creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학박사 학위논문

편익가치함수 최적화에 의한 교량 구조물의 목표신뢰도지수 결정

Determination of Target Reliability Index of Highway Bridges through Optimization of Benefit Value Function

2022년 2월

서울대학교 대학원

건설환경공학부

Gantulga NARANGEREL

편익가치함수 최적화에 의한 교량 구조물의 목표신뢰도지수 결정

Determination of Target Reliability Index of Highway Bridges through Optimization of Benefit Value Function

지도교수 김 호 경

이 논문을 공학박사 학위논문으로 제출함

2022년 2월

서울대학교 대학원

건설환경공학부

Gantulga NARANGEREL

Gantulga NARANGEREL의 공학박사

학위논문을 인준함

2022년 2월

위 원 장 이 해 성 (인)

부위원장 김 호 경 (인)

위 원 조 재 열 (인)

위 원 송 준 호 (인)

위 원 이 승 한 (인)

초 록

현재 국내에서는 신뢰도 기반 설계기준을 도입하여 사용하고 있지만, 도로교설계기준(한계상태설계법)에서 교량 구조물이 만족해야 하는 안전도를 보장하는 목표신뢰도지수가 과하게 크다는 연구가 제시되고 있다. 따라서 본 연구에서는 교량 구조물의 경제적인 효과를 반영한 최적의 신뢰도지수를 도출하기 위하여 교량 구조물에 대한 편익가치함수를 제안하여 중력방향지배 한계상태 대상으로 최적화를 수행하였다.

교량 구조물에 대한 편익가치함수에서는 교량 건설비용, 교량을 공용하면서 얻는 편익가치, 유지관리비용, 붕괴 시 발생되는 사고비용 그리고 설계수명 동안 안전 시 남는 구조물의 잔존가치를 반영하여 편익가치함수를 제안하였다. 그리고 실제 사업성 지표인 편익비용비(Benefit-Cost Ratio)를 도입하고, 각 가치와 비용들에 대한 논리적인 관계를 이용하여 편익가치함수를 표준화시켜 하나의 일반화된 해석이 가능하도록 하였다. 또한, 신뢰도지수와 건설비용간의 관계를 물리적인 의미에 부합하도록 요구저항강도로 유도하였고, 설계수명 시점에서의 구조물의 잔존가치를 완전경쟁시장을 가정하여 유도하였다.

대상 부재는 철근콘크리트, 강, 프리스트레스트 콘크리트를 고려하였으며, 하중효과로는 휨모멘트와 전단을 고려하였다. 최종적으로 각 부

재와 하중효과에 대한 종합적인 평균 편익가치함수를 만들어 최적화함으로써 고정하중 한계상태 (LS-1)와 활하중 한계상태 (LS-2)에 대한 최적의 목표신뢰도지수를 도출하였다.

주요어 : 신뢰도기반 설계기준, 목표신뢰도지수, 편익가치함수 최적화, 중력방향 한계상태, 요구저항강도

학 번 : 2016-36709

목 차

국 문 초 록 i

목 차 iii

그 림 목 차 vi

표 목 차 ix

제 1 장 서론 1

1.1 연구배경 및 목적 1

1.2 연구 연혁 8

1.3 연구 내용 및 범위 10

제 2 장 신뢰도기반 설계법 12

2.1 확률 기본 이론 12

2.2 신뢰도 기본 이론 18

2.3 신뢰도기반 설계기준 22

2.4 목표신뢰도지수 32

제 3 장 효용 및 최적의 목표신뢰도지수 37

3.1 효용 및 기대효용 37

3.2 편익가치 효용함수 40

3.3 주어진 신뢰도지수에 따른 교량수명 확률밀도함수 45

3.4 편익가치함수에서의 각 기대편익가치.....49

3.5 편익가치함수에서의 순편익가치 56

제 4 장 신뢰도지수에 따른 건설비용 59

4.1 건설비용 가정 59

4.2 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구저항강도 63

4.3 표준화된 요구저항강도와 신뢰도지수간의 관계 69

4.4 건설비용과 신뢰도지수간의 관계 검토 73

제 5 장 교량구조물의 잔존가치 77

5.1 구조물의 잔존가치 가정 77

5.2 생존분석.....81

5.3 Kaplan-Meier 분석 82

5.4 교량 공용수명 추출.....84

5.5 교량구조물의 잔존수명.....87

제 6 장 편익가치함수 최적화 93

6.1 사고비용 93

6.2 편익가치함수 표준화 97

6.3 편익비용비 $R_{B/C}$ 을 도입한 편익가치함수 99

6.4 사고비용에 대한 평균 편익가치함수 102

6.5 각 부재와 하중효과에 대한 평균 편익가치함수.....109

6.6 LS-1와 LS-2에 대한 최적의 신뢰도지수.....114

제 7 장 결론 122

참고문헌 127

부록 A. 교량 붕괴 사례 조사 131

Abstract 133

그림 목차

그림 1.1 설계수명 100년에 대한 한계 RRD (log scale)와 활하중 계수 관계 2
그림 3.1 결정대안에 따른 효용 변화 및 최적의 결정 38
그림 3.2 신뢰도지수에 따른 편익가치 및 최적의 신뢰도지수 44
그림 4.1 중단경간 교량의 설계 지배단면에서의 하중비 분포 65
그림 4.2 LS-1 휨모멘트에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도 67
그림 4.3 LS-1 전단에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도 67
그림 4.4 LS-2 휨모멘트에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도 68
그림 4.5 LS-2 전단에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도 68
그림 4.6 LS-1 휨모멘트에 대한 요구공칭저항와 지수함수 결과 71
그림 4.7 LS-1 전단에 대한 요구공칭저항강도와 지수함수 결과 71
그림 4.8 LS-2 휨모멘트에 대한 요구공칭저항와 지수함수 결과..... 72
그림 4.9 LS-2 전단에 대한 요구공칭저항강도와 지수함수 결과..... 72

그림 4.10 강거더 비용과 LS-1 휨모멘트에 대한 표준화된 요구 저항.....76
그림 5.1 기준 연도별 교량 수.....85
그림 5.2 각 연도별 철거된 교량 수.....86
그림 5.3 철거된 교량의 공용연수에 따른 분포.....87
그림 5.4 구조물의 공용연수에 따른 생존함수.....88
그림 5.5 공용연수에 따른 Weibull 분포로 가정한 생존함수.....91
그림 6.1 예비타당성조사 편익비용비에 따른 사업 개수.....101
그림 6.2 $R_{B/C}=\{1, 3\}$ 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치함수 변화 105
그림 6.3 LS-1, ST, 휨모멘트의 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화.....106
그림 6.4 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화.....108
그림 6.5 LS-1 Moment 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화...110
그림 6.6 LS-1 Shear 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화.....110
그림 6.7 LS-2 Moment 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화...111
그림 6.8 LS-2 Shear 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화.....111
그림 6.9 LS-1/2, 휨모멘트와 전단에 대한 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화 ($R_{B/C}=1$).....113
그림 6.10 각 하중효과와 부재에 대한 편익가치 범위 ($R_{B/C}=1$)..115
그림 6.11 LS-1 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화.....117

그림 6.12 LS-2 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화.....117
그림 6.13 LS-1 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화.....119
그림 6.14 LS-2 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화.....119
그림 6.15 $R_{B/C}=1$ 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화 121

표 목차

표 2.1 Eurocode (CEN, 2002)에서 제시한 목표신뢰도지수 32

표 2.2 Probabilistic Model Code (JCSS, 2001)와 General Principle on Reliability for Structure (ISO, 2015)에서 제시한 연간 기준 목표신뢰도.....34

표 2.3 Rackwitz (2000)에서 제안한 연간 기준 목표신뢰도.....35

표 4.1 역신뢰도해석에 적용한 대표 하중비 66

표 4.2 저항강도 및 하중효과의 국내 통계특성 66

표 4.3 최소자승법에 의한 지수함수 상수.....70

표 4.4 Target Reliability Analysis for Structures (Ghasemi, 2014)에서 제시한 강거더 비용함수 74

표 5.1 교량수명 분포 적합 순위 89

표 6.1 Risk Assessment in Engineering (JCSS, 2008)에서 정의한 구조물의 중요도와 사고비용비의 관계.....94

표 A.1 교량 붕괴 사례 조사 131

제 1 장 서론

1.1 연구배경 및 목적

구조물의 안전을 결정하는 저항강도와 하중은 통계적으로 불확실한 성질을 가지고 있다. 따라서 현재 국내외 여러 주요 설계기준에서 이러한 불확실성을 신뢰도이론에 의거하여 설계기준에 반영한 신뢰도기반 설계법을 도입함으로써, 구조물의 안전도를 확률적으로 규제하여 사용하고 있다. 신뢰도기반 설계기준의 가장 중요한 가치는 모든 부재에서 균등한 안전도를 확보하고, 그 안전도를 확률적으로 명확히 표기하는 것이다 (이해성, 2019).

목표신뢰도지수(target reliability index)는 신뢰도기반 설계기준에서 구조물이 만족해야 하는 안전도를 보장하는 기준이다 (Ghasemi, 2014). 현재 일반 부재의 중력하중 한계상태에 대한 목표신뢰도지수는 유럽연합의 설계기준 Eurocode (CEN, 2002)과 한국 도로교설계기준 (한계상태설계법) (국토교통부, 2012)에서 3.72를 제시하고 있고, 미국 AASHTO 설계기준 (AASHTO LRFD Bridge Design Specification, AASHTO 2020)에서는 3.5를 제시하고 있으나 다른 하중조합에 대한 명확한 목표신뢰도를 제시하는 문헌은 없는 실정이다. 따라서 교량 구조물이 만족해야 되는 목표신뢰도를 도출하는 연구들이 지속적으로 진행되고 있다.

최근 교량 구조물의 목표신뢰도에 대하여 이해성 (2021)에 의하면 설계수명 100년에 대한 한계 재현주기비 (Ratio of Return period to Design life; RRD)와 활하중 계수 관계를 그림 1.1과 같이 해석하였다.

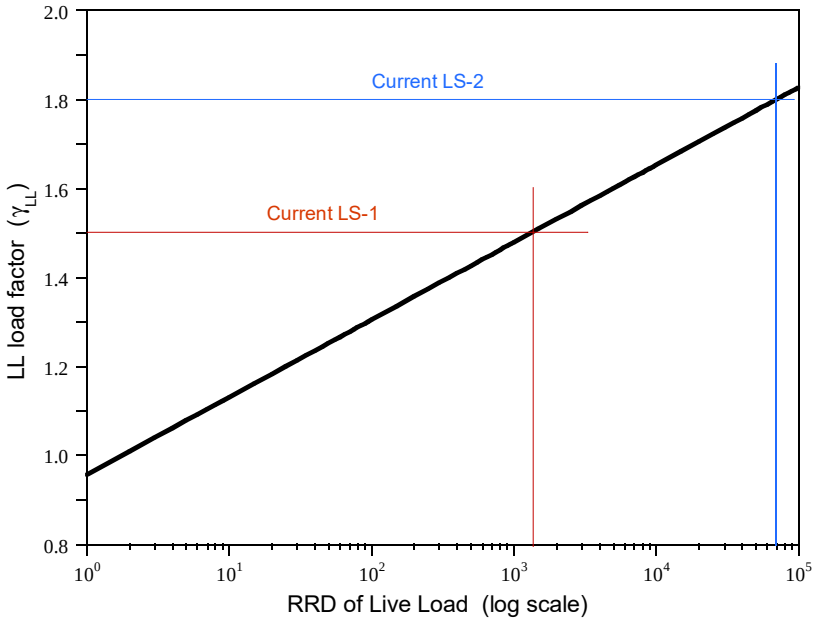

그림 1.1 설계수명 100 년에 대한 한계 RRD (log scale)와 활하중계수 관계

위의 그림에서 현재 도로교설계기준(한계상태설계법) (국토교통부 , 2012)에서 적용하고 있는 목표신뢰도지수에 적절히 맞춰서 설정된 중력방향하중지배 한계상태 활하중계수가 나타내는 재현주기비가 고정하중지배 한계상태 (Limit State-1; LS-1)에서 1,300 정도이고, 활하중 지배 한계상태(Limit State-2; LS-2)에서는 69,900 정도로 매우 높다는 것을 확인할 수 있다. 이러한 이유로 이해성 (2021)은 재현주기비 개념

에서 현재 적용되고 있는 목표신뢰도를 해석하여 적절한 목표신뢰도지수 조정안을 제시했다. 또한 목표신뢰도에 대한 조정안을 실제 설계기준에 반영하려면 교량설계 전문가와 학계 연구진들간에 활발한 연구와 논의가 반드시 필요하며, 이러한 논의를 통하여 최종안을 도출하여야 할 것임을 강조하였다.

목표신뢰도를 최적화하여 도출하는 것은 복잡하고 어려운 문제이며, 기본적으로 2가지 접근 방법이 있다. 하나는 과거의 구조적인 결함을 관찰하여 공학적인 판단에 근거하는 방법이고, 다른 하나는 최적화 기법에 근거하는 방법이다 (Ghasemi, 2014).

전통적으로 목표신뢰도지수를 과거의 여러 문헌이나 수집된 자료에 의하여 설정했으며, 이는 과거의 자료가 여러 가지 시행착오를 걸쳐 전문가들의 신중하고 적절한 검토를 통과했기 때문에 가장 최적인 안전도에 근접한다는 가정하에 접근한 것이다. 즉, 만족할 만한 안전도를 가지는 구조물이나 설계기준에 의하여 거꾸로 목표신뢰도를 도출하게 된다. 그러나 이와 같은 접근 방법으로 목표신뢰도지수를 결정하게 되면 다양한 구조체, 재료, 설계방식과 기법 등에 대한 충분하고 균등한 안전도를 확보하지 못하게 된다 (Rackwitz 와 Streicher, 2002).

또한 전통적인 방법들은 경우에 따라 과다 설계와 과소 설계를 유발할 수 있기 때문에 신뢰도기반 설계기준에서의 목표신뢰도지수 요구에 적합하다고 보기 힘들다. 특히 전통적인 접근 방법은 그전에 적용하지

않았던 설계수명이나 신기술 등에 대한 안전성을 제시하는데 한계가 있다. 따라서 최적화 기법에 근거하여 목표신뢰도지수를 도출하는 것이 더 유리한 접근법이 된다.

일반적으로 구조물이 신뢰도를 더 확보하려면 안전을 위한 비용이 추가로 발생하기 때문에 경제성과 연관되는 문제가 된다. 따라서 목표신뢰도지수를 최적화 기법에 근거하여 도출하는 연구들은 경제적인 면에서 최적의 목표신뢰도를 제시하고자 하는 것으로 볼 수 있다. 이러한 연구들은 경제적이고 안전한 설계에 대한 타당성을 확보할 수 있는 중요한 근거가 되기 때문에 목표신뢰도지수를 제시할 때 중요한 역할을 하게 된다.

경제성을 고려한 방법들은 기본적으로 두 가지 유형이 있다. 하나는 생애주기비용을 최소화하는 방법이고, 다른 하나는 갱신과정에 의한 편익비용을 분석하는 방법이다. 생애주기비용을 최소화하는 방법은 기본적으로 발생하는 비용에 중점을 두기 때문에 구조물이 존재함으로써 얻을 수 있는 편익에 대한 중요도를 고려하지 못한다. 따라서 투자자 입장에서 얻을 수 있는 편익을 고려하거나 보장하기 어렵다. 갱신과정에 의하여 편익비용을 분석하는 방법은 갱신과정을 적용하기 위하여 교량이 붕괴되면 반복적으로 재건설하는 교량의 갱신주기를 가정하게 된다. 이는 인명피해가 없는 시스템에 대한 분석에서는 문제가 되지 않지만 인명피해와 직접적으로 연관되고 사회적으로 민감한 구조 시스템의 안전도에서는 바람직하지 않다. 이 때문에 인명피해를 보다 정확하게 고려하기 위

하여 교량구조물의 사회적 허용기준에 대한 연구들이 후속 연구로 진행되고 있다.

경제성을 고려하여 최적의 목표신뢰도지수를 도출하는 방법에서는 공통적으로 금액을 대상으로 목적함수를 제시하고 분석하기 때문에 그 금액에 대한 시간적인 효과를 고려하기 위하여 현재가치로 환산하여 최적화를 하게 된다. 따라서 전체적으로 금액을 기준으로 하는 목적함수를 적용하게 되면 이 목적함수를 최적화하여 도출하는 최적의 신뢰도지수가 할인율 변수에 대하여 민감한 결과를 도출하게 된다. 개념적으로 현재가치로 환산하기 위한 할인율 변수는 이자율에 대응하는 변수이지만 금전적인 부분 뿐만 아니라 물질적인 부분에서도 물가상승률에 대한 영향이 미치기 때문에 물가상승률까지도 고려해야 된다. 이 때문에 할인율 변수는 물가상승률과 이자율에 대한 복잡한 관계를 가지게 되고, 이를 고려한 정확한 할인율 변수를 구하기 어려워진다. 이 때문에 금액을 기준으로 하는 목적함수를 적용한 연구들이 도출한 결과에 대한 타당성을 검증하기도 어렵다.

일반적으로 경제적인 효과에 대하여 금액을 기준으로 한 할인율 변수를 사용하는 주목적은 어떠한 금액에 대한 시간적 가치를 일치시키고자 하는 것이다. 따라서 본 연구에서는 경제적인 효과를 할인율과 물가상승률에 대하여 영향을 받지 않는 순수한 가치 개념으로 편익가치 목적함수를 제시함으로써 금액을 기준으로 하는 기본적인 목적함수를 사용하여 수행한 목표신뢰도지수 최적화 연구들을 보완하여 편익가치 목적함수

를 제안하고자 한다.

또한 교량을 경제적인 면에서 분석하기 위하여 교량이 존재함으로써 생기는 편익가치와 유지관리비용, 초기 건설비용, 사고가 생겼을 때 발생되는 사고비용 그리고 사고 없이 설계수명까지 도달했을 때의 구조물의 잔존가치를 전체적으로 편익가치함수에 반영시키고자 한다. 그리고 편익가치함수에서 가치와 비용들 간의 상대적인 의미를 부여하여 건설비용에 대한 표준화를 수행하였으며, 이를 통하여 구조 시스템의 특성에 따른 수 많은 경우에 대한 하나의 일관성을 가지는 표준화된 편익가치함수를 최적화할 수 있게 되었다.

또한 목표신뢰도지수 최적화를 위하여 가장 중요한 두 변수인 신뢰도지수와 건설비용에 대한 관계를 파악해야 된다. 선행연구에서 실제 자료와 민감도 분석을 통하여 이 관계에 대한 검토를 수행했다. 실제 자료를 이용할 경우 그 자료의 부재 및 구조 조건에 대하여 제한적인 영역에서 최적화를 하게 되고, 민감도분석을 하게 되면 전체적인 최적화 결과가 어떠한 변수에 따라 달라지는 한정적인 결과를 얻을 수 있다. 따라서 본 연구에서는 요구저항강도라는 물리적인 의미를 부여하여 신뢰도지수와 건설비용 간의 관계를 파악하였다. 즉, 신뢰도지수에 따른 건설비용을 신뢰도지수에 따른 요구저항강도와의 비례관계를 검토하여 신뢰도지수와 건설비용간의 관계를 확인하였다. 신뢰도지수에 따른 요구저항강도를 구하기 위하여 Bae(2016)가 제안한 획기적인 한계상태식 표준화 방법과 이해성 (2019)이 제안한 역신뢰도해석에 단순반복법을 적용한다.

그리고 사고 없이 설계수명까지 도달했을 때 생기는 구조물의 잔존가치를 완전경쟁시장을 가정하여 설계수명 시점에서 구조물을 경제적으로 사용할 수 있는 잔존수명의 함수로 표기했다. 그리고 설계수명 시점에서의 잔존수명을 통계자료에 기반하여 예측하였다. 현재 적용하는 교량 설계수명이 100년이기 때문에 설계수명까지 사용되는 교량에 대해 확보할 수 있는 자료에 한계가 있지만, 현재까지 축적된 자료를 기반으로 생존분석을 하면 설계수명 시점에서의 잔존수명 예측이 가능해진다.

최종적으로 충분한 경제성을 고려하기 위하여 단위 투자 비용에 해당하는 돌아올 이익을 나타내는 지표인 편익비용비($R_{B/C}$, Benefit-Cost Ratio)를 이용하여 교량에 대해 투자자가 얻을 수 있는 경제적인 효과에 따른 최적의 목표신뢰도지수를 확인하였다. 또한 이 편익비용비 $R_{B/C}$ 을 이용하여 본 연구에서 제시한 신뢰도지수에 대하여 투자자로서 확률적으로 손해를 보지 않는 한계를 확인하였다.

전체적으로 본 연구에서는 중력방향하중지배 한계상태 대상으로 여러 경제적인 효과를 고려한 편익가치함수를 제안하여 적절한 표준화 작업과 해석방법을 통하여 최적화함으로써 교량을 시공하고 사용하면서 얻어지는 편익에 따른 최적의 신뢰도지수를 분석하고, 최적의 목표신뢰도지수를 제시하고자 한다.

1.2 연구 연혁

목표신뢰도지수를 평가하는 기존 연구들은 크게 경제성을 고려하는 방법과 경제성을 고려하지 않는 방법으로 분류할 수 있다 (Lee 등, 2012). 경제성을 고려하지 않는 방법은 기본적으로 다음과 같이 분류할 수 있다. 그러나 이러한 방법들은 충분하고 명확한 안전도를 제시하기 어렵고 수집된 자료와 조건에 의하여 결과가 달라지기 때문에 신뢰도기반 설계기준에 타당하지 않다는 지적을 받고 있다.

(1) 과거 사고 통계에 기초한 방법

(2) 다른 재난 취약성과 비교하는 방법

(3) 이미 적용되는 설계기준과 비교하는 방법

경제성을 고려하는 대표적인 방법으로 갱신이론 기반 방법이 채택된다. 최초 구조물에 갱신이론 기반 방법을 적용한 연구는 Hasofer 등 (1974)이 지진하중에 의한 비용을 Laplace 변환을 통하여 현재가치로 환산하여 분석하면서 시작되었다. 이후 Laplace 변환을 통하여 현재가치로 환산하는 방법에 기반하여 Rosenblueth (1986)가 구조물이 존재함으로써 생기는 편익, 건설비용, 사고비용을 고려하여 교량에 대한 기본적인 경제적 목적함수를 구성하고, 중력방향 하중과 지진하중에 대해 분석하였다.

이후 Rackwitz (2000)가 Laplace 변환을 통하여 현재가치로 환산

하는 기법을 갱신이론으로 설명하고, 극한한계상태에서의 목표신뢰도지수를 구조물의 중요도와 안전을 확보하기 위한 상대적인 비용에 대하여 각각 따로 제안하였고, 사용한계상태에 대해서도 목표신뢰도지수를 제안하였다. 그러나 갱신과정에 의하여 편익비용을 분석하는 방법은 갱신과정을 적용하기 위하여 교량이 붕괴되면 재건설하는 반복적인 교량의 갱신주기를 가정하게 된다. 이는 인명피해가 없는 순수 금전적 손실에 대한 시스템 분석에서는 크게 문제가 되지 않지만 인명피해와 바로 연관되고 사회적으로 민감한 구조 시스템의 안전도에서는 바람직하지 않다. 따라서 갱신과정을 이용한 방법들은 Rackwitz와 Streicher (2002)가 인명 피해에 대하여 삶의 질 지수 (Life Quality Index; LQI)를 이용하여 사회적 생명 리스크에 대한 허용기준을 제시하면서 갱신과정에서의 인명피해에 대한 안전성을 검진하는 연구들로 발전하게 되었다.

경제성을 고려하여 목표신뢰도지수를 평가하는 하나의 접근 방법에는 생애주기비용을 최소화하는 방식이 있다. Suh 등 (2010)이 생애주기비용을 최소화하는 기법에 현재가치로 환산하는 기법을 적용하여 최적의 신뢰도지수를 도출하는 방법을 제안하였다.

또한 Ghasemi (2014)가 Lind과 Davenport (1972)의 비용함수를 교량 특성에 맞춰서 유지관리비용에 대한 변수를 추가하여 생애주기비용함수를 제시하면서 생애주기비용을 최소화하여 강거더 교량에 대한 최적의 신뢰도지수를 제시하였다. 그러나 이러한 생애주기비용을 최소화하는 방법들은 기본적으로 발생하는 비용에만 중점을 두기 때문에 구조물이

존재함으로써 얻을 수 있는 편익에 대한 중요도를 고려하지 못하고, 투자자 입장에서 얻을 수 있는 편익을 고려하거나 보장하기 어렵다. 이와 같이 경제성을 고려하는 목표신뢰도지수 최적화 연구들이 꾸준히 이뤄지고 있다.

1.3 연구 내용 및 범위

본 논문은 1장 서론과 7장 결론, 그리고 다음과 같은 본문 장으로 구성되었다.

2장에서 확률적인 기본이론에 대하여 소개하며, 본 연구에서 적용한 신뢰도해석 및 역신뢰도해석에 대한 이론적인 내용, 그리고 각 신뢰도기반 설계기준 및 문헌에서 제시된 목표신뢰도지수를 정리하였다.

3장에서 불확실성 하에서 효용함수를 이용하여 합리적이고 최적의 결정 이론을 간단히 소개하고, 편익가치함수를 만드는 각 가정들과 확률적인 의미를 제시하였다.

4장에서 신뢰도지수와 건설비용간의 관계를 신뢰도지수에 따른 요구저항강도에 의거하여 가정하고, 신뢰도지수에 따른 요구저항강도를 역신뢰도해석을 통하여 구하였다. 그리고 신뢰도지수와 건설비용간의 관계를 다른 논문에서 제시된 자료를 통하여 검증하였다.

5장에서 설계수명 시점에서의 교량의 잔존가치를 구하기 위해 완전

경쟁시장을 가정하여 교량의 잔존가치를 잔존수명의 함수로 만들었다. 그리고 현재까지 확보 가능한 통계 자료에 의거하여 생존분석을 적용하여 설계수명 시점에서 교량구조물의 잔존수명을 파악하였다.

6장에서는 편익가치함수를 표준화시키는 과정을 소개하고, 편익가치함수에 실질적인 사업성 지표인 편익비용비 $R_{B/C}$ 을 도입하는 과정을 소개하였다. 그리고 각 하중효과와 부재에 대한 편익가치함수의 특성을 파악하여, 최종적으로 각 한계상태에 대하여 독립적으로 최적화를 수행하였다.

본 연구의 대상 교량은 일반적인 중단경간 교량이다. 구조물에 여러 가지 파괴형태가 존재하며 각 파괴를 유발하는 하중의 종류 및 그 조합이 다르기 때문에 각 한계상태 또는 하중조합에 대하여 목표신뢰도지수가 정해져야 한다. 따라서 본 연구에서는 중력방향하중지배 한계상태를 연구 대상 한계상태로 정하였다. 중력방향하중지배 한계상태는 고정하중지배 한계상태(LS-1)과 활하중지배 한계상태(LS-2)가 있다. 그리고 기본적으로 본 연구는 도로교설계기준(한계상태설계법)을 대상으로 하고 각 교량 수명에 대한 통계자료와 하중 및 저항효과에 대한 통계특성을 국내 자료들에 의거하여 적용했다.

제 2 장 신뢰도기반 설계법

2.1 확률 기본 이론

2.1.1 확률변수

확률변수(random variable)는 동일한 조건하에서 시행된 동일한 사건의 결과가 항상 동일한 값을 갖지 않고 대푯값을 중심으로 이산성을 나타내는 변수를 지칭한다. 확률변수는 표본공간(sample space)에서 어떠한 규칙 또는 함수에 의해 정의되며, 크게 이산확률변수와 연속확률변수로 구분된다 (양영순 등, 2002). 구조설계에서 사용되는 부재저항 및 하중에 관련된 물리량이 다양한 요인에 의하여 변동하게 되고 변동성을 유발시키는 요인을 어떠한 규칙에 의하여 모사할 수 없기 때문에 일반적으로 무작위변수(random variable) 즉, 확률변수로 표시하여야 한다 (이해성, 2019).

확률변수는 표본공간에서 어떠한 규칙 또는 함수에 의해 정의되며, 확률변수에 대응하는 확률의 값을 함수로 표현한 것이 확률함수이다. 확률함수에는 누적분포함수(Cumulative Distribution Function; CDF)와 확률밀도함수(Probabilistic Density Function; PDF)가 있다. 확률질량함수와 확률 밀도함수는 각각 이산확률변수와 연속확률변수에 대해 정의되며, 누적분포함수는 두 확률변수 모두에 대해 정의된다.

이산확률변수 X 에 대한 확률질량함수 $p_X(x)$와 연속확률변수 X 에 대한 확률밀도함수 $f_X(x)$는 각각 식(2.1a) 및 식(2.1b)과 같이 정의된다 (이승한, 2014).

$$p_X(x) = P(X = x) \tag{2.1a}$$

$$f_X(x) = P(x \le X \le x + dx) \tag{2.1b}$$

누적분포함수 $F_X(x)$는 이산확률변수와 연속확률변수에 대하여 각각 식(2.2a) 및 식(2.2b)와 같이 정의된다 (이승한, 2014).

$$F_X(x) = P(X \le x) = \sum_{x_i \le x} p_X(x_i) \tag{2.2a}$$

$$F_X(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} F_X(u)du \tag{2.2b}$$

확률변수는 분포형태(distribution type)와 함께 평균(mean)과 분산 (variance) 등 여러 통계적 특성치에 의하여 그 특성이 정의된다. $\int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x)dx$을 X 의 n차 모멘트라 하는데, 확률변수 X 의 평균은 1차 모멘트로 정의되며 분산과 표준편차(standard deviation)는 2차 모멘트로부터 구할 수 있다.

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx \tag{2.3a}$$

$$\sigma_X = \sqrt{Var[X]} = \sqrt{E[x^2] - \mu_X^2} \tag{2.3b}$$

확률변수 X 의 변동계수(δ_X , coefficient of variation)는 확률변수의 변동성을 나타내는 척도로 사용되며, 식(2.4)과 같이 평균에 대한 표준편차의 비로 정의된다.

$$\delta_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \tag{2.4}$$

이어서 본 연구에 적용하고 있는 저항강도와 하중효과의 국내 통계특성에 대한 출처들에서 이들의 분포를 정규분포(Normal distribution)와 대수정규분포(Lognormal distribution)로 사용하였으며, 교량의 경제적 수명이 와이블분포(Weibull distribution)로 파악되었기에 3 가지 분포를 간단히 소개한다.

