creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

이 학 석 사 학 위 논 문

시계열자료의 추세변화에 대한 통계적 검정 방법 비교에 관한 연구

2022년 2월

서울대학교 대학원
통계학과
이나연

시계열자료의 추세변화에 대한 통계적 검정 방법 비교에 관한 연구

지도교수 장원철

이 논문을 이학석사 학위논문으로 제출함
2021년 10월

서울대학교 대학원
통계학과
이나연

이나연의 이학석사 학위논문을 인준함
2022년 1월

위 원 장 _____ 박태성 _____ (인)
부 위 원 장 _____ 장원철 _____ (인)
위 원 _____ 임채영 _____ (인)

국문초록

이나연
통계학과
석사과정
서울대학교

시계열 자료에서 추세변화를 탐지하기 위해서 여러 가지 통계적 검정 방법이 쓰여왔고 이러한 검정 방법들은 수질 자료, 공정 자료에 적용되는 등 다양한 산업 분야에 쓰이고 있다. 예를 들면, 수질 자료에서 추세변화를 검정하는 이유는 어떤 요인으로 인해 수질의 변화가 일어나는 것을 파악해서 해당 요인이 장기적으로 어떤 추세를 가지고 있느냐를 판단하고 조치를 취할 수 있게 해준다. 본 논문에서는 선행 연구에서 많이 쓰여왔던 통계적 검정 방법과 대역 검정을 이용한 새로운 통계적 검정 방법을 적용하는 것 중 어느 것이 추세변화를 더 잘 검정할 수 있는지에 대해서 비교하기 위해 2009년 1월부터 2020년 2월까지의 양재천에 대한 수질 현황자료를 사용할 것이다. 성능을 비교할 통계적 검정 방법으로는 추세변화에 전통적으로 가장 많이 쓰여왔던 t-test, Mann-Kendall 추세검정과 대역 검정 방법인 Higher Criticism과 Adaptive Neyman을 사용할 것이다.

키워드 : 추세탐지, Sieve 부트스트랩, 대역 검정
학번 : 2019-26938

Contents

1 소개 **1**

2 통계적 검정 방법 **3**

2.1 Sieve 부트스트랩 3

2.2 Sieve 부트스트랩을 이용한 t-test 5

2.2.1 t-test 5

2.3 Sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정 6

2.3.1 Mann-Kendall 추세검정 6

2.4 대역 검정을 이용한 추세 변화 탐지 8

2.4.1 웨이블릿 변환 9

2.5 Higher Criticism 10

2.6 Adaptive Neyman 12

3 추세 변화를 검정하기 위한 사례 연구 **14**

3.1 자료 14

3.2 검정 20

3.2.1 Sieve 부트스트랩을 이용한 t-test 추세검정 20

3.2.2 Sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정 . . . 21

3.2.3 Higher Criticism 24

3.2.4 Adaptive Neyman 24

3.3 검정 결과 비교 25

4 결론 **33**

Abstract in Korean **38**

Chapter 1

소개

Yun, Hwang, Kim, and Kim (2015) 에서는 전국 주요 하천에 녹조가 발생하여 수질에 영향을 미치고 있기에 환경부에서 수질관리를 위해서 전국 지류와 지천의 수질 변화 특성을 파악하고 있다. 이처럼 효율적인 수질관리를 위해서는 장기적인 변화추세를 파악해서 지속적인 관리를 하는 것이 중요하다. 장기적인 변화추세를 파악하기 위해서는 시계열 자료를 사용하는데 시계열 자료는 고려해야 할 여러 가지 특성이 존재하기 때문에 자료의 특성에 맞는 통계적 검정 방법을 쓰는 것이 중요하다. 여러 가지 통계적 검정 방법들이 80년대부터 시계열 자료의 추세변화를 검정하기 위해 쓰여왔고 현재까지 관련 논문이 나오고 있다. 예를 들면, Hirsch, Alexander, and Smith (1991) 에서는 two sample t-test,Mann-Whitney-Wilcoxon Rank Sum test, Mann-Kendall 추세검정 등을 사용했고, Esterby (1996) 에서는 Mann-Kendall 추세검정, Seasonal Kendall 추세검정을 사용했다. 최근에 쓰인 논문인 Andriyashin, Benko, Härdle, Timofeev, and Ziegenhagen (2006) 에서도 이전의 논문과 비교했을 때 비슷한 통계적 검정 방법들이 사용되었다. Andriyashin, Benko, Härdle, Timofeev, and Ziegenhagen (2006) 에서는 t-test, Local t-test, slope test, Mann-Kendall 추세검정, Cox-Stuart Test 등을 차 도색 과정 자료에 써서 추세변화에 대해 검정하였다.

이처럼 오랫동안 여러 논문에서는 추세변화를 탐지하기 위해서 Hamed and Rao (1998)처럼 Mann-Kendall 추세검정을 자기 상관성의 존재에 영향을 많이 받지 않는 수정된 Mann-Kendall 추세검정으로 바꾸어서 사용하는 것과 같이 시계열 자료를 고려하여 기존의 통계적 검정 방법을 변형하여 사용하는 예가 종종 있었다. 그래서 본 논문에서는 기존의 통계적 검정 방법과 비슷한 검정 방법이 아닌 새로운 통계적 검정 방법을 자료에 사용할 것이고 이전부터 계속 사용됐던 통계적 검정 방법들과 비교할 것이다. 통계적 검정 방법에 대한 자세한 설명은 2장에서 자세히 하겠지만 간단하게 어떤 통계적 검정 방법을 쓸 것인지 1장에서 간단히 소개하고 2장으로 넘어가겠다.

여러 선행논문을 살펴본 결과 추세변화를 검정하는 것에 가장 많이 적용되었고 성능도 괜찮다고 평가받아 온 통계적 검정 방법인 t-test와 Mann-Kendall 추세검정을 본 논문에서 새로운 통계적 검정 방법과 비교할 기존의 통계적 검정 방법의 대표로 사용할 것이다. 그리고 새로운 통계적 검정 방법으로는 대역 검정인 Higher Criticism과 Adaptive Neyman을 사용할 것이다. Sandoz (1997)에 의하면 웨이블릿 변환을 사용함으로써 시계열 자료를 독립자료로 만들기 위한 화이트닝이 자료에 적용된다. 그러므로 Higher Criticism과 Adaptive Neyman와 같은 대역 검정들을 추세변화를 탐지하는 통계적 검정 방법으로 사용하기 위해서 웨이블릿 변환을 적용한다. 이렇게 총 4가지의 통계적 검정 방법을 비교하는 것이 본 논문의 목적이다. 2장에서는 추세변화에 사용할 통계적 모형들에 관해서 설명하고 여러 연구가설에 관해 설명한다. 3장에서는 양재천의 수질 현황 자료에 통계적 검정 방법을 사용하고 검정한 내용에 대해서 알아본다. 마지막으로 4장에서는 결론과 전망에 관해 설명한다.

Chapter 2

통계적 검정 방법

선행 연구를 살펴보면 다양한 방법들이 시계열 자료의 추세변화를 파악하는 데 쓰인다. 예를 들면, 모수적 방법에는 t-test, Local t-test, slope test 등이 있고 비모수적 방법에는 Mann-Kendall 추세검정, Cox-Stuart, Change point 검정 등이 있다. 이 중에서 가장 많이 쓰이는 t-test와 Mann-Kendall 추세검정을 기존의 통계적 검정 방법으로 사용할 것이고 새로운 방법들과 비교할 것이다. t-test와 Mann-Kendall 추세검정 방법은 기울기의 변화에 중점을 두고 검정하는 방법이다. 제안되는 모형은 아래와 같다.

$$y_i = \mu(x_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, ..., n \tag{2.1}$$

여기서 ϵ은 오차항을 나타내며, y_i는 x_i라는 시점에 의존하는 관측치를 나타낸다. $E(\epsilon_i) = 0$, $\mathrm{Var}(\epsilon_i) < \infty$, $E(y_i) = \mu(x_i)$를 가정한다.

2.1 Sieve 부트스트랩

Efron (1992) 에 의해 제안된 부트스트랩은 통계에서 분포를 알기 위해서 쓰이는 강력한 비모수 통계 방법이다. 그리고 Sieve란 자료의 양이 증가함에 따

라 0을 향한 오차를 점근적으로 줄이는 것을 목적으로, 점진적으로 더 복잡한 모형을 사용하여 알려지지 않은 고차원 함수를 추정하는 비모수 추정 방법이다. Sieve 부트스트랩은 시계열 자료에서 연속적인 유한 차원의 모수적 검정 방법을 사용해서 무한 차원의 비모수적인 검정 방법을 근사하기 위해 제안된 방법이다(Bühlmann, 1997).

t-test와 Mann-Kendall 추세검정에서 두 시점의 기울기를 비교하는 선형과정의 단점을 보완하기 위해서 시계열 자료에 더 적합한 sieve 부트스트랩을 사용한다. 보통 시계열 자료에서는 상관관계가 서로 없다는 가정하에 선형 추세를 검정하는 t-test와 단조 추세를 검정하는 Mann-Kendall 추세검정을 사용한다. 하지만 두 가지 문제가 발생한다. 첫 번째는 의존성이다. 자료가 독립이라는 가정하에 만들어진 통계적 검정 방법이 의존적인 관측치에 적용되면 중요성이 과장되는 문제가 생긴다. 두 번째는 변화점이다. 변화점은 선형 추세나 단조 추세에 영향을 미친다. 예를 들면, 시계열 자료에서 A, B, C 3가지 경우를 고려해서 A를 선형 추세, B를 X가 제곱근의 성질을 가지고 있는 비선형 단조 추세, C를 X가 이차 함수적인 성질을 가지고 있는 비선형 비단조 추세라고 가정한다. 귀무가설(H_0)은 추세가 없다이고, 대립가설(H_1)은 선형 추세가 있다라는 가설을 가정한다. 만약 t-test를 사용한다면 A의 경우에는 B의 경우보다 귀무가설을 기각하고 대립가설을 채택할 확률이 더 높을 것이다. 특히 C의 경우는 귀무가설을 기각하기가 더욱 어렵다. C의 경우를 통해서 자료를 검정하기 위해서는 적절한 대립가설이 세워져야 하고 귀무가설이 기각되지 않는 것이 꼭 진실은 아니라는 것을 발견할 수 있다.

일반적으로 사용하는 시계열 자료는 자기상관이 있을 것으로 추정된다. 그러므로 위의 두 가지 문제를 해결하기 위해서는 t-test와 Mann-Kendall 추세검정을 사용할 때, sieve 부트스트랩을 적용하여 단점을 보완한다 (Noguchi, Gel, and Duguay, 2011).

2.2 Sieve 부트스트랩을 이용한 t-test

Sieve 부트스트랩을 이용한 t-test는 아래의 가설을 고려한다.
귀무가설(H_0): 추세가 없다. vs. 대립가설(H_1): 선형 추세가 있다.

