

<연구논문>

비선형 굽힘거동을 고려한 직물의 처짐

서장일* · 유웅렬** · 정관수† · 강태진

서울대학교 재료공학부, *삼양사 중앙연구소, **한국생산기술연구원 생활산업기술개발센터
(1999. 12. 1. 접수)

Deflections of Fabrics Based on Nonlinear Bending Properties

Jang Il Seo*, Woong Ryeol Yu**, Kwansoo Chung†, and Tae Jin Kang

School of Material Science and Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

*Samyang Central R&D Center, Yusung-Gu, Taejeon 305-348, Korea

**Advanced Consumer Products R&D Center, Korea Institute of Industrial Technology,
Choongchungnam-do 330-820, Korea

(Received December 1, 1999)

Abstract : A fabric deflection model was developed based on the nonlinear beam bending theory to predict fabric deflection under its own weight. The nonlinear bending properties of fabrics were measured from the KES bending test, assuming that the bending moment is a function of curvature. Compared to the results based on the linear bending theory, the results showed better agreement with experimental results.

1. 서 론

직물의 드레이프 거동은 의복의 미적 형상에 있어서 중요한 요소이며 이는 직물의 자중에 의한 처짐 거동에 큰 영향을 받는다. 그러므로 직물의 자중에 의한 처짐거동을 파악하는 것이 드레이프 거동 해석에 필수적이다. 직물의 처짐거동은 1930년대 Peirce[1] 아래 많은 사람들이 연구해왔다. Grosberg[2,3], Konopasek [4,5] 등 여러 사람들의 결과를 종합하면 직물의 처짐거동을 결정하는 굽힘강성을 직물의 구성요소인 실의 굽힘강성을 이용하여 구하려는 시도가 계속되어 왔지만 경·위사의 방향성, 섬유의 모양, 직물의 조직, 섬유간의 마찰등 많은 요소들로 인해 만족할만한 정량적 해석은 이루어지지 않았다는 것이다. 그러므로 직물의 굽힘 강성과 직물을 구성하는 실의 굽힘강성과의 관계를 규명하기 보다는 실제 직물의 굽힘강성치를 측정하여 이를 입력값으로 하여 직물의 처짐거동을 해석하는 연구가 최근에 많이 이루어지고 있다. Clapp[6,7] 등은 선형이나 bilinear로 가정하여 직물의 굽힘 강성을 측정하고 수평면상에서의 버클링에 대한 해석을 하였고

Brown[8] 등은 공장자동화 측면에서 직물의 자동 이송을 위한 로봇의 운동경로 계산에 응용하였다.

직물의 삼차원적 처짐 거동에 대한 연구는 Shanahan [9]의 연구를 필두로 공간상에서 직물을 연속적인 쉬트(sheet)로 가정하여 판·이론이나 셀·이론을 사용하여 직물의 삼차원적 변형을 예측하는 것이다. Lloyd[10]는 공간상에 있는 직물의 인장변형에 대한 수치해석을 연구하였고 Amirkayat[11] 등은 의복에서 많이 발생하는 “crow's foot” 형태의 버클링에 대한 역학적 해석을 수행하였다. 최근에는 Collier[12]의 연구를 시작으로 구조역학에서 많이 사용되는 유한요소법을 이용한 연구들이 활발히 이루어지고 있다[13,14]. 이들 연구는 연속체 역학을 바탕으로 직물의 굽힘 성질을 선형으로 가정하고 기하학적 비선형성을 고려하여 직물의 변형을 모사한다. 이들 연구들은 직물의 굽힘성질을 선형으로 가정하거나 곡률에 대한 단순화된 정의(미소변형 가정)를 사용하므로 직물의 처짐거동 예측에 연속체 역학을 적용하였을 때, 그 결과에 대한 평가를 명확하게 할 수 없었다. 본 연구에서는 직물 굽힘성질의 비선형성을 고려하고 미소 변형 가정이 없는 곡률에 대한 정의를 사용하여 직물의 자중에 의한 이차원적 처짐 거동을 해석하였다. 아울러, 얇은 종이의 경우 굽힘강성은 인장성질에 바탕을 둔 연속체 역학으로부터 유도가

[†]To whom correspondence should be addressed.
chungch@gong.snu.ac.kr

어려우므로 얇은 종이의 비선형 굽힘강성을 실험적으로 직접 측정하여 자중에 대한 처짐 거동을 해석해 보았다.