2.1.2 대표적인 수학적 확률분포

(1) 정규분포

확률변수의 분포 중에 대표적인 확률분포는 정규분포이며 정규분포의 누적밀도함수와 확률밀도함수는 각각 식(2.5a) 및 식(2.5b)과 같다.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{u - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right) du \tag{2.5a}$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right) \tag{2.5b}$$

정규분포의 특별한 경우로, 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포를 표준정규분포라고 하며, 누적분포함수와 확률밀도함수는 표준정규변수 $\tilde{x}=(x-\mu_X)/\sigma_X$ 을 사용하여 다음과 같이 나타낸다. 모든 정규분포 확률변수는 식(2.6a)과 식(2.6b)의 변수 변환을 이용해 표준정규변수로 변환된다.

$$F_{\tilde{X}}(\tilde{x})=\Phi(\tilde{x})=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right)du \qquad (2.6a)$$

$$f_{\tilde{X}}(\tilde{x})=\psi(\tilde{x})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{x}^2\right) \qquad (2.6b)$$

여기서 Φ 와 ψ 는 각각 표준정규분포의 누적분포함수와 확률밀도함수이다. 표준정규분포는 0 에 대하여 대칭이기 때문에 식(2.7a) 또는 식(2.7b)과 같은 관계가 성립한다. Φ^{-1} 는 표준정규분포의 누적분포함수의 역함수이다.

$$\Phi(-\tilde{x})=1-\Phi(\tilde{x})=p \qquad (2.7a)$$

$$\tilde{x}=-\Phi^{-1}(p)=\Phi^{-1}(1-p) \qquad (2.7b)$$

(2) 대수정규분포

확률변수 X 의 자연 대수의 분포가 정규분포를 따를 경우, 확률변수 X 의 확률분포는 대수정규분포를 따른다고 정의하며, 누적분포함수

와 확률밀도함수는 각각 식(2.8a) 및 식(2.8b)과 같다.

$$F_X(x) = P(\ln X \le \ln x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}\right) \tag{2.8a}$$

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma_{\ln X}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}\right)^2\right) \tag{2.8b}$$

대수정규분포를 따르는 확률변수는 반드시 양수이어야 하며, 주로 부재의 저항강도 및 강성도, 재료강도 그리고 차량 활하중을 모사하기에 적절한 것으로 알려져 있다 (Hwang 등, 2014). 대수정규분포 확률변수 X 의 평균 μ_X 및 표준편차 σ_X 는 정규분포 확률변수 $\ln X$ 의 평균 $\mu_{\ln X}$ 및 표준편차 υ_X 는 각각 식(2.9a) 및 식(2.9b)과 같은 관계를 가진다.

$$\upsilon_X^2 = \sigma_{\ln X}^2 = \ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2\right) = \ln\left(1 + \delta_X^2\right) \tag{2.9a}$$

$$\mu_{\ln X} = \ln \mu_X - \frac{1}{2}\sigma_{\ln X}^2 \tag{2.9b}$$

그리고 주어진 확률변수의 변동계수가 1에 비해 작을 경우 대수정규분포의 표준편차와 평균을 식(2.10)과 같이 근사적으로 표시할 수 있다 (이해성, 2019).

$$\upsilon_X^2 \approx \delta_X^2 , \qquad \mu_{\ln X} \approx \ln \mu_X - \frac{1}{2}\delta_X^2 \tag{2.10}$$

(3) 와이블분포

확률변수 X 의 확률분포는 와이블분포를 따른다고 하면, 2개의 모수를 갖는 와이블분포의 누적분포함수와 확률밀도함수는 식(2.11)과 같다. 여기서 b 는 형태 모수(shape parameter)이고, a 는 척도 모수(scale parameter)로서 0 이상인 값이다.

$$F_X(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^b\right) \qquad for \quad x \geq 0 \tag{2.11a}$$

$$f_X(x) = \frac{b}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^b\right) \qquad for \quad x \geq 0 \tag{2.11b}$$

와이블분포는 척도와 형태 모수에 의하여 매우 다양한 자료와 수명 특성을 모델화 할 수 있기 때문에 수명 데이터 분석 및 신뢰성 공학에서 가장 널리 사용되는 분포 중의 하나이다(박태웅, 2005). 또한 와이블분포는 유연하기 때문에 다른 통계적인 분포를 모사할 수 있다. 형태 모수 $b = 1$이면 지수분포와 같아진다.

2.2 신뢰도 기본 이론

2.2.1 한계상태함수와 파괴확률

구조물의 신뢰도 또는 파괴확률을 산정하기 위하여 구조물의 한계상태식(limit state function, $G(\mathbf{X})$)을 정의해야 한다. 한계상태함수란 한계상태(limit state)를 규정하는 함수이며, 식(2.12)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} G(\mathbf{X}) &= G(\mathbf{X}_S, \mathbf{X}_Q) > 0 && \text{안전 (Safe)} \\ G(\mathbf{X}) &= G(\mathbf{X}_S, \mathbf{X}_Q) = 0 && \text{한계상태 (Limit state)} \\ G(\mathbf{X}) &= G(\mathbf{X}_S, \mathbf{X}_Q) < 0 && \text{파괴 (Failure)} \end{aligned} \tag{2.12}$$

여기서 $\mathbf{X}$는 한계상태함수의 확률변수벡터이고 아래 첨자 S와 Q는 각각 구조물의 저항 (혹은 강도)와 하중효과를 표시하며, $\mathbf{X}_S$와 $\mathbf{X}_Q$는 각각 저항과 하중 혹은 하중효과에 관련된 확률변수 벡터이다. 한계상태함수가 0일 때 한계상태를 나타내며, 한계상태식(limit state equation)이라고 부른다. 한계상태식을 경계로 한계상태함수가 양(+)일 때가 안전(safe) 상태, 음(−)일 때가 파괴(failure)의 상태를 나타낸다.

구조물의 파괴가 일어날 확률(P_f, probability of failure)은 한계상태식이 음수일 확률이므로 $G(\mathbf{X}) < 0$인 구간을 적분하여 계산한다 (이해성, 2019).

$$P_f(G(\mathbf{X})<0)=\int_{G(\mathbf{X})<0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})d\mathbf{x} \tag{2.13}$$

여기서 $f_X(\mathbf{X})$는 확률변수 $\mathbf{X}$의 결합확률밀도함수이다.

그러나 한계상태식은 일반적으로 구조비선형해석이 필요하고, 또 한계상태식의 확률변수에 대한 민감도를 구하기 위해 복잡한 계산이 필요하다. 따라서 실제 설계에 적용하기가 어렵기 때문에 실제 설계기준에서는 일반적으로 식(2.14)과 같은 선형 한계상태식을 사용한다.

$$G=S-\sum_i Q_i=0 \tag{2.14}$$

여기서 Q_i는 i번째 하중효과이고 S는 저항강도이다.

2.2.2 신뢰도지수

구조물의 파괴확률을 나타내는 신뢰도는 0에 가까운 숫자가 되어 사용하기가 불편하기 때문에 적분식을 직접 계산하거나 모의실험기법을 이용해야 된다. 따라서 파괴확률을 근사적으로 표시하는 기법이 Basler (1961)와 Cornell (1969)에 의하여 식(2.15)과 같이 정규분포의 누적분포함수 Φ을 이용하여 제안되었다. 여기서 β는 신뢰도지수이다.

$$P_f(G(\mathbf{X})<0)=\Phi(-\beta)=1-\Phi(\beta) \tag{2.15}$$

Hasofer와 Lind (1974)는 통계적으로 독립이고 정규분포를 따르는 확률변수를 표준정규변수로 변환하고 한계상태식을 표준정규변수에 대한 함수로 표시하면 기하학적으로 표준정규변수 공간상에서의 원점으로부터 한계상태까지의 최단 거리가 신뢰도지수와 같아진다는 것을 증명하였으며, 이 방법을 후속 연구자들이 AFOSM(advanced first-order second-moment method)이라고 지칭하고 있다 (Haldar와 Mahadevan, 2000). 따라서 신뢰도지수를 구하는 문제는 식(2.16)과 같은 최적화 문제로 정의된다.

$$\underset{\tilde{\mathbf{x}}}{\mathrm{Min}}\,\beta^2 = \tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}} = \left\|\tilde{\mathbf{X}}\right\|_2^2 \text{ subject to } G(\tilde{\mathbf{X}}) = G(\mathbf{X}) = 0 \qquad (2.16)$$

여기서 $\|\cdot\|_2$ 는 벡터 확률변수의 2-norm을 의미하고, $\tilde{\mathbf{X}}$ 는 확률벡터변수 $\mathbf{X}$ 의 표준정규변수 벡터이다.

이후 Rackwitz와 Fiessler (1978)가 AFOSM을 비정규분포 확률변수를 포함하는 한계상태식에 적용할 수 있도록 Rackwitz-Fiessler 변환(이후 R-F 변환)을 제안하면서 다양한 공학분야에서 AFOSM이 활용되기 시작하였다. 일반적으로 AFOSM에 R-F 변환을 접목한 방법을 FORM (first order reliability method)라고 통칭하고 있다 (이해성, 2019). R-F 변환은 정규분포를 따르지 않는 비정규확률변수에 대해 정규확률분포의 확률밀도함수와 누적밀도함수 값이 다음과 같이 동등해지는 2 가지 조건에 의해 등가의 평균과 표준편차를 도출한다.

$$F_X(X^*, \mu_X, \sigma_X) = \Phi\left(\frac{X^* - \mu_X^{eq}}{\sigma_X^{eq}}\right) \tag{2.17a}$$

$$f_X(X^*, \mu_X, \sigma_X) = \frac{1}{\sigma_X^{eq}}\psi\left(\frac{X^* - \mu_X^{eq}}{\sigma_X^{eq}}\right) \tag{2.17b}$$

위 첨자 eq는 R-F 변환에 의하여 계산되는 비정규분포 변수에 대한 등가정규분포에서의 값의 표기이다. 따라서 구조물 파괴에 대한 선형 한계상태식 FORM에 의한 신뢰도지수는 식(2.18)과 같이 정의된다.

$$\beta = \frac{\mu_S^{eq} - \sum_i \mu_{Q_i}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_S^{eq})^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^{eq})^2}} \tag{2.18}$$

FORM에서 신뢰도지수는 표준정규확률 공간상에서 한계상태함수 값이 0인 곡면상에서 원점과 가장 가까운 점까지의 거리를 의미하며, 원점과 가장 가까운 점이 MPFP(most probable failure point) 혹은 파괴점이다. 파괴점은 등가의 평균과 표준편차, 신뢰도지수를 이용해 식(2.19a) 및 식(2.19b)과 같이 표현된다. 여기서 위 첨자 *는 확률변수의 파괴점을 의미한다.

$$S^* = \mu_S^{eq} - \frac{\sigma_S^{eq}}{\sqrt{(\sigma_S^{eq})^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^{eq})^2}}\beta \tag{2.19a}$$

$$Q_i^* = \mu_S^{eq} + \frac{\sigma_{Q_i}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_S^{eq})^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^{eq})^2}}\beta \tag{2.19b}$$

모든 변수가 정규분포인 경우에 R-F 변환이 필요 없기 때문에 주어진 확률변수의 평균과 표준편차를 이용하여 신뢰도지수를 반복계산 없이 바로 계산할 수 있지만, 비정규분포 확률변수가 포함되면 R-F 변환을 도입하여야 하기 때문에 이 과정에서 반복계산이 필요하다. 이 논문에서 제시한 모든 신뢰도지수는 FORM을 사용하여 수행되었다.

2.3 신뢰도기반 설계기준

2.3.1 신뢰도기반 설계기준 중력방향 한계상태

현대 주요한 교량의 설계기준인 미국의 AASHTO LRFD Bridge Design Specification (2020)와 유럽연합 Eurocode (CEN, 2002)은 신뢰도 이론에 근거한 하중-저항계수 설계법을 따르고 있다. 국내의 경우 도로교설계기준(한계상태설계법)(국토교통부, 2012)와 도로교설계기준(한계상태설계법)-케이블교량편 (국토교통부, 2015)에서도 신뢰도 이론에 기반한 하중-저항계수 설계법을 따르고 있다.

신뢰도 이론에 기반한 하중-저항계수 설계기준은 다양한 하중조건 하에서 각 구조 부재들이 만족시켜야 하는 조건을 한계상태로 정의하고, 하중 조건에 따라 사용성한계상태, 극한한계상태, 극단상황한계상태 그

리고 피로한계상태로 구분하여 정의하고 있다. 극한한계상태는 구조물이 설계수명 동안 경험할 가능성이 있는 큰 하중에 대하여 각 구조 부재가 확보해야 하는 저항강도로 정의한다. 그리고 하중 및 저항효과에 대한 불확실성을 신뢰도 이론에 기반하여 정해진 목표신뢰도를 확보하도록 하중-저항계수를 정하게 된다.

대부분의 설계기준에서는 한계상태식은 공칭저항강도와 유발되는 각 공칭하중효과에 대해 식(2.20)과 같이 선형 한계상태식으로 표현된다.

$$\phi_p(S_p)_0 = \sum_i \gamma_i (Q_i)_0 \qquad (2.20)$$
$$p = RC, ST, PC\ ,\ \ i = DC, DW, LL$$

여기서 S_p 는 p 부재의 저항강도, ϕ_p 는 p 부재의 저항계수이고, p 는 부재의 종류 의미하며, 각각 RC 는 철근콘크리트 부재, ST 는 강부재, PC 는 프리스트레스트 콘크리트 부재이다. Q_i 는 i 번째 하중효과, γ_i 는 i 번째 하중계수이다. DC 는 구조부재의 자중, DW 는 포장하중, 그리고 LL 는 충격을 포함한 차량 활하중을 의미한다. 그리고 아래 점차 0는 공칭값을 의미한다.

본 연구에서는 도로교설계기준(한계상태설계법) 극한한계상태에서 중력방향 하중에 대한 목표신뢰도지수를 최적화하고자 한다. 따라서 중력방향 극한한계상태는 고정하중지배 선형한계상태 (LS-1)와 활하중지배 선형한계상태 (LS-2) 하중조합이 연구 대상이다. 각 선형 한계

상태식이 다음과 같다. 본 연구에서는 정확한 구별을 위하여 LS-1와 LS-2로 표기하였다.

고정하중 한계상태 (LS-1)

$$\phi_p(S_p)_0 = \gamma_{DC}(Q_{DC})_0 + \gamma_{DW}(Q_{DW})_0 + \gamma_{LL}(Q_{LL})_0 \tag{2.21a}$$

활하중 한계상태 (LS-2)

$$\phi_p(S_p)_0 = \gamma_{DC}(Q_{DC})_0 + \gamma_{DW}(Q_{DW})_0 + \gamma_{LL}(Q_{LL})_0 \tag{2.21b}$$

위 식에서는 LS-1와 LS-2가 수식이 같지만 각 하중 지배영역에 따라서 다르다.

2.3.2 선형 한계상태식 표준화

앞 절에서의 한계상태식은 기본적인 한계상태식이기는 하지만 이 식을 적용하여 설계기준에서 필요한 일반화된 하중-저항계수를 결정하는 것은 매우 어렵다. 다양한 실제 구조물에서 하중효과를 계산하고 설계식에 의하여 공칭저항강도를 계산하여 신뢰도 분석을 수행해야 하기 때문에 많은 시간과 노력이 요구된다. 설사 이러한 과정을 수행하여 적절한 하중-저항계수를 결정하였다 할지라도, 신뢰도 분석에서 고려하지 않은 특성을 가지는 구조물에 대한 하중-저항계수의 유효성 여부는 확신할 수 없다 (이해성, 2019). 따라서 총 공칭하중효과에 대하여 표준화하여 필요한 계산을 수행하면 구조형식에 무관한 일반화된 하중-저항계

수를 하중비의 함수로 표시할 수 있는 표준화 방법을 Bea (2016)와 Lee 등(2018)이 제안하였다. 총 공칭하중효과로 표준화된 한계상태식이 식(2.22a) 및 식(2.22b)과 같이 표현된다.

$$\phi_p \frac{(S_p)_0}{\sum_i Q_i} = \gamma_{DC} \frac{(Q_{DC})_0}{\sum_i Q_i} + \gamma_{DW} \frac{(Q_{DW})_0}{\sum_i Q_i} + \gamma_{LL} \frac{(Q_{LL})_0}{\sum_i Q_i} \tag{2.22a}$$

$$\phi_p (\overline{S}_p)_0 = \gamma_{DC} (\overline{Q}_{DC})_0 + \gamma_{DW} (\overline{Q}_{DW})_0 + \gamma_{LL} (\overline{Q}_{LL})_0 \tag{2.22b}$$

여기서 윗줄(¯) 있는 변수는 표준화된 변수이다. 이러한 표준화를 통하여 교량의 형식과 크기에 무관하게 하중조합에 대한 신뢰도 및 역신뢰도해석을 할 수 있다. 그리고 다음과 같이 고정하중비(ξ)와 DC 하중비(η)로 상대적인 크기를 부여할 수 있다.

$$\xi = \frac{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0}{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0 + (Q_{LL})_0} \tag{2.23a}$$

$$\eta = \frac{(Q_{DC})_0}{(Q_{DC})_0 + (Q_{DW})_0} \tag{2.23b}$$

따라서 하중효과 성분은 고정하중비(ξ)와 DC하중비(η)을 적용하면 각 표준화된 공칭하중효과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\overline{Q}_{DC})_0 &= \xi\eta \\ (\overline{Q}_{DW})_0 &= \xi(1-\eta) \\ (\overline{Q}_{LL})_0 &= 1-\xi \end{aligned} \tag{2.24}$$

위의 각 하중비를 한계상태식에 적용하여 표준화된 한계상태식은 식(2.25)과 같다.

$$\phi_p(\overline{S}_p)_0 = \sum_i \gamma_i(\overline{Q}_i)_0 = \gamma_{DC}\xi\eta + \gamma_{DW}\xi(1-\eta) + \gamma_{LL}(1-\xi) \qquad (2.25)$$

표준화된 변수의 평균과 표준편차는 원래 변수의 편심계수와 변동계수를 이용하여 표시할 수 있다. 이 관계에 의하여 표준화된 변수와 원변수의 편심계수와 변동계수는 같다.

$$\mu_{\overline{X}} = \frac{\mu_X}{\sum_i Q_i} = \lambda_X \overline{X}_0 \quad , \quad \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sum_i Q_i} = \delta_X \lambda_X \overline{X}_0 \qquad (2.26)$$

그리고 위의 표준화된 변수의 편심계수와 변동계수를 적용하면 선형 한계상태식 FORM에 대한 신뢰도지수는 식(2.27)에 나타난 바와 같이, 표준화된 확률변수와 표준화되지 않는 확률변수에 대하여 신뢰도지수는 동일하게 나타난다. 이와 같이 Bea (2016), Lee 등(2018)이 제안한 표준화는 각 하중에 대한 상대적인 비율만을 고려하여 구조물의 형식과 크기에 무관하게 모든 경우에 대한 신뢰도해석 및 역신뢰도해석이 가능하기 때문에 강력한 기법이다.

$$\beta_p = \frac{\mu_{S_p}^{eq} - \sum_i \mu_{Q_i}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{S_p}^{eq})^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^{eq})^2}} = \frac{\mu_{\overline{S}_p}^{eq} - \sum_i \mu_{\overline{Q}_i}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\overline{S}_p}^{eq})^2 + \sum_i (\sigma_{\overline{Q}_i}^{eq})^2}} \qquad (2.27)$$

2.3.3 역신뢰도해석

일반적인 신뢰도해석의 목표는 한계상태와 그에 따른 확률변수들의 통계적 정보가 주어졌을 때 해당 한계상태의 신뢰도지수를 계산하는 것이다. 반면에 코드캘리브레이션은 목표로 하는 신뢰도지수를 정하고 이를 보장할 수 있는 하중-저항계수를 산출하는 형태로 진행된다. 이 처럼 주어진 신뢰도지수를 만족하는 한계상태함수 상의 매개변수를 계산하는 형태의 문제를 역신뢰도문제(inverse reliability problem)이라 한다(Der Kiureghian 등, 1994). 역신뢰도해석을 적용한 선행 연구 Bae (2016)와 Lee 등(2018)에서 목표신뢰도지수를 만족하는 목표저항강도를 계산하는데 역신뢰도해석을 수행했으나, 본 연구에서는 요구신뢰도를 정하고, 요구신뢰도지수를 만족하는 요구저항강도를 해석하는 목적으로 역신뢰도해석 방법을 적용하였다.

일반적으로 역신뢰도해석에서는 모든 하중효과의 공칭값과 통계상수들은 주어지는 값이므로, 역신뢰도해석의 미지수는 식(2.28)과 같이 주어진 요구신뢰도를 만족하는 요구공칭저항강도이다. 여기서 $((\bar{S}_p)_0)_D$는 요구저항강도이고 β_D는 요구신뢰도지수이다.

$$\beta(((\bar{S}_p)_0)_D) = \beta_D \qquad (2.28)$$

위 식에서는 각 확률변수들의 평균과 표준편차에 따라 신뢰도지수가 비선형적인 특성을 나타내므로 요구강도를 찾기 위해 반복계산에 의한

복잡한 비선형해법이 필요하다. 최근 이해성 (2019)은 이러한 복잡한 역신뢰도해석을 파괴점함수와 등가표준편차함수를 이용한 단순반복계산법으로 정식화하였다. 따라서 본 연구에서 전체적으로 이해성 (2019)에 의한 단순반복계산법을 적용하여 역신뢰도해석을 수행하였다.

먼저 파괴점에서의 표준화된 저항강도와 하중효과는 한계상태식을 만족해야 하므로 식(2.29)과 같은 관계를 가진다.

$$\overline{S}_p^* = \sum_i \overline{Q}_i^* \tag{2.29}$$

위 식에서 FORM에 의하여 신뢰도지수가 결정되며, 표준화된 확률변수 $\overline{X}$ 의 파괴점 혹은 MPFP (Most Probable Failure Point)은 식(2.30)과 같이 계산된다 (Haldar, 2000).

$$\overline{X}^* = \mu_{\overline{X}}^{eq} + \alpha_{\overline{X}}\, \sigma_{\overline{X}}^{eq}\, \beta \tag{2.30}$$

여기서 $\alpha_{\overline{X}}$ 는 파괴점에서 한계상태식의 음단위법선벡터(negative unit normal vector)의 확률변수 $\overline{X}$ 방향 성분이다. 음단위법선벡터의 모든 확률변수가 정규분포를 따르는 경우에는 상수이지만, 비정규분포 확률변수가 포함되어 있는 경우에는 파괴점에서의 등가정규분포의 평균과 표준편차에 따라서 변하는 값이 된다. 파괴점에서 한계상태식의 음단위법선벡터의 성분은 다음과 같다.

$$\alpha_{S_p} = \alpha_{\overline{S}_p} = -\frac{\sigma_{\overline{S}_p}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\overline{S}_p}^{eq})^2 + \sum_i (\sigma_{\overline{Q}_i}^{eq})^2}} \tag{2.31a}$$

$$\alpha_{Q_i} = \alpha_{\overline{Q}_i} = \frac{\sigma_{\overline{Q}_i}^{eq}}{\sqrt{(\sigma_{\overline{S}_p}^{eq})^2 + \sum_i (\sigma_{\overline{Q}_i}^{eq})^2}} \tag{2.31b}$$

본 연구에서 적용되는 저항강도 및 하중효과의 국내 통계특성 자료에 의하면 각각 정규분포와 대수정규분포로 표현되기 때문에 2가지 분포에 대한 파괴점을 고려하였다. 확률 변수가 정규분포를 따를 경우 별도의 변환 없이 $\mu_{\overline{X}}^{eq} = \mu_{\overline{X}}$ 와 $\sigma_{\overline{X}}^{eq} = \sigma_{\overline{X}}$ 로 사용할 수 있고 이 경우에는 파괴점은 식 (2.30)에 의하여 정의된다. 만약 확률변수가 대수정규분포를 따를 경우 평균과 표준편차는 다음과 같이 파괴점함수 θ_{LN} 와 등가표준편차함수 R_{LN} 에 의하여 결정된다.

$$\mu_{\overline{X}}^{eq} = \left(\theta_{LN} - \alpha_{\overline{X}}\, \delta_{\overline{X}}^{eq}\, \beta\, R_{LN}\right)\mu_{\overline{X}} \tag{2.32a}$$

$$\sigma_{\overline{X}}^{eq} = R_{LN}\, \sigma_{\overline{X}} \tag{2.32b}$$

위 식에서 대수정규분포에 대한 파괴점함수 θ_{LN} 와 등가표준편차함수 R_{LN} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\theta_{LN} = \exp\left(\alpha_{\overline{X}}\, \upsilon_{\overline{X}}\, \beta - 0.5\, \upsilon_{\overline{X}}^2\right) \tag{2.33a}$$

$$R_{LN} = \theta_{LN}\, \upsilon_{\overline{X}} / \sigma_{\overline{X}} \tag{2.33b}$$

만약 대수정규분포를 따르고 변동계수가 작을 경우 대수정규분포의 표준편차와 평균에 대한 근사식을 적용하면 대수정규분포에 대한 파괴점 함수와 등가표준편차함수는 같다. 식(2.29)을 이용하면 저항강도의 파괴점을 하중효과의 파괴점에 대하여 나타낼 수 있고, 저항강도의 등가표준편차는 식(2.34)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\sigma_{\overline{S}_p}^{eq} &= R_{Z(p)}\,\sigma_{\overline{S}_p} = R_{Z(p)}\,\delta_p\,\mu_{\overline{S}_p} = \frac{R_{Z(p)}}{\theta_{Z(p)}}\delta_p\,\overline{S}_p^{\,*} = \\ &= \frac{R_{Z(p)}}{\theta_{Z(p)}}\delta_p\sum_i \overline{Q}_i^{\,*} = \frac{R_{Z(p)}}{\theta_{Z(p)}}\delta_p\sum_i \theta_{Z(i)}\,\mu_{\overline{Q}_i} = \\ &= \frac{R_{Z(p)}}{\theta_{Z(p)}}\delta_p\sum_i \theta_{Z(i)}\,\lambda_i\,(\overline{Q}_i)_0\end{aligned} \tag{2.34}$$

여기서 아래 첨자 $Z(p)$와 $Z(i)$는 p부재 저항강도와 i번째 하중효과의 분포종류를 나타낸다. 일반적으로 저항강도의 분포함수는 대수정규분포이고 변동계수가 작기 때문에 $R_{Z(S)}/\theta_{Z(S)} \approx 1$로 근사할 수 있다. δ_p는 p부재 저항강도의 변동계수이고, λ_i는 i번째 하중효과성분의 편심계수이다. 그리고 각 하중효과의 등가표준편차는 등가표준편차함수를 이용하여 공칭하중효과에 대하여 식(2.35)과 같이 표시된다.

$$\sigma_{\overline{Q}_i}^{eq} = R_{Z(i)}\,\sigma_{\overline{Q}_i} = R_{Z(i)}\,\delta_i\,\lambda_i\,(\overline{Q}_i)_0 \tag{2.35}$$

위 식에서 δ_i와 λ_i는 각각 i번째 하중효과성분의 변동계수와 편심

계수이다. 식(2.34) 및 식(2.35)에서 표준화된 하중효과의 변동계수 그리고 편심계수는 기지의 값이고, 파괴점함수와 등가표준편차함수에 포함되어 있는 신뢰도지수는 주어진 목표신뢰도지수가 된다. 따라서 역신뢰도 해석에서의 미지수는 파괴점에서 한계상태식의 단위법선벡터성분이다. 또한, 본 연구에서 적용된 단순반복계산법은 기본적으로 단위법선벡터성분을 수렴하도록 반복계산한다. 먼저 단위법선벡터성분을 가정하여 식(2.34)과 (2.35)를 계산하고 이 값을 단위법선벡터성분 식 (2.31)에 대입하여 새로운 단위법선벡터성분을 계산하는 과정을 단위법선벡터성분을 수렴할 때까지 반복 계산한다. 단위법선벡터성분이 수렴하여 파괴점에서의 단위법선벡터성분이 결정되면 각 확률변수의 파괴점은 파괴점함수에 의하여 계산되고 그 때의 하중-저항계수는 다음과 같다 (이해성, 2019).

$$\begin{aligned} \phi_p &= \frac{\overline{S}_p^*}{(\overline{S}_p)_0} = \frac{S_p^*}{(S_p)_0} = \frac{\theta_{Z(p)}\mu_{S_p}}{(S_p)_0} = \theta_{Z(p)}\lambda_p \\ \gamma_i &= \frac{\overline{Q}_i^*}{(\overline{Q}_i)_0} = \frac{Q_i^*}{(Q_i)_0} = \frac{\theta_{Z(i)}\mu_{Q_i}}{(Q_i)_0} = \theta_{Z(i)}\lambda_i \end{aligned} \tag{2.36}$$

그리고 최종적으로 결정되는 요구신뢰도지수를 만족하는 요구공칭저항강도는 다음과 같다. 본 연구 4장에서는 요구신뢰도지수를 만족하는 요구공칭저항강도를 단순반복법을 적용하여 식(2.37)과 같이 구하였다.

$$((\overline{S}_p)_0)_D = \frac{1}{\phi_p}\sum_i \gamma_i (\overline{Q}_i)_0 \tag{2.37}$$

2.4 목표신뢰도지수

신뢰도기반 설계기준의 기본 개념은 정해지는 구조물의 안전 수준을 목표 신뢰도로 정하고, 신뢰도를 만족하도록 하중-저항계수를 제시함으로써 모든 교량에 대하여 일반화된 신뢰도를 확보하는 것이다. 설계기준에서 목표로 하는 신뢰도를 수치적으로 목표신뢰도지수 β_T 로 정의한다.

도로교설계기준(한계상태설계법, 2012)에서는 일반 부재에 대한 중력방향하중지배 한계상태의 목표신뢰도지수로 3.72를 적용하였고, 미국 AASHTO (2020) 설계기준에서는 3.5를 적용한다고 기술되어 있다. 유럽연합 Eurocode (CEN, 2002)의 경우 구조물의 신뢰도 등급에 따라서 서로 다른 목표신뢰도지수를 적용하는 분류체계를 가지고 있으며, 일반적인 교량구조물의 경우 50년 기준 기간에 대한 목표신뢰도지수로 3.8이 제시되어 있다.

유럽연합 Eurocode (CEN, 2002)에서는 극한상태에서 구조물의 신뢰도 등급에 따라 표 2.1과 같이 목표신뢰도지수를 제시하였다.

표 2.1 Eurocode (CEN, 2002)에서 제시한 목표신뢰도지수

신뢰도 등급	기준 기간	
	1년	50년
높음	5.2	4.3
중간	4.7	3.8
낮음	4.2	3.3

표 2.1에서 신뢰도 등급이 높다는 것은 인명 피해와 경제적, 사회적, 환경적 피해의 정도가 매우 심각한 경우를 의미하며 경기장, 콘서트 홀 등의 공공건물을 포함한다. 중간 신뢰도 등급은 주거 또는 사무용 빌딩 등을 포함한다. 그리고 낮은 신뢰도 등급은 창고, 온실 등을 포함한다.

신뢰도 등급은 구조물의 중요도와 연관되며, 구조물의 중요도에 대한 등급은 건설비용 대비 구조물 붕괴로 인하여 발생되는 비용 ρ에 의하여 결정된다. 인용된 문헌들에서 적용한 파괴에 대한 비용 ρ을 바탕으로 목표신뢰도지수를 제시했다. 그리고 사고비용비 ρ는 구조물의 건설비용과 직접 사고비용이고 수식으로 식(2.38)과 같이 정의된다.

$$\rho = \frac{\text{Construction cost} + \text{Direct failure cost}}{\text{Construction cost}} \qquad (2.38)$$

사고비용비 ρ는 구조물의 중요도(Consequence factor)에 대한 변수로써 사용된다. Rackwitz (2000), JCSS (Joint Committee on Structure Safety, 2001), 유럽연합 설계기준 Eurocode (CEN, 2002), 국제표준화기구 기준 General Principle on Reliability for Structure (ISO, 2015) 등 각 문헌에 따르면 기본적으로 낮은 중요도 (minor consequence), 중간 중요도 (moderate consequence), 높은 중요도 (large consequence)이라는 3가지로 분류했으며 특히 Probabilistic Model Code (JCSS, 2001)에서는 다음과 같이 구체적으로 분류하였다.

사고비용비 ρ가 2 이하이라면 낮음 중요도로 분류되어 농업 구조물, 사일로, 돛대 등을 고려한다. 사고비용비 ρ가 2에서 5 사이 있으면 중간 중요도로 분류되어 사무실 빌딩, 산업 빌딩, 아파트 등을 고려한다. 그리고 사고비용비 ρ가 5에서 10 사이면 높은 중요도로 분류되어 중요 교량, 극장, 병원, 고층빌딩 등을 고려한다.

