌 프로펠러 반경의 0.7배 위치에서 최대 추력을 나타내는 Hough and Ordway의 AD 기법이 주로 사용된다. 하지만, 프로펠러마다 반경에 따른 최대 추력 위치와 크기가 다르므로, Hough and Ordway의 AD 기법을 모든 프로펠러에 일률적으로 적용하는 것은 한계가 존재한다.

본 연구에서는 대상 프로펠러에 대해 근사 최적화 기법을 적용하여 Hough and Ordway의 AD 기법을 개선하였으며, 이를 통해 대상 프로펠러의 회전에 의한 추력 분포와 유사하도록 Hough and Ordway의 AD 기법을 개선하는 연구를 수행하였다. 대상 프로펠러는 Joubert BB2 전용 프로펠러인 MARIN 7371R 프로펠러이다. 최적화 기법에선 MARIN 7371R 프로펠러의 추력 분포가 필요하고 이를 구하기 위하여 SM 기법을 적용하여 CFD 해석을 수행했다. 이 때 SM 기법을 검증하기 위해 전진비 0.3, 0.5, 0.7 조건에서 MARIN 7371R 프로펠러 단독 해석을 수행하였고, 추정된 추력 및 토크 계수를 선행연구의 모형 시험 결과와 비교하였다. 그 결과 모든 전진비 조건에서 추력 및 토크 계수의 오차가 모형시험 결과와 3% 이내 오차를 갖는 것을 확인하였고 이를 통해 SM 기법을 통해 추정된 추력 분포를 최적화 기법에 적용할 수 있음을 검증하였다.

MARIN 7371R의 설계 전진비 조건인 0.5에서 Hough and Ordway의 AD 기법을 이용하여 프로펠러 단독 해석을 수행 후 SM 기법과 후류를 비교하였다. 두 기법의 해석 결과에서 축 방향 및 접선 방향 속도를 비교하였다. 접선 방향 속도에 대해서는 두 기법의 해석 결과가 유사하였으며, 축 방향 유속에 대한 차이로 인해 AD 기법의 개선이 필요하다고 판단하였다. SM 기법과의 유사성이 최대가 되도록 4가지 근사 최적화 기법을 이용하여 Hough and Ordway AD 기법을 개선하였다. 4가지 최적화 기법을 통해 얻은 결과를 SM 기법과 비교한 결과 방사 기저 함수를 적용하여 최적화를 수행하였을 때 가장 큰 유사성을 보였다. 전진비 0.3, 0.7 조건에서도 방사 기저 함수를 이용해 최적화를 수행한 AD 기법이 Hough and Ordway의 AD 기법에 비하여 SM 기법과의 유사성이 더 높게 나타나는 것을 확인하였다.

다음으로 SM 기법을 이용하여 자항 해석을 수행하였으며, 모형 시험 결과와 비교를 통해 자항 해석 조건에서 SM 기법을 검증하였다. SM 기법, Hough and Ordway의 AD 기법, 방사 기저 함수를 이용해 최적화를 수행한 AD 기법의 결과들을 서로 비교하였다. 프로펠러 단독

성능 해석에서 방사 기저 함수를 이용해 최적화를 수행한 AD 기법이 자항 성능을 추정하는데 있어서도 Hough and Ordway의 AD 기법에 비해 SM 기법의 결과들과 유사함을 확인하였다.

주요어 : 전산유체역학, sliding mesh 기법, 작동 원판 기법, 프로펠러 단독 해석, 자항 해석, 근사 최적화 기법

학 번 : 2019-22220

목 차

List of Figures 5

List of Tables..... 7

제 1 장 서 론 8
제 1 절 연구 배경 8
제 2 절 선행 연구 10
제 3 절 연구 내용 14

제 2 장 해석 대상 15
제 1 절 잠수함 형상 15
제 2 절 프로펠러 형상 16

제 3 장 전산 해석 기법 18
제 1 절 지배 방정식 18
제 2 절 이산화 기법 21
제 3 절 Hough and Ordway의 AD 기법 31
제 4 절 해석 영역 및 경계 조건 36

제 4 장 근사 최적화 기법 40
제 1 절 근사 최적화 기법 순서도 40
제 2 절 근사 모델 41

제 5 장 해석 결과 48
제 1 절 SM 기법 검증 48
제 2 절 SM과 HOM 기법 속도 분포 결과 비교 50
제 3 절 근사 최적화 기법 적용 52
제 4 절 POW 결과 비교 57
제 5 절 자항 성능 해석 결과 검증 및 분포 비교 60

제 6 장 결론 63

참고문헌 65

Abstract 67

List of Figures

Figure 1 Evolution of the cavity pattern during propeller rotation (Ji et al., 2012) 10
Figure 2 Wake field of SM (up) and AD (down) (Seb, 2017) 11
Figure 3 Comparison of wake plane at x/Lpp = 0.4911 (Seo et al., 2010) 12
Figure 4 Convergence of the forward speed (Jasak et al., 2019) 12
Figure 5 Computed second invariant at Q=300 iso-surface colored by relative helicity (Feng et al., 2020), AD results (left) and SM results (right) 13
Figure 6 Geometry of BB2 submarine 15
Figure 7 Geometry of MARIN 7371R propeller 16
Figure 8 Time series of velocity component at one point 19
Figure 9 Control volume 22
Figure 10 Linear interpolation (central differencing) 26
Figure 11 Decomposition of non-orthogonal cell 28
Figure 12 Thrust distribution of Hough and Ordway method 33
Figure 13 Outer surface of a cylindrical AD 34
Figure 14 Thrust and Torque coefficient results (Pontarelli et al, 2017) 35
Figure 16 Computational domain and boundary conditions used for POW test (SM method) 36
Figure 17 Computational domain and boundary conditions used for POW test (AD method) 37
Figure 18 Computational domain and boundary conditions used for self-propulsion test (SM method) 38
Figure 19 Computational domain and boundary conditions used for self-propulsion test (AD method) 38

Figure 20 Flowchart of approximate optimization method 41
Figure 21 Example of approximate model using RSM 43
Figure 22 Example of approximate model using RBF 44
Figure 23 Example of approximate model using KRG 45
Figure 24 Example of approximate model using WAS 47
Figure 25 Thrust and torque coefficient results of POW tests 49
Figure 26 Contour of axial velocity, SM method instantaneous velocity (left), SM method time-averaged velocity (center), AD method (right) 51
Figure 27 Contour of tangential velocity, SM method instantaneous velocity (left), SM method time-averaged velocity (center), AD method (right) 51
Figure 28 Garph of axial (left) and tangential (right) velocity 52
Figure 29 Graph of thrust distribution 54
Figure 30 Graph of axial velocity distribution 55
Figure 31 Sampling points used in AD method 56
Figure 32 Response surface from different methods 57
Figure 33 Comparison of velocity distribution from different methods 58
Figure 34 Comparison of velocity distribution (J=0.3) 59
Figure 35 Comparison of velocity distribution (J=0.7) 59
Figure 36 Result of self-propulsion test 60
Figure 37 Velocity distribution from self-propulsion test 61

List of Tables

Table 1 Main particulars of BB2 submarine 16
Table 2 Main particulars of MARIN 7371R propeller 17
Table 3 Boundary conditions applied for POW test 37
Table 4 Boundary conditions applied for self-propulsion test 39
Table 5 Correlation functions 45
Table 6 Comparison of thrust and torque coefficients 49
Table 7 Comparison of axial and tangential velocity 52
Table 8 Maximum R2 from different methods 57
Table 9 Comparison of maximum R2 from different methods 58
Table 10 Comparison of maximum R2 (J=0.3, 0.7) 59
Table 11 Comparison of self-propulsion point 60
Table 12 Comparison of R2 from self-propulsion test 62
Table 13 Comparison of velocity distribution from self-propulsion test 62

제 1 장 서 론

제 1 절 연구 배경

선박을 설계하는데 있어 고려해야 할 주요 성능으로는 저항, 추진, 내항, 복원 성능 등이 있다. 특히, 고유가로 인한 연료비 상승과 탄소량 배출 규제 강화는 선박의 저항과 추진 성능에 대한 관심을 증대시키고 있다. 전통적으로 선박의 저항과 추진 성능은 포텐셜 이론에 기반한 수치해석을 통해 평가하였다. 여기서, 포텐셜 이론은 선박에 고정된 좌표계에 대하여 유체의 비점성, 비압축성, 비회전성으로 가정하며, 지배 방정식과 경계조건을 만족하는 속도 포텐셜을 구하여 선체 및 프로펠러 표면에 작용하는 압력 분포를 알 수 있는 방법이다. 이러한 포텐셜 이론을 이용하여 추정한 선박의 저항 및 추진 성능은 모형 시험 결과와 유사하며, 해석에 필요한 계산 시간이 적어 대형 조선소 및 연구소에서 포텐셜 이론을 활용하여 연구를 진행하고있다. 하지만, 최근 선박이 고속화 및 대형화가 됨에 따라 프로펠러에서 발생되는 공동현상으로 인해 프로펠러 손상, 진동, 소음 문제가 대두되고 있으며, 국제해사기구(international maritime organization, IMO)에서는 해양생태계의 보존을 위해 프로펠러로 인한 수중 방사 소음을 줄이기 위한 규제를 강화하고 있다. 하지만, 앞서 언급된 문제들이 발생되는 원인을 규명하고 프로펠러 인한 수중 방사 소음을 정도 높게 예측하는데 한계가 존재한다. 프로펠러의 손상은 선박의 안전 운항에 직접적으로 영향을 미치고, 진동 및 소음은 선박의 수명, 승무원들의 편의성과 해양 환경에도 악영향을 미친다. 이처럼 선박에 악영향을 미치는 공동 현상의 원인을 파악하고 해결하기 위해서는 선박 및 프로펠러 주위의 국부적인 유동장 특성을 분석을 할 수 있는 해석 기법이 필요성이 대두되고 있다.

최근에는 전산기의 발달로 인하여 정도 높은 선박의 저항 및 추진 성능을 예측하고 선박 및 프로펠러에서 발생되는 문제의 원인을 규명하기 위해 전산유체역학 (computational fluid dynamics, CFD)을 주로 활용된다. CFD는 모형 시험에 비하여 적은 인적 자원을 요구하며, 빠른 시간

내에 결과를 얻을 수 있다는 장점이 있다. 그리고 모형 시험에서는 주로 힘과 모멘트를 계측하며, PIV (particle image velocimetry)와 LDV (laser Doppler velocimetry)와 같은 유동 계측 장비를 활용하여 선박 및 프로펠러 주위 유동장 확인이 가능하다. 하지만, CFD에서는 모형시험에서 계측이 어려운 물리량을 측정할 수 있고 국부적인 유동 현상 분석이 가능하다. 최근에는 CFD를 이용하여 가상 구속 모형 시험을 수행하며 저항 및 추진 성능을 평가하며 조종 성능을 평가하는데 있어 선체와 프로펠러 사이의 상호작용의 영향을 확인하기 위해 추진기를 부착한 조건에서 PMM (planar motion mechanism) 해석을 수행한다.

CFD를 활용하여 선박의 추진 성능을 추정하기 위해 추진기를 정도 높게 모사해야한다. 선박의 추진기로 주로 사용되고 있는 프로펠러를 모사하는 기법에는 SM (sliding mesh) 기법과 AD (actuator disk) 기법이 있다. SM 기법은 프로펠러를 감싸는 영역을 회전시켜 프로펠러 형상을 직접 회전시키는 효과를 구현한다. 정도 높은 결과를 제공하지만 프로펠러의 형상을 상세하게 모사하기 위해서는 날개 전연 및 끝에 높은 격자 해상도를 요구하며, 이로 인해 많은 계산 자원이 소요된다. AD 기법은 프로펠러 형상을 대체하여 원통 영역에 추력과 토크를 분포 시켜 프로펠러를 모사하는 기법이다. 최근에는 프로펠러를 모사하기 위해 균일한 추력 분포가 아닌 Hough and Ordway (1964)의 AD 기법을 사용한다. Hough and Ordway의 AD 기법이란 반경에 따른 추력과 토크의 분포가 Goldstein 분포를 따르도록 분포시키는 기법이다. Goldstein 분포는 Goldstein (1929)이 보텍스 이론에 기반하여 반경에 따라 추력과 토크의 분포를 프로펠러와 유사하게 제안한 분포이다. Goldstein 분포에선 프로펠러 반경의 0.7배 위치에서 최대 하중이 나타난다. 하지만, 프로펠러별로 반경에 따른 최대 하중 분포의 위치와 크기가 다르므로, Goldstein 분포를 모든 프로펠러에 일률적으로 적용하는 것은 한계가 존재하며 Hough and Ordway의 AD 기법의 개선이 필요하다.

제 2 절 선행 연구

선박의 추진 및 저항 성능을 추정하기 위해서 구속 모형 시험을 CFD를 이용하여 수행하는 연구가 수행되어 왔다. 구속 모형 시험 중 프로펠러의 구현이 필요한 시험은 프로펠러 단독 시험과 자항 시험이 있다. 이때, 프로펠러의 움직임을 구현하기 위하여 사용된 방법은 SM 기법과 AD 기법이 있다.

Ji et al. (2012)은 SM 기법을 이용하여 불규칙한 반류에서 프로펠러 주위의 공동 현상에 대해 CFD 해석을 수행하였다. Figure 1은 프로펠러 날개가 한 주기 동안 나타나는 공동 해석 결과를 실험 결과와 비교한 것이다. SM 기법을 통해 예측된 공동의 크기와 위치는 실험 결과와 유사한 경향성을 보인다. 또한, 프로펠러 공동현상으로 인한 압력 변동의 주된 원인이 공동의 부피 변화로 인한 가속도임을 밝혔다. 이러한 분석 결과를 토대로, SM 기법을 사용하는 CFD 기법이 공동 현상으로 인해 발생하는 압력 변동 발생의 물리적 매커니즘을 이해하는 데에 있어 신뢰성 높은 기법임을 주장하였다.

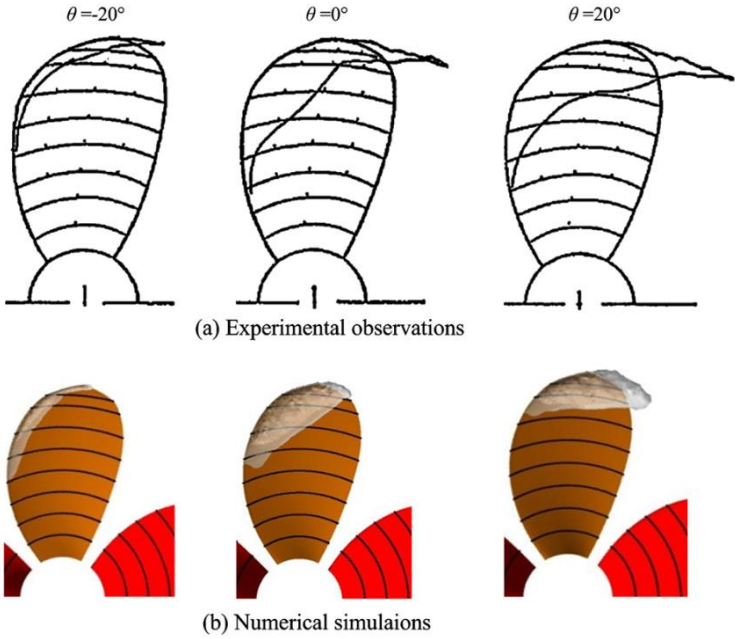

Figure 1 Evolution of the cavity pattern during propeller rotation (Ji et al., 2012)

Seb (2017)은 SM 기법과 AD 기법을 이용하여 프로펠러 단독 시험을 수행 후, 프로펠러 주위의 유동장을 비교하였다. Figure 2는 프로펠러 주위 속도의 크기를 비교한 결과이다. AD 기법이 SM 기법과 비교하여 전반적으로 합리적인 계산 결과를 보일 뿐만 아니라, 계산 자원 면에서 매우 효율적이라는 결론을 내렸다.