2. 보의 처짐(Deflection of a beam)

자중에 의한 직물의 비선형적 처짐 거동을 해석하기 위해 직물은 자중에 의해 인장변형 없이 순수하게 굽힘 변형만이 일어난다고 가정하였다. 자중에 의한 변형시(특히 이차원적 변형의 경우), 직물의 변형거동은 주로 직물내의 실과 섬유의 굽힘거동에 지배받으므로 직물내의 실과 섬유의 인장이나 크림프의 파지에 의한 인장 변형은 무시하였다. 직물의 굽힘 거동은 곡률 변화가 큰 대변형 문제, 즉 기하학적 비선형성을 갖는 문제이므로 미소 변형에 대한 가정이 없는 곡률 정의식을 사용하였다. 이는 곡률의 정의에 대한 가정에서 발생하는 오차를 없애기 위한 것이다. 또한 비선형 모멘트-곡률 관계를 해석에 그대로 반영하였다.

2.1. 대변형 보이론

변형이 큰 경우에 Bernoulli-Euler equation[15]을 적용하여 먼저 보의 처짐 거동을 지배하는 지배방정식을 구하였다.

곡률은 고체역학의 미소변형시에 다음과 같이 정의된다.

$$\chi = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d^2y}{dx^2} = y'' \quad (1)$$

여기서, χ : 곡률

θ : 접선이 x 축과 이루는 각(Figure 1 참조)

s : 곡선의 길이 좌표

직물에 큰 변형이 가해지는 경우, 곡률 값은 다음과 같다.

$$\chi = \frac{d\theta}{ds} = \frac{y''}{[1+y'^2]^{3/2}} \quad (2)$$

일반적으로 역학적 문제를 해석하고자 할 때 다음의 두 가지 기본 오차를 포함하고 있다. 첫번째 오차는 지배방정식을 유도할 때 변형에 대한 가정에서 기인하고 다른 하나는 이렇게 구해진 지배방정식을 풀 때 생기는 오차이다. 본 연구에서는 위와 같이 곡률에 대한 정의를 가정 없이 사용하므로 첫번째 오차를 줄일 수 있다. 직물의 처짐 거동을 지배하는 방정식을 곡선좌표와 직교좌표를 이용하여 유도하는 과정은 다음과 같다.

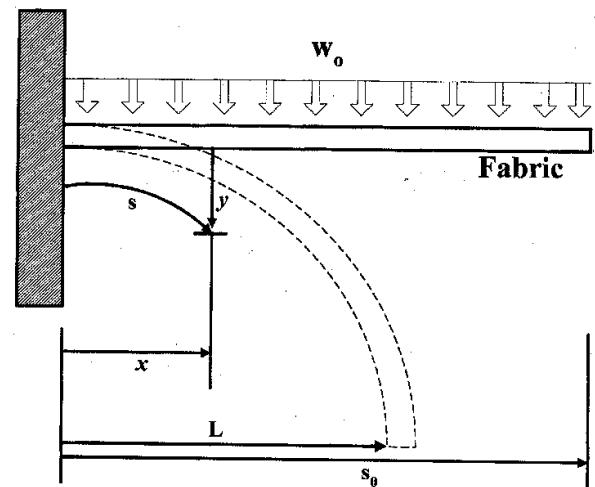


Figure 1. A cantilever beam under large deformation.

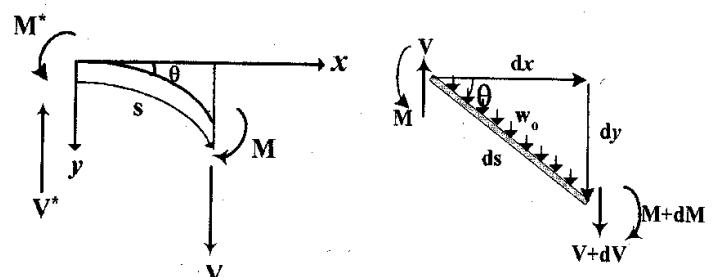


Figure 2. Free body diagram of a beam.

먼저 Figure 1과 Figure 2에서와 같이 직물의 단면에 작용하는 모멘트를 구한다. 여기서, 모멘트는 단위 폭에 대한 값이며 w_o 는 직물의 단위면적당 무게, s_o 는 직물의 전체 길이이며 L 은 처짐 직물 끝의 x 좌표이다. 여기서,

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (3)$$

이며, 보의 고정단($x=0$)의 모멘트와 횡력(shear force)은 다음과 같다.

$$M^* = \int_0^{s_o} x dF = \int_0^{s_o} x w_o ds = \int_0^L \xi w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi \quad (4)$$

$$V^* = \int_0^{s_o} dF = \int_0^{s_o} w_o ds = \int_0^L w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi = w_o s_o \quad (5)$$

이때, ds 에 대해 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta, \frac{dy}{ds} = \sin \theta \quad (6)$$

한편, 임의의 단면에 작용하는 횡력을 구하면 다음과 같다.

$$V = V^* - \int_0^s w_o ds \quad \text{또는} \quad V = V^* - \int_0^x w_o \sqrt{1+y'^2} d\xi \quad (7)$$

다음으로 임의의 단면에 작용하는 모멘트 M 을 구하기 위해 모멘트의 평형식을 구하면 다음과 같다.