2.2.1 t-test

t-test의 기본 발상은 아래와 같은 선형모형에서 기울기 $H_0 : \beta_1 = 0$ 인지를 검정하는 것이다.

$$\mu(x) = \beta_0 + \beta_1 x \tag{2.2}$$

선형모형에서 추정치를 계산하기 위해서 식 (2.3) 과 같이 잔차의 제곱합이 최소가 되게 한다. 그리고 $n-2$의 자유도를 가지고 귀무가설 $H_0 : \beta_1 = 0$를 검정한다.

$$(\widehat{\beta_0}, \widehat{\beta_1}) = \arg\min_{\beta_0,\beta_1} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \tag{2.3}$$

위와 같이 일반적인 t-test를 사용할 때는 관측치가 모두 독립이라고 가정한다. 만약 가정을 위배할 시 결과의 신뢰성이 떨어지며 결괏값이 잘못될 확률이 높아진다. 시계열 자료는 보통 오랜 시간에 걸쳐 기록되고 연속적인 상관관계를 보이기 때문에 시간적 의존성과 같은 단점을 보완하기 위해서 sieve 부트스트랩 방법을 적용한다. 이를 통해 t 통계량의 경험적 분포를 만들고 p-value를 계산하여 가설검정을 시행한다.

2.3 Sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정

2.3.1 Mann-Kendall 추세검정

Mann-Kendall 추세검정은 Mann (1945) 에서 제안되었고 Kendall (1948) 와 Hirsch, Slack, and Smith (1982) 의 추가 연구로 개선되었다. Mann-Kendall 추세검정은 시계열 자료에서 관심 요인의 경향성을 분석하기 위해 쓰이는 검정 방법으로, 검정에 사용되는 자료의 정규성을 요구하지 않는 비모수적 검정 방법이다. 시계열 자료 X_i $(i = 1, 2, ..., n)$에 대해 $j = 1, 2, ..., n-1$와 $i = j+1, ..., n$ 시점의 X_i에 대한 크기 비교를 통해서 경향성의 존재 여부 및 방향성(양수, 음수, 영)을 식 (2.4)의 $sgn(X_i - X_j)$를 이용해서 나타낸다(Nam, 2013); (Kim and Park, 2004).

$$sgn(X_i - X_j) = \begin{cases} 1, & X_i - X_j > 0, \\ 0, & X_i - X_j = 0, \\ -1, & X_i - X_j < 0. \end{cases} \tag{2.4}$$

S_i를 i번째 Kendall 통계량이라고 하자. 식 (2.5) 을 이용해서 Kendall 통계량 S를 아래와 같은 식으로 정의할 수 있다.

$$S = \sum_{j}^{n-1} S_i = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=j+1}^{n} sgn(X_i - X_j) \tag{2.5}$$

S의 분산은 $Var(S)$로 나타낼 수 있고 식 (2.6)에서 u은 자료의 범위에서 그룹의 개수를 나타낸다. 예를 들면, 연간자료를 4계절로 나눌 경우 $u = 4$이다.

$$Var(S) = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_j^u i_j(i_j-2)(2i_j+5)}{18} \tag{2.6}$$

만약 표본의 수인 n이 10보다 크면 S와 $Var(S)$를 이용하여 표준정규분포를 따르는 검정통계량인 Z를 아래와 같이 정의할 수 있다. Z를 이용하면 시계열 자료에서 경향성의 존재를 검정할 수 있으며, 값의 부호에 따라 경향의 방향성을 표현할 수 있다.

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{Var(S)}}, & S > 0, \\ 0, & S = 0, \\ \frac{S+1}{\sqrt{Var(S)}}, & S < 0. \end{cases} \tag{2.7}$$

Mann-Kendall 추세검정은 아래의 가설을 고려한다. 선형추세 역시 단조 추세이므로 Mann-Kendall 추세검정의 결과는 t-test와 비슷하게 나올 것이다.
귀무가설(H_0): 추세가 없다. vs. 대립가설(H_1): 추세가 있다.

본 논문에서는 Mann-Kendall 추세검정에도 역시 sieve 부트스트랩을 사용해서 잠재적인 자기상관을 가지고 있는 자료의 단점을 보완한다. 예를 들면 앞서 말한 시계열 자료의 A, B, C 3가지 경우에서 귀무가설은 자료에 추세가 없다이고 대립가설은 단조 추세가 있다를 가정한다. 만약, sieve 부트스트랩을 쓰지 않는다면 A, B의 경우에는 단조 추세가 있다는 대립가설을 기각하지 않을 확률이 높다. 그리고 C의 경우에는 귀무가설이 기각되지 않을 가능성이 크다. 하지만 이 경우 C가 추세가 있다고 하는 것은 가설을 제대로 설정했다고 보기 힘들다.

2.4 대역 검정을 이용한 추세 변화 탐지

자료에 대한 비모수 통계적 검정 방법의 타당성을 고려하며 관측치를 $X = (X_1, ..., X_n)$라고 가정하자.

$$X_j = \mu(x_j) + \sigma\epsilon_j, \tag{2.8}$$

여기서 μ는 평균함수, σ는 표준편차, $\epsilon_1, ...\epsilon_n$는 종속 오차항이고 $E(\epsilon_j) = 0$와 $Var(\epsilon_j) = \sigma^2$라는 가정을 만족한다. 본 논문의 목적인 시계열 자료에서 추세 변화가 있는지에 대해서 검정하는 것은 식 (2.8) 에서 $\mu \equiv 0$와 동치라고 볼 수 있다. 일반성을 잃지 않고, 만약 평균함수가 0이라면 추세가 있는지 검정할 때 $E(X) = 0$를 예측할 수 있다. 그리고 평균 함수가 $\mu \in L_2$이면, 직교 기저 함수인 ψ_k를 사용해서 식 (2.9) 로 표현할 수 있다.

$$\mu(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \theta_k \psi_k(x) \tag{2.9}$$

위의 식에서 θ_j는 $\langle \mu, \phi \rangle$로 나타낼 수 있다. 여기서 $\langle \mu, \phi \rangle$는 내적(inner product)을 의미한다. 하지만 측정할 수 있는 모수의 개수가 자료의 크기보다 크지 않기 때문에 실제에서는 아래의 식과 같이 μ^n를 μ와 근접하다고 가정하고 사용한다.

$$\mu^n(x) = \sum_{k=1}^{n} \theta_k \psi_k(x) \tag{2.10}$$

대역검정은 흔히 건초더미에서 바늘 찾기 문제로 비유될 수 있다. 귀무가설은 아래의 식과 같이 주어지고 여기서 $H_{0,i} : \theta_i = 0,\ i = 1, 2, ..., n$ 이다. 귀무가설을 검정하기 위해서는 Bonferroni 방법, 카이제곱 검정, Higher Criticism, Adaptive Neyman 검정 방법들이 사용된다. 즉 귀무가설은 $H_0 : \theta_1 = \theta_2, ..., \theta_n = 0$이고 아래의 식과 같다(Arias-Castro, Candès, and Plan, 2011).

$$H_0 = \bigcap_{n}^{i=1} H_{0,i} \tag{2.11}$$

만약 함수 μ가 $\mu \in L_2$, $\int (\mu^{(m)}(x))^2 dx \leq C^2$를 만족할 때, 소볼레프(Sobolev) 공간인 $W_2^m(c)$에 속한다고 한다. 즉, 소볼레프 공간과 같은 어떤 함수 공간에 속한다고 가정했을시, 우리는 쉽게 $||\mu - \mu^n|| = \sum_{k=n}^{\infty} \theta_k^2$는 미미하다는 것을 알 수 있다. 결국 $\mu^n(x) \equiv 0$ 은 대역검정의 귀무가설인 $\theta_1 = \theta_2 = ... = \theta_n = 0$을 검정하는 것과 같다는 것을 알 수 있다.

대역 검정을 추세탐지 검정 방법으로 이용할 수 있는 이유를 설명했고 이후에는 검정에 사용할 대역 검정 모형을 소개한다. 대역 검정을 추세변화를 검정하기 위해서 사용하려면 추세변화 문제를 고차원 평균에 관한 대역 검정 문제로 바꾸어야 한다. 먼저 직교 기저 함수를 이용해서 μ를 여러 항으로 전개한 다음 계수에 해당하는 θ가 0인지 검정해야 하므로 검정 전에 자료를 변환시킨다. 자료를 변환시킬 때, $\psi_k(x)$으로 사인 함수나 코사인 함수 등을 사용할 수 있지만 양재천의 수질 현황 자료가 같은 간격으로 조사된 점과 화이트닝으로 시계열 자료를 독립자료로 만들기 위한 점을 고려해서 웨이블릿 변환을 사용한다.

2.4.1 웨이블릿 변환

음성 자료의 원형인 신호를 시간 범위에서 주파수 범위로 변환시켜주는 것을 푸리에 변환이라고 한다. 하지만 푸리에 변환은 특정 시간마다 변하는 주파수를 표현할 수 없는 한계가 있다. 이를 해결하기 위해서 STFT(Short Time Fourier Transform)를 사용한다. STFT는 소음 진동 분석의 기본이자 필수인 신호처리 기법이고 자료의 시간에 대해 구간을 짧게 나누고 나누어진 구간들의 자료를 각각 푸리에 변환하는 방법을 뜻한다. 복잡한 신호일수록 주파수 성분이 어느 시점에 존재하는지를 알기 어려워지기 때문에 시간을 나누어서 분석하는 STFT

를 사용한다. 하지만 STFT를 사용하면 불확정성 원리로 인한 문제가 발생한다. 이런 한계를 극복하기 위해서 웨이블릿 변환을 사용한다. 푸리에 변환은 수많은 사인함수로 신호를 쪼개는 것이라면, 웨이블릿 변환은 특정 신호의 크기와 움직임을 통해 시간 간격 및 주파수 해상도를 때에 따라 다르게 가져갈 수 있게 한다. 푸리에 변환이 사인함수를 사용한다면 웨이블릿 변환은 웨이블릿 함수를 사용한다. 사인함수와 달리 웨이블릿 함수는 시간에 대한 정보를 담아낼 수 있으므로 특정 시간에 따라 웨이블릿 함수의 크기를 다르게 적용할 수 있다(Kang, Lee, Hwang, and Kim, 2009).