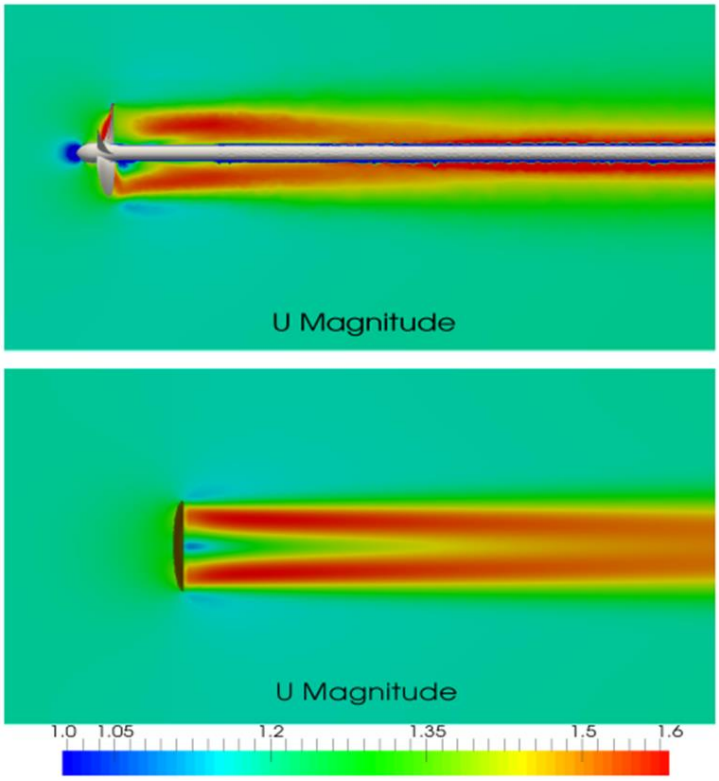

Figure 2 Wake field of SM (up) and AD (down) (Seb, 2017)

Seo et al. (2010)은 CFD를 이용하여 선체의 저항, 프로펠러 단독, 자항 해석을 수행하였다. 이 때, 프로펠러 단독과 자항 해석에서 SM 기법을 적용하였다. Figure 3은 자항 해석 결과 중 $x/L_{pp} = 0.4911$ 에서의 반류 분포를 실험 결과와 비교한 결과이다. 선저 주위의 압력 회복과 후류에서 회전하는 프로펠러의 영향이 나타나는 것은 실험 결과와 일치하였다. 하지만, 반류 계수와 준추진계수는 실험 결과에 비해 작게 추정하여 추후 연구에서는 선미 부분의 격자 조밀도 개선이 필요하다고 주장하였다.

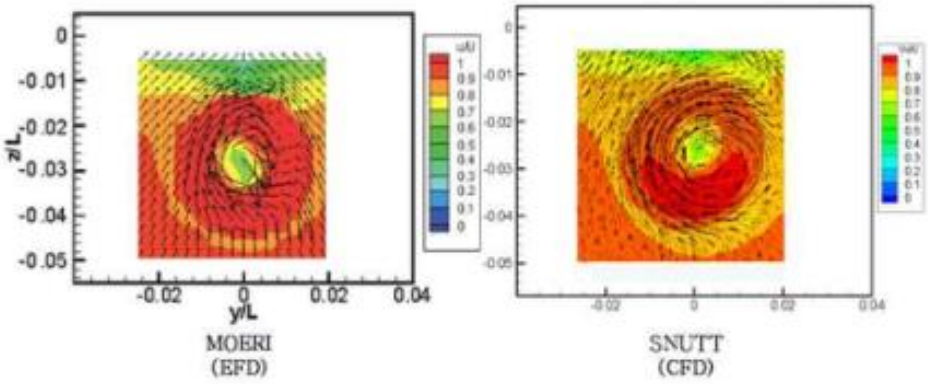

Figure 3 Comparison of wake plane at $x/L_{pp} = 0.4911$ (Seo et al., 2010)

Jasak et al. (2019)은 AD 기법을 이용하여 실선 스케일의 선박에 대해 자항 해석을 수행하였으며, 프로펠러의 회전 속도가 일정할 때의 선속과 선체의 트림을 시운전 결과와 비교하였다. 해석 조건이 밸러스트 흘수 상태이고 0.8 MCR (maximum continuous rating)일 때 비교하였다. Figure 4는 해석 시 시간에 따른 전진 속도의 수렴 과정을 나타낸 것이다. 수렴한 선박의 전진 속도는 시운전 결과와 비교하여 0.3% 이내의 오차를 보였다. 고충실도의 전산 해석이 추후 실선 규모의 해석에 적용될 가능성이 있음을 보였다.

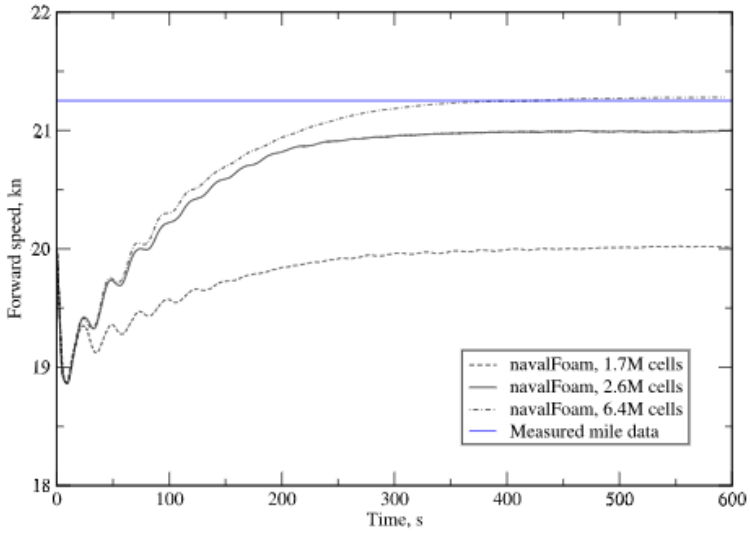

Figure 4 Convergence of the forward speed (Jasak et al., 2019)

Guo et al. (2020)과 Feng et al. (2020)은 SM과 AD 기법을 이용하여 KCS (KRISO container ship) 선형에 대해 각각 자항 해석과 자유 항주 해석을 수행하였다. 해석 수행 후, AD 기법의 추력, 유속 분포, 자유 수면의 단면 등의 결과를 SM 기법의 결과와 비교하였다. Figure 5는 자유 항주 해석 시 두 기법의 선미 와류 형상을 비교한 결과이다. AD 기법은 SM 기법과 비교하여 추력, 반류비, 자항점과 같이 추진 성능에 대해서는 유사한 해석결과를 보였지만, Figure 5와 같이 tip vortices와 같이 상세한 프로펠러의 유동장은 구현하지 못하는 것을 확인하였다. 하지만 AD 기법이 격자 생성의 단순화, 격자 수의 감소, 요구하는 계산 자원의 감소 면에서 공학적인 면에서 큰 의의가 있다고 평가하였다.

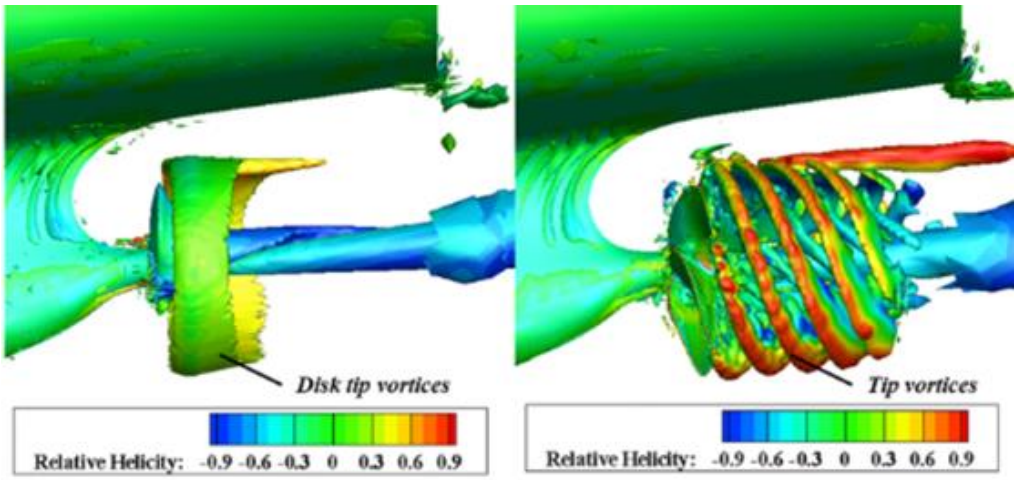

Figure 5 Computed second invariant at Q=300 iso-surface colored by relative helicity (Feng et al., 2020), AD results (left) and SM results (right)

제 3 절 연구 내용

본 연구의 목표는 Hough and Ordway의 AD 기법에 근사 최적화 기법을 적용하여 실제 프로펠러의 추력 분포와 유사한 분포를 모사할 수 있도록 개선하는 것이다. 추력 분포 개선을 위해 1) SM 기법을 이용하여 프로펠러의 추력 분포 데이터를 수집하고 2) Goldstein 분포에 최적화 기법을 적용하였으며 3) 개선된 추력 분포를 Hough and Ordway의 AD 기법에 적용하여 자항 해석을 수행하였다.

본 연구에서 사용된 프로펠러는 generic submarine Joubert BB2 전용 프로펠러인 MARIN 7371R 프로펠러를 사용하였다. 최적화 기법에 사용되는 해당 프로펠러의 추력 분포 데이터를 구축하기 위하여 SM 기법을 적용하였다. SM 기법을 이용하여 MARIN 7371R 프로펠러의 추력 분포를 추출하기에 앞서, SM 기법의 검증을 위하여 프로펠러 단독 상태 전산 해석을 수행하였다. 전진비 0.3, 0.5 그리고 0.7 조건에서 전산 해석 결과로 추정한 추력 계수 K_T와 토크 계수 K_Q를 모형 시험 결과와 비교하였다.

최적화 기법을 적용하기 위하여 Hough and Ordway의 AD 기법에서 사용되는 Goldstein 분포를 전개하여 최적화 인자와 최적화 목적 함수에 해당하는 특성치를 선정하였다. 그 후, 4가지 최적화 기법, 반응 표면 분석법, 방사 기저 함수, Kriging 모델 그리고 가중 평균 대체 모델을 적용하였다. 4가지 최적화 기법을 적용하여 최적화 된 추력 분포를 비교하여 실제 프로펠러의 추력 분포를 가장 정도 높게 모사하는 최적화 기법을 선정하였다.

최적화 기법을 통해 개선된 추력 분포를 Hough and Ordway의 AD 기법에 적용하여 개선된 AD 기법을 이용하여 자항 조건에서 CFD 해석을 수행하였다. 해당 결과를 SM 기법을 적용한 자항 조건에서 CFD 해석 결과와 비교하여 개선 정도를 평가하였다.

제 2 장 해석 대상

제 1 절 잠수함 형상

본 연구에서 사용된 잠수함 형상은 generic submarine Joubert BB2 형상이며, 대상선은 형상 파일 및 모형시험결과가 공개되어 있어 벤치마크용으로 주로 활용되고 있다. 본 잠수함의 주요 특징은 Figure 6과 같이 X자 배치의 타를 가지고 있다. 대상선의 실선 및 모형선 스케일의 주요 제원은 Table 1과 같다.

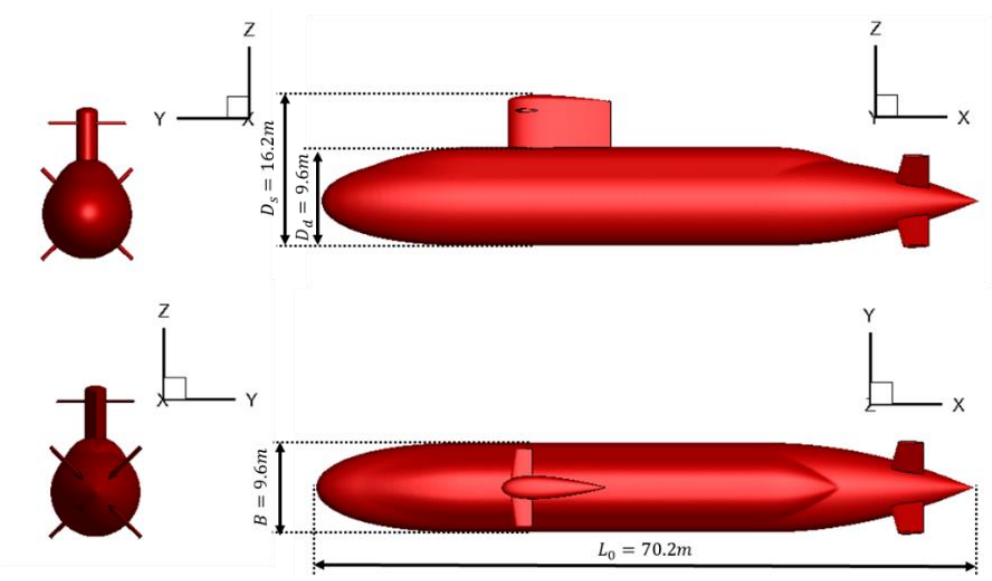

Figure 6 Geometry of BB2 submarine

Table 1 Main particulars of BB2 submarine

Description	Symbol	Unit	Full scale	Model scale
Length	L_0	m	70.2	3.8260
Beam	B	m	9.6	0.5232
Draft to deck	D_d	m	10.6	0.5777
Draft to sail top	D_s	m	16.2	0.8829
Displacement	Δ	m^3	4440	0.7012
Longitudinal center of gravity (from nose)	X_{CG}	m	32.31	1.761
Vertical center of gravity (from shaft)	Z_{CG}	m	0.0443	0.0024
Scale ratio	λ	-	18.348	

제 2 절 프로펠러 형상

본 연구에서 사용된 프로펠러는 MARIN 7371R이며, Joubert BB2의 전용 프로펠러이다. 대상 프로펠러의 형상 및 주요 제원은 Figure 7과 Table 2와 같다.

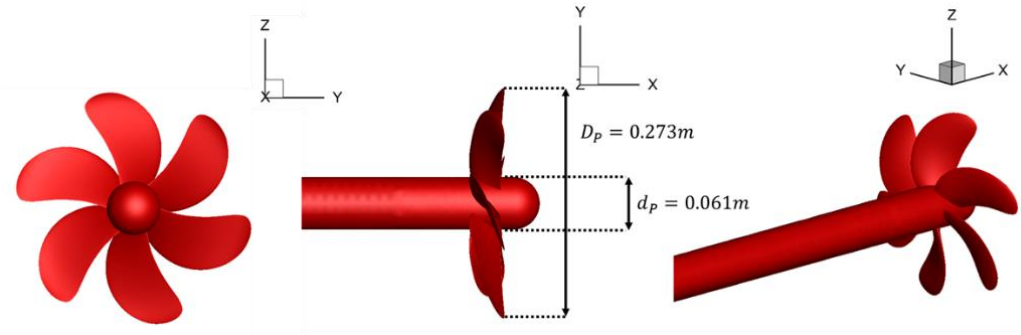

Figure 7 Geometry of MARIN 7371R propeller

Table 2 Main particulars of MARIN 7371R propeller

Description	Symbol	Unit	Full scale	Model scale
Propeller diameter	D_P	m	5.0	0.273
Hub diameter	d_P	m	1.114	0.061
Pitch at $0.7R$	$P_{0.7}$	m	4.83	0.263
Hub/ diameter ratio	d_P/D_P	-	0.223	
Pitch/ diameter at $0.7R$	$P/D_{0.7}$	-	0.966	
Expanded blade area ratio	A_E/A_O	-	0.7	
Number of blades	Z	-	6	
Direction of rotation	Clockwise looking ahead			

제 3 장 전산 해석 기법

제 1 절 지배 방정식

본 연구에서는 비압축성 Newtonian 유체를 가정한 유동 해석을 수행한다. 유동 해석을 위하여 사용한 지배방정식은 식 (1)과 (2)와 같이 질량 보존방정식과 운동량 보존방정식이다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \tag{2}$$

위 식에서 u_i는 유체의 속도, p는 유체의 압력, μ는 유체의 점성 계수를 의미한다. 식 (2)의 우변 마지막 항은 전단응력으로 Newtonian 유체에선 식 (3)과 같이 유체의 변화률에 비례한 값으로 대체된다.

$$\tau_{ij} = -\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)\delta_{ij} \tag{3}$$

식 (3)에서 δ_{ij}는 Kronecker delta 함수이고 질량 보존 방정식을 적용하면 마지막 항을 소거할 수 있다.

무질서한 난류 유도에서 유체 입자의 운동을 경제적으로 모사하고 처리하기 위해 Reynolds decomposition을 사용한다. Reynolds decomposition은 시간에 따른 난류 유동의 성분을 시간 평균(Reynolds averaged) 성분과 요동 성분으로 분류하여 표현한다. 이를 속도 성분을 예시로 표현하면 다음과 같다: $u_i = \bar{u}_i + u_i^{'}$. $\bar{u}_i$는 시간 평균 성분을 의미하고 $u_i^{'}$ 는 요동 성분을 의미한다. 아래 Figure 8은 난류 유동에서 한 지점에서 속도와 시간 평균 성분 그리고 요동 성분의 관계를 나타낸 그

림이다.

