creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학석사 학위논문

에너지자원가격에 대한 확률과정 모형과 딥러닝 모형의 예측 성능 비교 연구

A Comparative Study on the Prediction Performance of Stochastic Process Model and Deep Learning Model for Energy Resource Prices

2023년 2월

서울대학교 대학원

에너지시스템공학부

박 재 영

에너지자원가격에 대한 확률과정 모형과 딥러닝 모형의 예측 성능 비교 연구

지도교수 허 은 녕

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함
2023년 2월

서울대학교 대학원
에너지시스템공학부
박 재 영

박재영의 석사 학위논문을 인준함
2023년 2월

위 원 장 _____ (인)

부위원장 _____ (인)

위 원 _____ (인)

국문초록

주요어 : 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형,

에너지자원시장가격, 예측 성능, 불확실성

학 번 : 2021-29206

본 연구에서는 단일요인 확률과정 모형과 확률변동성 모형, 딥러닝 모형을 사용하여 에너지자원가격을 분석하였으며 모형 간 예측성능 결과를 비교하였다. 분석 대상은 원유, 천연가스, 구리 등 3개 자원이다. 에너지자원가격 중에서도 국제시장가격을 선정하였으며 분석 기간 2012.10.01.~2022.09.30.의 일별 종가자료를 사용하였다. 단일요인 확률과정 모형에서는 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS 9가지 모형을 사용하였고, 확률변동성 모형에서는 평균회귀 확률변동성(MRSV), 가격의 점프를 고려한 평균회귀 확률변동성(MRSVJ), 독립된 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성(MRSVIJ), 연관된 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성(MRSVCJ) 4가지 모형, 딥러닝 모형에서는 크게 RNN, LSTM, GRU 3가지 모형을 사용하였다.

우선 분석 기간 전체에 대해 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형을 적용하여 분석하였다. 분석 기간 중 80% 기간에 해당

하는 자료를 내표본, 20% 기간에 해당하는 자료를 외표본으로 분류하였으며 이에 따라 2020.09.30.을 기준으로 내표본과 외표본으로 구분하여 분석하였다. 분석 결과 원유 시장가격과 구리 시장가격은 COVID-19 이전에는 평균회귀 성질을 가지고 변동성이 가격 수준에 민감하게 반응하지 않았으나, 전체 기간을 고려하면 평균회귀 성질을 갖는다고 보기 어려웠으며 변동성도 가격 수준에 민감하게 반응하였다. 반면 천연가스 시장가격은 COVID-19 이전과 이후 동태적 특성에 큰 차이가 없었다. 또한 자원 별로 장기적인 정보에 영향을 받는지 여부가 다름을 확인하였다.

모형 간 예측성능 비교를 위해 RMSE, MAPE, R2 SCORE, 정확도, 정밀도를 기준으로 사용하였다. 원유의 경우 딥러닝 모형, 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형의 순서로 RMSE, MAPE, R2 SCORE의 예측 성능이 높은 경향을 나타냈으며 천연가스와 구리의 경우 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형의 순서였다. 정확도 기준으로 자원마다 일부 차이가 있으나 딥러닝, 단일요인 확률과정, 확률변동성 모형 순서로 우수한 성능을 나타냈다. 정밀도 기준으로는 자원별로 차이가 있으나 확률변동성 모형, 딥러닝 모형, 단일요인 확률과정 모형의 순서로 정밀도가 높은 경향을 나타냈다. 이에 따라 자원별로 그리고 목적별로 분석에 사용해야 하는 모형이 다름을 확인하였다.

또한 모형별 예측성능의 차이가 크지 않은 경우가 존재하므로, 효율성을 고려하여 계산이 간편한 모형을 선택하는 것도 하나의 방안이 될 수 있음을 시사하였다.

목 차

제 1 장 서론 ····· 1

제 1 절 연구 배경 및 목적 ····· 1

제 2 절 논문의 구성 ····· 6

제 2 장 선행연구 ····· 8

제 1 절 에너지자원시장가격의 특징 ····· 8

1. 원유 시장가격의 특징 ····· 9

2. 천연가스 시장가격의 특징 ····· 13

3. 구리 시장가격의 특징 ····· 17

제 2 절 분석 모형의 발전 ····· 21

1. 확률과정 모형의 발전 ····· 21

2. 딥러닝 모형의 발전 ····· 27

제 3 장 분석모형 ····· 33

제 1 절 단일요인 확률과정 모형 ····· 33

1. 모형의 종류 및 특징 ····· 33

2. 추정방법론 ····· 43

제 2 절 확률변동성 모형 ····· 48

1. 모형의 종류 및 특징 ····· 48

2. 추정방법론 ····· 55

제 3 절 딥러닝 모형 ····· 58

1. 모형의 종류 및 특징 ····· 58

2. 추정방법론 ····· 67

제 4 장 실증분석 결과 ····· 74

제 1 절 분석자료 ····· 74

1. 분석자료 및 기초통계량 ····· 74

2. 분석기간 자료변동 추이 ····· 75

제 2 절 분석결과 ····· 81

1. 원유 시장가격 분석결과 ····· 81

2. 천연가스 시장가격 분석결과 ····· 87

3. 구리 시장가격 분석결과 ····· 93

제 3 절 구조변화를 고려한 분석결과 ····· 99

1. 원유 시장가격 분석결과 ····· 104

2. 천연가스 시장가격 분석결과 ····· 121

3. 구리 시장가격 분석결과 ····· 138

제 5 장 결론 ····· 155

제 1 절 모형의 자원별 예측성능 비교 ····· 155

1. 단일요인 확률과정 모형의 자원별 예측성능 비교 ····· 155

2. 확률변동성 모형의 자원별 예측성능 비교 ····· 161

3. 딥러닝 모형의 자원별 예측성능 비교 ····· 165

제 2 절 자원의 모형별 예측성능 비교 ····· 172

1. 원유 시장가격의 모형별 비교 ····· 172

2. 천연가스 시장가격의 모형별 비교 ····· 181

3. 구리 시장가격의 모형별 비교 ····· 190

제 3 절 결과의 의의 및 한계점 ····· 199

참고문헌 ····· 201

Abstract ····· 210

표 목 차

[표 1] 원유 시장가격 변동요인 ····· 11
[표 2] 천연가스 시장가격 변동요인 ····· 15
[표 3] 구리 시장가격 변동요인 ····· 19
[표 4] CKLS모형의 모수제약 ····· 35
[표 5] 모수의 사전분포 ····· 57
[표 6] 딥러닝 모형별 초모수 설정 ····· 72
[표 7] 분석자료 기초통계량 ····· 74
[표 8] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과
(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 81
[표 9] 원유 시장가격 확률변동성 모형 추정결과
(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 83
[표 10] 원유 시장가격 딥러닝 모형 학습결과(train set, test set) ··· 85
[표 11] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과
(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 87
[표 12] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 추정결과
(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 89
[표 13] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 학습결과(train set, test set) ··· 91
[표 14] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과
(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 93

[표 15] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과
(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 95
[표 16] 구리 단일요인 확률과정 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 93
[표 15] 구리 확률변동성 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.) ···· 95
[표 16] 구리 시장가격 딥러닝 모형 학습결과(train set, test set) ·· 97
[표 17] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과
(2012.10.01.~2020.09.30.) ····· 104
[표 18] 원유 시장가격 확률변동성 모형 추정결과
(2012.10.01.~2020.09.30.) ····· 106
[표 19] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 RMSE 계산결과 ··· 108
[표 20] 원유 시장가격 확률변동성 모형 RMSE 계산결과 ····· 109
[표 21] 원유 시장가격 딥러닝 모형 RMSE 계산결과 ····· 109
[표 22] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 정확도 및 정밀도 ··· 117
[표 23] 원유 시장가격 확률변동성 모형 정확도 및 정밀도 ····· 118
[표 24] 원유 시장가격 딥러닝 모형 정확도 및 정밀도 ····· 119
[표 25] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과
(2012.10.01.~2020.09.30.) ····· 121
[표 26] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 추정결과
(2012.10.01.~2020.09.30.) ····· 123
[표 27] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 RMSE 계산결과 ··· 125
[표 28] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 RMSE 계산결과 ··· 126
[표 29] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 RMSE 계산결과 ····· 126
[표 30] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 정확도 및 정밀도 ··· 134

[표 31] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 정확도 및 정밀도 … 135
[표 32] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 정확도 및 정밀도 …… 135
[표 33] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과
(2012.10.01.~2020.09.30.) …… 138
[표 34] 구리 시장가격 확률변동성 모형 추정결과
(2012.10.01.~2020.09.30.) …… 140
[표 35] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 RMSE 계산결과 … 142
[표 36] 구리 시장가격 확률변동성 모형 RMSE 계산결과 …… 143
[표 37] 구리 시장가격 딥러닝 모형 RMSE 계산결과 …… 143
[표 38] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 정확도 및 정밀도 ‥ 151
[표 39] 구리 시장가격 확률변동성 모형 정확도 및 정밀도 …… 152
[표 40] 구리 시장가격 딥러닝 모형 정확도 및 정밀도 …… 152
[표 41] 단일요인 확률과정 모형의 자원별 예측성능 …… 156
[표 42] 확률변동성 모형의 자원별 예측성능 …… 162
[표 43] 딥러닝 모형의 자원별 예측성능 …… 166
[표 44] 원유 시장가격의 모형별 예측성능 비교 …… 172
[표 45] 천연가스 시장가격의 모형별 예측성능 비교 …… 181
[표 46] 구리 시장가격의 모형별 예측성능 비교 …… 190

그 림 목 차

[그림 1] 천연자원가격 확률과정 연구 분류 ····· 26
[그림 2] 퍼셉트론의 구조 ····· 28
[그림 3] 두 개의 은닉층을 갖는 다중 퍼셉트론 구조 ····· 29
[그림 4] RNN 구조 ····· 58
[그림 5] LSTM 구조 ····· 61
[그림 6] GRU 구조 ····· 64
[그림 7] 다층 순전파 신경망의 구조 ····· 67
[그림 8] 역전파 신경망의 구조 ····· 68
[그림 9] 확률적 경사하강법과 경사하강법 ····· 70
[그림 10] 원유 시장가격 변동 추이(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 75
[그림 11] 천연가스 시장가격 변동 추이(2012.10.01.~2022.09.30.) ··· 77
[그림 12] 구리 시장가격 변동 추이(2012.10.01.~2022.09.30.) ····· 79
[그림 13] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM) ····· 111
[그림 14] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS) ···· 112
[그림 15] 원유 시장가격 확률변동성 모형 예측결과 산점도 ····· 113
[그림 16] 원유 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(RNN) ··· 114
[그림 17] 원유 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(LSTM) ··· 115

[그림 18] 원유 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(GRU) ···· 116
[그림 19] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM) ····· 128
[그림 20] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS) ···· 129
[그림 21] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 예측결과 산점도 ··· 130
[그림 22] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(RNN) ··· 131
[그림 23] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(LSTM) ··· 132
[그림 24] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(GRU) ··· 133
[그림 25] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM) ····· 145
[그림 26] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS) ···· 146
[그림 27] 구리 시장가격 확률변동성 모형 예측결과 산점도 ····· 147
[그림 28] 구리 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(RNN) ··· 148
[그림 29] 구리 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(LSTM) ·· 149
[그림 30] 구리 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(GRU) ···· 150
[그림 31] 원유 시장가격 모형별 RMSE ····· 175
[그림 32] 원유 시장가격 모형별 MAPE(%) ····· 176
[그림 33] 원유 시장가격 모형별 R2 SCORE ····· 177
[그림 34] 원유 시장가격 모형별 정확도(%) ····· 178
[그림 35] 원유 시장가격 모형별 상승정밀도(%) ····· 179
[그림 36] 원유 시장가격 모형별 하락정밀도(%) ····· 180

[그림 37] 천연가스 시장가격 모형별 RMSE ····· 184
[그림 38] 천연가스 시장가격 모형별 MAPE(%) ····· 185
[그림 39] 천연가스 시장가격 모형별 R2 SCORE ····· 186
[그림 40] 천연가스 시장가격 모형별 정확도(%) ····· 187
[그림 41] 천연가스 시장가격 모형별 상승정밀도(%) ····· 188
[그림 42] 천연가스 시장가격 모형별 하락정밀도(%) ····· 189
[그림 43] 구리 시장가격 모형별 RMSE ····· 193
[그림 44] 구리 시장가격 모형별 MAPE(%) ····· 194
[그림 45] 구리 시장가격 모형별 R2 SCORE ····· 195
[그림 46] 구리 시장가격 모형별 정확도(%) ····· 196
[그림 47] 구리 시장가격 모형별 상승정밀도(%) ····· 197
[그림 48] 구리 시장가격 모형별 하락정밀도(%) ····· 198

제 1 장 서론

제 1 절 연구 배경 및 목적

에너지자원은 불확실성을 내포하고 있으므로 에너지자원시장가격을 모형화하고 예측하려는 시도는 지속적으로 이루어져왔다. 계량경제학적 분석방법으로는 회귀모형, ARIMA모형, VAR모형, 확률과정모형이 있으며 딥러닝 모형 등이 새롭게 적용되고 있다. 본 연구에서는 이 중 상품가격의 모형화에 널리 사용되고 있는 확률과정모형과 새롭게 적용되고 있는 딥러닝 모형 중 어떤 모형이 유가를 더 잘 예측하는지 살펴보았다.

에너지자원시장가격의 불확실성은 자원 상품시장이 점차 금융화됨에 따라 증가해왔다. 확률과정모형은 이런 불확실성을 고려하여 가격의 동태적 특성을 모형화한 것으로 시계열 자료의 동태적인 특성을 확률미분방정식(Stochasitc differential equation)의 형태로 표현하는 것이다. 에너지자원시장가격에 주로 적용되는 확률과정모형은 이토과정(Ito process)[1]형태를 기반으로 한 확률미분방정식이 이용되며 그 형태는 다음과 같다.

$$dX_t = a_t dt + b_t dW_t \tag{1}$$

여기서 X_t는 가격을 의미하고 a_t와 b_t는 임의의 함수이다. W_t는 위너과정이며 브라운 운동을 수학적으로 표현한 것이다. 위너과정은 고정된

1) 특정한 확률과정을 확률미분방정식의 형태로 나타낼 때 시간에 따른 추세항과 확산항으로 표현한 경우

시간 t에 대해 평균이 0이고 분산이 t인 정규분포를 갖는 확률과정이다.

시계열자료 혹은 특정 자산가격을 확률과정모형으로 표현하는 것의 장점을 윤원철(2006)에서는 크게 두 가지로 설명하였다. 우선 자료를 단순한 형태의 확률미분방정식으로 표현함으로써 복잡한 동태성을 갖는 가격을을 모형화 할 수 있다는 것이다. 확률미분방정식에 포함되는 추세함수(Drift function)를 임의로 설정하여 조건부 평균(Conditional mean)의 변화를 신축적으로 설정할 수 있을 뿐만 아니라 평균회귀, 임의보행 성향을 모형에 반영할 수 있다. 또한 확산함수(Diffusion function)를 임의로 설정하여 복잡한 형태의 조건부 이분산성(Condtional heteroskedasticity)을 간단하게 표현할 수 있다는 장점을 갖는다. 다음으로는 확률과정 모형이 확률미분방정식 형태의 연속시간 모형이므로 확률미적분을 적용하여 다양한 분석이 가능하며, 이를 이용하여 도출된 모형으로부터 제반 이론을 도출할 수 있다는 점이다. 이러한 장점 덕분에 확률과정모형은 이자율의 기간구조 분석, 파생상품의 가격 결정, 원유시장가격 분석 등 다양한 분야에서 사용되고 있다.

대표적으로는 Chan, Karolyi, Longstaff, and Snaders(1992)가 제안한 CKLS모형이 있다. CKLS 모형은 기존에 존재하던 Merton(1973), Vasicek(1977), Brennan-Schwartz(1980) 등 확률과정 모형을 모두 포함하도록 하나의 수식을 설정한 뒤, 모수에 제약조건을 부여하는 방식으로 다양한 확률과정을 나타내었으며 모형을 통하여 미국 단기 이자율의 기간구조 특성을 추정하였다. Nowman, Wang(2001)은 확률과정모형을 이용해 구리, 금, 니켈, 은, 주석의 상품 가격을 분석하였으며 구리 가격의 변동성이 가격 수준에 크게 영향을 받음을 보였다. 윤원철, 박호정(2005)은 CKLS와 Nowman, Wang의 방법론을 활용하여 원유 가격의 동태적 특성을 추정하였으며 이유아(2008)는 동일한 방법론을 활용하여 원유 가

격의 구조적인 변화를 고려한 분석을 진행하였다.

CKLS모형과 같이 가격의 동태적인 특성을 결정하는데 있어 확률적인 요소가 하나만 존재하는 경우, 이를 단일요인 확률과정(One-factor stochastic model)이라 부른다. 반대로 확률적인 요소가 2개 이상 존재하는 경우를 다요인 확률과정 모형(Multi-factor stochastic model)이라 부른다. 원유 가격에 다요인 확률과정 모형을 적용하는 경우 Gibson and Schwartz(1990)에서 단일요인 확률과정 모형의 설명력 한계를 극복하고자 최초로 도입했다고 알려져 있다. 해당 논문에서는 원유를 기초자산으로 하는 파생상품들의 가치산정에서 현물가격과 확률적 보유편익이 불확실성을 갖는다고 보았다. Heston(1993), Kim, Shephard, and Chib (1998) 등은 시계열 자료의 특성 중 변동성도 확률과정으로 생각하는 확률변동성 모형(Stochastic volatility model)을 사용하였으며 Schwartz and Smith(2000)은 상품 가격과 가격의 평균으로 회귀하는 수준에 불확실성이 존재한다고 보는 2요인 확률과정 모형을 적용하였다. Larsson and Green(2013)은 2요인 확률과정 모형을 구리가격의 동태적인 특성을 설명하는데 사용하였다. 특히 다요인 확률과정 모형중에서도 변동성을 요인으로 하는 확률변동성 모형은 Shi, Liu, Tang(2016), Arismendi, Back, Porkopczuk, Paschke, Rudolf(2016), Balcilar, Ozdemir(2019), Gudkov, Ignatieva(2021) 등 최근에도 지속적으로 연구가 진행되고 있다.

이처럼 전통적인 계량경제학적 방법론은 시계열 자료의 특성을 고려하여 모형을 구성하거나 기존의 모형을 이용하여 동태적 특성을 분석하고 예측을 수행한다. 또는 관련있는 지표나 시계열 자료를 이용해 모형에 포함하여 분석을 진행한다. 그러나 이런 방식을 통해 에너지자원가격을 예측하는 것은 현실적으로 어려움이 존재한다. 에너지자원가격은 비정량적이고 인과관계를 설명하기 어려운 수많은 외부요인에 의해 영향을 받

는다. 예를 들어 전쟁, 지정학적 긴장, 각종 경제지표, 생산과 재고량, 수요량, 환율 등은 자원가격과 밀접한 연관이 있다고 알려져 있으나 비정량적 요인의 경우 모형에 포함하는 것이 쉽지 않고 상호간의 관계를 고려해야 하므로 분석이 어렵다는 문제가 있다. 이러한 문제점들을 해결할 수 있는 분석방법으로 머신러닝을 이용한 분석방법이 최근 연구되고 있다.

머신러닝 혹은 딥러닝을 이용한 분석방법론은 주어진 데이터들을 이용해 반복적으로 계산함으로써 적합한 작업수행방식을 컴퓨터에게 학습시키는 방법론을 말한다. 머신러닝은 인공지능이라는 넓은 개념에 속해 있으며, 정태희(2016)는 이를 기계가 데이터를 통한 학습을 통해서 예측 능력을 향상시키는 것으로 설명하였다. 머신러닝은 기존 계량경제학적 분석방법과 다르게 정형화된 모형이나 인과관계를 필요로 하지 않고, 학습을 진행하는 방식인 알고리즘을 필요로 한다. 지도학습의 경우 예측의 대상이 되는 자료인 레이블(Label), 레이블을 설명하기 위해 투입되는 데이터인 입력값(Input), 입력층으로부터 데이터를 받아 계산을 진행하는 알고리즘 단계인 은닉층(Hidden layer), 계산이 진행 된 후 나오는 출력값(Output)으로 구성된다. 은닉층에서의 계산은 가중치(Weight)와 편향(Bias)이라는 두 가지 요소에 의해 결정되는데 레이블과 출력값의 차이를 최소화하도록 두 값을 조정하는 과정을 통해 학습을 진행한다. 머신러닝 모형은 주어진 알고리즘을 통해 학습을 진행하므로 변수들간의 인과관계나 모형의 구체적인 계산과정을 알기 어렵다는 단점이 있으며 이런 특성 때문에 블랙박스 모델이라고 한다. 민배현, 권서윤, 박가영, 정대인, 이혜선(2020)은 석유개발산업에 있어서 머신러닝 모형을 사용하는 경우를 크게 3가지로 분류하였는데, 첫 번째는 자료를 설명하는 모형이 존재하고 그 형태를 알고 있으나 계산에 너무 긴 시간과 비용이 소요되

는 경우, 두 번째는 모형이 존재하나 이를 정확히 도출하지 못한 경우, 세 번째는 모형이 명확히 존재하지 않는 경우이다.

에너지자원가격에서 딥러닝 모형을 적용하는 것은 변수 간 영향이 있어 모형이 존재하나 이를 정확히 도출하지 못하는 경우에 해당한다. 특히 자원가격과 관련된 변수들은 시간에 따라 순차적으로 데이터가 나열되는 시계열자료로, 이 경우 알고리즘 중 순환신경망(Recurrent Neural Networks, RNN) 딥러닝 모형을 이용한다. 순환신경망은 t 시점의 학습결과를 t+1 시점에서 자료학습을 진행할 때 참고하는 형태로 구성된 알고리즘으로 자원가격과 같이 이전 시점의 가격자료가 이후에도 영향을 끼치는 시계열 자료에서 다른 딥러닝 모형보다 유용하다고 알려져 있다. 순환신경망모형의 기울기 소실문제를 해결하기 위해 장기기억과 단기기억을 구분하여 고려한 LSTM모형 (Long Short-Term Memory)과 게이트 순환 유닛 모형(Gated Recurrent Unit, GRU)로 발전하였다.

제 2 절 논문의 구성

본 연구에서는 에너지자원가격을 분석 및 예측하기 위해 사용된 다양한 모형들을 비교하고 각 모형들 간의 예측성능에 대해서 비교를 진행하였다. 크게 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형으로 방법론을 구분하였으며 단일요인 확률과정 모형은 CKLS 모형의 제약식으로 표현되는 9가지 모형[2], 확률변동성 모형은 Gudkov, Ignatieva(2021)에서 사용한 4가지 모형[3], 딥러닝 모형은 RNN, LSTM, GRU의 3가지 모형을 사용하였다.

분석대상은 대표적인 에너지자원인 원유, 천연가스, 구리 3가지 자원을 선정하였다. 원유 시장가격은 브렌트유 현물(Europe Brent Spot Price FOB), 천연가스 시장가격은 헨리허브 차월선물(HENRY HUB NATURAL GAS contract2)를 사용하였으며 EIA(Energy Information Administration)에서 취득하였다. 구리 시장가격은 런던금속거래소 3개월 선물(copper LME)을 이용하였으며 KOMIS(Korea Mineral Resource Information Service)에서 취득하였다.

자료는 일별 종가자료를 사용하였으며 분석기간은 10년으로 2012년 10월 1일 ~ 2022년 9월 30일이다. 이는 COVID-19로 인한 원자재 가격하락이 회복되기 시작한 2020년 하반기를 기준으로, 내표본 자료 기간이 80%, 외표본 자료 기간이 20%가 되도록 하는 기간이다.

---

2) Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS

3) 평균회귀 확률변동성(MRSV), 점프를 고려한 평균회귀 확률변동성(MRSVJ), 독립된 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성(MRSVIJ), 연관된 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성(MRSVCJ)

본 연구는 총 5장으로 구성된다.

2장에서는 선행연구들을 정리하였다. 에너지자원가격을 분석한 선행논문들을 통해 본 연구에서 주된 분석 대상으로 삼는 원유, 천연가스, 구리 가격의 특징을 정리하며 이를 위해 사용된 모형들에 대해 간략히 정리한다. 이 중 확률과정 모형과 딥러닝 모형의 발전과정은 보다 상세히 정리하였다.

3장에서는 본 연구에서 분석에 사용할 단일요인 확률과정 모형 9가지, 확률변동성 모형 4가지, 딥러닝 모형 3가지에 대해 정리하며 모수 혹은 예측치를 추정하기 위해 사용된 방법론에 대해 다룬다.

4장에서는 원유(Brent), 천연가스(Henry Hub), 구리(LME)의 10년치(2012.10.01.~2022.09.30.)에 대해 3장에서 제시된 모형을 이용하여 분석하였다. 우선 전체기간에 대해 모수를 추정하고 자원가격의 동태적 특성 및 모형 분류 내에서의 적합한 모형을 분석한다. 제시된 모형들간의 예측성능을 비교하기 위해 표본 외(Out of sample) 분석을 이용하였다. 8년치 자료(2012.10.01.~2020.09.30.)를 내표본(Train set), 2년치 자료(2020.10.01.~2022.09.30.)를 외표본(Test set)으로 하여 예측성능을 평가하였다.

5장에서는 결과를 종합하고 결론을 도출하였으며 시사점과 한계를 정리하였다.

제 2 장 선행연구

제 1 절 에너지자원시장가격의 특징

에너지자원시장가격은 불확실성을 가지는 대표적인 시계열자료이다. 이는 에너지자원이 각종 경제활동과 밀접하게 연관되어 있어서 시장이 수많은 외부요인에 의해 영향을 받기 때문이며 특히 국제시장에서 거래되는 가격의 경우 금융요인에 의해서도 영향을 받는다. 이러한 불확실성으로 인해 자원가격을 예측하는 것은 매우 어렵다. Hilborn(1987)은 자원의 정확한 예측은 자원생산, 예산 및 정책결정 등 불확실성을 내포한 여러 가지요인들에 의해 영향을 받기 때문에 어렵다고 지적하였다. 특히 금융시장의 발달은 에너지자원시장에서의 가격 변동성 증가로 이어졌다. 금융시장이 발달함에 따라 에너지자원시장으로 자본이 유입되었고 시장구조의 변화가 일어났으며 에너지자원을 기초자산으로 하는 금융상품으로 인해 내재된 변동성이 증대되었다.

하지만 이런 어려움에도 불구하고 에너지자원가격을 예측하고자 하는 시도는 지속적으로 이루어져왔다. 국제에너지기구(International Energy Agency, IEA)는 원유를 비롯한 자원가격 수준이 경제 전반에 영향을 끼치고 있다고 지적하였으며 송경재, 양희민(2005)은 에너지의 대부분을 수입에 의존하고 있고, 이에 따라 상당한 외화를 지출하고 있는 우리나라 입장에서 국가경제에 미치는 영향은 클 수밖에 없다고 보았다. 또한 가격 불확실성은 변동성(Volatility)를 의미하기도 하는데, 이러한 변동성은 자원개발을 비롯한 가치평가결과에 영향을 미치므로 불확실성을 고려하여 자원가격을 예측하는 것은 중요한 의의를 갖는다.

자원가격은 경제지표, 수요와 공급량 등의 정량적인 지표와 밀접하게 연관되어 있다고 알려져 있으며 이외에도 비정량적이고 인과관계를 설명하기 어려운 외부요인에 의해 영향을 받는다. 예를 들어 전쟁, 지정학적 긴장, 각종 경제지표, 생산과 재고량, 수요량, 환율 등은 자원가격과 밀접한 연관이 있다고 알려져 있다. 따라서 이번 절에서는 분석의 대상이 되는 에너지자원인 원유, 천연가스, 구리의 국제시장 가격을 분석한 선행논문을 살펴보곤 동태적인 특징을 비롯하여 변동요인을 정리한다.

1. 원유 시장가격의 특징

원유 시장가격의 예측과 관련하여 송경재, 양희민(2005)에 따르면 국제유가 예측과 관련된 연구의 흐름은 크게 3가지로 분류할 수 있는데, 첫째 가격변동의 원인에 대한 연구, 둘째 경제 및 산업파급 효과 분석, 마지막으로 유가예측 모형설정 등으로 구분된다. 이철용(2011)은 가격변동의 원인에 대한 선행연구들을 제시하였으며 Morana(2001), Abosedra and Baghestani(2004), Bekiros and Diks(2008), Kaufmann and Ullman(2009), Kilian(2009) 등의 많은 기존 연구가 존재한다. 더 나아가 WTI가격을 전망하는데 있어 세계 석유수요, 석유공급, 달러화 가치, 원유시추비용, 지정학적 요인의 더미변수 등을 이용하였다. Kilian(2009)는 유가는 원유 공급으로 인한 충격, 특정한 수요 변화에 따른 충격과 글로벌 수요 충격에 따른 영향으로 결정되기 때문에 위 세 가지 변수를 동시에 고려하여 분석하는 것이 요구된다고 주장하였다. 이철용(2011)는 이러한 연구들이 대부분 시계열 모형을 이용하여 과거의 유가추세가 미래

에도 지속될 것이라는 강한 가정에 기반하고 있다고 지적하였다. 하지만 실제로 석유시장은 시간에 따라 구조적인 변화가 발생하므로 시기별로 변동요인이 유가에 영향을 미치는 요인이 다르게 나타난다. 특정시기에는 전쟁이나 전염병의 확산으로 인한 수요변화가 주요한 유가변동요인이 될 수 있으며 특정 시기에는 주요 생산국들의 생산량 변화가 주요한 유가변동요인이 될 수 있다. 이외에도 이인구(2018)은 일물일가의 법칙을 적용하여 300개 개별상품의 소매가격자료를 사용하여 원유가격이 가격분산에 미치는 영향을 분석하였고, 윤원철(2005), Abosedra and Baghestani(2004), Yanagisawa(2009)는 선물가격을 비롯한 파생상품가격을 이용하여 국제유가를 예측하려고 시도하였다. 이처럼 다양한 논문들에서 원유 시장가격 변동요인에 대해 분석하였으며 이들을 정리하면 다음 표와 같다.