$$M - M^* + V^*x - \int_0^s w_o(x - \tilde{x})d\tilde{s} = 0 \text{ 또는}$$

$$M - M^* + V^*x - \int_0^s w_o(x - \xi)\sqrt{1+y^2}d\xi = 0 \quad (8)$$

(8)식에서 M 은 직물 단면에 작용하는 모멘트로 선형굽 힘거동일 경우는 (9)식과 같이 곡률의 일차함수로 정의된다.

$$M = B\chi \quad (9)$$

여기서, B : 굽힘강성

직물의 굽힘거동이 재료 비선형성을 나타낼 때 모멘트는 곡률의 함수로 표현된다. 이 함수식은 직물마다 다르므로 실험을 통하여 결정한다. 본 논문에서는 3장에서와 같이 종이와 직물의 KES-FB 데이터를 이용하여 모멘트-곡률 관계식을 구하였다.

$$M = \Psi(\chi) \quad (10)$$

(4)식과 (5)식 및 (10)식을 (8)식에 대입하여 모멘트 평형방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\Psi(\chi) = \int_0^s xw_o ds - w_o s_o x + \int_0^s w_o(x - \tilde{x})d\tilde{s} \quad (11)$$

$$\Psi(\chi) = \int_0^L w_o \xi \sqrt{1+y^2} d\xi - w_o s_o x + \int_0^s w_o(x - \xi) \sqrt{1+y^2} d\xi \quad (12)$$

(11)식과 (12)식에서와 같이 보의 대변형 지배방정식은 두가지 형태(곡선좌표, 직교좌표)로 유도될 수 있다. 윗 식은 미분에 의해 미분방정식 형태로 전개가 가능 한데, (11)식의 경우 2차 미분방정식으로, (12)식의 4차 미분방정식으로 전개된다. 그러므로 본 논문에서는 수치해석적으로 접근이 용이한 (11)식을 이용하여 해를 구하였다. (11)식을 s 에 대해 미분하고 (6)식을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{dM}{ds} = -V^*\cos\theta + w_o s \cos\theta = w_o(s - s_o) \cos\theta \quad (13)$$

(13)식은 Figure 2에서 ds 길이의 보에 힘과 모멘트의 평형을 직접 고려하여서도 얻을 수 있다(이 경우, $dV/ds = -w_o$, $dM/ds = -V\cos\theta$). (13)식에서와 같이 직물을 보로 가정한 경우, 직물의 처짐 거동은 독립변수 θ 로 표현될 수 있으며 (13)식에서 직물의 각 점 s 에서의 θ 를 구하고 이를 적분하여 직물의 처짐 형상을 구할 수

있다.

$$x = \int_0^s \cos\theta ds, \quad y = \int_0^s \sin\theta ds \quad (14)$$

(13)식을 (10)식의 모멘트-곡률 관계식을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} = \frac{w_o(s - s_o) \cos\theta}{\frac{d\Psi(\chi)}{d\chi}} \quad (15)$$

여기서 경계조건은 $\theta(0) = 0$, $\frac{d\theta(s_o)}{ds} = 0$ 이 된다.

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} = \frac{w_o(s - s_o) \cos\theta}{\frac{d\Psi(\chi)}{d\chi}}, \theta|_{s=0} = 0, \frac{d\theta}{ds}|_{s=0} = \mu^{[0]} (\text{guess})$$

$$\text{find } \mu \text{ so that } \kappa(s_o) = \frac{d\theta}{ds}|_{s=s_o} = 0$$

convert to two 1st order ODE

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \kappa \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} \kappa \\ f(s, \theta, \kappa) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_o(s - s_o) \cos\theta \\ \frac{d\Psi(\chi)}{d\chi} \end{bmatrix}$$

with $\theta(0) = 0, \kappa(0) = \mu^{[k]}$ ($\mu^{[0]} = \text{arbitrary}$)

Solve θ, κ with $\mu^{[k]}$

FIND $\mu^{[k+1]}$

To find $\frac{\partial\kappa}{\partial\mu}(s_o)$, first define

$$\xi(s) = \frac{\partial\theta(s, \mu)}{\partial\mu} \text{ and } \eta(s) = \frac{\partial\kappa(s, \mu)}{\partial\mu}$$

Find ξ, η

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} \eta \\ \frac{\partial f}{\partial\kappa}\eta + \frac{\partial f}{\partial\theta}\xi \end{bmatrix}$$

with $\xi(s=0) = 0, \eta(s=0) = 1$

(since θ is independent of μ and $\kappa = \mu$ at $s=0$)

$$\frac{\partial\kappa}{\partial\mu}(s_o) = \eta(s_o, \mu)$$

check $\kappa(s_o) = 0$

$$\text{Update } \mu^{[k+1]} = \mu^{[k]} - \frac{\kappa(\mu^{[k]})}{\frac{\partial\kappa}{\partial\mu}(\mu^{[k]})}$$

Figure 3. The Newton iteration scheme to solve the ordinary differential boundary value problem.