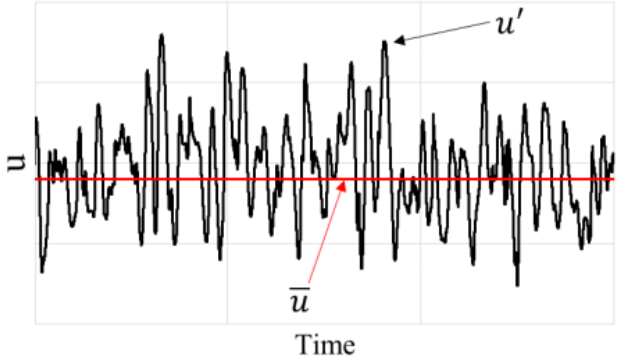

Figure 8 Time series of velocity component at one point

식 (1)과 식 (2)에서 나타난 지배방정식을 Reynolds decomposition 기법을 적용하여 수식을 전개하면 식 (4), (5)와 같은 URANS (unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations) 방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial \mathrm{x_i}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} - \overline{u_i' u_j'} \tag{5}$$

여기서, $\bar{u}_i$는 시간 평균된 유체의 속도, $\bar{p}$는 시간 평균된 유체의 압력을 의미한다. 식 (5)의 우변 마지막 항은 시간 평균 과정에서 대류항에 의해 새롭게 유도된 항이며, 이를 Reynolds stress라고 한다. 6 개의 Reynolds stress는 비선형성을 가져 이에 대한 난류 계산이 가능하기 위해서는 평균 유동 방정식 시스템이 수학적으로 닫히도록 할 필요가 있다.

Reynolds stress에 대해 가장 널리 사용되는 가정은 Boussineq 가정이다. Boussinesq (1877)는 Reynolds stress가 유체 입자의 평균 변형률에 비례할 것이라고 제안한 바 있으며, 식 (6)과 같이 표현이 가능하다.

$$-\overline{u_i'u_j'} = \nu_t\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}\delta_{ij}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \tag{6}$$

여기서, $k = \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)/2$는 단위 질량당의 난류 에너지이다. ν_t는 난류 점성 계수이며, δ_{ij}는 Kronecker 델타를 의미한다. 난류 점성 계수는 난류 특성에 의해 나타나며, RANS 방정식의 핵심은 난류 점성 계수를 어떻게 구하느냐는 것이다. 난류 점성을 구하는 방식에 따라 Splalart-Allmaras 모델, $k-\varepsilon$ 모델, $k-\omega$ 모델, $k-\omega$ SST 모델 등으로 구분할 수 있다. 본 연구에서는 대상 선박 및 대상 프로펠러 형상이 곡률 변화가 심하게 나타나기 때문에 이러한 특성을 고려하여$k-\omega$ SST (shear stress transport) 모델을 사용하였다.

Wilcox (1988)가 제안한 $k-\omega$ 모델은 난류 진동수 $\omega = \varepsilon/k$ 를 제 2의 변수로 사용하였으며 이 변수를 사용하면 길이 스케일 $l = \sqrt{k}/\omega$가 된다. 이를 통해 벽 근처에서의 유동은 비교적 잘 모사하나 자유 흐름에서 경계 조건을 적용하는 유동에서 비물리적인 거동을 보인다는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 Menter (1992)는 벽 인접 지역에서는 $k-\omega$ 모델을, 벽으로부터 충분히 발달한 난류 지역에서는 $k-\varepsilon$ 모델을 사용하는 $k-\omega$ SST 모델을 제안하였다. 이 모델은 $k-\omega$ 모델과 $k-\varepsilon$ 모델의 장점만을 혼합한 하이브리드 기법이며 3차원 유동 박리, 역압력 구배와 같이 복잡한 유동에서도 비교적 정확한 예측이 가능하다. $k-\omega$ SST 모델의 수송 방정식은 식 (7)와 (8)와 같다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i\frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right] + P_k - \beta^* k\omega \tag{7}$$

$$\sigma_k = 2.0$$

$$\beta^* = 0.09$$

$$P_k = min\left(\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k\omega\right)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_i}\right] + \gamma P_k - \beta\omega^2 + 2(1-F_1)\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i} \tag{8}$$

$$\sigma_\omega = 2.0$$

$$\gamma = 0.553$$

$$\beta = 0.075$$

$$F_1 = \tanh\left\{\left\{min\left[max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2}\right]\right\}^4\right\}$$

$$\sigma_{\omega 2} = 0.856$$

$$CD_{k\omega} = max\left(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10}\right)$$

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1\omega, SF_2)}$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{9}$$

$$F_2 = tanh\left\{\left[max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right)\right]^2\right\}$$

제 2 절 이산화 기법

본 연구에서는 편미분방정식의 이산화 기법으로 FVM (finite volume method)을 기본적인 수치적 접근 방법으로 사용하였다. Navier-Stokes 방정식은 비선형 항을 포함한 편미분방정식으로 구성되어 있어 매우 한정적인 조건 (Poiseuille flow, Couette flow 등)을 제외하고는 수학적인 엄밀해를 얻을 수 없다. 이와 같은 한계점을 극복하고 근사적으로 해를 구하기 위해 편미분방정식에 이산화 기법을 도입하였다. 이산화는 미분방정식에 대한 수치적 근사를 통해 대수 방정식으로 변환하는 과정을 의미하며 이를 유동 지배방정식에 적용하면 유동장에 대한 근사해를 얻을 수 있다.

FVM의 첫 번째 단계는 해석 영역을 이산화 된 검사체적으로 나누는 것이다. 이산화 점을 셀의 중심에 놓고, 셀 중심의 값이 셀 내부의 값을 대표하도록 한다. 중점적으로 해석하고 싶은 부분에는 격자계를 조밀하게 생성하여 유동장의 해상도를 높일 수 있다. Figure 9는 일반적인 검사

체적의 예이다. P 는 검사 체적의 중심에 위치하며 식 (9)를 만족한다. 이 때 x 는 위치 벡터를 나타낸다.

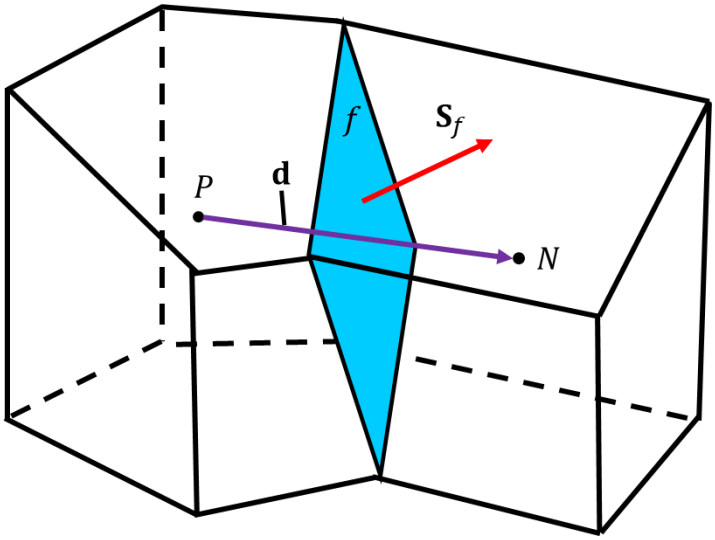

Figure 9 Control volume

$$\int_{V_P} (x - x_P) dV = 0 \tag{9}$$

검사 체적은 임의의 형상을 가지는 셀 면으로 둘러싸여 있으며 neighbor 셀과는 단 하나의 face만 공유한다. 셀 face 의 종류는 internal face와 boundary face로 나눌 수 있는데 벡터 **d** 는 인접한 셀에서의 셀 중심을 연결하는 방향으로 정의한다. 인접한 셀 사이에 위치한 face 의 normal area 벡터는 $\mathbf{S}_f$ 로 정의한다. $\mathbf{S}_f$ 는 낮은 label에서 높은 label을 가리키도록 구성된다. 상대적으로 낮은 label을 가지는 cell이 owner 셀이 되고 높은 label을 가지는 셀이 neighbor 셀이 된다. Owner 셀과 neighbor 셀의 중심은 각각 P와 N으로 나타낸다. 이 벡터의 크기는 해당 face의 면적과 동일하다.

임의의 스칼라 변수 ϕ 에 대한 일반 수송방정식은 식 (10)과 같다.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U\phi) = \nabla \cdot \left(\rho\Gamma_\phi \nabla\phi\right) + S_\phi(\phi) \tag{10}$$

일반 수송방정식의 각 항의 물리적 의미는 다음과 같다. 좌변의 첫 번째 항은 유체요소에서의 ϕ 의 증가율을 나타낸다. 좌변의 두 번째 항은 유체요소로부터 ϕ 의 유출률을 나타내며 우변의 첫 번째 항은 확산으로 인한 ϕ 의 증가율을 나타낸다. 마지막으로 우변의 두 번째 항은 소스로 인한 ϕ 의 증가율을 나타낸다.

일반 수송방정식은 확산항의 2계 미분으로 인해 2차 정확도를 가지는 방정식이다. 이와 같은 이유로 정도 높은 유동 해석을 위해서 반드시 이산화 기법의 정확도가 지배방정식의 정확도보다 높거나 같아야 한다. 본 연구에서는 모든 변수에 대해 2차 정확도를 가지는 이산화 기법을 적용하였다.

이산화에 따른 정확도는 포인트 **P** 주위에서 가정된 시간과 공간에 대한 함수 $\phi = \phi(x,t)$ 의 변화에 의존하게 된다. 이 함수의 변화는 2차 정확도를 가지기 위해 식 (11), (12)와 같이 시간과 공간에 대해 선형적으로 변화한다고 가정한다.

$$\phi(\mathrm{x}) = \phi_P + (\mathrm{x} - \mathrm{x}_P) \cdot (\nabla\phi)_P \tag{11}$$

$$\phi(t + \Delta t) = \phi^t + \Delta t \left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^t \tag{12}$$

공간 함수에 대해 Taylor series expansion을 적용하면 식 (13)과 같이 표현된다.

$$\phi(\mathrm{x}) = \phi_P + (\mathrm{x} - \mathrm{x}_P) \cdot (\nabla\phi)_P + O(|\mathrm{x} - \mathrm{x}_P|^2) \tag{13}$$

이는 Taylor series expansion이 적용되기 전의 함수와 비교했을 때 $|\mathrm{x} - \mathrm{x}_P|^2$ 의 크기를 가지는 truncation error를 보이며 식 (13)가 2차 정확도를 가짐을 의미한다. 동일한 과정으로 시간 함수에 대해서도 $\Delta\mathrm{t}^2$ 의

크기를 가지는 truncation error가 발생함을 알 수 있다.

FVM에서는 앞서 정의된 식 (10)을 만족하는 적분형 일반수송방정식을 필요로 한다. 포인트 P 주위의 검사 체적 V_P 에 대해 적분하면 식 (14)와 같다.

$$\int_t^{t+\Delta t}\left[\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_P}\rho\phi dV+\int_{V_P}\nabla\cdot(\rho U\phi)dV-\int_{V_P}\nabla\cdot\left(\rho\Gamma_\phi\nabla\phi\right)dV\right]dt = \int_t^{t+\Delta t}\left[\int_{V_P}S_\phi(\phi)dV\right]dt \tag{14}$$

공간 이산화 과정에서는 아래와 같이 일반화된 형태의 Gauss' theorem이 사용된다. **a** 는 일반 벡터 변수를 의미한다.

$$\int_V \nabla\cdot\mathbf{a}dV = \oint_{\partial V} dS\cdot\mathbf{a} \tag{15}$$

$$\int_V \nabla\phi dV = \oint_{\partial V} dS\phi \tag{16}$$

$$\int_V \nabla\mathbf{a}dV = \oint_{\partial V} dS\mathbf{a} \tag{17}$$

이 때, ∂V 는 닫힌 면으로 둘러싸인 체적이며 dS 는 ∂V 의 face area vector를 의미하며 이때 벡터는 바깥 방향을 가리킨다. 앞서 정의한 식 (11)에 포인트 P 주위에서의 공간 적분을 취하면 아래와 같은 형태로 변환된다.

$$\int_{V_P}\phi(x)dV = \int_{V_P}[\phi_P+(x-x_P)\cdot(\nabla\phi)_P]dV = \phi_P\int_{V_P}dV+\left[\int_{V_P}(x-x_P)dV\right]\cdot(\nabla\phi)_P = \phi_P V_P \tag{18}$$

식 (18)의 두 번째 적분 항은 점 P 가 검사 체적의 중심이기 때문에 centroid 정의에 의해 0이 된다.

Divergence operator 내의 항에 대해 살펴보면 검사 체적 V_P 가 flat face 들로 둘러싸여 있다고 가정했을 때 식 (15)가 모든 face에 대한 적분의 합으로 변환된다.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \mathbf{a} dV = \oint_{\partial V_P} dS \cdot \mathbf{a} = \sum_f \left(\int_f dS \cdot a \right) \tag{19}$$

이 식에 일반 스칼라 변수가 선형적으로 변화한다는 가정을 도입하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\int_f dS \cdot a = \left(\int_f dS \right) \cdot a_f + \left[\int_f dS(x - x_f) \right] : (\nabla a)_{\mathrm{f}} = S \cdot a_f \tag{20}$$

앞선 식 (18), (19), (20)들을 모두 결합하면 2차 정확도를 가지는 Gauss' theorem의 이산화된 형태를 얻는다.

$$(\nabla \cdot a) V_P = \sum_f S \cdot a_f \tag{21}$$

하 첨자 f는 face 중앙에서의 변수의 값을 포함하고 있으며 S는 바깥쪽을 가리키는 face area vector이다. 현재 격자 구조에서는 face area vector $\mathbf{S_f}$ 가 P로부터의 바깥 방향을 가리키고 있다. 면 f의 owner cell 이 P인 경우 neighbor cell의 이웃한 face $\mathbf{S_f}$ 는 안쪽을 가리킨다. 이를 토대로 다시 식 (21)을 고려하면 face에서의 합은 owner cell의 face와 neighbor cell의 face로 나뉜다. 이는 모든 face의 합에 적용된다.

$$\sum_f S \cdot a_f = \sum_{owner} S \cdot a_f - \sum_{neighbor} S \cdot a_f \tag{22}$$

이산화된 대류항은 식 (21)으로부터 얻을 수 있다.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho U \phi) dV = \sum_f S \cdot (\rho U \phi)_f = \sum_f S \cdot (\rho U)_f \phi_f = \sum_f F \phi_f \tag{23}$$

이 때, f는 face를 통과하는 mass flux를 의미한다.

$$\mathrm{F} = \mathrm{S} \cdot (\rho \mathrm{U})_\mathrm{f} \tag{24}$$

식 (23), (24)은 셀 중심으로부터 계산된 변수 ϕ의 face 값을 필요로 한다. 이는 대류항에 대한 차분도식을 사용하여 얻을 수 있다.

대륜 차분 도식은 변수 ϕ의 face 값을 인접한 셀 중심으로부터 구하는 것이다. 이때 변수 ϕ의 face 값은 인접한 셀 사이에서 선형적으로 변한다고 가정한다.

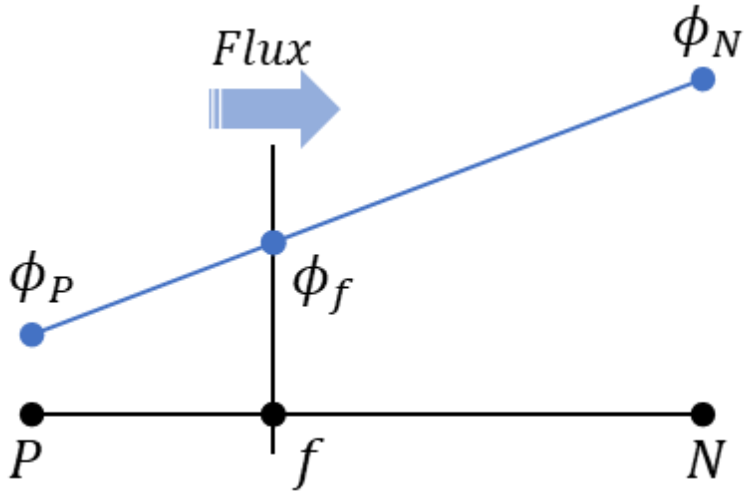

Figure 10 Linear interpolation (central differencing)

Figure 10은 선형 보간의 예시다. 인접한 셀 P와 N 사이 face에서의 값을 구하기 위해 식 (25)과 같은 중심차분법을 도입한다.

$$\phi_f = f_x\phi_P + (1 - f_x)\phi_N \tag{25}$$

이때 f_x 는 interpolation factor를 의미하며 이는 식 (26)과 같이 face와 인접한 셀 중심 간의 거리에 대한 비율로 정의된다.

$$f_x = \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}} \tag{26}$$

이는 비정렬격자에 대한 2차 정확도를 가지는 도식이다. 그러나 대류항에 중심차분법을 적용했을 경우 대류항이 지배적인 유동의 경우에 임의의 물체 경계층 중위에서 비물리적인 진동이 발생하여 해가 발산하기도 하기에 사용 시 주의가 필요하다.