[표 1] 원유 시장가격 변동요인

분류	변동요인
가격관련	과거 유가
	AL
	Brent
	Dubai
	Oman
	선물(파생상품) 가격
	NYMEX 선물가격
공급관련	세계석유총생산량
	OPEC 석유생산량
	사우디 석유생산량
	이란생산량
	이라크생산량
	쿠웨이트생산량
	Non-OPEC생산량
	미국생산량
	러시아생산량
	개발비용(한계생산비용)
	원유 재고량 상태
수요관련	세계석유총수요량
	OECD 석유수요
	Non-OECD석유수요
	중국수요
	미국수요
	대체재 수요
	세계, 국가별경제성장률(GDP)
기타경제지표 관련	생산자물가지수
	세계경제성장률
	OECD 상업용비축분
	미국 상업용비축분
	OPEC 잉여생산능력
	투기적 거래량
	상업적 거래량

분류	변동요인	
시장외적요인	정치적	금수조치, 보이콧, 제재
		전쟁 및 정치적 갈등
	경제적	조세정책
		석유생산국가의 정책변화
	지리적	운송거리
		지역에 따른 석유품질
		주요 소비지역 날씨
	기술적	정유시설 개발
		시추기술 개발
	환경적	자연재해
		계절성(기후변동)
		환경정책(환경규제)
		자동차 증가, 전기차 수 증가
금융요인	미국달러환율(달러화가치)	
	금, 은 등과 같은 안전자산 가격	
	금리변화	
	나스닥, 다우, 코스피 등 금융 경제지표	
	원유선물 거래량	
경제적요인	복합정제마진	
	원유시추비용	

확률과정모형을 이용하고, 불확실성을 포함한 모형을 구성하여 유가의 동태적인 특성을 분석한 논문도 다수 존재하며 최승문(2021)에서 이러한 논문들을 소개하고 있다. Brennan and Schwartz (1985)는 기하브라운운동을 따르는 확률과정 모형을 이용하여 자원개발사업의 가치를 평가하였으며 Paddock(1988)은 확산과정을 따르는 확률과정 모형을 이용하여 해상 에너지자원 개발권의 가치를 평가하였다. Dias and Nunes (2011)은 블랙숄즈머튼 모형을 이용하여 원유 시장가격의 미국식 옵션 가격을 구했다. Dixit and Pindyck (1994), Cortazarand Schwartz (1997) 그리고 Smith and McCardle (1999)은 원유가 장기적인 평균으로 시간이 지남에

따라 회귀한다는 성질을 이용하여 이를 고려한 모형을 사용하였다. Gibson and Schwartz(1990)은 원유를 기초자산으로 하는 파생상품과 금융상품의 가치를 계산하기 위해 기하브라운운동을 따르는 확률과정 모형을 이용하였으며 여기에 원유를 보유함으로써 발생하는 이익인 편의수익(convenience yield)이 확산과정을 따른다고 가정한 2요인 확산과정 모형을 이용하였다. Schwartz and Smith(2000)은 유가를 장기적인 평균수준이 0인 단기이탈요인과 균형가격을 결정하는 요인 2가지의 합으로 보았으며 이에 기반하여 2요인 확산과정 모형을 제시하였다. 최근 들어서는 원유시장가격의 변동성이 시간에 따라 확률적으로 변한다고 보는 확률변동성 모형이 Shi, Liu, Tang(2016), Arismendi, Back, Porkopczuk, Paschke, Rudolf(2016), Balcilar, Ozdemir(2019), Gudkov, Ignatieva(2021) 등에 의해 지속적으로 연구되고 있다.

2. 천연가스 시장가격의 특징

천연가스 시장가격의 변동 요인과 관련하여 원유 시장가격과 마찬가지로 다양한 선행논문들이 존재한다. CME(시카고 거래소 그룹)에서는 천연가스 시장가격에 주요한 영향을 미치는 요인을 3가지로 공급 사이클, 국제 에너지 가격, 계절성 수요의 법칙을 제시하였다. 특히 천연가스는 석탄이나 원유와 같이 대체되는 에너지자원이 존재하기 때문에 다른 에너지자원의 공급이 비교적 안정적일 경우, 가격 비율은 기본적으로 특정 범위 내에서 오가며, 가격 균형은 이러한 에너지자원 가운데 하나의 생

산량이 변하게 되면 이뤄지지 않는다고 명시하였다. 이와 관련하여 Erdos(2012)는 1994년부터 2011년까지의 헨리허브 가격 자료를 이용하여 분석하였으며, 미국의 천연가스 시장가격이 셰일가스의 생산이 증가하는 2009년을 기점으로 원유 시장가격의 변동을 따르지 않는 성질이 나타남을 밝혔다. 비슷하게 동조화 현상에 대하여 분석한 King and Cuc(1996)은 가스 시장의 규제가 완화될수록 헨리허브 현물가격과 미국 LNG 매매가격 사이의 동조화 현상이 나타남을 분석하였다. Neumman(2009)은 같은 국가 내 가격이 아닌 북미와 유럽 가스 시장 간에 가격 동조화 현상이 발생함을 확인하였다.

다른 자원과의 관계 외에도 직접적으로 천연가스 시장가격을 설명하려는 시도들도 존재한다. Secomandi and Kekre(2014)는 천연가스 선물 및 현물시장에서 수요의 변동성과 가격의 변동성이 서로 연관이 있다고 가정하였으며 이를 이용해 선물 및 현물시장에서의 거래량을 결정하는 정책을 제시하였다. 이와는 다르게 에너지 거래가 수요와 공급로 결정되는 시장원리보다는 정책결정이나 지정학적요인에 크게 영향을 받는 특성이 있어, 높은 가격변동성이 발생하고 이에 따른 불확실성이 크다고 보는 시각도 있다.[4] EIU는 2016년 보고서에서 각 국가의 LNG 수출량, 생산량과 비축량, 그리고 수요와의 관계를 지적하면서 단기적인 가격을 예측하였다. 뿐만 아니라 많은 국가에서 천연가스 계약가격을 결정할 때 유가연동제를 도입하므로 유가와 연동되는 특성이 있음을 지적하였다.

Wang and Krupnick(2013)은 21세기 초반 천연가스 시장가격 상승의 원인이 생산량 감소에 따른 공급 감소와 경제 성장에 따른 수요증가로 인한 시장원리에서 기인한다고 보았다. 천연가스 시장가격은 날씨에도 큰 영향을 받는데, 정세록, 허은녕(2015)은 미국 천연가스 시장가격이

4) 주카타르 대한민국 대사관(2015)

2003년에 날씨의 영향으로 하루에 65%가 증가하기도 하였다고 지적하였으며. 이규현(2008)은 2005년 허리케인 카트리나로 인한 멕시코만 천연가스 생산시설의 피해로 공급우려가 제기되어 가격이 급상승한 사례를 제시하였다. 이 외에도 시장참여자들에 의해 가격이 변동하기도 하는데, 심윤국(2019)은 2018년 동절기에 천연가스 수요 증가로 인한 컨탱고를 예상한 싱가포르 LNG 트레이드사에 의해 아시아 시장의 LNG 현물가격이 크게 하락하였다고 지적하였다. 이처럼 다양한 논문들에서 천연가스 가격 변동요인에 대해 분석하였으며 이들을 정리하면 다음 표와 같다.

[표 2] 천연가스 시장가격 변동요인

분류	변동요인
가격관련	과거 천연가스가격
	국제 석탄가격
	국제 원유가격
	선물(파생상품)가격
	시장별 천연가스 가격의 차이
공급관련	주요 국가별 천연가스 생산량
	카타르 천연가스 생산량
	천연가스 공급량
	공급 사이클
	국가별 비축량
	공급시설 타격
	셰일가스 생산량의 증가
수요관련	천연가스 수요량
	에너지 믹스 변화로 인한 수요 변화
	중국 수요
	미국 수요
	대체제 수요
	기온으로 인한 수요 변화
기타경제지표 관련	세계경제성장률
	투기적 거래량
	상업적 거래량
	투기 수요로 인한 비축량

분류	변동요인	
시장외적요인	정치적	금수조치, 보이콧, 제재
		전쟁 및 정치적 갈등
	경제적	주요국가의 천연가스 개발 및 도입 정책변화
	지리적	운송거리
		지역별 천연가스 인프라
		주요 소비지역 날씨, 기온
	기술적	운송기술 개발
		시추기술 개발
	환경적	자연재해
		계절성(기후변동)
		환경정책(환경규제)
금융요인	환율	
	천연가스 선물 거래량	
	천연가스 콘탱고, 백워데이션	
경제적요인	천연가스 운송비용	
	천연가스 구매 계약	
	러시아 등 주요생산국 국영기업의 가격인상결정	
	유럽 전력산업의 민영화	

확률과정모형을 이용하여, 불확실성을 포함한 모형을 구성하고 천연가스 시장가격의 동태적인 특성을 분석한 논문이 다수 존재한다. Ranjbari(2014)는 천연가스 시장가격에 확률과정 모형을 적용한 경우를 크게 평균회귀 모형(mean-reverting model)과 국면전환모형(regime-switching model)로 나누어 정리하였는데 많은 경우 Ornstein-Uhlenbeck 과정 즉 평균회귀 모형을 기반으로 하는 확률과정 모형이 많이 사용됨을 밝혔다. Schwartz (1997)는 천연가스 가격을 비롯하여 다양한 상품의 가치평가와 헷징을 위해 확률과정모형을 적용하였으며 Pilipovic(1997)은 장기적인 관점에서 평균회귀수준을 확률과정으로 보는 2요인 확률과정 모형을 제시하여 천연가스 가격을 분석하였다. Xu(2004)는 Pilipovic의 모형에 계절성을 고려하여 분석을 진행하였으며

Hikspoors and Jaimungal(2007)은 2요인 모형에서 계절성을 확률과정으로 보았다. Chen and Forsyth(2010)은 국면전환모형을 사용하여 천연가스 재고의 가치를 판정하였고 이를 바탕으로 최적의 생산 및 운영방식을 제시하였다.

Chen, Zan, Wei and Zhu(2022)는 미국 천연가스 시장가격을 예시로 들어 천연가스 가격에 나타나는 계절성이 결정되거나 안정된 것이 아님(non-deterministic and non-stationary)을 보였다. 이규현(2008)은 헨리허브 천연가스 가격에 CKLS모형의 모수 제약으로 도출되는 확률과정 모형들을 적용하였고 이들을 비교하였고 정세록, 허은녕(2015)은 미국 헨리허브 천연가스시장의 현물가격 월별 자료를 사용하여 가격시계열이 가지는 확률적 과정의 특성을 분석하는 등 최근에도 활발히 연구가 이뤄지고 있다.

3. 구리 시장가격의 특징

구리 시장가격 역시 다양한 요인에 의해 변동하며 이와 관련된 논문이 다수 존재한다. 구리는 비철금속에 속하는 광물로 구리 시장가격의 변동을 설명할 때 비철금속의 분석을 이용하는 경우가 많다. 안혜련(2015)는 비철금속 시장의 불확실성을 나타내는 주요 변수로 3가지를 들었는데, 생산가치 및 가격변동성, 선진국 및 중국 경기변동성, 달러가치 변동성이 그것이다. 특히 비철금속의 가격변동성에 대해 금융적인 요인과 결합하

여 설명하였는데, 2000년대 초반 금융자본의 원자재 관련 파생상품에 대한 투자가 제도적으로 허용되면서 비철금속의 생산가치가 2003년부터 급격하게 상승하였다고 지적하였다. 이와 동시에 2008년 서브프라임 모기지사태로 가격변동성이 심화되었으며, 미연준의 양적완화, 유럽 재정위기 등으로 경기변동과 함께 비철금속 가격이 함께 움직인다고 보았다. 공급측면에서 가격변동을 설명하기도 하였는데 중국의 비철금속 생산능력의 급격한 성장세로 공급과잉 여파가 심화되었고 동시에 주요 금속거래소의 재고량이 상승하면서 가격하락을 유도했다고 설명했다. 한국자원정보서비스(KOMIS)는 2020년 보고서에서 니켈, 구리를 비롯한 광물가격 예측을 조정하면서 최근 200일간의 가격변동으로부터 나타나는 이격도를 통해 예측가격을 조정하였다. 이와 관련된 변수로는 미달러가치, 경제성장률, 갭비율(gap ratio), 국제유가를 이용하였다. 최혜원, 허은녕, 김경아(2020)에 따르면 Ehrlich(2018)는 구조적 VAR 모형을 이용하여 비철금속의 수요량과 공급량이 비철금속의 국제시장가격에 미치는 영향을 분석하였으며, Stuermer(2018)는 구리, 납, 주석, 아연 등 비철금속의 수요량과 공급량이 원자재 가격에 미치는 영향을 살펴보았다. 이와 관련하여 Jacks and Stuermer(2020)는 광물을 비롯한 상품가격에서 수요량이 공급량보다 가격변동에 더 높은 영향을 미친다는 결론을 도출하였다.

Akram(2009), Hyun and Kim(2018) 등은 원유나 천연가스 시장가격과 비슷하게 비철금속 시장가격이 수요와 공급에 의한 요인 뿐 아니라 국제원자재 가격은 앞서 언급한 수급 요인뿐 아니라 금리, 인플레이션, 환율, 투기 거래 등의 요인에 영향을 받는다는 것을 확인하였다. 선행논문들을 살펴보면 최근 광물자원 시장은 중국의 경제성장, 미달러가치, 국제유가 등에 큰 영향을 받는다는 것을 확인할 수 있다. 최근 중국의 경제성장이 지속되면서 광물자원의 최대소비국으로 자리잡았으나 경제성장률이 둔화

되면서 광물의 세계소비가 둔화되는 추세가 나타나고 있기 때문이다. 또한 기축통화인 달러 환율은, 위험자산인 원자재 가격과 달러화가치가 대체관계를 형성하고 있기 때문에 주요한 요인이 된다. 주요 생산국 광산의 수출 금지, 러시아 우크라이나 전쟁으로 인한 수급불안 요소 역시 가격변동의 주요한 요인으로 자리잡고 있다. 이처럼 다양한 논문 및 보고서들에서 구리 시장가격 변동요인에 대해 분석하였으며 이들을 정리하면 다음 표와 같다.

[표 3] 구리 시장가격 변동요인

분류	변동요인	
가격관련	구리 과거 가격	
	니켈을 비롯한 주요광종 가격	
	원유 가격	
	LME 선물 가격	
공급관련	주요 생산국의 정책 결정	
	주요 생산국의 제련능력(CAPA)	
	주요 국가 공급량	
	광물자원 재고량 상태	
수요관련	주요 국가 수요량	
	선진국 수요량	
	중국 수요량	
	전기차 등 주요 산업 수요량	
	세계, 국가별경제성장률(GDP)	
	투기 수요	
기타경제지표 관련	생산자물가지수	
	세계경제성장률	
	미국달러환율	
	투기적 거래량	
	상업적 거래량	
시장외적요인	정치적	금수조지, 보이콧, 제재

분류	변동요인	
		전쟁 및 정치적 갈등
	지리적	운송거리
		자원 편재
	환경적	환경오염으로 인한 광산 규제
금융요인	환율(달러화 가치 상승)	
	금, 은, 달러 등 안전자산 가격	
	금리변화	
	선물 거래량	
심리적요인	수요 예측으로 인한 투기	
	전쟁으로 인한 수급 불안	
경제적요인	환경부담금의 증가	
	채굴비용의 증가	

확률과정모형을 이용하여 구리 시장가격의 동태적인 특성을 분석한 논문이 다수 존재한다. Wets and Rios(2012)는 구리 시장가격을 안정(Stationary)한 과정과 그렇지 않은 일시적(Transient) 과정으로 나누어 평균회귀 확률과정모형을 사용하여 분석하였으며 구리 시장가격 외에 다양한 상품가격에도 동일한 방법이 적용될 수 있다고 밝혔다. Souha(2010)은 LME 구리 현물가격에 대해 단일요인, 2요인, 3요인 확률과정 모형을 적용하여 분석하였으며 몬테카를로 시뮬레이션 기법을 이용해 적합성을 분석하였다.

Cortez, Coulton, Sammut, Saydam(2018)은 확률과정모형을 적용함으로써 구리 시장가격이 낮은 가격에서 유지될 때는 변동이 작으나, 높은 가격에서는 변동성이 높게 나타남을 보였다. Alipour, Khodaiari, Jafari(2019)는 ARIMA 모형, TGARCH 모형, 확률과정모형을 적용하여 월간 구리 시장가격을 모형화하고 예측하였으며 모형 간 예측성능을 비교하였다. 해당 논문에서 확률과정모형이 다른 전통적인 비선형 모형보다 예측성능이 높음을 나타내는 등 확률과정을 이용하여 구리 가격을 설명하려는 시도는 최근에도 이어지고 있다.

제 2 절 분석 모형의 발전

1. 확률과정 모형의 발전[5)]

앞선 선행논문들에서 볼 수 있듯이 에너지자원시장가격에 적용되는 확률과정은 연구자에 따라 상이한 모형이 적용되었다. 본 절에서는 에너지자원가격을 분석하는데 사용되었던 모형의 발전과정에 대해 정리한다. 정세록(2016)은 기존 이인석(2000), Cortazar and Schwartz(2003), Lautier(2005), Carmona and Ludkovski(2005), Hughen(2010), Back and Prokopczuk(2013)의 확률과정 연구분류를 종합하여 정리하였으며 본 연구에서는 해당 분류를 참고하였다.

1.1 단일요인모형(One-factor models)

정세록(2016)에 따르면 Brennan and Schwartz(1985)의 논문이 처음으로 천연자원가격에 확률과정을 적용한 것으로 알려져 있으며 기하브라운운동을 따르는 확률과정 모형을 이용하여 자원개발사업의 가치를 평가하였다. 이는 기존의 가치평가 방식이 가격의 불확실성을 반영하지 못하고 있다는 점을 개선하기 위한 것으로, 이후 Paddock et al(1988), Cortazar and Schwartz(1993)등의 연구들은 자원가격이 기하브라운운동을 따른다고 가정하고 연구를 진행하였다.

---

5) 본 내용은 정세록(2016)의 '국제원유시장가격의 확률과정 모형화에 대한 메타연구 및 실증연구'를 바탕으로 작성하였다.

하지만 기하브라운운동을 이용한 연구들은 에너지자원시장가격의 특성을 반영하지 못하고 있다는 한계점을 지적받았다. 예를 들어 원유 시장가격은 장기적인 균형가격으로 회귀하려는 평균회귀 특성을 가질 수 있으나 기하브라운운동을 이용한 모형에서는 이러한 동태적인 특성을 반영할 수 없다. 이에 따라 단일요인 평균회귀 모형(One-factor Mean-reverting Process)이 제시되었다. 에너지자원시장가격은 수요량과 공급량에 영향을 받고 이에 따라 시장가격이 형성된다. 따라서 수요량이나 공급량에 충격이 발생하더라도 시간이 지남에 따라 균형가격으로 돌아오려는 성질을 갖는다는 것을 반영한 모형으로 가격 충격 영향이 이후 시계열에 지속적으로 반영되는 기하브라운운동을 개선했다고 볼 수 있다. 이후 Postali and Picchetti(2006). Cortazar and Schwartz(1997), Salahor(1998), Bradley(1998), Smith and McCardle(1999) 등의 연구에서 평균 회귀를 가정하여 연구를 진행하였다.

앞서 제시된 연구들에서는 자원가격을 하나의 요인만을 이용하여 동태적인 특성을 가정하였다. 이에 따라 다양한 단일요인 모형들 중에서 각각의 자원에 적합한 단일요인 모형을 찾으려는 시도가 있었다. Chan et al.(1992)은 단기 이자율 모형에서 사용된 8개의 단일요인 모형을 비교하는 연구를 진행하였으며 이들의 비교를 위해 일반적률법(Generalized Moments of Method, GMM)을 이용하여 모수를 추정한 뒤, 모형적합도인 J-통계량을 도출하여 비교하였다. Nowman and Wang(2000)은 이와 같은 방법론을 금속가격을 비교하는데 사용하였다. 국내의 경우 윤원철, 박호정(2005)과 이유아(2008)는 원유 시장 가격에 해당 방법론을 적용하였고, 이규현(2008)은 천연가스 현물 가격에 해당 방법론을 적용하였다.

1.2 다요인모형(Multi-factor models)

단일요인 모형은 자원가격 하나의 요인만으로 자원가격을 설명하려 했기 때문에 예측성능과 설명력에서 한계가 존재하였다. Gibson and Schwartz(1990)은 이러한 한계를 극복하고자 가격 이외에도 자원을 보유함으로써 발생하는 보유 편익을 새로운 확률과정으로 가정한 2-요인 모형을 최초로 제시하였다고 알려져 있다. Gibson and Schwartz(1990) 이후에는 단순히 2-요인이 아니라 여러 요인을 확률과정으로 가정하는 다요인모형 연구가 활성화되었다. Carmona and Ludkovski(2004), Casassus and Collin-Dufresne(2005), Liu and Tang(2011) 등의 연구가 대표적으로 그 중 Schwartz(1997)은 자원가격, 보유 편익에 더해 무위험 이자율을 확률적 요인으로 보아 3-요인 모형을 제시하였다. 앞선 연구들은 다요인 모형이 단일요인 모형보다 설명력이 개선되는 것을 확인하였으나 요인이 늘어난다고 해서 항상 설명력이 개선되지 않는다는 점을 지적하였다.

Schwartz and Smith(2000)은 위와 같은 보유편익 모형의 변형으로 잠재요인(Latent factor) 모형을 처음으로 시도했다고 알려져 있다. Gibson and Schwartz(1990)의 모형에서 요인으로 제시된 현물 가격은 보유편익과 종속적인 관계에 있다는 특징을 갖는데, 이에 기반하여 로그 현물 가격의 잠재요인을 장기 균형가격과 단기 이탈가격 두 가지로 나누어 제시하였다. 각각의 가격에는 적합한 확률과정 모형을 적용하여 분석을 진행하였다. 이와 관련하여 Schwartz and Smith(2000)은 잠재요인 모형에서는 요인간의 독립성이 상대적으로 잘 보장되기 때문에 잠재요인 모형이 다른 모형에 비해 더 우수하다고 주장하였다.

위와 같은 모형들에서 선물 가격이 현물 가격에 의해 내생적으로 결정

된다고 가정하였다. 이러한 가정하에서는 모형에서 도출된 선물가격과 실제로 관측된 선물가격의 기간구조가 일치하지 않는다는 한계점이 존재한다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해 기간구조 모형이 적용되었다. Heath, Jarrow and Morton(1992)에서 단기 이자율의 기간구조를 분석하면서 처음으로 도입되었다고 알려져 있으며 에너지자원 가격에 처음으로 적용한 것은 Cortazar and Schwartz(1994)로 알려져 있다. 기간구조모형은 선물 가격의 기간구조를 이용하며, 기간구조의 확률적 움직임은 무차익 원리에 따라 묘사된다.

1.3 추가적인 모형(Further extensions)

앞선 보유 편익 모형, 잠재 요인 모형, 기간구조 모형은 금융시장에서 사용되는 모형을 에너지자원시장가격에 적용한 것으로 자원가격을 금융상품의 일종으로 본 것과 같다. 이후 연구들은 기존 모형을 바탕으로 하여 에너지자원가격에서만 나타나는 특징을 반영한 모형을 적용하였다. 대표적인 모형들은 점프/체제변환 모형, 다중상품 모형, 확률 변동성 모형 등이 있다.

점프모형은 에너지자원시장가격에서 발생하는 급격한 가격변화인 점프를 반영하기 위한 모형이다. Dias and Rocha(1999)가 원유 가격에 대해 평균 회귀를 가정하는 확률과정에 점프 과정을 도입한 것이 최초로 알려져 있다. 이때 점프확률과정을 푸아송 분포를 이용하여 표현하였으며 급격한 가격변화는 점프확률과정을 따르고, 일반적인 가격변화는 평균회귀 확률과정을 따른다고 가정하였다. Bernabe et al.(2004)는 Dias and Rocha(1999)의 점프 모형을 체제변환 모형으로 확장시켰으며 점프가 발

생하는 경우 원유의 공급량과 수요량의 균형상태 체제가 변환된 것으로 보았다.

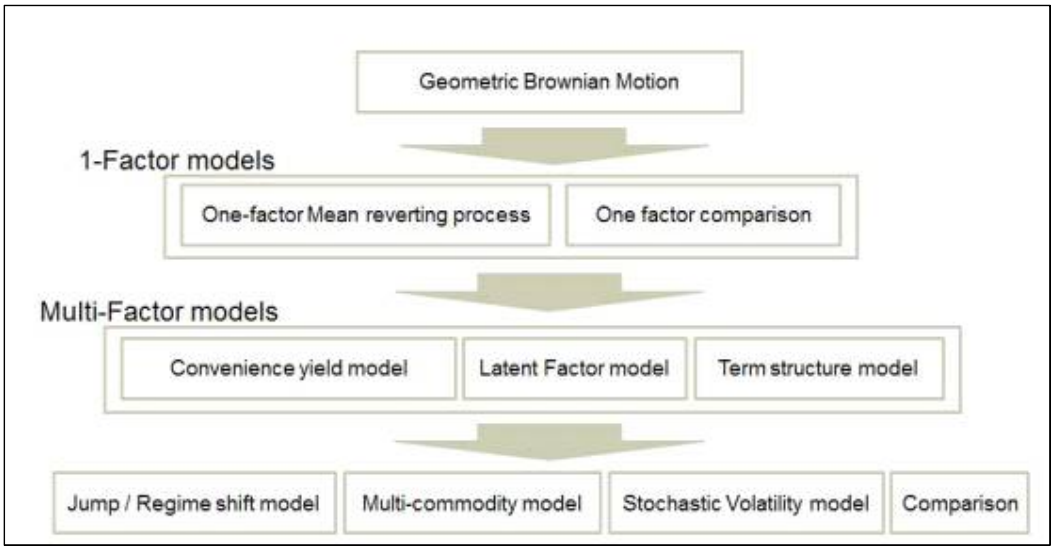
다중상품 모형은 하나의 확률과정으로 다양한 상품들의 시장 가격 움직임을 표현하는 모형이라고 할 수 있다. 에너지자원시장가격에서 비슷한 성질을 갖거나 대체재 관계에 있는 상품 가격들 사이에는 공적분 관계나 동조화 현상이 존재하며 Gulen(1999), 김진수(2007), Wakamatsu and Aruga(2013)등 에서 이와 관련된 연구를 진행하였다. 이에 따라 한 자원가격이 다른 자원가격에 대한 정보를 제공할 수 있다고 가정한 연구들이 등장하였다. Cortazar et al.(2008)은 만기기간이 서로 다른 상품들을 동시에 고려하는 모형을 구축하였으며 Prokoczuk(2009)은 각 상품의 시장가격 내에 존재하는 잠재요인들이 서로 의존하는 일반적인 모형을 제시하였다. 이를 통해 자원가격 간의 동조화와 공적분 관계를 확인하고 그 의미를 도출하였다.

확률 변동성 모형(Stochastic volatility model)은 가격의 변동성 파악 및 분석에 집중하는 모형이다. 이전 확률과정 연구들의 주된 관심사는 변동성보다는 가격의 움직임이었기 때문에 변동성을 나타내는 변수는 상수나 확정적 함수의 형태로 표현되었다. 하지만 2000년대 들어서 자원가격의 변동성이 증대되었으며 시간에 따라 변동성이 변화하는 성질을 갖게 되었다. 이와 관련하여 Brooks et al.(2013)는 자원시장의 변동성이 금융시장의 변동성보다 더 확률적임을 실증적으로 보였다. 따라서 이러한 특징을 반영한 모형이 연구되었다. Trolle and Schwartz(2009)는 모형에 확률 변동성을 고려하여 기간구조를 나타낸 최초의 연구로 알려져 있으며 Larsson and Nossman(2011)은 1989년부터 2009년까지의 WTI 현물 가격에 대하여 4가지 모형을 사용하였는데, 확률 변동성을 고려하지 않은 점프 과정(Jump Diffusion), 점프를 고려하지 않은 변동성 확률

과정(Stochastic Volatility), 가격에서의 점프만을 고려한 변동성 확률과정(Stochastic Volatility with Jump), 가격과 변동성에서의 점프를 동시에 고려한 변동성 확률과정(Stochastic Volatility with Contemporary Jump)이 그것이며 각 모형을 비교하였다.

이처럼 에너지자원가격에 확률과정 모형이 최초로 적용된 1985년부터 40여 년간 다양한 모형이 제시되고 발전하였다. 이를 정세록(2016)에 따라 정리하면 다음과 같은 그림으로 나타낼 수 있다.