2.5 Higher Criticism

Donoho and Jin (2004) 에서는 논문 주제의 동기 부여를 설명하기 위해 John Tukey와 관련된 일화를 소개했다. Higher Criticism은 1976년 프린스턴 대학 통계학 411 수업을 듣던 Tukey의 노트에 처음 소개되어있고 John Tukey는 이야기를 통해 개념을 설명하였다. 어느 심리학자는 연구를 위해 많은 실험을 했고 250개의 실험 중에 11개가 유의 수준 5% 에서 귀무가설을 만족하는 것을 발견했다. 어느 연구자는 이 사실에 매우 자부심을 느꼈다. 하지만 선배 연구자는 순수하게 귀무가설을 생각한다면 12.5개의 결과가 나와야 한다고 주장했고 후배의 결과는 단지 우연이고 11개를 발견한 사실은 실망스럽다고 볼 수 있다고 했다. 그래서 Tukey는 2번째 단계의 유의 수준 검사라는 것을 제안하였다.

$$HC_{0.05,n} = \frac{\sqrt{n}[(\text{Fraction} \quad \text{significant} \quad \text{at} \quad 0.05) - 0.05]}{\sqrt{0.05 \cdot 0.95}} \tag{2.12}$$

Tukey는 위의 값이 2보다 클 때 앞서 1단계에서 기각한 귀무가설 중 일부는 실제로 유의하다는 결론을 내릴 수 있다고 주장했다. 그리고 Donoho와 Jin은 이를 더 확장해서 유의수준을 고정된 상태가 아니라 특정 구간 $(0, \alpha_0)$ 에 있는 하나의 점으로 가정하는 Higher Criticism이라는 새로운 검정통계량으로

표현했다.

$$HC_n^* = \max_{0<\alpha\leq\alpha_0} \frac{\sqrt{n}[(\text{Fraction significant at } \alpha) - \alpha]}{\sqrt{\alpha \cdot (1-\alpha)}} \tag{2.13}$$

위의 검정통계량을 설명하기 위해 다음과 같은 모형을 고려한다.

$$H_0 : X_i \sim N(0,1) \ vs. \ H_1 : X_i \sim (1-\epsilon)N(0,1) + \epsilon N(\mu, 1) \tag{2.14}$$

여기서 $\epsilon = n^{-\beta}$이고, β는 (1/2,1)에 속한다. 즉, $\epsilon \in (\frac{1}{n}, \frac{1}{\sqrt{n}})$ 와 같다. 평균값 $\mu = \sqrt{2r\log(n)}$ 이고, $r \in (0,1)$라고 하자. 여기서 β 는 신호의 희소성, r은 신호의 크기를 나타낸다. 신호의 희소성이 클수록 신호의 개수가 적어지고 r이 클수록 신호의 크기는 커진다.

$$\rho^*(\beta) = \begin{cases} \beta - \frac{1}{2}, & 0.5 < \beta < 0.75, \\ (1-\sqrt{1-\beta})^2, & 0.75 \leq \beta < 1. \end{cases} \tag{2.15}$$

만약 식 (2.14) 에서 r과 β를 알고 있다면 $r > \rho^*(\beta)$인 경우 Likelihood Ratio Test를 사용하여 최적값을 찾을 수 있다. 그리고 r과 β를 모른다면 Higher Criticism을 사용해서 적절한 범위의 두 개의 값에서 최적의 검정력을 구할 수 있다.

대역 검정문제에 Higher Criticism을 적용하기 위해 Donoho와 Jin (2004)은 다음과 같은 알고리즘을 제안했다.

1. 각각의 요인을 위의 통계적 검정 방법에 적용해서 유의확률 $p_1, ..., p_n$을 구한다. 유의확률은 귀무가설 하에서 아래와 같이 구한다.

$$p_i = 1 - \Phi(X_i) = P(Z > X_i) \tag{2.16}$$

2. 1에서 구한 유의확률의 순서통계량을 이용하면 Higher Criticism의 통계량을 아래와 같이 표현할 수 있다. $(p_{(1)} \leq p_{(2)} \leq \cdots \leq p_{(n)})$

$$HC_n^* = \max_{1 \leq i \leq \alpha_0 n} \frac{\sqrt{n}(i/n - p_{(i)})}{\sqrt{p_{(i)}(1 - p_{(i)})}} = \max_{\frac{1}{n} \leq t \leq \alpha_0} \frac{\sqrt{n}(F_n(t) - t)}{\sqrt{t(1-t)}} \tag{2.17}$$

위의 식에서 $F_n(t)$는 유의확률의 경험적 누적분포함수이고 $t = p_{(i)}$이다.

3. 실제 경우에는 $\epsilon = 1$을 사용한다. 만약 $HC_n^* \geq \sqrt{(1+\epsilon)2\log\log n}$이면 각각의 통계적 검정 방법에서 귀무가설을 기각한다.

2.6 Adaptive Neyman

Neyman (2020) 과 Inglot, Kallenberg, and Ledwina (1994)에서 Adaptive Neyman 검정 방법이 단일 함수의 상수인지에 대한 여부를 확인하는 통계적 검정 방법임을 제안한다. 대부분의 그러한 추론 문제의 경우 최적의 통계적 검정 방법은 없지만, Adaptive Neyman 검정 방법은 광범위한 대안에 대해 우수한 힘을 가지고 있다는 점에서 많은 문제에 잘 적용된다. Fan (1996)에서는 카이제곱 검정의 검정력을 높이려고 평균값 μ를 일부분만 사용할 것을 제안했다. 즉, 처음 m번째에 대부분의 신호가 존재한다면 $\sum_{i=1}^{m} x_i^2$을 검정 통계량으로 사용하는 것이 효율적이다. 하지만 대부분의 실제 경우에는 m을 모르는 경우가 많으므로 Fan은 아래의 목적함수를 최소로 만드는 값을 m의 추정값으로 사용하는 것을 추천했다.

$$\widehat{m} = \arg\max_{m:1 \leq m \leq n} \frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{i=1}^{m} (x_i^2 - 1) \tag{2.18}$$

$$T_{AN}^* = \frac{1}{\sqrt{2\widehat{m}}} \sum_{i=1}^{\widehat{m}} (x_i^2 - 1) \tag{2.19}$$

$$T_{AN} = \sqrt{2\log\log n}T^*_{AN} - 2\log\log n + .5\log\log\log n - .5\log(4\pi) \qquad (2.20)$$

X_i가 정규분포를 따르기 때문에 X_i^2은 카이제곱 분포를 따른다. 전체 데이터가 n까지 있고 X_i는 서로 독립이기 때문에 $\sum X_i^2$은 $X^2(n)$을 따른다. 데이터의 개수인 n이 커지면 자유도가 커지므로 검정력이 매우 작아진다. 그러므로 Adapitive neyman 검정 방법은 전체 데이터의 수인 n을 사용하지 않고 m을 사용하자고 제안한다. Fan은 식 2.19에서 T^*_{AN}이 크거나 식 2.20에서 T_{AN}이 큰 값을 가지면 귀무가설을 기각할 것을 제안했다. Darling and Erdös (1956) 에 따르면 검정통계량의 점진적인 분포가 식 2.21과 같고 유의수준 α인 경우에 기각역은 $T_{AN} > -\log(-\log(1-\alpha))$이다.

$$P(T_{AN} < x) \to \exp(-\exp(-x)), \quad n \to \infty. \qquad (2.21)$$

Chapter 3

추세 변화를 검정하기 위한 사례 연구

3.1 자료

2장에 설명한 4가지 검정 방법을 비교하기 위해서 서울 열린자료 광장 (`http://data.seoul.go.kr/dataList/342/S/2/datasetView.do`) 에서 자료를 가져왔다. 서울 열린자료 광장에서는 전국하천 및 호소 등 수질 보전 대상 공공수역에 대한 수질 현황을 종합적으로 파악하여 수질 변화 추세 파악하기 위해서 매달 전국에 있는 하천을 조사하고 있다. 하천, 산단 하천, 도시 관류, 호소, 농업용수 등 여러 가지 자료 중 본 논문에서는 양재천 자료를 가져와서 4가지 통계적 통계적 검정 방법을 비교할 것이다.

자료는 총 38개의 요인과 148개의 관측치로 이루어져 있다. 하지만 22개의 요인에는 관측되지 않은 값이 더 많으므로 16개 요인으로 자료를 정리했다. 그리고 웨이블릿 변환을 쓰기 위해서 관측치를 2^n에 맞게 128개로 처리했다. 결측값은 없으며 2009년 1월부터 2020년 2월까지 같은 간격으로 관측된 양재천 수질 현황 자료를 사용한다. 표 3.1은 16개의 요인에 대한 설명이다.

Table 3.1: 16개 요인 설명

요인	설명
BOD	생물화학적 산소요구량, 어떤 물속의 미생물이 산소가 존재하는 상태에서 유기물을 분해, 안정시키는데 요구되는 산소량이다.(단위는 mg/l)
DO	용존산소(Dissolved Oxygen), 물의 오염상태를 나타내는 지표항목중의 하나로 물에 녹아 있는 산소의 농도이다. (단위는 mg/l 또는 ppm)
COD	화학적 산소요구량. 물속의 유기물 등 오염이 되는 물질을 산화제로 산화시키는데 요구되는 산소의 양을 말한다. (단위는 mg/l)
수온 (℃)	용액 속의 온도를 말한다.(단위는 ℃)
수소이온농도(PH)	용액 속의 수소 이온 또는 옥쇼쥼 이온의 농도. 보통, 수소이온 지수 pH로서 표시한다.
부유물질SS	입경 2mm이하의 물에 용해되지 않는 물질, Suspended Solids 의 약칭. 또는 현탁물질이라고 한다. (단위는 mg/l)
T-N	총질소(Total Nitrogen). 조류성장에 필수적인 원소의 하나로서 수화현항의 발생 가능성을 판단할 수 있는 수질 항목이다.
T-P	총인(Total Phosphrus). 지표수에 서식하는 조류의 생장에 영향을 줄 수 있는 인의 농도를 말한다.
분원성대장균군	대장균군에 비해 온혈동물의 배설물에서 발견될 가능성이 높아 분변오염의 지표로 이용한다.
총대장균군	대장균 자체는 병원성이 없기 때문에 무해하나 대장균이 많으면 다른 병원성세균도 함께 존재할 가능성이 있어 간접적인 오염 지표로 활용한다.
NO_3-N	함께 존재할 가능성이 있어 간접적인 오염 지표로 활용
NH_3-N	암모니아성 질소(Ammonia Nitrogen). 물의 오염지표, 수역 부영양화의 요인, 자정작용 등에 아질산성 질소 과잉으로 인한 장애를 평가하는 데도 중요하다.
PO_4-P	인산염인(단위는 mg/l)
Chlorophyll a	빛과 온도에 민감하며 호소 및 하천에서 부영양화 현상, DO농도를 낮춰 악취 유발, 어류 폐사, 정수 비용 증가, 심미적인 악영향 미친다.
DTN	용존총질소(단위는 mg/l)
DTP	용존총인(단위는 mg/l)