그리고 목표신뢰도지수를 제시할 때 적용하고 있는 또 하나의 변수는 안전을 확보하기 위한 상대비용(relative cost of safety measure)이다. 안전을 확보를 위한 상대비용은 하중과 저항의 통계적인 특성에 의존하여 건설비용과 관련되는 변수이다. 일반적으로 신뢰도를 높이기 위하여 큰 비용을 지불해야 한다면 낮은 목표신뢰도를 정하도록 하고, 신뢰도를 높이기 위한 비용이 크지 않는다면 높은 목표신뢰도를 정하도록 하는 변수이다.

표 2.2 Probabilistic Model Code(JCSS, 2001)와
General Principle on Reliability for Structure(ISO, 2015)에서
제시한 연간 기준 목표신뢰도

안전을 확보를 위한 상대비용	사고로 인한 피해 수준					
	낮음 $\rho < 2$		중간 $2 \le \rho < 5$		높음 $5 \le \rho < 10$	
	β	P_f	β	P_f	β	P_f
높음	3.1	10^{-3}	3.3	$5 \cdot 10^{-4}$	3.7	10^{-4}
중간	3.7	10^{-4}	4.2	10^{-5}	4.4	$5 \cdot 10^{-6}$
낮음	4.2	10^{-5}	4.4	$5 \cdot 10^{-6}$	4.7	10^{-6}

표 2.2는 극한한계상태에 대하여 Probabilistic Model Code (JCSS, 2001)와 General Principle on Reliability for Structure (ISO, 2015)에서 제안한 연간 기준 목표신뢰도지수이다. 표 2.2에서 신뢰도지수에 해당하는 파괴확률은 가장 근사적인 파괴확률이다.

표 2.3는 Rackwitz (2000)가 갱신과정 개념으로 비용-편익분석을 통하여 제안한 극한한계상태에 대한 목표신뢰도지수이다. Rackwitz (2000)가 제안된 목표신뢰도지수는 Probabilistic Model Code (JCSS, 2001)와 General Principle on Reliability for Structure (ISO, 2015)와 유사한 분류체계를 가지고 있다. 표 2.3에서도 신뢰도지수에 해당하는 파괴확률은 가장 근사적인 파괴확률이다.

표 2.3 Rackwitz (2000)에서 제안한 연간 기준 목표신뢰도

안전을 확보를 위한 상대비용	사고로 인한 피해 수준					
	낮음 $\rho < 2$		중간 $2 \le \rho < 5$		높음 $5 \le \rho < 10$	
	β	P_f	β	P_f	β	P_f
높음	2.3	10^{-2}	3.1	10^{-3}	3.7	10^{-4}
중간	3.1	10^{-3}	3.7	10^{-4}	4.3	10^{-5}
낮음	3.7	10^{-4}	4.3	10^{-5}	4.7	10^{-6}

일반교량의 경우 중간 중요도에 속하고 주요교량의 경우 높은 중요도에 속한다. 그러나 현재까지는 교량 구조물에 대하여 안전을 확보하기 위한 상대비용의 정확한 값을 확인하기 어렵기 때문에 세 가지로 분류하

여 경우에 맞게 적용하는 것으로 제안하였다. 이는 신뢰도지수에 따른 정확한 건설비용을 예측하기 어렵기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 신뢰도지수에 따른 건설비용을 신뢰도지수에 따른 요구저항강도와의 비례관계를 확인함으로써 안전을 확보하기 위한 상대비용에 대하여 분류에 상관없이 일관성이 있는 목표신뢰도지수를 제시하게 되었다.

제 3 장 효용 및 최적의 목표신뢰도지수

3.1 효용 및 기대효용

교량구조물에서 목표신뢰도지수의 의미는 파괴되지 않는 비파괴확률의 의미를 가지고 있다. 따라서 신뢰도지수가 높을수록 파괴확률이 낮아지고, 신뢰도지수가 낮을수록 파괴확률이 커지기 때문에 확률이론에만 근거하여 합리적인 신뢰도지수를 결정하기 어렵다. 이러한 확률이론을 기반으로 결정하기 어려운 의사결정 문제를 효용이론(utility theory)을 이용하여 더 효과적으로 분석할 수 있다.

효용 개념은 기존 확률이론에만 기반하였을 때 합리적인 의사결정을 하지 못했던 문제점들을 효용이론을 도입하면서 주관적인 만족감을 고려한 합리적인 결정에 대해 설명한다. 이러한 효용 개념은 1738년 Daniel Bernoulli가 St. Petersburg Paradox를 최초로 설명하였다. St. Petersburg Paradox은 확률적인 기대치가 같지만 얻는 만족감이 다르기 때문에 합리적인 결정을 위하여 효용(utility)이 고려돼야 한다는 내용이다.

경제학에서는 소비자의 선호도(preference)를 계량화 및 정량화하기 위하여 효용을 사용하게 된다. 즉, 소비자가 어떤 상품으로부터 얻는 주관적인 만족감을 효용이라 정하고 이에 따라서 효용을 극대화하는 소비 활동이 소비자의 궁극적 목표라고 정의한다. 즉, 효용은 어떠한 상품

으로부터 얻는 소비자의 주관적인 만족감을 수치로 표현한 것이다. 그리고 효용함수(utility function)는 소비자의 상품으로부터 얻는 주관적인 만족감의 크기를 부여하는 공식이다 (Bernhein, 2017).

Risk Assessment in Engineering (JCSS, 2008)에 의하면 효용함수의 기본적인 개념을 그림 3.1과 같이 설명하며, 효용, 결정대안, 최적의 결정, 실현 가능한 결정의 의미를 표기하였다. 본 개념도에서는 효용함수를 가장 일반적인 리스크 회피적인 형태에 대한 최적의 결정을 나타냈다.

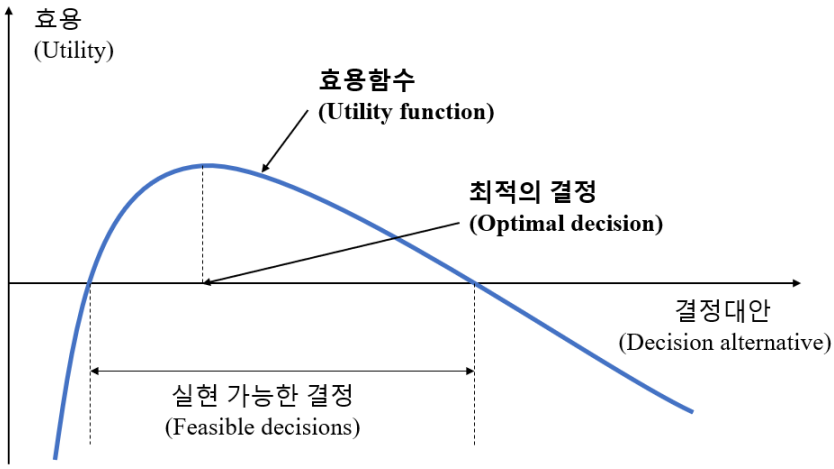

그림 3.1 결정대안에 따른 효용 변화 및 최적의 결정

위의 그림에서 보는 바와 같이 결정대안에 따라 효용함수가 일반적으로 오목한 형태를 나타내며, 이 경우 효용함수가 정(+)인 범위는 실현 가능한 결정의 영역이고, 효용함수의 극대화 위치에서 최적의 결정이 된다. 최적의 결정은 결정대안 중에서 선호도 및 만족감을 최대로 하는

결정대안이 가장 합리적인 결정이라는 개념이다.

본 연구에서는 최적의 신뢰도지수를 도출하는 효용함수는 불확실성을 가지고 있기 때문에 효용함수 자체가 기대효용 이론에 의존하여 해석해야 된다. 기대효용이론(expected utility theory)은 불확실성 하에서 의사결정을 분석하는 보편적인 이론으로 사용되고 있다. 기대효용이론은 규범적 이론으로써 의사결정자가 이론에서 필요한 가정 및 조건을 받아들이고 그에 따라 행동한다면 그 행동의 결과가 어떨지 예측하게 해준다는 장점이 있다. 기대효용이론을 이용하여 불확실성 하에서 합리적이고 최적의 결정을 제시한 최초의 성공적인 시도는 1944년 John von Neumann와 Oskar Morgenstern에 의해 이루어졌다고 할 수 있다 (지홍민, 2017). 그리고 의사결정자의 선호를 기대효용이론에서 구현하고 결정한다면 합리적인 결정을 위하여 (1) 완비성과 이행성 (2) 강한 독립성 (3) 연속성 조건을 만족해야 한다 (박성훈 등, 2017).

그리고 효용함수를 $U(\cdot)$이라 하면 기대효용은 기대값 정의에 의하여 $E[U(\cdot)]$로 정의되고 최종적으로 긍정적 효용함수에서의 목적함수는 기대효용 $E[U(\cdot)]$을 극대화하는 문제가 된다.

심리학 이론에 의하면 사람들은 의사결정시 자신에게 유익한 긍정적인 효용(positive utility)이 최대로 되는 것이고 자신에게 해가 되는 부정적인 효용(negative utility)이 최소로 되는 것을 합리적인 최적인 선택이라고 한다.

3.2 편익가치 효용함수

교량 구조물은 시공 후 사용되면서 다양한 이유로 언젠가는 사용이 정지된다. 시공 후부터 사용 정지까지의 기간을 교량 수명이라고 한다. 극한한계상태에서 신뢰도지수와 경제적인 효과를 고려하여 기본적인 목적함수를 만들기 위해서는 목표신뢰도지수를 기반으로 물리적 수명 및 경제적 효과와 관련된 경제적 수명을 고려해야 한다.

윤태국 등(2006)에 의하면 물리적 수명은 사용 개시 후 손상, 마모, 부식, 재해 등으로 성능이 저하되어 더 이상 사용이 불가능하거나, 외력에 저항할 수 없는 상태까지의 한계 수명이다.

김두일 (2017)에 의하면 경제적 수명은 실질적으로 서비스를 제공하여 편익을 창출하는 기간이다. 교량의 공용 기간 동안은 계속해서 편익이 얻어지지만 공용 중단 판단 시에도 계속 유지관리비용을 투입하면서 계속 사용할지 아니면 교량을 철거하거나 다시 건설할지에 대한 경제적인 의사결정을 하기 때문에 경제적인 인자에 연관된다.

본 연구에서는 경제적인 수명을 정의한 바와 같이 그대로 적용하지만, 물리적인 수명의 경우 극한한계상태의 신뢰도지수에 대하는 수명을 고려하였다. 이 때, 경제적인 수명은 t_e, 경제적인 수명의 확률변수는 T_e로 정의하였다.

교량 구조물의 경우 일반적으로 공용기간은 경제수명에 기반하여 결

정되며, 공용기간 동안 교량의 사용으로부터 얻을 수 있는 총 편익가치는 발생하는 편익가치에서 유지관리비용을 제외한 값이 된다. 또한, 그 외에 추가적으로 발생될 수 있는 비용들은 구조물 건설비용이 있고, 구조물의 붕괴가 일어나면 사고로 인하여 사고비용이 발생한다. 따라서 교량을 시공하고 사용하면서 경제적으로 얻을 수 있는 총 편익을 순 가치(Net Value) 개념으로 나타내면 식(3.1)과 같다. 이때, 교량의 경제성을 순 가치 개념으로 가정할 경우, 편익가치함수에서 각 편익과 비용의 가치는 시간에 대한 영향 없이 일정하게 유지되며, 금액에 대한 할인율과 물가상승률에 대한 해석을 생략한다.

$$Z(\beta) = \sum_{i=1}^{t_e \in T_e} B_i - \sum_{i=1}^{t_e \in T_e} M_i(\beta) - C(\beta) - D(\beta) \qquad (3.1)$$

위 식에서 B_i는 i번째 년도에 해당하는 편익가치이며, 교량을 사용함으로써 얻을 수 있는 편익가치는 실질적으로 교량이 가지고 있는 신뢰도지수와 무관하게 실제 상황에 따라 결정되는 변수이기 때문에 B_i는 신뢰도지수에 의하여 결정되는 값이 아니다. $M_i(\beta)$는 i번째 년도에 해당하는 유지관리비용이며, 교량의 유지관리는 신뢰도를 만족할 필요가 있기 때문에 $M_i(\beta)$은 신뢰도지수의 함수이다. $C(\beta)$는 건설비용이고, 교량의 신뢰도를 만족하도록 건설하기 때문에 신뢰도지수의 함수이다. 마지막으로 $D(\beta)$는 사고비용이고, 해당 교량에 사고가 일어나면 발생되는 비용이 교량 규모와 안전에 대한 중요도에 의존하기 때문에 교량의

신뢰도의 함수이다.

그러나 식(3.1)에서 경제적 수명은 변동성이 크고, 경우에 따라서 여러 가지 값을 가질 수 있기 때문에 정확한 값과 확률함수를 구하기 어렵다. 따라서 식(3.1)을 바로 효용함수로 적용할 경우 문제가 더 복잡해지고, 도출된 결과에 대한 신뢰성이 떨어지게 된다. 따라서 식(3.1)에 대하여 다음과 같이 변경하였다.

설계기준에서 기본적으로 교량을 제대로 공용할 수 있도록 안전도를 확보해야 하는 수명을 설계수명으로 정의한다. 이는 설계수명을 경제적인 수명보다 짧게 고려해야 한다는 의미이다. 따라서 설계수명 t_d 동안의 총 편익가치를 편익가치함수 $Z(\beta)$이라 정의 할 때, 설계수명에 해당하는 각 가치와 비용들의 변수들은 식(3.1)과 같다. 여기서 B는 설계수명 동안의 편익가치이고, $M(\beta)$는 설계수명 동안의 유지관리비용이다.

$$\begin{aligned} Z(\beta) &= \sum_{i=1}^{t_d} B_i - \sum_{i=1}^{t_d} M_i(\beta) - C(\beta) - D(\beta) + R(t_d, T_e) \\ &= \sum_{i=1}^{t_d} B_i - \sum_{i=1}^{t_d} M_i(\beta) - C(\beta) - D(\beta) + R(t_d) \\ &= B - M(\beta) - C(\beta) - D(\beta) + R(t_d) \end{aligned} \tag{3.2}$$

위 식에서는 편익가치와 유지관리비용은 설계수명 기간에 발생하는 값들의 합이고 사고비용은 설계수명 동안에 해당하는 확률 항들의 합으로 결정된다. 그리고 설계수명이 후의 구조물의 가치를 통합적으로 구조물의 잔존가치로 정의할 수 있다. 잔존가치는 설계수명과 경제적 수명에

의존하여 결정되는 값이며, 잔존가치는 해당 구조물이 향후 얼마나 경제적으로 활용될 수 있는가에 대한 변수이기 때문에 경제적 수명 t_e에 의존하는 변수이다. 따라서 편익가치함수에서 잔존가치를 독립적으로 계산하였다. 그리고 잔존가치를 해석하는 시점을 기준으로 하여 설계수명 시점에서의 잔존가치 $R(t_d)$로 표기하였다.

최종적으로 잔존가치를 독립적으로 해석한다면 설계수명 동안의 편익가치함수 식(3.2)은 경제적 수명 t_e에 독립적인 함수로 해석 및 최적화할 수 있다. 그리고 편익가치함수 식(3.2)은 신뢰도지수 혹은 극한한계상태의 수명에 대한 확률변수로 표현되는 함수이다. 따라서 기대효용이론에 의하여 기대 편익가치함수는 식(3.3)과 같이 정의된다.

$$E[Z(\beta)] = E[B - M(\beta) - C(\beta) - D(\beta) + R(t_d)] \tag{3.3}$$

위 식에서 기대 값의 선형 성질에 의하여 기대 편익가치함수는 식(3.4)과 같이 쓸 수 있다.

$$E[Z(\beta)] = E[B] - E[M(\beta)] - E[C(\beta)] - E[D(\beta)] + E[R(t_d)] \tag{3.4}$$

그리고 기대 편익가치함수를 효용함수로써 보면 신뢰도지수에 따른 편익가치 및 최적의 신뢰도지수는 그림 3.2과 같다. 여기서 효용함수의 결정대안은 신뢰도지수이다.

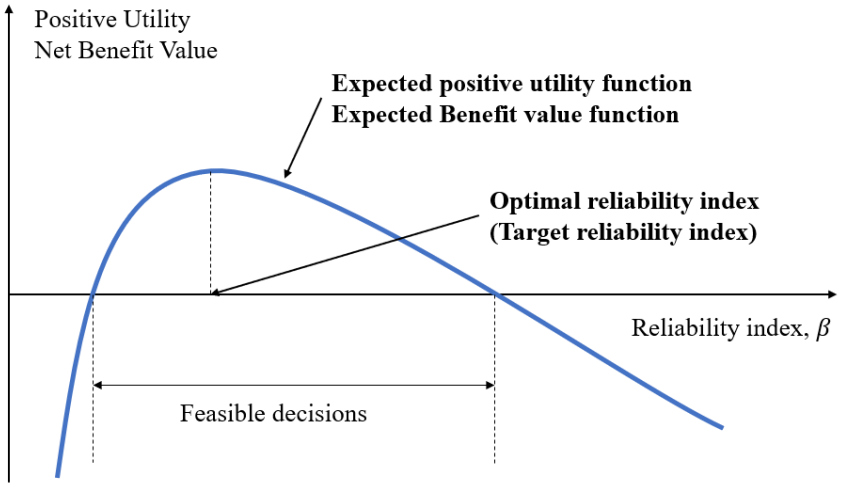

그림 3.2 신뢰도지수에 따른 편익가치 및 최적의 신뢰도지수

그리고 주어진 신뢰도지수에서의 기대 편익가치에 대한 각 상황에서의 확률변수는 극한한계상태의 물리적인 수명 T 이다. 교량수명 확률변수는 0에서 무한대까지 되며 $T \in \{0,1,2,\ldots,\infty\}$ 이다. 따라서 결정대안 β 을 선택했을 때 기대편익가치 $E[Z(\beta)]$ 는 식(3.5)과 같다.

$$\begin{aligned} E[Z(\beta)] &= \sum_{t \in T} Z(t,\beta) \cdot \Pr(T = t \mid \beta) \\ &= \sum_{t \in T} Z(t,\beta) \cdot p(t \mid \beta) \end{aligned} \tag{3.5}$$

여기서 $Z(t,\beta)$ 는 결정대안 β 을 선택했을 때 교량 수명 t 에 대한 편익가치이고, $p(t \mid \beta)$ 는 주어진 신뢰도지수에 따라 결정되는 교량 수명 확률질량함수이다.

교량을 긴 시간 동안 계속 사용하게 되면 언젠가는 파괴되기 마련이

다. 이 때문에 설계기준에서는 설계수명을 정의하고 설계수명 동안에 충분한 안전을 확보하도록 규제하게 된다. 식(3.4)에서도 확률적으로 교량의 물리적 수명이 무한대까지 갈 수 있지만, 실질적으로 그 설계수명을 넘어가는 수명에 대한 편익가치함수의 편익가치, 유지관리비용, 사고비용은 0이 되고, 잔존가치만이 남게 된다.

3.3 주어진 신뢰도지수에 따른 교량수명 확률밀도함수

일반적으로 교량이 외부로부터 가해지는 우발적(random)인 힘으로부터 파괴가 발생한다고 하면 우발적인 파괴(random failure)는 모든 단위 시간(시점)에서 일정한 교량의 저항을 초과하는 우발적인 힘이 발생할 발생률(rate)을 가지게 된다. 우리가 편익가치함수에서 수명을 중력방향 극한한계상태로 보기 때문에 교량이 사용되는 모든 단위 시간에서 일정한 교량의 저항을 초과하는 우발적인 힘이 가해진다고 볼 수 있고, 이는 모든 단위 시간(시점)에서 일정한 파괴율(failure rate)을 가지고 있다고 볼 수 있다. 따라서 설계수명 동안 일정한 파괴율을 가지고 있다는 점을 이용하여 주어진 신뢰도지수에 따라 교량 수명의 확률질량함수 $p(t|\beta)$을 구할 수 있다.

먼저 시점 t에서의 단위 기간 Δt에 대한 파괴율은 식(3.6)과 같이 정의된다. 사건 발생률에 대한 정의는 어떤 시점 t까지 제대로 구조물로

써 역할을 했을 때 교량의 계속되는 단위 시간 동안에 파괴를 일으킬 확률과 단위 시간의 비율이 되고 수식으로 식(3.6)과 같다. 여기서 $\Pr(T < t + \Delta t \mid t \le T)$ 는 교량수명이 t 까지 안전했을 때, t 부터 계속되는 Δt 시간 안에 교량수명이 붕괴되는 조건부 확률이다.

$$\lambda(t) = \frac{\Pr\left(T < t + \Delta t \mid t \le T\right)}{\Delta t} \tag{3.6}$$

여기서 $\lambda(t)$ 는 시점 t 에서의 파괴율이고, Δt 는 단위 시간, T 는 교량 수명의 확률변수이다. 위 식(3.6)에서 조건부확률을 정의에 의해 분리하고 다시 수식을 정리하면 식(3.7)과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \frac{\Pr\left(T < t + \Delta t \mid t \le T\right)}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\Pr\left(T < t + \Delta t \ , t \le T\right)}{\Pr\left(t \le T\right)} \\ &= \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\Pr\left(t \le T < t + \Delta t\right)}{\Pr\left(t \le T\right)} \end{aligned} \tag{3.7}$$

위 식에서 $\Pr(t \le T < t + \Delta t)$ 을 한쪽에 남기고 나머지는 부분을 반대쪽으로 모으면 식(3.8)과 같으며, 식(3.8)은 일반적인 시간 t 에서 $t + \Delta t$ 까지 시간에 해당하는 파괴확률이 된다.

$$\Pr\left(t \le T < t + \Delta t\right) = \lambda(t) \cdot \Delta t \cdot \Pr\left(t \le T\right) \tag{3.8}$$

위의 관계 식을 주어진 신뢰도지수에 대하여 쓰면 식(3.9)과 같다.

$$\Pr(t \le T < t + \Delta t \mid \beta) = \lambda(t \mid \beta) \cdot \Delta t \cdot \Pr(t \le T \mid \beta) \qquad (3.9)$$

교량수명을 이산형태로 보고 단위 시간을 1년으로 하면 편익가치 함수에서 구하고자 하는 확률밀도함수는 $p(t \mid \beta) = \Pr(t \le T < t + \Delta t \mid \beta)$ 이 된다. 그리고 $\lambda(t \mid \beta) \cdot \Delta t$ 는 일정한 파괴율을 1년이라는 단위 기간으로 하기 때문에 주어진 신뢰도지수에 따른 연간 파괴확률이 된다. 즉, 신뢰도지수에 따른 일정한 연간파괴 확률을 적용하면 식(3.10)과 같은 관계가 얻어진다. 여기서 $P_f(\cdot)$ 는 파괴확률을 의미하고, 연간 파괴확률에 해당하는 신뢰도지수를 β_1 이라고 하면 신뢰도지수에 따른 연간 파괴확률은 $P_f(\beta_1)$ 이 된다.

$$p(t \mid \beta) = P_f(\beta_1) \cdot \Pr(t \le T \mid \beta) \qquad (3.10)$$

위의 식에 의하여 교량수명이 0년인 경우 $p(0 \mid \beta) = P_f(\beta_1) \cdot 1$ 이고 즉, 첫해에 파괴가 일어나는 연간 파괴확률이다. 그리고 교량수명 1년이면 $p(1 \mid \beta) = P_f(\beta_1) \cdot (1 - P_f(\beta_1))$ 이고, 교량수명이 2년이면 식(3.11)과 같다.

$$\begin{aligned} p(2 \mid \beta) &= P_f(\beta_1) \cdot \left[1 - P_f(\beta_1) - P_f(\beta_1) \cdot \left(1 - P_f(\beta_1)\right)\right] \\ &= P_f(\beta_1) \cdot \left(1 - P_f(\beta_1)\right)^2 \end{aligned} \qquad (3.11)$$

계속해서 교량수명이 3년인 경우 등비급수에 의하여 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
p(3\,|\,\beta) &= P_f(\beta_1)\cdot\left[1-P_f(\beta_1)\cdot\left(1+\left(1-P_f(\beta_1)\right)+\left(1-P_f(\beta_1)\right)^2\right)\right] \\
&= P_f(\beta_1)\cdot\left[1-P_f(\beta_1)\cdot\frac{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^3}{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)}\right] \\
&= P_f(\beta_1)\cdot\left(1-P_f(\beta_1)\right)^3
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

따라서 위 식과 같이 설계수명 t에 대하여 $p(t\,|\,\beta)$을 구하면 등비급수에 의하여 최종적인 확률질량함수를 식(3.13)과 같이 구할 수 있다. 식(3.13)을 이용하여 전체적인 편익가치함수에 대한 기대값을 계산하게 된다.

$$
\begin{aligned}
p(t\,|\,\beta) &= P_f(\beta_1)\cdot\left[1-P_f(\beta_1)\cdot\left(1+\left(1-P_f(\beta_1)\right)+..+\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t-1}\right)\right] \\
&= P_f(\beta_1)\cdot\left[1-P_f(\beta_1)\cdot\frac{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^t}{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)}\right] \\
&= P_f(\beta_1)\cdot\left(1-P_f(\beta_1)\right)^t
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

그리고 확률공간에서 모든 교량 수명 동안 각 확률들의 합이 1이 되어야 한다. 따라서 무한대까지의 교량수명에 대해 위의 식을 적용하여 총합을 구하면 식(3.14)과 같다.

$$
\begin{aligned}
\Pr\left(t\in T\,|\,\beta\right) &= \sum_{t=0}^{\infty} p\left(t\,|\,\beta\right) \\
&= P_f(\beta_1)\cdot\sum_{t=0}^{\infty}\left(1-P_f(\beta_1)\right)^t \\
&= P_f(\beta_1)\cdot\frac{1}{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)} = 1
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

여기서 교량수명이 무한대로 간다고 해도 $\left|1-P_f(\beta_1)\right|<1$이기 때문에 무한등비급수의 합에 의하여 총합이 수렴한다. 이 식에서 일어날 모든 경우의 확률에 대한 합이 1이 된다는 것은 모든 확률공간을 고려하고 있음을 확인할 수 있다.

3.4 편익가치함수에서의 각 기대편익가치

3.4.1 신뢰도지수에 따른 기대 편익가치

본 절에서는 신뢰도지수에 따른 설계수명 동안의 기대편익가치를 구하고자 한다. 기본적인 기대편익가치의 확률에 대한 항은 식(3.13)에 의하여 교량수명에 대한 확률질량함수로 정의된다. 그리고 교량수명에 대하여 가질 수 있는 값은 0에서 무한대까지 가능하기 때문에 편익가치의 가질 수 있는 값들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$B \in \{\, B(0),\, B(1),\, B(2),\, \ldots,\, B(t_d), \ldots \} \qquad (3.15)$$

그리고 i번째 년도에 해당하는 편익가치를 B_i이라고 하면 i번째 년도까지 총 얻은 편익가치 $B(i)$는 식(3.16)과 같이 표현할 수 있다. 그리고 설계수명에 대한 편익가치만 고려하기 때문에 교량수명의 설계수명보다 긴 경우에 대해서는 설계수명에 대한 편익가치만 얻는다.

$$
\begin{aligned}
&B(0) = B_0 = 0 \\
&B(1) = B_0 + B_1 \\
&\quad \vdots \\
&B(t_d - 1) = B_0 + B_1 + B_2 + \ldots + B_{t_d - 1} \\
&B(t_d \le T) = B_0 + B_1 + B_2 + \ldots + B_{t_d}
\end{aligned} \tag{3.16}
$$

그리고 교량수명이 설계수명보다 긴 경우 편익가치의 확률에 대한 항은 식(3.17)과 같이 교량수명이 설계수명보다 크게 될 확률이다.

$$
\begin{aligned}
\Pr(t_d \le T \mid \beta) &= \sum_{t=t_d}^{\infty} p(t \mid \beta) = 1 - \sum_{t=0}^{t_d - 1} p(t \mid \beta) \\
&= 1 - [p(0 \mid \beta) + p(1 \mid \beta) + \ldots + p(t_d - 1 \mid \beta)] \\
&= 1 - P_f(\beta_1) \cdot \left[1 + (1 - P_f(\beta_1))^1 + \ldots + (1 - P_f(\beta_1))^{t_d - 1}\right] \\
&= 1 - P_f(\beta_1) \cdot \frac{1 - (1 - P_f(\beta_1))^{t_d}}{1 - (1 - P_f(\beta_1))} \\
&= (1 - P_f(\beta_1))^{t_d}
\end{aligned} \tag{3.17}
$$

따라서 주어진 신뢰도지수에 따른 기대편익가치는 식(3.18)과 같다.

$$
\begin{aligned}
E[B] = B(0) \cdot p(0 \mid \beta) + B(1) \cdot p(1 \mid \beta) + \ldots + B(t_d - 1) \cdot p(t_d - 1 \mid \beta) + \\
+ B(t_d \le T) \cdot \Pr(t_d \le T \mid \beta)
\end{aligned} \tag{3.18}
$$

그리고 위의 식에 각각 해당하는 값들을 대입하고 각 년도에 해당하는 편익가치 B_i 가 같은 변수들끼리 모아 수식을 정리하면 최종적으로 기대편익가치는 식(3.19)과 같다.

$$E[B]=\sum_{i=1}^{t_d} B_i \cdot \left(1-P_f(\beta_1)\right)^i \qquad (3.19)$$

3.4.2 신뢰도지수에 따른 기대 유지관리비용

본 절에서는 신뢰도지수에 따른 설계수명 동안의 기대유지관리비를 구하고자 한다. 기본적인 기대 유지관리비의 확률에 대한 항은 식(3.13)에 의하여 교량수명에 대한 확률질량함수로 정의된다. 기대유지관리비용에 대한 계산은 앞서 3.4.1 절과 같지만 발생하는 유지관리비용이 신뢰도지수의 함수이라는 점이 다르다. 교량수명에 대하여 가질 수 있는 값의 경우는 0에서 무한대까지 가능하기 때문에 편익가치는 식(3.20)과 같이 표현할 수 있다.

$$M(\beta) \in \{M(0,\beta), M(1,\beta), M(2,\beta), \ldots, M(t_d,\beta), \ldots\} \qquad (3.20)$$

그리고 i 번째 년도에 해당하는 유지관리비용을 $M_i(\beta)$ 이라고 하면 유지관리비용 $M(i,\beta)$ 의 설계수명 동안 발생할 수 있는 비용은 식(3.21)과 같이 표현할 수 있다. 여기서 편익가치함수는 설계수명에 대한 유지관리비용만 고려하기 때문에 교량수명이 설계수명보다 긴 경우에 대해서는 설계수명에 대한 유지관리비용만 생기게 된다.

$$
\begin{aligned}
&M(0,\beta)=M_0(\beta)=0\\
&M(1,\beta)=M_0(\beta)+M_1(\beta)\\
&\quad\vdots\\
&M(t_{d-1},\beta)=M_0(\beta)+M_1(\beta)+M_2(\beta)+\ldots+M_{t_d-1}(\beta)\\
&M(t_d\le T,\beta)=M_0(\beta)+M_1(\beta)+M_2(\beta)+\ldots+M_{t_d}(\beta)
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

교량의 공용수명이 설계수명보다 긴 경우 설계수명 동안의 유지관리 비용만 발생하기 때문에 식(3.17)과 같이 확률에 대한 항은 공용수명이 설계수명보다 크게 될 확률들의 합이다. 따라서 신뢰도지수에 따른 기대 유지관리비용은 식(3.22)과 같다.

$$
\begin{aligned}
E[M(\beta)]=&M(0,\beta)\cdot p(0\mid\beta)+\ldots+M(t_d-1,\beta)\cdot p(t_d-1\mid\beta)+\\
&+M(t_d\le T,\beta)\cdot \Pr(t_d\le T\mid\beta)
\end{aligned}
\tag{3.22}
$$

그리고 위의 식에 각각 해당하는 값들을 대입하고 편익가치와 동일한 방식으로 수식을 정리하면 최종적으로 주어진 신뢰도지수에 따른 기대유지관리비용은 식(3.23)과 같이 정리된다.

$$
E[M(\beta)]=\sum_{i=1}^{t_d}M_i(\beta)\cdot\left(1-P_f(\beta_1)\right)^i \tag{3.23}
$$

3.4.3 신뢰도지수에 따른 기대 건설비용

다음은 신뢰도지수에 따른 건설비용을 구하고자 한다. 일반적으로 기대 건설비용의 확률은 식(3.13)에 의하여 교량 공용 수명에 대한 확

률로 정의되지만, 건설비용의 경우 교량의 공용수명이 가질 수 있는 모든 경우에 같은 건설비용이 발생한다. 그리고 교량은 신뢰도를 만족하도록 건설되기 때문에 발생하는 건설비용은 신뢰도지수의 함수이다. 따라서 모든 교량수명 $T = \{0,1,2,...,\infty\}$ 에 대하여 발생하는 비용이기 때문에 기대건설비용 $C(\beta)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[C(\beta)] &= \sum_{t \in T} C(\beta) \cdot p(t \mid \beta) \\ &= C(\beta) \cdot \Pr(t \in T \mid \beta) \end{aligned} \tag{3.24}$$

그리고 확률은 확률공간상의 모든 경우이기 때문에 앞서 계산 식 (3.14)과 같이 $p(t \in T \mid \beta) = 1$ 이다. 따라서 최종적으로 주어진 신뢰도지수에 따른 기대 건설비용은 다음과 같다.

$$E[C(\beta)] = C(\beta) \cdot 1 = C(\beta) \tag{3.25}$$

3.4.4 신뢰도지수에 따른 기대 사고비용

다음은 신뢰도지수에 따른 설계수명 동안의 기대 사고비용을 구하고자 한다. 먼저 교량에 사고가 일어나게 되면 사고로부터 발생되는 비용은 교량 공용수명과 무관한 비용이 발생한다고 볼 수 있다. 그리고 해당 교량의 안전에 대한 중요도와 건설비용 면에서 보면 사고비용은 교량의 신뢰도의 함수가 되어 $D(\beta)$ 이 된다. 사고비용이 건설비용에 의하여 결정되고, 따라서 건설비용과 같이 신뢰도지수의 함수로 표현된다는 부분

에 대하여 6장에서 자세히 논의한다.