[그림 1] 천연자원가격 확률과정 연구 분류



(출처 : 정세록(2016))

2. 딥러닝 모형의 발전

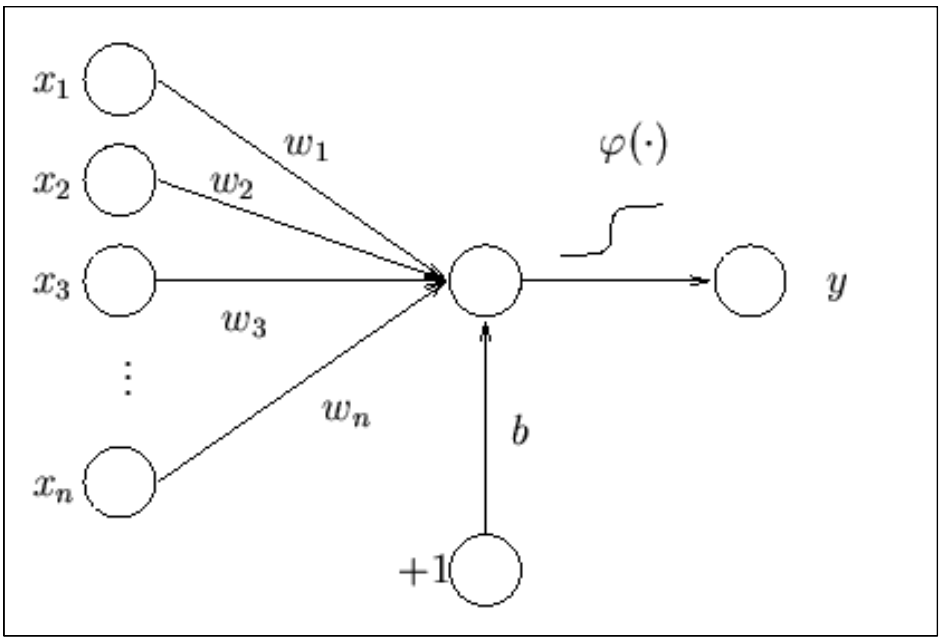
기계학습(Machine Learning)이라는 단어는 아서 사무엘이 1959년 논문에서 처음으로 사용된 것으로 알려져 있으며 '컴퓨터에 명시적인 프로그램 없이 배울 수 있는 능력을 부여하는 연구 분야' 로 정의하였다. 딥러닝(Deep Learning)은 기계학습을 발전시킨 것으로 신경망의 원리를 이용한 기계학습방법이다. 신경망(Neural networks)이라는 개념은 1950, 60년대부터 존재했던 개념이나, 현재의 기계학습에 적용되는 모습과는 달랐으며 적용에 있어 여러 제약이 있었다. 이후 Lucan(1988), Hinton(1990)을 거치며 다층신경망(Multilayer neural nets)의 개념이 확립되었고 이를 바탕으로 딥러닝 모형의 발전이 이루어졌다. 이러한 딥러닝 모형의 학습에는 빅데이터를 필요하며 정보통신기술의 발달, 정보수집기술의 발달 등으로 인해 빅데이터에 쉽게 접근할 수 있게 되었다. 이와 더불어 딥러닝 모형은 많은 계산을 필요로 하는데, 컴퓨터 성능의 발달로 계산이 가능해지면서 딥러닝을 이용한 방법론이 크게 성장할 수 있는 배경이 되었다. Wang(2016)은 딥러닝 모형의 발전을 1세대(First wave), 2세대(Second wave), 3세대(Third wave)로 구분하였다.

2.1 1세대

인공신경망(Neural Network)의 기원은 McCulloch and Pitts(1943)가 McCulloch-Pitts 신경 모형을 제안하면서 처음으로 제안되었다. 이후 Rosenblatt(1958)가 단일층 네트워크를 제안하였으며 퍼셉트론의 개념이

등장하였다. 퍼셉트론은 N개의 입력값을 가중치와 편향이라는 요소를 선형결합하여 출력값을 나타내는 매우 단순한 계산구조를 갖는다.

[그림 2] 퍼셉트론의 구조



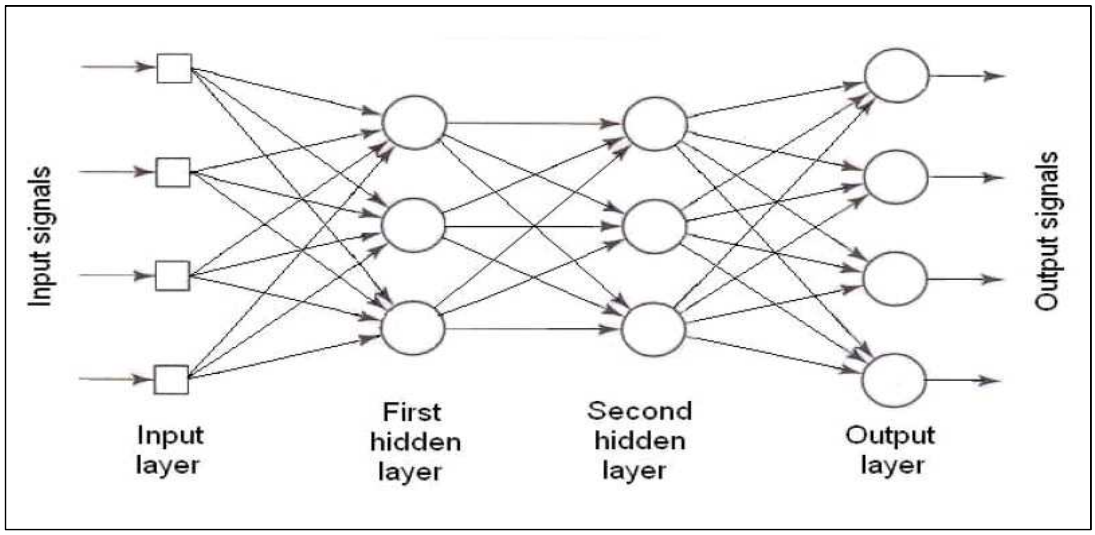
(출처 : Hematinezhad, et al. (2011))

해당 구조가 실제 뇌를 구성하는 신경 세포 뉴런의 동작과 유사하여 퍼셉트론이라는 이름이 붙었으며 해당 논문에서는 입력값(x)을 0에서 1 사이의 확률값으로 받아 계산을 통해 출력치(y)를 도출하고 임의의 기준에 따라 참과 거짓을 판단하는 판단모형에 가까웠다. 하지만 Hinton(2012)에 따르면 아주 간단한 XOR 문제마저 학습하지 못하는 심각한 문제가 있어 관련 연구가 한동안 제대로 진행되지 않았다. 이와 관련하여 Minsky and Papert(1969)는 이러한 단일층 퍼셉트론의 한계를 설명하였다.

2.2 2세대

이러한 문제점을 해결한 것이 2세대 방법론으로 다중 퍼셉트론(Multi-Layer Perceptron, MLP)와 역전파 알고리즘(Backpropagation Algorithm)이 대표적이다, 다중 퍼셉트론은 위와 같은 퍼셉트론의 구조를 더 복잡하게 구성하여 입력층(Input layer)과 출력층(Output layer) 사이에 하나 이상의 은닉층(Hidden layer)를 추가하여 학습을 진행하는 것이다. 은닉층에서의 계산역시 가중치(Weight)와 편향(Bias)이라는 두가지 요소에 의해 결정되며 퍼셉트론 구조가 여러 번 반복된다는 특징을 갖는다. 또한 출력층이 하나의 값이 아닌 벡터의 형태로 주어지며 퍼셉트론을 구성하는 노드 간의 연결이 은닉층의 개수, 층별 노드의 개수에 따라 급격하게 증가하는 특성을 갖는다. Rumelhart, Hinton, and Williams (1985)은 다중 퍼셉트론을 이용했을 때 은닉층의 수가 증가할수록 예측모형의 학습이 더 잘 일어난다는 점을 지적하였다.

[그림 3] 두 개의 은닉층을 갖는 다중 퍼셉트론 구조



(출처 : Ekonomou, et al. (2012))

다만 은닉층의 수와 노드의 수가 증가할수록 계산해야하는 가중치와 편향의 수가 기하급수적으로 증가한다는 문제점이 존재했고 Paul(1974) 등이 오차역전파법(Backpropagation Algorithm)을 제안하여 다층퍼셉트론의 학습을 가능하게 하였다. 오차역전파법은 오차를 출력층에서 입력층으로 역으로 전파시키면서 오차값을 이용해 가중치와 편향치를 새로이 계산하는 방법으로, 기존 가중치와 편향을 수동으로 설정하여 학습시키던 방법이 아닌 자동 미분을 통해 가중치와 편향을 제대로 계산할 수 있게 하였다.

2.3 3세대

위와 같이 퍼셉트론을 이용하여 사람의 신경망과 비슷한 구조를 가진 알고리즘을 구현한 것을 인공신경망(Artificial Neural Network, ANN)이라 한다. ANN은 기본적으로 입력층의 값을 은닉층에 전달하고, 계산을 통해 결과인 출력층을 도출해낸다. 이 때 은닉층의 수가 2개 이상인 경우를 DNN(Deep Neural Network)라 하며 은닉층의 수가 늘어날 수록 학습결과가 개선된다는 점에 착안하여 은닉층을 깊게 쌓아 만든 모형을 딥러닝 모형이라 한다. 이런 딥러닝 모형들 중 초기에 제안된 대표적인 모형은 크게 Lecun(1989)가 제안한 합성곱신경망 CNN(Convolutional Neural Network)과 Rumelhart, Hinton, Williams(1985)가 제안한 순환신경망 RNN(Recurrent Neural Network)이 있다.

CNN은 2차원 데이터의 특징을 추출하여 특징들의 패턴을 파악하는데 주로 사용되는 알고리즘으로. 이 CNN 알고리즘은 합성(Convolution)과

정과 풀링(Pooling)과정을 통해 진행된다. 2차원상의 합성과정이란 데이터 상의 인접 성분들을 이용하여 자료를 압축하는 과정을 의미하며 Convolution layer를 도출한다. 이후 풀링과정을 통해 Convolution layer의 사이즈를 줄여 계산을 진행한다. CNN은 일반적으로 시계열 자료가 아닌 분류, 정보추출, 대상 구분의 분야에서 사용된다. RNN은 에너지자원가격과 같이 반복적이고 순차적인 데이터(Sequential data)학습에 유용한 인공신경망 알고리즘이며 이를 위해 은닉층의 결과값이 다시 은닉층의 입력값이 되는 순환구조로 이루어진다는 특징을 가지고 있다. 순환신경망은 t 시점의 학습결과를 도출함과 동시에 t시점에서 시계열이 가지는 정보의 일부를 t+1 시점으로 전달한다. 전달된 자료를 새로운 입력값으로 하여 자료학습을 진행하므로 자원가격과 같이 이전 시점의 가격자료가 이후에도 영향을 끼치는 시계열 자료에서 다른 딥러닝 모형보다 유용하다고 알려져 있다. 시계열자료, 언어학습 등의 딥러닝 모형에서 널리 사용되는 모형이라고 할 수 있다.

다만 이러한 딥러닝 모형은 몇 가지 한계점을 갖고 있어 모형이 처음 제기된 1980년대에서 2000년대 사이에는 널리 사용되지 못하였고 관련 연구도 정체되었다.

우선 딥러닝의 학습을 진행하기 위해서는 많은 양의 자료가 필요하다는 전제조건이 필요하다. 뿐만 아니라 딥러닝 모형에서처럼 은닉층의 개수를 늘리는 경우 오차가 은닉층을 거칠수록 전달되는 오차가 감소하여 학습이 제대로 되지 않는 현상이 발생하는데, 이를 기울기 소멸 문제라 한다. 또한 목적함수를 최소로 하는 모수를 추정하는 과정에서 경사하강법을 사용하는 경우, 전역 최적값이 아닌 지역 최적값으로 수렴하여 잘못된 학습결과를 얻는 문제가 발생할 수 있다. 과적합 문제는 모델이 학습데이터에 대해서만 지나치게 학습되어 학습데이터 이외의 데이터를 입

력받았을 때 성능이 저하되는 문제를 의미한다. 차원의 저주 문제는 분석하는 자료의 차원이 복잡해질수록 학습데이터 수가 차원 수보다 적어지게 되고 이에 따라 성능이 저하되는 문제이다. 마지막으로 모형이 복잡해질수록 계산해야 하는 파라미터들이 많아지면서 계산시간에 매우 오랜 시간이 걸리는 느린 학습시간 문제 등이 존재한다.

이후 Hinton and Salakhutdinov (2006)에서 볼츠만 머신을 이용한 RBM 모형(Restricted Boltzmann Machine)의 제시, Hinton(2010)가 제안한 정규화 방법인 ReLU함수의 개발과 Hinton(2012)에서 제안한 드롭아웃 방법론으로 인해 위와 같은 문제가 일부 해결되었다. 뿐만 아니라 기술의 발전으로 많은 수의 데이터를 수집 및 처리가 가능하게 되었으며 컴퓨터의 계산능력 발전으로 2012년 이후 딥러닝을 이용한 방법론이 다시 주목받게 되었다. 특히 시계열자료 분야에서는 기존의 순환신경망 모형(RNN)을 발전시켜 장기적 의존성 문제를 해결하고자, 기존 RNN에 네 개의 게이트를 추가하여 장기적으로 기억할 정보는 장기적으로 영향을 끼치고 단기적으로 기억할 정보는 삭제하거나 단기적으로만 영향을 끼치도록 만든 모델인 LSTM이 개발되었다. 다만 LSTM모형은 그 구조가 복잡하여 계산이 오래 걸린다는 단점이 있는데, LSTM 모형의 일부 게이트를 삭제하여 복잡한 구조를 개선하면서도 학습속도를 빠르게 올릴 수 있는 방법인 GRU(Gated Reccurent Unit)가 Cho, Bahdanau, Bougares, Schwenk, Bengio(2014)에 의해 제안되어 시계열 자료를 분석하는 데 있어 중심적인 딥러닝 모형으로 자리잡았다.

제 3 장 분석모형

본 연구에서 사용한 분석모형은 크게 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형 3가지로 분류할 수 있다. 단일요인 확률과정모형에서는 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS 9가지 모형을 사용하였다. 확률변동성 모형에서는 평균회귀 확률변동성(MRSV), 점프를 고려한 평균회귀 확률변동성(MRSVJ), 독립된 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성(MRSVIJ), 연관된 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성(MRSVCJ) 4가지 모형을 사용하였다. 마지막으로 딥러닝 모형에서는 RNN(Recurrent Neural Network), LSTM(Long Short-term Memory), GRU(Gated Reccurent Unit) 3가지 모형을 사용하였다.

제 1 절 단일요인 확률과정 모형

1. 모형의 종류 및 특징

확률과정은 액체 위에 부유하는 작은 입자들의 무작위적인 운동을 수학적으로 모형화하기 위해 도입되었으며 시계열 자료의 동태적인 특성을 확률미분방정식(Stochasitc differential equation)의 형태로 표현하는 것이다. 이 때문에 무작위적인 동태적 특성을 갖는 여러 시계열들의 연속적 모형에 폭넓게 이용되고 있다. 에너지자원시장가격에 적용되는 확률

과정모형은 일반적으로 조건부 평균과 조건부 분산의 변화율을 나타내는 추세함수와 확산함수로 표현되는 확률미분방정식이며, 마르코프 특성[6]을 가진 연속 확률과정이다. 대표적인 확률과정인 확산과정 X를 나타내는 모형은 다음과 같다.

$$dX_t = \mu(X_t)dt + \sigma(X_t)dW_t \tag{2}$$

이 때 $\mu(X_t)$를 추세함수, $\sigma(X_t)$를 확산함수라고 하며 W_t를 표준 브라운운동(standard Brownin motion)이라 한다. 표준 브라운 운동은 Wiener(1923)에서 수학적으로 정립되었기 때문에 Wiener process라고도 부른다.

이러한 확률과정은 확률적 요인이 하나인 단일요인 확률과정으로 볼 수 있다. 해당 모형은 적용이 간단하다는 장점이 있으며 금융분야에서 널리 사용되어 왔다. 이후 석유, 가스, 광물자원과 같은 자원가격이 금융 시계열과 비슷한 특성을 보인다는 것에 착안하여 이를 기초자산으로 하는 파생상품, 관련 사업의 가치평가에까지 적용되었다. 확산모형을 기반으로 하는 다양한 단일요인 확률과정 모형이 제시되었는데, CKLS(1992)는 현재 적용되고 있는 많은 확률과정들 중 단일요인확률과정 모형을 다음과 같이 일반화된 확률미분 방정식으로 표현하였다.

$$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma X_t^{\gamma} dW_t \tag{3}$$

α는 추세, β는 평균회귀, σ는 변동성 혹은 확산의 정도, γ는 가격변화의 조건부 변동성이 가격 수준에 의존하는 정도, W_t는 위너과정을 나타

6) 다음 시점의 확률분포가 현재 시점의 정보에만 영향을 받는 확률과정

낸다. 위너과정은 불확실한 움직임을 표현한 것으로 다음의 수식을 따른다.

$$W_t = W_t - W_0 \sim N(0,t) \tag{4}$$

주어진 일반식에서 다음과 같은 모수제약조건을 부여하면, 다양한 형태로 원유가격의 확률과정을 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 CKLS모형을 비롯하여 모수제약조건을 부여한 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV 9가지 모형을 이용하여 자원가격을 분석하였다.

[표 4] CKLS모형의 모수제약

모형	α	β	σ^2	γ
(1)Merton	-	0	-	0
(2)Vasicek	-	-	-	0
(3)CIR SR	-	-	-	0.5
(4)Dothan	0	0	-	1
(5)GBM	0	-	-	1
(6)Brennan -Schwartz	-	-	-	1
(7)CIR VR	0	0	-	1.5
(8)CEV	0	-	-	-

1.1 Merton(1973)

Merton 모형은 Merton(1973)에서 할인된 채권가격을 도출하기 위해 도입된 확률과정 모형으로 그 형태는 다음과 같다.

$$dX_t = \alpha dt + \sigma dW_t \tag{5}$$

해당 모형이 처음 적용되었을 때 무위험이자율을 표현하기 위해 적용되었다. 자원가격의 변동을 나타내는 부분이 크게 시간에 따라 변화하는 추세항과 무작위적으로 움직이는 확산항으로 구성되어 있으며 추세계수인 α와 확산계수인 σ가 시간에 의존하지 않는 가장 간단한 형태의 모형이라고 할 수 있다. 브라우니안 운동을 나타내는 위너과정에 추세항을 포함시켰기 때문에 Brownian Motion with Drift라고도 한다.

Merton 모형을 이용해 t시점에서의 자원가격을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_t = X_0 + \mu t + \sigma W_t \tag{6}$$

이러한 형태를 선형위너과정이라 부르며 이유아(2008)에 따르면 다음의 특징을 갖는다. 우선 선형위너과정으로 표현되는 시계열자료는 모든 실수값을 취할 수 있기 때문에 항상 양의 값을 가지는 금융자산 가격에 대한 모형으로는 적합하지 않다는 지적이 있으며 마코프 성질을 가져 미래 값의 확률 분포는 오직 현재에만 의존한다는 특성을 갖는다. 즉, 순간적인 가격의 변동은 독립적으로 결정되며 초기값과 멀어질수록 실현 가능한 값의 분포가 무한히 증가하게 된다.

1.2 Geometric Brownain Motion(GBM) (1973)

GBM모형은 추세가 있는 기하학적 브라운 운동이라고 불리며 블랙-숄즈 옵션가격 공식에서 기초자산인 주식가격의 동태적 특성을 모형화하는데 이용되었다. 형태는 추세가 있는 브라운 운동을 t시점에서의 자료값으로 나눈 것으로 다음과 같다.

$$dX_t = \beta X_t dt + \sigma X_t dW_t \tag{7}$$

이는 추세가 있는 무작위적 움직임을 고려할 때 시계열 자료의 수준에 따라 그 변화 정도가 영향을 받는다는 점을 고려한 모형이다. 빈기범(2005)에 따르면 로그정규 확산과정(Lognormal diffusion process)으로도 불리는데 상태 변수의 조건부 분포가 로그정규분포(Lognormal distribution)가 되기 때문이다. 이러한 특성으로 기하학적 브라운 운동은 가격과정의 상대적인 변화분, 즉 수익률을 정규분포로 모형화할 때 사용된다. 여기에 이토 정리를 적용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$d\ln X_t = (\beta - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dW_t \tag{8}$$

이렇게 GBM을 응용하여 자원가격에 로그를 취한 형태를 기하학적 랜덤워크라고 하는데 자산가격을 설명할 때 널리 사용된다. 이는 앞선 Merton 모형이 음의 값을 가질 수 있는 반면 기하학적 브라운 운동은 양의 값만을 가질 수 있기 때문이다.

1.3 Vasicek(1977)

빈기범(2005)에 따르면 베시첵 모형은 Vasicek(1977)이 단기 이자율을 모형화하고 이로부터 이자율 기간구조를 도출하는데 이용한 확산과정이다. 온슈타인-울렌벡 과정(Ornstein-Uhlenbeck process)이라고도 부르며 평균회귀 모형에 속한다. 수식은 다음과 같다.

$$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma dW_t \tag{9}$$

이는 선형추세와 0의 분산탄력성을 가지는 상수 확산함수를 가정한 모형이라고 할 수 있으며 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$dX_t = \beta(X_t - (-\frac{\alpha}{\beta}))dt + \sigma dW_t \tag{10}$$

모형의 형태를 보면 $-\frac{\alpha}{\beta}$에서 현재의 가격수준이 벗어난 값에 β를 곱하여 가격변동폭이 조정된다는 것을 알 수 있다. 다르게 표현하면 자원가격의 적정한 수준이 평균으로써 존재하고 이 수준을 벗어나면 벗어난 정도에 비례하여 가격이 평균수준으로 돌아오려는 성질을 갖는다는 것을 알 수 있다. 이러한 특성 때문에 평균회귀과정으로 분류된다. 이때 모수 β는 평균으로의 회귀 속도(Mean-reversion speed)라고 부르며 이 값이 클수록 빠르게 평균으로 수렴하게 된다.

1.4 Constant elasticity of variance model(CEV) (1975)

CEV모형은 Cox(1975)에 의해 제안된 고정분산탄력성 모형으로 앞선 확률과정들이 분산탄력성을 특정한 상수로 가정했던 것과 달리 분산탄력성을 모수로 두고 추정한다. 수식은 다음과 같다.

$$dX_t = \beta X_t dt + \sigma X_t^{\gamma} dW_t \tag{11}$$

CEV 모형은 확률적 변동성과 더불어 가격수준에 따른 변동성을 포착하고자 한 모형이다. 해당 모형은 주식 및 자원가격의 모형화를 위해 널리 사용되었다. 앞선 모형들에서 등장하지 않았던 γ라는 모수는 가격과 변동성 간의 관계를 나타내는 모수라고 할 수 있다. 만약 $\gamma < 1$이라면 주식 시장에서 널리 관찰되는 것과 같이 가격의 변동성이 가격수준이 낮아질수록 커지는 현상을 표현한다. 반대로 $\gamma > 1$이라면 상품시장에서 널리 관찰되는 것과 같이 가격 수준이 상승할수록 변동성이 커지는 현상을 표현하게 된다.

1.5 Dothan(1978)

Dothan 모형은 이자율의 기간구조를 설명하기 위해 Dothan(1978)이 도입한 모형이다. 이유아(2008)에 따르면 할인채권의 가격산정에 사용되었으며, Brennan and Schwartz(1977)에 의해서도 적용되었다.

$$dX_t = \sigma X_t \, dW_t \tag{12}$$

여기서 W_t는 표준 Wiener과정이다. Dothan 모형은 추세항을 가지지 않으며 확산항에 의해서만 가격의 변동을 설명한다. Dothan 모형에서 가격변화 X는 로그노말 분포를 따르며, 특정가격 X는 양의 값을 갖는다.

1.6 Brennan-Schwartz(1980)

Brennan Schwartz(1980)가 사용한 확률과정모형으로 기하브라운 운동 확률과정에 추세항을 도입하였다. 수식은 다음과 같다.

$$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma X_t \, dW_t \tag{13}$$

해당 모형은 선형추세 뿐 아니라 분산탄력성을 고려한 모형이나, 분산탄력성을 특정한 상수로 고정한 형태의 확률과정이다. 이는 자원가격의 변동성이 가격 수준이 높아짐에 따라 커지는 성질을 모형화 한 것이다. 또한 Brennan-Schwartz 확률과정은 평균 회귀성향을 나타낸다.

1.7 CIR VR(1980)

Cox, Ingersoll and Ross(1980)의 연구에서 가변 증권가격을 모형화하기 위하여 사용하였으며 수식은 다음과 같다.

$$dX_t = \sigma X_t^{3/2} dW_t \tag{14}$$

여기서 W_t는 표준 Wiener과정이다. CIR-VR 모형에서는 분산탄력성이 3이라는 상수를 갖는다고 가정하였다. 따라서 분산탄력성이 1 혹은 2 의 값을 갖는 Dothan, CIR SR 모형 등에 비해 가격의 변동성이 가격 수준에 의존하는 정도가 크다고 가정한 것으로 가격이 커질수록 변동성이 커지는 시계열 자료에 대해서 유용할 수 있다.

1.8 CIR SR(1985)

Cox, Ingersoll and Ross(1985)의 연구에서 사용한 확률과정으로 선형 추세를 설정하지만 분산탄력성이 1의 상수를 갖는다고 가정하였다. 수식은 다음과 같다.

$$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma X_t^{1/2} dW_t \tag{15}$$

이유아(2008)에 따르면 Feller가 제시한 제곱근 확률과정을 상정하여 확산함수를 확산과정 수준에 비례하도록 설정함으로써 변동성의 수준효과(level effect)를 허용하였다. 또한 확산과정의 수준이 감소함에 따라

변동성이 감소하도록 모형화하여 Ornstein-Uhlenbeck 확률과정을 고려한 Vasicek 모형에서 나타나는 음의 기초자산 문제를 해결하였다고 알려져 있다.

1.9 CKLS 모형(1992)

Chan et al.(1992)은 앞선 확률과정 모형들을 하나의 수식으로 정리하였으며 가격수준이 가격변동성에 미치는 영향을 모수로 두어 추정하였다. 형태는 CEV 모형에 추세항을 포함한 것으로 논문 저자들의 이니셜을 따 CKLS 모형이라고도 부른다. 수식은 다음과 같다.

$$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma X_t^{\gamma} dW_t \tag{16}$$

변동성에 대한 제약 뿐 아니라 추세와 평균회귀속도에도 제약 가하지 않은 확산모형이다.

2. 추정방법론

일반적으로 사용되는 확률과정모형 추정 방법에는 일반화 적률법과 최우추정법이 있다. 본 연구에서는 CKLS(1992)가 관련 모형들의 모수를 추정할 때 사용하였던 GMM(일반화적률법, Generalized Method of Moments)를 이용한다.

Hansen (1982)은 적률추정법을 확장하여 다음과 같은 일반화 적률법(GMM)을 제안하였는데 이유아(2008)에 따르면 GMM으로 확률과정을 추정하는 것은 MLE 추정법과 비교하여 몇 가지 장점들을 가진다. 우선 MLE 추정에서는 모수 혹은 모집단 분포의 가정이 있어야 하지만, GMM 추정에서는 가격 차분값의 안정성만 만족하면 된다. 따라서 각기 다른 분포를 가지는 과정들을 추정하기에 적합한 방법론이다. 둘째 GMM 추정량과 표준오차는 교란항이 조건부 이분산성을 가질 경우에도 일치 추정을 갖는다. 연속 모험을 이산화하는 과정에서 오류의 교란항에 대한 분포 또한 영향을 받기 때문에 GMM 을 통한 추정에서는 이산화에 대한 오차를 줄일 수 있다. 마지막으로 확률과정모형의 추정에 있어서 지금까지 CKLS(1992), Cibbons and Ramaswamy(1986) 등 많은 연구들에서 GMM 적용하며 모수를 추정하고 있다.

GMM 방법론을 이용하기 위해서는 적률조건(Moment Condition)을 도출해야한다. 우선 단일요인확률과정 모형을 일반화한 CKLS모형은 다음과 같다.

$$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma X_t^{\gamma} dW_t \tag{17}$$

Brennan and Schwartz (1982), Dietrich-Campbell and Schwartz (1986), Sanders and Unal (1988)에서 사용한 방법을 이용하여 위의 연속적인 모형을 다음과 같은 이산시간 모형으로 근사할 수 있음이 알려져 있다.

$$X_{t+1} = X_t + \alpha + \beta X_t + \epsilon_{t+1} \tag{18}$$

$$E[\epsilon_{t+1}] = 0 \tag{19}$$

$$E[\epsilon_{t+1}^2] = \sigma^2 X_t^{2\gamma} \tag{20}$$

마지막 식을 다르게 쓰면

$$E[\epsilon_{t+1}^2 - \sigma^2 X_t^{2\gamma}] = 0 \tag{21}$$

이 되고 두 식으로부터 두 개의 적률조건이 생성된다. 여기에 X_t를 도구변수로 이용하고, 직교성 조건을 적용하면 다음과 같은 4개의 적률조건을 나타낼 수 있다.

$$f_t(\theta) = \begin{bmatrix} \epsilon_{t+1} \\ \epsilon_{t+1} X_t \\ \epsilon^{2_{t+1}} - \sigma^2 X_t^{2\gamma} \\ (\epsilon^{2_{t+1}} - \sigma^2 X_t^{2\gamma}) X_t \end{bmatrix} \tag{22}$$

즉, 추정하고자 하는 모수들 α, β, σ, γ의 벡터인 θ에 대해 위의 식으로 적률조건이 표현되며 다음을 만족한다.

$$E[f(\theta)] = 0 \tag{23}$$

이를 표본자료를 이용한 평균으로 표현하면, T개의 자료가 있을 때 위의 식을 다음과 같이 대체할 수 있다.

$$g_T(\theta) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} f_t(\theta) \tag{24}$$

적률법(Method of Moment, MM)은 적률조건들을 이용하여 모수를 추정하는 것으로 추정하고자 하는 모수의 수와 적률조건의 수가 일치해야 추정이 가능하다. 일반화적률법(Generalized Method of Moments, GMM)은 적률조건의 수가 추정하고자 하는 모수의 수보다 많을 경우 이용하는 방법으로 적률조건을 이용한 다음의 2차식 형태를 최소화하는 모수를 찾는 것이다.

$$J_T(\theta) = g_T'(\theta) g_T(\theta) \tag{25}$$

하지만 적률조건별로 중요성이 다르기 때문에 이를 고려한 가중치행렬을 설정하여 다음과 같은 2차식을 이용하여 모수를 추정한다.

$$J_T(\theta) = g_T'(\theta) W_T(\theta) g_T(\theta) \tag{26}$$

$W_T(\theta)$는 양정부호의 대칭적인 가중치 행렬로 행렬미분을 통해 θ에 대해 $J_T(\theta)$의 최소화 조건을 이용하여 다음과 직교조건을 만족하는 방정식의 해를 구할 수 있다.

$$D_T'(\theta)W_T(\theta)g_T(\theta) = 0 \tag{27}$$

여기서 $D_T(\theta)$는 θ에 대한 $g_T(\theta)$의 야코비 행렬에 해당한다. CKLS 모형의 경우에는 상기 모수들을 적정식별하는 것이 가능하기 때문에 $J_T(\theta) = g_T'(\theta)W_T(\theta)g_T(\theta)$는 $W_T(\theta)$의 모든 값에 대하여 0이 된다. 반면 제약식이 포함된 경우 과대식별된 θ의 일부 모수들에 대한 GMM 추정치는 $W_T(\theta)$의 값에 따라 달라지게 된다. Hansen(1982)에 따르면 최적의 가중치 행렬은

$$W_T(\theta) = \Omega^{-1} \tag{28}$$

이며 $\Omega = E[f_t(\theta)f_t'(\theta)]$이다. 이 경우 θ의 GMM 추정량은 최소의 점근적 공분산 행렬을 가지게 된다. $\Omega^{-1}(\theta)$를 공분산 행렬의 추정량이라고 하면, GMM 추정치를 구하기 위한 점근적 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\frac{1}{T}[D_0'(\theta)\Omega^{-1}(\theta)D_0(\theta)]^{-1} \tag{29}$$

이 때 $D_0(\theta)$는 추정된 모수에서 결정된 야코비 행렬식이며 윤원철(2006)에 따르면 개별 모수의 통계적 유의성은 이 공분산 행렬을 사용하여 검정할 수 있다고 알려져 있다.