해의 발산을 억제할 수 있는 다른 이산화 도식으로는 변수 ϕ의 face 값을 유동 방향에 따라 정해주는 상류/하류 차분법이 잇다. 이 같은 방법은 해의 유계성을 보장한다는 장점이 있지만 수치 확산에 의해 해의 정확도 측면에서 낮은 신뢰도를 보인다.

혼합차분도식의 경우 상류차분도식과 중심차분도식을 혼합하여 해의 정확도와 유계성을 동시에 확보하고자 하는 기법이다. 이때 혼합 계수를 도입하여 수치 확산의 정도를 인위적으로 결정할 수 있다. 이외에도 대류항의 이산화에 있어 정확도와 수치적 유계성의 확보를 위해 여러 수치 기법을 적용한다.

확산항의 경우도 대류항과 유사한 방법으로 이산화할 수 있다. 변수 ϕ의 face 값은 인접한 셀 사이에서 선형적으로 변할 것이라 가정하고, 식 (21)을 확산항에 적용하면 다음과 같다.

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) dV = \sum_f S \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)_f = \sum_f (\rho \Gamma_\phi)_f S \cdot (\nabla \phi)_f \qquad (27)$$

이때 스칼라 Γ_ϕ 는 보간을 통해 간단히 구할 수 있으나 $S \cdot (\nabla \phi)_f$는 격자 의존성이 매우 큰 항이다. Figure 11에서 만약 격자가 직교 격자인 경우 d 벡터와 S_f 벡터는 평행하다.

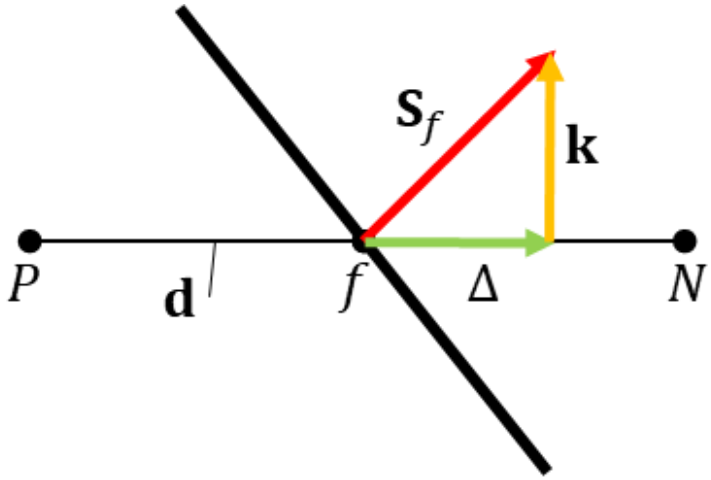

Figure 11 Decomposition of non-orthogonal cell

직교 격자에서 변수 ϕ의 face gradient는 식 (28)과 같이 나타낼 수 있으며 2차 정확도를 가진다.

$$S \cdot (\nabla \phi)_f = |S| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|} \qquad (28)$$

비직교 격자의 경우 식 (28)을 적용할 경우에도 수치 기법의 정확도 유지를 위해 격자와 Figure 11과 같이 직교 벡터 $\mathbf{\Delta}$와 비직교 벡터 $\mathbf{k}$ 를 도입하여 S 벡터를 두 가지 성분으로 분해한다. 그에 따라 $S \cdot (\Delta \phi)_f$는 다음과 같은 식 (29)로 표현할 수 있다.

$$\mathrm{S}\cdot(\nabla\phi)_{\mathrm{f}} = |\boldsymbol{\Delta}|\frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|} + \mathbf{k}\cdot(\nabla\phi)_f \tag{29}$$

$$\mathrm{S} = \boldsymbol{\Delta} + \mathbf{k} \tag{30}$$

식 (29)의 우변 첫 번째 항은 직교 성분에 관한 항이며 두 번째 항은 비직교성분에 관한 항을 나타낸다. $\boldsymbol{\Delta}$ 벡터에 관한 여러 non-orthogonal correction approach들을 통해 비직교 격자에서의 변수 ϕ 의 face gradient를 구할 수 있다. 그러나 비직교성이 매우 큰 격자의 경우 non-orthogonal correction에 의해 해의 발산을 초래할 수 있어 correction을 제한해야 한다는 한계점이 존재한다.

소스항의 이산화 형태를 결정할 때에는 다른 항들과의 상호작용에 대한 이해와 유계성과 정확도에 어떤 영향을 미치는지 확인해야 한다. 소스항의 경우 식 (31)과 같이 선형화된다.

$$\mathrm{S}_{\phi} = S_u + S_P\phi \tag{31}$$

이때 $\mathrm{S_u}$는 소스 항에서의 변하지 않는 상수항을 의미하고 $\mathrm{S_P}$는 변수 ϕ에 의해 선형적인 값을 갖는 항을 의미한다. 식 (18)에 따라 소스항에 대한 공간 적분을 취하게 되면 식 (32)와 같이 표현된다.

$$\int_{V_P} S_{\phi}(\phi)dV = S_u V_P + S_P V_P \phi_P \tag{32}$$

시간항의 이산화 기법에 대해서도 여러 기법이 존재하는데, 이산화 과정에서 가장 중요하게 생각되어야 하는 것은 계산 과정에서 수송방정식이 2차 정확도를 유지하도록 해야한다는 점이다. Crank-Nicolson 도식은 2차 정확도를 가지며 항상 안정적인 장점이 있지만, 계산량이 많고 해의 유계성을 보장하지 않는다는 단점이 있다. 아래 식 (33)은 수송방정식의 적분형을 다시 한번 나타낸다.

$$\int_t^{t+\Delta t}\left[\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_P}\rho\phi dV+\int_{V_P}\nabla\cdot(\rho U\phi)dV-\int_{V_P}\nabla\cdot\left(\rho\Gamma_\phi\nabla\phi\right)dV\right]dt$$
$$=\int_t^{t+\Delta t}\left[\int_{V_P}S_\phi(\phi)dV\right]dt \tag{33}$$

검사 체적이 변하지 않는다는 가정하에 식 (33)에 앞에서 정의한 이산화 기법을 적용하면 식 (34)와 같이 표현되며, 이 형태는 수송방정식의 반 이산화 형태이다(Hirsh, 1990).

$$\int_t^{t+\Delta t}\left[\left(\frac{\partial\rho\phi}{\partial t}\right)V_P+\sum_f F\phi_f-\sum_f\left(\rho\Gamma_\phi\right)_f S\cdot(\nabla\phi)_f\right]dt$$
$$=\int_t^{t+\Delta t}[S_u V_P+S_P V_P\phi_P]dt \tag{34}$$

시간 전진에 대한 함수 식 (12)를 고려하면 식 (35), (36)과 같다.

$$\left(\frac{\partial\rho\phi}{\partial t}\right)_P=\frac{\rho_P^n\phi_P^n-\rho_P^o\phi_P^o}{\Delta t} \tag{35}$$

$$\int_t^{t+\Delta t}\phi(t)dt=\frac{1}{2}(\phi^o+\phi^n)\Delta t \tag{36}$$

이때, ϕ^n는 $\phi(t+\Delta t)$를 의미하며, ϕ^o는 $\phi(t)$를 의미한다. 앞서 정의한 반 이산화 형태 (식 (34))에 시간 전진을 고려한 식 (35), (36)을 적용하면 식 (37)과 같이 정리된다.

$$\frac{\rho_P^n \phi_P^n - \rho_P^o \phi_P^o}{\Delta t} V_P + \frac{1}{2}\left(\sum_f F\phi_f^n + \sum_f F\phi_f^o\right)$$
$$-\frac{1}{2}\sum_f \left[\left(\rho\Gamma_\phi\right)_f S\cdot(\nabla\phi)_f^n + \left(\rho\Gamma_\phi\right)_f S\cdot(\nabla\phi)_f^o\right] \tag{37}$$
$$= S_u V_P + \frac{1}{2}(S_P V_P \phi_P^n + S_P V_P \phi_P^o)$$

이 형태는 Crank-Nicolson 도식을 적용한 시간항의 이산화를 나타내고 있으며 이는 2차 정확도를 가진다. 대류항과 확산항에 대해 적절한 차분기법을 적용하면 식 (38)와 같이 대수 방정식의 형태로 변환할 수 있다.

$$\mathrm{a_P}\phi_P^n + \sum_N a_N \phi_N^n = R_P \tag{38}$$

이때 $\mathrm{a_P}$와 $\mathrm{a_N}$은 대수 방정식의 계수 행렬에 해당하며 이를 전체 계산 영역에 해당하는 셀에 대해 합성하게 되면 지배방정식에 대응하는 대수 방정식을 얻을 수 있다. 또한, 수치 해석의 안정성을 도모하기 위해 유속과 첫 번째 cell의 간격, 시간 간격의 관계를 통해 식 (39)과 같이 정의된 CFL (Courant-Fredrichs-Lewy) number를 도입하였으며 이는 선행연구 조사에 의해 0.5~1 이하로 유지되도록 하였다.

$$\mathrm{Co} = \frac{U_f \cdot d}{\Delta t} \tag{39}$$

제 3 절 Hough and Ordway의 AD 기법

Hough and Ordway (1964)가 제안한 AD 기법으로 AD에 추력과 토크를 Goldstein 분포로 분포시키는 방법이다. Goldstein 분포는 Goldstein (1929)이 제안한 추력 분포로, 보텍스 이론에 기반하여 식

(42), (43)와 같이 반경에 따른 추력과 토크의 분포를 가지며, 분포는 반경에 따라 Figure 12와 같이 분포한다.

$$T = \int_V f_{bx} dV = \int_{R_H}^{R_P} f_{bx} 2\pi r \Delta dr \tag{40}$$

$$Q = \int_V r f_{b\theta} dV = \int_{R_H}^{R_P} r f_{b\theta} 2\pi r \Delta dr \tag{41}$$

$$r^* = \frac{r' - r_h'}{1 - r_h'},\ r' = \frac{r}{R_P},\ r_h' = \frac{R_H}{R_P}$$

$$f_{bx} = A_x r^* \sqrt{1 - r^*} \tag{42}$$

$$f_{b\theta} = A_\theta \frac{r^* \sqrt{1 - r^*}}{r^*\left(1 - r_h'\right) + r_h'} \tag{43}$$

$$A_x = \frac{105}{8} \frac{T}{\pi \Delta (3R_H + 4R_P)(R_P - R_H)} \tag{44}$$

$$A_\theta = \frac{105}{8} \frac{Q}{\pi \Delta R_P (R_P - R_H)(3R_P + 4R_H)} \tag{45}$$

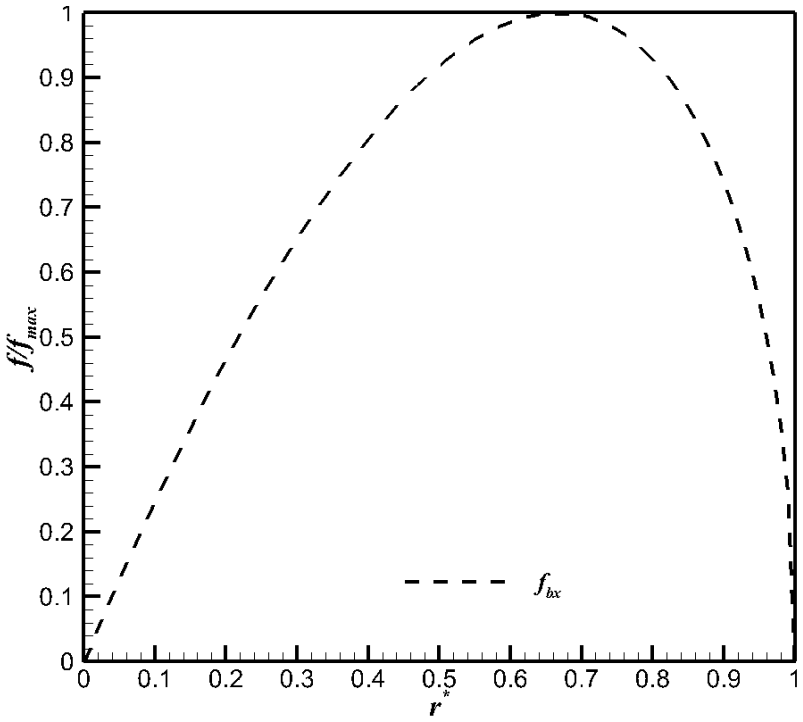

Figure 12 Thrust distribution of Hough and Ordway method

Figure 13과 같은 원통형 영역에 MARIN 7371R 프로펠러 모형 시험의 추력과 토크를 Goldstein 분포로 가하였다. 유입류 면에서의 유량을 유입류 면적으로 나누어 평균 유속을 계산하였다.

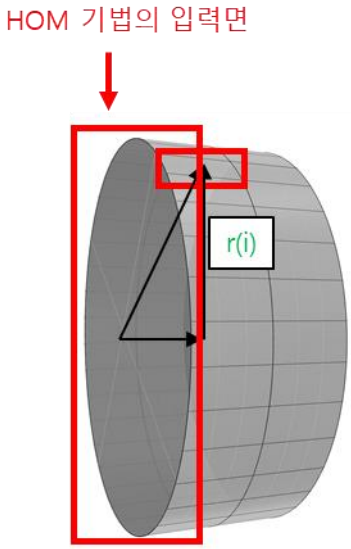

Figure 13 Outer surface of a cylindrical AD

$$V_a = \frac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow J = \frac{V_a}{nD} = \frac{4Q}{n\pi D^3} \tag{46}$$

Q: 유량, n: 프로펠러 회전 수

전진비에 따른 프로펠러의 추력 및 토크 계수를 계산하기 위해 Figure 14와 같이 MARIN 7371R 프로펠러 모형 시험 결과 (Pontarelli et al, 2017)을 사용하였다.

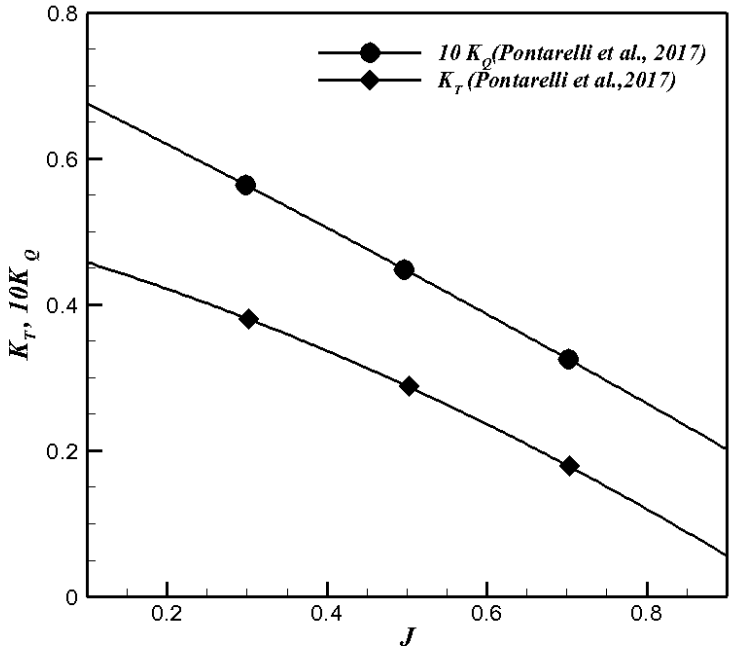

Figure 14 Thrust and Torque coefficient results (Pontarelli et al, 2017)

원통형 영역에서 한 셀에 작용하는 추력과 토크의 크기는 식 (47), (48)과 같다.

$$T_{Goldstein}(i) = A_x r^*(i)\sqrt{1 - r^*(i)}V(i) \tag{47}$$

$$Q_{Goldstein}(i) = \frac{A_\theta r^*(i)\sqrt{1 - r^*(i)}V(i)}{r^*(i)(1 - r^*(i)) + r_h'} \tag{48}$$

제 4 절 해석 영역 및 경계 조건

프로펠러 단독 성능 해석을 SM 기법과 AD 기법을 이용하여 수행할 때 해석 영역은 각각 Figure 15, 16과 같다. SM 기법은 Rotating zone 내부의 격자를 회전하여 해석을 수행하였고, AD 기법은 Body-force zone에 추력을 분포하여 추력을 모사하였다. 이 때, D 는 프로펠러 직경을 의미한다. 또한 각 경계에 적용된 경계 조건은 Table 3과 같다.