편익가치함수에서는 설계수명 동안 발생하는 사고비용을 $D(\beta)$ 로 고려하고, 설계수명 후의 모든 가치를 잔존가치 $R(\beta)$ 로 고려하기 때문에 설계수명 이후의 사고비용 $D(\beta)$ 는 0이다. 따라서 $t_d \geq T$ 의 경우 $D(\beta)=0$ 이고, $t_d < T$ 의 경우 $D(\beta)$ 가 그대로 발생된다. 그리고 $D(\beta)$ 가 발생할 확률은 교량의 수명이 설계수명 보다 작은 모든 확률밀도함수의 합으로 식(3.26)과 같다.

$$\begin{aligned}\Pr(t_d < T \mid \beta) &= \sum_{t=0}^{t_d-1} p(t \mid \beta) \\ &= P_f(\beta_1)\cdot\left[1+(1-P_f(\beta_1))^1+\ldots+(1-P_f(\beta_1))^{t_d-1}\right] \\ &= P_f(\beta_1)\cdot\frac{1-(1-P_f(\beta_1))^{t_d}}{1-(1-P_f(\beta_1))} = 1-(1-P_f(\beta_1))^{t_d}\end{aligned} \tag{3.26}$$

그리고 교량수명이 설계수명보다 긴 경우의 확률의 합은 식(3.16)과 같다. 따라서 최종적으로 주어진 신뢰도지수에 따른 기대 사고비용은 식(3.27)과 같다.

$$\begin{aligned}E[D(\beta)] &= D(\beta)\cdot\Pr(t_d < T \mid \beta)+0\cdot\Pr(t_d \geq T \mid \beta) \\ &= D(\beta)\cdot\left(1-(1-P_f(\beta_1))^{t_d}\right)+0\cdot\Pr(t_d \geq T \mid \beta) \\ &= D(\beta)\cdot\left(1-(1-P_f(\beta_1))^{t_d}\right)\end{aligned} \tag{3.27}$$

3.4.5 신뢰도지수에 따른 기대 잔존가치

다음은 신뢰도지수에 따른 설계수명 시점에서의 구조물의 기대 잔존가치를 구하고자 한다. 교량의 잔존가치는 사고비용과 반대로 교량 수명이 설계수명보다 작을 경우에 생기지 않고 교량수명이 설계수명보다 긴 경우에만 잔존가치가 생기게 된다. 따라서 $t_d < T$ 의 경우 $R(t_d) = 0$ 이고, $t_d \geq T$ 의 경우 $R(t_d)$ 가 그대로 발생된다. 그리고 $R(t_d)$ 가 발생할 확률은 교량 수명이 설계수명보다 긴 모든 확률밀도함수의 합이며 전체적인 확률 공간상의 합이 1이라는 것과 식(3.26)을 이용하면 식(3.28)과 같다.

$$\begin{aligned} \Pr(t_d \geq T \mid \beta) &= 1 - \Pr(t_d < T \mid \beta) \\ &= 1 - \left[1 - (1 - P_f(\beta_1))^{t_d}\right] \\ &= (1 - P_f(\beta_1))^{t_d} \end{aligned} \tag{3.28}$$

따라서 최종적으로 주어진 신뢰도지수에 따른 기대 잔존가치는 식(3.29)과 같다.

$$\begin{aligned} E[R(t_d)] &= 0 \cdot \Pr(t_d < T \mid \beta) + R(t_d) \cdot \Pr(t_d \geq T \mid \beta) \\ &= 0 \cdot \left[1 - (1 - P_f(\beta_1))^{t_d}\right] + R(t_d) \cdot \Pr(t_d \geq T \mid \beta) \\ &= R(t_d) \cdot (1 - P_f(\beta_1))^{t_d} \end{aligned} \tag{3.29}$$

3.5 편익가치함수에서의 순편익가치

앞서 정리한 신뢰도지수에 따른 기대 편익가치, 유지관리비, 건설비용, 사고비용 그리고 잔존가치를 대입하여 최종적으로 신뢰도지수에 따른 기대 편익가치함수를 정리하면 식(3.30)과 같다.

$$\begin{aligned} E[Z(\beta)] &= E[B] - E[M(\beta)] - E[C(\beta)] - E[D(\beta)] + E[R(t_d)] \\ &= \sum_{i=1}^{t_d} B_i \cdot \left(1 - P_f(\beta_1)\right)^i - \sum_{i=1}^{t_d} M_i(\beta) \cdot \left(1 - P_f(\beta_1)\right)^i - \\ &\quad - C(\beta) - D(\beta) \cdot \left(1 - \left(1 - P_f(\beta_1)\right)^{t_d}\right) + R(t_d) \cdot \left(1 - P_f(\beta_1)\right)^{t_d} \end{aligned} \tag{3.30}$$

여기서 B_i는 i번째 년도에 해당하는 편익가치이고, $M_i(\beta)$는 i번째 년도에 해당하는 유지관리비용이다. 그리고 $C(\beta)$, $D(\beta)$와 $R(\beta)$는 각각 신뢰도지수에 따른 건설비용, 사고비용과 잔존가치이다.

위의 식(3.30)에서 개념적으로 편익가치와 유지관리비용을 $B_i - M_i(\beta) = B_i^{net}$로 쓰게 되면 이는 i번째 년도에 해당하는 순편익가치가 되고, 전체 교량 수명에 대한 편익가치와 유지관리비용에 대해서 $B - M(\beta) = B^{net}$는 교량 수명 동안에 대한 순편익가치가 된다. 그리고 이는 i번째 년도에 해당하는 순편익가치가 매년 일정하게 얻어진다고 가정하면 $B_i^{net} \approx B^{net}/t_d$이 되기 때문에 최종적으로 기대순편익가치는 식(3.31)과 같다.

$$
\begin{aligned}
E[B(\beta)]-E[M(\beta)] &= \sum_{i=1}^{t_d}\left(B_i - M_i(\beta)\right)\cdot\left(1-P_f(\beta_1)\right)^i \\
&= \sum_{i=1}^{t_d} B_i^{net}\cdot\left(1-P_f(\beta_1)\right)^i \\
&\approx \frac{B^{net}}{t_d}\cdot\sum_{i=1}^{t_d}\left(1-P_f(\beta_1)\right)^i \\
&= \frac{B^{net}}{t_d}\cdot\frac{\left(1-P_f(\beta_1)\right)\cdot\left(1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t_d}\right)}{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)} \\
&= \frac{B^{net}}{t_d}\cdot\left[\frac{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t_d}}{P_f(\beta_1)}-\frac{P_f(\beta_1)\cdot\left(1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t_d}\right)}{P_f(\beta_1)}\right] \\
&= \frac{B^{net}}{t_d}\cdot\left[\frac{1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t_d}}{P_f(\beta_1)}-\left(1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t_d}\right)\right]
\end{aligned}
\tag{3.31}
$$

여기서 유지관리비용은 신뢰도지수의 함수이지만 순편익가치는 신뢰도지수의 함수가 아니다. 따라서 순편익가치 B^{net} 만 적당한 범위에서 해석한다면 다양한 경우의 편익가치 B 와 유지관리비 $M(\beta)$ 를 순편익가치로 해석이 가능해진다. 그리고 주어진 신뢰도지수 β 에 대한 교량공용수명이 t 일 확률인 식(3.13)을 이용하여 연간파괴확률과 설계수명 동안의 파괴확률간의 관계 유도하면 식(3.32)과 같다.

$$
\begin{aligned}
1-\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t_d} &= \left(1-P_f(\beta)\right) \\
\left(1-P_f(\beta_1)\right)^{t_d} &= 1-P_f(\beta) \\
1-P_f(\beta_1) &= \left(1-P_f(\beta)\right)^{1/t_d}
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

최종적으로 편익가치함수에서의 연간파괴확률을 설계수명 동안의 파

괴확률간의 관계식(3.32)에 대입하면 편익가치함수는 식(3.33)과 같이 구해진다. 그리고 이 식에서는 설계수명 동안에 해당하는 파괴확률과 각 가치들에 대한 관계를 개념적으로 확인할 수 있다.

$$E[Z(\beta)] = B^{net} \cdot P_{B^{net}}(\beta) - C(\beta) - D(\beta) \cdot P_f(\beta) + R(t_d) \cdot \left(1 - P_f(\beta)\right)$$

$$P_{B^{net}}(\beta) = \frac{1}{t_d}\left[\frac{P_f(\beta)}{1-\left(1-P_f(\beta)\right)^{1/t_d}} - P_f(\beta)\right] \qquad (3.33)$$

위 식에서 $P_{B^{net}}(\beta)$는 순편익가치 B^{net}의 확률에 대한 항이고, $P_f(\beta)$는 설계수명 기간에 해당하는 파괴확률이며, $1-P_f(\beta)$는 설계수명 기간에 해당하는 비파괴확률이다. 따라서 위의 식을 해석하면 잔존가치는 설계수명 동안 안전해야 하며, 사고비용은 설계수명 동안 사고가 일어났을 경우 발생하게 된다. 이는 중간에 몇 가지 가정이 들어갔지만 개념적으로 정확히 설계수명에 대한 편익가치함수가 됨을 확인할 수 있다.

제 4 장 신뢰도지수에 따른 건설비용

4.1 건설비용 가정

일반적으로 신뢰도지수에 따른 교량 총 건설비용을 식(4.1)과 같이 신뢰도지수에 무관한 비용과 신뢰도지수에 따라 직접적으로 변화하는 비용의 합으로 가정할 수 있다.

$$C(\beta) = C_{\text{fixed}} + C_{\text{variable}}(\beta) \tag{4.1}$$

여기서 C_{fixed} 는 건설비용에 있어서 신뢰도지수에 무관하게 발생되는 비용들 (토지조사비용, 측량비용, 설계비용, 임시 건설비용, 조립 작업비용, 관리비, 감리비용, 보상비용 등)의 합이다. 따라서 일반적인 C_{fixed} 는 신뢰도지수와 독립적인 비용이다. 그리고 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 는 건설비용에 있어서 신뢰도지수와 직접적으로 관계 있는 비용들 (재료비, 거푸집, 토사 등 각 물량에 관한 비용들, 작업비용, 운반비용 등)의 합이다. 따라서 C_{fixed} 는 신뢰도지수와 독립하지 않고 신뢰도지수에 의존하는 비용이다.

그리고 일반적인 구조물에서는 신뢰도지수와 관계 있는 비용들의 합 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 의 신뢰도지수를 만족하도록 구조물의 저항을 확보하는데 사용되는 비용들이다. 따라서 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 는 신뢰도지수에 따른 요구저항과 직접적으로 식(4.2)과 같이 비례 관계가 있다고 볼 수 있다.

$$C_{\text{variable}}(\beta) \propto (S_p(\beta))_0 \qquad (4.2)$$

여기서 $(S_p)_0$는 공칭저항강도이고, p는 각 구조부재 RC, ST, PC를 의미한다. 그리고 $(S_p(\beta))_0$는 신뢰도지수를 만족하도록 하는 요구공칭저항강도이다. 위의 식에서 신뢰도지수에 따른 요구저항이 달라진다고 해서 무조건 건설비용도 비례적으로 달라지는 것은 아니다. $C_{\text{variable}}(\beta)$는 각 물량과 작업량에 해당 단가를 곱하여 종합한 값이다. 또한, 각 물량과 작업량에 대한 단가가 서로 다르기 때문에 각 물량과 작업량이 서로의 비율을 유지한 상태에서 전체 건설비용이 선형비례관계를 가지게 된다. 따라서 신뢰도지수에 따른 건설비용 $C_{\text{variable}}(\beta)$와 신뢰도지수에 따른 공칭저항강도 $(S_p(\beta))_0$가 선형적인 비례관계를 유지할 수 있다. 즉, 각 물량과 작업량의 전체비용에 대한 비중이 같은 케이스 안에서 요구저항과 건설비용이 서로 비례관계를 가지게 된다.

예를 들어 단순보는 보의 단면에 대한 폭과 높이 비율과 철근비는 유지되어야 하며, 비용 $C_{\text{variable}}(\beta)$와 저항강도 $(S_p(\beta))_0$는 선형적으로 비례하게 된다. 그리고 저항을 발효하는 구조계의 성질이 그대로 유지되면서 신뢰도지수로써 비례관계가 유지된다. 반면 보의 폭과 높이 비율이나 철근비가 달라지게 되면 저항강도를 발효하는 구조 시스템의 특성이 달라지기 때문에 선형적인 비례 관계를 가지지 못하게 된다. 일반적으로 어떠한 적절한 효율적인 부재, 단면, 철근비를 적용하기 때문에 비율대

로 설계되고, 따라서 신뢰도지수에 따른 건설비용 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 과 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항 $(S_p(\beta))_0$ 이 선형적인 비례관계를 유지하게 된다.

전체적인 건설비용 면에서 보면 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 을 따라서 높은 신뢰도지수를 만족하기 위해서는 물량과 작업량이 늘어나게 되고, 더 낮은 신뢰도지수를 만족하게 된다면 물량이 줄어들며 작업량도 감소하게 된다. 따라서 요구되는 물량과 작업량을 제대로 수행하기 위하여 간접적으로 C_{fixed} 도 올라가거나 줄어들게 된다. 따라서 신뢰도지수와 무관하게 발생되는 비용들 C_{fixed} 도 신뢰도지수와 완전한 독립이라고 할 수 없고 간접적인 효과를 가지고 있다. 실제로 한국개발연구원 공공투자관리센터(2021)에 의하면 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 에 대하여 설계비 요율, 책임감리비 요율, 시설부대비 요율을 적용하여 전체전인 C_{fixed} 을 계산하고 있다. 이와 같이 각 비용에 대하여 요율을 적용한다는 것은 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 에 대한 간접적인 효과를 반영한 것으로 파악된다. 그러나 C_{fixed} 이 포함하고 있는 보상비용은 기본적으로 토지보상비용과 기타 지장물을 제거하는 비용으로 구성된다. 이는 상황에 따른 변동성이 크기 때문에 편익가치함수에서 제외시켜 다음과 같은 가정을 하게 된다. 건설 초기에 지장물이 없는 토지를 가지고 있다고 가정하여 건설비용을 정의하고 교량을 설계수명 동안 사용한 후 토지를 장애물이 없는 원래의 상태로 복귀 할 수 있으며, 잔존가치에서 교량 폐기비용이 추가로 고려된다. 따라서 신뢰도지수에 무관

하게 발생되는 비용 C_{fixed} 는 보상비용을 제외한 비용을 의미한다.

앞서 정의한 신뢰도지수에 무관하게 발생되는 비용 C_{fixed} 는 대부분이 경우 총 물량에 의거하여 산출되는 경우가 일반적이다. 먼저 목표신뢰도지수를 만족하도록 하는 저항이 산출되고, 요구저항을 확보할 수 있는 물량과 작업량이 산출된다. 산출된 물량과 작업량을 수행할 수 있는 관리, 감독, 임시건설 등에 요구되는 비용들이 발생하기 때문에 C_{fixed} 는 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 에 대하여 비례 관계를 가진다고 볼 수 있다. 그리고 앞서 언급된 바와 같이 $C_{\text{variable}}(\beta)$ 는 신뢰도지수에 따른 요구저항과 비례 관계를 가지고 있기 때문에 C_{fixed} 도 간접적으로 신뢰도지수에 따른 요구저항강도와 비례 관계를 가진다.

$$C_{\text{fixed}} \propto C_{\text{variable}}(\beta) \propto (S_p(\beta)_0 \qquad (4.3)$$

따라서 전체적인 건설비용 $C(\beta)$ 도 신뢰도지수에 따른 요구저항강도와 비례관계를 가진다고 할 수 있게 되고 식(4.4)과 같이 신뢰도지수에 따른 건설비용이 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항과 비례관계를 가진다고 가정하였다.

$$C(\beta) \propto (S_p(\beta))_0 \qquad (4.4)$$

전체적으로 건설비용과 요구공칭저항 간의 선행 비례관계에 대한 상

수를 k_0로 표기하면 근사적으로 건설비용을 $C(\beta) \approx k_0 \cdot (S_p(\beta))_0$로 나타낼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 근사적인 건설비용을 식(4.5)과 같이 가정하여 해석 및 최적화 하였다.

$$C(\beta) = k_0 \cdot (S_p(\beta))_0 \tag{4.5}$$

4.2 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구저항강도

앞서 2장에서 소개된 선형 한계상태식 표준화에서는 공칭저항강도를 총 하중효과의 합으로 표준화하였다. 이와 같이 총 하중효과에 대하여 표준화하면 각 하중에 대한 상대적인 크기를 이용하여 구조계의 특성과 무관하게 한계상태식을 정의할 수 있다는 장점이 있다. 이와 같은 특징은 앞서 나온 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항 $(S_p(\beta))_0$는 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구공칭저항 $(S_p(\beta))_0$와 식(4.6)과 같은 강력한 비례관계를 계속 유지할 수 있다.

$$\begin{aligned} (S_p(\beta))_0 &\propto (\bar{S}_p(\beta))_0 \\ (S_p(\beta))_0 &= k_1 \cdot (\bar{S}_p(\beta))_0 \end{aligned} \tag{4.6}$$

여기서 k_1는 총 하중효과의 합이며, 개념적으로 신뢰도지수에 따른 표준화된 공칭저항과 표준화되지 않는 공칭저항강도의 비례상수이다. 따

라서 전체적인 건설비용에 대한 표준화된 공칭요구강도는 식(4.7)과 같다.

$$C(\beta) = k_0 \cdot (S_p(\beta))_0 = k_0 \cdot k_1 \cdot (\overline{S}_p(\beta))_0 \qquad (4.7)$$

표준화된 공칭요구강도는 역신뢰도해석에서 정한 요구신뢰도지수에 만족하도록 하는 저항강도이다. 따라서 각각 신뢰도지수에 대한 표준화된 공칭저항강도를 역신뢰도해석을 통하여 구할 수 있다. 그리고 역신뢰도 해석하기 위하여 고정하중 한계상태 (LS-1)과 활하중한계상태 (LS-2)에 대한 대표적인 고정하중비와 DC 하중비를 결정해야 된다.

Lee (2019)에 의하면 국내 여러 형식의 12개 중단경간 교량의 설계지배단면에서의 하중비를 조사하여 그림 4.1과 같이 고정하중비 ξ와 DC 하중비 η에 대하여 도시하였다. 조사 대상 중단경간 교량에서는 대부분의 경우 고정하중비가 0.55보다 크고, DC 하중비는 0.6과 0.95 사이에 형성되고 있다. 이 범위는 중단경간 교량 대상으로 한 조사 결과지만 장경간 교량에서도 유효할 것으로 추측된다. 거더의 경우 일반적으로 중단경간 교량의 경우 0.55보다 크고, 장경간 교량의 경우 0.55보다 작다 (이해성, 2019). 이는 고정하중 한계상태 (LS-1)의 경우 고정하중비가 0.55보다 크고, 활하중 한계상태 (LS-2)의 경우 고정하중비가 0.55보다 작다는 의미가 된다. 따라서 표 4.1은 역신뢰도해석을 위한 고정하중 한계상태 (LS-1)과 활하중 한계상태 (LS-2)의 각 고정하중비 ξ와 DC 하중비 η에 대한 일반적인 지배 영역이다.

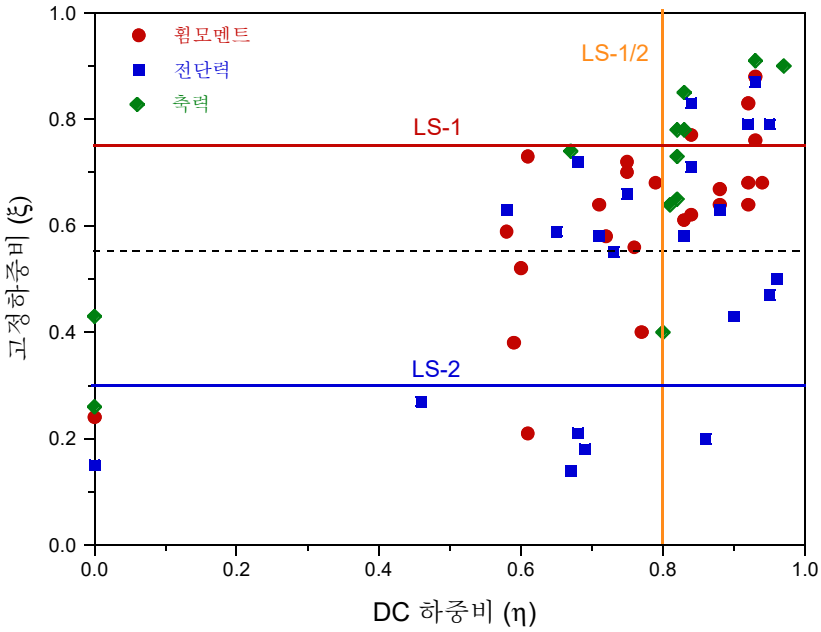

그림 4.1 중단경간 교량의 설계 지배단면에서의 하중비 분포

표 4.1에서 제시한 각 하중비 영역에서 해석에 적용을 위한 대표적인 하중비를 선택했다. 본 연구에서는 코드캘리브레이션과 같이 모든 영역을 커버하는 하중-저항계수를 구하는 것 보다는 신뢰도지수와 건설비용에 대한 일반적인 관계를 구하고자 하기 때문에 가장 대표적인 하중비에 대한 표준화된 공칭요구강도를 해석하는 것이 적절하다.

표 4.2은 역신뢰해석에 적용한 저항강도 및 하중효과에 대한 국내 통계특성이다. 통계특성들은 각 출처 및 Lee(2014, 2018, 2019), 송상원(2019) 등 여러 논문에서 참고자료로 활용되었기 때문에 본 연구의 역신뢰도해석에 적용에 있어서 적절한 것으로 판단된다.

표 4.1 역신뢰도해석에 적용한 대표 하중비

한계 상태	일반적인 지배 영역		대표 하중비	
	고정하중비	DC 하중비	고정하중비	DC 하중비
LS-1	$0.55 \le \xi \le 1.0$	$0.65 \le \eta \le 0.95$	0.75	0.8
LS-2	$0 \le \xi \le 0.55$	$0.65 \le \eta \le 0.95$	0.3	0.8

표 4.2 저항강도 및 하중효과의 국내 통계특성

확률변수		편심계수	변동계수	분포함수	출처
휨 저항강도	RC	1.229	0.130	대수정규	Paik 2009
	ST	1.180	0.093	대수정규	신동구 2006
	PC	1.056	0.073	대수정규	Paik 2009
전단 저항강도	RC	1.289	0.144	대수정규	Paik 2009
	ST	1.224	0.115	대수정규	Bae 2016
	PC	1.274	0.139	대수정규	Paik 2009
하중효과	DC	1.05	0.10	정규	Nowak 1999
	DW	1.00	0.25	정규	Nowak 1999
	LL	1.00	0.20	대수정규	이승한 2014

그림 4.2와 그림 4.3는 각각 휨모멘트와 전단력에 대한 LS-1의 역신뢰도해석을 통하여 구한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도이다. 그리고 그림 4.4와 그림 4.5는 각각 휨모멘트와 전단력에 대한 LS-2의 역신뢰도해석을 통하여 구한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도이다. 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도는 파괴확률에 대한 의미를 가지고 있기 때문에 신뢰도지수가 음(-)인 영역에서도 해석이 가능하다.

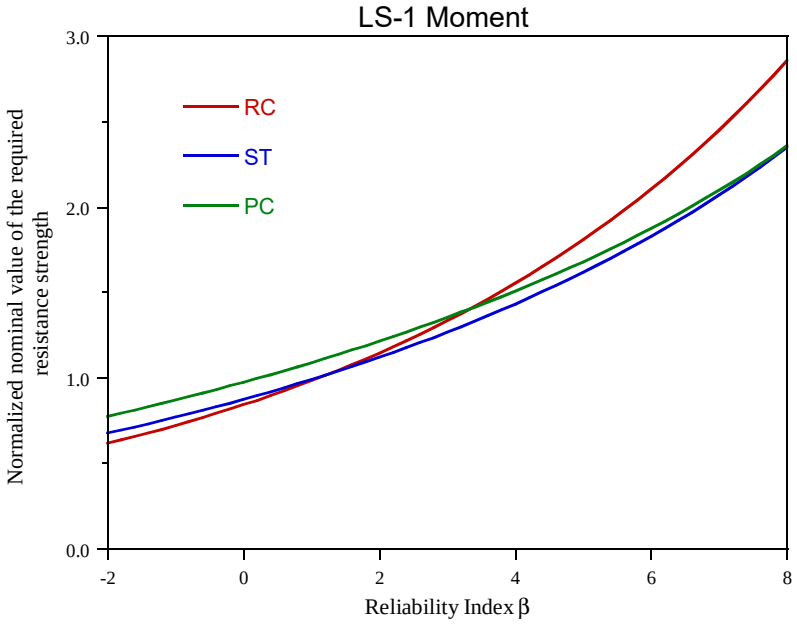

그림 4.2 LS-1 휨모멘트에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도

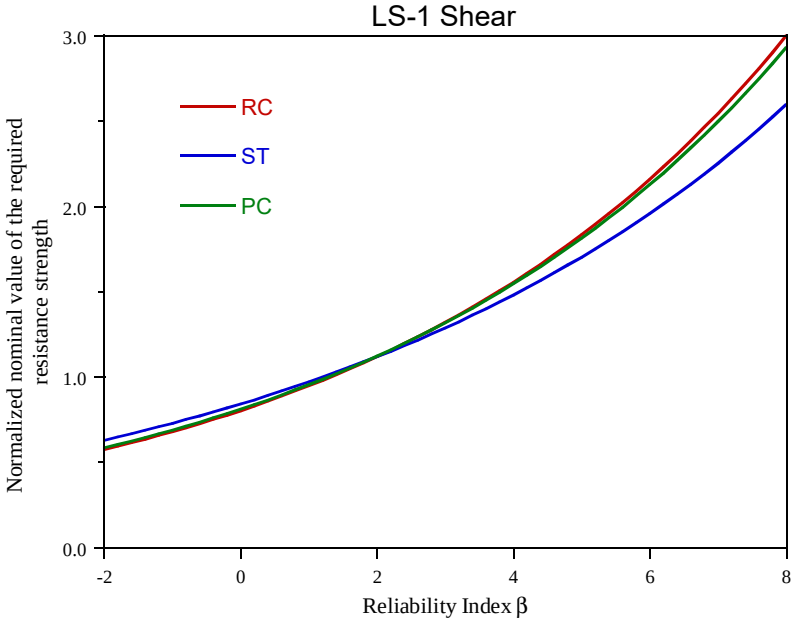

그림 4.3 LS-1 전단에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도

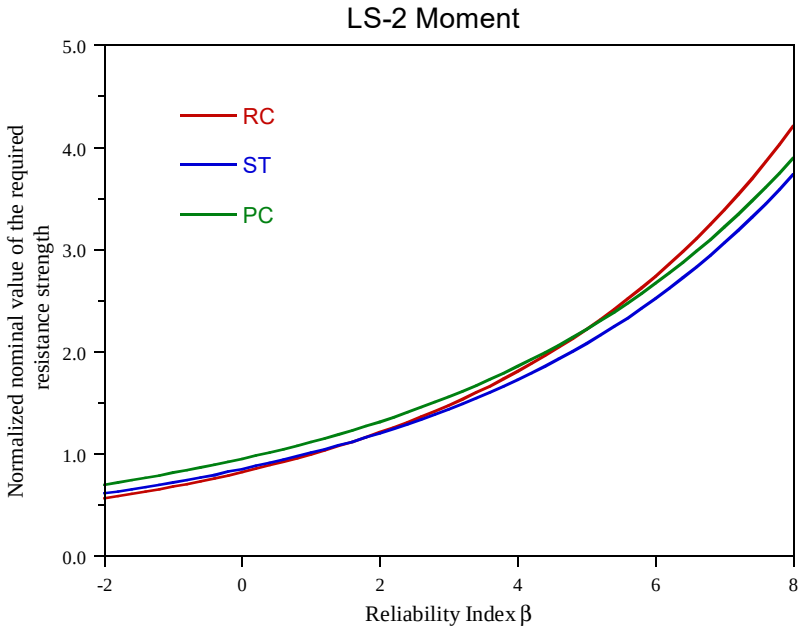

그림 4.4 LS-2 휨모멘트에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도

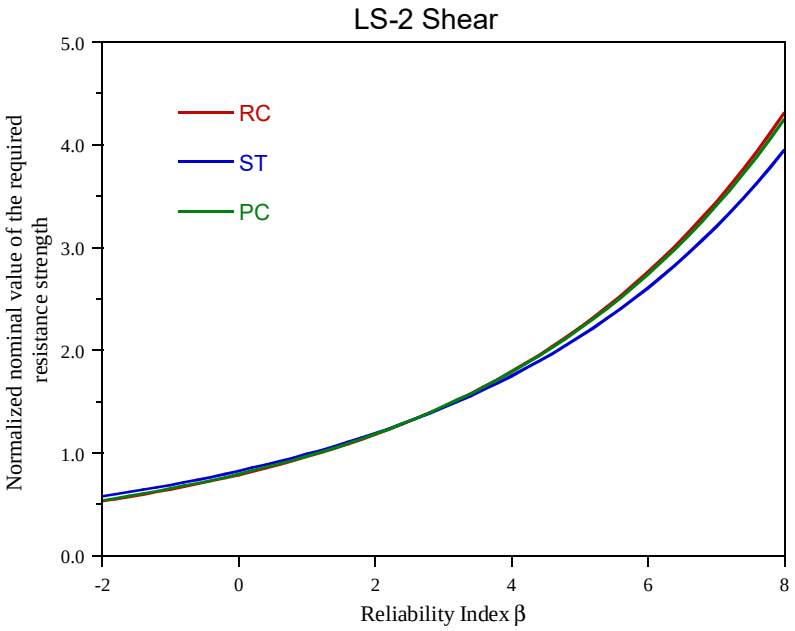

그림 4.5 LS-2 전단에 대한 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도

4.3 표준화된 요구저항강도와 신뢰도지수간의 관계

앞서 역신뢰도해석을 통하여 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구저항강도를 해석했고 본 절에서는 편익가치함수에 적용하여 목표신뢰도지수를 최적화를 위하여 신뢰도지수에 따른 표준화된 공칭요구저항강도를 신뢰도지수의 함수로 표현하여 최적화 해석을 더 간략화 하였다. 앞서 그림 4.2에서 그림 4.5의 결과를 보면 신뢰도지수에 따른 요구저항강도의 기본 경향성을 고려하여 몇 가지 함수로 가정했으나 사전에 검토한 결과 식(4.8)과 같은 지수함수(exponential function)과 가장 적합한 결과를 얻었다.

$$(\bar{S}_p(\beta))_0 = k_2 \cdot \exp(k_3 \cdot \beta) \qquad (4.8)$$

여기서 k_2 와 k_3 는 표준화된 공칭요구저항강도를 지수함수로 표현을 위한 상수이기 때문에 물리적인 의미는 없다. 그리고 각 한계상태 및 부재에서 상수 k_2 와 k_3 을 구하기 위하여 최소자승법(Least Square Method)을 적용하여 오차를 최소화하여 표 4.3과 같이 각 상수들을 구했다. 여기서는 편익가치함수 최적화에 있어서 중요한 범위를 신뢰도지수의 0에서 6 사이로 가정하고 이 범위에서 최소자승법을 적용했다. 그리고 신뢰도지수에 따른 표준화된 공칭요구저항강도를 지수함수로 가정하면서 그림 4.6에서 그림 4.9에 나타낸 바와 같이 역신뢰도해석을 통하여 구한 원래의 결과와 지수함수로 계산한 결과를 비교했다.