또한 앞선 식 $J_T(\theta)$ 2차식의 최소값은 카이제곱 분포를 따른다. 윤원철, 박호정(2005)에 따르면 이를 이용하여, 자유도가 직교성 조건의 개수에서 추정할 모수의 개수를 차감한 값과 동일할 경우 모형이 적합하다고 귀무가설을 설정할 수 있다. 이로부터 나오는 카이제곱 통계치는 모형의 적합도를 검정할 수 있는 척도가 되며 통계치가 높게 나타날 경우, 해당

모형은 오지정되었다고 판단한다. 이때 Newey and West(1987)가 제시한 가설검정 기법을 활용하여 비제약 모형인 CKLS모형에 부과된 제약의 적정성을 평가하며, 이 때 J-통계치는 다음과 같다.

$$\Delta J = T[J(\widehat{\theta_0}) - J(\hat{\theta})] \tag{30}$$

해당 검정통계치 역시 카이제곱분포를 따르며 $J(\widehat{\theta_0})$는 제약하에서의 목적함수, $J(\hat{\theta})$는 비제약하에서의 목적함수를 의미한다.

일반화적률법은 위와 같은 방법으로 모수를 추정하며 본 연구에서는 RATS 10.0 소프트웨어를 사용하였다.

제 2 절 확률변동성 모형

1. 모형의 종류 및 특징

확률 변동성 모형(Stochastic volatility model)은 가격의 변동성 파악 및 분석에 집중하는 모형이다. 이전 확률과정 연구들의 주된 관심사는 변동성보다는 가격의 움직임이었기 때문에 변동성을 나타내는 변수는 상수나 확정적 함수의 형태로 표현되었다. 하지만 2000년대 들어서 자원가격의 변동성이 증대되었으며 시간에 따라 변동성이 변화하는 성질을 갖게 되었다. 이와 관련하여 Brooks et al.(2013)는 자원시장의 변동성이 금융시장의 변동성보다 더 확률적임을 실증적으로 보였다. 따라서 이러한 특징을 반영한 모형이 연구되었다.

특히 국제원유시장에 처음으로 확률변동성 모형을 적용한 것은 Trolle and Schwartz (2009)로 알려져 있으며 이러한 확률변동성 모형을 기초로 하여 Larsson and Nossman (2011)은 원유가격의 점프를 모형에 처음으로 포함시켰다. 이때 평균 회귀와 확률적 변동성 외에도 유가의 동태적 특성을 고려하여 점프를 최초로 도입했다. 해당 논문에서 제안된 모형이 상품 수익 분배의 왜도와 팻테일 특성을 설명한다는 점에서 에너지 상품 가격의 합리적인 특성을 제공한다고 볼 수 있다. 다양한 원유 상품에 대해 제안된 Kyriakou et al.(2016)의 논문은 확률적 변동성을 갖는 계절 평균회귀 모형을 고려하였으며, 확률과정 모형에 점프를 추가하는 것이 모형의 성능을 더욱 향상 시킬 것이라고 주장하였다.

이러한 내용들을 바탕으로 Gudkov, Ignatieva(2021)는 상품가격의 평균회귀성질, 확률변동성성질, 점프성질을 고려하여 다음과 같은 일반

(General) 확률변동성 모형을 구성하였으며 이를 바탕으로 여러 형태의 확률변동성 모형을 제시하였다. 본 연구에서는 해당 모형들을 사용하였다.

$$dX_t = (\eta(\mu - X_t) - \frac{1}{2}V_t)dt + \sqrt{V_t}\,dW_t^X + dP_t^X \tag{31}$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_V\sqrt{V_t}\,dW_t^V + dP_t^V \tag{32}$$

X_t와 V_t는 각각 자원의 가격과 변동성을 의미한다. 여기서 μ는 장기적인 평균을 의미하고 η는 자원의 가격 X_t의 장기평균으로의 회귀 속도를 의미한다. dW_t^X와 dW_t^V는 각각 자원가격과 자원가격의 변동의 브라우니안 운동, 즉 표준 위너과정을 의미하되, 가격과 변동성사이의 무작위적인 움직임에 어떠한 상관관계가 있을 것이라 가정하였다.

$$corr(dW_t^X, dW_t^V) = \rho \tag{33}$$

θ는 변동성의 장기적인 수준을 의미하며 κ는 변동성이 평균으로 회귀하는 속도를 의미한다. σ_V는 가격변동성의 조건부 변동성이 가격수준에 의해 받는 영향의 정도를 나타낸다. P_t^X와 P_t^V는 각각 자원가격과 변동성의 점프요소를 의미한다.

이러한 점프요소들은 포아송과정이라는 무작위 확률과정에 의해 표현될 수 있으며 Gudkov, Ignatieva(2021)는 각각의 점프요소를 다음과 같이 나타내었다.

$$dP_t^X = J_t^X dZ_t^X - \beta_X \mu_J dt \tag{34}$$

$$dP_t^V = J_t^V dZ_t^V \tag{35}$$

여기서 J_t^X와 J_t^V은 점프의 크기를 의미하며 주어진 사전 분포에 따라 그 크기가 확률적으로 정해진다. μ_J는 마팅게일 성질[7]을 만족시키기 위해 도입된 수식으로 다음과 같다.

$$\mu_J = E^P[\exp(J_t^X) - 1] \tag{36}$$

Z_t^X와 Z_t^V는 포아송 확률과정을 의미하며 Jacquier et al. (2004)에서 가정한 것과 같이 $[t,\ t+dt]$의 시간 사이에 점프가 일어날 확률과 발생하지 않을 확률은 다음과 같다고 보았다.

$$p_1 = \beta_X dt \tag{37}$$

$$p_0 = 1 - \beta_X dt \tag{38}$$

$$p_1 = \beta_V dt \tag{39}$$

$$p_0 = 1 - \beta_V dt \tag{40}$$

이때 β_X, β_V는 점프발생확률을 나타내는 모수이다.

이와 같은 기본적인 모형을 종속적인 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성모형(Mean-reverting stochastic volatility model with correlated jumps, MRSVCJ), 독립적인 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성 모형

7) 이전 단계의 모든 정보를 알고 있다면 확률과정의 미래 기대값이 현재값과 동일한 성질

(Mean-reverting stochastic volatility model with independent jumps, MRSVIJ), 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성 모형(Mean-reverting stochastic volatility model with jumps in the spot price only, MRSVJ), 평균회귀 확률변동성 모형(Mean-reverting stochastic volatility model without jumps, MRSV)으로 나누어 분석을 진행하였다.

1.1 평균회귀 확률변동성 모형(Mean-reverting stochastic volatility model without jumps, MRSV)

평균회귀 확률변동성 모형은 앞선 일반 모형에서 점프가 발생할 확률인 β_X, β_V = 0 이라는 제약조건을 부여함으로써 가격과 확률변동성을 다음과 같은 확률미분방정식으로 표현할 수 있다.

$$dX_t = (\eta(\mu - X_t) - \frac{1}{2}V_t)dt + \sqrt{V_t}\,dW_t^X \tag{41}$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_V\sqrt{V_t}\,dW_t^V \tag{42}$$

해당 모형은 앞선 단일확률과정모형과 다르게 가격 무작위성의 크기를 나타내는 변동성을 확률과정으로 보아 별도의 요인으로 분류하였다. 다만 확률과정 모형을 구성하는 요소 중 장기적인 평균의 크기, 평균으로의 회귀 등은 결정론적(Deterministic)이라고 보았다. 이러한 형태의 확률과정 모형은 Bakshi et al. (1997), Pan(2002), Chernov et al.(2003), Jacquier et al (2004) 등에서 금융시계열자료를 분석할 때 널리 사용되었다.

1.2 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성 모형(Mean-reverting stochastic volatility model with jumps in the spot price only, MRSVJ)

점프 현상을 고려하여 확률과정모형에 포함하는 것은 Merton(2001), Cartea and Figueroa(2005) 등에서 제안되었는데 해당 논문들에서는 주식시장가격의 모형화, 전력 현물 가격의 모형화를 위해 사용되었다. Geman and Roncoroni(2006)과 Hambly et al.(2009)는 점프 현상 중에서도 Spike라고 하는 짧은 기간에 가격이 빠르게 상승하고 빠르게 하락하는 현상에 주목하면서 분석을 진행하였다. 이러한 내용들을 고려하면 평균회귀 확률변동성에 점프요소를 포함하는 것은 분석의 성능을 개선할 수 있음이 지적되었다. 이를 고려하면 다음과 같이 모형을 구성할 수 있다.

$$dX_t = (\eta(\mu - X_t) - \frac{1}{2}V_t - \beta_X \mu_J)dt + \sqrt{V_t}\, dW_t^X + J_t^X dZ_t^X \tag{43}$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_V \sqrt{V_t}\, dW_t^V \tag{44}$$

단, 해당 모형에서는 변동성에서의 점프확률 β_V = 0으로 가정하였다. 여기서 β_X는 점프의 발생확률, J_t^X는 t시점에서 점프의 크기, dZ_t^X는 포아송과정을 따르는 확률과정이다. μ_J는 J_t^X의 분포하에서 마팅게일 성질을 만족시키위한 수식이다. 현실 자료의 동태적 특성과 비슷하게 이러한 점프의 크기 역시 무작위적으로 결정되는 것이 분석에 있어 바람직하다. 많은 경우 점프의 크기 J_t^X는 다음과 같은 정규분포를 따른다고 가정한다.

$$J_t^X \sim N(\mu_\xi, \sigma_\xi^2) \tag{45}$$

이에 따라 μ_J는 다음과 같이 나타난다.

$$\mu_J = E^P[\exp(J_t^X) - 1] = \exp(\mu_\xi + \frac{1}{2}\sigma_\xi^2) - 1 \tag{46}$$

1.3 독립적인 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성 모형(Mean-reverting stochastic volatility model with independent jumps, MRSVIJ)

실제 자료에서 점프는 자원가격에서만 일어나는 것이 아니라 변동성의 확률과정에서도 나타날 수 있다. 이러한 점프는 독립적으로 일어날 수도 있고 서로 종속적으로 일어날 수 있다. 해당 모형은 이러한 점프 요소들 P_t^X와 P_t^V이 가격과 변동성에서 각각 독립적으로 일어난다고 가정하고 모형을 구성한다.

$$dX_t = (\eta(\mu - X_t) - \frac{1}{2}V_t - \beta_X \mu_J)dt + \sqrt{V_t}\, dW_t^X + J_t^X dZ_t^X \tag{47}$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_V \sqrt{V_t}\, dW_t^V + J_t^V dZ_t^V \tag{48}$$

이때 가격의 점프요소는 앞선 모형과 같이 정규분포를 따른다고 가정하고 변동성의 점프요소인 J_t^V는 γ를 매개변수로 하는 지수분포(Exponentially distributed)를 따른다고 가정한다. 이는 일정 시간 동안 발생하는 사건의 횟수가 포아송 분포를 따른다면, 다음 사건이 발생할 때까지의 시간 간격은 지수분포를 따른다는 점에 기반한다.

1.4 종속적인 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성모형(Mean-reverting stochastic volatility model with correlated jumps, MRSVCJ)

점프 자체는 무작위적으로 일어나더라도, 가격과 변동성에서 점프가 일어나는 시점은 동시에 혹은 종속적으로 일어난다고 가정할 수 있다. 가격에서 점프가 일어났다는 의미는 이에 상응하는 변동요인이 존재했음을 의미하며 이러한 요인으로 인해 가격변동성 자체도 급격한 변화가 발생할 수 있기 때문이다. 이를 고려한 모형이 종속적인 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성 모형이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$dX_t = (\eta(\mu - X_t) - \frac{1}{2}V_t - \beta_X \mu_J)dt + \sqrt{V_t}\, dW_t^X + J_t^X dZ_t \tag{49}$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_V \sqrt{V_t}\, dW_t^V + J_t^V dZ_t \tag{50}$$

$$J_t^X \mid J_t^V \sim N(\mu_\xi + \rho_J J_t^V, \sigma_\xi^2) \tag{51}$$

이며 ρ_J는 점프요소들간의 의존성을 나타내는 매개변수이다. 이 경우 앞선 독립적인 점프를 갖는 평균회귀 확률변동성모형과 다르게 포아송 확률과정을 나타내는 dZ의 X, V첨자가 빠졌음을 알 수 있는데 포아송 과정을 따르는 무작위적인 점프의 발생이 동시에 일어난다고 가정하였기 때문이다. 또한 점프의 크기는 변동성에서 발생한 점프의 크기에 의존하며 분포는 위와 같다. 이러한 분포를 따른다면 μ_J는 다음과 같음이 알려져 있다.

$$\begin{aligned} \mu_J &= E^P[E^P[\exp(J_t^X) - 1 \mid J_t^V]] \\ &= E^P[\exp(\mu_\xi + \rho_J J_t^V \frac{1}{2}\sigma_\xi^2) - 1] = \exp(\mu_\xi + \frac{1}{2}\sigma_\xi^2)\frac{\gamma}{\gamma - \rho_J} - 1 \end{aligned} \tag{52}$$

본 연구에서는 위와 같은 평균회귀 확률변동성 모형들을 원유, 천연가스, 구리가격에 대해 적용하여 분석을 진행하였다.

2. 추정방법론

마르코프 연쇄 몬테카를로(Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 방법을 이용한 추정은 모수를 상수로 가정하고 추정하는 방법이 아닌 확률변수로 가정하고 이를 바탕으로 통계적 추론을 하는 방법론이다. Jacquier et al.(1994)에서 처음으로 소개되었으며 자본 수익 모형을 추정할 때 다른 모형들에 비해 더 나은 성능 보였다고 알려져 있다.

MCMC를 이용한 추정은 확률변동성 모형에서 주로 사용되는데, 이는 확률변동성 모형에서 나타나는 잠재변수(Latent variable)을 추정하는데 유용하기 때문이다. 확률변동성 모형에서는 가격자료 뿐 아니라 변동성도 확률요인으로 가정하는데, 가격자료는 실제로 관측되는 값이지만 변동성은 실제로 관측되는 값이 아니라 잠재적으로 존재하는 잠재변수이다. MCMC는 주어진 분포로부터 표본을 추출하여 추정을 진행하므로 관측되지 않은 상태변수에 대한 추론이 가능하다. 이와 관련하여 정세록(2016), Johannes and Polson(2002)에 따르면 MCMC는 다음의 세 가지 이유로 다양한 금융연구에서 활용되고 있다. 우선, MCMC는 모수와 잠재 변수를 동시에 추정할 수 있다. 따라서 변수에 대하여 대리지표를 사용하거나 추정 필터를 사용하지 않고도 관측 자료로부터 원하는 분포를 얻을 수 있다. 또한 MCMC는 연구자가 잘못된 모형이나 가정을 적용했을 가능성을 정량적으로 알 수 있다. 마지막으로, MCMC는 조건부 시뮬레이션 방법이기 때문에 계산 속도가 빠르다는 장점이 있다.

표본은 확률분포 $p(\Theta, Y|X)$을 따라 추출되는데 이는 자료X가 주어졌을 때 모수벡터 Θ와 상태변수벡터 Y의 결합확률분포이다. 본 연구에서는 모수벡터는 $\Theta = (\eta, \mu, \kappa, \sigma_V, \theta, \mu_J, \sigma_J, \gamma, \rho_J)$이며 상태변수벡터는 변동성 V, 점프요소 J, 포아송과정 Z인 $Y=(V, Z, J)$가 된다. 이러한 대상분

포를 베이즈 법칙을 이용하여 분해하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
p(\Theta, V, Z, J|X) &= p(X|\Theta, V, Z, J)p(\Theta, V, Z, J) \\
&= p(X|\Theta, V, Z, J)p(J|\Theta, Z)p(\Theta, Z)p(V|\Theta)p(\Theta) \\
&= p(X|\Theta, V, Z, J)p(J|\Theta, Z)p(Z|\Theta)p(V|\Theta)p(\Theta)
\end{aligned} \tag{53}
$$

여기서 $p(X|\Theta, V, Z, J)$은 가능도 함수이며 $p(J|\Theta, Z)$, $p(Z|\Theta)$, $p(V|\Theta)$는 각 잠재변수들의 분포가 된다. 마지막으로 $p(\Theta)$는 사전분포이다. 따라서 모수의 사전분포를 설정함으로써 표본을 추출하는 결합확률분포를 구할 수 있게 된다. 이때 사전분포는 정세록(2016)에 따르면 정보적이거나 비정보적일 수 있다. 분포를 구성할 수 있는 정보나 판단의 근거가 있을 경우에는 정보적인 분포를 설정하지만, 그렇지 않을 경우 비정보적인 사전 분포를 설정하는 것이 일반적이다. 균일 분포, 분산이 큰 정규분포, 감마 분포 등이 대표적인 비정보적 사전 분포이다. 이러한 경우 MCMC 수렴에 문제가 발생할 수 있기 때문에, 좋은 사전분포를 찾는 것이 중요하다. 반면 $p(\Theta, V, Z, J|X)$는 사후분포로써 추정의 대상이 된다.

주어진 분포로부터 추출된 사후분포는 닫힌 형태의 식으로 나타나지 않거나 직접 계산하는 것이 어렵기 때문에 시뮬레이션을 적용한다. 본 연구에서는 사후분포를 바탕으로 원유와 천연가스 가격에 대해서는 시뮬레이션을 100,000번 수행한 뒤, 초기 50,000번을 제외하고(burn-in) 추정하였고 구리 가격에 대해서는 시뮬레이션을 10,000번 수행한 뒤, 초기 5,000번을 제외하고 추정하였다. 이때 사용되는 대표적인 알고리즘은 깁스 표집(Gibbs sampler)인데 우선 모수와 상태변수의 초기 값을 설정한다. 모수와 주어진 자료를 이용하여 상태변수의 조건부 분포로부터 다음 단계의 상태변수를 구하고, 상태변수와 주어진 자료를 이용하여 모수의

조건부 분포로부터 다음 단계의 모수를 구한다. 이를 마르코프 사슬(Markov chain)이라 하며 이러한 연쇄의 분포는 사후분포에 수렴할 것이라 추정할 수 있다. 이러한 알고리즘을 깁스표집이라 한다. 다만, 잠재변수와 같이 분포가 명확히 주어지지 않은 경우에는 Metropolis-Hastings 알고리즘을 사용한다. Metropolis-Hastings 알고리즘은 제안분포(Proposal distribution)와 목적분포(Target distribution)간의 가능도와 수용기준(Acceptance criterion)을 비교하여 제안된 표본을 기각 혹은 채택하는 알고리즘이다.

Jacquier et al. (2004), Li et al. (2008), Cape et al. (2015)등에서 지적한 것과 같이 모수의 사전분포는 비정보적이며 표본의 크기가 크면 추정치 결과에 영향을 끼치지 않아야 한다. Gudkov, Ignatieva(2021)를 비롯한 선행논문들을 참고하여 필요한 성질을 만족하는 각 모수의 사전분포를 동일하게 설정하였으며 Matlab 프로그램을 사용하였다.

[표 5] 모수의 사전분포

모수	사전분포	모수	사전분포
$\hat{\mu}$	$\hat{\mu} \sim N(0,1)$[8]	η	$\eta \sim N(0,1)$
κ	$\kappa \sim N(0,1)$	θ	$\theta \sim N(0,1)$
Ω	$\Omega \sim IG(2,\frac{1}{20})$[9]	μ_ξ	$\mu_\xi \sim N(0,10)$
σ_ξ^2	$\sigma_\xi^2 \sim IG(5,\frac{1}{5})$	ψ	$\psi \sim N(0,\frac{\Omega}{2})$
$\beta_X \Delta t$	$\beta_X \Delta t \sim Beta(2,40)$[10]	$\beta_V \Delta t$	$\beta_V \Delta t \sim Beta(2,40)$
ρ_J	$\rho_J \sim Unif[-1,1]$[11]	γ	$\gamma \sim G(20,10)$[12]

8) MRSV모형에서는 $\hat{\mu} = \eta\mu$, MRSVJ, MRSVIJ모형에서는 $\hat{\mu} = \eta\mu - \beta_X(\exp(\mu_\xi + \frac{1}{2}\sigma_\xi^2) - 1)$, MRSVCJ 모형에서는 $\hat{\mu} = \eta\mu - \beta_X(\exp(\mu_\xi + \frac{1}{2}\sigma_\xi^2)\frac{\gamma}{\gamma - \rho_J} - 1)$

9) 역감마분포 (Inverse Gamma Distribution)

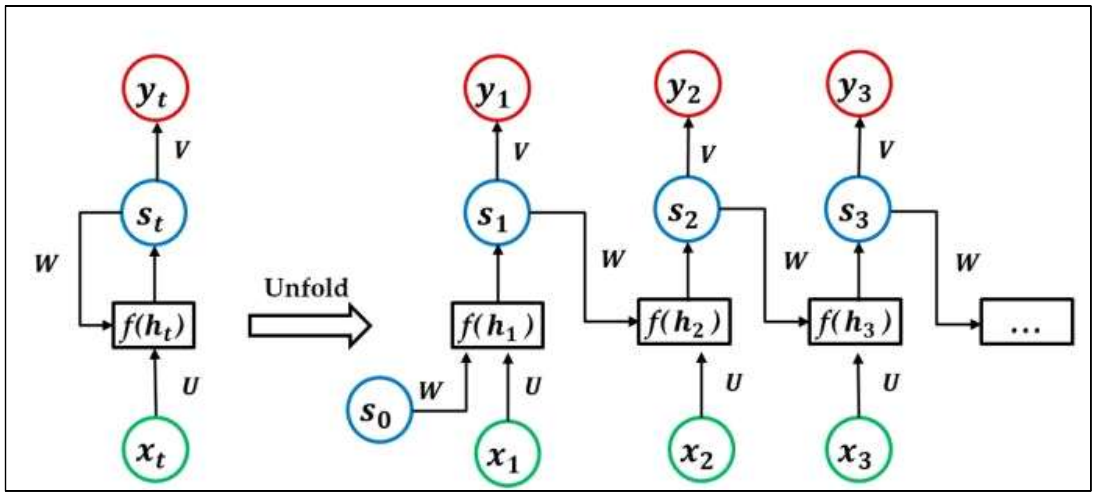
제 3 절 딥러닝 모형

1. 모형의 종류 및 특징

1.1 순환신경망 모형(Recurrent Neural Network, RNN)

RNN은 인공 신경망 알고리즘의 한 종류이다. 권혁건(2017)에 따르면 RNN은 노드가 자기 자신과 순환적으로 연결되어 있으며 이러한 순환적인 구조 때문에 순차적인 데이터를 처리하는데 유용하게 사용될 수 있다는 장점이 있다. 이러한 알고리즘을 그림으로 표현하면 다음과 같다.

[그림 4] RNN 구조



(출처 : Zhao, Hongwei, et al.(2019))

10) 베타분포 (Beta Distribution)
11) 균일분포 (Uniform Distribution)
12) 감마분포 (Gamma Distribution)

$$h_t = Ux_t + Ws_{t-1} \tag{54}$$

$$s_t = f(h_t + b) \tag{55}$$

$$y_t = g(Vs_t + c) \tag{56}$$

이때 s_t는 t 시점에서의 상태(state)를 의미하는 계산값이며 U와 V, W는 가중치행렬, b와 c는 편향, f와 g는 활성화함수이며 일반적으로 tanh이나 softmax함수가 사용된다. RNN cell로 표현되는 부분은 실질적인 계산이 이뤄지는 단계로 퍼셉트론의 은닉층에 해당하는 은닉상태(Hidden state)가 된다. 은닉상태는 다중 퍼셉트론 구조에서와 마찬가지로 은닉노드를 가지며 입력값을 은닉노드로 보내주는 가중치를 이용해 계산된다. 이때 가중치는 하나의 값이 아니라 입력벡터를 은닉노드로 전달하는 역할을 하므로 행렬의 형태가 된다. 즉 RNN은 기본적인 신경망(Neural Network)과 크게 다르지 않다. 다른 점은 은닉상태에서 계산을 진행할 때 이전 단계의 결과정보인 s_{t-1}을 입력값으로 추가적으로 받는다. s_{t-1}은 이전 단계 RNN cell에서 도출된 값으로, 입력벡터와 마찬가지로 벡터의 형태를 가진다. 마찬가지로 정보 입력값을 은닉노드로 보내는 가중치 행렬과 편향, 활성화함수를 이용해 다음 단계의 결과정보인 s_t를 도출한다. 이때 활성화 함수는 노드에 입력된 값들을 비선형 함수에 통과시킨 후 다음 층으로 전달하는데 사용하는 함수 의미한다. 활성화 함수에는 크게 이진 활성화 함수, 선형 활성화 함수, 비선형 활성화 함수가 있는데, 활성화 함수로 비선형 함수를 사용하는 것이 일반적이다.

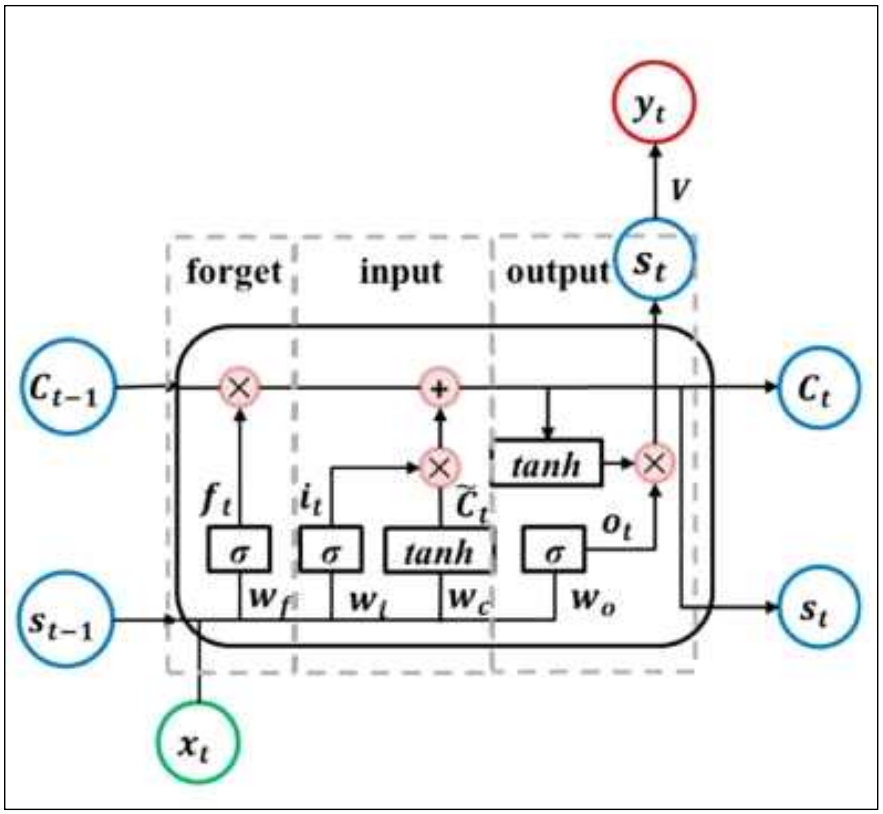
이렇게 계산된 s_t는 t시점에서의 시계열 정보를 포함하는 벡터 형태로, 가중치 행렬과 편향, 활성화 함수를 이용해 t에서의 예측값인 $\hat{y}_t$가 된다. 동시에 s_t 값은 다음시점의 RNN cell에서도 그대로 사용되어 $\hat{y}_{t+1}$를 계

산하는데 사용된다. 따라서 과거의 정보를 다음 시점의 가격을 예측하는데 사용하는 알고리즘 모형이기 때문에 이전 단계의 값에 영향을 받는 자원가격과 같은 시계열 자료에 적합하다고 알려져 있다.