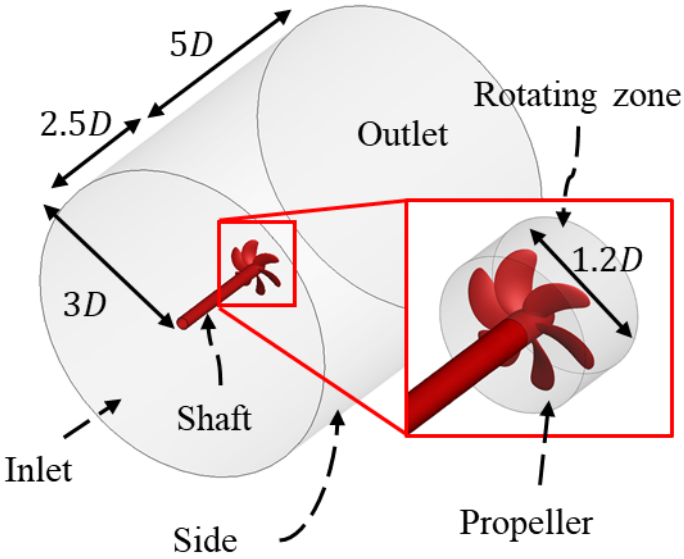

Figure 15 Computational domain and boundary conditions used for POW test (SM method)

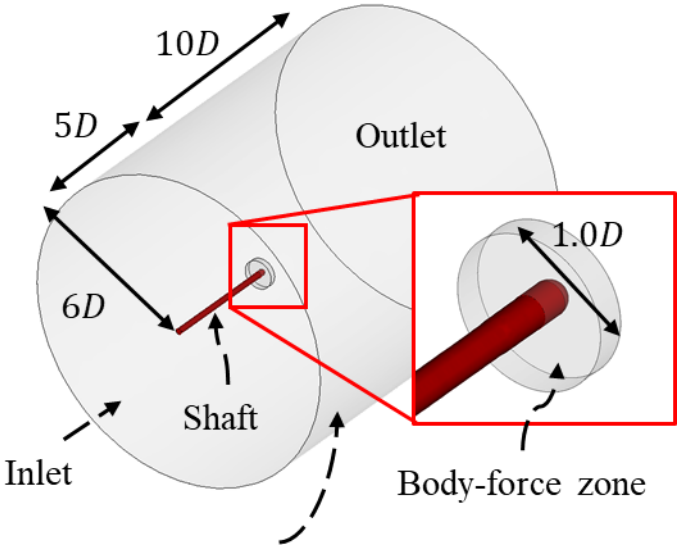

Figure 16 Computational domain and boundary conditions used for POW test (AD method)

Table 3 Boundary conditions applied for POW test

Boundary condition	Velocity	Pressure
Inlet	Dirichlet	Neumann
Outlet	Neumann	Dirichlet
Side	Slip	Neumann
Shaft	Dirichlet	Neumann
Propeller	Dirichlet	Neumann

자항 성능 해석을 SM 기법과 AD 기법을 이용하여 수행하기 위하여 사용된 해석 영역은 Figure 17, 18와 같다. POW 해석에서 개선된 Hough and Ordway의 AD 기법을 적용하였으며, SM 기법으로 해석한 자항 시험과 해석결과를 비교하였다. 자항 시험에 적용된 경계 조건은 Table 4와 같다.

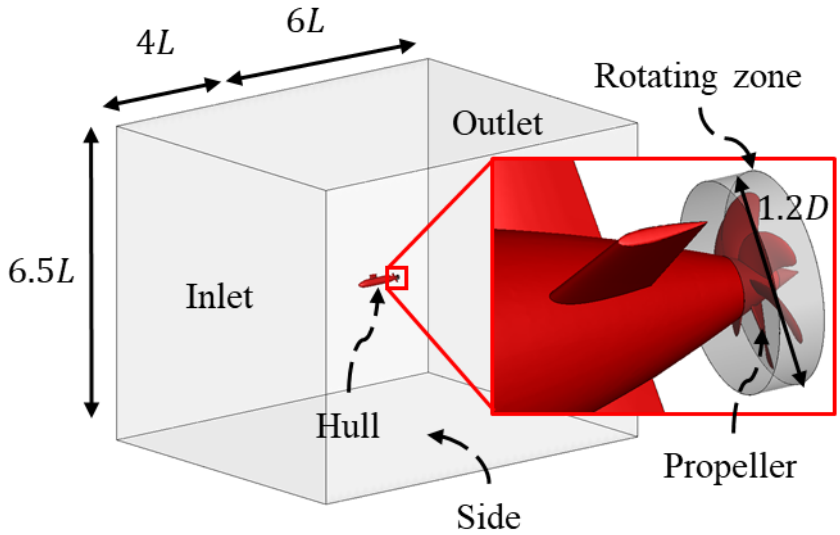

Figure 17 Computational domain and boundary conditions used for self-propulsion test (SM method)

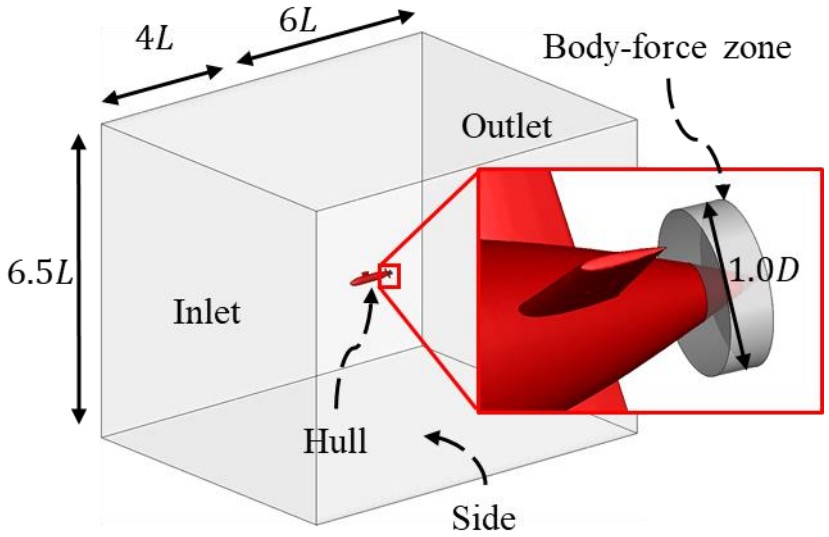

Figure 18 Computational domain and boundary conditions used for self-propulsion test (AD method)

Table 4 Boundary conditions applied for self-propulsion test

Boundary condition	Velocity	Pressure	Turbulence properties $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\omega})$	nut
Inlet	Dirichlet	Neumann	Dirichlet	calculated
Outlet	Neumann	Dirichlet	Neumann	calculated
Side	Slip	Neumann	Neumann	Neumann
Hull	Dirichlet	Neumann	Wall function	Wall function
Propeller	Dirichlet	Neumann	Wall function	Wall function

제 4 장 근사 최적화 기법

제 1 절 근사 최적화 기법 순서도

근사 최적화 기법을 이용하여 프로펠러 추력 분포 최적화 순서는 Figure 19와 같다. 최적화 목표 설정 단계에서는 근사 최적화의 목표를 설정하는 단계로 본 연구에서는 프로펠러 반경 별 실제 추력 분포를 추종하는 것을 최적화 목표로 선정하였다. 특성치란 최적화 과정에서 목적함수를 의미한다. 특성치를 최대화되는 방향으로 최적화가 진행되기 때문에 최적화 목표에 대한 적합한 특성치를 선정하지 못 할 경우 최적화가 수행되지 않는 점에 유의해야한다. 본 연구에서는 두 데이터 사이의 상관 관계를 나타내는 결정계수 R^2 을 특성치로 선정하여 최적화를 진행하였다. 인자 및 인자 수준 선정 단계에서 인자는 특성치에 영향을 주는 변수를 의미로 최적화는 인자를 변경시켜 가며 특성치가 최대가 되도록 하는 것을 목표로 한다. 따라서 원하는 특성치가 최대가 될 수 있도록 적절한 간격으로 인자를 변경해야 하는데 이 때 인자 값의 변화량 정도를 인자 수준이라고 정의한다. 본 연구에서는 Goldstein 분포를 전개하는 과정에서 반경에 대한 지수 값을 인자로 선정하였고 이는 다음 절에서 설명한다. 인자와 인자 수준이 결정되면 인자를 인자 수준별로 변경시켜가며 프로펠러 단독 상태에서 전산 해석을 수행한다. 전산 해석 결과를 이용하여 특성치를 계산하고 이를 이용하여 반응 표면을 구성한다. 본 연구에선 반응 표면을 구성하기 위해 반응 표면 분석법, 방사 기저 함수, Kriging 모델, 가중 평균 대체 모델을 사용하였다. 마지막으로, 데이터 분석 단계에서는 최적 값 적용 시의 결과를 검증하고 SM 기법의 해석 결과와 비교하였다.

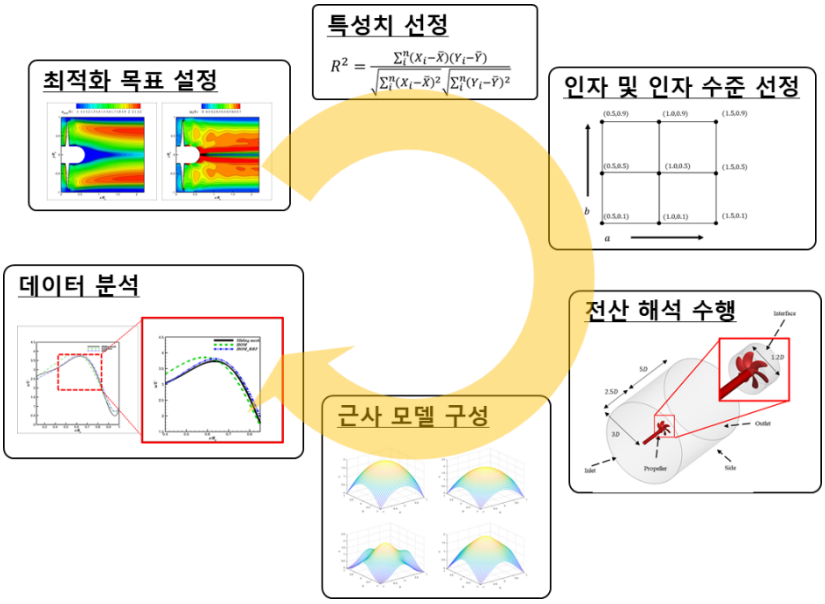

Figure 19 Flowchart of approximate optimization method

제 2 절 근사 모델

근사 모델이란 공학 분야에서 실제 모델의 성능을 대신하기 위해 사용하는 기법이다. 본 연구에서는 근사 모델의 구성을 위하여 반응 표면 분석법(response surface method, RSM), 방사 기저 함수(radial basis function, RBF), Kriging 모델(Kriging model, KRG), 가중 평균 대체 모델(weighted average surrogate model, WAS)을 사용하였다.

반응 표면 분석법이란 설계자가 관심을 갖고 있는 반응과 설계 인자들의 관계를 근사적으로 모델링하고 개선 및 최적화하기 위한 유용한 수학적, 통계적 기술들의 집합이라고 정의한다 (Myers et al., 1995).

반응 표면 분석법에서는 변수 변화의 관계를 explicit한 다항식으로 표현할 수 있게 하여 근사한 범위 내에서는 변수가 변하여도 반응을 예상할 수 있다.

이러한 반응표면분석법의 근사 모델 생성은 회귀분석을 통해 이루어진다. 회귀분석이란 변수들 사이의 관련성을 규명하기 위해

특정한 수학 모형을 가정하고, 이 모형을 측정된 변수들의 데이터로부터 추정하는 통계적 분석 방법을 의미한다. 가정한 수학적 모델의 계수를 결정하기 위해 최소 자승법 (least square method)를 일반적으로 사용한다.

반응표면분석법은 설계 영역을 간단한 다항식으로 근사시키는 방법으로 2차 다항식을 주로 사용한다.

$$y(x) = f(x) + \varepsilon \tag{49}$$

이 때 식 (49)에서 ε은 평균이 0, 분산이 σ^2인 정규분포를 따르는 오차항이다. $f(x)$를 구하기 위해서는 다중 선형 회귀를 사용한다. N개의 실험점을 정하고 실험을 수행하면 식 (50)과 같이 n개의 수식을 얻을 수 있다.

$$\mathrm{y_i} = \beta_0 + \sum_{j}^{k} \beta_j x_{ij} + \varepsilon, \qquad i = 1,2,\dots,n \tag{50}$$

위 식을 행렬 표현식으로 표현하면 식 (51)와 같다.

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{51}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

각 항의 계수들인 β의 값은 회귀 분석을 통해 추정하는 방법이며, 적용이 용이하고, 노이즈가 완화된다는 특징이 있다. 반응 표면 분석법 근사 모델은 global 거동의 특성을 가지고 설계 변수가 많아질 경우 근사의 정확도가 떨어지는 단점을 가지고 있다. 반응 표면 분석법 근사 모델의 예시는 Figure 20과 같다.

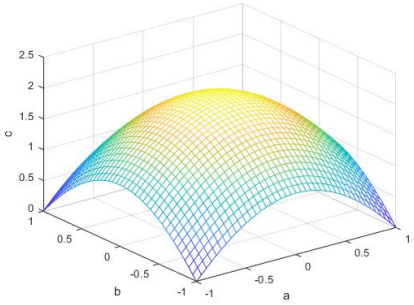

Figure 20 Example of approximate model using RSM

방사 기저 함수란 유클리디안 거리에 종속적인 함수들을 통칭한다. 식 (52)의 정의를 만족하며 연속인 모든 함수를 방사형 기저 함수라 한다.

$$\phi = f(r) \tag{52}$$

대표적으로 가우시안 (Gaussian) 함수와 다중 정방형 (Multiquadratic) 함수 그리고 박판 (Thin-plate spline, TPS) 등이 있다.

$$\phi(r) = \sqrt{r^2 + c^2} \ \ (multiquadratic)$$
$$\phi(r) = e^{-ar^2} \ \ (with \ positive \ \ \alpha - Gaussian)$$
$$\phi(r) = r^2 \log(r) \, (thin - plate \ \ spline)$$

기저 함수의 형태 및 파라미터에 따라 최적화 결과가 민감하게 변화하는 특징을 가지고 있으며, 본 연구에서는 가우시안 함수를 사용하였다. 방사 기저 함수를 이용한 근사 모델 구성 시 예시는 Figure 21과 같다.

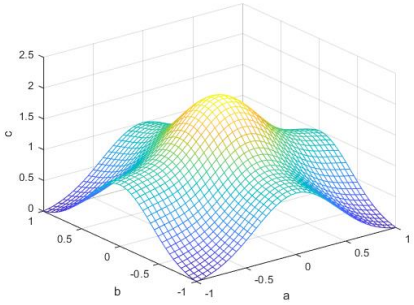

Figure 21 Example of approximate model using RBF

Kriging 모델은 검사 점에서 오차가 서로 독립적이지 않고 서로 연관성을 가진다는 가정한다. Kriging 모델은 식 (53)과 같이 두 부분으로 구성된다.

$$y(x) = f(x) + Z(x) \tag{53}$$

여기서 $y(x)$는 근사화 대상이고, $f(x)$는 주어진 검사 점들을 이용해 유도되는 다항식 형태의 전역 모델이다. 일반적으로 전역 모델 $f(x)$ 는 상수항으로 가정한다. $Z(x)$ 는 평균이 0이고 식 (54)와 같은 공분산(covariance)을 갖는 함수이다.

$$Cov[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R[R(x^i, x^j)] \tag{54}$$

위 식에서 x^i, x^j 는 실험 점 내에서의 i번째, j번째 설계 변수 벡터이고 **R**은 상관 행렬이며, $\mathrm{R}(\mathrm{x}^i, x^j)$는 x^i 와 x^j 사이의 상관함수이다. 따라서 표본 내에 $\mathrm{n_s}$ 개의 검사 점이 있다면 **R** 은 $\mathrm{n_s}$ 차의 정방 행렬이 된다. 설계 변수의 개수가 $\mathrm{n_{dv}}$ 일 때, 상관 함수로 여러 가지 모델이 제시되어 있으며 이들을 정리하면 Table 5와 같다.