표 4.3 최소자승법에 의한 지수함수 상수

하중 및 부재		LS-1		LS-2	
		k_2	k_3	k_2	k_3
휨모멘트	RC	0.8434	0.1525	0.8048	0.2031
	ST	0.8750	0.1228	0.8323	0.1832
	PC	0.9759	0.1087	0.9270	0.1747
전단	RC	0.8056	0.1645	0.7697	0.2117
	ST	0.8454	0.1401	0.8057	0.1945
	PC	0.8145	0.1602	0.7779	0.2086

그림 4.6와 4.7는 각각 LS-1의 휨모멘트와 전단에 대한 비교 그림이다. 그리고 그림 4.8와 4.9는 각각 LS-2의 휨모멘트와 전단에 대한 비교 그림이다. 비교 그림들은 최소자승법에 의하여 결정된 표 4.3에서의 지수함수 상수들을 적용했다.

전체적으로 그림 4.6에서 그림 4.9에서는 신뢰도지수에 따른 요구공칭저항강도를 지수함수로 가정하면서 충분히 잘 표현하고 있으며, 최소자승법을 적용하지 않는 다른 범위에서도 잘 표현하고 있다. 따라서 가정한 함수가 충분히 사용 가능한 것으로 판단되었다.

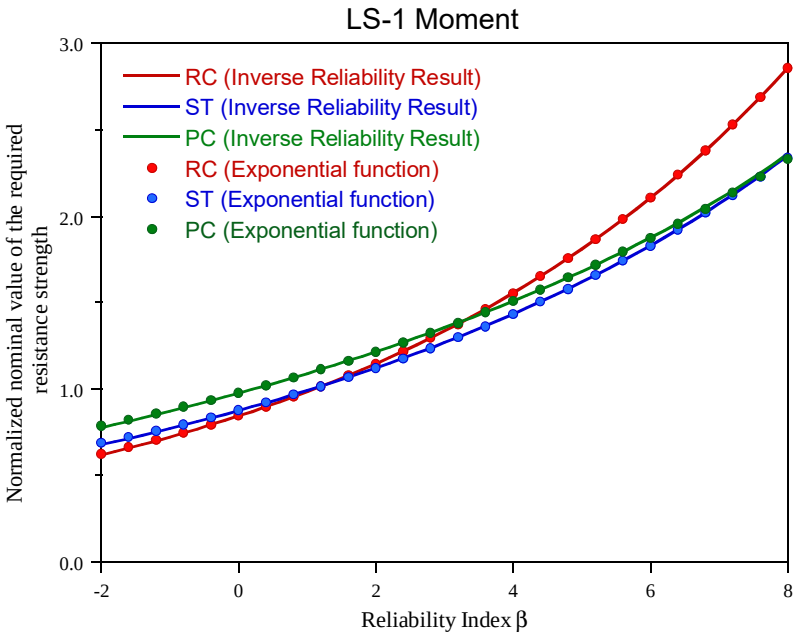

그림 4.6 LS-1 휨모멘트에 대한 요구공칭저항와 지수함수 결과

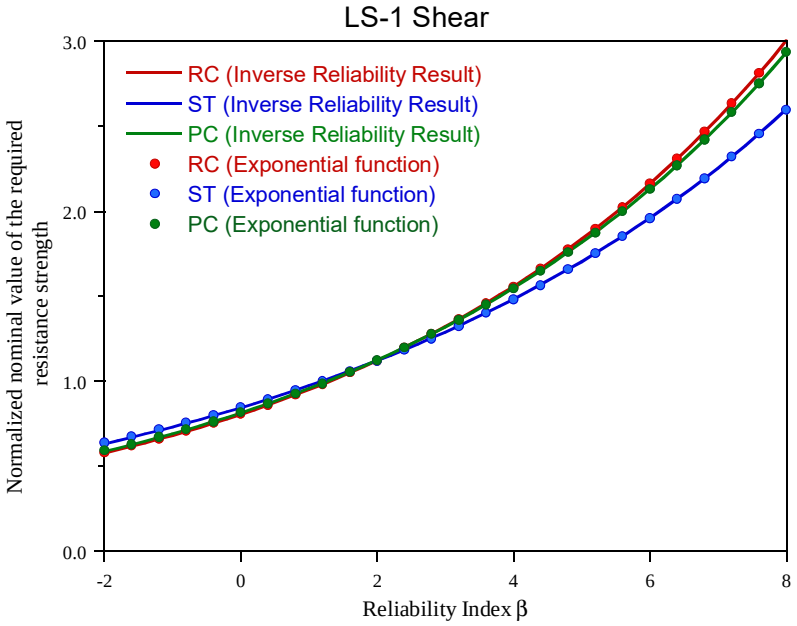

그림 4.7 LS-1 전단에 대한 요구공칭저항강도와 지수함수 결과

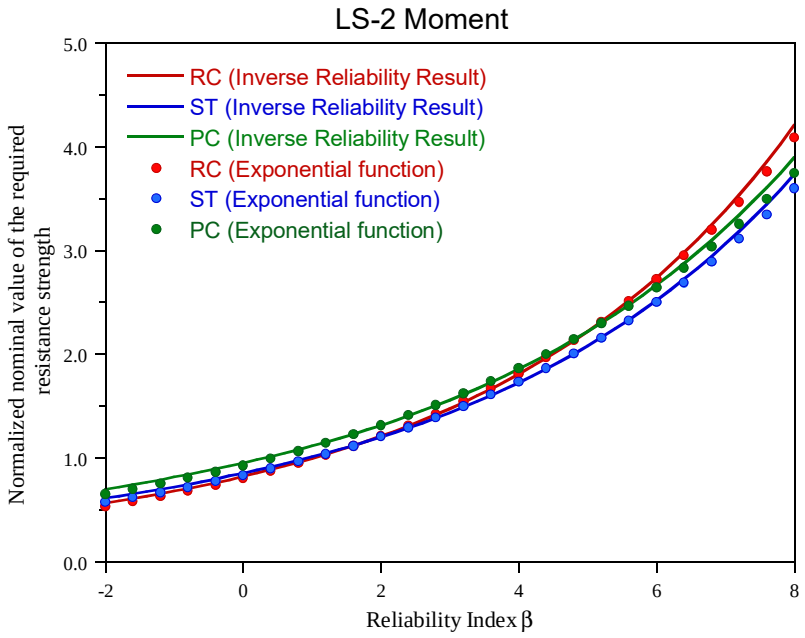

그림 4.8 LS-2 휨모멘트에 대한 요구공칭저항와 지수함수 결과

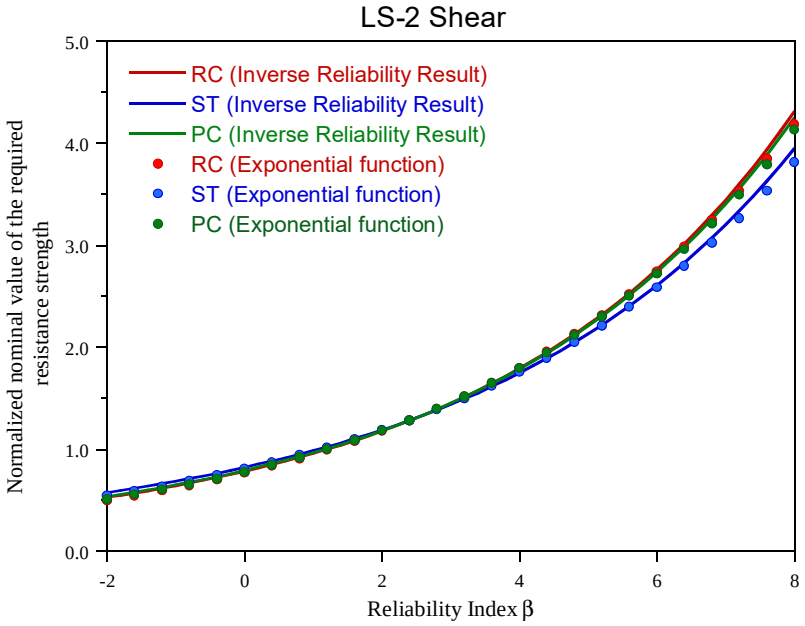

그림 4.9 LS-2 전단에 대한 요구공칭저항강도와 지수함수 결과

4.4 건설비용과 신뢰도지수간의 관계 검토

앞서 4.1 절에서의 신뢰도지수에 따른 건설비용과 요구 공칭저항강도에 대한 비례관계, 4.2 절에서의 표준화를 통한 건설비용과 표준화된 요구 공칭저항강도 관계에 대한 비례관계, 4.3 절에서의 역신뢰도해석을 이용하여 구한 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구 공칭저항강도와 지수함수로 표현한 최종적인 교량 건설비용은 식(4.9)와 같다.

$$\begin{aligned} C(\beta) &= k_0 \cdot (S_p(\beta))_0 \\ &= k_0 \cdot k_1 \cdot (\overline{S}_p(\beta))_0 \\ &= k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \exp(k_3 \cdot \beta) \end{aligned} \tag{4.9}$$

여기서는 k_0는 건설비용과 신뢰도지수에 따른 요구저항의 비례상수이고, k_1는 총 하중효과의 합이며 한계상태식 표준화에 대한 비례상수이다. 그리고 k_2와 k_3는 표준화된 요구저항강도를 표현을 위한 상수이다. 또한, 일반화를 위하여 $k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 = C_0$로 표현할 수 있다. 그러나 상수 C_0는 여러 변수의 복합적인 개념을 포함하고 있어서 정확한 물리적인 의미를 부여하기 어렵다. 다만 식(4.9)는 지수함수이기 때문에 수학적으로 상수 C_0의 의미를 신뢰도지수 0일 때의 건설비용이라 할 수 있다. 그리고 상수 C_0는 편익가치함수를 정규화 시킬 수 있는 중요한 상수이다.

본 절에서는 참고문헌 Ghasemi (2014)에서 언급된 실제 신뢰도지

수에 따른 건설비용을 적용하여 4.1 절에서 4.3 절까지 가정한 신뢰도지수에 따른 건설비용을 식(4.9)으로 가정할 수 있을지를 검토를 하고자 한다.

일반적으로 신뢰도지수에 따른 건설비용에 대하여 자료를 구하기 어렵기 때문에 대부분이 논문에서는 적절한 함수와 변수를 가정하고 있다. 때문에 신뢰도지수에 따른 건설비용을 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구저항강도와의 비례관계를 검증할 수 있는 자료가 부족한 실정이다. Target Reliability Analysis for Structures (Ghasemi, 2014)에서 신뢰도지수에 따른 ST 거더 부재의 신뢰도지수의 0에서 8까지 영역에서 각 해당하는 비용을 제철 업체 온라인 가격으로 산출하여 신뢰도지수에 따른 건설비용에 대한 최적 맞춤선 변수를 표 4.4과 같이 제시하였다. 논문에서는 Nucor-Yamato Steel Company (online price)을 기준으로 하여 강제 거더 길이 40ft, 60ft, 100ft의 경우 신뢰도지수에 따른 거더비용이 산출하여 신뢰도지수에 따른 거더비용을 제시하였다.

표 4.4 Target Reliability Analysis for Structures (Ghasemi, 2014)에서 제시한 강거더 비용함수

맞춤선 함수	$C(\beta)=a+b\beta$		$C(\beta)=a\times\exp(b\beta)$	
거더길이	a	b	a	b
L = 40ft (12.19m)	2.1333	0.5717	2.4255	0.1356
L = 60ft (18.28m)	3.4499	1.0404	4.1991	0.1333
L = 100ft (30.48m)	5.6567	1.3086	6.3620	0.1231

Ghasemi (2014)는 AASHTO 설계기준으로 건설비용함수를 제시했지만 본 연구에서 검토하고자 하는 건설비용이 신뢰도지수에 따른 요구저항강도로써 정의되었기 때문에 저항강도와 파괴확률 간의 물리적인 의미는 AASHTO와 도로교설계기준에서 동등하게 적용될 것으로 보고 검토를 수행했다.

본 논문에서 가정한 함수는 지수함수이기 때문에 Ghasemi (2014)의 제시한 두 가지 함수에서 선형함수와 비교하기 합리적이지 않다. 그리고 Ghasemi (2014)의 제시한 신뢰도지수에 따른 강거버 비용함수는 단경간 교량을 대상으로 했기 때문에 LS-1이 지배적이며, 강거더가 대상이기 때문에 휨모멘트가 지배적인 것으로 추측된다. 따라서 표 4.4에서의 지수함수와 비례관계를 그림 4.10과 같이 검토하였다. 그림 4.10은 강거더 비용과 LS-1 휨모멘트에 대한 표준화된 요구저항강도 비례관계 그림이다.

결론적으로 LS-1 휨모멘트에 대한 표준화된 요구저항과 비례관계가 강력하게 보인다. 따라서 LS-1 휨모멘트에 대하여 신뢰도지수에 따른 건설비용을 신뢰도지수에 따른 공칭요구저항강도에 비례 관계가 있음을 확인했다.

물론 강거더의 비용에 대해서만 검토를 했기 때문에 본 연구에서 대상으로 하고 있는 각 한계상태, 하중효과, 부재에 대하여 전체적으로 신뢰도지수에 따른 건설비용과 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구저항강도

가 비례한다고 확정하기 어렵지만 다른 한계상태, 하중효과, 부재에 대해서도 신뢰도지수에 따른 건설비용과 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구저항강도가 비례관계가 유지될 것으로 추측된다. 따라서 다른 한계상태, 하중효과, 부재에 대해서도 이와 같은 비례관계가 유지될 것으로 가정하고 본 연구에서 신뢰도지수에 따른 건설비용을 신뢰도지수에 따른 표준화된 요구저항강도로 표현하여 사용하였다.

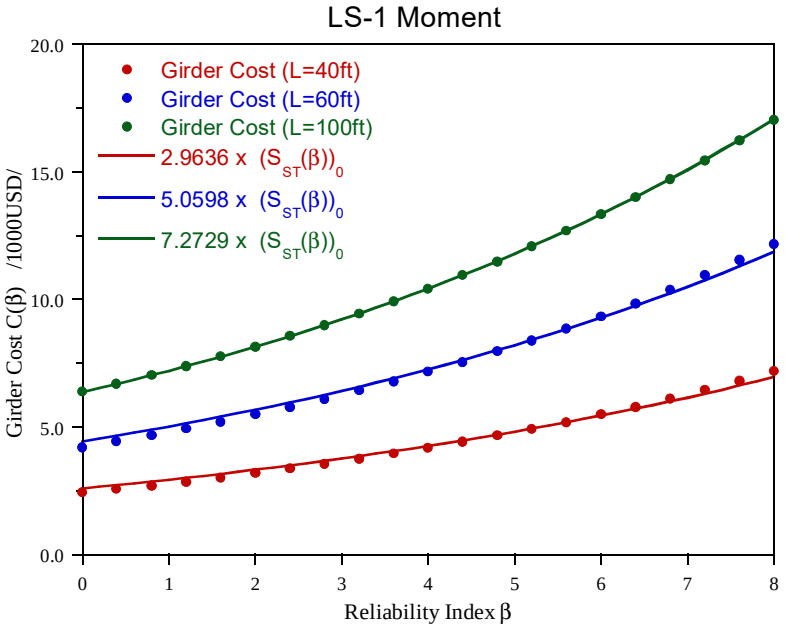

그림 4.10 강거더 비용과 LS-1 휨모멘트에 대한 표준화된 요구저항

제 5 장 교량구조물의 잔존가치

5.1 구조물의 잔존가치 가정

앞서 3장에서 교량구조물의 설계수명 동안의 모든 편익가치를 편익가치함수 $Z(\beta)$ 을 정의하고, 설계수명 이후의 모든 가치를 설계수명 시점에서 구조물의 전존가치로 정의하여 독립적으로 해석하였다. 이에 본 장에서는 교량구조물의 설계수명 시점에서의 잔존가치에 대하여 독립적으로 해석하고자 한다.

구조물의 잔존가치는 구조물 시공 이후 $t=0$ 시점에서는 초기투자비용인 건설비용과 같지만 시간에 따라서 어떠한 형태로 감소하게 된다. 이와 같이 시간에 따라서 구조물의 가치가 감소하는 형상을 감가상각이라 하고 일반적으로 제품의 어떠한 시점에서의 가치를 감가상각률을 이용하여 구한다. 그러나 교량구조물과 같은 긴 수명을 가지고 있는 제품에 대하여 정확한 감가상각률에 대한 자료와 연구가 드물다. 특히 도로교설계기준에서 교량 구조물의 설계수명을 100년으로 제시하기 때문에 시공 후 100년 공용된 구조물의 잔존가치를 구하기 어렵다.

일반적으로 중고 제품에 대한 가치를 시장에서의 활발한 거래에 의하여 결정되게 되지만 교량구조물의 경우 시장거래가 활발하게 이루어지지 않기 때문에 일반적인 감가상각에 의한 방법이 합리적이지 않다. 따라서 본 연구에서는 설계수명 시점에서의 구조물의 잔존가치를 완전경쟁

시장(Perfect competition)을 가정하여 해석하게 되었다.

어떤 자산에 대한 자산의 가치는 시장에서 소유와 공급에 의하여 결정되는 것이며, 구조물의 잔존가치도 경제 시장에서 결정된다고 할 수 있다. 따라서 완전경쟁(Perfect competition) 시장을 가정하면 설계수명 시점에서 자산의 실질 잔존가치 $R(t_d) = R(t_d, t_e)$을 식(5.1)과 같이 표현할 수 있다.

$$R(t_d) = R(t_d, t_e) = \sum_{i=t_d+1}^{t_e \in T_e} B_i^{net} - A + V_s \qquad (5.1)$$

위 식에서 B_i^{net}는 i번째 연도 순편익가치이고, V_s와 A는 각각 교량 구조물을 처분시 예상가액(scrap value)와 폐기비용 (demolition cost)이다. 교량 구조물을 폐기 처분 연도 $t_e \in T_e$는 개념적으로는 경제적 수명이다. 따라서 식(5.1)은 개념적으로 잔존수명 동안의 편익가치와 폐기시에 처분가액 및 폐기비용에 의하여 잔존가치는 결정된다.

먼저 구조물을 처분가액으로 토지가치를 생각할 수 있으나 앞서 건설비용 가정에서 건설 초기에 지장물이 없는 토지가 있다고 가정했기 때문에 토지가치는 예상가액이 되지 않는다. 그리고 강구조물의 경우 폐기처분하게 되면 철물에 대한 가액이 생길 수 있지만 다른 대부분 교량구조물의 경우 재활용 가능한 재료가 많지 않고 기술적으로도 어렵기 때문에 오히려 추가비용이 발생하게 된다. 따라서 일반적인 구조물에 대한

처분 가액이 신뢰도지수와 무관하기 때문에 잔존가치에서 제외시켰다.

설계수명 동안의 연간 순편익가치가 설계수명 이후에도 계속 동일하게 유지된다고 가정하면 i 번째 연도에 해당하는 순편익가치 B_i^{net} 을 연간 순편익가치 B^{net}/t_d 이라 표현할 수 있다. 따라서 설계수명 시점에서의 구조물의 잔존가치를 식(5.2)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} R(t_d) &= \sum_{i=t_d+1}^{t_e \in T_e} B_i^{net} - A \\ &\approx \frac{B^{net}}{t_d} \cdot m(t_d) - A \end{aligned} \tag{5.2}$$

위 식에서 $m(t_d)$ 는 설계수명 이후 교량을 공용하면서 경제적인 편익을 창출할 수 있는 경제적인 잔존수명이고 경제적인 수명 $t_e \in T_e$ 는 불확실성을 가지는 확률변수이다. 여기서 잔존수명 $m(t)$ 는 어떤 t 시점에서 확률적인 접근법을 적용하여 t 시점까지 제대로 사용했을 때 앞으로의 잔존수명에 대한 기대값인 $m(t) = E[T - t \mid T > t]$ 이로 정의할 수 있다(박동호 등, 2015). 따라서 평균잔존수명(mean residual lifetime)을 생존함수 $S_R(t)$ 을 이용하여 다시 쓰게 되면 식(5.3)과 같다. 평균잔존수명 식은 T 의 조건부 확률밀도함수를 생존함수를 이용하여 표현하였고, 부분적분을 이용하여 유도되었으며 생존함수 $S_R(t)$ 는 다음 절에서 설명한다.

$$
\begin{aligned}
m(t) &= E[T-t \mid T>t] \\
&= \int_t^{\infty} (u-t) f_{T \mid T>t}(u) du \\
&= \int_t^{\infty} (u-t) \frac{f(u)}{S_R(t)} du \\
&= \frac{1}{S_R(t)} \int_t^{\infty} u\, f(u) du - t \\
&= \frac{1}{S_R(t)} \int_t^{\infty} S_R(u) du
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

최종적으로 위의 식을 적용하여 설계수명 시점에서의 구조물의 잔존가치를 식(5.4)과 같이 나타낼 수 있다.

$$
\begin{aligned}
R(t_d) &\approx \frac{B^{net}}{t_d} \cdot m(t_d) - A \\
&= \frac{B^{net}}{t_d} \cdot \frac{1}{S_R(t_d)} \int_{t_d}^{\infty} S_R(t) dt - A
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

따라서 5.2 절에서는 잔존가치를 계산하기 위한 생존함수 및 생존분석 이론에 대하여 설명하고, 5.3 절에서는 교량구조물의 생존함수를 구하기 위한 통계자료의 한계점인 중도절단자료에 대하여 설명하고, 통계자료의 한계점을 극복하기 위한 Kaplan-Meier 분석 이론에 대하여 설명된다. 최종적으로 5.4 절에서는 실제 자료를 이용하여 실질적인 공용수명을 추출하고, 5.5 절에서는 생존분석을 통하여 교량구조물의 설계수명 시점에서의 평균잔존수명 $m(t_d)$ 을 구하는 내용이다. 그리고 교량구조물의 설계수명 시점에서의 평균잔존수명이 결정되면 식(5.4)에 의하

여 설계수명에서의 잔존가치 $R(t_d)$이 결정된다.

5.2 생존분석

생존분석(Survival analysis)은 관심이 있는 어떠한 사건이 발생할 때까지 경과된 시간을 분석한다. 생존분석은 사건을 정의하는 방식에 따라 여러 분야에서 사용되고 있으며, 본 연구에서는 교량을 여러 가지 이유로 철거되면서 실질적인 공용수명을 파악하고, 파악된 공용수명은 바로 교량의 경제적인 수명을 해석할 수 있기 때문에 실질적인 공용수명에 대하여 생존분석을 적용하고자 한다. 생존분석에서는 사건이 발생할 때까지 걸리는 시간을 생존시간(survival time)이라 한다. 따라서 생존시간은 교량의 실질적인 공용수명으로 가정할 수 있다.

일반적으로 생존시간의 흐름에 따라 사건발생률의 분포가 달라진다. 예를 들어, 교량 건설 10년 후 연간 철거율과 50년 후 연간 붕괴가 철거율이 다르다. 따라서 생존분석은 시간의 흐름에 따라 달라지는 사건발생률의 분포를 분석하여 사건발생을 시간의 함수로 모델링하여 어떠한 시점에서의 생존확률을 추정한다. 또한 여러 집단간의 사건발생까지의 시간의 차이를 분석한다. 예를 들어, 철근콘크리트 교량과 PSC 교량의 부식 발생까지 걸리는 시간을 분석할 수 있다. 그리고 생존분석을 어떠한 변수들이 사건발생까지의 시간에 미치는지 분석도 적용이 가능하다.

생존분석의 주요 관심 대상은 생존함수(survival function)이다. 본

논문에서는 생존함수 또는 신뢰도함수 $S_R(t)$ 이로 표기하였다. 생존함수 $S_R(t)$ 는 적어도(최소한) t 시점까지 생존할 확률로서 식(5.5)과 같이 정의된다. 일반적으로 생존시간이 0일 때 $S_R(0)=1$ 이고, 생존시간이 무한대까지 가면 $S_R(\infty)=0$ 이 된다. 여기서 T 는 생존시간(공용시간)의 확률변수이다.

$$S_R(t)=\Pr(T>t) \tag{5.5}$$

생존시간의 누적밀도분포함수 $F(t)$ 는 t 시점까지 사건의 발생확률이다. 따라서 생존시간의 누적밀도분포함수와 생존분포밀도함수는 식(5.6)과 같이 정의된다.

$$F(t)=\Pr(T\le t)=1-S_R(t) \tag{5.6}$$

5.3 Kaplan−Meier 분석

교량의 공용수명에 대한 자료는 정확한 생존시간에 대한 관측된 자료가 없기 때문에 직관적으로 생존시간의 누적밀도분포함수 $F(t)$ 이나 생존분포밀도함수 $f(t)$ 을 구하지 못한다. 교량의 준공 시점부터 철거시점까지 경과된 시간을 측정하여 기록해야 정확한 생존시간 t 을 관측을 관측할 수 있지만, 현실적으로 이런 자료 구축이 불가능하다. 따라서 현

재까지 축적된 자료에서는 이러한 생존에 대한 추적(follow up)이 되지 않는 특유의 결측값들이 존재하게 된다. 이런 특유의 결측값들을 가지고 있는 자료를 중도절단자료 (censored data)이라 한다.

중도절단 자료로부터 표본의 수명을 추정하기 위해서 가장 보편적으로 많이 사용되는 추정방법은 Kaplan과 Meier(1958)에 의하여 제안된 관측된 생존시간으로부터 생존함수 추정하는 비모수적인 기법으로서 Product limit estimator 방법으로도 인용된다 (박동호 등, 2015). Kaplan-Meier 분석에서 추정되는 생존함수 $\hat{S}_R(t)$ 는 식(5.7)과 같이 정의된다.

$$\hat{S}_R(t) = \prod_{i \le t}\left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right) = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \ldots \times p_{t-1} \times p_t$$
$$p_i = 1 - \frac{d_i}{n_i} \quad , \quad i = 1,2,\ldots,t \tag{5.7}$$

여기서 p_i, d_i, n_i 는 각각 i 시점에서의 생존비율, 사건을 가진 개체수, 위험 개체수를 의미한다. 그리고 수식에서 보는 바와 같이 i 시점에서의 생존비율은 1에서 i 시점에서의 위험율을 빼서 구할 수 있으며, i 시점에서의 위험율은 i 시점에서의 사건을 가진 개체수를 i 시점에서의 위험개체수로 나눠서 구할 수 있다. 여기서 위험개체수는 바로 직전 단계에서 생존한 생존자만을 의미한다. (김양진, 2013)

이와 같은 방법으로 Kaplan-Meier 분석은 생존함수 추정하는데 있

어서 비모수적이고 중도절단 자료들도 고려된다는 점에서 정확한 측정된 생존함수를 시각적으로 나타내는데 효과적이다. Kaplan-Meier 분석의 경우 생존함수곡선은 계단 형태로 나타나며, 생존곡선은 시간의 흐름에 따라 생존함수가 변해가는 추세를 시각적으로 확인할 수 있다.

5.4 교량 공용수명 추출

본 연구에서는 교량 공용수명에 대한 연구들과 통계자료를 조사한 결과 교량의 공용수명에 적용 가능한 자료를 확보하지 못했다. 따라서 통계 자료 가장 잘 수집되어 있다고 판단되는 “도로 교량 및 터널 현황 정보시스템” 자료를 활용하여 생존함수 추출하였다.

본 현황정보시스템에서는 2012부터 2020년까지의 연도별 교량현황을 각 교량 별 준공연도 등 세부 내용과 같이 얻을 수 있었다. 각 연도별 총 교량 현황은 그림 5.1과 같다.

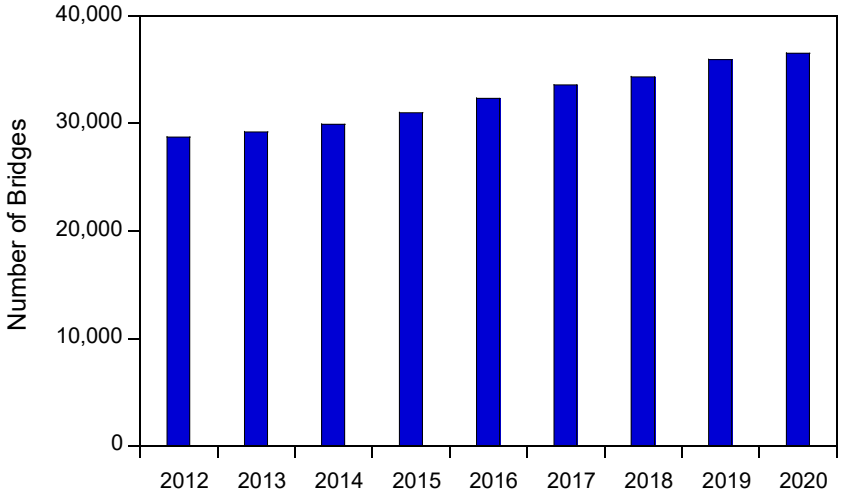

그림 5.1 기준 연도별 교량 수

본 자료는 각 기준연도 교량 현황을 나타내기 때문에 각 연도별 그 다음 연도 현황과 대조하면서 해당연도에 철거된 교량들을 파악했다. 예를 들어, 2012년도 현황에 존재했으나 다음 2013년도 현황에 없어진 교량들을 대조하면서 파악한 것이다. 그리고 자료의 정확도를 위하여 무명교, 임시용 교량 (설계하중 D13/T13, D12/T12, D9/T9, D8/T8, D6/T6 등)을 전체적으로 제외시켰다. 나머진 교량들에 대하여 일대일 대조 작업으로 걸쳐서 교량이 존재 여부를 확인하여 만약에 존재하지 않을 경우 그 년도에 철거된 교량으로 강조하였다.