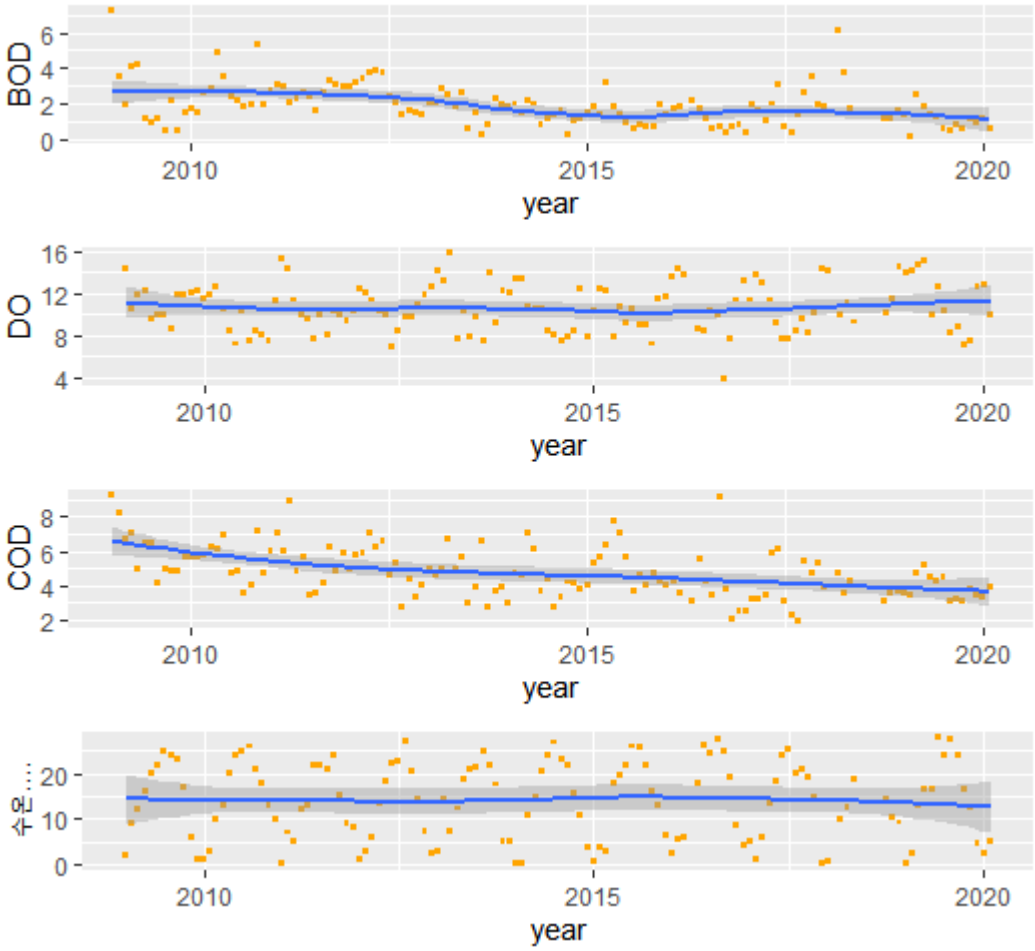

Figure 3.1: BOD,DO,COD,수온의 비모수 회귀선

그림 3.1에서 그림 3.4는 16개의 요인 각각을 2009년 1월부터 2020년 2월까지 관측한 시계열 자료를 표시하고 추세선을 표시한 그래프이다. 여기서 추세선은 Lowess 평활 방식을 사용해서 표시했다. Lowess 평활 방식은 평활기 선을 결정하는 데 널리 사용되는 기술이다. Lowess는 국소 가중 산점도 평활기 선(locally-weighted scatterplot smoother)을 의미하고 데이터의 어떤 점을 기준으로 그 근방의 값들에 다중회귀를 실행하는 비모수적 접근이다.

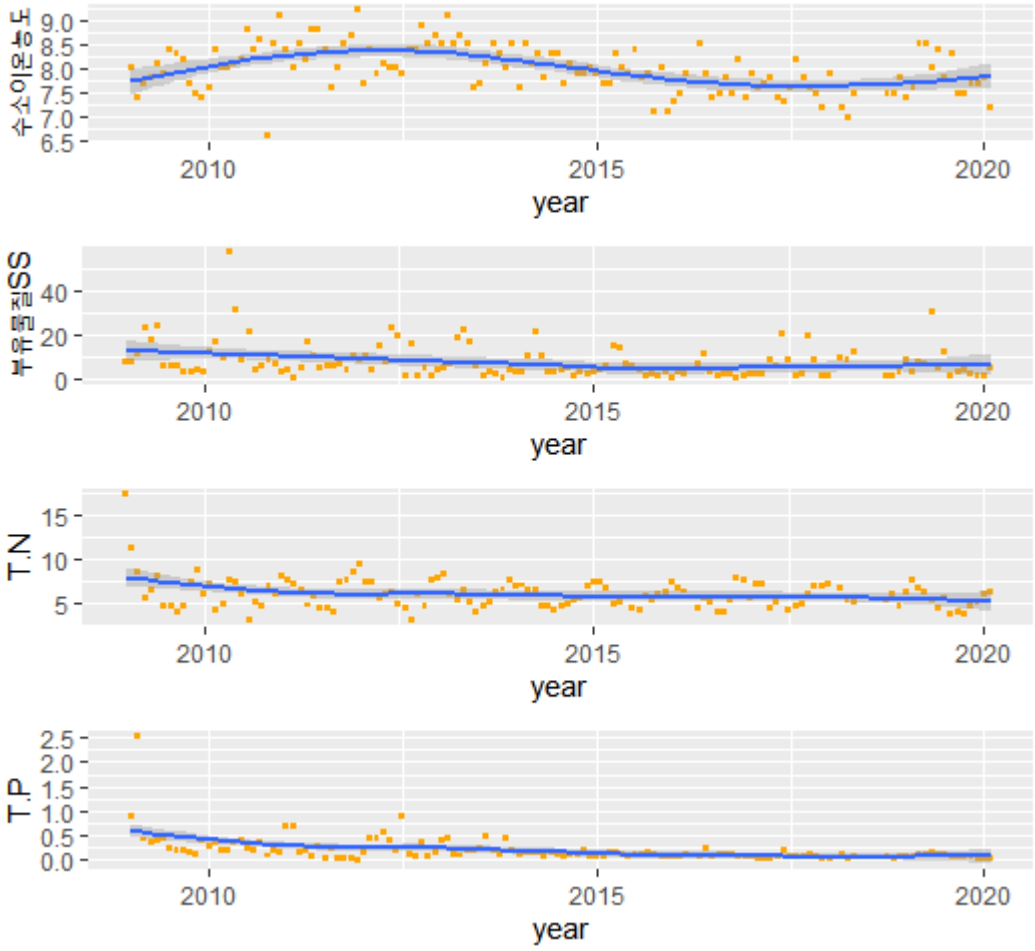

Figure 3.2: 수소이온농도, 부유물질, T.N, T.P의 비모수 회귀선

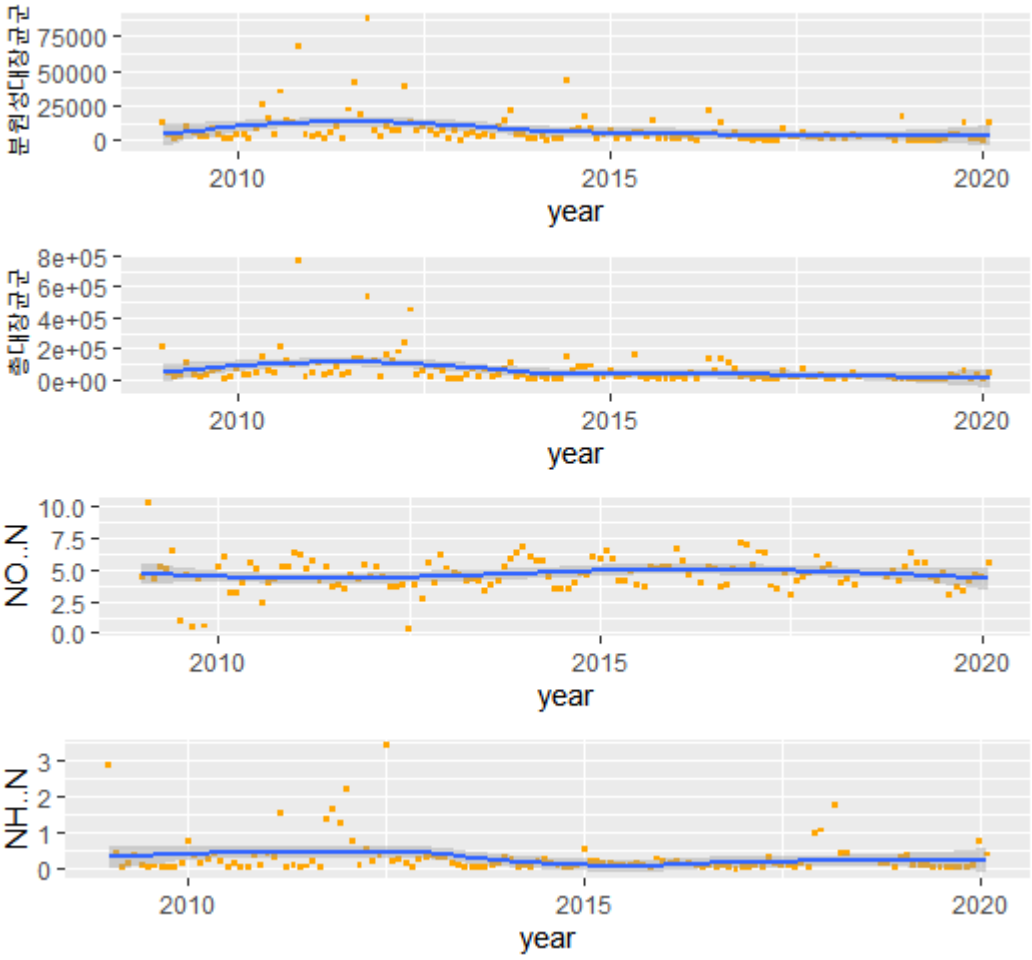

Figure 3.3: 분원성대장균군, 총대장균군, NO..N, NH..N의 비모수 회귀선

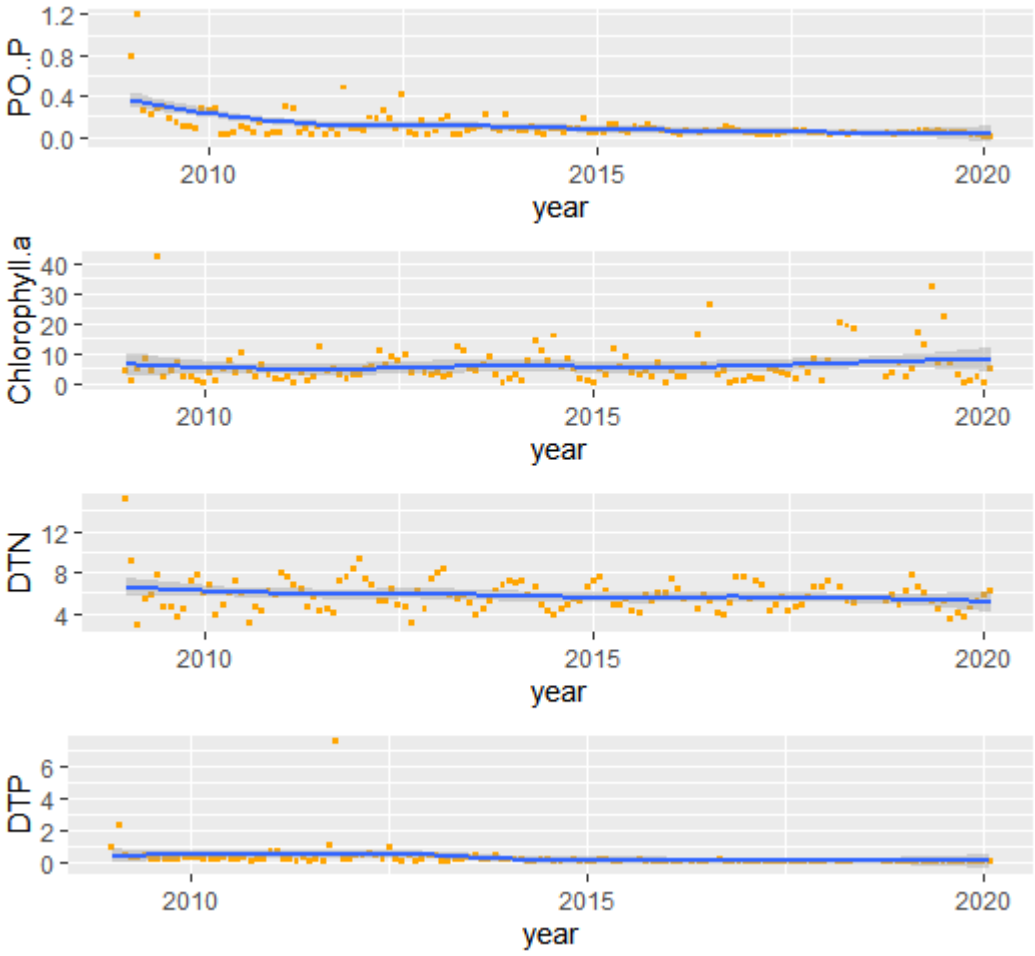

Figure 3.4: PO..P, Chlorophyll.a, DTN, DTP의 비모수 회귀선

3.2 검정

총 16개의 요인에 대해서 각각 Sieve 부트스트랩을 이용한 t-test 추세검정과 Sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정, Higher Criticism, Adaptive Neyman를 진행하였다. 몇 가지 요인에 대해 추세탐지의 결과가 달랐다.