처짐이 작은 경우, y' 값이 무시할 만큼 작으므로 식 (12)는 다음과 같이 $y=y(x)$ 에 대한 단순한 2차 상미분 방정식이 되어 처짐 거동을 구할 수 있다.

$$By'' = \frac{w_o s_0^2}{2} - x w_o s_o + \frac{w_o x^2}{2} \quad (16)$$

2.2. 수치해석 방법

비선형 지배방정식인 식 (15)를 수치해석적인 방법을 사용하여 해를 구하였다. 이와 같은 2차 미분방정식은 두개의 초기조건에 의해 유일한 해를 가지나 (16)에서와 같이 초기조건 하나와 경계조건 하나로 주어지기 때문에 초기조건을 임의의 값으로 가정하여 미분방정식을 4차 Runge-Kutta 방법으로 풀고 끝점에서의 경계조건($d\theta(s_o)/ds=0$)을 만족하도록 Newton 반복법에 기반을 둔 shooting method[16]를 사용하였다. 그 절차를 Figure 3에 나타내었다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 재료와 실험

보의 변형이론을 이용하여 유도된 굽힘 방정식의 해를 구하여 직물의 처짐거동을 해석하기 위해 종이(A4 복사용지)와 모직물을 재료로 사용하였다. 종이를 사용한 이유는 종이가 직물에 비해 재료가 균일하고 연속체에 가까운 재료이기 때문이다. 아울러, 종이와 같은 얇은 재료의 굽힘강성은 인장성질에 바탕을 둔 연속체역학으로부터의 유도가 힘드므로 비선형 굽힘강성을 직접 측정하여 자중에 의한 처짐을 구하여 보았다. 이들의 굽힘성질(모멘트-곡률관계)을 측정하기 위해 KES-FB2[17]를 사용하였다. 굽힘강성 B는 모멘트-곡률 곡선의 기울기가 된다. 처짐 거동은 cantilever beam 실험을 하고 화상분석기를 사용하여 처짐형상을 X-Y 좌표로 나타내어 계산 값과 비교하였다. 시료인 직물과 종이는 온도, 습도 등 주위 조건에 따라 굽힘 거동이 달라질 수 있다. 그러므로 KES-FB2를 사용한 굽힘 강성 측정과 cantilever beam 실험을 항온 항습실에서 행하였다.

3.2. 시료의 폭이 굽힘 거동에 미치는 영향

본 연구에서 가정한 것을 정리하면, 직물의 굽힘거동을 연속체인 보의 거동으로 가정하고 자중에 의한 인장변형은 무시하는 것으로 요약될 수 있다. 직물을 연속체로 가정하였기 때문에 cantilever beam의 폭은 계산에 영향을 미치지 않는다. 실제 직물을 이용하여 이의 적용 가능성을 실험을 통하여 알아보았다. 시료

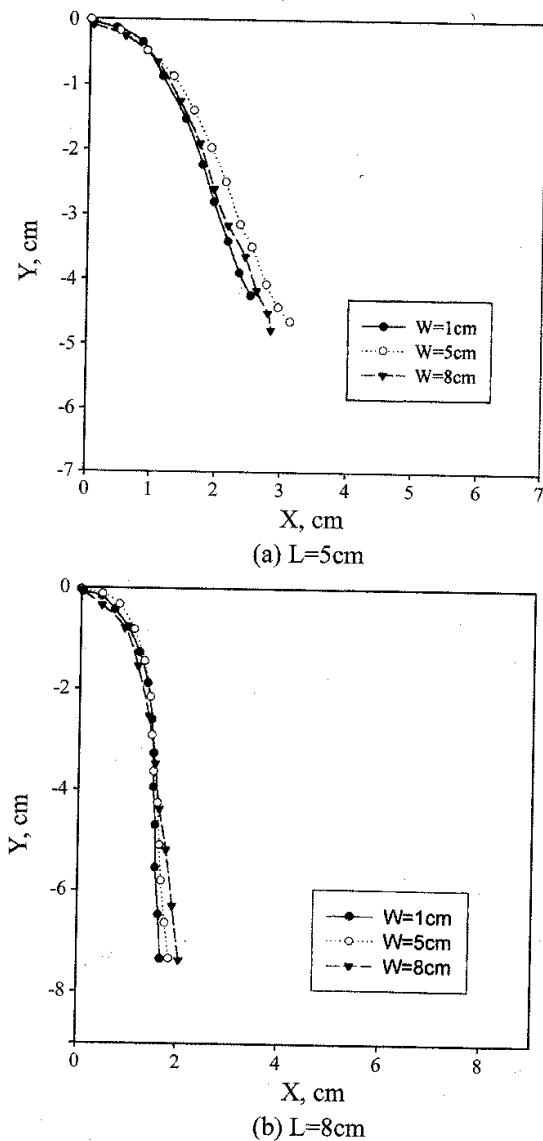


Figure 4. Deflections of fabrics of different width(W) (L: fabric length).