최종적으로 도로교 현황정보 자료 바탕으로 교량의 공용수명에 대한 자료를 만들어낼 수 있었다. 물론 마지막 관측 시점인 2020년도까지 철거되지 않는 교량들을 중도절단자료로서 적용되었다.

그림 5.2는 대조작업을 걸쳐서 구해낸 각 연도에 철거된 교량들의

수이다. 그림 5.1에서는 각 연도 교량 수가 꾸준히 올라가고 있지만 그림 5.2에서는 연간 대략 200개 정도의 교량이 철거되고 있고, 보다 많은 교량이 새로 시공된다는 것이다.

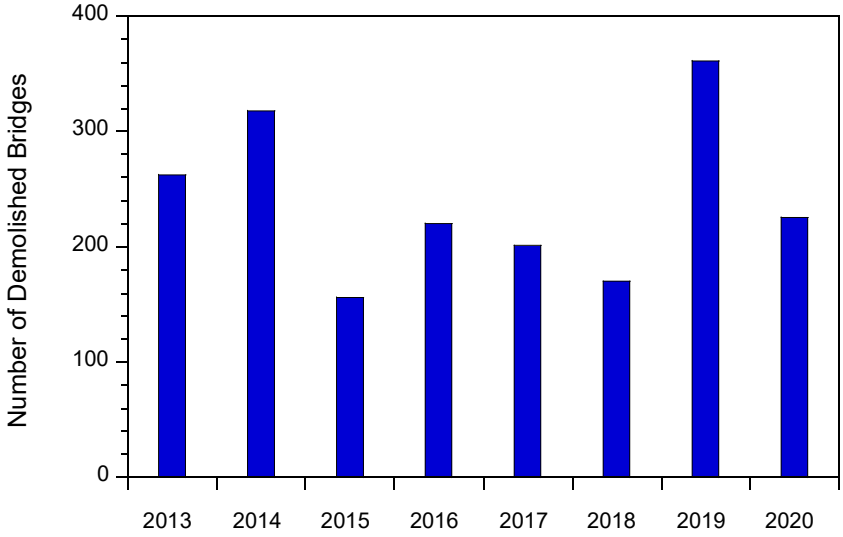

그림 5.2 각 연도별 철거된 교량 수

전체적으로 2013년에서 2020년까지 총 1913개의 교량이 철거된 것으로 파악되었다. 1913개의 철거된 교량들의 공용연수에 대한 분포는 그림 5.3과 같다. 그림에서 공용수명이 50년 이상인 교량에 대한 자료가 부족하다는 것을 확인할 수 있으며, 이러한 축적된 자료의 한계 때문에 교량구조물의 설계수명 시점에서의 평균잔존수명을 생존분석을 통하여 분석하였다.

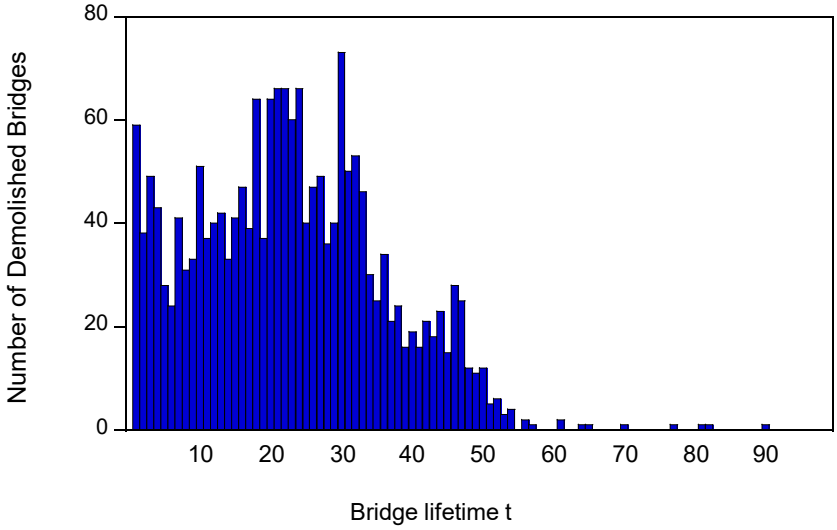

그림 5.3 철거된 교량의 공용연수에 따른 분포

5.5 교량구조물의 잔존수명

교량을 철거했다는 것은 더 이상 공용하지 않겠다는 의미이며, 해당 시점이 교량이 구조물의 경제적인 수명이라는 의미가 된다. 따라서 생존함수는 경제적인 수명을 파악할 수 있는 기본적인 자료가 되며, 생존함수를 이용하여 설계수명에서의 평균잔존수명과 구조물의 잔존가치를 구할 수가 있다.

공용시간에 따른 교량의 생존분석을 위하여 생존시간 t에 대한 자료가 필요하다. 그러나 현실적으로 설계수명이 100년인 상태에서 그림 5.3에서 보는 바와 같이 공용시간이 긴 교량이 많지 않다. 따라서 현재까지 누적된 자료로부터 생존시간 t의 확률 특성을 추출하고자 하고 설

계수명에서의 평균잔존수명을 구하고자 한다.

먼저 앞 절에서 추출된 중도절단 자료로부터 Kaplan-Meier 분석을 통하여 생존함수곡선을 나타내면 그림 5.4과 같다.

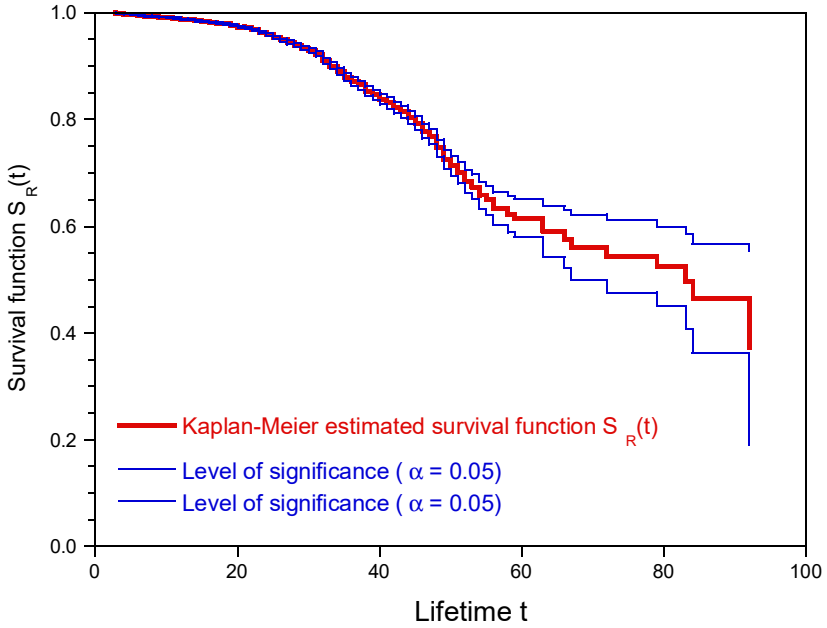

그림 5.4 구조물의 공용연수에 따른 생존함수

생존함수곡선에서는 시간의 흐름에 따라 생존함수가 변해가는 추세를 계단 형태로 시각적으로 확인할 수 있다. 따라서 Kaplan-Meier 분석을 적용하면 구조물의 공용연수에 따른 생존곡선은 그림 5.4과 같다. 이 그림에서는 빨간선이 Kaplan-Meier 분석에서의 추정된 생존함수이며, 파란선은 생존함수의 5%의 유의수준을 나타낸다. Kaplan-Meier 분석은 실질적인 자료에 의존하기 때문에 설계수명까지의 자료가 없는 상

태에서는 설계수명 시점에 대한 생존확률을 구하지 못하고 생존곡선의 기본적인 성질과 추세를 확인할 수 있다. 따라서 생존함수의 통계특성을 파악하여 설계수명 시점에서의 평균잔존수명을 추정하게 된다.

통계자료로부터 얻어진 생존함수로부터 생존곡선의 통계특성을 파악하기 위하여 먼저 생존함수를 표현하는 대표적인 13개의 확률분포로 가정하여 각 분포의 변수들을 최대우도법(Maximum Likelihood Method)로 각 모수를 추정하고 가장 적합한 분포를 파악하였다. 각 분포에 대한 적합성을 음 로그-우도(negative-log likelihood) 와 AIC (Akaike information criteria) 통계량 순으로 나타나면 표 5.1과 같다.

표 5.1 교량수명 분포 적합 순위

확률 분포의 종류	음 로그-우도	AIC	적합순위
Weibull	-12540.66	25085.33	1
Nakagami	-12547.59	25099.19	2
Log-logistic	-12560.29	25124.59	3
Normal	-12579.44	25162.88	4
t Location-Scale	-12579.44	25164.88	5
Rician	-12586.28	25176.56	6
Gamma	-12593.33	25190.65	7
Logistic	-12693.86	25391.72	8
Log-normal	-12740.06	25484.13	9
Extreme Value	-12865.73	25735.47	10
Birnbaum-Saunders	-13251.85	26507.7	11
Inverse Gaussian	-13379.3	26762.59	12
Exponential	-13406.06	26814.12	13

음로그-우도의 경우 최대우도법으로 각 모수를 추정하면서 얻어지는 값이지만 AIC의 경우 다음 수식과 같이 모수의 복잡성까지 고려된다. 아래 식에서 $\log(\text{maximum likelihood})$는 분포의 적합도를 측정하며, p는 모수의 개수이며 분포의 복잡성을 표현하기 위하여 사용된다.

$$AIC = -2 \cdot \log(\text{maximum likelihood}) + 2 \cdot p \qquad (5.8)$$

일반적으로 최대우도법을 적용했기 때문에 음로그-우도 순으로 각 분포에 대한 적합도를 보지만 AIC는 분포의 모수에 대한 복잡성까지 고려하기 때문에 적합성 검토에 추가로 확인했으나 음로그-우도와 같은 순위로 적합도가 나왔다. 따라서 최종적으로 적합분포를 확인한 결과 Weibull 분포가 가정 적합한 것으로 나타났으며 최대우도법으로 추정된 모수값은 각 척도모수 $a = 86.288$이고, 형태모수 $b = 2.358$이로 추정되었다. Weibull 분포 생존곡선을 Kaplan-Meier 곡선과 비교하면 그림 5.5과 같으며, Weibull 분포 생존곡선은 교량의 경제적인 수명을 음로그-우도와 AIC에서 적합하다고 확인한 바와 같이 그림에서도 시각적으로 충분히 잘 표현하고 있음을 확인했다. 따라서 교량의 경제적인 수명을 Weibull 분포로 가정하여 설계수명 시점에서의 평균잔존수명을 해석하기로 했다.

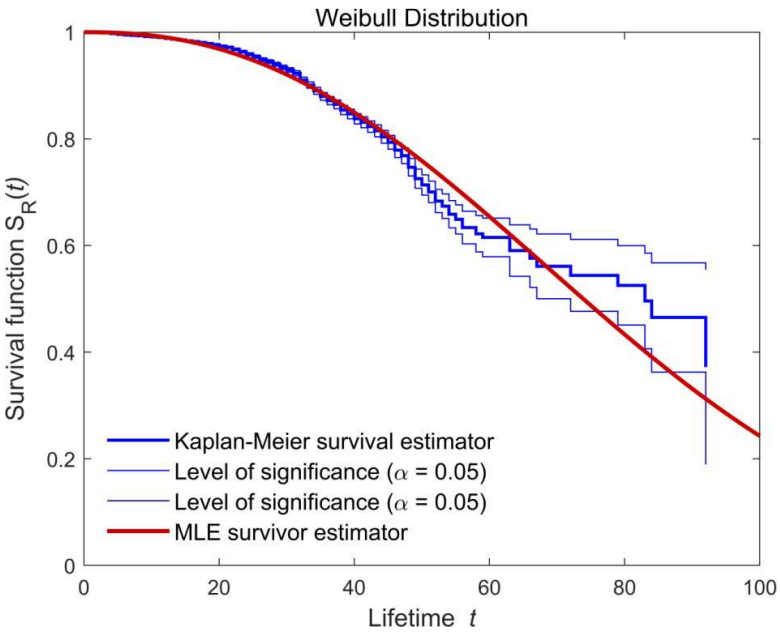

그림 5.5 공용연수에 따른 Weibull 분포로 가정한 생존함수

Weibull 분포로 생존곡선은 누적확률분포함수에 의하여 식(5.9)와 같이 정의된다.

$$S_R(t) = 1 - F(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right) \tag{5.9}$$

그리고 가장 적합하다고 추정되는 Weibull 분포로 생존곡선 식(5.9)를 적용하면 우리가 구하고자 하는 설계수명 시점에서의 경제적 잔존수명은 식(5.10)과 같다.

$$m(t_d) = \frac{1}{S_R(t_d)} \int_{t_d}^{\infty} S_R(t)dt \approx 23.32\,year \tag{5.10}$$

따라서 5.1 절에서는 정의한 평균잔존수명 $m(t_d)$을 구했고, 앞서 정의한 식(5.4)에 의하여 설계수명에서의 잔존가치 $R(t_d)$가 결정된다. 설계수명에서의 잔존가치는 기본적으로 잔존수명과 순편익가치에 의하여 결정된다. 잔존수명의 경우 식(5.10)에 의하여 결정되지만 순편익가치의 경우 6장에서 실질적인 사업성에 대한 지표인 편익비용비를 소개하면서 최종적인 설계수명에서의 잔존가치를 결정하게 된다.

제 6 장 편익가치함수 최적화

6.1 사고비용

편익가치함수의 구조물의 자산가치를 제외한 사고비용 $D(\beta)$ 을 정리하기 위해 먼저 교량 붕괴로 인하여 발생되는 비용을 파악하기 위하여 부록 A과 같이 국내 교량 붕괴 사례들을 조사했다 (한국 국토안전관리원 시설물통합정보시스템; 김영진, 2002; 조준상 등, 2014). 각 교량사고에 의한 의한 사망자 및 부상자 수에 대한 정보의 수집할 수 있었으나, 사고로 인하여 발생된 비용에 대해 공개된 자료의 확보에는 어려움이 있다. 따라서, 본 연구에서는 사고로 인하여 발생된 비용에 $D(\beta)$ 를 식 (2.38)의 사고비용비 ρ 로부터 가정하였다.

사고비용비 ρ 는 사고가 일어나면 발생하는 건설비용으로써 구조물 전체가 사고로 파괴되고 재건설하는 갱신과정(renewal process)을 가정한 것이다. 또한 직접적인 사고비용과 사고비용비 ρ 의 관계는 건설비용으로 표준화된 형태로 표현되며, 이는 구조물의 규모를 나타내는 지표로 적용된 것으로 해석된다.

그리고 Risk Assessment in Engineering (JCSS, 2008)에서 구조물의 중요도와 사고비용비의 관계를 표 6.1와 같이 설명 및 대표적인 예시로 정리할 수 있다. 교량 구조물은 일반교량의 경우 $2 < \rho \le 5$ 이고,

주요교량의 경우 $5 < \rho \le 10$ 사이에 존재하며, 전체적으로 사고비용은 구조물의 중요도 수준에 의해 결정된다는 것을 확인할 수 있다.

표 6.1 Risk Assessment in Engineering (JCSS, 2008)에서 정의한 구조물의 중요도와 사고비용비의 관계

구조물의 중요도	설명	대표적인 예시
낮음 $\rho < 2$	사고로 인한 인명 피해와 경제적 피해가 작거나 무시할 수 있는 수준	농업 구조물, 사일로, 돛대 등
중간 $2 \le \rho < 5$	사고로 인한 인명 피해 중간 수준이거나 경제적 피해가 상당한 수준	사무실 건물, 산업건물, 아파트 건물, 일반교량
높음 $5 \le \rho < 10$	사고로 인한 인명 피해 높은 수준이거나 경제적 피해가 중대한 수준	주요 교량, 극장, 병원, 고층 건물
극도 $\rho \le 10$	전체적 비용-편익 분석이 권장된다. 결론으로 전혀 구축되어서는 안 되는 구조물일 수도 있다.	

그러나 교량 붕괴사고에 대한 비용은 구조물의 중요도에만 의존하는 것이 아니다. Risk Assessment in Engineering (JCSS, 2008)은 구조물의 실질적인 사고비용이 다음과 같은 파괴형태에 따라서 다르게 평가되어야 함을 강조한다.

(1) 변형경화(strain hardening)로 인한 여유를 가지는 연성파괴

(2) 여유성이 없는 연성파괴

(3) 취성 파괴

즉, 예측 및 관찰 가능한 파괴형태일 수록 사고비용이 감소하며 극단적인 취성파괴의 경우 사고비용은 증가한다. 여기서 구조물의 중요도는 교통량, 사회적 및 경제적 역할, 중요성 등을 고려하며, 파괴형태는 사고 예방 및 예측에 대한 가능성, 사고로 인한 피해비용 축소에 대한 가능성 등을 고려한다. 또한, 위 두 지표는 전반적인 구조물의 규모를 나타내는 지표인 건설비용을 기반으로 정규화 및 일반화된다. 결론적으로 사고비용의 변동성은 구조물의 중요도, 연성/취성 파괴형태, 여용성에 의하여 결정된다고 볼 수가 있다.

실제로 도로교설계기준 (한계상태설계법) (국토교통부, 2015)에도 구조물의 중요도, 연성/취성 파괴형태, 여용성에 대하여 반영되어 있음을 확인할 수 있다. 별도의 규정이 없는 한 교량의 각 구성요소와 연결부는 각 한계상태에 대하여 식(6.1)을 만족하여야 한다고 정의를 했다.

$$\sum \eta_i \gamma_i Q_i \le R_r$$
$$\eta_i = \eta_D \cdot \eta_R \cdot \eta_I \qquad (6.1)$$

여기서 R_r와 Q_i는 각각 계수저항과 하중효과이고, γ_i는 하중계수이다. 그리고 η_i는 하중수정계수로 정의되며, 구조물의 중요도, 연성, 여용성에 대한 수정계수이다. 그리고 연성에 관련된 계수 η_D는 극한한계상태에 대하여 0.95~1.05의 범위를 가지고 있고, 여용성에 관련된 계수 η_R는 극한한계상태에 대하여 0.95~1.05의 범위를 가지고 있고, 구조물

중요도에 관련된 계수 η_I 는 극한한계상태에 대하여 0.95~1.05의 범위를 가진다고 정의했다.

즉, 하중수정계수 η_i 을 이용하여 사고비용 면에서 유리한 경우 하중계수를 더 작게 평가하고, 불리한 경우 하중계수를 더 높게 평가한다. 따라서 교량구조물의 사고비용에 대한 범위에서 평균적으로 편익가치함수를 최적화하는 신뢰도지수를 결정하면, 설계기준에서 각 상황에 따른 적절한 조정에 따라 사고비용의 변동성을 고려하게 된다.

Risk Assessment in Engineering (JCSS, 2008)에서 정의한 사고비용비 ρ 는 사고 발생 후 재건설까지의 갱신과정을 가정하기 때문에 건설비용을 포함한다. 따라서, 기대 사고비용 $E[D(\beta)]$ 은 식(6.2)과 같이 나타낼 수 있다. 사고비용 $D(\beta)$ 가 구조물의 규모를 나타내는 지표로써 건설비용에 비례하여 변화하는 신뢰도지수의 함수이므로, 기대 사고비용에서도 사고비용의 확률에 대한 항을 신뢰도지수의 함수로써 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[D(\beta)] &= D(\beta)\cdot P_f(\beta) \\ &= d\cdot C(\beta)\cdot P_f(\beta) \end{aligned} \tag{6.2}$$

본 논문에서는 사고비용비를 d 로 정의하여, 건설비용을 제외한 형태이기 때문에 일반교량의 경우 $1 \le d < 4$, 주요교량의 경우 $4 \le d < 9$ 의 범위에 존재한다고 할 수 있다. 그리고 교량구조물의 사고비용에 대한

범위에서 균등한 분포를 가정하여 평균적으로 편익가치함수를 최적하여 최적의 신뢰도지수를 결정하면, 설계기준에서 상황에 따른 적절한 조정을 하여 사고비용의 변동성을 고려하게 된다.

6.2 편익가치함수 표준화

편익가치함수 표준화를 앞서 3장에서 유도된 편익가치함수 식(3.33)를 4장에서 정의한 건설비용, 5장에서 정의한 잔존가치, 6장 1절에서 정의한 사고비용을 적용하여 식(6.3)와 같이 나타낼 수 있다.

$$
\begin{aligned}
E[Z(\beta)] &= B^{net} \cdot P_{B^{net}}(\beta) - C(\beta) - D(\beta) \cdot P_f(\beta) + R(t_d) \cdot \left(1 - P_f(\beta)\right) \\
&= B^{net} \cdot P_{B^{net}}(\beta) - C(\beta) - d \cdot C(\beta) \cdot P_f(\beta) + \\
&\quad + \left(\frac{B^{net}}{t_d} \cdot m(t_d) - A \right) \cdot \left(1 - P_f(\beta)\right) \qquad (6.3) \\
P_{B^{net}}(\beta) &= \frac{1}{t_d} \left[\frac{P_f(\beta)}{1 - \left(1 - P_f(\beta)\right)^{1/t_d}} - P_f(\beta) \right]
\end{aligned}
$$

여기서 B^{net}, $C(\beta)$, $D(\beta)$와 $R(t_d)$는 각각 설계수명 동안의 순편익가치, 건설비용, 사고비용, 설계수명시점에서의 잔존가치이다. 그리고 d는 사고비용비이고, $P_{B^{net}}(\beta)$는 순편익가치의 확률에 대한 항이다.

식(6.4)는 신뢰도지수에 따른 건설비용과 신뢰도지수 0일 때의 건설비용을 나타낸다.

$$
\begin{aligned}
C(\beta) &= k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \exp(k_3 \cdot \beta) \\
&= C_0 \cdot \exp(k_3 \cdot \beta) \\
&= C_0 \cdot \overline{C}(\beta)
\end{aligned}
\tag{6.4}
$$

여기서, k_0 는 신뢰도지수에 따른 건설비용과 요구저항의 비례상수, k_1 는 총 하중효과의 합이며, 한계상태식 표준화에 대한 비례상수, k_2 와 k_3 는 표준화된 요구저항강도를 표현을 위한 상수, C_0 는 신뢰도지수 0 일 때의 건설비용이다.

식(6.3)를 신뢰도지수 0일 때의 건설비용으로 표준화시키면 표준화된 기대편익가치함수 $E[\overline{Z}(\beta)]$는 식(6.5)과 같다. 여기서 전체적으로 표준화된 가치들을 변수 위에 ¯로 표기되었다.

$$
\begin{aligned}
E\left[\overline{Z}(\beta)\right] &= \frac{E\left[Z(\beta)\right]}{C_0} = \frac{E\left[Z(\beta)\right]}{k_0 \cdot k_1 \cdot k_2} = \\
&= \overline{B}^{net} \cdot P_{B^{net}}(\beta) - \overline{C}(\beta) - d \cdot \overline{C}(\beta) \cdot P_f(\beta) + \\
&\quad + \left(\frac{\overline{B}^{net}}{t_d} \cdot m(t_d) - \overline{A} \right) \cdot \left(1 - P_f(\beta)\right)
\end{aligned}
\tag{6.5}
$$

기대편익가치함수를 신뢰도지수 0일 때의 건설비용 C_0 인 상수로 표준화되었기 때문에 원래의 편익가치함수와 비례관계를 유지하며, 이러한 표준화를 통하여 편익가치함수의 다양한 실제 경우들을 하나 일관적인 표준화된 편익가치함수로 해석할 수 있게 된다.

그리고 표준화된 편익가치함수를 구성하는 항들 중, 신뢰도지수에

따라 변화되는 값들은 각 확률에 대한 항들과 표준화된 건설비용 $\overline{C}(\beta)$ 이다. 사고비용비 d 는 그대로 유지되며 표준화된 건설비용과 대비하여 상대적인 의미를 가지게 된다.

표준화된 순편익가치 $\overline{B}^{net}$ 는 수학적으로 신뢰도지수의 함수가 아니라 독립적인 값이며, 실제 교량 조건으로부터 얻어지는 가치이기 때문에 일반적인 방법으로 가정할 수 없다. 따라서 고정값으로 설정하여 해석할 수 있는 변수이다. 그리고 실제 사업에서 순편익가치와 건설비용의 관계를 더 일반화된 경제성 지표인 편익비용비로 분석하게 된다. 따라서 편익비용비가 결정되면 그에 해당하는 표준화된 순편익가치 $\overline{B}^{net}$ 의 값도 파악된다.

6.3 편익비용비 $R_{B/C}$을 도입한 편익가치함수

일반적으로 교량의 사용 환경, 조건, 용도에 따라서 그 교량으로부터 얻는 순편익가치는 무수히 많은 경우가 생길 수 있기 때문에 적절한 순편익가치비 $\overline{B}^{net}$ 을 결정하는 것이 어렵다. 따라서 실질적으로 사업에 투자에 대한 효율을 나타내는 지표로써 편익비용비 $R_{B/C}$ (Benefit-Cost Ratio) 개념을 사용하면 적절한 편익에 대한 변수 선정할 때 유리하다. 편익비용비 $R_{B/C}$ 는 실제투자비용 대비 얻을 수 있는 순편익가치

로 나타내며 식(6.6)과 같이 정의할 수 있다. 편익비용비 $R_{B/C}$는 표준화되지 않는 기대 편익가치함수에서 정의되지만 표준화된 기대 편익가치함수에서도 계속 유지된다.

$$R_{B/C} = \frac{\text{Net Benefit}}{\text{Investment Cost}} = \frac{B - M(\beta)}{C(\beta)} = \frac{B^{net}}{C(\beta)} = \frac{C_0 \times \overline{B}^{net}}{C_0 \times \overline{C}(\beta)} = \frac{\overline{B}^{net}}{\overline{C}(\beta)} = \frac{\overline{B}^{net}}{\exp(k_3 \times \beta)} \tag{6.6}$$

본 연구에서는 교량사업에 대한 정확한 편익비용비를 파악하기 위하여 민간과 공공기관으로부터 독립적으로 사업 타당성 조사를 수행하는 KDI 한국개발연구원 공공투자관리센터에서 2012~2020년도 실행한 총 223개의 사업의 예비타당성 조사에 대한 편익비용비 $R_{B/C}$을 수집했다. 그 결과 그림 6.1에 나타낸 바와 같이 예비타당성조사 편익비용비에 따른 사업 개수를 확인했다. 여기서 교량구조물의 경우 도로 부문에 속한다.

그림 6.1에서 전체적으로 편익비용비가 1에 밀집되어 있음을 확인할 수 있다. 그리고 일반사업의 경우 편익비용비 $R_{B/C}$가 4.4까지 평가되는 사업도 있지만 도로 부문의 경우 모든 편익비용비가 2.0 이하임을 확인했다. 또한, 사업타당성을 위한 합리적인 의사결정 위하여 $R_{B/C}$가 1 이상인 값을 가져야 한다. 따라서 본 연구에서는 편익비용비에 대하여 일반적인 사업까지 충분히 포함한 상태로 보고 $R_{B/C}$의 1~5의 범위에서

편익가치함수 최적화를 수행하기로 했다.

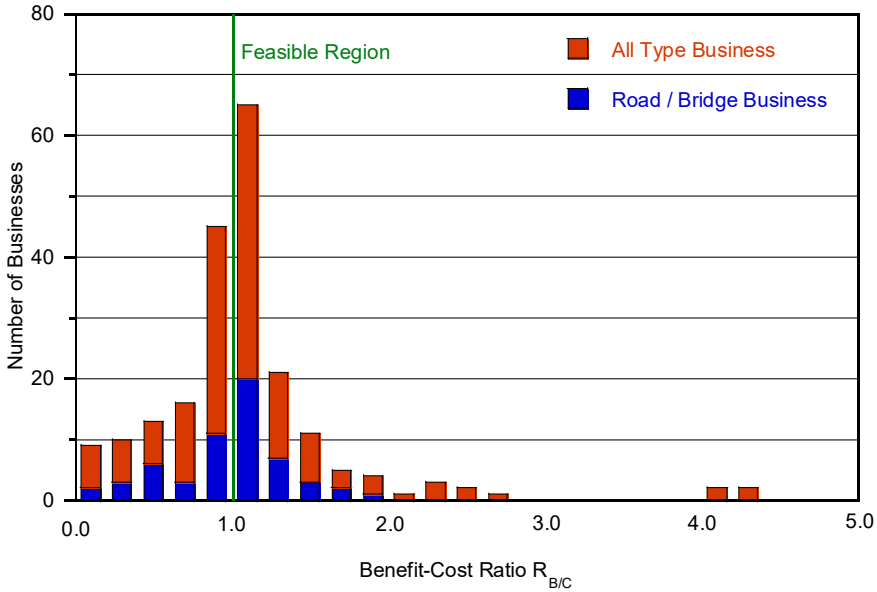

그림 6.1 예비타당성조사 편익비용비에 따른 사업 개수

일반적으로 순편익가치는 각 사업에 대하여 정해진 값이지만 건설비용의 경우 신뢰도지수에 따라 변화되기 때문에 하나의 사업에 대한 편익비용비 또한 신뢰도지수에 의하여 변화하게 된다. 즉, 교량을 시공하면 얻을 수 있는 편익가치는 같지만 신뢰도지수에 따라 투자비용이 다르기 때문에 편익비용비도 변화하게 된다.

효용함수 이론에서 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수는 최적의 신뢰도지수로 정의되기 때문에 이 때의 순편익가치와 건설비용에 의하여 편익비용비는 결정된다. 따라서 주어진 편익비용비에 대한 편익가치함수를 구하기 위하여 표준화된 순편익가치와 최적의 신뢰도지수에 대하여

반복계산을 통해 구할 수 있다. 최종적으로 주어진 편익비용비를 만족하는 편익가치함수는 식(6.7)과 같이 정의할 수 있다.

$$E\left[\overline{Z}(\beta;R_{B/C})\right]=\overline{B}^{net}(R_{B/C})\cdot P_{B^{net}}(\beta)-\overline{C}(\beta)-d\cdot\overline{C}(\beta)\cdot P_f(\beta)+ \\ +\left(\frac{\overline{B}^{net}(R_{B/C})}{t_d}\cdot m(t_d)-\overline{A}\right)\cdot\left(1-P_f(\beta)\right) \qquad (6.7)$$

여기서 $\overline{B}^{net}(R_{B/C})$는 주어진 편익비용비를 만족하는 표준화된 순편익가치이고, $E\left[\overline{Z}(\beta;R_{B/C})\right]$는 편익가치함수를 극대화하는 최적의 신뢰도지수와 순편익가치에 대하여 주어진 편익비용비를 만족하는 기대편익가치함수이다. 그리고 편익비용비를 만족하는 순편익비용비의 효과는 설계수명 동안의 순편익가치 뿐만 아니라 잔존가치에도 반영된다.

최종적으로 앞서 정의한 기대편익가치함수 식(6.5)에서는 순편익가치에 건설비용이나 신뢰도지수에 대하여 무관한 값이고 무수히 많은 값을 가질 수 있었지만 편익비용비를 도입하여 유도된 기대편익가치함수 식(6.8)에서는 순편익가치는 사업성에 대한 편익비용비를 반영한 더 일반화된 값이 되게 된다. 따라서 순편익가치 $\overline{B}^{net}$ 값보다는 주어진 편익비용비 $R_{B/C}$에 의하여 기대편익가치함수 최적화를 수행할 수 있게 된다.