3.2.1 Sieve 부트스트랩을 이용한 t-test 추세검정

검정해야할 귀무가설과 대립가설은 아래와 같다.
H_0 : 자료에 선형추세가 존재하지 않는다. vs. H_1 : 자료에 선형추세가 존재한다.

Table 3.2: 요인별 sieve boostrap을 이용한 t-test 추세검정을 하고 난 후의 p-value값

요인	**BOD**	**DO**	**COD**	**수온**	**수소이온농도**	**부유물질SS**	**T.N**	**T.P**
p-**value**	0.000*	0.732	0.000*	0.859	0.000*	0.035	0.152	0.000*
요인	**분원성대장균군**	**총대장균군**	**NO..N**	**NH..N**	**PO..P**	**Chlorophyll.a**	**DTN**	**DTP**
p-**value**	0.002*	0.000*	0.372	0.159	0.001*	0.098	0.138	0.002*

표 3.2를 보면 16개의 요인에 대해서 128개의 관측치를 가지고 sieve 부트스트랩을 이용한 t-test를 실행하고 난 후 p-value 값을 표시했다. 유의수준 0.05를 기준으로 가설 검정했을 때, 귀무가설을 기각하고 선형추세가 있다고 볼 수 있는 요인은 BOD(Biochemical Oxygen Demand), COD(Chemical Oxygen Demand), 수소이온농도, 부유물질SS, T.P (Total phosphorus), 분원성대장균군, 총대장균군,T.P(Total phosphorus), PO..P(Phosphate), DTP(Dissolved Total Phosphorus)로 총 9개가 선형추세가 있다고 볼 수 있다. 표 3.2에서 * 표시가 되어 있는 것은 Bonferroni correction을 사용하여 유의수준을 0.05/16로 가설 검정했을 때, 귀무가설을 기각하는 요인을 표시한 것이다. 유의수준이 0.05일 때와 비교했을 때 부유물질SS만 추세변화가 없는 것으로 결과가 나왔다.

Table 3.3: 요인별 sieve boostrap을 이용한 Mann-Kendall 추세검정을 하고 난 후의 p-value값

요인	**BOD**	**DO**	**COD**	**수온**	**수소이온농도**	**부유물질SS**	**T.N**	**T.P**
p-**value**	0.000*	0.776	0.000*	0.84	0.000*	0.014	0.261	0.000*
요인	**분원성대장균군**	**총대장균군**	**NO..N**	**NH..N**	**PO..P**	**Chlorophyll.a**	**DTN**	**DTP**
p-**value**	0.000*	0.000*	0.483	0.216	0.000*	0.245	0.26	0.000*

3.2.2 Sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정

검정해야할 귀무가설과 대립가설은 아래와 같다.
H_0 : 자료에 단조추세가 존재하지 않는다.vs. H_1 : 자료에 단조추세가 존재한다.

표 3.3에서는 16개의 요인에 대해서 128개의 관측치를 가지고 sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정을 실행하고 난 후 p-value 값을 표시했다. 귀무가설을 기각하고 선형추세가 있다고 볼 수 있는 요인은 BOD(Biochemical Oxygen Demand), COD(Chemical Oxygen Demand), 수소이온농도, 부유물질SS, T.P(Total phosphorus), 분원성대장균군, 총대장균군, PO..P(Phosphate), DTP(Dissolved Total Phosphorus)로 총 9개가 단조 추세가 있다고 볼 수 있다. 표 3.3에서 * 표시가 되어 있는 것은 Bonferroni correction을 사용하여 유의수준을 0.05/16로 가설 검정했을 때, 귀무가설을 기각하는 요인을 표시한 것이다. 유의수준이 0.05일 때와 비교했을 때 부유물질SS만 귀무가설이 기각되지 않고 다른 요인의 결과는 같다.

그림 3.5와 그림 3.6은 추세변화가 있다고 한 요인들을 Lowess 평활 방식을 이용하여 추세선을 나타낸 것이다. 수소이온농도와 분원성대장균군은 2013까지는 증가추세를 보이다가 2015년부터 2018년까지는 감소추세를 보이고 2018년부터 2020년까지는 증가추세를 보인다. 그리고 나머지 요인들은 감소추세를 보인다. 유의 수준 0.05/16를 기준으로 추세변화를 검정했을 때 귀무가설을 기각하고 시계열 자료에 추세가 있다고 검정 결과가 나온 것은 sieve 부트스트랩을

이용한 t-test와 sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정 모두 같은 결과가 나왔다. 그림 3.5 와 그림 3.6은 직관적으로 봤을 때 추세가 있다는 것을 알기 위해 이상점을 제거하고 y축의 범위를 좁게 설정했다.

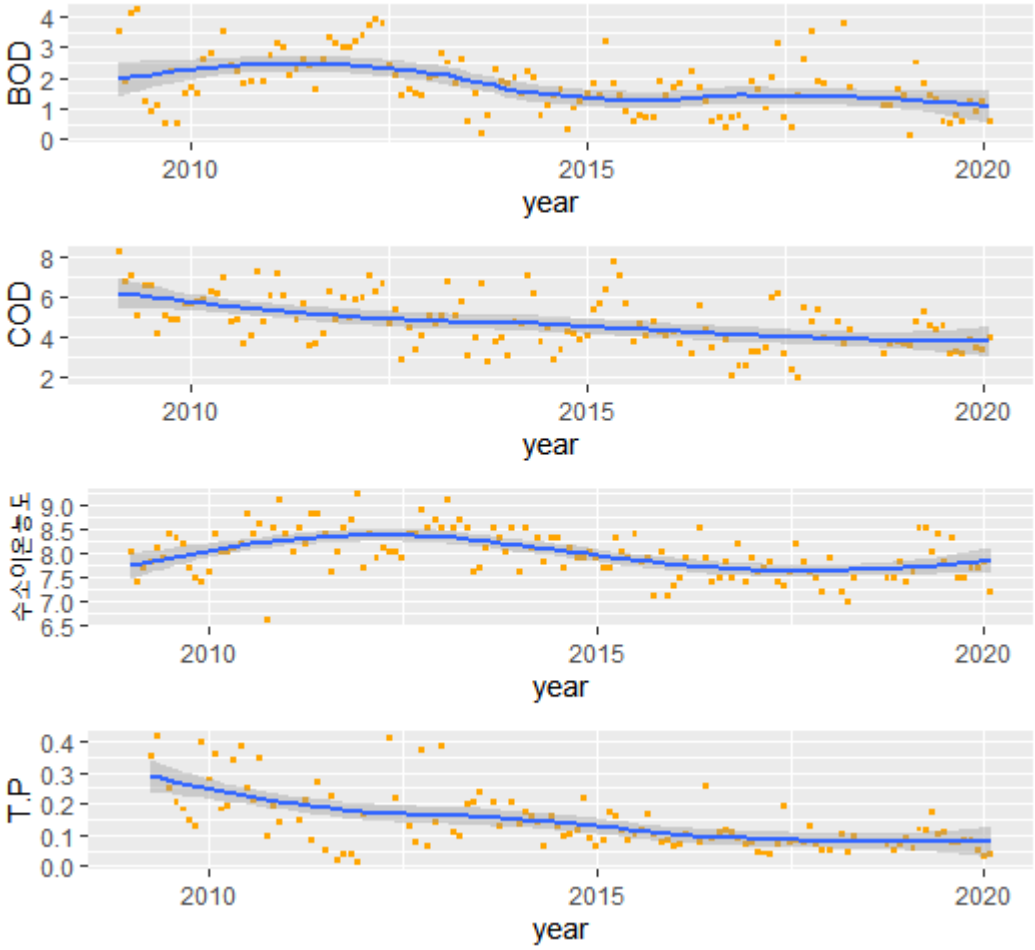

Figure 3.5: BOD,COD,수소이온농도,T.P의 비모수 회귀선

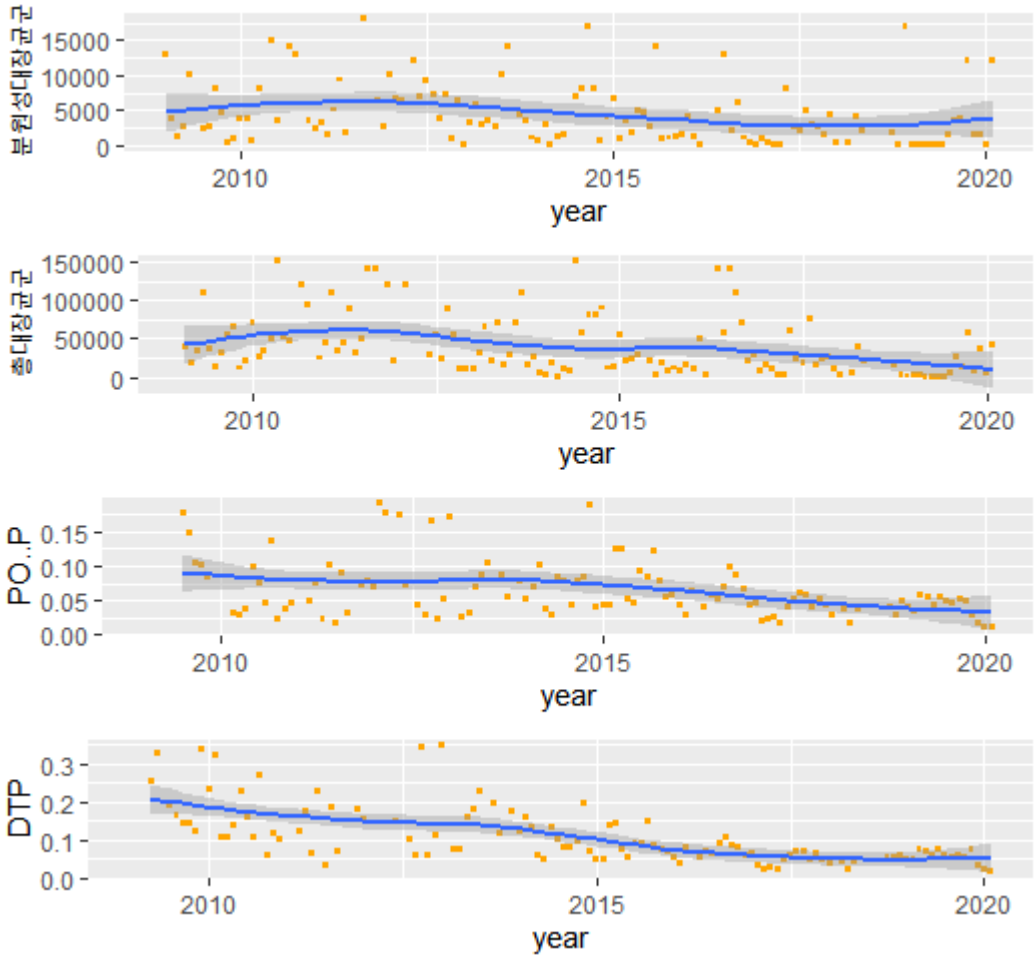

Figure 3.6: 분원성대장균군,총대장균군,PO.P,DTP의 비모수 회귀선

Table 3.4: 요인별 Higher Criticism를 하고 난 후의 p-value값

요인	BOD	DO	COD	수온	수소이온농도	부유물질SS	T.N	T.P
p-value	0.000	0.000	0.001	0.000	0.168	0.000	0.000	0.186
요인	**분원성대장균군**	**총대장균군**	**NO..N**	**NH..N**	**PO..P**	**Chlorophyll.a**	**DTN**	**DTP**
p-value	0.000	0.000	0.000	0.174	0.314	0.000	0.009	0.158