의 길이를 5 cm, 8 cm로 하고 이때 시료폭을 1 cm, 5 cm, 8 cm로 하여 cantilever beam 테스트를 하여 처짐 형상을 얻었다. Figure 4에서 볼 수 있듯이 시료 폭의 변화에 대하여 전체적인 처짐 거동은 폭에 따라 큰 변화가 없음을 알 수 있다.

3.3. 종이의 굽힘 거동

KES-FB2를 이용하여 측정된 종이의 곡률-모멘트 관계는 Figure 5에서 볼 수 있듯이 전체적으로 비선형을 나타내고 있다. KES-FB tester는 곡률이 0.5 cm^{-1} 에서 1.5 cm^{-1} 일 때의 기울기를 굽힘강성으로 한다. 그러나 Figure 5에서 볼 수 있듯이 곡률에 따라 굽힘 강성이 전체적으로 비선형성을 보이므로 특정한 상수 값을 굽힘 강성의 대표값으로 하기에는 부정확한 요소가 많다. 본 연구에서는 굽힘강성(B, gfcm^2/cm)을 선형으로 가정한 경우와 비선형으로 가정한 경우에 대해 해를

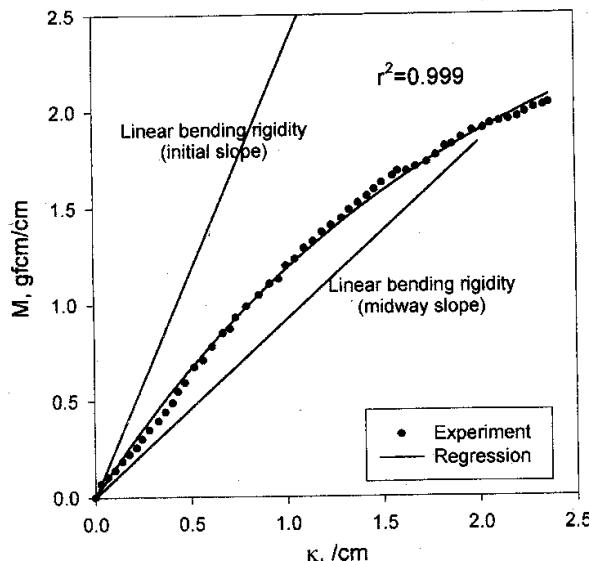


Figure 5. Nonlinear bending property of the paper measured using the KES bending tester.

구해보고 실험 결과와 비교하였다. 이후에 “선형”이라고 지칭되는 경우는 재료의 굽힘강성을 선형으로 가정한 경우를 나타내며 “비선형”이라고 지칭되는 경우는 재료의 굽힘강성을 비선형으로 가정한 경우를 나타낸다.

종이의 굽힘곡선을 선형으로 가정한 경우, 종이의 굽힘강성을 Figure 5에서 볼 수 있듯이 초기의 굽힘강성 (initial linear bending rigidity)은 측정 데이터의 초기 기울기 ($2.33 \text{ gfcm}^2/\text{cm}$)를 사용하였다. 중간굽힘강성 (midway linear bending rigidity)은 KES-FB2의 B값 ($B=0.917 \text{ gfcm}^2/\text{cm}$)을 사용하였고 비선형으로 가정한 경우는 Figure 5에서의 실험 값을 가장 근사하게 표현하는 모멘트-곡률 곡선에 대한 회귀식을 구하고 이를 미분하여 굽힘강성을 곡률의 함수로 정의하였다. 구해진 회귀식은 다음과 같다.

$$M = \Psi(\chi) = 2.974(1 - e^{-0.506\chi}) \quad (17)$$

이렇게 구해진 굽힘강성과 측정된 종이의 단위면적당 무게 ($w_0=0.00756 \text{ gf/cm}^2$)를 측정하여 cantilever beam의 처짐 거동을 살펴보았다. Figure 6의 결과를 살펴보면, 초기굽힘강성을 사용하여 계산된 처짐은 실제와 비교해 볼 때 처짐이 작음을 알 수 있는 반면 중간굽힘강성을 사용한 경우는 실제보다 처짐이 큰 것을 알 수 있다. 비선형 굽힘강성을 사용한 경우는 앞의 두 경우(초기굽힘강성, 중간굽힘강성)의 중간 처짐을 보이고 있다. 결과적으로 KES 테스터에서 굽힘강성으로 제시하는 중간굽힘강성보다 초기굽힘강성이나 비선형굽힘강성을 사용했을 때가 실험치에 좀 더 근사함을 알 수 있다. 이는 Table 1에서 볼 수 있듯이 cantilever