1.2 장단기메모리 모형(Long Short-term Memory, LSTM)

이와 같은 RNN 모형은 경사하강법 혹은 오차역전파법을 이용하여 각 가중치 행렬을 업데이트한다. 이 과정에서 시간 역순으로 거슬러 올라가며 기울기(Gradient)를 계산하고 이를 이용해 과거 은닉 값을 추적하는데, 이 추적이 길어질수록 기울기의 계산이 잘 되지 않는 문제가 발생한다. 이를 기울기 소실 혹은 폭발문제라고 한다. 기울기가 소실되는 경우, 가중치 매개변수가 더 이상 갱신되지 않아 학습이 제대로 진행되지 않고 기울기가 폭발하는 경우 가중치 매개변수가 큰 폭으로 진동하며 신뢰할 수 없는 계산결과를 얻게 된다. 이는 시계열 자료의 분석에 있어 문제가 될 수 있는데 특정 시점의 자료가 장기적으로 영향을 미치는 장기의존성을 확인하기 어렵기 때문이다. 이와 같은 문제를 해결하고자 제안된 모형이 LSTM 모형이며 다음과 같다.

[그림 5] LSTM 구조



(출처 : Zhao, Hongwei, et al.(2019))

LSTM은 RNN에 비해 구조적으로 복잡하며, RNN 모형과 비교하여 cell state(c_t)가 추가되었다. 이는 c_t는 시계열 자료의 장기적인 정보를 저장 및 먼 미래에 전달하는 정보전달벡터이다. 또한 다음과 같은 3개의 게이트(gate)가 추가되었다.

1) forget gate

시계열 자료에서 일부 정보는 지속적으로 기억되어 장기적인 의존성을 형성하지만 일부 정보는 단기적으로만 영향을 미치므로 이를 제거해야

한다. 이를 알고리즘 상에 구현한 것을 forget gate라 하며 다음과 같이 계산된다.

$$f_t = \sigma(W_f[s_{t-1}, x_t] + b_f) \tag{57}$$

σ는 시그모이드 활성화 함수이며 이에 따라 f_t가 0에서 1사이의 값을 갖는다. 0이라면 이전 상태의 정보를 잊고 1이라면 이전 상태의 정보를 온전히 기억하게 하는 방식으로 이전 상태 정보 중 잊을 정도를 결정한다.

2) update gate(input gate)

update gate에서는 forget gate와 반대로 기억할 정보를 계산하기 위한 단계이다. 구조 자체는 forget gate와 동일하며 이전단계 정보인 s_{t-1}과 현재시점 시계열 자료인 x_t를 이용한다. update gate의 결과를 이용해 장기적인 정보를 전달하는 cell state를 계산한다.

$$u_t = \sigma(W_u[s_{t-1}, x_t] + b_u) \tag{58}$$

update gate의 결과 값이 기존 정보 중 기억할 부분이라면, s_{t-1}와 x_t로부터 새로이 기억해야할 정보가 존재한다. 이를 $\tilde{c}_t$라 하며 다음과 같이 계산한다.

$$\tilde{c}_t = \tanh(W_C[s_{t-1}, x_t] + b_C) \tag{59}$$

이들을 이용해 cell state를 갱신하며 다음과 같이 아다마르 곱을 통해 계산된다.

$$c_t = f_t \odot c_{t-1} + u_t \odot \tilde{c}_{t-1} \tag{60}$$

3) output gate

앞선 gate들이 cell state를 업데이트 하기 위한 과정이었다면 output gate는 s_t를 구하기 위한 과정이라고 할 수 있다. 구조 자체는 forget gate, update gate와 동일하다.

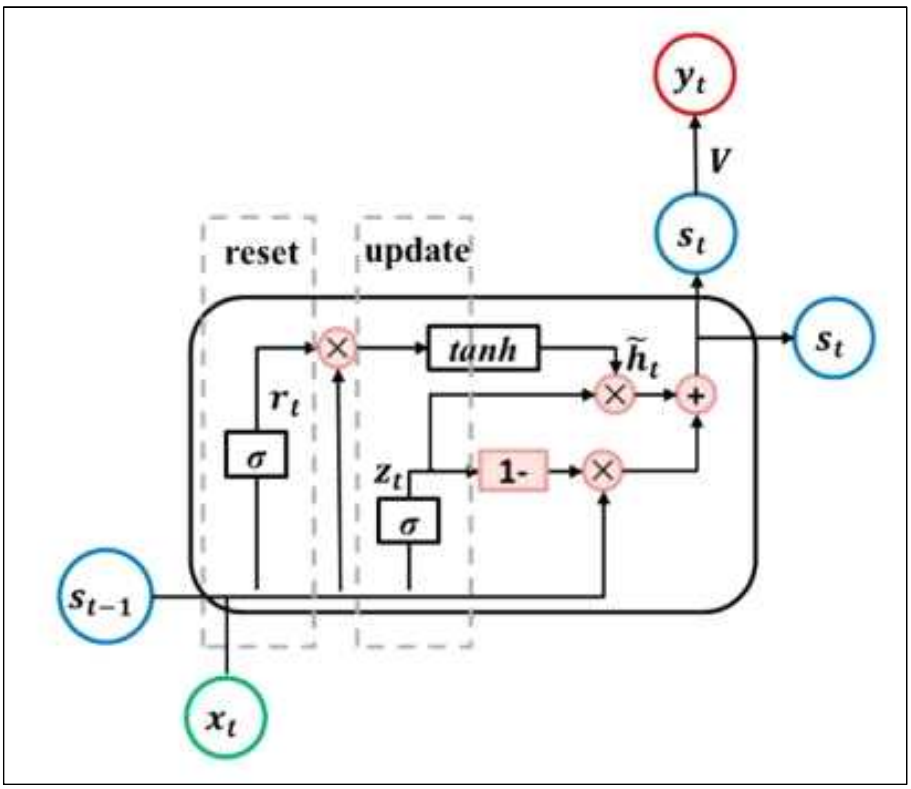
$$o_t = \sigma(W_o[s_{t-1}, x_t] + b_o) \tag{61}$$

output gate에서 계산된 값과 cell state를 tanh 활성화함수를 통과시켜 만든 값을 이용해 $a^{<t>}$를 계산한다.

$$s_t = o_t \odot \tanh(c_t) \tag{62}$$

1.3 게이트 순환 유닛 모형(Gated Recurrent Unit, GRU)

[그림 6] GRU 구조



(출처 : Zhao, Hongwei, et al.(2019))

그러나 LSTM의 구조는 고려할 수 있는 상황을 모두 고려했기 때문에 구조가 복잡하고 계산이 오래걸린다는 단점이 존재한다. 이에 LSTM 모형의 일부 게이트를 삭제하여 복잡한 구조를 개선하면서도 학습속도를 빠르게 올릴 수 있는 방법인 GRU(Gated Reccurent Unit)가 Cho, Bahdanau, Bougares, Schwenk, Bengio(2014)에 의해 제안되어 시계열 자료를 분석하는 데 있어 중심적인 딥러닝 모형으로 자리잡았다. GRU는 입력 게이트와 망각 게이트를 업데이트 게이트로, 출력 게이트는 리셋 게이트로 간소화 하였다. GRU의 두 게이트는 다음과 같다.

1) reset gate

현재 입력 x_t와 이전 셀에서 전달된 정보인 s_{t-1}에 각각의 가중치와 편향을 더한 후 시그모이드 활성화함수에 통과시켜 다음과 같은 reset 값을 얻는다. 이는 LSTM에서의 forget gate와 같은 역할을 하며 0에서 1사이의 값을 출력해 과거의 정보를 지우는 역할을 한다.

$$r_t = \sigma(W_r[s_{t-1}, x_t] + b_r) \tag{63}$$

2) update gate

update gate는 LSTM의 input gate와 forget gate를 동시에 수행하는 gate로써 과거 정보의 일부를 삭제시키면서 현재 정보를 얼마나 취할지 결정한다. 즉, 과거와 현재 정보의 비율을 결정하는 gate이다. 구조는 앞선 reset gate와 같다.

$$z_t = \sigma(W_z[s_{t-1}, x_t] + b_z) \tag{64}$$

두 게이트를 통해 계산된 값을 이용해 입력정보처리 단계를 거치는데 이는 현시점의 정보 x_t를 다루기 위한 단계이다. 리셋 게이트의 값과 이전단계의 정보를 이용하며 수식은 다음과 같다.

$$\widetilde{h_t} = \tanh(W_h \cdot [r_{t-1}, x_t] + b_h) \tag{65}$$

이를 이용하여 실질적인 출력값을 계산하게 되는데 수식은 다음과 같다.

$$s_t = (1 - z_t) \odot s_{t-1} + z_t \odot \widetilde{h_t} \tag{66}$$

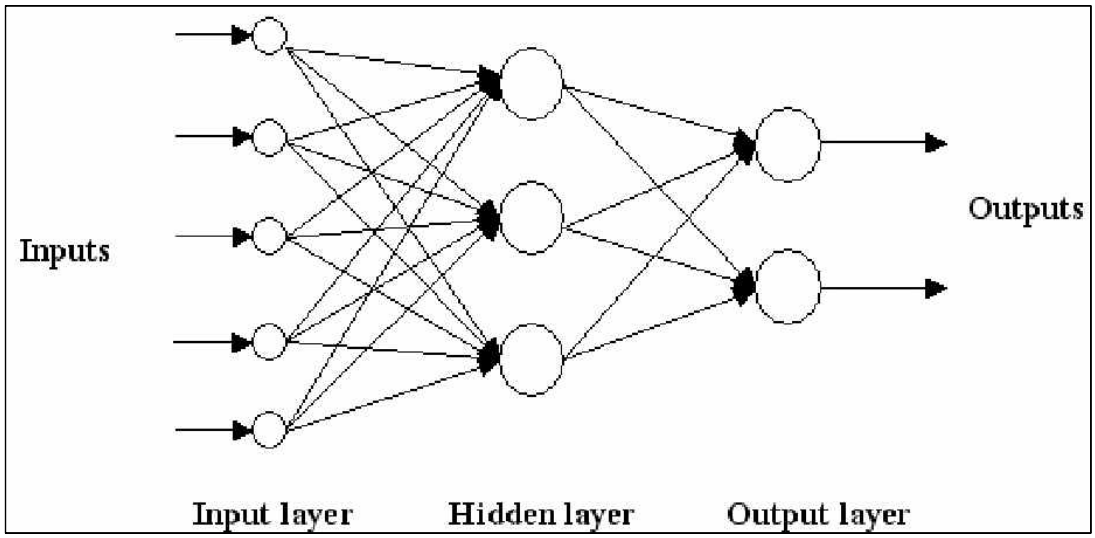
GRU는 LSTM 모형의 복잡한 구조를 단순하게 하여 빠른 계산이 가능하여 널리 사용되고 있으나 상황에 따라 적합한 모형이 존재한다.

2. 추정방법론

2.1 순전파와 역전파

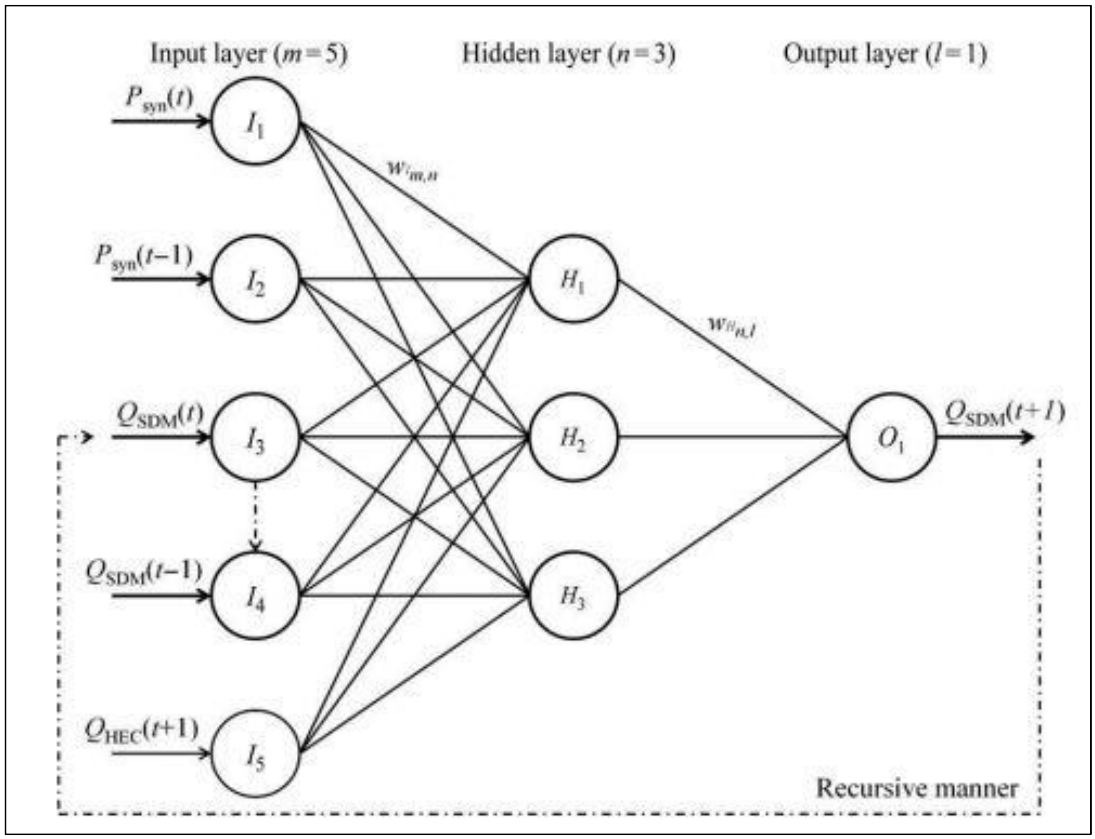
다중 퍼셉트론(Multi-layer Perceptron, MLP)은 계산을 통해 최종 출력값과 실제값의 오차 혹은 목적함수가 최소가 되도록 가중치와 편향을 업데이트하는 방식으로 학습을 진행한다. 이때 등장하는 개념이 순전파와 역전파의 개념이다. 순전파란 입력층에서 은닉층 방향으로 이동하면서 각 노드의 가중치와 편향을 이용하고, 경로를 지남에 따라 최종결과인 출력값을 도출해내는 일련의 과정을 의미한다. 계산된 출력값과 실제 자료인 레이블(Lable)의 차이를 오차라고 한다.

[그림 7] 다층 순전파 신경망의 구조



(출처 : Sazli, M.H. (2006))

[그림 8] 역전파 신경망의 구조



(출처 : Young. Liu (2015))

역전파는 신경망에서 가중치와 편향들에 대한 그래디언트(gradient)를 계산하는 방법을 의미한다. 일반적으로는 역전파는 앞선 순전파에서 도출된 오차를 이용하여 신경망의 각 층과 관련된 목적 함수(Objective function)를 계산하고, 중간 변수들과 파라미터들의 그래디언트를 출력층에서 입력층 순으로 계산하고 저장한다. 기존에 저장되어 있던 가중치와 편향을 역전파과정에서 계산된 그래디언트와 합하여 새로운 가중치와 편향으로 업데이트 하는 과정을 역전파라고 할 수 있다.

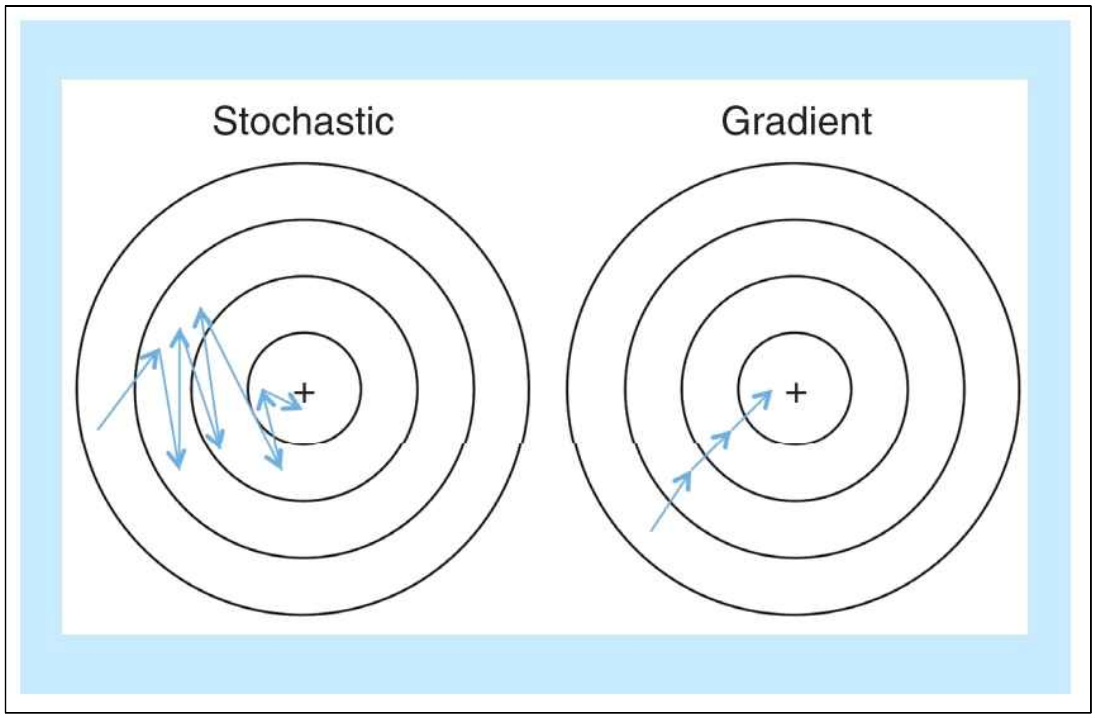
순전파와 역전파를 1회씩 실행하면 1회 반복(Iteration)이라고 하며, 이

런 과정을 반복하여 목적함수가 최소가 되는 가중치와 편향을 찾게 된다. 학습자료를 통해 가중치와 편향을 학습하면 이를 새로운 자료와 결합하여 출력값을 도출할 수 있게 된다. 그래디언트는 여러 가지 방법으로 구할 수 있으나, 일반적으로 역전파 알고리즘을 실행할때 가중치를 결정하는 방법에서는 경사하강법이 사용되며 그 중에서도 무작위적인 움직임을 갖는 확률적 경사하강법(Stochastic Gradient Descent, SGD)이 널리 사용된다.

2.2 확률적 경사하강법(Stochastic Gradient Descent, SGD)

확률적 경사하강법(Stochastic Gradient Descent, SGD)이란 추출된 데이터 중 하나에 대해서 그래디언트를 계산하고, 경사 하강 알고리즘을 적용하는 방법을 의미한다. 전체 데이터를 사용하여 학습을 진행하는 것이 아니라 무작위로 추출한 일부 데이터를 사용하여 학습을 진행한다.

[그림 9] 확률적 경사하강법과 경사하강법



(출처 : Carpenter, Kristy A, et al. (2018))

학습 중간 과정에서 결과값의 변동폭이 크면서 학습 속도가 빠르다는 장점이 존재한다. 하지만 전체 데이터가 아닌 하나의 데이터를 사용하여 학습을 진행하기 때문에 오차율이 크게 나타나고, CPU나 GPU의 연산능력 중 일부만을 활용한다는 단점이 있다. 이를 위해 미니배치

(Mini-batch)를 이용한 방법이 적용되는데, 배치라는 단위로 자료를 묶어 학습을 진행하는 방식이다. 하나가 아닌 작은 단위의 여러 자료를 이용하여 학습을 진행하므로 오차율이 낮아지는 효과가 있으며, 전체 자료를 사용하는 것보다 빠르고 효율적으로 학습이 진행된다는 장점을 갖는다.

$$W_t = W_{t-1} - \eta \nabla Q(W_{t-1}) = W_{t-1} - \frac{\eta}{n}\sum_{i=1}^{n} \nabla Q_i(W_t) \qquad (67)$$

목적함수 Q에 대해 최적의 해 혹은 가중치 W를 구해야 하는 상황에서 위와 같은 수식을 이용해 가중치를 업데이트하게 된다. 이때 η는 학습률을 의미하며 경사하강법을 통해 계산된 그래디언트를 어느 정도 반영할 것인지를 나타낸다. 해당 값이 1에 가까울수록 계산된 그래디언트를 온전히 계산에 포함하게 되어 가중치의 변화량이 높아지게 된다. 이 경우 빠르게 학습이 진행됨과 동시에 지역 최적해에서 벗어날 수 있다는 장점이 존재하나, 변동폭이 커 최적해를 찾지 못하는 위험이 발생할 수 있다. 따라서 배치의 크기와 반복 수, 학습률에 대한 적절한 초모수[13]를 설정하는 것이 중요하다.

2.3 초모수(Hyper Parameter)

딥러닝 모형은 많은 수의 가중치와 편향을 이용해 학습을 진행하기 때문에 각각의 모수가 통계적인 의미를 갖는다고 보기는 어렵다. 따라서

13) 학습에서 주요한 영향을 미치는 변수이면서 연구자에 의해 수동으로 지정되는 값

단일요인확률과정, 확률변동성 모형과 같이 인과관계에 대한 설명이 어렵다는 단점이 있으나, 딥러닝 모형은 초모수(Hyper Parameter)를 바꾸어가며 학습 구조를 바꿔줄 수 있으며 정형화된 확률과정 모형들에 비해 변수의 추가가 용이하다는 장점을 갖는다.

확률과정 모형은 가격의 변화를 동태적으로 추정하고 있기 때문에 t시점의 자료를 이용해 t+1시점의 가격과 비교함으로써 모수를 추정한다. 순환신경망 모형에서도 마찬가지로 t시점 자료를 이용해 t+1시점의 가격을 학습하도록 구성할 수 있으며, 더 나아가 초모수를 조절함으로써 원하는 기간의 과거자료를 이용해 원하는 미래기간의 자료를 예측하도록 학습을 진행할 수도 있다. 예를 들어 과거 5일치의 가격자료를 입력값으로 받아, 미래 3일치의 가격을 예측하도록 하는 모형을 구성할 수 있다.

본 연구에서는 확률과정모형들과의 비교를 위해, t+1시점의 가격을 출력하도록 모형을 구성하였다. 입력값으로는 과거 1일치, 2일치, 3일치, 4일치, 5일치로 순차적으로 늘려가며 모형의 적합도와 예측성능을 확인하였다. 이때 입력값의 길이를 Time step, 출력값의 길이를 Period로 하였다. 이외의 다른 초모수들은 다음과 같이 구성하였으며 keras[14]의 simpleRNN, LSTM, GRU 모듈을 사용하였다.

[표 6] 딥러닝 모형별 초모수 설정

	RNN	LSTM	GRU
Hyper Parameter	Units=32	Units=32	Units=32
	Epoch=3000	Epoch=3000	Epoch=3000
	Batch=150	Batch=150	Batch=150
	Learning Rate=0.01	Learning Rate=0.01	Learning Rate=0.01

14) 파이썬 프로그램의 라이브러리로 딥러닝 기능을 지원

또한 train set은 가중치를 학습하기 위해 사용된 자료로 내표본에 해당하며, test set은 모형의 성능을 평가하기 위해 학습과는 상관이 없는 외표본에 해당한다. train set과 test set의 비율은 7:3, 8:2, 9:1 등이 일반적이며, 본 연구에서는 8:2의 비율을 이용하였다. 따라서 train set은 2012.10.01.~2020.09.30. test set은 2020.10.01.~2022.09.30.에 해당하는 자료이다.

제 4 장 실증분석 및 결과

제 1 절 분석자료

1. 분석자료 및 기초통계량

본 연구에서는 에너지자원 중 특히 경제활동과 밀접하게 연관되어 있다고 알려진 에너지자원인 원유, 천연가스, 구리 시장가격에 대해 분석을 진행하였다. 원유 시장가격은 브렌트유 현물(Europe Brent Spot Price FOB), 천연가스 시장가격은 헨리허브 차월선물(HENRY HUB NATURAL GAS contract2)를 사용하였으며 EIA(Energy Information Administration)에서 취득하였다. 구리 시장가격은 런던금속거래소 3개월 선물(copper LME 3-month)의 일별자료를 이용하였으며 KOMIS(Korea Mineral Resource Information Service)에서 취득하였다. 분석기간은 2012년 10월 1일 ~ 2022년 9월 30일이다. 각 자료별 기초통계량은 다음과 같다.

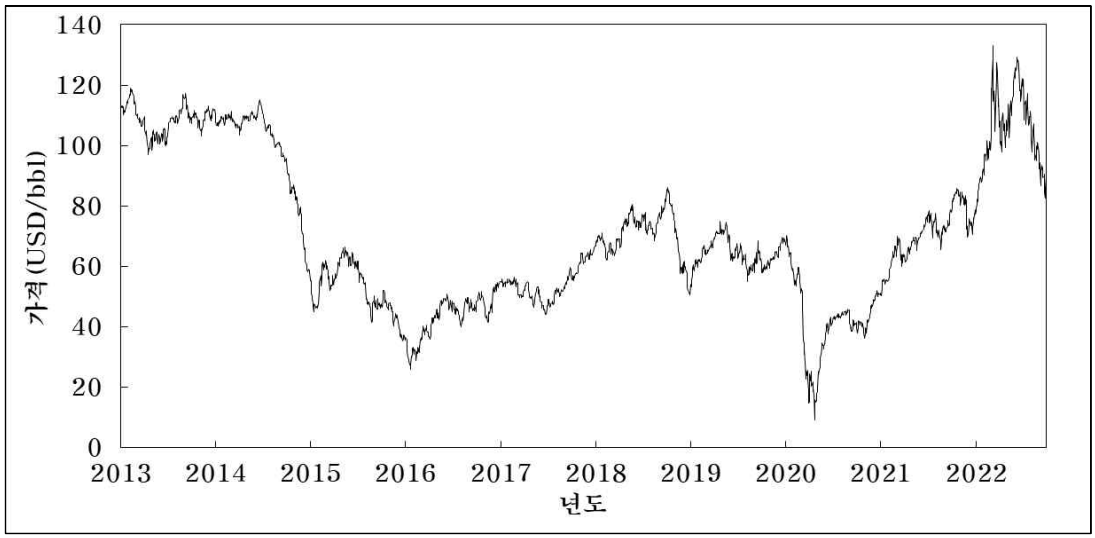
[표 7] 분석자료 기초통계량

가격	기간	자료수	평균	표준편차	최소	최대	단위
원유 (Brent)	2012.10.01. ~ 2022.09.30.	2,542	71.14	25.45	9.12	133.18	USD /bbl
천연가스 (Henry hub)	2012.10.01. ~ 2022.09.30.	2,532	3.35	1.32	1.482	9.68	USD /MMBtu
구리 (LME)	2012.10.01. ~ 2022.09.30.	2,529	6.75	1.43	4.32	10.72	1,000USD /ton

2. 분석기간 자료변동 추이

2.1 원유 시장가격 - Europe Brent Spot Price FOB

[그림 10] 원유 시장가격 변동 추이(2012.10.01.~2022.09.30.)



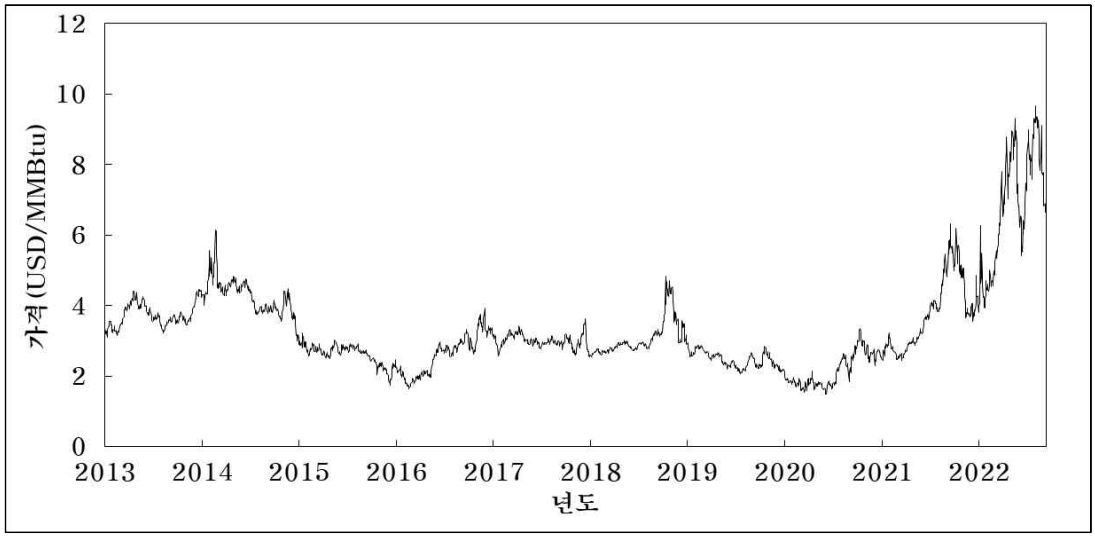
분석기간인 2013년 이후 국제유가(Brent)는 100달러 이상의 고유가가 유지되었다. 하지만 2014년에 들어 미국의 셰일오일 생산량이 증가하면서 미국의 에너지 수입량이 전반적으로 감소하였고 고성장을 이어오던 국가들이 저성장 국면을 맞이하며 수요증가가 둔화되었다. 이와 더불어 금리인상으로 인한 달러화 강세, OPEC(석유수출국기구)간 생산량 합의 실패로 인해 생산량은 증가하면서 유가는 하락국면을 맞이한다.