Table 5 Correlation functions

Name	Correlation Function
Exponential	$\prod_{k=1}^{n_{dv}} \exp(-\theta_k \lvert d_k \rvert)$
Gaussian	$\prod_{k=1}^{n_{dv}} \exp(-\theta_k \lvert d_k \rvert^2)$
Cubic spline	$\prod_{k=1}^{n_{dv}} \begin{cases} 1-6(\theta_k \lvert d_k \rvert)^2+6(\theta_k \lvert d_k \rvert)^3 & \theta_k \lvert d_k \rvert < 1/2 \\ 2(1-\theta_k \lvert d_k \rvert)^3 & \frac{1}{2} \leq \theta_k \lvert d_k \rvert < 1 \\ 0 & \theta_k \lvert d_k \rvert \geq 1 \end{cases}$
Matern linear function	$\prod_{k=1}^{n_{dv}} [(1+\theta_k \lvert d_k \rvert) \exp(-\theta_k \lvert d_k \rvert^2)]$
Matern cubic function	$\prod_{k=1}^{n_{dv}} \left[\left(1+\theta_k \lvert d_k \rvert + \frac{\theta_k^2 \lvert d_k \rvert^2}{3}\right) \exp(-\theta_k \lvert d_k \rvert)\right]$

여기서 $\theta_k > 0$ 이고 $d_k = \lvert x_k^i - x_k^j \rvert$ 는 실험점들의 k번째 구성요소 간의 거리를 의미한다. 본 연구에서는 Gaussian 상관 함수를 사용하였다. Table 5의 상관함수를 통해 알 수 있듯이 d_k 가 클수록 실험점들이 멀수록 실험 점들 사이의 상관 값은 줄어들어 0으로 수렴해가고 가까울수록 상관 값이 커져 1의 값으로 수렴한다. 그리고 θ_k 의 크기는 검사점들의 거리 변화에 따라 얼마나 빠르게 상관값이 변해가는가를 결정해주는 특성치이다. Kriging 모델 적용 시의 근사 모델 예시는 Figure 22과 같다.

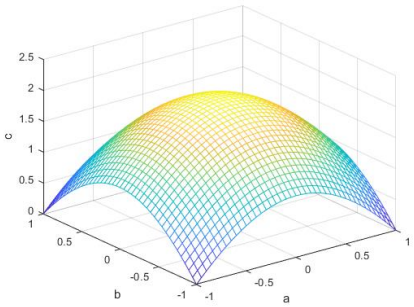

Figure 22 Example of approximate model using KRG

가중 평균 대체 모델이란 식 (55)과 같이 앞선 3가지 모델에

가중치를 할당하여 새로운 근사 모델을 구성하는 기법이다 (Goel et al., 2007).

$$f_{was} = \sum_{i=1}^{n} w_i f_i \tag{55}$$

이 때, f_i 는 앞서 얻은 3가지 모델의 값을 의미하고 w_i 는 각 모델에 대한 가중치를 의미하며 식 (56)를 만족한다.

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{56}$$

w_i 는 식 (57)~(60)을 통해 얻어진다.

$$w_i = w_i^* / \sum_i w_i^* \tag{57}$$

$$w_i^* = \left(E_i + \alpha \ E_{avg}\right)^{\beta} \tag{58}$$

$$E_{avg} = \sum_{i=1}^{n} E_i / n \tag{59}$$

$$E_i = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \left(f_i - \hat{f}_i^{(-i)}\right)^2 \tag{60}$$

f_i 는 반응 값을 의미하며, $\hat{f}_i^{(-i)}$ 는 f_i 를 제외한 나머지 반응 값들을 의미한다. 가중 평균 대체 모델은 반응 표면 구성 시의 신뢰도를 높이고 잘못된 근사 모델 선택에 대한 예방할 수 있다. 가중 평균 대체 모델을 적용하여 근사 모델을 구성한 예시는 Figure 23과 같다.

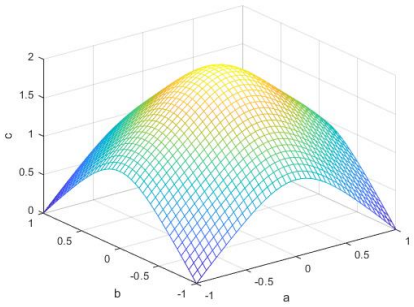

Figure 23 Example of approximate model using WAS

제 5 장 해석 결과

제 1 절 SM 기법 검증

해석에 사용된 MARIN 7371R 프로펠러의 설계 전진비는 0.5이다. 설계 전진비를 고려하여 전진비 0.3, 0.5, 0.7 조건에서 SM 기법을 사용한 프로펠러 단독 성능 해석을 수행하였으며, Pontarelli et al. (2017)의 모형 시험 결과와 비교하였다. Figure 24에 전진비에 따른 추력 및 토크 계수 해석 결과와 실험 결과와 비교하였다. 이때, 추력 계수 K_T 토크 계수 K_Q는 식 (61), (62)와 같이 정의되며, 이를 Table 6에 정리하였다. 해석 결과 추력 계수는 0.26-2.43%의 오차를, 토크 계수는 0.89-1.34%의 오차를 보였다.

$$\mathrm{K_T} = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \tag{61}$$

$$\mathrm{K_Q} = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \tag{62}$$

T: 추력, Q: 토크, ρ: 유체 밀도

n: 프로펠러 회전수, D: 프로펠러 지름

Table 6 Comparison of thrust and torque coefficients

J	K_T (Pontarelli et al., 2017)	K_T (present results)	Error of K_T (%)	$10K_Q$ (Pontarelli et al., 2017)	$10K_Q$ (present results)	Error of $10K_Q$ (%)
0.3	0.379	0.378	-0.26	0.561	0.556	-0.89
0.5	0.288	0.281	-2.43	0.446	0.440	-1.34
0.7	0.179	0.175	-2.23	0.326	0.323	-0.92

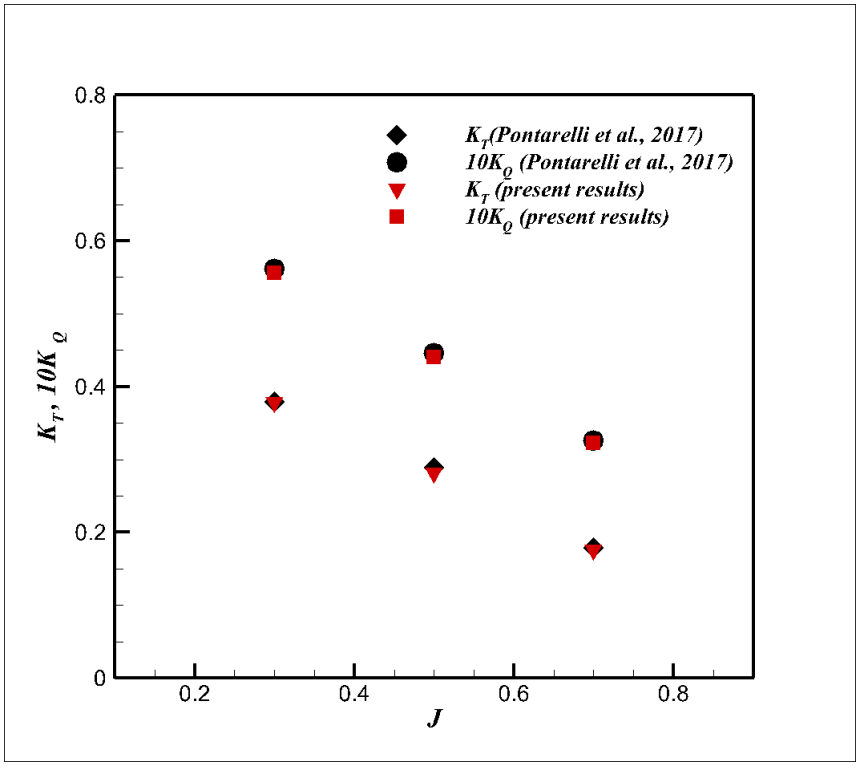

Figure 24 Thrust and torque coefficient results of POW tests

제 2 절 SM과 HOM 기법 속도 분포 결과 비교

MARIN 7371R 프로펠러의 설계 전진비 조건인 J=0.5에서 SM과 Hough and Ordway의 AD 기법의 속도 분포 결과를 비교하였다. Figure 25는 프로펠러 입력 면으로부터 x 방향으로 0.25 D 만큼 떨어진 위치에서의 축 방향 속도 분포를 보여준다. Figure 25에서는 SM 기법에서 특정 시간대에서 속도 분포와 시간 평균 속도 분포, Hough and Ordway의 AD 기법의 시간 평균 속도 분포를 보여준다. 축 방향 속도 분포 결과에서 Hough and Ordway의 AD 기법이 SM 기법의 특정 시간에서 속도 분포 보다 시간 평균 속도 분포를 더 잘 모사하는 것을 확인하였다.

Figure 26는 프로펠러 입력 면으로부터 x 방향으로 0.25 D 만큼 떨어진 위치에서의 접선 방향 속도 분포를 보여준다. 접선 방향이란 Figure 26에서 (0, 0)을 중심으로 하는 원에 대한 접선 방향을 의미한다. Figure 26에서는 SM 기법에서 특정 시간대의 속도 분포와 시간 평균 속도 분포, Hough and Ordway의 AD 기법의 시간 평균 속도 분포를 도시하였다. 접선 방향 속도 분포 결과에서 Hough and Ordway의 AD 기법이 SM 기법의 특정 시간에서 속도 분포 보다 시간 평균 속도 분포를 더 잘 모사하는 것을 확인하였다. Figure 25와 26의 결과를 통해 Hough and Ordway의 AD 기법은 SM 기법의 순간 유동장 보다 시간 평균 유동장에 더 유사한 속도 분포를 추정하는 것을 확인하였다.

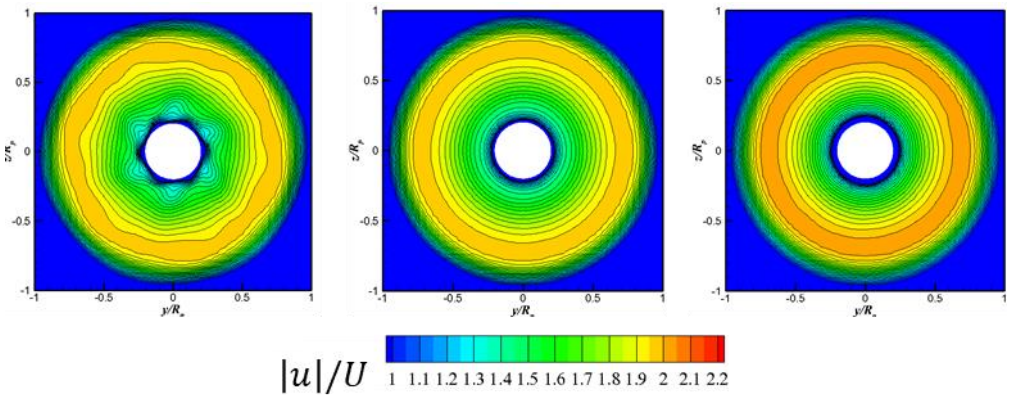

Figure 25 Contour of axial velocity, SM method instantaneous velocity (left), SM method time-averaged velocity (center), AD method (right)

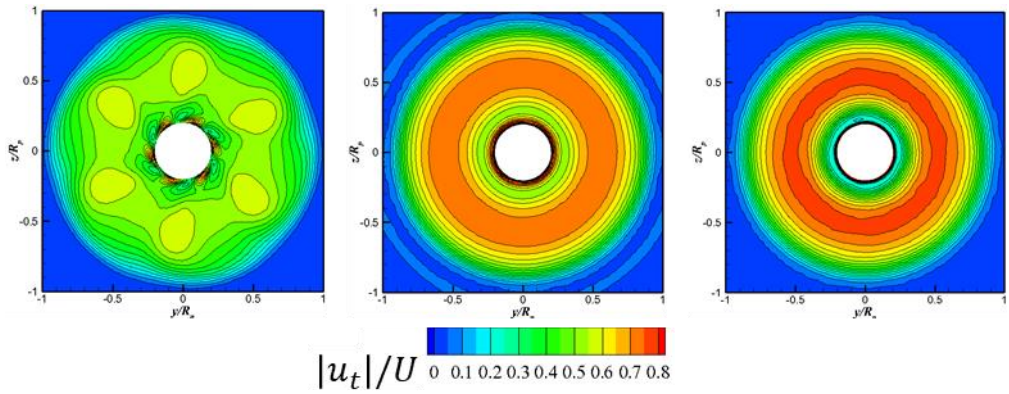

Figure 26 Contour of tangential velocity, SM method instantaneous velocity (left), SM method time-averaged velocity (center), AD method (right)

Figure 27에 프로펠러 입력 면으로부터 x 방향으로 0.25 D 만큼 떨어진 위치에서 거리에 따른 각 해석 기법의 시간 평균 축 방향 및 접선 방향 속도 분포를 나타낸다. 속도는 유입류 속도로 무차원화 하였으며, 거리는 프로펠러 반경으로 무차원화 하였다. Figure 27에서 최대 유속이 나타나는 위치 및 최대 유속의 크기를 Table 7에 정리하였다. 축 방향 유속 결과에서는 최대 유속이 나타나는 위치가 Hough and Ordway의 AD 기법이 SM 기법에 비해 10.9% 앞에서

확인되었으며, 최대 유속의 크기는 6.3% 크게 추정되었다. 접선 방향 유속 결과에서 최대 유속이 나타나는 위치가 Hough and Ordway의 AD 기법이 SM 기법에 비해 2.3% 앞에서 확인되었으며, 최대 유속의 크기는 3.1% 크게 추정되었다. SM 기법과 비교하였을 때 Hough and Ordway의 AD 기법이 접선 방향 유속 분포에 비해 축 방향 유속 분포를 정도 높게 추정하지 못하는 것을 확인하였다.

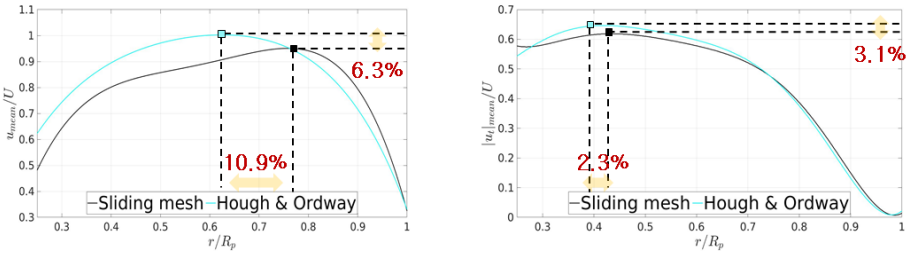

Figure 27 Garph of axial (left) and tangential (right) velocity

Table 7 Comparison of axial and tangential velocity

$(r/R_P, u_{max}/U)$	SM	Hough & Ordway	Error(%)
Axial velocity	(0.73, 1.89)	(0.65, 2.01)	(-10.91, 6.31)
Tangential velocity	(0.42, 0.63)	(0.41, 0.61)	(-2.35, -3.12)

제 3 절 근사 최적화 기법 적용

Hough and Ordway의 AD 기법에서 SM 기법과 유사한 후류 분포를 모사할 수 있도록 개선하기 위해 근사 최적화 기법을 적용하였다. 상대적으로 유사한 후류 분포를 보였던 접선 방향 속도 분포는 최적화 기법을 적용하지 않았다. 근사 최적화 기법에 사용할 특성치로는 SM기법과 Hough and Ordway의 AD 기법의 축 방향 속도 간의 결정

계수(R^2)를 사용하였으며, 결정 계수는 식 (63)과 같이 정의된다.

$$R^2 = \frac{\sum_i^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_i^n (X_i - \bar{X})^2}\sqrt{\sum_i^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \tag{63}$$

여기서, X와 Y는 각각 SM과 Hough and Ordway의 AD 기법의 축 방향 속도를 의미하며 R^2가 1에 가까울수록 두 결과의 차이가 적음을 의미한다.