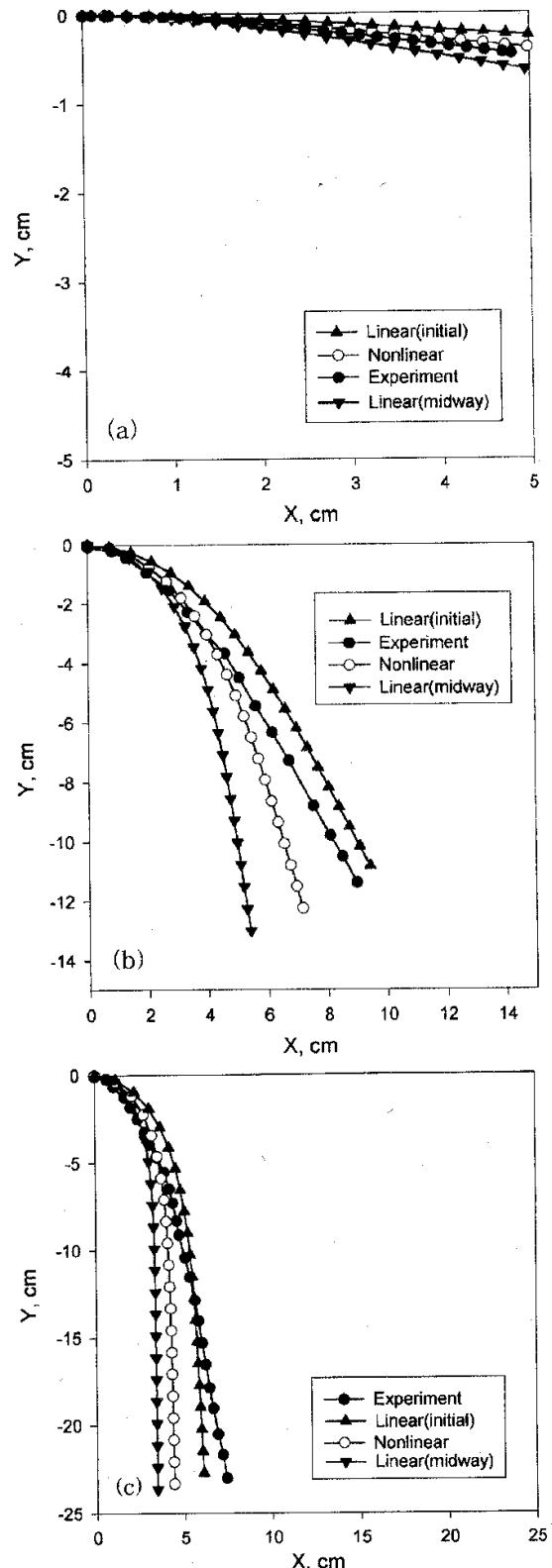


Figure 6. Deflections of paper strips of different lengths; (a) 5 cm, (b) 15 cm, and (c) 25 cm.

실험에서의 종이의 처짐 곡률이 직물에 비해 상대적으로 작기 때문에 KES-FB2의 굽힘강성(중간굽힘강성)을 사용한 경우보다 곡률이 작은 부분에서 구한 초기굽힘강성이나 이를 포함하고 있는 비선형굽힘강성을 사용한 경우가 실험에 가까운 결과를 나타내었다.

Table 1. Curvatures of paper and fabric strips calculated at fixed end

Paper	B Length	Linear (initial)	Nonlinear	Linear (midway)
Paper	L=5 cm	0.041	0.064	0.110
	L=15 cm	0.265	0.373	0.481
	L=25 cm	0.384	0.529	0.647
Fabric	L=3 cm	0.244	0.449	0.639
	L=5 cm	0.573	0.902	1.131
	L=8 cm	0.874	1.260	1.518

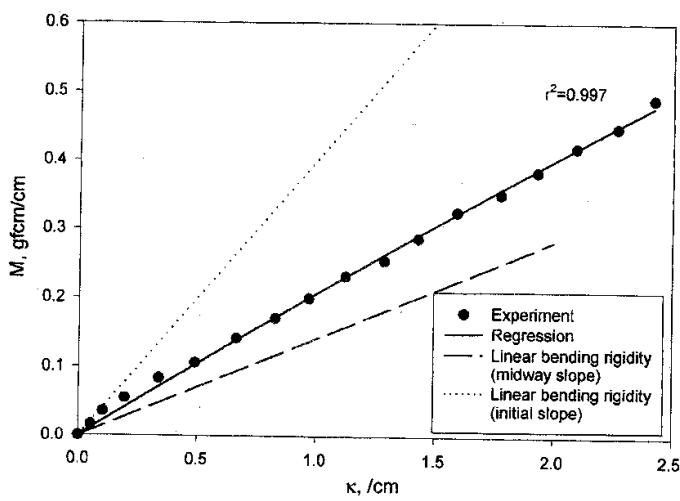


Figure 7. Nonlinear bending properties of the fabric measured using the KES bending tester.