Table 3.5: 요인별 Adaptive Neyman를 하고 난 후의 p-value값

요인	BOD	DO	COD	수온	수소이온농도	부유물질SS	T.N	T.P
p-value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.269	0.000	0.000	0.296
요인	**분원성대장균군**	**총대장균군**	**NO..N**	**NH..N**	**PO..P**	**Chlorophyll.a**	**DTN**	**DTP**
p-value	0.000	0.000	0.000	0.431	0.223	0.000	0.000	0.173

3.2.3 Higher Criticism

표 3.4 에서 16개의 요인에 대해서 Higher Criticism을 실행하고 난 후 p-value 값을 표시했다. 귀무가설을 기각하고 선형추세가 있다고 볼 수 있는 요인은 BOD(Biochemical Oxygen Demand), DO(Dissolved Oxygen), COD(Chemical Oxygen Demand), 부유물질SS, T.N(Total Nitrogen), 분원성대장균군, 총대장균군, NO..N(Nitrate Nitrogen), Chlorophyll.a, DTN(Dissolved Total Nitrogen)로 총 11개의 요인에서 추세변화가 있는 것을 알 수 있다. Bonferroni correction을 사용한 후에서도 결과는 같다.

3.2.4 Adaptive Neyman

표 3.5에서 16개의 요인에 대해서 Adaptive Neyman을 실행하고 난 후 p-value 값을 표시했다. 귀무가설을 기각하고 선형추세가 있다고 볼 수 있는 요인은 BOD(Biochemical Oxygen Demand), DO(Dissolved Oxygen), COD(Chemical Oxygen Demand), 부유물질SS, T.N(Total Nitrogen), 분원성대장균군, 총대장균군, NO..N(Nitrate Nitrogen), Chlorophyll.a, DTN(Dissolved Total Nitrogen)로 Higher Criticism과 같은 총 11개의 요인에 추세변화가 있는 것을 알 수 있다.

Table 3.6: 요인을 4가지 그룹으로 나눈 것

동시에 채택	**동시 기각**
NH_3-N,	BOD, COD, 분원성대장균군,총대장균군
기존 검정에서만 기각	**대역 검정에서만 기각**
수소이온농도,T-P,PO_4-P,DTP	DO3,수온,부유물질SS,T-N,NO_3-N,Chlorophyll.a ,DTN

Bonferroni correction을 사용한 후에서도 결과는 같다.

앞서 sieve 부트스트랩을 이용한 t-test와 sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정 결과가 같았던 것과 같이 Higher Criticism과 Adaptive Neyman 또한 귀무가설을 기각하고 시계열 자료에 추세가 있다고 검정했을 때 같은 결과가 나왔다. 그림 3.7부터 그림 3.9까지는 두 개의 추세검정에서 추세변화가 있다고 한 요인들을 Lowess 평활 방식을 이용하여 추세선을 표시한 것이다. DO(Dissolved Oxygen)는 유일하게 증가추세를 보이고, BOD(Biochemical Oxygen Demand), COD(Chemical Oxygen Demand), T.N(Total Nitrogen), 총대장균군, 부유물질SS, DTN(Dissolved Total Nitrogen)은 감소추세 경향이 있고, 감소추세와 증가추세 모두를 보이는 요인은 수온, 분원성 대장균군, NO..N(Nitrate Nitrogen), Chlorophyll.a이 있다.

3.3 검정 결과 비교

4가지 통계적 검정 방법을 비교하기 위해 요인들 역시 4가지 그룹으로 나누었다. 4가지 통계적 검정 방법에서 요인 $NH_3 - N$은 추세변화가 없는 것으로 나타났다. 그림 3.11은 4가지 통계적 검정 방법을 이용했을 때 모두 추세변화가 있다고 결과가 나온 요인을 Lowess 평활 방식을 이용해서 추세선을 나타낸 것으로 총 4가지 요인이 있다. 그림 3.12는 sieve 부트스트랩을 이용한 t-test와 sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정에서만 추세변화가 있다고