근사 최적화의 최적화 인자로는 효율적인 축 방향 속도 분포 수정을 위해 일반화된 Goldstein 분포에서 r^* 및 $1 - r^*$의 지수를 사용하였다. 지수의 변화에 따른 추력 분포와 Ax의 변화를 식 (64), (65)에서 확인할 수 있다.

$$f_{bx} = A_x {r^*}^a (1 - r^*)^b \tag{64}$$

$$A_x = \frac{T}{2\pi\Delta(R_P - R_H)\left[\left(\frac{\Gamma(\mathrm{a}+1)\Gamma(\mathrm{b}+2)}{\Gamma(a+b+3)}\right)R_H + \frac{\Gamma(a+2)\Gamma(b+1)}{\Gamma(a+b+3)}(R_P - R_H)\right]} \tag{65}$$

여기서, a는 r^*의 지수, b는 $1 - r^*$의 지수이며, Γ는 감마함수이다.

Figure 28에 a와 b를 변화시킬 때 반경에 따른 단위 부피당 추력 분포의 변화를 나타낸다. b를 고정하였을 때, a가 증가함에 따라 최대 추력이 발생하는 위치가 $r^* = 0$에서 $r^* = 1$ 방향으로 이동하는 것을 확인하였다. a를 고정하였을 때는 b가 증가함에 따라 최대 추력이 발생하는 위치가 $r^* = 1$에서 $r^* = 0$ 방향으로 이동하는 것을 확인하였다.

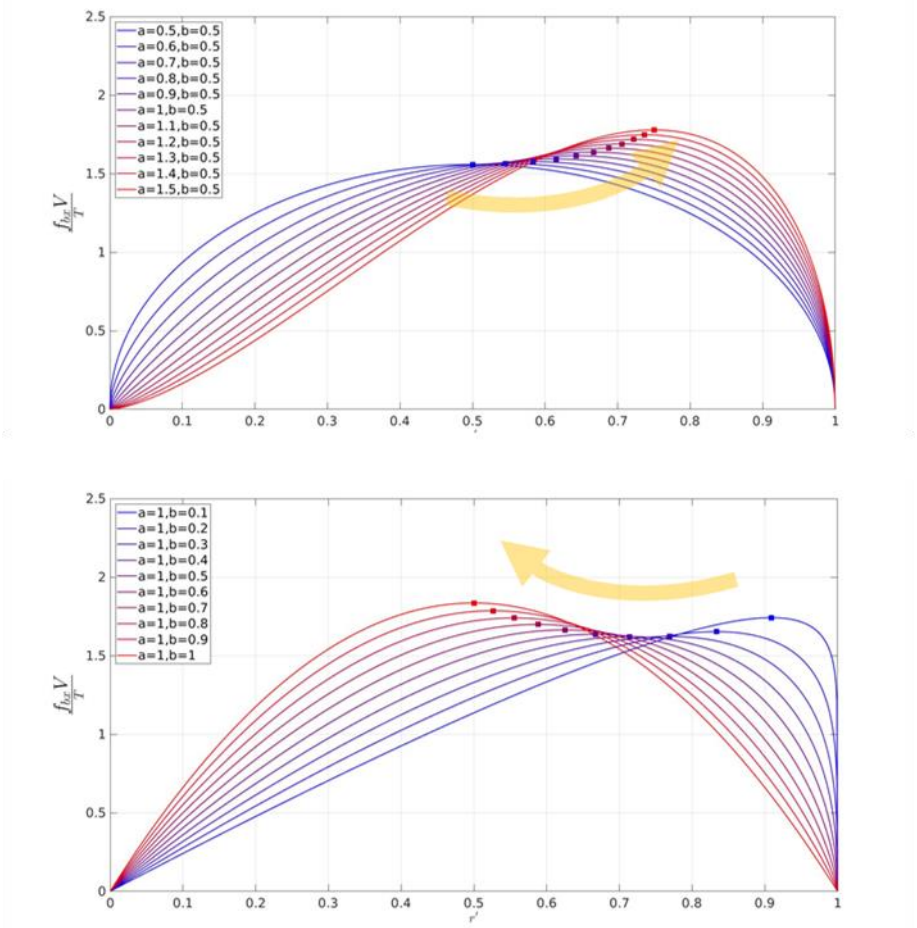

Figure 28 Graph of thrust distribution

Figure 29에 AD 기법을 사용한 프로펠러 단독 성능 시험에서 a, b에 따른 축 방향 유속 분포를 나타낸다. 인자 b를 고정하였을 때 인자 a가 증가함에 따라 최대 유속의 위치가 $r^* = 0$ 에서 $r^* = 1$ 방향으로 이동하고, 인자 a를 고정하였을 때 인자 b가 증가함에 따라 최대 유속의 위치가 $r^* = 1$ 에서 $r^* = 0$ 방향으로 쪽으로 이동하는 것을 확인할 수 있다.

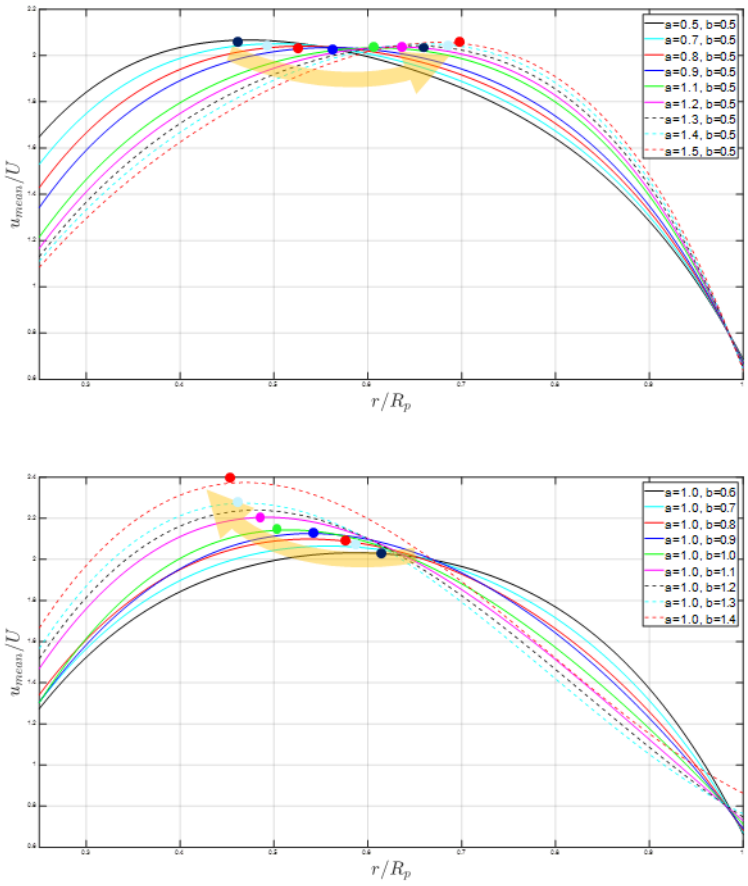

Figure 29 Graph of axial velocity distribution

Figure 30에 근사 모델 구성을 위한 a, b 의 순서쌍을 보여준다. 순서쌍은 Hough and Ordway의 AD 기법에서 사용하는 (1.0, 0.5)를 기준으로 a에 대해 ±0.5, b에 대해 ±0.4로 총 9개를 사용하였다.

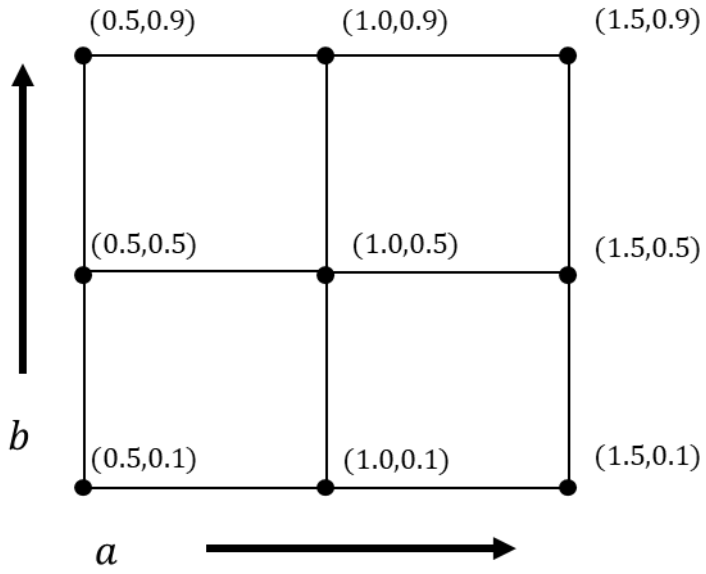

Figure 30 Sampling points used in AD method

선정한 순서쌍에 대하여 프로펠러 단독 성능 해석을 수행하였으며, 해석 결과를 사용하여 근사 모델을 구성하였다. 프로펠러 단독 성능 해석은 설계 전진비인 J=0.5에서 수행되었다. Figure 31과 Table 8에 각 근사 모델에 따른 반응 표면과 R^2를 나타낸다. 각 최적화 기법에서 R^2의 최대값을 추정한, 결과 방사 기저 함수의 R^2가 가장 큰 값을 보인 것을 확인하였으며, 이를 근거로 AD 기법의 개선을 위해 방사 기저 함수를 사용하였다.

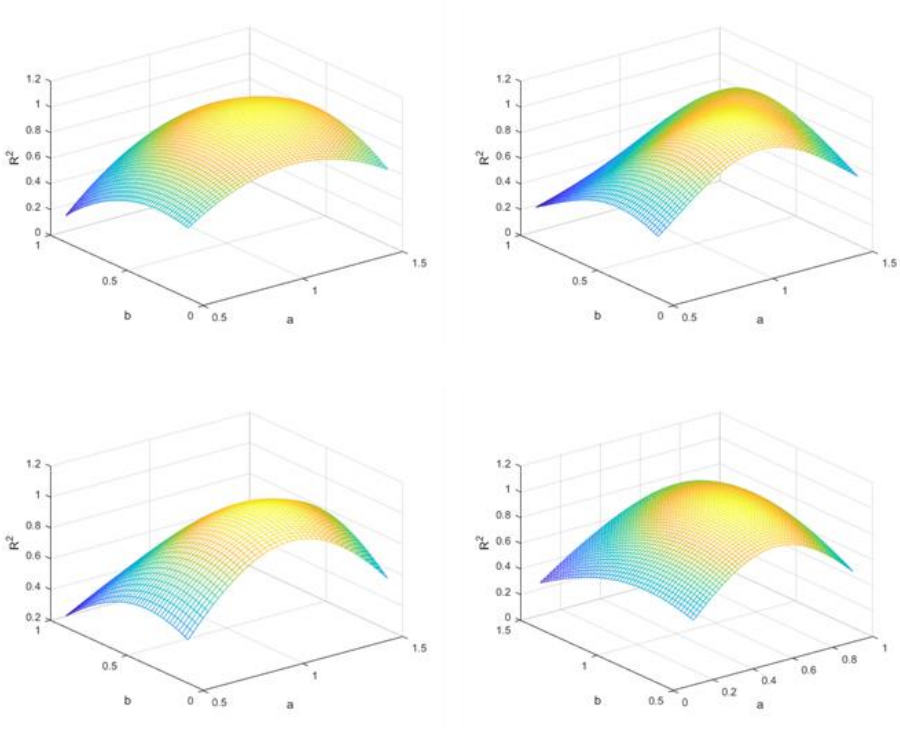

Figure 31 Response surface from different methods

Table 8 Maximum R^2 from different methods

	Hough & Ordway	RSM	RBF	KRG	WAS
a	1	1.12	1.04	1.05	1.06
b	0.5	0.468	0.316	0.332	0.348
R^2	0.961	0.978	0.985	0.980	0.981

제 4 절 POW 결과 비교

Figure 32과 Table 9에 Hough and Ordway의 AD 기법, 각 근사 최적화 기법을 사용하여 개선한 AD 기법과 SM 기법에서 반경에 따른 축 방향 유속 분포 해석 결과를 나타낸다. 개선한 AD 기법은 Table 8에서 R^2의 최대값이 확인된 지점에서 순서쌍 a, b를 사용하여 해석을

수행하였다. Table 8에서 가장 높은 R^2를 보인 방사 기저 함수 결과가 다른 기법들에 비해 SM 기법과 유사한 속도 분포를 보였다.

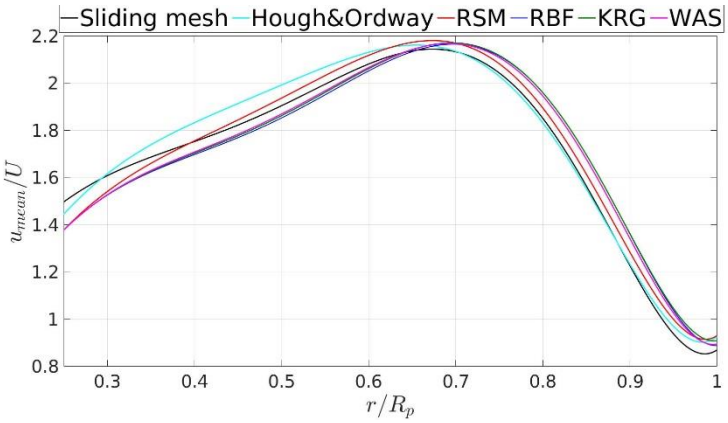

Figure 32 Comparison of velocity distribution from different methods

Table 9 Comparison of maximum R^2 from different methods

	Hough & Ordway	RSM	RBF	KRG	WAS
a	1	1.12	1.04	1.05	1.06
b	0.5	0.468	0.316	0.332	0.348
R^2	0.961	0.971	0.992	0.977	0.980

설계 전진비인 J=0.5에서 RBF 기법으로 개선한 AD 기법이 다른 전진비에서 유효한 결과를 보이는 것을 확인하기 위해, J= 0.3, 0.7 조건에 대하여 프로펠러 단독 성능 해석을 수행하였다. Figure 33, 34는 각각 전진비 0.3, 0.7 조건에서 SM 기법, Hough and Ordway의 AD 기법과 RBF 기법을 이용해 개선한 AD 기법의 축 방향 유속과 결과를 나타낸다. Table 10에는 SM 기법 유속 분포 결과에 대한 Hough and Ordway의 AD 기법과 RBF 기법을 이용해 개선한 AD 기법의 R^2를 정리하였다. RBF 기법을 이용해 개선한 AD 기법이 두 전진비에서 Hough and Ordway의 AD 기법보다 R^2가 큰 값을 보였으며, Figure

33과 34에서도 RBF 기법을 이용해 개선한 AD 기법이 Hough and Ordway의 AD 기법보다 SM 기법과 더 유사한 유속 분포를 보였다.

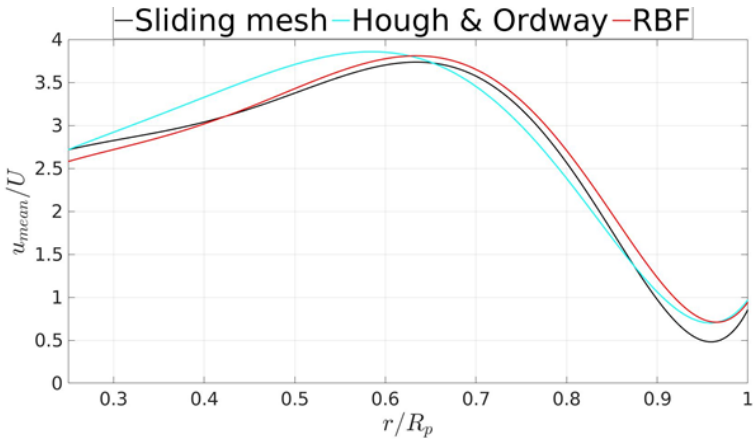

Figure 33 Comparison of velocity distribution (J=0.3)

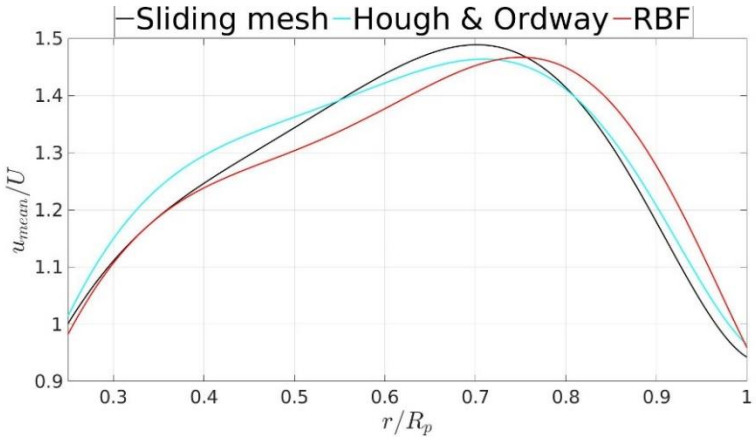

Figure 34 Comparison of velocity distribution (J=0.7)

Table 10 Comparison of maximum R^2 (J=0.3, 0.7)

	Hough & Ordway	RBF
R^2 $(J = 0.3)$	0.970	0.991
R^2 $(J = 0.7)$	0.912	0.985

제 5 절 자항 성능 해석 결과 검증 및 분포 비교

앞서 개선한 AD 기법을 자항 해석에 적용하고 SM 기법의 해석 결과와 비교하기 위해, SM 기법을 사용한 자항 해석 결과가 유효함을 확인하였다. Figure 35와 Table 11에 SM 기법을 이용하여 BB2 잠수함의 설계 레이놀즈 수 5.2×10^6 조건에서 자항 성능 해석 결과와 Overpelt et al. (2015)의 모형 시험 결과를 함께 나타낸다. SM 기법의 자항점 추정 결과가 모형 시험과 2.06%의 오차를 보여, SM 기법의 해석 결과가 유효함을 확인하였다.