6.4 사고비용에 대한 평균 편익가치함수

편익비용비를 도입한 표준화된 기대편익가치 식(6.8)에서는 편익비

용비가 주어지면 표준화된 순편익가치를 구할 수 있다. 설계수명에서의 평균잔존수명이 파악되었으므로, 표준화된 잔존가치 또한 구할 수 있다. 그리고 한계상태, 하중효과, 부재가 정해지면 표준화된 건설비용도 구할 수 있다.

그러나 사고비용비 d의 경우 주어진 값이나 계산되는 값이 아니다. 앞서 논의한 바와 같이 사고비용비 d는 일반교량의 경우 $1 \le d < 4$, 주요교량의 경우 $4 \le d < 9$의 범위를 가지는 변수이다. 그리고 설계기준에서는 의미 하중수정계수를 통하여 구조물의 중요도, 연성/취성 파괴형태, 여용성을 고려하여 사고비용의 변동성 각 상황에 맞춰서 설계하게 된다. 따라서 교량구조물의 사고비용에 대한 범위에서 대표적으로 편익가치함수에 대하여 최적의 목표신뢰도지수를 결정하면, 설계기준에서 각 상황에 따른 사고비용의 변동성을 적절한 조정 및 고려하게 된다. 그리고 사고비용비 범위에 균등한 분포로 발생한다고 가정하면 여기서 말하는 대표적인 편익가치함수는 평균 편익가치함수가 될 수 있다. 즉, 교량구조물의 사고비용에 대한 범위에서 균등한 분포를 가정하여 평균적으로 편익가치함수를 최적하여 최적의 신뢰도지수를 결정하면, 설계기준에서 상황에 따른 적절한 조정을 하여 사고비용의 변동성이 고려된다.

주어진 편익비용비 $R_{B/C}$에 대한 편익가치함수를 계산하면 사고비용비 d가 변화할 때 마다 최적의 신뢰도지수가 변화된다. 따라서, 편익비용비에 해당하는 표준화된 순편익가치 $\overline{B}^{net}(R_{B/C})$도 변하게 된다. 결국

주어진 편익비용비 $R_{B/C}$ 에 대한 편익가치함수는 사고비용비 d 의 각 값에 대하여 서로 다른 순편익가치와 최적의 신뢰도지수가 도출된다. 따라서 사고비용비의 범위에서 평균 편익가치함수를 구할 때 식(6.8)과 같이 산술평균을 적용한 것이 유리하다.

$$E\left[\bar{Z}(\beta;R_{B/C})\right]_{mean} = \frac{1}{n_d}\sum_{d\in D}\left[E\left[\bar{Z}(\beta,d;R_{B/C})\right]\right] \qquad (6.8)$$
$$1 \le d < 9 \quad for \quad LS-1$$
$$4 \le d < 9 \quad for \quad LS-2$$

여기서 n_d 는 산술편균에 적용한 사고비용비의 개수이다. 그리고 식(6.8)은 정해진 한계상태, 하중효과, 부재에 대한 평균 편익가치함수가 되고 각 사고비용비 d 에 대한 기대편익가치는 식(6.7)과 같다.

먼저 정해진 한계상태, 하중효과, 부재에 대한 평균 편익가치함수에 대한 예시로 앞서 4장에서 건설비용에 대하여 검토한 LS-1, ST, Moment에 대하여 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치를 해석했다. 그림 6.2는 사고비용비의 $1 \le d < 9$ 의 범위에서 균등하게 80등분(81개점)기준으로 편익가치함수를 해석하고 신뢰도지수에 따라 최대 / 평균 / 최소 편익가치함수 결과를 나타낸다. 여기서 편익비용비 $R_{B/C} = \{1, 3\}$ 이로 해석했다.

앞서 논의한 바와 같이 이러한 사고비용비에 대하여 균등하게 가정하고 평균편익가치를 해석하는 것은 예측 불가능한 중요도, 연성/취성

파괴형태, 여용성을 균등하게 고려하여 대표적인 편익가치를 구하고자 하는 것이다. 또한 편익비용비 $R_{B/C}$ 에 대한 평균 기대 편익가치함수의 경우 정확히 주어진 $R_{B/C}$ 기준으로 만들어졌기 때문에 전체적인 LS-1, ST, Moment에 대한 정확한 물리적인 의미를 가진다고 판단된다.

그림 6.2에서는 사고비용비 d 의 변화에 따라 편익가치함수는 작인 신뢰도지수의 경우 민감하게 큰 폭으로 변동성을 보이지만, 신뢰도지수가 증가할수록 전체적인 기대 편익가치함수의 변동하는 폭이 감소한다. 신뢰도지수가 증가함에 따라 파괴확률이 감소하고 기대사고비용 $E[D(\beta)]$도 감소한다.

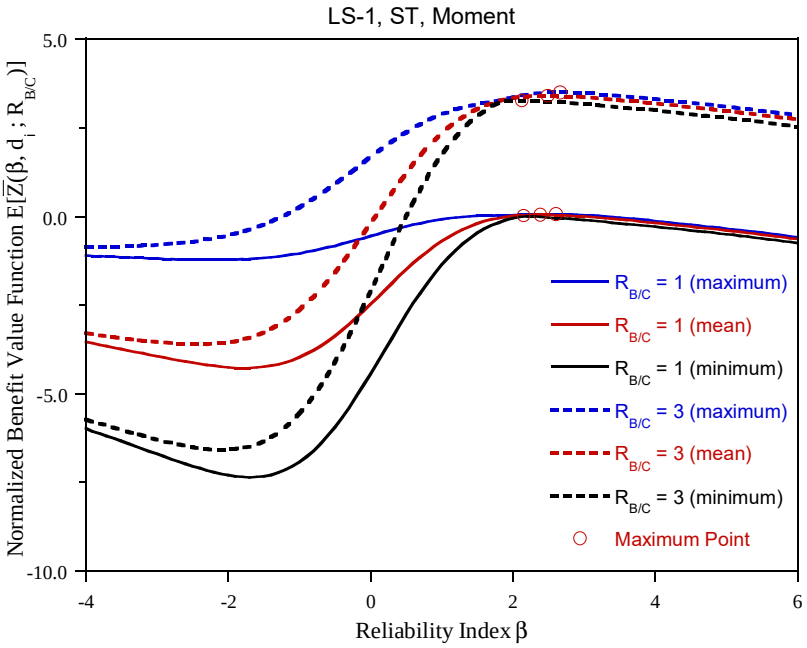

그림 6.2 $R_{B/C} = \{1, 3\}$ 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치함수 변화

그림 6.3은 LS-1, ST, Moment의 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치함수를 편익비용비 $R_{B/C} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 인 경우 해석한 결과이다. 여기서도 사고비용비 $1 \le d < 9$ 의 범위에서 균등하게 80등분(81개점)기준으로 평균을 적용했다. 그림에 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수를 ○로 표기한 것이다.

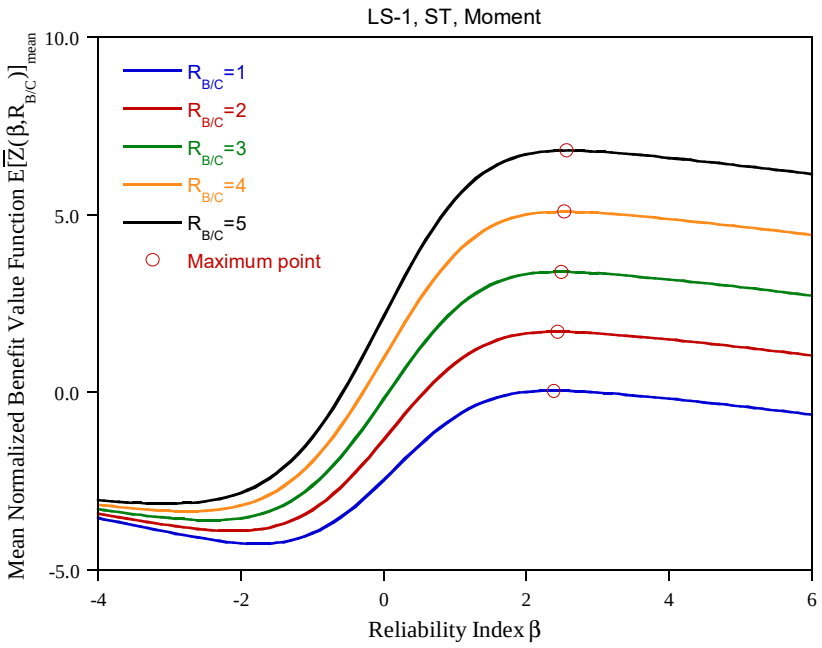

그림 6.3 LS-1, ST, Moment 의 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화

그림 6.3에서 편익가치는 작은 신뢰도지수의 영역에서 편익비용비

$R_{B/C}$ 에 대한 영향이 적고, 신뢰도지수가 증가하면 편익비용비 $R_{B/C}$ 에 대한 영향도 증가한다. 그리고 신뢰도지수 2이상인 영역에서 편익비용비 $R_{B/C}$ 에 대한 변동 폭이 일정함을 확인할 수 있다. 이는 신뢰도지수 2이상일 경우 순편익가치의 확률에 대한 항 $P_{B^{net}}(\beta)$ 가 1에 가까운 값을 가지기 때문이다.

또 하나의 중요한 특성은 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수의 영역에서는 편익가치의 변화가 크지 않다는 것이다. 이는 비록 효용이론에서는 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수가 최적의 신뢰도지수가 되지만 이와 같은 최적의 신뢰도지수의 부근에서 편익가치가 크게 달라지지 않기 때문에 반드시 편익가치함수를 극대화하는 최적의 신뢰도지수가 아니더라도 결과적으로 비슷한 편익가치를 나타내는 신뢰도지수들이 존재한다는 의미가 된다. 따라서 편익가치함수를 극대화하는 최대 편익가치 대비 다른 신뢰도지수에서의 편익가치가 얼마나 많이 감소하는지가 주요 관심사가 된다. 편익가치함수를 극대화하는 최대점 대비 평균 편익가치 변화는 그림 6.4과 같다.

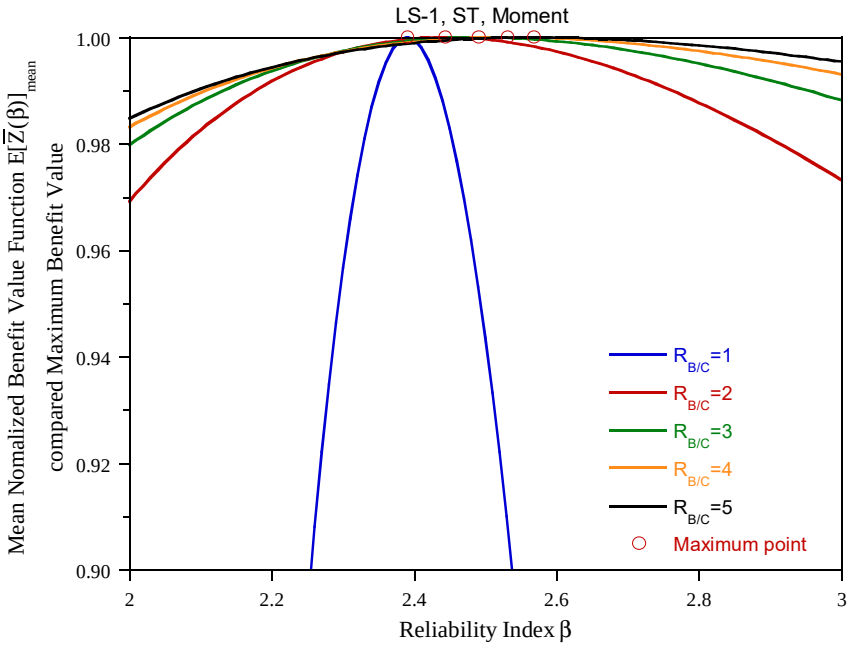

그림 6.4 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화

편익비용비 $R_{B/C}=1$이면 신뢰도지수에 따른 편익가치가 가장 좁게 볼록한 형태를 나타내고, 편익비용비가 커질수록 상대적으로 편익가치의 볼록한 형태가 넓어진다. 또한 편익비용비 $R_{B/C}=1$에 대한 최대점에서의 신뢰도지수가 다른 편익비용비에서 얻어지는 편익가치와 동일함을 확인할 수 있다. 다른 한계상태와, 하중효과, 부재에 대해서도 이와 같이 편익비용비 $R_{B/C}=1$가 주요 결정대상이 된다는 것을 확인했다. 따라서 편익비용비 $R_{B/C}=1$를 기준으로 최적 신뢰도지수를 검토하는 것이 합리적이다.

6.5 각 부재와 하중효과에 대한 평균 편익가치함수

앞서 6.4 절에서는 사고비용비 d 에 대하여 평균 편익가치함수를 정의하였다. 본 절에서는 사고비용비에 대하여 평균 편익가치를 다시 각 부재와 하중효과에 대한 평균을 취하면서 대표적인 편익가치함수를 만들 수 있는지에 대한 검토를 하고자 한다.

먼저 각 LS-1와 LS-2 한계상태, 휨모멘트와 전단에 대한 하중효과, RC/ST/PC 부재에 대하여 평균 편익가치함수를 확인하여 다음과 같은 결과들을 얻었다. 그림 6.5~6.8는 LS-1/2의 휨모멘트와 전단하중효과에 대한 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치를 편익비용비를 $R_{B/C}=1$로 계산된 결과이다. 여기서 사고비용비의 범위를 LS-1의 경우 $1 \le d < 9$로, LS-2의 경우 $4 \le d < 9$로 하여 균등한 간격으로 적용하여 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치를 구했다.

그림 6.5부터 그림 6.8에서는 RC/ST/PC 부재에 대하여 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치가 크게 달라지지 않음을 확인할 수 있다. 특히 본 논문에서 중요한 지표인 편익가치함수를 극대화하는 최적의 신뢰도지수의 영역에서는 평균 편익가치가 거의 일정한 값을 가지고 있음을 확인했다. 또한, 편익비용비 $R_{B/C}=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대해서도 확인한 결과, 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수의 영역에서는 평균 편익가치에 변화가 거의 없이 일정한 값을 갖는 것을 확인했다.

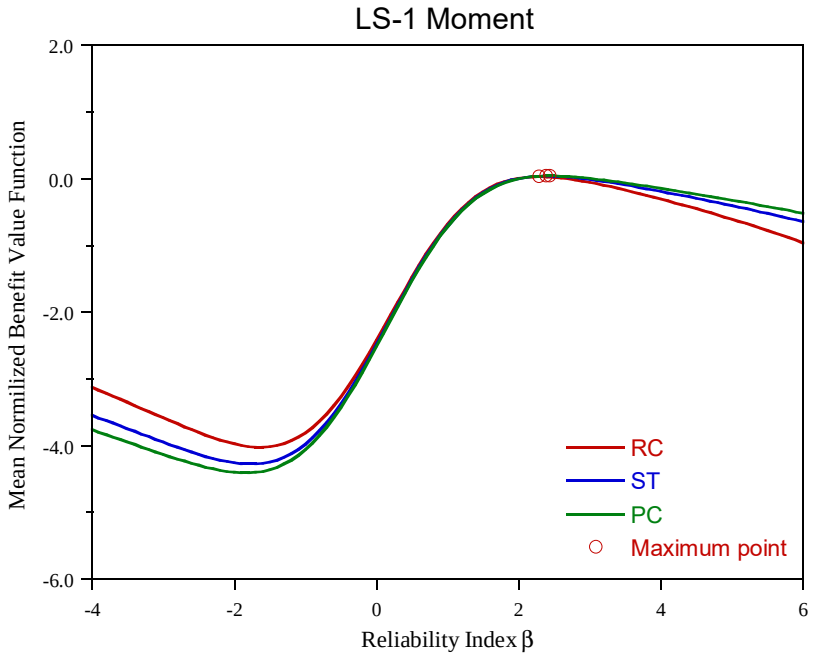

그림 6.5 LS−1 Moment 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화

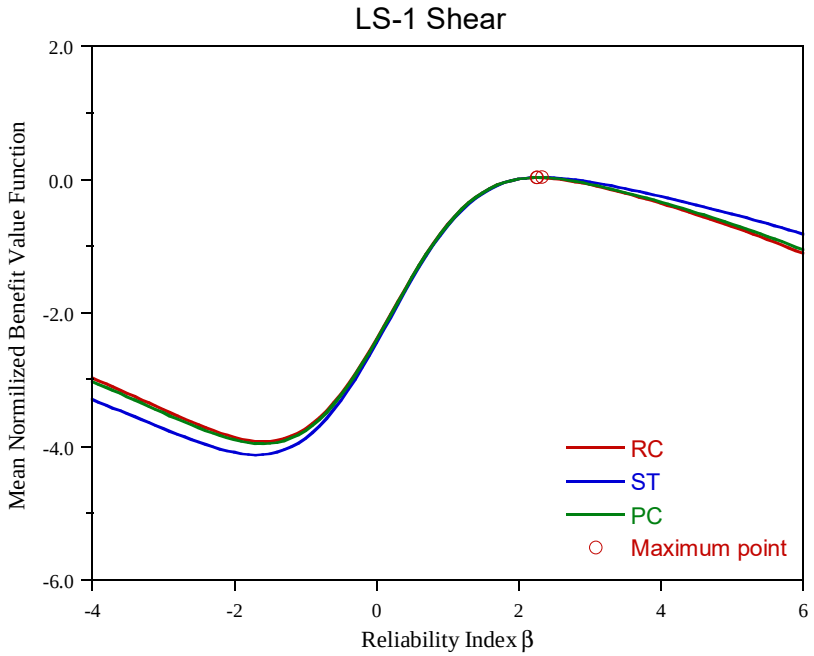

그림 6.6 LS−1 Shear 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화

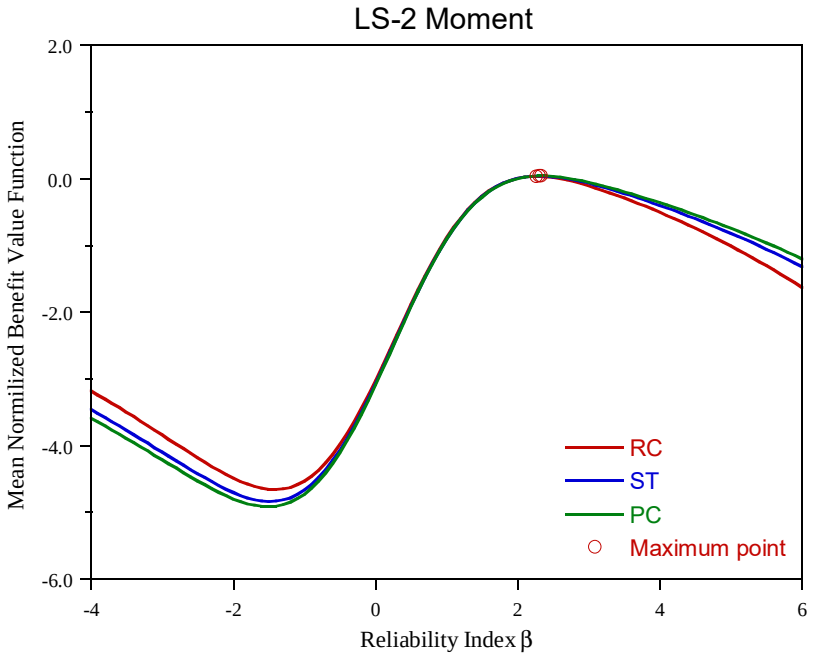

그림 6.7 LS−2 Moment 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화

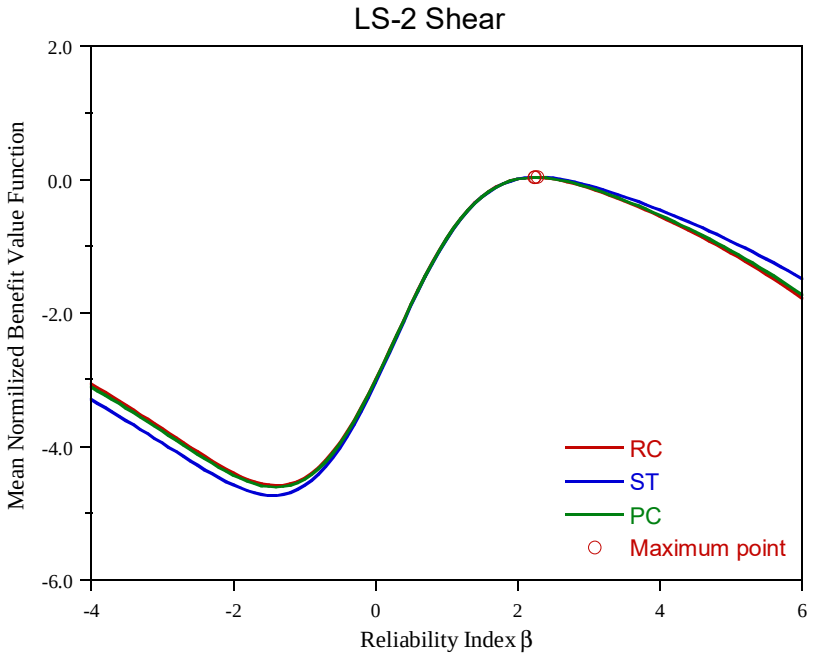

그림 6.8 LS−2 Shear 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화

계산된 평균 편익가치를 각 부재에 대해 다시 평균을 취하여 각 한계상태와 하중효과에 대한 대표적인 기대 편익가치함수를 만들었다. 그림 6.9은 편익비용비 $R_{B/C}=1$에 대한 LS-1/2, 휨모멘트와 전단에 대한 신뢰도지수에 따른 부재에 대하여 다시 한번 평균을 취한 평균 편익가치함수이다.

그림 6.9을 통하여 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치는 LS-1의 경우 휨모멘트와 전단에 대하여 거의 같은 값을 가지고 있다는 것을 확인할 수 있으며, LS-2의 경우 휨모멘트와 전단에 대하여 기본적으로 같지만 신뢰도지수의 -1이하인 영역과 신뢰도지수의 3이상인 영역에서 평균 편익가치는 차이가 있음을 확인할 수 있다.

편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수의 영역에서 LS-1/2에 대한 하중효과는 거의 일정한 값을 가짐을 확인했다. 따라서 각 LS-1/2 한계상태에 대한 대표적인 기대 편익가치함수를 다시 한번 평균을 취하면 최적화 해석에 있어서 최적의 신뢰도지수가 달라지지 않다는 것으로 판단된다. 여기서 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수도 거의 같은 값을 가지고 있다는 점에서 최적의 신뢰도지수는 크게 변화하지 않는다는 것이다.

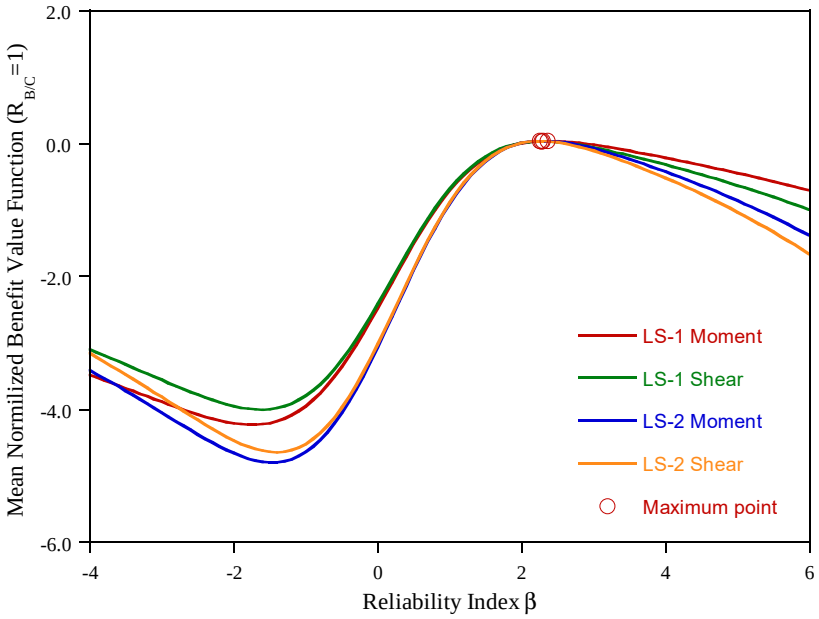

그림 6.9 LS-1/2, 휨모멘트와 전단에 대한 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화 ($R_{B/C}=1$)

부재와 하중효과에 대하여 기본적인 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수도 거의 일정한 값을 갖는다는 점에서 최적의 신뢰도지수는 크게 변화하지 않으며, 최적의 신뢰도지수의 영역에서는 신뢰도지수에 따른 편익가치함수의 기본적인 편익가치의 형상이 유사하다는 점을 바탕으로 전체적인 평균 편익가치함수를 만들 수 있음을 확인했다.

그러나 그림 6.9~6.11의 결과에서는 LS-1과 LS-2에 대한 신뢰도지수에 따른 편익가치함수의 기본적을 성질이 완전히 다르다는 것을 확인할 수 있다. 따라서 최종적인 최적화는 LS-1과 LS-2에 대하여 각각 독립적으로 수행해야 한다.

6.6 LS-1와 LS-2에 대한 최적의 신뢰도지수

앞서 6.5 절에서는 부재와 하중효과에 대하여 기본적인 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수도 거의 같으며, 편익가치함수를 극대화하는 영역에서는 신뢰도지수에 따른 편익가치함수의 기본적인 편익가치의 형상이 유사하다는 것을 파악하였다. 따라서 하중효과와 부재에 대하여 전체적인 평균 편익가치함수를 만들 수 있다는 것 확인했다. 하지만 LS-1/2에 대한 기본적인 편익가치함수의 형상이 다르기 때문에 각 독립적으로 최적화를 수행하기로 했다.

그림 6.10는 각 하중효과와 부재에 대한 편익가치 범위의 범위를 최대 / 평균 / 최소 편익가치로 나타냈다. 이 그림을 통하여 LS-1/2에 대한 기본적인 편익가치함수의 형상이 다르다는 것과 각 하중효과와 부재에 대한 편익가치가 최적의 신뢰도지수의 영역에서 같다는 것을 확인할 수 있다.

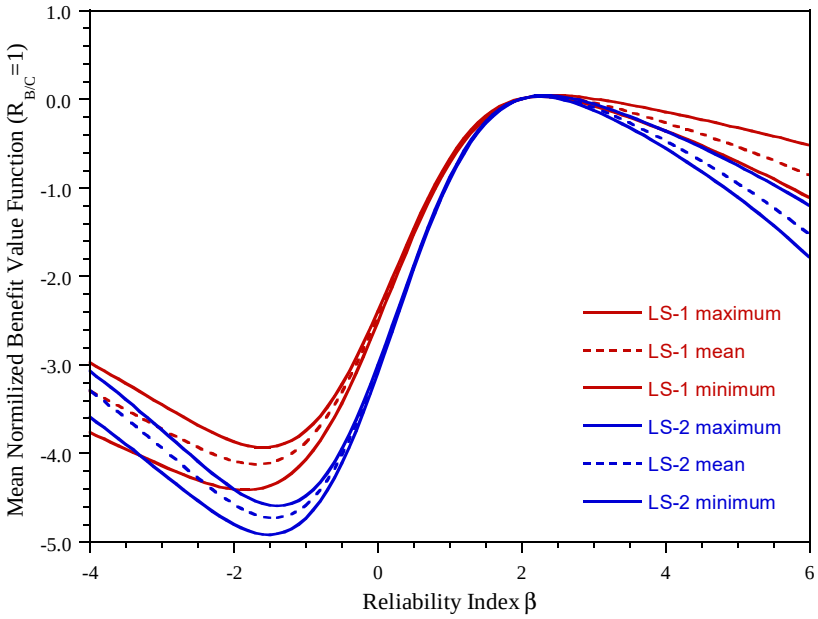

그림 6.10 각 하중효과와 부재에 대한 편익가치 범위 ($R_{B/C}=1$)

따라서 LS−1/2에 대하여 독립적으로 적용하여 각 하중효과와 부재에 대한 평균 편익가치는 식(6.9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[Z(\beta;R_{B/C})]_{mean}=\frac{1}{n_k\cdot n_d}\sum_{k_3\in K}\sum_{d\in D}E[\overline{Z}(\beta,d,k_3;R_{B/C})]$$

$$1\le d<9 \quad for \quad LS-1 \qquad (6.9)$$

$$4\le d<9 \quad for \quad LS-2$$

$$k_3\in\{k_M^{RC},k_M^{ST},k_M^{PC},k_S^{RC},k_S^{ST},k_S^{PC}\} \quad for\ LS-1/2$$

여기서 예측 불가능한 중요도, 연성/취성 파괴형태, 여용성을 고려하여 대표적인 편익가치를 구하기 위하여 LS−1 경우 $1\le d<9$, LS−2 경우 $4\le d<9$이고, n_d는 산술평균에 적용한 사고비용비의 개수이다. 그

리고 n_k는 정해진 한계상태에서 고려하고 있는 각 하중효과, 부재의 개수이다. 본 논문에서 하중효과는 휨모멘트와 전단이고, RC/ ST/ PC라는 3 가지 부재에 대하여 적용하기 때문에 $n_k = 6$이다.

위의 각 한계상태에 대한 평균 편익가치 식에서의 합계 안에 있는 기대 편익가치함수에 대한 항은 식(6.10)과 같이 정해진 편익비용비에 해당하는 편익가치함수로 표현할 수 있다.

$$E\left[\overline{Z}(\beta, d, k_3; R_{B/C})\right] = \overline{B}^{net}(R_{B/C}) \cdot P_{B^{net}}(\beta) - \overline{C}(\beta, k_3) - \\ - d \cdot \overline{C}(\beta, k_3) \cdot P_f(\beta) + \left(\frac{\overline{B}^{net}(R_{B/C})}{t_d} \cdot m(t_d) - \overline{A} \right) \cdot \left(1 - P_f(\beta)\right) \quad (6.10)$$

식(6.11)에서는 각 하중효과와 부재가 주어지면 그에 대한 건설비용이 계산되고, 편익비용비와 사고비용비가 주어지면 그에 대한 순편익가치와 사고비용이 계산된다. 그리고 설계수명에서의 평균잔존가치와 철거비용이 주어지면 잔존가치에 대한 항도 계산된다. 식(6.9)와 식(6.10)을 계산함에 있어서 모든 값들이 주어진 값이나 의미 정해진 값이기 때문에 LS−1/2에 대한 평균편익가치를 해석할 수 있다.

그림 6.11와 6.12은 식(6.10)으로부터 계산된 LS−1/2 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화를 정해진 편익비용비 $R_{B/C} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 나타냈다.