3.4. 직물의 굽힘 거동

본 연구에서 사용한 모직물의 경우에 KES-FB2 데이터를 보면 Figure 7에서와 같이 초기에는 직선, 다음에는 곡선, 그 이후에는 직선의 형태를 보인다. 초기의 직선과 곡선 형태의 굽힘곡선은 직물의 굽힘시 실과 실, 혹은 실내의 섬유들의 마찰에 의한 굽힘의 저항에 기인한다. 이 부분을 넘어서면 약간의 변화는 있지만 거의 직선거동을 보인다. 이런 이유로 직물의 굽힘거동 해석시, 굽힘강성을 bilinear나 혹은 선형으로 가정하기도 한다.

본 연구에서는 직물의 경우도 종이와 마찬가지로 굽힘 강성을 상수(재료 선형성 가정)일 때와 굽힘 강성이 곡률의 함수(재료 비선형성 가정)일 때를 비교하였다. 굽힘강성의 선형 가정시에는 초기굽힘강성($B=0.4 \text{ gfcm}^2/\text{cm}$)과 KES-FB2의 중간굽힘강성($B=0.1420 \text{ gfcm}^2/\text{cm}$)을 사용하였고 비선형 굽힘강성은 종이의 경우와 같이 모멘트-곡률 곡선에 대한 실험데이터를 가장 근사하는 회귀식을 구하고 이를 미분하여 사용하였다. 구해진 회귀식은 다음과 같다.

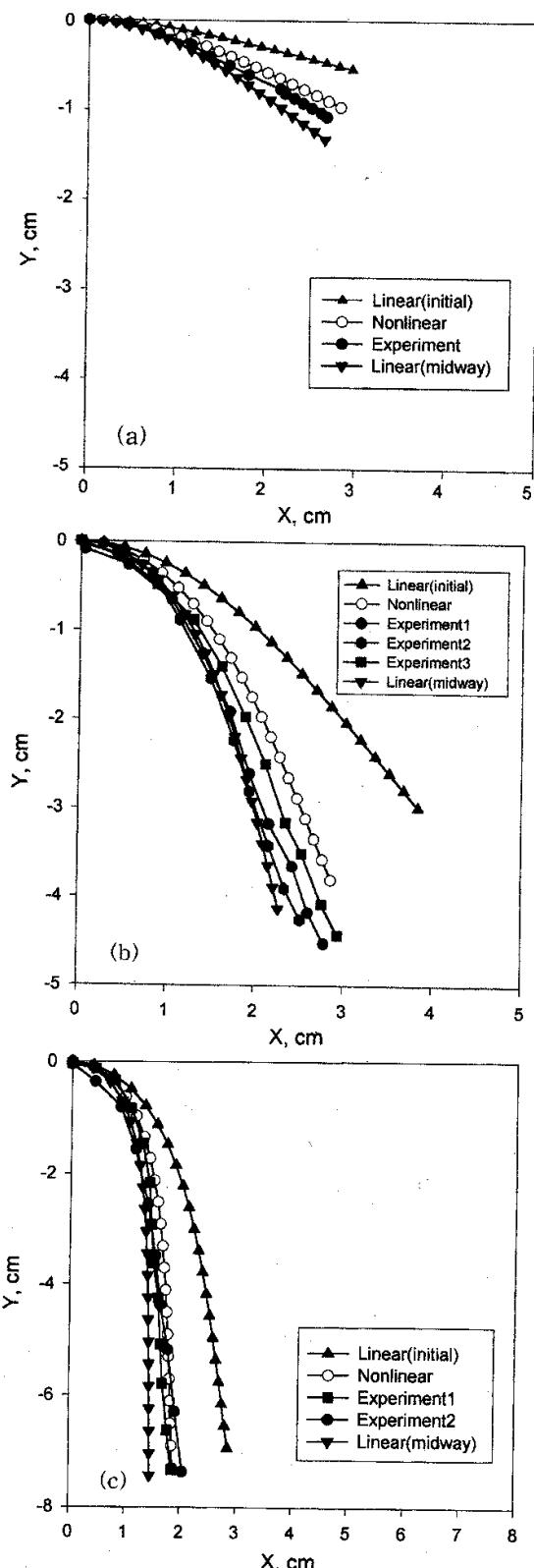


Figure 8. Deflections of fabric strips of different lengths; (a) 3 cm, (b) 5 cm, and (c) 8 cm.