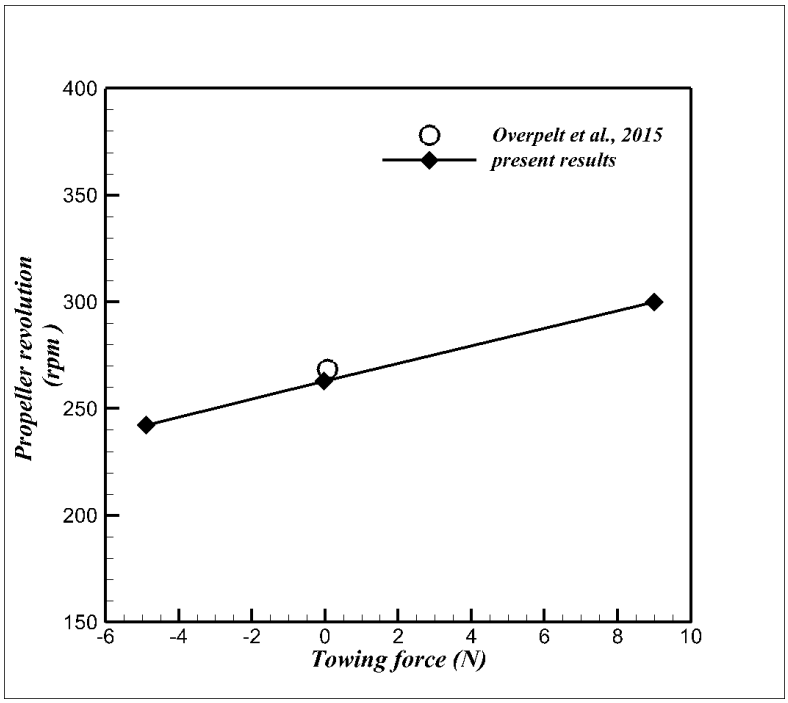

Figure 35 Result of self-propulsion test

Table 11 Comparison of self-propulsion point

	Overpelt et al., 2015	Present results	Error(%)
rpm	266	271.5	2.06

프로펠러 단독 성능 시험 결과를 사용하여 개선한 AD 기법을 자항 해석에 적용하였다. SM 기법, Hough and Ordway의 AD 기법과 RBF 기법을 적용하여 개선한 AD 기법으로 추정한 잠수함 후류에서 축 방향 시간 평균 유속 분포를 Figure 36에 도시하였다. Table 12에서는 각 AD 기법에서 SM 기법에 대한 R^2를 비교하였다. Hough and Ordway의 AD 기법에 비해 RBF 기법을 적용하여 개선한 AD 기법이 4.6% 높은 R^2를 보였으며, Figure 36에서도 Hough and Ordway의 AD 기법에 비해 RBF 기법을 적용하여 개선한 AD 기법이 SM 기법과 더 유사한 속도 분포를 보였다. Table 13은 각 기법에 따른 최대 유속과 최대 유속의 위치를 비교하였다. RBF 기법을 적용하여 개선한 AD 기법이 Hough and Ordway의 AD 기법에 보다 최대 유속의 값에서는 7.6%p, 최대 유속의 위치에서는 2.02%p SM 기법 해석 결과에 가깝게 추정되었다. 프로펠러 단독 성능 해석 결로부터 근사 최적화 기법을 수행하여 개선한 AD 기법이 자항 성능 시험에도 유효한 결과를 보이는 것을 확인하였다.

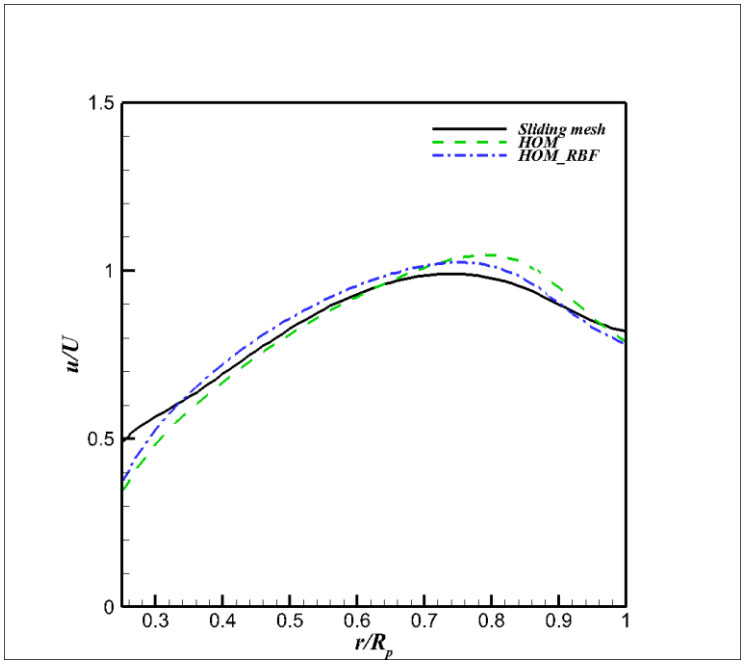

Figure 36 Velocity distribution from self-propulsion test

Table 12 Comparison of R^2 from self-propulsion test

	Hough & Ordway	RBF
R^2	0.904	0.948

Table 13 Comparison of velocity distribution from self-propulsion test

	SM	Hough & Ordway	RBF
r/R_P	0.736	0.799	0.743
u_{max}/U	0.989	1.045	1.025

제 6 장 결론

본 연구에서는 근사 최적화 기법을 적용하여 Hough and Ordway의 AD 기법의 개선에 대한 연구를 수행하였다. 이를 통해 방사 기저 함수를 적용하여 최적화를 수행하였을 때 가장 큰 개선을 보이는 것을 확인할 수 있었다. 또한 최적화 기법을 적용한 AD 기법은 다른 전진비에서의 프로펠러 단독 시험과 자항 시험에서도 개선 효과를 보였다.

먼저 SM 기법의 검증을 위하여 전진비 0.3, 0.5, 0.7 조건에서 MARIN 7371R 프로펠러에 대해서 프로펠러 단독 해석을 수행하였고, 모형 시험 결과와 추력 및 토크 계수 결과를 비교하였다. 추력 및 토크 계수의 비교를 통하여 SM 기법 해석자를 검증하였다.

전진비 0.5 조건에서 Hough and Ordway의 AD 기법을 이용하여 프로펠러 단독 해석을 수행 후 SM 기법과 후류를 비교하였다. 두 기법의 해석 결과에서 축 방향 및 접선 방향 속도를 비교하였으며, AD 기법의 축 방향 유속에 대해 개선이 필요하다고 판단하였다.

최적화 목표를 SM 기법의 결과와 유사한 후류 분포를 모사할 수 있도록 Hough and Ordway의 AD 기법 개선으로 설정하여 최적화를 수행하였다. 특성치로는 SM과 AD 기법의 축 방향 유속 분포의 R^2 로 설정하였다. 인자로는 Hough and Ordway의 AD 기법에서 사용되는 r^* 및 $1-\mathrm{r}^*$ 의 지수로 선정하여 지수의 변화에 따른 추력 분포와 축 방향 유속 분포의 변화를 분석하였다. r^* 의 지수가 클수록 추력과 유속의 최대 위치가 프로펠러 끝으로 이동하고, $1-\mathrm{r}^*$ 의 지수가 클수록 추력과 유속의 최대 위치가 프로펠러 허브 쪽으로 이동하는 경향을 보였다.

다음으로 Hough and Ordway AD 기법의 개선을 위해 실험점을 선정하고 전산 해석을 수행 후 4가지 근사 최적화 기법을 적용하여 R^2 가 최대가 되는 점을 탐색하였다. 4가지 최적화 기법을 통해 얻은 최적점을 SM 기법과 비교한 결과 방사 기저 함수를 적용하여 최적화를 수행하였을 때 가장 큰 R^2 의 개선을 보였다. 전진비 0.3, 0.7

조건에서도 RBF 기법을 이용해 최적화를 수행한 AD 기법이 Hough and Ordway의 기법에 비하여 SM 기법과의 R^2 가 더 높게 나타나는 것을 확인하였다.

다음으로 자항 성능 해석을 SM 기법을 이용하여 해석을 수행하였다. 모형 시험 결과와의 비교를 통하여 해석자를 검증하였다. SM 기법, Hough and Ordway의 AD 기법, RBF 기법을 이용해 최적화를 수행한 AD 기법의 자항 성능 해석 결과를 비교한 결과, 프로펠러 단독 성능 해석에서 최적화를 수행한 AD 기법이 자항 성능 해석에서도 효과가 있음을 확인하였다.

본 연구를 통하여 Hough and Ordway의 AD 기법에 최적화 기법을 적용하는 과정을 통하여 SM 기법과 유사한 추력 분포를 가지도록 개선이 가능함을 보였다. 또한, 프로펠러 단독 성능 해석에서 최적화를 수행한 AD 기법이 자항 성능 해석에도 효과가 있음을 보였다. 추후에는 추진기를 부착한 PMM 해석 또는 자유 항주 해석에도 적용이 가능할 것으로 생각된다. 뿐만 아니라 선종별 프로펠러 하중 곡선의 특징을 파악하여 다양한 프로펠러 형상에 특화된 AD 기법의 개발에 본 연구의 방법론이 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

Boussinesq, J. (1877). Essai: sur la théorie des eaux courantes. *Mem. Prés*. Divers Savants, Acad. Sci. Paris Ser. 2 v. 23, p.46.

Feng, D., Yu, J., He, R., Zhang, Z., & Wang, X. (2020). Free running computations of KCS with different propulsion models. *Ocean Engineering*, 214, 107563.

Goel, T., Haftka, R. T., Shyy, W., & Queipo, N. V. (2007). Ensemble of surrogates. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 33(3), 199-216.

Goldstein, S. (1929). On the vortex theory of screw propellers. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 123(792), 440-465.

Guo, C., Wang, X., Wang, C., Zhao, Q., & Zhang, H. (2020). Research on calculation methods of ship model self-propulsion prediction. *Ocean Engineering*, 203, 107232.

Hirsh, C. (1990). Numerical computation of internal and external flows, *Computational methods for inviscid and viscous flows*, vol. 2, Wiley-Interscience, Chichester.

Hough, G. R., & Ordway, D. E. (1964). The generalized actuator disk. *Developments in Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 2, Pergamon Press, Atlanta,Ga., 317-336

Jasak, H., Vukčević, V., Gatin, I., & Lalović, I. (2019). CFD validation and grid sensitivity studies of full scale ship self-propulsion. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 11(1), 33-43.

Ji, B., Luo, X., Peng, X., Wu, Y., & Xu, H. (2012). Numerical analysis of cavitation evolution and excited pressure fluctuation around a propeller in non-uniform wake. *International Journal of Multiphase*

Flow, 43, 13-21.

Launder, B. E., & Spalding, D. B. (1974). The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(2), 269-289.

Menter, F. R. (1992). Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows. *Nasa Sti/recon Technical Report N*, 93, 22809.

Myers, R. H., & Montgomery, D. C. (1995). Response Surface Methodology: Process and Product in Optimization Using Designed Experiments. *John Wiley & Sons.*

Overpelt, B., Nienhuis, B., & Anderson, B. (2015, October). Free running manoeuvring model tests on a modern generic SSK class submarine (BB2). *In Pacific International Maritime Conference* (pp. 1-14).

Pontarelli, M., Martin, J. E., & Carrica, P. M. (2017). Dynamic instabilities in propeller crashback. In *Proceedings of 5th International Symposium on Marine Propulsors*.

Šeb, B. (2017). Numerical characterisation of a ship propeller. Master's thesis. Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, *University of Zagreb*.

Seo, J. H., Seol, D. M., Lee, J. H., & Rhee, S. H. (2010). Flexible CFD meshing strategy for prediction of ship resistance and propulsion performance. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2(3), 139-145.

Wilcox, D. C. (1998). Turbulence modeling for CFD (Vol. 2, pp. 103-217). La Canada, CA: *DCW industries, Inc*.

Abstract

Application of the Approximate Optimization method for Improvement of Actuator Disk Method Representing a Marine Propeller

Yong Jae Cho
Naval Architecture and Ocean Engineering
The Graduate School
Seoul National University

Due to the hull located in front of the propeller, the flow into the propeller becomes slow and non-uniform. Because of this, the propulsion performance becomes different that from the propeller open water (POW) test. Furthermore, propeller rotating behind the hull accelerates the flow increasing the shear rate in the hull boundary layer and decreasing the pressure of the stern. Therefore, the frictional and pressure resistance of the hull increase. The interaction between the propeller and the hull greatly affects the propulsion and resistance performance of the ship, so the importance of studies considering the interaction between hull and propeller is increasing.

In order to evaluate the effect of the propulsion and resistance performance of a ship considering the hull-propeller interaction using computational fluid dynamics (CFD), it is necessary to simulate

the propeller precisely. There are SM (sliding mesh) and AD (actuator disk) methods for simulating the propeller representatively. The SM method has the advantage that it provides detailed effect of the rotating propeller by rotating the volume around the propeller directly. However, it requires high grid resolution at the leading edge and tip of the blade to simulate the propeller precisely which consumes a lot of computational costs. Moreover, if large time interval is selected, the propeller rotation angle per unit time interval is too large to reduce calculation stability and accuracy, so small time interval should be used, which increases the simulation time. The AD method simulates a propeller by distributing thrust and torque in a cylindrical are by replacing the propeller geometry. Recently, Hough and Ordway's AD method, which shows the maximum load at 0.7 times the radius of propeller, is used to simulate a propeller instead of uniform thrust distribution. However, since the location and intensity of the maximum load distribution according to radius are different for each propeller, application of Hough and Ordway's AD method to all propellers is limited.

In this study, the improvement of Hough and Ordway's AD method was conducted by applying the approximate optimization method, so the thrust distribution of Hough and Ordway’s AD method becomes similar to that of the SM method. The propeller used in this study is a MARIN 7371R propeller, which is a dedicated propeller for Joubert BB2. The thrust distribution of the MARIN 7371R propeller is required for the optimization method, so the simulation was performed using the SM method. To verify the SM method, POW test was performed for the MARIN 7371R propeller under conditions of advance ratio at 0.3,0.5,0.7 and the results were compared with model test results. The SM method was verified that the errors of

thrust and torque coefficients had an error within 3% of those of the model test results in all advance ratios.

POW test was performed using Hough and Ordway's AD method under the condition of advance ratio at 0.5 and the wake was compared with that of SM method. Axial and tangential velocities were compared, and it was determined that the axial velocity of AD method needs to be improved. Hough and Ordway's AD method was improved by using 4 approximate optimization methods to maximize the similarity to the SM method. The greatest similarity was shown when the optimization was performed by radial basis function. It was confirmed that the AD method which was optimized using the radial basis function showed higher similarity with the SM method than the Hough and Ordway's AD method under the conditions of advancing ratio at 0.3 and 0.7.

The self-propulsion test was performed using the SM method and it was verified through comparison with the model test results. By comparing the self-propulsion test results of the SM method, Hough and Ordway's AD method and the AD method optimized using the radial basis function, the AD method optimized using the radial basis function in the propeller open water test was confirmed to be effective in the self-propulsion test.

Keywords: Computational Fluid Dynamics (CFD), Sliding Mesh Method, Actuator Disk Method, Propeller Open Water Test, Self-propulsion Test, Approximate Optimization Method

Student Number: 2019-22220