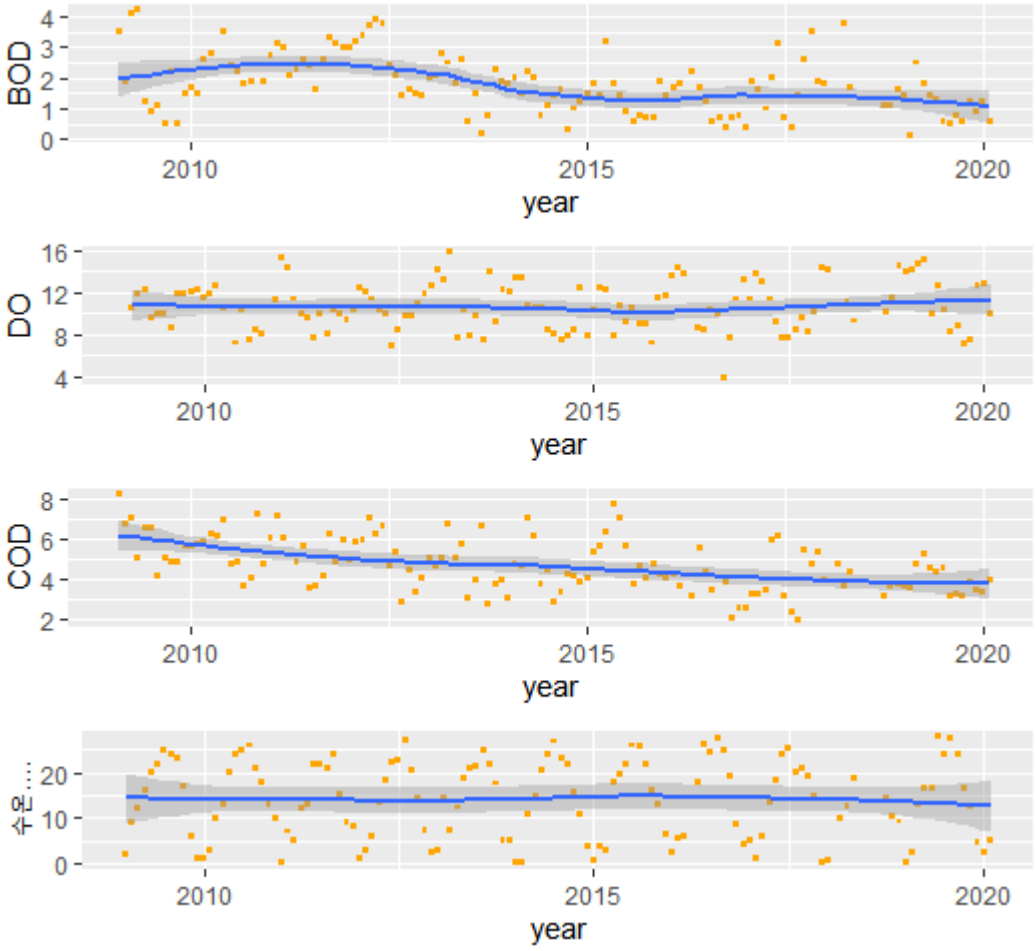

Figure 3.7: BOD,DO,COD,수온의 비모수 회귀선

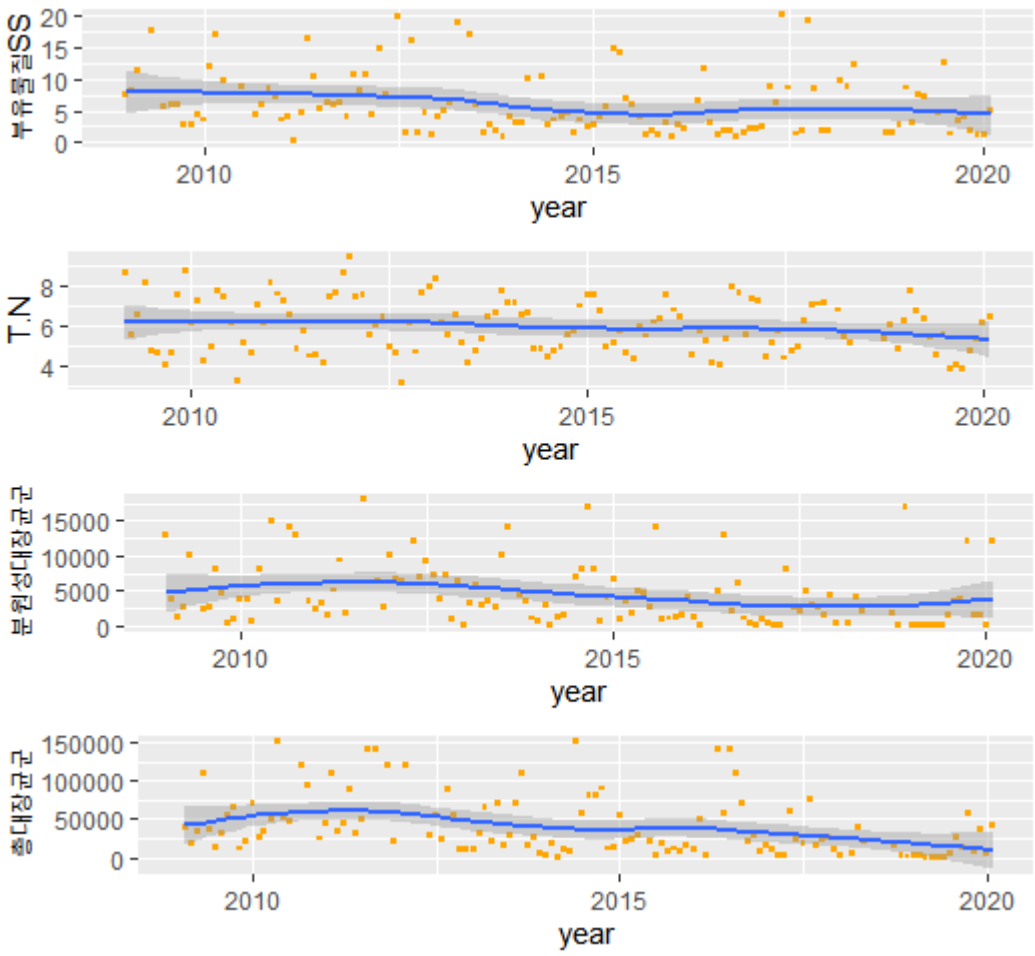

Figure 3.8: 부유물질SS,T.N,분원성대장균군,총대장균군의 비모수 회귀선

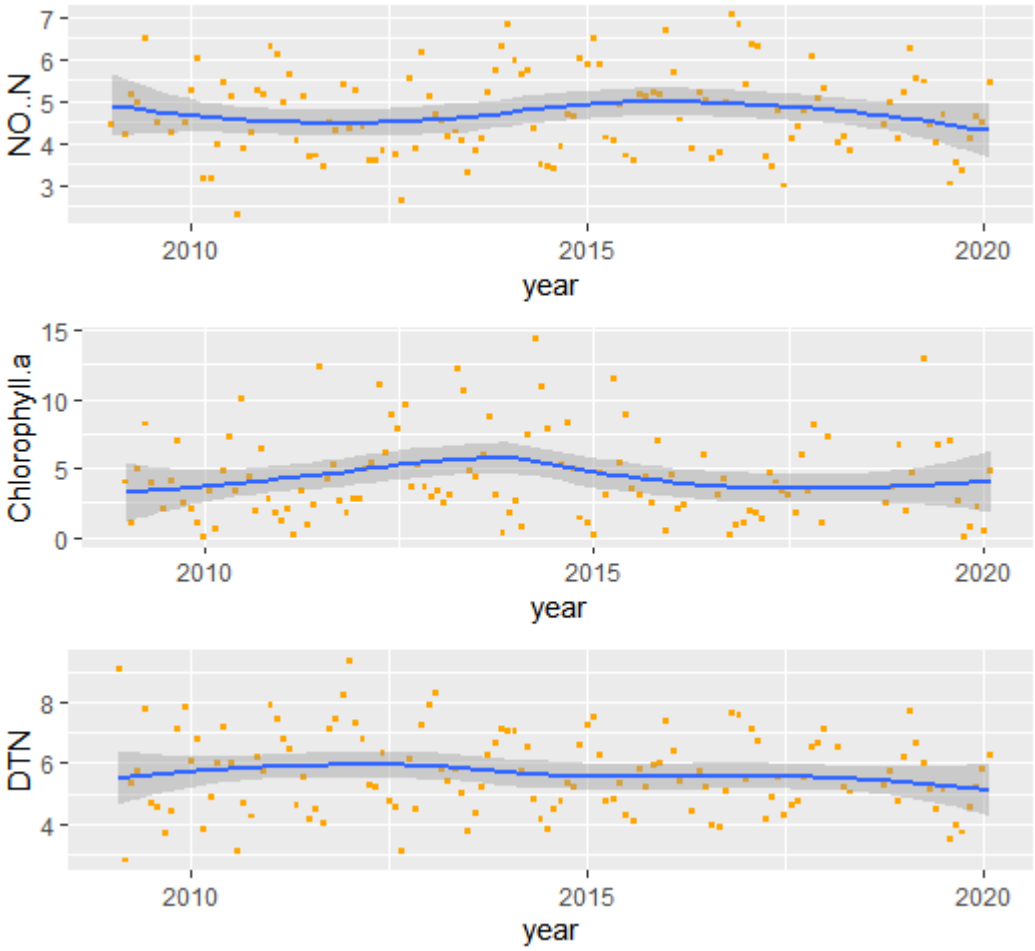

Figure 3.9: NO.N,Chlorophyll.a,DTN의 비모수 회귀선

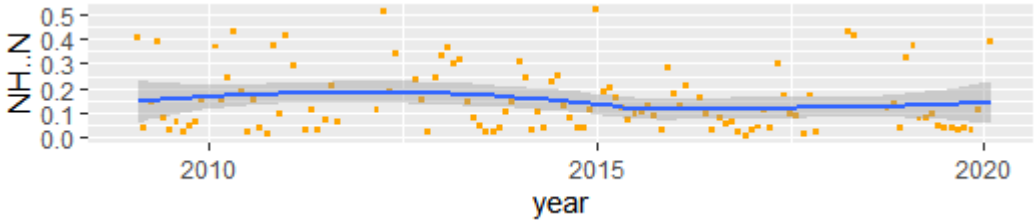

Figure 3.10: 모든 통계적 검정 방법에서 추세변화가 없다고 한 요인

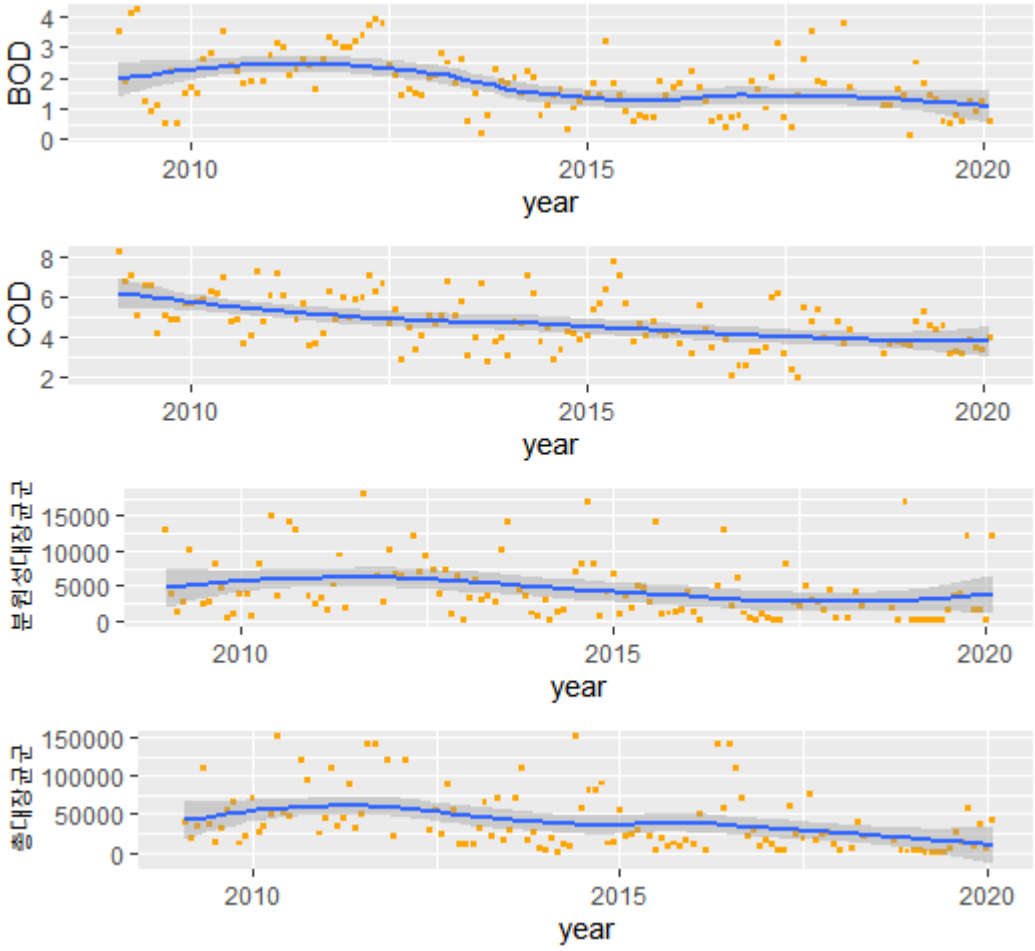

Figure 3.11: 모든 통계적 검정 방법에서 추세변화가 있다고 한 요인들

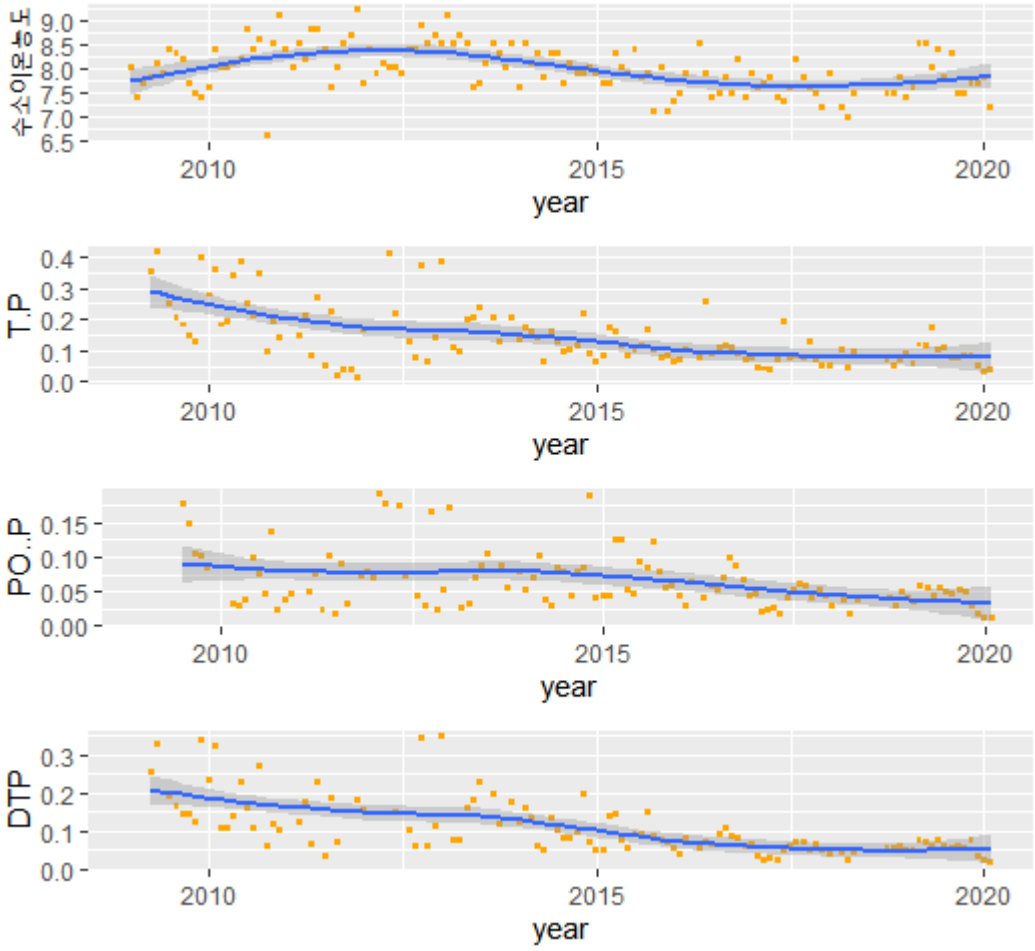

Figure 3.12: t와 Mann-Kendall 검정에서만 추세변화가 있다고 한 요인들

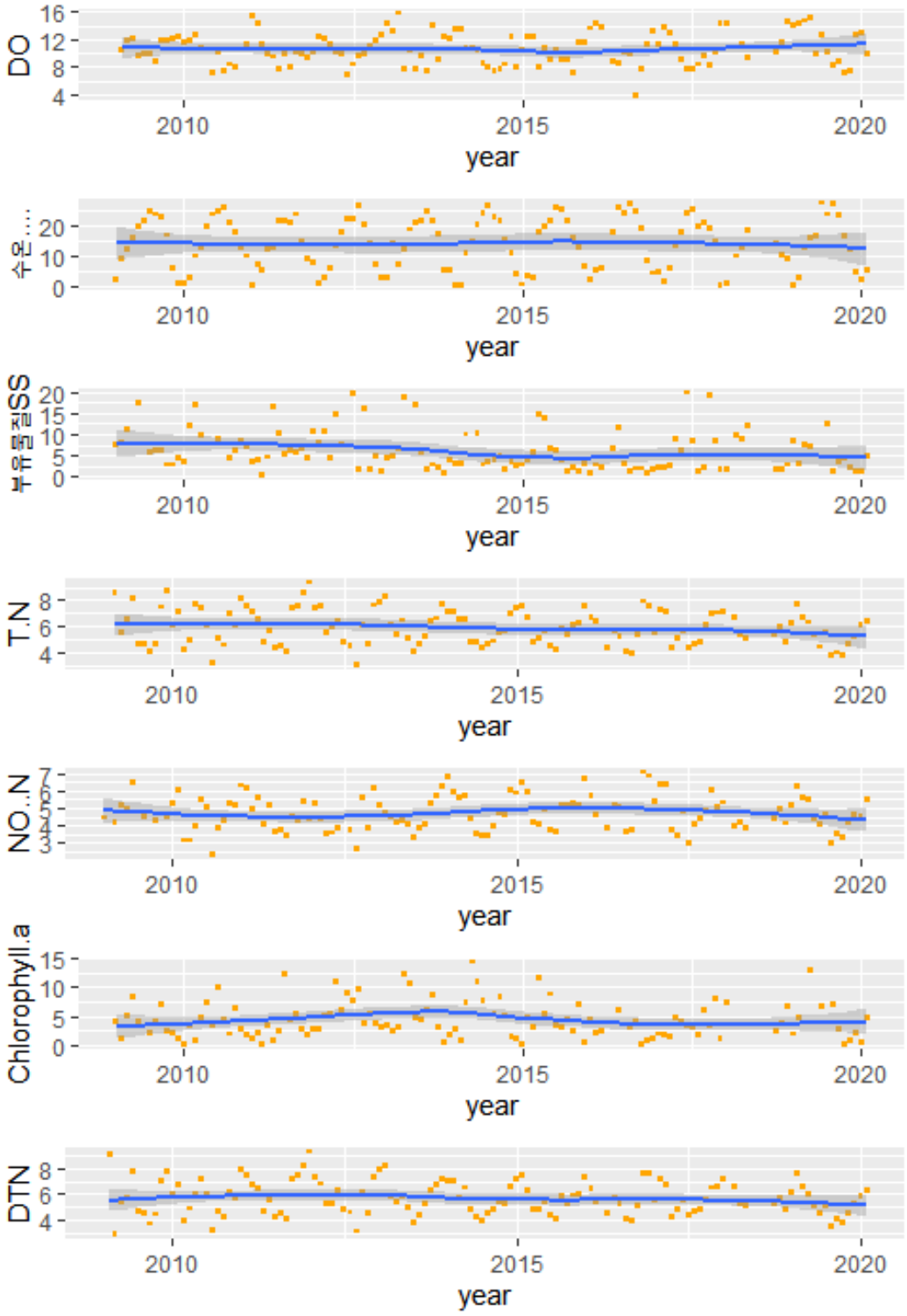

Figure 3.13: Higher Criticism과 Adaptive Neyman 검정에서만 추세변화가 있다고 한 요인들

한 4가지 요인을 추세선과 함께 나타낸 것이고, 그림 3.13은 Higher Criticism과 Adaptive Neyman 추세검정에서만 추세변화가 있다고 한 요인을 추세선과 함께 나타낸 것으로 총 7가지 요인이 있다. 기존에 시계열 자료의 추세변화를 검정하기 위해 쓰여왔던 sieve 부트스트랩을 이용한 t-test와 sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정의 결과가 같고 자료를 웨이블릿 변환하고 대역 검정인 Higher Criticism과 Adaptive Neyman의 추세검정 결과가 각각 같다. 앞의 두 가지 방법과 뒤의 두 가지 방법이 검정한 요인의 결과가 같은 경우는 5개이고 요인의 구성에는 차이가 존재하지만, sieve 부트스트랩을 이용한 t-test와 sieve 부트스트랩을 이용한 Mann-Kendall 추세검정의 결과보다 Higher Criticism과 Adaptive Neyman 추세검정이 귀무가설을 기각한 경우가 더 많다.

Chapter 4

결론

본 논문에서는 이제껏 자주 쓰여왔던 추세변화를 확인하는 통계적 검정 방법을 제외하고 자료를 변환시켜서 새로운 통계 통계적 검정 방법을 적용하고 검정력을 비교하는 것을 목표로 했다. 비교를 위해서 기존에 시계열 자료에 제일 자주 쓰이는 통계적 통계적 검정 방법인 t-test와 Mann-Kendall 추세검정 2개를 대표로 설정했다. 자료를 변환시킴으로써 원래는 대역 검정으로 사용되는 통계적 검정 방법을 시계열 자료에서 추세변화를 탐지하는 통계적 검정 방법으로 사용할 수 있다. 새로운 통계적 검정 방법으로는 Higher Criticism과 Adaptive Neyman 2가지 검정 방법을 사용했다. 여기서 추가적인 사항은 기존 통계적 검정 방법을 시계열 자료에 사용하기 위해서는 여러 가지 한계점이 존재했기 때문에 그 문제를 해결하기 위해서 sieve 부트스트랩 방법을 사용해서 통계적 검정 방법을 적용했다. 그리고 새로운 통계적 검정 방법을 사용하기 전에 자료 변환을 하기 위해서는 웨이블릿 변환을 사용했다. 자료 변환 후 새로운 통계적 검정 방법을 적용했다.

최종적으로 4가지 통계적 검정 방법을 자료에 적용했을 때, 추세변화가 있다고 검정 결과로 나온 요인의 개수와 상관없이 그림 3.12와 그림 3.13을 비교하면 요인의 y축의 크기의 정도에 따른 변동성이 다르므로 추세변화의 유무를 눈

으로 판단하는 것은 주관적일 가능성이 크다. 그러므로 시뮬레이션 스터디를 실행하거나 전문가 의견을 케이스 스터디에 적용해야지 검정력을 비교할 수 있을 것이고 추세변화를 탐지하는 것에 더 의미가 있을 것으로 보인다.

참고문헌

Andriyashin, A., M. Benko, W. Härdle, R. Timofeev, and U. Ziegenhagen (2006). Colour harmonization in car manufacturing processes. *Applied Stochastic Models in Business and Industry 22*(5-6), 519–532.

Arias-Castro, E., E. J. Candès, and Y. Plan (2011). Global testing under sparse alternatives: Anova, multiple comparisons and the higher criticism. *The Annals of Statistics 39*(5), 2533–2556.

Bühlmann, P. (1997). Sieve bootstrap for time series. *Bernoulli 3*(2), 123–148.

Darling, D. A. and P. Erdös (1956). A limit theorem for the maximum of normalized sums of independent random variables. *Duke Mathematical Journal 23*(1), 143–155.

Donoho, D. and J. Jin (2004). Higher criticism for detecting sparse heterogeneous mixtures. *The Annals of Statistics 32*(3), 962–994.

Efron, B. (1992). Bootstrap methods: another look at the jackknife. In *Breakthroughs in Statistics*, pp. 569–593. Springer.

Esterby, S. R. (1996). Review of methods for the detection and estimation of trends with emphasis on water quality applications. *Hydrological Processes 10*(2), 127–149.

Fan, J. (1996). Test of significance based on wavelet thresholding and neyman's truncation. *Journal of the American Statistical Association 91*(434), 674–688.