이후 2017년 상반기 OPEC 및 러시아 등 산유국의 감산이행, 경제성장으로 인한 석유수요 증가세, 달러화 약세로 인해 유가는 상승추세로 돌아섰으며 60달러선을 회복하였고 이후 상승추세가 이어지다 18년 하반기 80달러선을 돌파하였으나 셰일 오일 생산량 증가, 산유국 감산 완화 가

능성으로 인해 일시적으로 하락하였다. 이후 유가는 60달러 선을 유지하였는데 COVID-19으로 인한 수요감소와 러시아의 석유감산 거부, OPEC 국가들의 증산으로 인해 2020년 3월 브렌트유가를 비롯한 국제유가들은 일제히 급격히 하락하였다. 2020년 4월에는 원유 수요가 없는 상태에서 원유선물의 만기가 도래하자 선물을 교체하는 롤오버로 인해 WTI유가는 마이너스 유가를 기록하였고 브렌트유 역시 10달러 아래로 떨어지게 되었다. 이후 백신보급으로 인해 COVID-19가 어느정도 진정되면서 수요가 회복되었고, OPEC의 감산계획 조정에 따라 공급이 축소되면서 유가는 상승국면을 맞이하였으며 22년 러시아-우크라이나 전쟁으로 인한 공급불안정 및 러시아의 석유수출 제재로 인해 유가는 급격히 상승하였다.

2.2 천연가스 시장가격 - HENRY HUB NATURAL GAS contract2

[그림 11] 천연가스 시장가격 변동 추이(2012.10.01.~2022.09.30.)



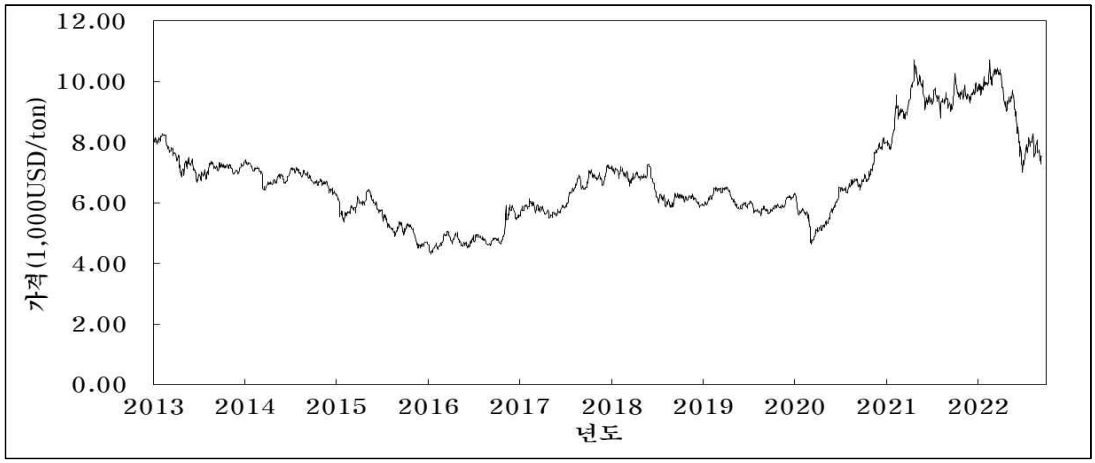
미국 헨리허브 천연가스 시장가격은 2010년 이후 셰일가스의 생산량이 증대되면서 전반적으로 낮은 가격에 형성되어 있으며 유가 연동이 아닌 시장에서 선물의 형태로 가격이 결정되어 변동성이 작은 특성을 보인다고 알려져 있다. 다만 헨리허브 가격은 실수요에 영향을 받기 때문에 동절기 수요가 증가하면 일시적으로 가격이 상승하는 경향을 보였다. 2014년 1월부터 3월까지 평년보다 낮은 기온이 지속되면서 거주 및 상업용 가스의 수요가 증가, 재고량은 감소하며 가격이 상승하였다. 4달러 수준에서 유지되던 가격은 2014년 하반기에 국제유가가 하락하기 시작하면서 동시에 하락하였고 국제적인 생산량 증가로 인해 초과공급이 발생하였고 전반적인 국제천연가스 시장가격은 하락추세를 유지하였다. 이와 더불어 15년도 겨울기온이 평년보다 높으면서 헨리허브 가격은 2016년까지 낮게 형성되었다.

이후 큰 변동이 없이 유지되다 2018년 폭풍 에이버리를 비롯한 기후요

인과 낮은 재고량으로 인해 난방 수요가 증가하면서 가격이 급격히 상승하였다. 이후 2020년 COVID-19로 인해 유가가 하락하며 헨리허브 가격도 하락하였다. 하지만 21년 여름 이상기후로 인해 천연가스의 냉방수요가 상승하면서 헨리허브가격은 14년 이후 가장 높은 수준으로 급등하였고 허리케인 아이다, 니콜라스가 천연가스 생산시설에 타격을 입히며 이러한 추세는 더욱 강화되었다. 이후 2022년 러시아-우크라이나 전쟁이 발발하면서 천연가스 시장에서 강한 영향력을 발휘하는 러시아의 공급문제로 전반적인 가격이 급등하였으며 이후 높은 변동성을 보이고 있다.

2.3 구리 시장가격 - copper LME 3-month

[그림 12] 구리 시장가격 변동 추이(2012.10.01.~2022.09.30.)



구리 시장가격은 원유, 천연가스 등과 달리 산업에 사용되는 특성으로 인해 상대적으로 낮은 변동성을 보이고 있으며 급격한 가격변화가 적다는 특성을 갖는다. 2013년 이후 구리 시장가격은 천천히 하락하였는데 2015년 달러화 강세, 중국의 성장둔화로 인한 수요 감소로 이러한 하락 추세가 더욱 유지되었다. 이후 2016년 세계경기가 회복되고 중국의 수요 증가, 트럼프 대통령 당선으로 인한 인프라산업 기대감으로 급등하였으며 17년 칠레 대형광산의 파업, 환경규제로 인한 중국의 구리 생산능력 변화로 이러한 추세는 지속적으로 유지되었다. 반면 COVID-19로 인해 경기둔화 우려가 제기되면서 2020년에 매우 낮은 가격을 형성하였다.

하지만 이후 중국을 중심으로 세계 경기의 회복이 진행되었고 COVID-19로 인한 감산, 구리 생산능력의 느린 회복 특성으로 인해 수요불균형이 발생하여 구리 시장가격은 상승추세로 전환하였다. 이와 더불어 전기차 및 전자제품 등 구리수요가 높은 산업위주로 회복이 우선적으로 진행되며 구리 시장가격은 급등하였다. COVID-19로 인해 유동성

이 증대하면서 전반적인 원자재 가격이 상승하였고 러시아-우크라이나 전쟁으로 인한 공급 감소 우려로 이러한 경향이 더욱 증대되었으나, 경기침체 우려가 제기되면서 2022년 3월을 기점으로 구리 시장가격은 하락 추세로 전환되었다.

제 2 절 분석결과

1. 원유 시장가격 분석결과

1.1 단일요인 확률과정 모형

[표 8] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.)

	α	β	σ^2	γ	J-통계치
(1)Merton	0.0104 (0.0292)	0	2.0313*** (0.1161)	0	10.2756 [0.00587]
(2)Vasicek	0.02257 (0.0990)	-0.00019 (0.00145)	2.0304*** (0.11649)	0	10.2828 [0.00134]
(3)CIR-SR	0.1267 (0.09848)	-0.0019 (0.00145)	0.0334*** (0.00190)	0.5	0.4523 [0.50124]
(4)Dothan	0	0	0.0005*** (0.00003)	1	12.3040 [0.00641]
(5)GBM	0	-0.00023 (0.00043)	0.00046*** (0.000027)	1	11.9755 [0.00251]
(6)Brennan -Schwartz	0.25557*** (0.09826}	-0.0038*** (0.001457)	0.00046*** (0.000027)	1	5.6203 [0.01775]
(7)CIR-VR	0	0	0.000005*** (0.0000003)	1.5	41.1758 [0.00000]
(8)CEV	0	-0.0000877 (0.000436)	0.02899 (0.03899)	0.5171*** (0.15991)	2.0928 [0.14799]
(9)CKLS	0.1553 (0.1071)	-0.0023 (0.0016)	0.01265 (0.01801)	0.6152*** (0.1681)	-

* : 10%, ** : 5%, *** : 1% 수준에서 통계적으로 유의함

()안은 표준편차, []안은 p값을 의미

우선 모형적합도를 살펴보면 전체 기간의 원유 시장가격에 대해 Merton, Vasicek, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR 모형이 95% 신뢰수준에서 오지정되었다. 즉, CIR-SR, CEV 모형만이 모형적합도를 나타내는 카이제곱 추정치의 값으로 인해 귀무가설이 기각되지 않았으며 90% 신뢰수준에서도 기각되지 않았다. 또한 모든 모형들 중 CIR-SR모형이 최소의 카이제곱 추정치를 나타냄으로써 다른 모형들에 비해 모형 적합도가 우수하게 나타났다. 모형 적합도 측면에서 나타내면 CIR-SR > CEV > Brennan-Schwartz > Merton > Vasicek > GBM > Dothan > CIR-VR 모형의 순서에 따라 우수한 것으로 나타났다. 다만 CKLS 모형의 경우 비제약 모형으로서 적정식별되었기 때문에 카이제곱 추정치가 0으로 나타난다.

제약모형의 과대식별 여부는 J-통계치의 p값에 의해 정해지는데 앞서 설명한 것처럼 95% 신뢰수준에서 Merton, Vasicek, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR 모형이 과대식별된 것으로 나타났다. 과대식별되지 않은 CIR-SR, CEV 모형은 90% 신뢰수준에서도 과대식별되지 않았다.

비제약 형태의 CKLS 모형의 모수 추정치를 살펴보면 분산탄력성을 나타내는 γ의 추정치는 CKLS모형, CEV모형에서 각각 0.6152, 0.5171로 나타났으며 99% 신뢰수준에서 유의한 것으로 나타났다. 이는 가격 상승에 따라 가격의 분산이 증가하는 정도, 즉 가격 변화의 조건부 변동성이 가격 수준에 의존적이기는 하나, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz 모형에서 가정한 바와 같이 γ=1인 수준보다는 낮다는 것을 의미한다.

자료의 추세를 나타내는 α와 평균회귀성향을 나타내는 β는 Brennan-Schwartz모형을 제외하고는 다른 모든 모형에서 유의하지 않게 나타났다. β는 모두 음의 값을 가져 평균회귀 이론과는 부합하지만 실제로 통계적으로 유의하지는 않아 전체기간을 고려하면 brent유가의 평균회귀 정도가 미약하다는 것을 의미한다.

1.2 확률변동성 모형

[표 9] 원유 시장가격 확률변동성 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.)

	(1)MRSV	(2)MRSVJ	(3)MRSVCJ	(4)MRSVIJ
$\hat{\mu}$	0.76566 (0.073839)	0.59173 (0.11465)	0.63435 (0.081532)	0.75339 (0.081598)
η	0.000842 (0.000987)	0.000192 (0.001605)	0.000385 (0.001106)	0.000489 (0.001096)
μ_ξ		0.43948 (0.34776)	2.83 (0.71578)	-8.022 (1.1171)
σ_ξ		3.2297 (0.37009)	0.10846 (0.027274)	0.10895 (0.02827)
β_x		0.069111 (0.017599)	0.027379 (0.01025)	0.003342 (0.001351)
κ	0.058504 (0.009087)	0.03362 (0.006804)	0.067002 (0.01076)	0.042655 (0.010163)
θ	1.5707 (0.096338)	1.3169 (0.11866)	1.2309 (0.10471)	1.4948 (0.092239)
σ_V	0.21157 (0.015513)	0.14165 (0.013772)	0.1755 (0.020579)	0.14311 (0.021475)
ρ	0.27876 (0.055144)	0.1581 (0.096627)	0.076042 (0.14018)	0.16306 (0.091691)
ρ_J			0.55968 (0.32774)	
γ			1.296 (0.29301)	1.2337 (0.31245)
β_V				0.00197 (0.001016)

()안은 표준편차를 의미

$\hat{\mu}$은 자원가격의 변동성을 고려했을 때 자원가격의 장기적인 평균을 나타낸다. 모형에서는 MRSV, MRSVIJ, MRSVCJ, MRSVJ 순서였으며 이러한 장기평균은 확률변동성에서 점프가 고려되지 않은 모형의 경우 더 크게 나타남을 확인할 수 있다. 평균으로의 회귀속도를 나타내는 η의 경우 MRSV 모형에서는 다른 모형들에 비해 크게 나타났으며 점프가 고려되는 경우 작게 나타났다. 다만 확률변동성에도 점프가 있다고 가정하는 MRSVCJ, MRSVIJ 모형에서는 MRSVJ모형보다 상대적으로 빠른 평균회귀속도를 가짐을 확인할 수 있다.

확률변동성의 회귀속도를 나타내는 κ역시 η와 비슷한 경향을 보이고 있다. 확률변동성의 장기적인 평균을 나타내는 θ는 점프를 고려하지 않은 모형에서 크게 나타났으며 점프를 고려한 다른 모형들에서는 비슷한 수준을 나타내었다. μ_ξ는 자원가격에서의 점프 크기의 평균치를 나타내며 모형별로 상이한 값을 나타내었다. σ_ξ는 이러한 점프의 분산을 나타내며 점프크기를 크게 추정할수록 분산은 작게 추정되었다. MRSVIJ 모형의 경우 점프의 평균적인 크기가 큰 음수값을 나타내었는데 따라서 일반적으로 가격의 점프가 발생한다면 이는 가격의 크기를 줄이는 방향으로 일어났음을 의미한다. β_x와 β_V는 각각 가격과 변동성에서 점프가 일어날 확률을 의미하며 MRSVJ, MRSVCJ, MRSVIJ의 순으로 높게 나타났다.

1.3 딥러닝 모형

[표 10] 원유 시장가격 딥러닝 모형
학습결과(train set, test set)

	RNN	LSTM	GRU
Hyper Parameter	Time step=1	Time step=1	Time step=1
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	1.28726	1.268846	1.269807
RMSE(test set)	2.40205	2.39968	2.40628
Hyper Parameter	Time step=2	Time step=2	Time step=2
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	1.264032	1.386039	1.35576
RMSE(test set)	2.41624	2.62638	2.55189
Hyper Parameter	Time step=3	Time step=3	Time step=3
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	1.262638	1.49956	1.402161
RMSE(test set)	2.41908	2.81832	2.64313
Hyper Parameter	Time step=4	Time step=4	Time step=4
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	1.265273	1.560582	1.413187
RMSE(test set)	2.42424	2.90631	2.64160
Hyper Parameter	Time step=5	Time step=5	Time step=5
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	1.267417	1.598482	1.404915
RMSE(test set)	2.43877	2.94532	2.61719

모형적합도에 해당하는 train set의 RMSE를 기준으로 한 경우 RNN 모형에서는 과거 3일치의 자료를 이용하는 경우, LSTM, GRU 모형에서는 과거 1일치의 자료를 이용하는 경우 가장 낮은 RMSE를 보여 주어진 자료를 잘 설명하였다. 과거 3일치의 자료를 이용하는 RNN모형의

RMSE가 1.262638로 가장 낮게 나타났다. 반면 예측성능인 test set의 RMSE를 기준으로 한 경우 RNN, LSTM, GRU 모든 모형에서 과거 1일치의 자료를 이용하는 경우 가장 나은 예측성능을 보였으며, LSTM 모형의 RMSE가 2.39968로 가장 낮게 나타났다. 또한 학습에 사용한 입력자료의 길이가 짧을수록 모형적합도와 예측성능이 우수하게 나타나는 경향을 보였다. 결론적으로 예측성능은 과거 1일치의 자료만을 사용하는 LSTM 모형이 가장 우수하였으나 사용하는 과거 자료의 길이가 길어질수록 모형적합도와 예측성능이 하락하는 경향을 보여 적절한 길이의 입력값을 설정하는 것이 중요하다 볼 수 있다. 반면 RNN 모형의 경우 LSTM 모형보다는 예측성능이 떨어지나, 입력값의 길이에 상관없이 상대적으로 일정한 학습성능과 예측성능을 보여주었다. 과거 정보의 영향을 받는 시계열의 경우 LSTM과 GRU을 이용하는 경우 더 우수한 예측성능을 보이는 경우가 일반적이나, 분석 결과 원유에 대해서는 과거 정보의 장기적인 특성을 이용하는 것은 모형의 성능 개선에 기여하지 않았다. 이는 원유 시장가격이 단기적인 과거 정보에 더 많이 의존하는 특성을 가지는 것으로 해석할 수 있다.

2. 천연가스 시장가격 분석결과

2.1 단일요인 확률과정 모형

[표 11] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.)

	α	β	σ^2	γ	J-통계치
(1)Merton	0.00201 (0.001991)	0	0.00815*** (0.001354)	0	44.1298 [0.0000]
(2)Vasicek	-0.02149 (0.01394)	0.0079942* (0.004735)	0.00858*** (0.00137)	0	40.1867 [0.0000]
(3)CIR SR	-0.01834 (0.01386)	0.00707 (0.004702)	0.00327*** (0.000472)	0.5	32.9612 [0.0000]
(4)Dothan	0	0	0.00116*** (0.000146)	1	21.6233 [0.0000]
(5)GBM	0	0.001194** (0.000676)	0.00124*** (0.000151)	1	18.4031 [0.0001]
(6)Brennan -Schwartz	-0.00693 (0.0139)	0.00350 (0.00470)	0.00123*** (0.000151)	1	17.8043 [0.0000]
(7)CIR VR	0	0	0.00034*** (0.000037)	1.5	3.6862 [0.2974]
(8)CEV	0	0.00103 (0.000677)	0.00041*** (0.000122)	1.4534*** (0.0898)	1.3169 [0.2511]
(9)CKLS	0.001719 (0.01486)	-0.00473 (0.00503)	0.00038*** (0.000115)	1.4815*** (0.0901)	-

* : 10%, ** : 5%, *** : 1% 수준에서 통계적으로 유의함

()안은 표준편차, []안은 p값을 의미

우선 모형적합도를 살펴보면 전체 기간의 천연가스 시장가격에 대해 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz 모형이

95% 신뢰수준에서 오지정되었다. 즉, CIR-VR, CEV 모형만이 모형적합도를 나타내는 카이제곱 추정치의 값으로 인해 귀무가설이 기각되지 않았으며 90% 신뢰수준에서도 기각되지 않았다. 또한 모든 모형들 중 CEV모형이 최소의 카이제곱 추정치를 나타냄으로써 다른 모형들에 비해 모형 적합도가 우수하게 나타났다. 모형 적합도 측면에서 나타내면 CEV > CIR-VR > Brennan-Schwartz > GBM > Dothan > CIR-SR > Vasicek > Merton 모형의 순서에 따라 우수한 것으로 나타났다. 다만 CKLS 모형의 경우 비제약 모형으로서 적정식별되었기 때문에 카이제곱 추정치가 0으로 나타난다.

제약모형의 과대식별 여부는 J-통계치의 p값에 의해 정해지는데 앞서 설명한 것처럼 95% 신뢰수준에서 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz 모형이 과대식별된 것으로 나타났다. 과대식별되지 않은 CIR-VR, CEV 모형은 90% 신뢰수준에서도 과대식별되지 않았다.

비제약 형태의 CKLS 모형의 모수 추정치를 살펴보면 분산탄력성을 나타내는 γ의 추정치는 CKLS모형, CEV모형에서 각각 1.4534, 1.4815로 나타났으며 99% 신뢰수준에서 유의한 것으로 나타났다. 이는 가격 상승에 따라 가격의 분산이 증가하는 정도, 즉 가격 변화의 조건부 변동성이 가격 수준에 민감하게 의존함을 의미한다.

자료의 추세를 나타내는 α와 평균회귀성향을 나타내는 β는 CKLS모형을 제외하고는 다른 모든 모형에서 유의하지 않게 나타났다. β는 모두 음의 값을 가져 평균회귀 이론과는 부합하지만 실제로 통계적으로 유의하지는 않아 전체기간을 고려하면 천연가스 시장가격의 평균회귀 정도가 미약하다는 것을 의미한다.

2.2 확률변동성 모형

[표 12] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.)

	(1)MRSV	(2)MRSVJ	(3)MRSVCJ	(4)MRSVIJ
$\hat{\mu}$	0.0058155 (0.0069993)	0.0020635 (0.0080977)	0.0066924 (0.0070447)	0.0057322 (0.0071713)
η	-0.0000212 (0.0024265)	-0.0012499 (0.0027622)	0.00030123 (0.0024564)	0.00005478 (0.0024912)
σ				0.032983 (0.0022964)
μ_ξ		0.5301 (8.0372)	0.18733 (0.1696)	0.067568 (9.6729)
σ_ξ		0.11188 (0.0777)	0.10609 (0.025772)	0.11362 (0.096142)
β_x		0.0010579 (0.0011243)	0.0024925 (0.0011033)	0.00092444 (0.0010447)
κ	0.021206 (0.0049664)	0.021699 (0.0049156)	0.035514 (0.0069164)	0.038349 (0.0067838)
θ	0.026642 (0.0059759)	0.027021 (0.0059238)	0.017075 (0.0030044)	0.017027 (0.0024549)
σ_V	0.031643 (0.0014639)	0.032711 (0.0019947)	0.031244 (0.0014664)	0.032983 (0.0022964)
ρ	0.24008 (0.072099)	0.20263 (0.068545)	0.21676 (0.074386)	0.18773 (0.082226)
ρ_J			0.071715 (0.55445)	
γ			2.248 (0.46627)	2.3644 (0.47962)
β_V				0.0031745 (0.0013231)

()안은 표준편차를 의미

$\hat{\mu}$은 자원가격의 변동성을 고려했을 때 자원가격의 장기적인 평균을 나타낸다. 모형에서는 MRSVCJ, MRSV, MRSVIJ, MRSVJ 순서였으며 이러한 장기평균은 확률변동성에서 점프가 고려된 모형의 경우 더 크게 나타남을 확인할 수 있다. 평균으로의 회귀속도를 나타내는 η의 경우 MRSV 모형에서는 매우 작게 나타났으며 점프가 고려되는 경우 크게 나타났다. 다만 확률변동성에도 점프가 있다고 가정하는 MRSVCJ, MRSVIJ 모형에서는 MRSVJ모형보다 상대적으로 적은 평균회귀속도를 가짐을 확인할 수 있다.

확률변동성의 회귀속도를 나타내는 η는 MRSV와 MRSVJ 모형에서 음의 값을 나타냈으며 이는 특정가격 수준에서 벗어날수록 큰 변동을 가짐을 나타낸다. 확률변동성의 장기적인 평균을 나타내는 θ는 변동성에서 점프를 고려하지 않은 모형에서 크게 나타났으며 점프를 고려한 다른 모형들에서는 비슷한 수준을 나타내었다. μ_ξ는 자원가격에서의 점프 크기의 평균치를 나타내며 모든 모형에서 양의 값을 갖는다. σ_ξ는 모든 모형에서 비슷하게 나타났다. 따라서 일반적으로 가격의 점프가 발생한다면 가격이 상승하는 방향으로 점프가 일어났음을 의미한다. β_x와 β_V는 각각 가격과 변동성에서 점프가 일어날 확률을 의미하며 MRSVCJ, MRSVJ, MRSVIJ의 순으로 높게 나타났다.

2.3 딥러닝 모형

[표 13] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 학습결과(train set, test set)

	RNN	LSTM	GRU
Hyper Parameter	Time step=1	Time step=1	Time step=1
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.092668	0.092472	0.092637
RMSE(test set)	0.37915	0.36487	0.32904
Hyper Parameter	Time step=2	Time step=2	Time step=2
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.092553	0.098874	0.096057
RMSE(test set)	0.31504	0.37042	0.31096
Hyper Parameter	Time step=3	Time step=3	Time step=3
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.09243	0.103919	0.097517
RMSE(test set)	0.33430	0.34326	0.30875
Hyper Parameter	Time step=4	Time step=4	Time step=4
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.092496	0.106129	0.096772
RMSE(test set)	0.30512	0.34785	0.28967
Hyper Parameter	Time step=5	Time step=5	Time step=5
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.092345	0.106026	0.096916
RMSE(test set)	0.43435	0.33285	0.29113

모형적합도에 해당하는 train set의 RMSE를 기준으로 한 경우 RNN 모형에서는 과거 5일치의 자료를 이용하는 경우, LSTM, GRU 모형에서는 과거 1일치의 자료를 이용하는 경우 가장 낮은 RMSE를 보여 주어진 자료를 잘 설명하였으며 과거 5일치의 자료를 이용하는 RNN모형의 RMSE가 0.092345로 가장 낮게 나타났다. 반면 예측성능인 test set의 RMSE를 기준으로 한 경우 RNN, LSTM, GRU 모형에서 과거 4일치나

5일치의 자료를 이용하는 경우 가장 나은 예측성능을 보였으며 GRU4 모형의 RMSE가 0.28967로 가장 낮게 나타났다. 또한 학습에 사용한 입력자료의 길이가 길수록 모형적합도와 예측성능이 우수하게 나타나는 경향을 보였다. 결론적으로 예측성능은 과거 4일치의 자료를 입력자료로 사용하는 GRU 모형이 가장 우수하였으나 사용하는 과거 자료의 길이가 길어질수록 모형적합도와 예측성능이 상승하는 경향을 보였다. 과거 정보의 영향을 받는 시계열의 경우 LSTM과 GRU을 이용하는 경우 더 우수한 예측성능을 보이는 경우가 일반적이며, 천연가스 시장가격에 대해서는 과거 정보의 장기적인 특성을 이용하는 것이 모형의 성능 개선에 기여하였다고 볼 수 있다. 이는 천연가스 시장가격이 단기적인 과거 정보와 더불어 장기적인 기억에 의존하는 특성을 가지는 것으로 해석할 수 있다.

3. 구리 시장가격 분석결과

3.1 단일요인 확률과정 모형

[표 14] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.)

	α	β	σ^2	γ	J-통계치
(1)Merton	0.00121 (0.0015)	0	0.0053*** (0.00023)	0	64.5097 [0.0000]
(2)Vasicek	-0.006 (0.00997)	0.001155 (0.00157)	0.0053*** (0.00023)	0	63.2600 [0.0000]
(3)CIR SR	-0.0004 (0.00999)	0.00023 (0.0016)	0.00089*** (0.00004)	0.5	35.9760 [0.0000]
(4)Dothan	0	0	0.00014*** (0.000006)	1	10.4924 [0.0148]
(5)GBM	0	0.0001 (0.00024)	0.00014*** (0.000006)	1	10.1943 [0.0061]
(6)Brennan -Schwartz	0.0066 (0.0100)	-0.0009 (0.0016)	0.00014*** (0.000006)	1	9.9544 [0.0016]
(7)CIR VR	0	0	0.000021*** (0.000008)	1.5	2.4919 [0.4767]
(8)CEV	0	0.000067 (0.000238)	0.000032** (0.000015)	1.3870*** (0.1208)	1.5548 [0.2124]
(9)CKLS	0.0127 (0.0102)	-0.00192 (0.00161)	0.000029** (0.000014)	1.4166*** (0.1204)	-

* : 10%, ** : 5%, *** : 1% 수준에서 통계적으로 유의함

()안은 표준편차, []안은 p값을 의미

우선 모형적합도를 살펴보면 전체 기간의 구리 시장가격에 대해

Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz 모형이 95% 신뢰수준에서 오지정되었다. 즉, CIR-VR, CEV 모형만이 모형적합도를 나타내는 카이제곱 추정치의 값으로 인해 귀무가설이 기각되지 않았으며 90% 신뢰수준에서도 기각되지 않았다. 또한 모든 모형들 중 CEV모형이 최소의 카이제곱 추정치를 나타냄으로써 다른 모형들에 비해 모형 적합도가 우수하게 나타났다. 모형 적합도 측면에서 나타내면 CEV > CIR-VR > Brennan-Schwartz > GBM > Dothan > CIR-SR > Vasicek > Merton모형의 순서에 따라 우수한 것으로 나타났다. 다만 CKLS 모형의 경우 비제약 모형으로서 적정식별되었기 때문에 카이제곱 추정치가 0으로 나타난다.

제약모형의 과대식별 여부는 J-통계치의 p값에 의해 정해지는데 앞서 설명한 것처럼 95% 신뢰수준에서 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz 모형이 과대식별된 것으로 나타났다. 과대식별되지 않은 CIR-VR, CEV 모형은 90% 신뢰수준에서도 과대식별되지 않았다.

비제약 형태의 CKLS 모형의 모수 추정치를 살펴보면 분산탄력성을 나타내는 γ의 추정치는 CKLS모형, CEV모형에서 각각 1.3870, 1.4166로 나타났으며 99% 신뢰수준에서 유의한 것으로 나타났다. 이는 가격 상승에 따라 가격의 분산이 증가하는 정도, 즉 가격 변화의 조건부 변동성이 가격 수준에 민감하게 의존적임을 의미한다.

자료의 추세를 나타내는 α와 평균회귀성향을 나타내는 β는 CKLS모형을 제외하고는 다른 모든 모형에서 유의하지 않게 나타났다. β는 모두 음의 값을 가져 평균회귀 이론과는 부합하지만 실제로 통계적으로 유의하지는 않아 전체기간을 고려하면 구리가격의 평균회귀 정도가 미약하다는 것을 의미한다.

3.2 확률변동성 모형

[표 15] 구리 시장가격 확률변동성 모형 추정결과(2012.10.01.~2022.09.30.)