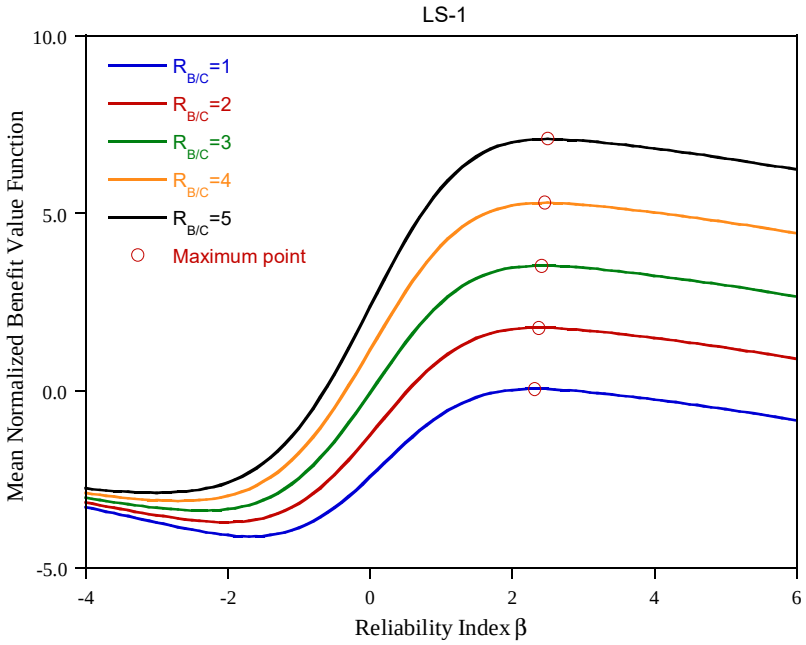

그림 6.11 LS-1 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화

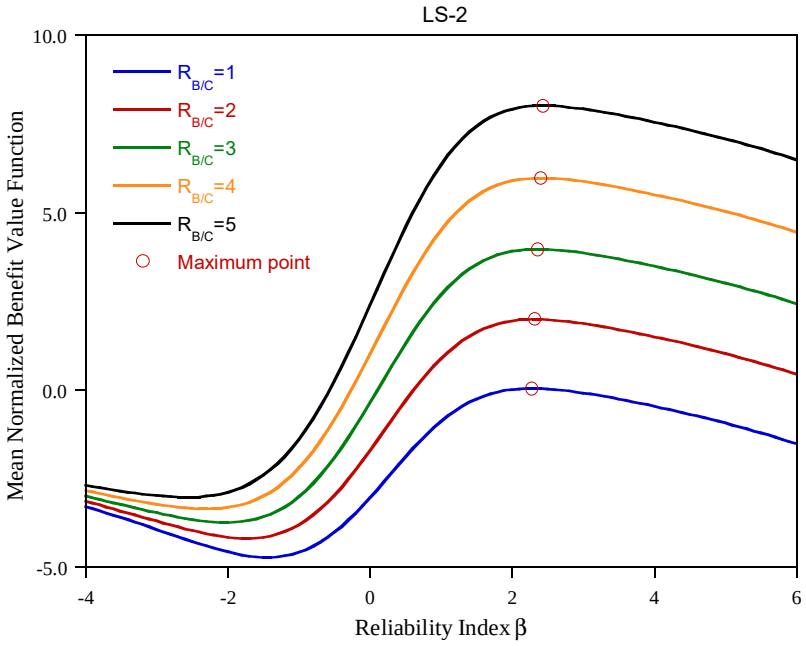

그림 6.12 LS-2 신뢰도지수에 따른 평균 편익가치 변화

그림 6.11과 6.12에서 기본적으로 작은 신뢰도지수의 영역에서 편익가차가 편익비용비에 대한 폭이 작고, 신뢰도지수가 커지면 편익비용비에 대한 폭이 커지면서 신뢰도지수 2이상인 영역에서 편익비용비에 대한 변동 폭이 일정함을 확인할 수 있다. 이는 신뢰도지수 2이상이면 순편익가치의 확률에 대한 항 $P_{B^{net}}(\beta)$가 1에 가까운 값을 가지기 때문이다.

그리고 편익비용비가 커지면 각 편익비용비에 해당하는 순편익가치가 올라가기 때문에 순편익가치를 얻기 위하여 편익가치함수를 극대화하는 최적의 신뢰도지수도 조금 올라간다. 그러나 앞서 언급한 바와 같이 하나의 중요한 특성은 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수의 영역에서는 편익가치의 변화가 크지 않다. 일반적인 효용이론에 의하면 편익가치함수를 극대화하는 신뢰도지수가 최적의 신뢰도지수가 되지만 연구에 대상 편익가치함수의 경우 최적의 신뢰도지수의 부근에서 편익가치가 변화하지 않기 때문에 결과적으로 비슷한 편익가치가 나오는 신뢰도지수들도 최적의 신뢰도지수가 될 수 있다.

따라서 편익가치함수를 극대화하는 최대 편익가치 대비 다른 신뢰도지수에서의 편익가치가 얼마나 감소하는지가 주요 관심사이다. 따라서 그림 6.13와 6.14은 LS-1/2 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 상대적인 평균 편익가치 변화를 나타냈다.

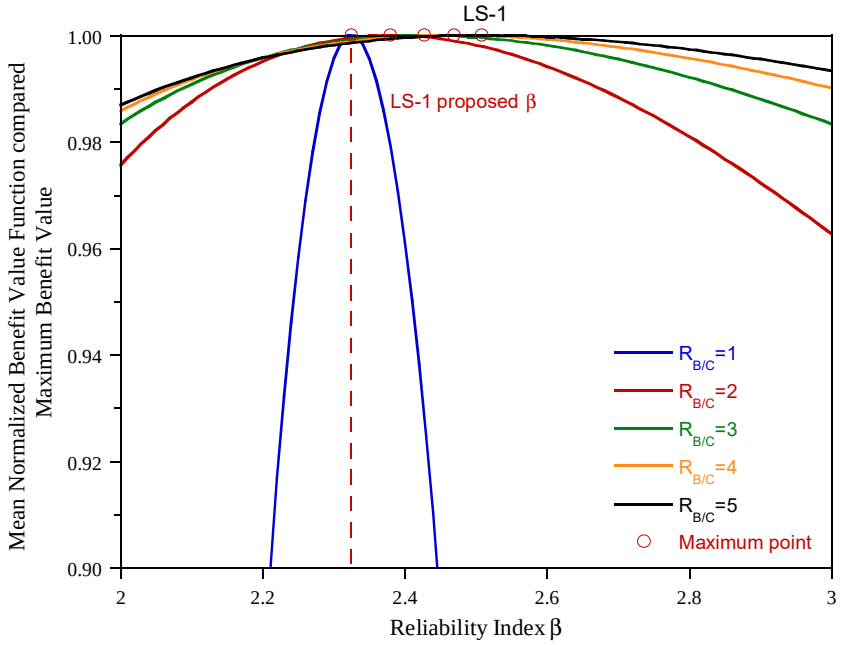

그림 6.13 LS-1 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화

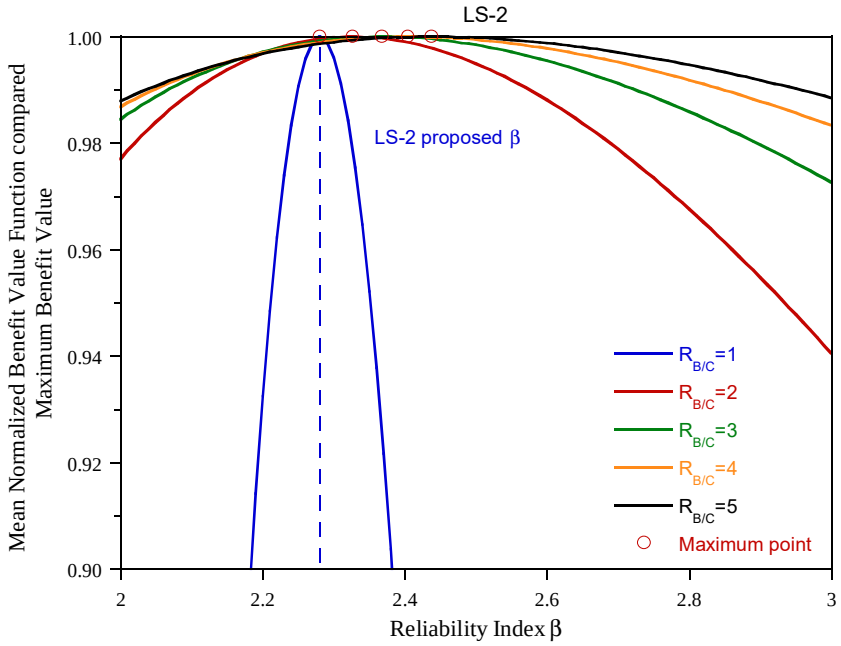

그림 6.14 LS-2 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화

그림 6.13과 6.14 에서 보는 바와 같이 편익비용비 $R_{B/C}=1$이면 신뢰도지수에 따른 편익가치가 가장 좁게 볼록한 형태를 가지고 정확한 최적의 신뢰도지수를 나타낸다. 하지만 편익비용비가 1보다 크면 신뢰도지수에 따른 편익가치의 볼록한 형태가 넓어진다. 이는 상대적으로 비슷한 편익가치가 나오는 신뢰도지수들도 최적의 신뢰도지수가 된다는 확인할 수 있다. 그리고 편익비용비 $R_{B/C}=1$에 대한 최대점에서의 신뢰도지수 기준으로 보면 다른 편익비용비 비해 상대적인 편익가치가 거의 차이가 없다. 이는 편익비용비가 1보다 커져도 상대적으로 얻을 수 있는 가치에 차이가 없기 때문에 $R_{B/C}=1$에서의 최적의 신뢰도지수가 전체적인 최적의 신뢰지수가 될 수 있다는 의미가 된다. 따라서 주결정 대상은 그림 6.15과 같이 $R_{B/C}=1$에 대한 최적의 신뢰도지수가 된다.

그림 6.15에서 LS-2의 경우 사고비용의 높은 중요도의 범위를 적용했지만 신뢰도지수를 확보하기 위하여 비용이 많이 발생하는 성질을 가지고 있으므로 LS-1보다 낮은 신뢰도지수로 최적화 되었다.

실제 상황에서 편익비용비 $R_{B/C}=1$보다 작은 경우가 있기 때문에 더 좁고 볼록한 형태를 나타낼 수도 있다는 점에서 $R_{B/C}=1$에 해당하는 신뢰도지수가 가장 최적의 신뢰도지수로 판단된다. 그리고 편익비용비가 더 큰 경우 그림 6.13과 6.14에 의하여 상대적으로 얻을 수 있는 편익 차이가 크지 않기 때문에 편익비용비를 더 높여서 최적의 신뢰도지수를 사용하지 않아도 된다.

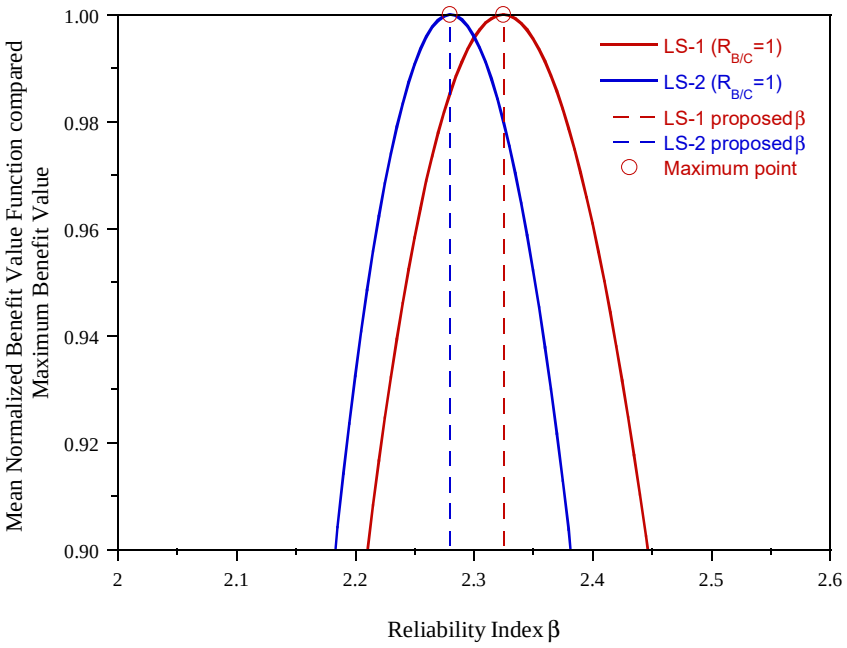

그림 6.15 $R_{B/C}=1$ 신뢰도지수에 따른 최대점 대비 평균 편익가치 변화

최종적으로 교량구조물의 편익가치함수를 최적화하면서 중력방향 극한한계상태 LS-1/2의 각 RC, ST, PC에 대한 휨모멘트와 전단에 대하여 모든 경우를 고려하여 최적의 신뢰도지수를 해석하여 목표신뢰도지수를 LS-1 경우 2.325, LS-2 경우 2.280로 제안히였다. 하지만, 제안된 편익가치함수의 최적의 목표신뢰도지수를 실제 설계기준에 반영하는 것은 인명 피해와 밀접한 문제이기 때문에 안전과 관련된 충분한 추가 검토들이 필요하다. 또한 교량설계 전문가와 학계의 연구진들간에 활발한 논의를 통하여 최종안을 도출하여야 한다.

제 7 장 결론

본 연구에서는 교량 구조물에 대한 신뢰도를 경제적인 효과를 할인율과 물가상승률에 대하여 영향을 받지 않는 순수한 가치 개념으로 고려함으로써 보다 합리적인 편익가치함수를 제시하였다.

또한, 교량 구조물로부터 발생되는 편익가치, 유지관리비용, 건설비용, 사고가 생겼을 때 발생되는 사고비용과 사고 없이 설계수명까지 도달했을 때의 구조물의 잔존가치를 전체적으로 편익가치함수에 반영하였다.

특히 편익가치함수에서 편익가치를 고려함으로써 교량 구조물에 대한 투자자의 신뢰도를 확인할 수 있는 지표로 사용할 수 있도록 하였다. 즉, 편익가치함수에서 편익가치를 고려함으로써 구조물에서 발생되는 순편익가치 B^{net}을 분석할 수 있었으며, 이는 교량 구조물 투자에 대한 지표로 편익비용비 $R_{B/C}$을 적용하여 투자가치에 대한 최적의 신뢰도를 확인할 수 있었다.

2012~2020년도 KDI 한국개발연구원 공공투자관리센터에서 예비타당성 조사를 실행한 총 223개의 사업에 대한 편익비용비 $R_{B/C}$ 을 1~5의 범위임을 파악했으며, 최적화에 있어서 편익비용비가 1보다 더 크면 상대적으로 얻을 수 있는 편익가치 차이가 거의 없다는 것을 확인하여 편익비용비 $R_{B/C}=1$인 경우가 주 최적화 결정 대상임을 확인했다.

이와 같은 순편익가치와 편익비용비를 구하기 위하여 편익가치함수에서의 편익과 유지관리비용이 설계 수명 동안 매년 일정하게 발생한다는 가정을 하게 되었다. 이러한 가정은 교량의 공용수명에 따른 정확한 편익과 유지관리비용의 발생률을 파악되지 않는 상태에서 가장 합리적인 가정이라 판단된다. 또한 선행 목표신뢰도지수 최적화 연구들에서도 적용하는 주요한 가정 중의 하나이기 때문에 여러 연구자들도 합리적이라고 보는 가정이다.

또한 신뢰도지수와 건설비용에 대한 관계를 파악하기 위하여 신뢰도지수에 대한 물리적인 의미에 부합하는 요구저항강도를 적용했다. 따라서 신뢰도지수에 따른 건설비용을 신뢰도지수에 따른 요구저항강도와 비례한다고 볼 수 있다. 이 관계를 Ghasemi (2014)의 연구 결과를 이용하여 LS-1 Moment ST에 대한 비례관계 검증을 수행했다. 즉, 신뢰도지수와 건설비용간의 관계를 파악하는 것은 안전을 확보하기 위하여 발생되는 비용을 명확한 지수함수로 표현하여, 편익가치함수를 수학적인 방법으로 표준화할 수 있는 획기적인 방법이다.

각 한계상태에 대한 대표 고정하중비와 DC 하중비를 파악했으며, 대표 하중비를 적용하여 요구저항강도를 역신뢰해석을 통하여 구조계의 특성과 무관하게 표준화된 요구저항강도 해석할 수 있었다. 이러한 표준화되지 않는 요구저항강도와 표준화된 요구저항강도간의 관계는 편익가치함수를 한번 더 표준화 함으로써 수 많은 구조계의 특성을 한번에 고려할 수 있는 중요한 점이다.

사고비용는 구조물의 중요도, 연성/취성 파괴형태, 여용성에 의하여 변동하여 예측 불가능하다. 따라서 교량구조물의 사고비용에 대한 범위를 파악했으며, 편익가치함수에서 범위에서 균등한 분포를 가정하여 평균적으로 편익가치함수를 최대화함으로써 최적의 신뢰도지수를 결정했다. 실제 설계기준에서 구조물의 중요도, 연성/취성 파괴형태, 여용성에 대한 각 상황에 따른 적절한 조정을 하여 사고비용의 변동성을 고려하게 된다.

교량이 사고 없이 설계수명까지 도달했을 때 발생하는 구조물의 잔존가치를 완전경쟁시장을 가정하여 계산하였다. 그리고 이 계산에 설계수명 시점에서의 잔존수명을 파악하는 문제가 있었다. 현재 도로교설계기준(한계상태설계법)에서 적용하는 교량 설계수명이 100년이기 때문에 축적된 자료의 한계가 있었지만 이러한 자료의 한계를 Kaplan-Meier 분석과 중도절단자료에 대한 최대우도법을 적용하여 설계수명 시점에서의 잔존수명을 23.32년으로 파악했다. 따라서 구조물의 잔존가치를 완전경쟁시장을 가정하여 해석할 수 있었다.

극한한계상태에서의 파괴는 우발적인 사건에 의하여 발생하며 따라서 모든 시점에서 일정한 파괴율을 가진다는 가정하에 편익가치함수의 확률적 기대값을 구했다. 이와 같은 가정은 실제 구조물의 공용수명에 따른 파괴율을 정확히 나타내지 못하다. 정확한 안전성을 검진하지 못한 신기술이나 공법 등으로 인하여 초기 공용수면에서 큰 파괴율을 나타내며, 정기적이지 않거나 정밀한 유지관리를 못하게 되면 긴 공용수면에서 구조물이 부식이나 마모로 인하여 파괴율이 커지기 때문이다. 따라서 본

연구에서의 제시하는 신뢰도는 충분히 정착된 기술이나 공법을 적용하고, 제대로 된 유지관리를 걸쳤을 때의 최적의 신뢰도지수를 제시하였다. 그리고 일반적으로 이러한 신기술이나 공법에 대한 파괴와 부식이나 마모로 인한 예상치 못한 파괴들은 목표신뢰도지수를 더 높게 사용함으로써 효과적으로 방지할 수 있는 파괴형태가 아니다. 그렇기 때문에 목표신뢰도지수를 높게 설계해도 전체적인 파괴율을 비교적 작은 범위에서만 낮출 수 있고, 충분한 검진과 유지관리를 해야만 예방할 수 있는 파괴 형태이다.

본 연구는 교량 구조물에 대한 편익과 비용들을 경제적인 면에서 최적화를 했기 때문에 교량 붕괴사고가 일어날 때의 인명피해와 사회적인 손실감을 정확히 고려하기 어렵다는 한계가 있다. 따라서 향후 인명피해와 사회적인 손실감에 대한 후속 연구가 필요하다.

도로교설계기준(한계상태설계법)에 따라, 극한한계상태 중력방향 하중에 대한 한계상태를 기본적인 고정하중 지배 한계상태(LS-1)와 활하중 지배 한계상태(LS-2)로 설정하여 연구를 수행했다. 최적화에 있어서 각 한계상태가 편익가치함수에서 서로 다른 성질을 가지고 있다는 것을 확인하여 각 한계상태에 대하여 독립적으로 최적화를 수행했다. 또한 부재 RC, ST, PC 그리고 하중효과 중 휨모멘트와 전단에 대하여 평균 편익가치함수를 제시하여 통합적으로 최적화를 하였다.

최종적으로 교량구조물의 편익가치함수를 최적화하면서 중력방향 극

한한계상태 LS-1/2의 각 RC, ST, PC에 대한 휨모멘트와 전단에 대하여 모든 경우를 고려하여 최적의 신뢰도지수를 해석하여 목표신뢰도지수를 LS-1 경우 2.325, LS-2 경우 2.280로 제안한다. 물론 편익가치함수의 최적의 목표신뢰도지수를 실제 설계기준에 반영하려면 교량설계 전문가와 학계의 연구진들간에 활발한 논의와 추가 연구들을 통하여 최종안을 도출하여야 한다.

참고 문헌

국토교통부 (2012). *도로교설계기준 (한계상태설계법)*, 국토교통부.

국토교통부 (2015). *도로교설계기준 (한계상태설계법)-케이블교량편*, 국토교통부.

김양진 (2013). *생존분석*, 자유아카데미.

김영진 (2002). "국내 교량구조물의 사고사례 분석", *한국구조물진단유지관리공학회 논문집*, 2002, 6, (2), pp. 103.

박동호, 임재학, 남경현, 정기문 (2015). *신뢰성 이론과 수명분포 응용*, 자유아카데미.

김두일 (2017). *정수시설 자산관리 솔루션 개발*, 환경 정책 기반 공공기술 개발사업 보고서.

박성훈, 이상학, 노상채 (2017). *미시경제학* 2판, 법문사.

박태웅 (2015). *고장 보고율을 이용한 현장 수명자료 분포의 모수추정*, 서울대학교 대학원.

신동구, 김천용, 백인열 (2006). "하중저항계수설계법(LRFD)으로 설계된 강합성 거더의 휨에 대한 신뢰도해석", *대한토목학회논문집 A, 26(3A)*, 539-546

송상원 (2019). *도로교설계기준의 중력방향 한계상태의 하중-저항계수 및 재료계수 결정*, 서울대학교 대학원.

양영순, 서용석, 이재옥 (2002). *구조 신뢰성 공학*, 서울대학교 출판부.

이승한 (2014). *케이블교량의 신뢰도기반 설계를 위한 하중-저항계수 산정*, 서울대학교 대학원.

이해성 (2019). *신뢰도기반 하중-저항계수*, 기문당.

이해성 (2021). “중력방향하중지배 한계상태의 목표신뢰도”, Supplemental Material J, *신뢰도기반 하중-저항계수*, 기문당.

윤태국, 차윤창 (2006). “유류탱크 안전진단을 기초로한 구조 개선 제안” *시설안전 보고서*, pp. 60-178.

조준상, 김병구, 길흥배 (2014). “재난시 고속도로 교량 붕괴를 대비한 위험군 분류 및 기능회복 방안”, *대한토목학회 학술대회*, pp. 79-80.

지홍민 (2017). “누적전망이론을 이용한 생명보험과 연금의 유보가격 측정 연구”, *보험연구원 연구보고서 (22),* pp. 1-84.

도로 교량 및 터널 현황정보시스템 (2012-2020). *도로 교량 및 터널 현황조서*, 한국건설기술연구원, 국토교통부.

American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) (2020). *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*, 9th edition, AASHTO.

Bea, Chang Hoon (2016). *Determination of the Load-Resistance Factors for Reliability-Based Codes by Optimization,* Master thesis, Seoul National University, Seoul, South Korea

Basler, K. (1961). *Strength of plate girders in shear*, Lehigh University, Fritz Laboratory Reports. 251-20.

Bernheim, B. Douglas, and Michael D. Whinston (2014). *Microeconomics* 2nd ed. MCGRAWHILL.

Cornell, C.A. (1969). “A Probability-Based Structural Code”, *ACI Journal Proceedings*, 66(12), pp. 974-985.

Cox, D.R., and Oakes, D. (2018) *Analysis of survival data*, Chapman and Hall.

Der Kiureghian, A., Zhang, Y., and Li, C.-C. (1994) “Inverse reliability problem”, *Journal of engineering mechanics*, 120 (5), pp. 1154-1159.

European Committee for Standardization (CEN) (2002) *Eurocode : Basis of Structural Design*, EN1990, European Committee for Standardization, Brussel, Belgium.

Ghasemi, S.H. (2014). *Target reliability analysis for structures*, Graduate Faculty of Auburn University, Thesis for PhD.

Haldar, A., and Mahadevan, S. (2000). *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons. Inc., New York.

Hasofer, A., and AM, H. (1974). “Design for infrequent overloads”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* , Volume 2 (4).

Hasofer, A.M., and Lind, N.C. (1974). “Exact and invariant second-moment code format”, *Journal of the Engineering Mechanics division*, 100(1), pp. 111-121.

Hwang, E.-S., Nguyen, S.H., and Nguyen, Q.H. (2014). “Development of serviceability limit state design criteria for stresses in prestressed concrete girders”, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 18(7), pp. 2143-2152.

International Organization for Standardization (ISO) (2015) *ISO 2394:2015 General principles on reliability for structures.* International Organization for Standardization, Switzerland.

Kim, Se Sang (2018). *Unified Code Calibration for Short-to Medium-span and Long-span Bridges with New Vehicular Live Load Model*, Master thesis, Seoul National University, Seoul, South Korea.

Lee, C.-E., Kim, S.-W., Park, D.-H., and Suh, K.-D. (2012). “Target reliability of caisson sliding of vertical breakwater based on safety factors”, *Coastal engineering*, 60, pp. 167-173.

Lee, H.S., Bae, C., and Kim, J.H. (2018). “Assessment of Reliability Levels and Adjustment of Load-resistance Factors Using Optimization for Gravitational Loads-governed Limit States of the AASHTO LRFD Bridge Design Specifications”, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 22, (9), pp. 3462-3472.

Lind, N.C., Davenport, A.G. (1972). “Towards Practical Application of Structural Reliability Theory,” *Probabilistic Design of Reinforced Concrete Buildings*, ACI SP-31, pp. 63–110.

Nowak, A. S. (1999), *Calibration of LRFD Bridge Design Code*. NCHRP Report 368, Transportation Research Board, National Council, Washington, DC.

Paik, I., Hwang, E.S., and Shin, S. (2009). “Reliability analysis of concrete bridges designed with material and member resistance factors”, *Computers and Concrete*, 6, (1), pp. 59-78.

Rackwitz, R. and Flessler, B. (1978). “Structural reliability under combined random load sequences”, *Computers & Structures*, Vol 9, (5), pp. 489-494.

Rackwitz, R., and Streicher, H. (2002). “Optimization and target reliabilities”, *JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration*.

Rackwitz, R. (2000). “Optimization—the basis of code-making and reliability verification”, *Structural Safety*, 22(1), pp. 27-60.

Rosenblueth, E. (1986). “Optimum reliabilities and optimum design”, *Structural Safety*, 3, pp. 69-83.

Joint Committee on Structural Safety (JCSS) (2001) *The JCSS Probabilistic Model Code*, Joint Committee on Structural Safety.

Joint Committee on Structural Safety (JCSS) (2008). *Risk Assessment in Engineering*, Joint Committee on Structural Safety.

Suh, K.-D., Kim, K.-S., and Kim, D.-L. (2010). “Effects of discount rate and various costs on optimal design of caisson breakwater”, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 14, (2), pp. 99-109.

부록 A. 교량 붕괴 사례 조사

표 A.1 교량 붕괴 사례 조사

No	시설물명	사고내용	준공일자	사고일자	사망 자수	부상 자수
1	만탄교	과하중		1960/03/16		
2	천제연구름다리	연결고리쇠파단	준공이전	1981/12/17	11	8
3	금호대교	교각붕괴	준공이전	1983/06/13	2	4
4	등선교	상부구조붕괴	1972/12/00	1985/06/22	0	0
5	여수교	과하중재하		1985/06/29	0	15
6	영동5교	바닥판붕괴	준공이전	1985/10/27	0	20
7	올림픽대교접속교	바닥판붕괴	준공이전	1989/04/08	1	2
8	경부고속도로육교	지반침하	철거중	1990/12/17	0	0
9	팔당대교	중간경간붕괴	준공이전	1991/03/26	1	0
10	창선대교	교각붕괴	1980/06/00	1992/07/30	2	2
11	신행주대교	교각,바닥판 붕괴	준공이전	1992/07/31	0	0
12	동탄2교	PSC거더붕괴	준공이전	1992/09/28	0	0
13	가산교	교각붕괴	1963/00/00	1992/11/12	0	0
14	연수교	바닥판붕괴		1992/11/30		
15	화전2교	바닥판붕괴	준공이전	1993/04/09	0	3
16	추자대교	상부구조붕괴	1972/00/00	1993/04/11	2	1
17	새원교	교각붕괴	1989/12/00	1993/09/20	0	0
18	음정교	교각붕괴	준공이전	1993/11/04	3	2
19	성수대교	설계, 시공, 유지관리	1979/10/16	1994/10/21	32	17
20	종암경찰서앞육교	차량충돌	1971/00/00	1994/11/20	2	6
21	홍성 과선교	PSC거더의 전도	준공이전	1995/01/08	0	0
22	후포교	상부구조붕괴	준공이전	1997/05/20	0	0
23	진목교	동바리붕괴	준공이전	1998/08/30	2	3
24	신동램프2교	상부구조 전도추락	2000/12/00	2001/06/15	0	1
25	하추교	폭우		2007/08/09	0	0
26	올림픽공원 청룡	지반침하	1986/04/00	2010/04/04	0	1

표 A.1 교량 붕괴 사례 조사 (계속)

No	시설물명	사고내용	준공일자	사고일자	사망자수	부상자수
27	신진교	역행침식	1969/07/00	2010/09/24	0	0
28	부천고가교	화재	1998/00/00	2010/12/13	0	0
29	용머리교	역행침식		2011/07/28	0	0
30	전북교	역행침식	1983/00/00	2013/07/22	0	0
31	남해 창선교	설계, 시공	1980/06/05	1992/07/30	2	2
32	신행주대교	설계, 시공	준공이전	1992/07/31	0	0
33	안양 박달 우회	설계, 시공	1997/06/30	1997/07/23	0	0
34	구포교	태풍, 홍수	1932/01/01	2003/09/15	0	0
35	덕소강변대교	유지관리	1995/12/01	2004/10/15	0	0
36	세월교	역행침식		2011/10/00	0	0
37	북대3리	역행침식		2013/07/00	0	0
38	성산대교	유지관리, 콘크리트 탈락	1980/06/30	2017/06/15	0	0
39	평택국제대교	시공, 유지관리, 붕괴	준공이전	2017/08/26	0	0
40	송천교	태풍	1978/12/01	2019/10/03	0	0

Abstract

Determination of Target Reliability Index of Highway Bridges through Optimization of Benefit Value Function

Gantulga NARANGEREL
Department of Civil and Environmental Engineering
The Graduate School
Seoul National University

Reliability-based bridge design code has been introduced to Korea and is currently in use, but the target reliability index of the Korean Highway Bridge Design Codes (Limit State Design) for guaranteeing the safety of the bridge structures is too high, according to the recent study. Therefore, in an effort to derive a new optimal reliability index that adequately considers the economic

effect of a bridge structure, a benefit-value function for a bridge structure with an optimization performed on gravitational load-governed limit state is proposed.

The proposed benefit-value function of a bridge structure reflects the total cost of the bridge construction, benefit value obtained by the use of the structure, maintenance cost, damage cost in case of collapse, and the residual value of the structure remaining if it exceeds its design lifetime. In addition, we adopted a benefit-cost ratio, which is an indicator of actual business feasibility. And by normalizing the benefit-value function using the logical relationship between the costs and the benefit values, a generalized optimization was made possible. The relationship between the reliability index and the construction cost was derived from the required resistance strength based on physical quantity, and the residual value of the structure at the end of design lifetime was calculated under the assumption of perfect competitive market.

The load effect on bending moment and shear for reinforced concrete (RC), steel (ST), and prestressed concrete (PC) members were collectively optimized. Finally, the optimal target reliability indices for the dead load-governed limit state (LS-1) and live load-governed limit state (LS-2) were derived by calculating for

each member and load effect, optimizing the collective average benefit-value function for each member and load effect.

Keywords : reliability-based design code, target reliability index, benefit-value function optimization, gravitational load-governed limit state, required resistance strength

Student number : 2016-36709