Hamed, K. H. and A. R. Rao (1998). A modified mann-kendall trend test for autocorrelated data. *Journal of Hydrology 204*(1-4), 182–196.

Hirsch, R. M., R. B. Alexander, and R. A. Smith (1991). Selection of methods for the detection and estimation of trends in water quality. *Water Resources Research 27*(5), 803–813.

Hirsch, R. M., J. R. Slack, and R. A. Smith (1982). Techniques of trend analysis for monthly water quality data. *Water Resources Research 18*(1), 107–121.

Inglot, T., W. C. Kallenberg, and T. Ledwina (1994). Power approximations to and power comparison of smooth goodness-of-fit tests. *Scandinavian Journal of Statistics 21*(2), 131–145.

Kang, M.-K., H.-S. Lee, S.-H. Hwang, and K.-S. Kim (2009). Efficient spectrum sensing method using the short time fourier transform algorithm. In *Proceedings of the Korean Society of Broadcast Engineers Conference*, pp. 375–378. The Korean Institute of Broadcast and Media Engineers.

Kendall, M. (1948). *Rank Correlation Methods*. C. Griffin.

Kim, J.-H. and S.-S. Park (2004). Long-term trend analyses of water qualities in nakdong river based on non-parametric statistical methods. *Journal of Korean Society on Water Environment 20*(1), 63–71.

Mann, H. B. (1945). Nonparametric tests against trend. *Econometrica: Journal of the Econometric Society 13*(3), 245–259.

Nam, T. (2013). Trend analysis of water qualities of the daejeon 3 major streams based on mann-kendall test. *Master's Thesis, Hanbat National University 57*(6), 49–52.

Neyman, J. (2020). 21.'smooth'test for goodness of fit. skandinavisk aktuarietidskrift, 20, 149-99 (1937). In *A Selection of Early Statistical Papers of J. Neyman*, pp. 291–319. University of California Press.

Noguchi, K., Y. R. Gel, and C. R. Duguay (2011). Bootstrap-based tests for trends in hydrological time series, with application to ice phenology data. *Journal of Hydrology 410*(3-4), 150–161.

Sandoz, P. (1997). Wavelet transform as a processing tool in white-light interferometry. *Optics Letters 22*(14), 1065–1067.

Yun, J.-h., S. Hwang, D.-H. Kim, and S.-M. Kim (2015). Trend analysis of monthly water quality data in nakdong river based on seasonal mann-kendall test. *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers 57*(6), 153–162.

Abstract

Several statistical test methods have been used to detect trend changes in time series data. Time series data applying trend changes are used in various industrial fields such as water quality data and quality control. For example, the reason for verifying the trend change in water quality data is to identify which factors cause the change in water quality to take action depending on what trends the factor has in the long term. In this thesis, we use data on Yangjae Stream from January 2009 to February 2020 to compare which of the statistical test methods can better verify trend changes. Statistical test methods to compare performance will include t-test and Mann-Kendall test with sieve bootstrap, which have traditionally been most commonly used for trend change, and the recently developed Global test methods Higher Criticism and Adaptive Neyman test.

Keywords : Trend detection, Sieve bootstrap, Global testing

Student Number : 2019-26938