	(1)MRSV	(2)MRSVJ	(3)MRSVCJ	(4)MRSVIJ
$\hat{\mu}$	0.30589 (0.008917)	0.008183 (0.009799)	0.00435 (0.009829)	0.0088 (0.009966)
η	0.000061 (0.001407)	0.000866 (0.001577)	0.000205 (0.001535)	0.0000756 (0.001525)
μ_ξ		0.018998 (9.8604)	0.004493 (0.099048)	0.051272 (9.7481)
σ_ξ		0.11016 (0.043765)	0.099183 (0.021922)	0.11095 (0.062735)
β_x		0.000794 (0.000567)	0.002981 (0.001121)	0.00076 (0.000567)
κ	0.052925 (0.008291)	0.052991 (0.009132)	0.077805 (0.009318)	0.10655 (0.010634)
θ	0.012306 (0.001471)	0.013184 (0.001595)	0.009831 (0.000777)	0.009259 (0.00067)
σ_V	0.030318 (0.00156)	0.032068 (0.001883)	0.030358 (0.001324)	0.034304 (0.001616)
ρ	0.11341 (0.070338)	0.11495 (0.063115)	0.099043 (0.063057)	0.14481 (0.069386)
ρ_J			0.0195 (0.52819)	
γ			2.3883 (0.47821)	2.9923 (0.54207)
β_V				0.006137 (0.001789)

()안은 표준편차를 의미

$\hat{\mu}$은 자원가격의 변동성을 고려했을 때 자원가격의 장기적인 평균을 나타낸다. 모형에서는 MRSV, MRSVIJ, MRSVJ, MRSVCJ 순서였으며 이러한 장기평균은 확률변동성에서 점프가 고려된 모형의 경우 더 작게 나타남을 확인할 수 있다. 평균으로의 회귀속도를 나타내는 η의 경우 MRSV, MRSVIJ 모형에서는 다른 두 모형에 비해 작게 나타났다.

확률변동성의 회귀속도를 나타내는 κ는 MRSV의 경우 0.052925로 4가지 모형 중 가장 작게 나타났으며, MRSVJ, MRSVCJ, MRSVIJ 순으로 작게 나타났다. 확률변동성의 장기적인 평균을 나타내는 θ는 변동성에서의 점프를 고려하지 않은 모형에서 크게 나타났으며 MRSV, MRSVJ에서 비슷한 수준을 나타냈다. 또한 변동성에서의 점프를 고려한 다른 모형들에서도 비슷한 수준을 나타내었다. μ_ξ는 자원가격에서의 점프 크기의 평균치를 나타내며 양의 값을 갖는다. 따라서 일반적으로 가격의 점프가 발생한다면 이는 가격이 상승하는 방향으로 영향을 끼침을 의미한다. β_x와 β_V는 각각 가격과 변동성에서 점프가 일어날 확률을 의미하며 MRSVCJ, MRSVJ, MRSVIJ의 순으로 높게 나타났다.

3.3 딥러닝 모형

[표 16] 구리 시장가격 딥러닝 모형
학습결과(train set, test set)

	RNN	LSTM	GRU
Hyper Parameter	Time step=1	Time step=1	Time step=1
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.068674	0.068413	0.068279
RMSE(test set)	0.18803	0.21219	0.16581
Hyper Parameter	Time step=2	Time step=2	Time step=2
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.0684	0.073635	0.071012
RMSE(test set)	0.18045	0.20093	0.16542
Hyper Parameter	Time step=3	Time step=3	Time step=3
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.068116	0.078165	0.072096
RMSE(test set)	0.14979	0.21703	0.16868
Hyper Parameter	Time step=4	Time step=4	Time step=4
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.06836	0.079663	0.073246
RMSE(test set)	0.16464	0.19916	0.17708
Hyper Parameter	Time step=5	Time step=5	Time step=5
	Period=1	Period=1	Period=1
RMSE(train set)	0.068111	0.079119	0.072137
RMSE(test set)	0.15707	0.17735	0.16277

모형적합도에 해당하는 train set의 RMSE를 기준으로 한 경우 RNN 모형에서는 과거 5일치의 자료를 이용하는 경우, LSTM, GRU 모형에서는 과거 1일치의 자료를 이용하는 경우 가장 낮은 RMSE를 보여 주어진 자료를 잘 설명하였으며 과거 5일치의 자료를 이용하는 RNN모형의 RMSE가 0.068111로 가장 낮게 나타났다. 반면 예측성능인 test set의

RMSE를 기준으로 한 경우 RNN, LSTM, GRU 모든 모형에서 각각 과거 3일치의 자료, 5일치의 자료, 5일치의 자료를 이용하는 경우 가장 나은 예측성능을 보였으며, RNN3 모형의 RMSE가 0.14979로 가장 낮게 나타났다. 또한 학습에 사용한 입력자료의 길이가 길수록 모형적합도와 예측성능이 개선되는 경향을 보였다. 결론적으로 예측성능은 과거 3일치의 자료만을 사용하는 RNN 모형이 가장 우수하였으나 사용하는 과거 자료의 길이가 길어질수록 모형적합도와 예측성능이 상승하는 경향을 보여 적절한 길이의 입력값을 설정하는 것이 중요하다 볼 수 있다. 과거 정보의 영향을 받는 시계열의 경우 LSTM과 GRU을 이용하는 경우 더 우수한 예측성능을 보이는데 분석 결과 구리 시장가격에 대해서는 과거 정보의 장기적인 특성을 이용하는 것이 모형의 성능 개선에 기여하는 것으로 나타났다. 이는 구리 시장가격이 단기적인 과거 정보와 함께 장기적인 정보에도 영향을 받음을 의미한다.

제 3 절 구조변화를 고려한 분석결과

COVID-19 확산세로 인해 원자재 공급과 가격에 대한 충격 요인이 발생하였으며 주요국의 경기부양책으로 달러 유동성이 증대되면서 비철금속을 비롯한 원자재 가격은 2020년 하반기를 기준으로 급격히 상승하였다.[15] 이에 따라 본 절에서는 COVID-19를 중요한 구조변화 시점으로 가정하고 충격이 회복된 시점을 기준으로 내표본과 외표본을 나누어 분석을 진행하였다. 내표본에서 학습 혹은 추정된 결과를 바탕으로 외표본에서의 성능을 비교하였고 각 모형이 예측불가능한 구조변화에 유연하게 대응하는지 확인하였다.

우선 내표본 추정결과를 이용하여 모형적합도를 계산하였고, 외표본을 이용하여 예측성능과 정확도를 나타내었다. 모형의 적합도(Goodness of fit)는 분석에 사용한 모형이 실제 자료와 얼마나 부합하는지를 평가하는 지표이다. 즉, 모형의 추정 혹은 학습을 할 때 사용한 자료를 추정된 모형이 얼마나 잘 설명하고 있는지를 나타내는 것이다. 카이제곱(Chi-Square Test of Model Fit), 근사치 오차평균 제곱근 (RMSEA: Root Mean Square Error of Approximation), 적합지수 (CFI:

15) 대한무역투자진흥공사(2022), “주요산업 조업재개 정책 동향”, 대한무역투자진흥공사 상하이무역관(5월 6일자)

Comparative fit index), 터커 루이스지수 (TLI: Tucker Lewis Index), 결정계수, 오차제곱합 등이 그 예시가 될 수 있다. 본 연구에서는 평균 제곱근 오차(Root Mean Square Error, RMSE), 평균 절대비율 오차 (Mean Absolute Percentage Error, MAPE), 결정계수(R2 Score)를 이용하였으며 추가로 정확도, 상승예측시 정밀도와 하락예측시 정밀도를 비교하였다.

추정오차의 계산을 위해 Oyuna, Yaobin(2021), Oyuna, Yaobin(2021), Zhang(2012), 천도현, 김지훈, 김병천(2017), Gudkov, Ignatieva(2021)을 참고하여 오일러 마루야마 근사를 이용해 모형의 예측값과 오차를 계산하였으며 잠재변수인 확률변동성은 전체 자료를 이용해 마르코프 연쇄 몬테카를로 시뮬레이션으로 시뮬레이션된 값을 대리지표(Proxy)로 하여 다음 시점의 예측값을 구하는데 사용하였다. 표본은 COVID-19로 인한 가격하락이 회복되는 시점을 기준으로 나누었으며 이에 따라 내표본은 2012.10.01.~2020.09.30. 기간의 자료이며 외표본은 2020.10.01.~2022.09.30. 기간의 자료이다.

계산된 오차를 이용한 지표들의 수식은 다음과 같다. 평균 제곱근 오차(RMSE)는 실제값과 예측값의 차이를 제곱한 뒤 평균을 구한 평균제곱오차(MSE)의 제곱근 값을 의미하며 다음의 수식으로 계산된다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y-\hat{y})^2}{n}} \tag{68}$$

오차의 제곱값을 평균한 값에 제곱근을 씌워 계산에서 발생하는 값의 왜곡이 줄어들며, 오차와 유사한 단위로 변환해주기 때문에 오차의 절대치에 대한 직관적인 수치를 나타낸다는 장점이 존재한다. 하지만 항상 양의 값을 가지므로 추정치가 실제값보다 큰지 낮은지 파악하기 힘들며 자료의 크기에 의존적이라는 단점이 존재한다.

평균절대비율오차(MAPE)는 실제값과 예측값의 차이를 실제값으로 나누어 오차를 백분율로 표현한 뒤 평균으로 나타낸 값을 의미하며 다음의 수식으로 계산된다.

$$MAPE = \frac{100}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{y-\hat{y}}{y}\right| \tag{69}$$

자료의 크기로 오차를 나누어주기 때문에 자료의 크기에 의존적이지 않으며 오차율을 백분율로 나타내기 때문에 직관적이라는 장점이 존재한다. 따라서 다른 모형과의 비교가 상대적으로 용이하나 실제값이 0에 가까우면 계산값이 불안정해지는 단점이 존재한다.

결정계수(R2 Score)는 독립변수가 종속변수를 얼마나 잘 설명해주는지 보여주는 지표로 다음의 수식으로 계산된다.

$$R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST} \tag{70}$$

$$SSR = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y-\hat{y})^2 \tag{71}$$

$$SST = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y-\overline{y})^2 \tag{72}$$

RMSE, MAPE 등은 모형과 자료별로 나타날 수 있는 값의 범위가 상이하므로 서로 다른 모형의 상대적인 성능을 비교하기가 어렵다. 반면 R2 Score는 예측값이 실제값을 얼마나 잘 설명하는지를 자료에 상관없이 0에서 1 사이의 값으로 나타내므로 모형별로 성능을 비교할 때 유용하다.

정확도란 전체 표본에서 얼마나 올바르게 예측하였는지 나타내는 비율을 의미하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{정확도} = \frac{\text{올바르게 예측한 표본}}{\text{전체 표본}} = \frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN} \tag{73}$$

$$\begin{aligned} TP &: True\ Positive \\ TN &: True\ Negative \\ FP &: False\ Positive \\ FN &: False\ Negative \end{aligned}$$

이때 True Positive는 모형이 Positive라고 예측한 것 중 실제로 Positive인 표본의 수, True Negative는 모형이 Negative라고 예측한 것 중 실제로 Negative인 표본의 수, False Positive는 모형이 Positive라고 예측한 것 중 실제로는 Negative인 표본의 수, False Negative는 모형이 Negative라고 예측한 것 중 실제로는 Positive인 표본의 수를 의미한다. 정확도는 자료를 참 혹은 거짓으로 분류하는 모형에서 일반적으로 사용된다. 유가의 상승과 하락을 일종의 분류로 볼 수 있으며 본 연구에서는

각 모형이 예측한 유가를 바탕으로 유가가 상승하거나 유지되는 경우 상승으로, 하락하는 경우 하락으로 분류하였다.

정확도와 비슷한 평가지표로 정밀도가 존재한다. 정밀도란 모형이 참이라고 예측한 표본 중에서 실제로 참인 표본의 비율을 의미하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{정밀도} = \frac{\text{실제로 참인 표본}}{\text{참으로 예측한 표본}} = \frac{TP}{TP+FP} \tag{74}$$

본 연구에서는 이를 참고하여 유가가 상승한다고 예측하는 경우를 하나의 분류로 보아 해당 분류에서의 정밀도를 상승 정밀도, 반대로 하락 분류에서의 정밀도를 하락 정밀도로 나타내었다.

1. 원유 시장가격 분석결과

1.1 단일요인 확률과정 모형

[표 17] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과(2012.10.01.~2020.09.30.)

	α	β	σ^2	γ	J-통계치
(1)Merton	-0.03419 (0.0273)	0	1.4015*** (0.06653)	0	14.5883 [0.00068]
(2)Vasicek	0.1413 (0.0885)	-0.0024** (0.0011)	1.3982*** (0.06670)	0	10.4762 [0.0012]
(3)CIR SR	0.21754** (0.0883)	-0.0032** (0.00114)	0.0159*** (0.0008)	0.5	45.6198 [0.0000]
(4)Dothan	0	0	0.00016*** (0.000009)	1	87.9203 [0.0000]
(5)GBM	0	-0.00049 (0.000352)	0.00016*** (0.000009)	1	85.8131 [0.0000]
(6)Brennan -Schwartz	0.2653*** (0.08818)	-0.0038** (0.001144)	0.00016*** (0.000009)	1	77.4854 [0.0000]
(7)CIR VR	0	0	0.000016*** (0.0000009)	1.5	111.1846 [0.0000]
(8)CEV	0	-0.000689** (0.000353)	21.727723 (14.1841)	-0.3160*** (0.07656)	0.7311 [0.3925]
(9)CKLS	0.0777 (0.0907)	-0.0016 (0.0012)	19.2876 (13.1488)	-0.3025*** (0.07978)	-

* : 10%, ** : 5%, *** : 1% 수준에서 통계적으로 유의함

()안은 표준편차, []안은 p값을 의미

우선 모형적합도를 살펴보면 COVID-19 이전 기간의 원유 시장가격에 대해 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR 모형이 95% 신뢰수준에서 오지정되었다. 즉 CEV 모형만이 모형적합도를 나타내는 카이제곱 추정치의 값으로 인해 귀무가설이 기각되지 않았으며 90% 신뢰수준에서도 기각되지 않았다. 모형 적합도 측면에서 나타내면 CEV > Vasicek > Merton > CIR-SR > Brennan-Schwartz > GBM > Dothan > CIR-VR 모형의 순서에 따라 우수한 것으로 나타났다. 다만 CKLS 모형의 경우 비제약 모형으로서 적정식별되었기 때문에 카이제곱 추정치가 0으로 나타난다.

제약모형의 과대식별 여부는 J-통계치의 p값에 의해 정해지는데 앞서 설명한 것처럼 95% 신뢰수준에서 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR 모형이 과대식별된 것으로 나타났다. 과대식별되지 않은 CEV 모형은 90% 신뢰수준에서도 과대식별되지 않았다.

비제약 형태의 CKLS 모형의 모수 추정치를 살펴보면 분산탄력성을 나타내는 γ의 추정치는 CKLS모형, CEV모형에서 각각 -0.3025, -0.3160로 나타났으며 99% 신뢰수준에서 유의한 것으로 나타났다. 이는 가격 상승에 따라 가격의 분산이 증가하는 정도, 즉 가격 변화의 조건부 변동성이 가격 수준이 상승할수록 낮아졌다는 의미이다.

자료의 추세를 나타내는 α와 평균회귀성향을 나타내는 β는 CIR-SR, Brennan-Schwartz 모형 등에서 유의하게 나타났다. β는 모두 음의 값을 가져 평균회귀 이론과 부합하였으며 COVID-19 이전에는 평균회귀성향이 존재하였다고 볼 수 있다.

1.2 확률변동성 모형

[표 18] 원유 시장가격 확률변동성 모형 추정결과(2012.10.01.~2020.09.30.)

	(1)MRSV	(2)MRSVJ	(3)MRSVCJ	(4)MRSVIJ
$\hat{\mu}$	0.87977 (0.11161)	0.61612 (0.19046)	0.68287 (0.080786)	0.65356 (0.087132)
η	0.003754 (0.00139)	0.002085 (0.002463)	0.002607 (0.001064)	0.002483 (0.001154)
μ_ξ		0.11639 (0.2165)	2.8783 (0.54131)	1.9193 (1.1691)
σ_ξ		1.6733 (0.22603)	0.10951 (0.029548)	0.53049 (0.67601)
β_x		0.13306 (0.044891)	0.033899 (0.014705)	0.058922 (0.052517)
κ	0.047294 (0.021698)	0.043779 (0.016535)	0.11891 (0.024107)	0.062939 (0.016045)
θ	1.3979 (0.10703)	1.0851 (0.10084)	1.0474 (0.11344)	1.1041 (0.092133)
σ_V	0.15121 (0.037931)	0.13176 (0.024582)	0.19396 (0.034535)	0.14581 (0.024785)
ρ	-0.01077 (0.095899)	-0.11638 (0.15455)	-0.08227 (0.12203)	-0.02984 (0.13286)
ρ_J			-0.89964 (0.090405)	
γ			1.4213 (0.33114)	1.5868 (0.34552)
β_V				0.005558 (0.002156)

()안은 표준편차를 의미

$\hat{\mu}$은 자원가격의 변동성을 고려했을 때 자원가격의 장기적인 평균을 나타낸다. 모형에서는 MRSV, MRSVCJ, MRSVIJ, MRSVJ 순서였으며 전체기간에서의 결과와 비슷한 경향을 보였다. 평균으로의 회귀속도를 나타내는 η의 경우 MRSV 모형에서는 다른 모형들에 비해 크게 나타났으며 다만 확률변동성에도 점프가 있다고 가정하는 MRSVCJ, MRSVIJ 모형에서는 MRSVJ모형보다 상대적으로 빠른 평균회귀속도를 가짐을 확인할 수 있다.

확률변동성의 회귀속도를 나타내는 κ는 확률변동성에 점프가 있다고 가정하는 모형들에서 상대적으로 크게 나타났다. 확률변동성의 장기적인 평균을 나타내는 θ는 변동성의 점프를 고려하지 않은 모형에서 크게 나타났으며 점프를 고려한 다른 모형들에서는 비슷한 수준을 나타내었다. μ_ξ는 자원가격에서의 점프 크기의 평균치를 나타내며 MRSVCJ, MRSCIJ에서 크게 나타났다. σ_ξ는 이러한 점프의 분산을 나타내며 점프 크기를 크게 추정할수록 분산은 작게 추정되었다. 따라서 일반적으로 가격의 점프가 발생한다면 이는 가격을 상승시키는 방향으로 일어났음을 의미한다. β_x와 β_V는 각각 가격과 변동성에서 점프가 일어날 확률을 의미하며 MRSVJ, MRSVIJ, MRSVCJ의 순으로 높게 나타났다.

1.3 딥러닝 모형과의 RMSE 비교

딥러닝 모형과의 비교를 위해 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형에서의 내표본, 외표본 RMSE를 계산하면 다음과 같다.

[표 19] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 RMSE 계산결과

단일요인 확률과정 모형	RMSE 계산결과	
(1)Dothan	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26540
	예측성능(외표본, RMSE)	2.41892
(2)GBM	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26455
	예측성능(외표본, RMSE)	2.41993
(3)Merton	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26490
	예측성능(외표본, RMSE)	2.42051
(4)Vasicek	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26440
	예측성능(외표본, RMSE)	2.41773
(5)Brennan-Schwartz	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26600
	예측성능(외표본, RMSE)	2.41545
(6)CIR-VR	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26540
	예측성능(외표본, RMSE)	2.41892
(7)CIR-SR	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26525
	예측성능(외표본, RMSE)	2.41606
(8)CEV	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26449
	예측성능(외표본, RMSE)	2.42053
(9)CKLS	모형적합도(내표본, RMSE)	1.26421
	예측성능(외표본, RMSE)	2.41881

[표 20] 원유 시장가격 확률변동성 모형 RMSE 계산결과

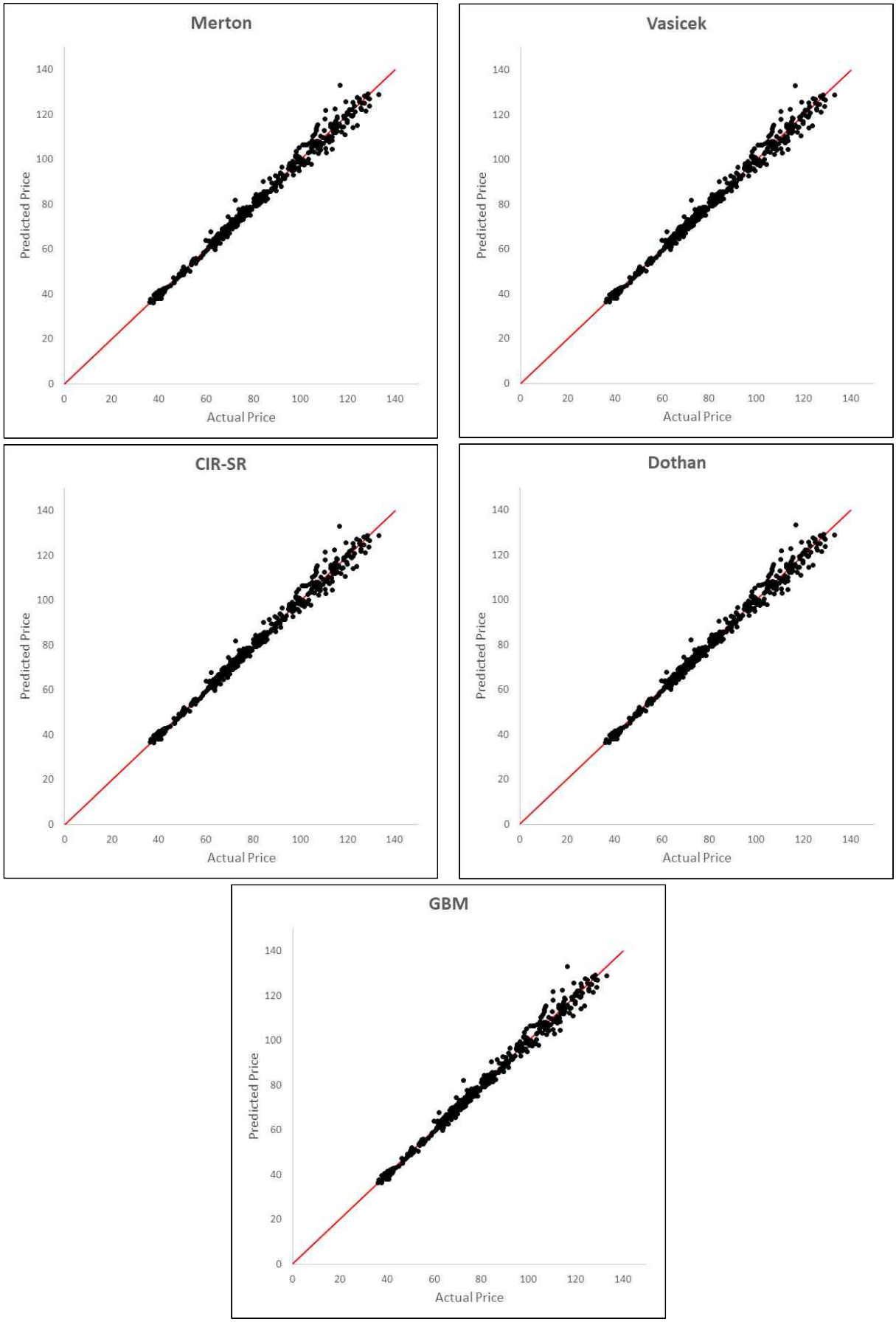
확률변동성 모형	RMSE 계산결과	
(1)MRSV	모형적합도(내표본, RMSE)	1.22677
	예측성능(외표본, RMSE)	2.66344
(2)MRSVJ	모형적합도(내표본, RMSE)	1.24038
	예측성능(외표본, RMSE)	2.50761
(3)MRSVCJ	모형적합도(내표본, RMSE)	1.22689
	예측성능(외표본, RMSE)	2.63578
(4)MRSVIJ	모형적합도(내표본, RMSE)	1.24015
	예측성능(외표본, RMSE)	2.64664

[표 21] 원유 시장가격 딥러닝 모형 RMSE 계산결과

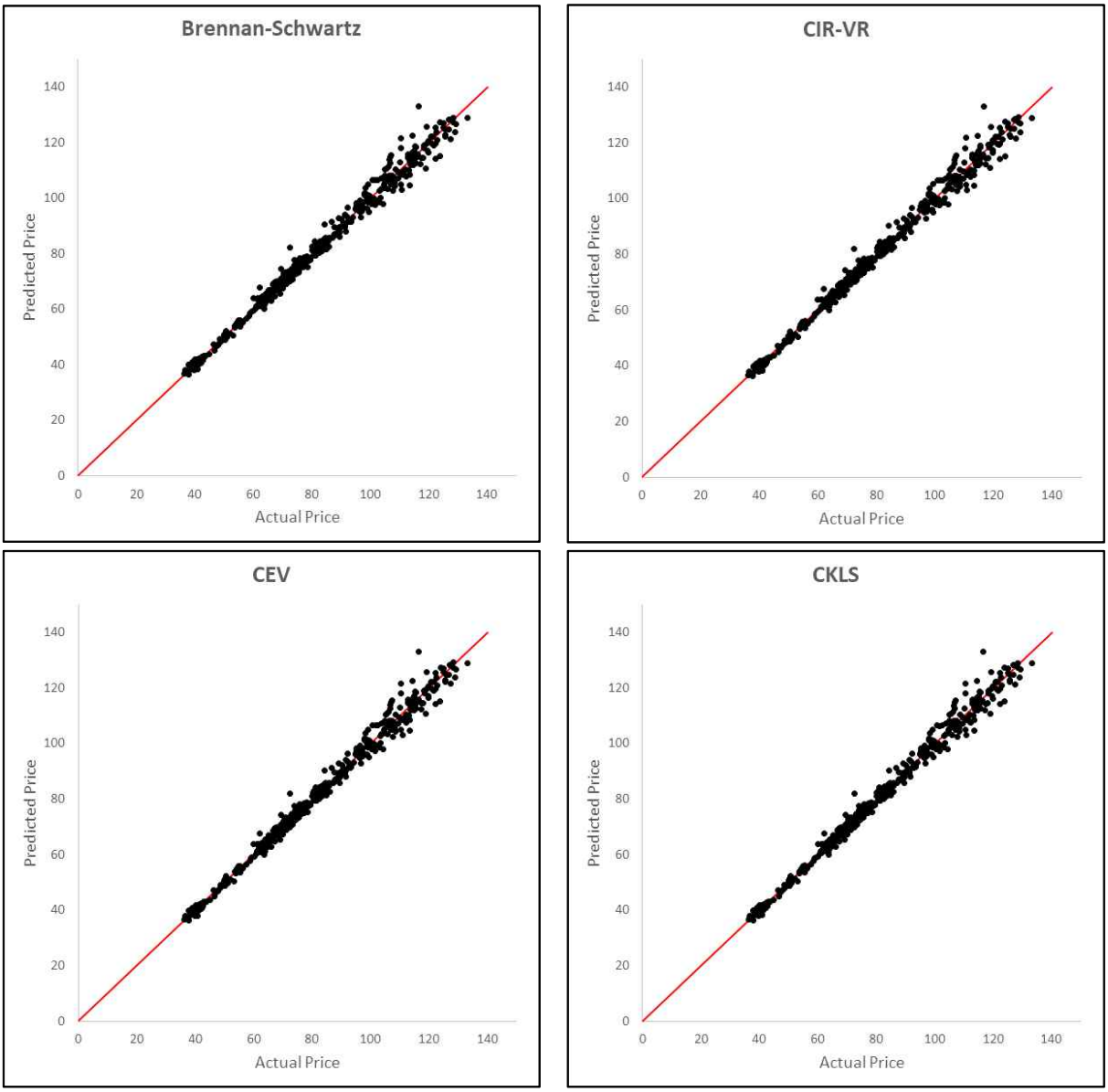
딥러닝 모형	RNN		LSTM		GRU	
Time step=1	RMSE (내표본)	1.28726	RMSE (내표본)	1.268846	RMSE (내표본)	1.269807
	RMSE (외표본)	2.39969	RMSE (외표본)	2.397312	RMSE (외표본)	2.403908
Time step=2	RMSE (내표본)	1.264032	RMSE (내표본)	1.386039	RMSE (내표본)	1.35576
	RMSE (외표본)	2.413974	RMSE (외표본)	2.623895	RMSE (외표본)	2.54945
Time step=3	RMSE (내표본)	1.262638	RMSE (내표본)	1.49956	RMSE (내표본)	1.402161
	RMSE (외표본)	2.41789	RMSE (외표본)	2.816979	RMSE (외표본)	2.641848
Time step=4	RMSE (내표본)	1.265273	RMSE (내표본)	1.560582	RMSE (내표본)	1.413187
	RMSE (외표본)	2.422965	RMSE (외표본)	2.90353	RMSE (외표본)	2.639345
Time step=5	RMSE (내표본)	1.267417	RMSE (내표본)	1.598482	RMSE (내표본)	1.404915
	RMSE (외표본)	2.437385	RMSE (외표본)	2.943508	RMSE (외표본)	2.616129

모형적합도에 해당하는 내표본의 RMSE는 단일요인 확률과정 모형에서는 CKLS 모형의 1.26421, 확률변동성 모형에서는 MRSV 모형의 1.22677, 딥러닝 모형에서는 RNN 모형 중 과거 3일치의 자료를 입력값으로 받는 모형의 1.262638이 최소의 값을 나타냈으며 해당 모형이 내표본 자료를 가장 잘 설명함을 의미한다. 하지만 내표본의 RMSE가 작은 모형이라고 해서 예측성능에 해당하는 외표본의 RMSE가 작게 나타나지는 않았으며 이는 과적합에 의한 현상으로 추측된다.