$$M = \Psi(\chi) = 0.142\chi + 0.326(1 - e^{-0.22\chi}) \quad (18)$$

이렇게 구해진 굽힘강성과 측정된 단위면적당 무게 ($w_o = 0.022 \text{ gf/cm}^2$)를 사용하여 직물의 길이가 3 cm, 5 cm와 8 cm일 때의 해석해를 구하고 이를 실험과 비

교하였다. *Figure 8*을 보면 초기굽힘강성을 사용한 경우는 실험치와 큰 불일치를 보이며 이는 직물의 굽힘강성을 일반 재료역학에서 사용하는 것처럼 모멘트-곡률 그래프의 초기 기울기를 굽힘강성으로 사용하여 해석할 경우, 실제보다 스티프한 처짐 거동을 나타냄을 알 수 있다. 이에 비해 KES-FB2의 굽힘강성, 좀더 정확하게 말하면 중간굽힘강성을 사용하여 해석한 처짐 거동은 실제보다 처짐 양이 크나 초기굽힘강성을 사용한 경우보다 실제 거동에 가까운 해석이 가능하다. 또한 *Figure 8*의 결과에 따르면 KES-FB2 데이터를 바탕으로 구한 비선형 굽힘강성을 해석에 사용한 경우가 실제 직물의 처짐 거동 모사에 좀 더 적합함을 알 수 있다.

4. 결 론

얇은 재료인 직물이나 종이의 처짐 거동을 해석하기 위해 순수 굽힘 측정기인 KES-FB2에 의해 굽힘성질을 측정하고 굽힘강성을 선형인 경우와 비선형인 경우에 대해 처짐 거동을 해석하였다. 본 연구에서는 정확한 직물의 처짐 거동을 모사하기 위해 굽힘 강성을 KES-FB 데이터를 바탕으로 곡률의 함수로 표현하여 수치해를 구하였고 이를 실험결과와 비교하였다. 종이의 처짐 형상은 직물에 비해 처짐 형상의 곡률이 적으므로 초기굽힘강성이나 비선형 굽힘강성을 사용한 경우가 KES-FB2의 굽힘강성(중간굽힘강성)을 사용한 경우보다 실제 형상에 가까움을 알 수 있었다. 이에 비해 직물의 경우, 초기굽힘강성을 사용한 해석해는 실제보다 스티프한 형상을 나타냈으며 중간굽힘강성을 사용한 경우가 실험에 가까운 결과를 보였으며 모멘트-곡률 관계를 바탕으로 비선형성을 고려하였을 때 실제 처짐 형상에 좀 더 가까운 모사가 가능하였다.

참고문헌

1. F. T. Peirce, *J. Text. Inst.*, **28**, 45(1937).

2. J. W. S. Hearle, P. Grosberg, and S. Backer, "Structural Mechanics of Fibers, Yarns, and Fabrics", Vol. 1, Wiley-Interscience, N. Y., 1969.
3. P. Grosberg, *Textile Res. J.*, **36**, 205(1966).
4. M. Konopasek and J. W. S. Hearle, *Fiber Sci. Technol.*, **5**, 1(1972).
5. M. Konopasek in "Mechanics of Flexible Fiber Assemblies"(J. W. S. Hearle, J. J. Thwaites, and J. Amirkayat Eds.), pp.255-310, Sijhoff & Noordhoff, 1980.
6. T. G. Clapp and H. Peng, *J. Text. Inst.*, **82**, 341(1991).
7. T. G. Clapp and H. Peng, *Textile Res. J.*, **60**, 228(1990).
8. P. R. Brown, D. R. Buchanan, and T. G. Clapp, *J. Text. Inst.*, **81**, 1(1990).
9. W. J. Shanahan, D. W. Lloyd, and J. W. S. Hearle, *Text. Res. J.*, **48**, 495(1978).
10. D. W. Lloyd in "Mechanics of Flexible Fiber Assemblies"(J. W. S. Hearle, J. J. Thwaites, and J. Amirkayat Eds.), pp.311-342, Sijhoff & Noordhoff, 1980.
11. J. Amirkayat and J. W. S. Hearle, *Int. J. Mech. Sci.*, **28**, 339(1986).
12. J. R. Collier, B. J. Collier, G. O. Toole, and S. M. Sargand, *J. Text. Inst.*, **82**, 96(1991).
13. T. J. Kang, W. R. Yu, and K. Chung, *J. Text. Inst.*, **86**, 635(1995).
14. W. R. Yu, T. J. Kang, and K. Chung, *J. Text. Inst.*, in printing, 2000.
15. H. Shames and J. M. Pitresi, "Introduction to Solid Mechanics", 3rd Ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ07458, USA, 2000.
16. M. E. Davis, "Numerical Methods and Modeling for Chemical Engineers", pp.53-93, John Wiley & Sons, 1976.
17. S. Kawabata, "The Standardization and Analysis of Hand Evaluation", The Textile Machinery Society of Japan, Osaka, 1980.