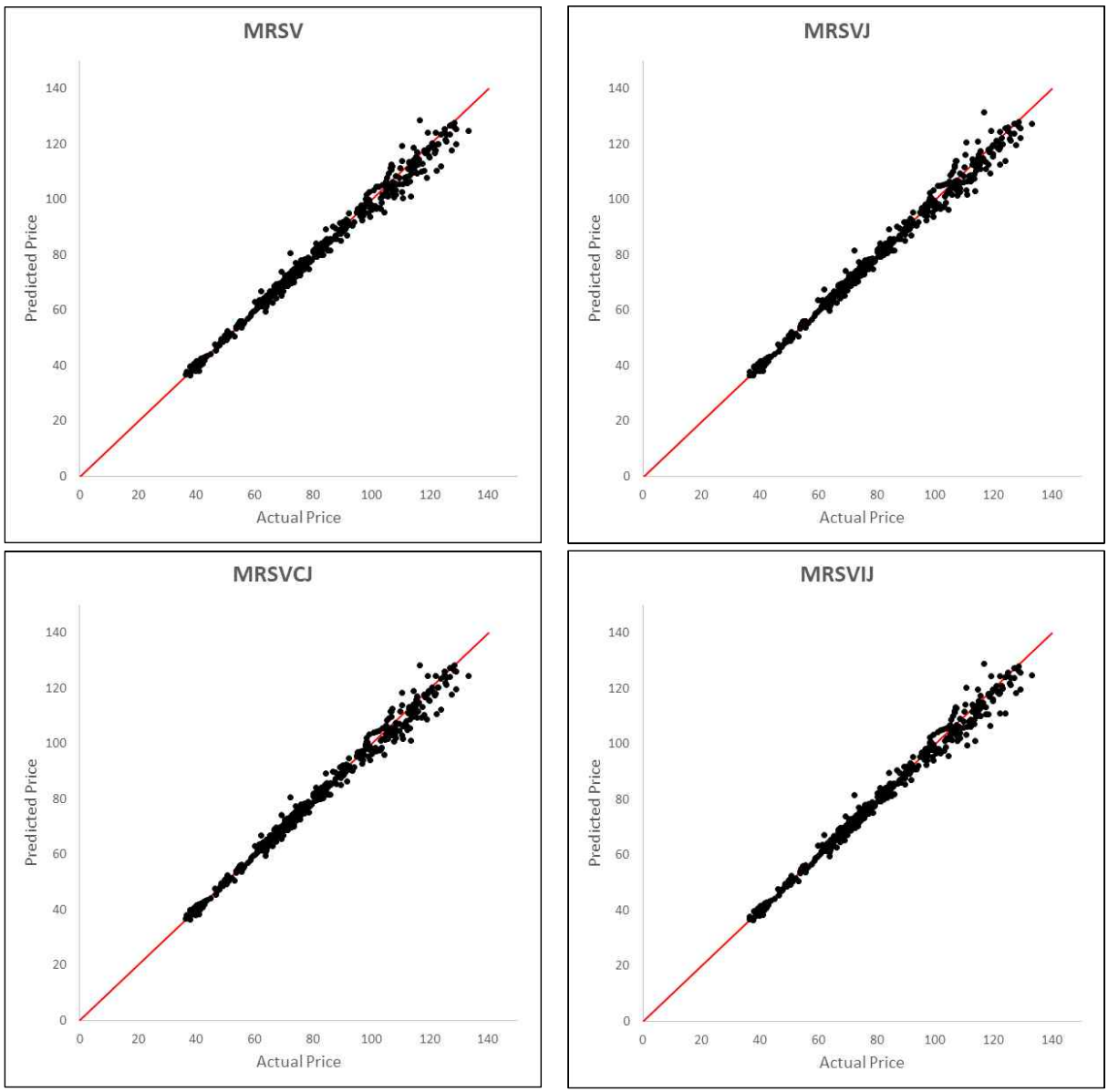
[그림 13] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM)



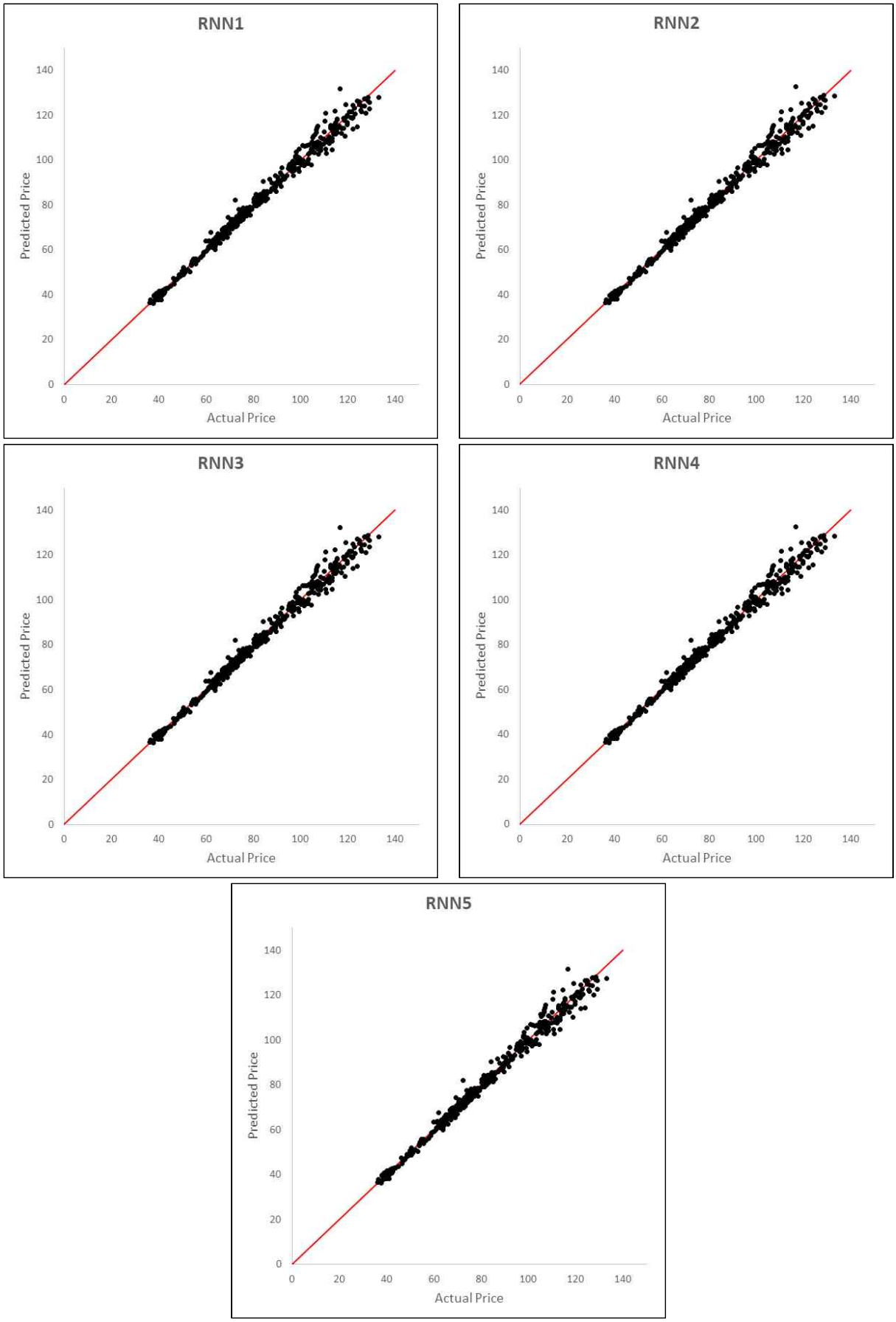
[그림 14] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS)



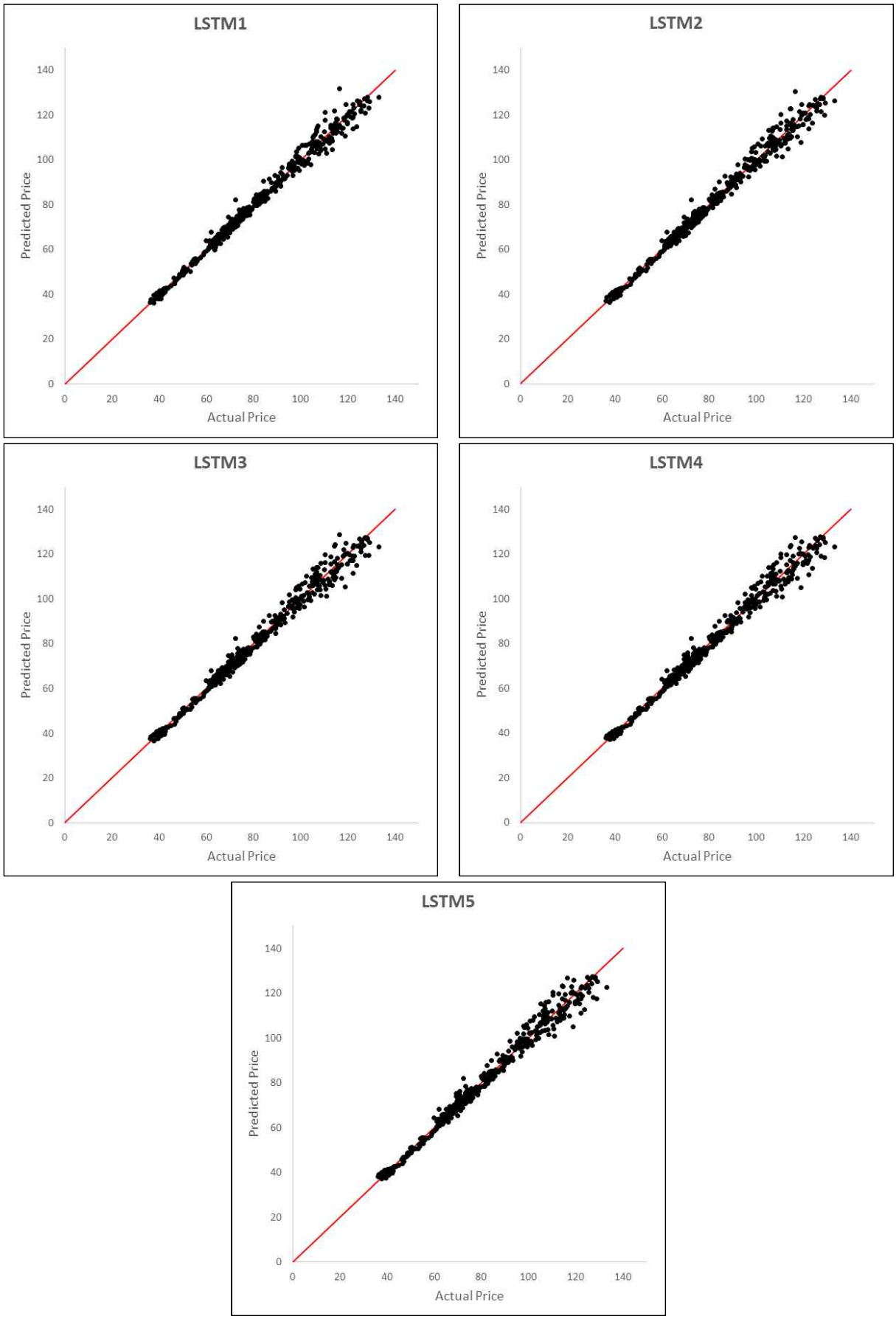
[그림 15] 원유 시장가격 확률변동성 모형 예측결과 산점도



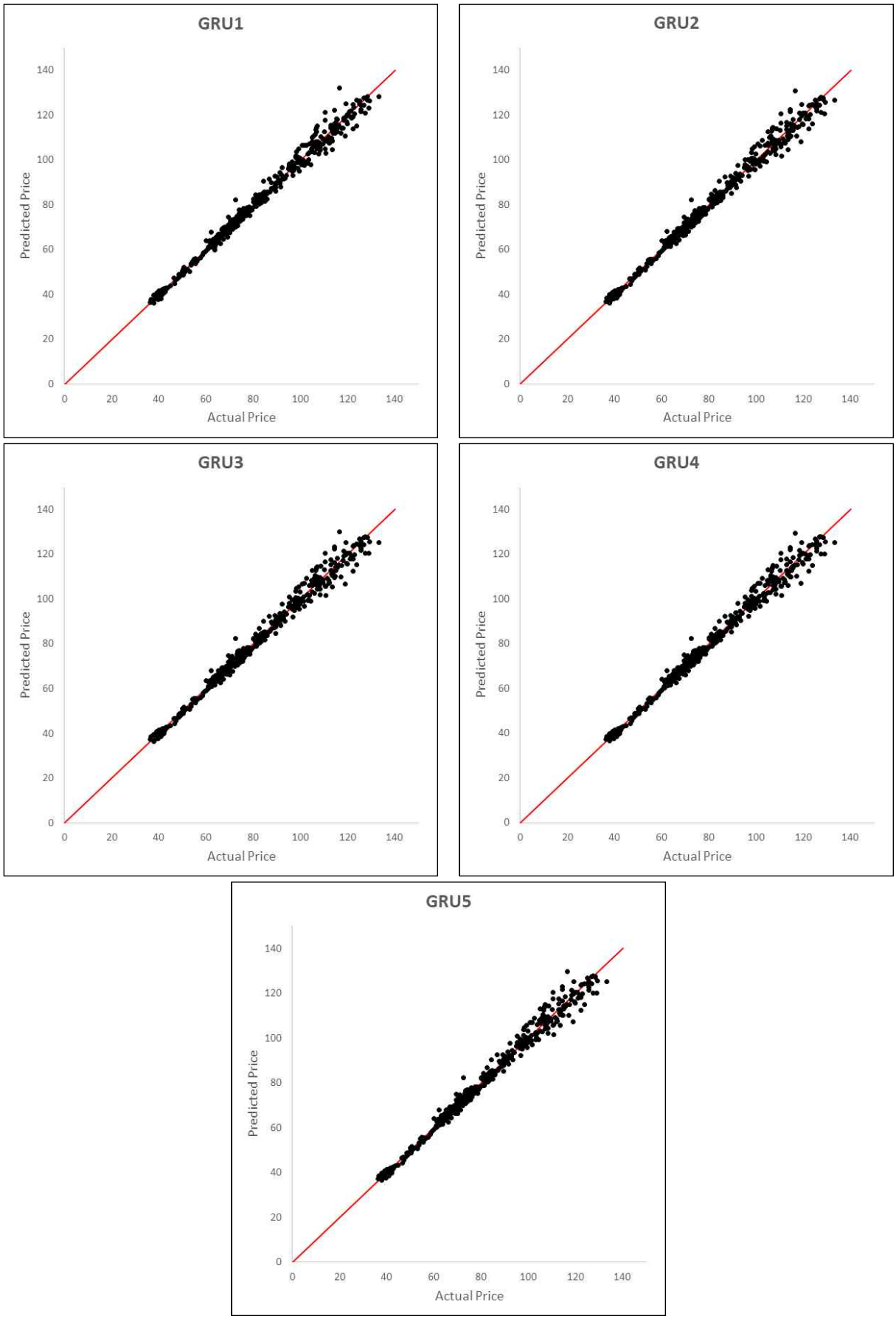
[그림 16] 원유 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(RNN)



[그림 17] 원유 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(LSTM)



[그림 18] 원유 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(GRU)



1.4 정확도와 정밀도

정확도와 정밀도란 전체 표본 중에서 얼마나 정확하게 자료를 분류했는지를 의미한다. 일반적으로 분류의 문제에 사용되나 유가의 상승, 하락을 일종의 분류라고 생각한다면 해당 개념을 적용할 수 있으며 이를 이용해 각 모형의 정확도와 정밀도를 비교해 볼 수 있다.

[표 22] 원유 시장가격 단일요인 확률과정 모형 정확도 및 정밀도

모형	Merton	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	42.2%	상승	하락	
모형분류	상승	0	0	-
	하락	293	214	42.2%
모형	Vasicek	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	44.8%	상승	하락	
모형분류	상승	51	38	57.3%
	하락	242	176	42.1%
모형	CIR-SR	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	50.3%	상승	하락	
모형분류	상승	90	59	60.4%
	하락	203	155	43.3%
모형	Dothan	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	57.8%	상승	하락	
모형분류	상승	293	214	57.8%
	하락	0	0	-
모형	GBM	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	42.2%	상승	하락	
모형분류	상승	0	0	-
	하락	293	214	42.2%
모형	Bren-Sch	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.3%	상승	하락	

모형분류	상승	103	72	58.9%
	하락	190	142	42.8%
모형	CIR-VR	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	57.8%	상승	하락	
모형분류	상승	293	214	57.8%
	하락	0	0	-
모형	CEV	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	42.2%	상승	하락	
모형분류	상승	0	0	-
	하락	293	214	42.2%
모형	CKLS	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	43.2%	상승	하락	
모형분류	상승	26	21	55.3%
	하락	267	193	42.0%

[표 23] 원유 시장가격 확률변동성 모형 정확도 및 정밀도

모형	MRSV	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.8%	상승	하락	
모형분류	상승	117	58	66.9%
	하락	176	156	47.0%
모형	MRSVJ	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.1%	상승	하락	
모형분류	상승	93	38	71.0%
	하락	200	176	46.8%
모형	MRSVCJ	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.8%	상승	하락	
모형분류	상승	119	60	66.5%
	하락	174	154	47.0%
모형	MRSVIJ	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	51.3%	상승	하락	
모형분류	상승	92	46	66.7%
	하락	201	168	45.5%

[표 24] 원유 시장가격 딥러닝 모형 정확도 및 정밀도

모형	RNN1	실제자료		상승하락
정확도	55.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	204	136	60.0%
	하락	89	77	46.4%
모형	RNN2	실제자료		상승하락
정확도	43.8%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	26	17	60.5%
	하락	267	195	42.2%
모형	RNN3	실제자료		상승하락
정확도	44.8%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	31	16	66.0%
	하락	262	195	42.7%
모형	RNN4	실제자료		상승하락
정확도	49.9%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	155	115	57.4%
	하락	137	96	41.2%
모형	RNN5	실제자료		상승하락
정확도	44.0%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	36	26	58.1%
	하락	255	185	42.0%
모형	LSTM1	실제자료		상승하락
정확도	52.4%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	179	127	58.5%
	하락	114	86	43.0%
모형	LSTM2	실제자료		상승하락
정확도	49.1%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	118	82	59.0%
	하락	175	130	42.6%
모형	LSTM3	실제자료		상승하락
정확도	48.4%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	110	77	58.8%
	하락	183	134	42.3%
모형	LSTM4	실제자료		상승하락
정확도	47.9%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	108	78	58.1%
	하락	184	133	42.0%

모형	LSTM5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.6%	상승	하락	
모형분류	상승	111	83	57.2%
	하락	180	128	41.6%
모형	GRU1	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	54.0%	상승	하락	
모형분류	상승	171	111	60.6%
	하락	122	102	45.5%
모형	GRU2	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	51.1%	상승	하락	
모형분류	상승	138	92	60.0%
	하락	155	120	43.6%
모형	GRU3	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	49.2%	상승	하락	
모형분류	상승	117	80	59.4%
	하락	176	131	42.7%
모형	GRU4	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	50.1%	상승	하락	
모형분류	상승	128	87	59.5%
	하락	164	124	43.1%
모형	GRU5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	49.6%	상승	하락	
모형분류	상승	118	80	59.6%
	하락	173	131	43.1%

2. 천연가스 시장가격 분석결과

2.1 단일요인 확률과정 모형

[표 25] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과(2012.10.01.~2020.09.30.)

	α	β	σ^2	γ	J-통계치
(1)Merton	0.000782 (0.00175)	0	0.0060*** (0.0613)	0	20.8142 [0.0000]
(2)Vasicek	0.0116 (0.0119)	-0.0039 (0.00427)	0.0060*** (0.00035)	0	20.6933 [0.0000]
(3)CIR SR	0.01368 (0.0119)	-0.0046 (0.0042)	0.0022*** (0.00013)	0.5	12.7149 [0.0004]
(4)Dothan	0	0	0.00077*** (0.00004)	1	6.9457 [0.0736]
(5)GBM	0	0.000242 (0.00063)	0.00077*** (0.00004)	1	6.7537 [0.0342]
(6)Brennan -Schwartz	0.01634 (0.0119)	-0.0056 (0.0043)	0.00077*** (0.00004)	1	5.3762 [0.0204]
(7)CIR VR	0	0	0.00025*** (0.000014)	1.5	3.1405 [0.3705]
(8)CEV	0	0.000241 (0.00063)	0.00020* (0.00012)	1.6012*** (0.2540)	2.8385 [0.0920]
(9)CKLS	0.0205* (0.0121)	-0.0070 (0.0043)	0.000165* (0.000095)	1.6799*** (0.2442)	-

* : 10%, ** : 5%, *** : 1% 수준에서 통계적으로 유의함

()안은 표준편차, []안은 p값을 의미

모형적합도를 살펴보면 COVID-19 이전의 천연가스 시장가격에 대해 Merton, Vasicek, CIR-SR, GBM, Brennan-Schwartz 모형이 95% 신뢰수준에서 오지정되었다. Dothan, CIR-VR, CEV 모형만이 모형적합도를 나타내는 카이제곱 추정치의 값으로 인해 귀무가설이 기각되지 않았으며 90% 신뢰수준에서도 기각되지 않았다. 또한 모든 모형들 중 CEV모형이 최소의 카이제곱 추정치를 나타냄으로써 다른 모형들에 비해 모형 적합도가 우수하게 나타났다. 모형 적합도 측면에서 나타내면 CEV > CIR-VR > Brennan-Schwartz > GBM > Dothan > CIR-SR > Vasicek > Merton 모형의 순서에 따라 우수한 것으로 나타났다. 다만 CKLS 모형의 경우 비제약 모형으로서 적정식별되었기 때문에 카이제곱 추정치가 0으로 나타난다.

제약모형의 과대식별 여부는 J-통계치의 p값에 의해 정해지는데 앞서 설명한 것처럼 95% 신뢰수준에서 Merton, Vasicek, CIR-SR, GBM, Brennan-Schwartz 모형이 과대식별된 것으로 나타났다. 과대식별되지 않은 Dothan, CIR-VR, CEV 모형 중 CIR-VR 모형만이 90% 신뢰수준에서도 과대식별되지 않았다.

비제약 형태의 CKLS 모형의 모수 추정치를 살펴보면 분산탄력성을 나타내는 γ의 추정치는 CKLS모형, CEV모형에서 각각 1.6799, 1.6012로 나타났으며 99% 신뢰수준에서 유의한 것으로 나타났다. 이는 가격 상승에 따라 가격의 분산이 증가하는 정도, 즉 가격 변화의 조건부 변동성이 가격 수준에 민감하게 의존함을 의미한다.

자료의 추세를 나타내는 α와 평균회귀성향을 나타내는 β는 CKLS를 제외하고는 모든 모형에서 유의하지 않게 나타났다. β는 모두 음의 값을 가져 평균회귀 이론과는 부합하지만 실제로 통계적으로 유의하지는 않아 COVID-19 이전 가격에 대해 천연가스 시장가격의 평균회귀 정도가 미약하다는 것을 의미한다.

2.2 확률변동성 모형

[표 26] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 추정결과(2012.10.01.~2020.09.30.)

	(1)MRSV	(2)MRSVJ	(3)MRSVCJ	(4)MRSVIJ
$\hat{\mu}$	0.013342 (0.0078174)	0.011942 (0.0085881)	0.011334 (0.06080299)	0.010173 (0.008102)
η	0.0033795 (0.0027809)	0.0028235 (0.0030469)	0.0028002 (0.0028122)	0.002354 (0.0028123)
μ_ξ		0.073413 (9.8792)	0.30446 (0.18263)	-0.0349 (9.9148)
σ_ξ		0.11199 (0.072115)	0.10692 (0.026065)	0.11143 (0.072615)
β_x		0.0010503 (0.0009757)	0.0021817 (0.0010797)	0.00099868 (0.0007352)
κ	0.05523 (0.010106)	0.055089 (0.010226)	0.075076 (0.01033)	0.081129 (0.015515)
θ	0.013106 (0.0018648)	0.013799 (0.0018797)	0.010166 (0.001065)	0.010251 (0.0013563)
σ_V	0.032576 (0.0015886)	0.034079 (0.0020836)	0.031234 (0.0013835)	0.033067 (0.0030946)
ρ	0.20535 (0.080338)	0.17814 (0.073307)	0.14196 (0.075769)	0.11566 (0.085497)
ρ_J			0.12186 (0.56815)	
γ			2.1352 (0.45431)	2.4598 (0.49285)
β_V				0.0042916 (0.0017401)

()안은 표준편차를 의미

$\hat{\mu}$은 자원가격의 변동성을 고려했을 때 자원가격의 장기적인 평균을 나타낸다. 모형에서는 MRSV, MRSVJ, MRSVCJ, MRSVIJ 순서였으나 모형별로 큰 차이는 보이지 않았다. 평균으로의 회귀속도를 나타내는 η의 경우 MRSV 모형에서는 크게 나타났으며 점프가 고려되는 경우 작게 나타났다.

확률변동성의 장기적인 평균을 나타내는 θ는 변동성에서 점프를 고려하지 않은 모형에서 크게 나타났으며 점프를 고려한 다른 모형들에서는 비슷한 수준을 나타내었다. μ_ξ는 자원가격에서의 점프 크기의 평균치를 나타내며 MRSVJ, MRSVCJ에서 양의 값을 갖는다. 따라서 일반적으로 가격의 점프가 발생한다면 가격이 상승하는 방향으로 점프가 일어났음을 의미한다. β_x와 β_V는 각각 가격과 변동성에서 점프가 일어날 확률을 의미하며 MRSVCJ, MRSVJ, MRSVIJ의 순으로 높게 나타났다.

2.3 딥러닝 모형과의 RMSE 비교

딥러닝 모형과의 비교를 위해 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형에서의 내표본, 외표본 RMSE를 계산하면 다음과 같다.

[표 27] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 RMSE 계산결과

단일요인 확률과정 모형	RMSE 계산결과	
(1)Dothan	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09364
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26918
(2)GBM	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09365
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26918
(3)Merton	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09364
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26916
(4)Vasicek	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09350
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26905
(5)Brennan-Schwartz	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09347
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26914
(6)CIR-VR	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09364
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26918
(7)CIR-SR	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09348
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26907
(8)CEV	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09365
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26918
(9)CKLS	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09346
	예측성능(외표본, RMSE)	0.26926

[표 28] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 RMSE 계산결과

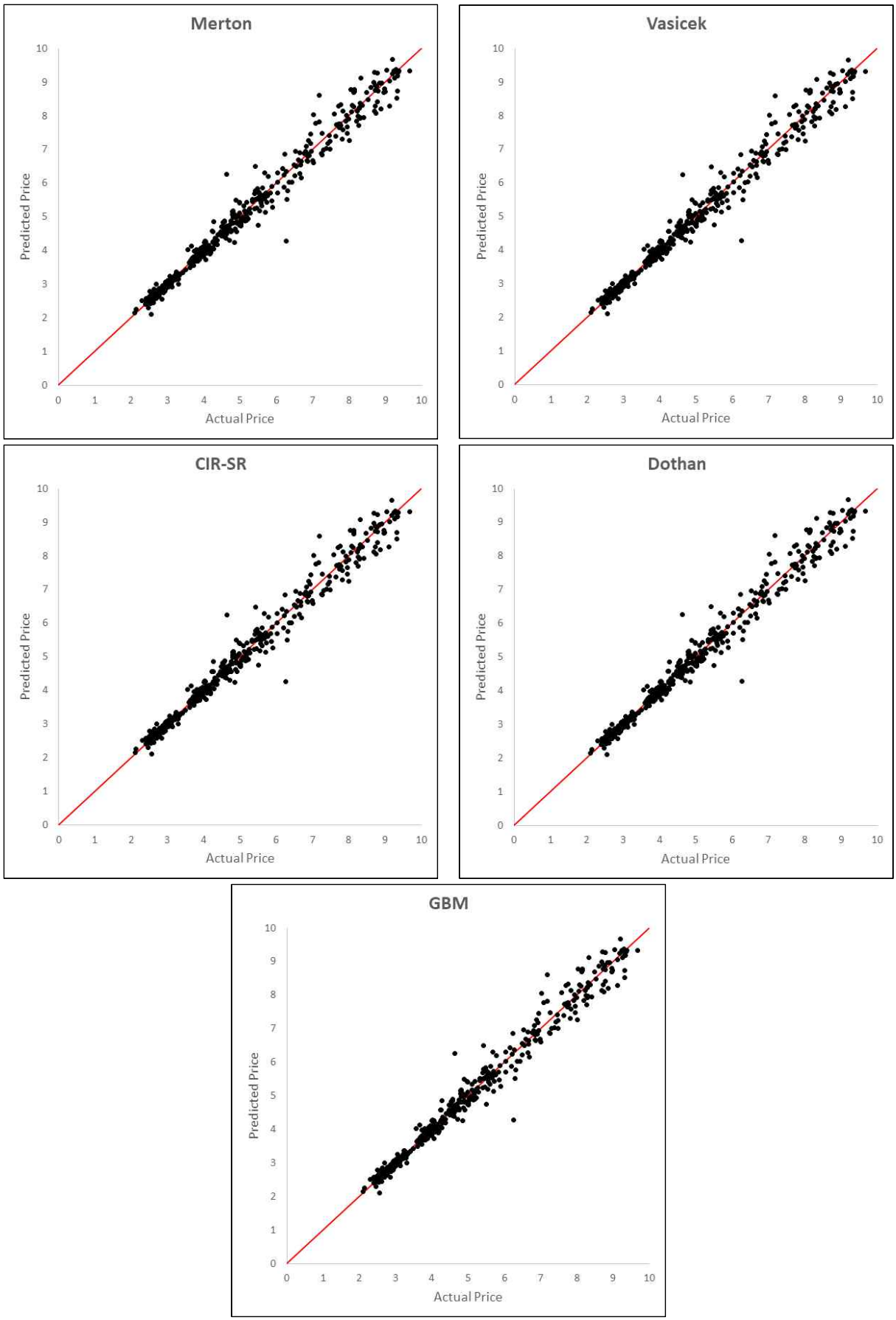
확률변동성 모형	RMSE 계산결과	
(1)MRSV	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09383
	예측성능(외표본, RMSE)	0.27476
(2)MRSVJ	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09381
	예측성능(외표본, RMSE)	0.27444
(3)MRSVCJ	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09397
	예측성능(외표본, RMSE)	0.27489
(4)MRSVIJ	모형적합도(내표본, RMSE)	0.09406
	예측성능(외표본, RMSE)	0.27668

[표 29] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 RMSE 계산결과

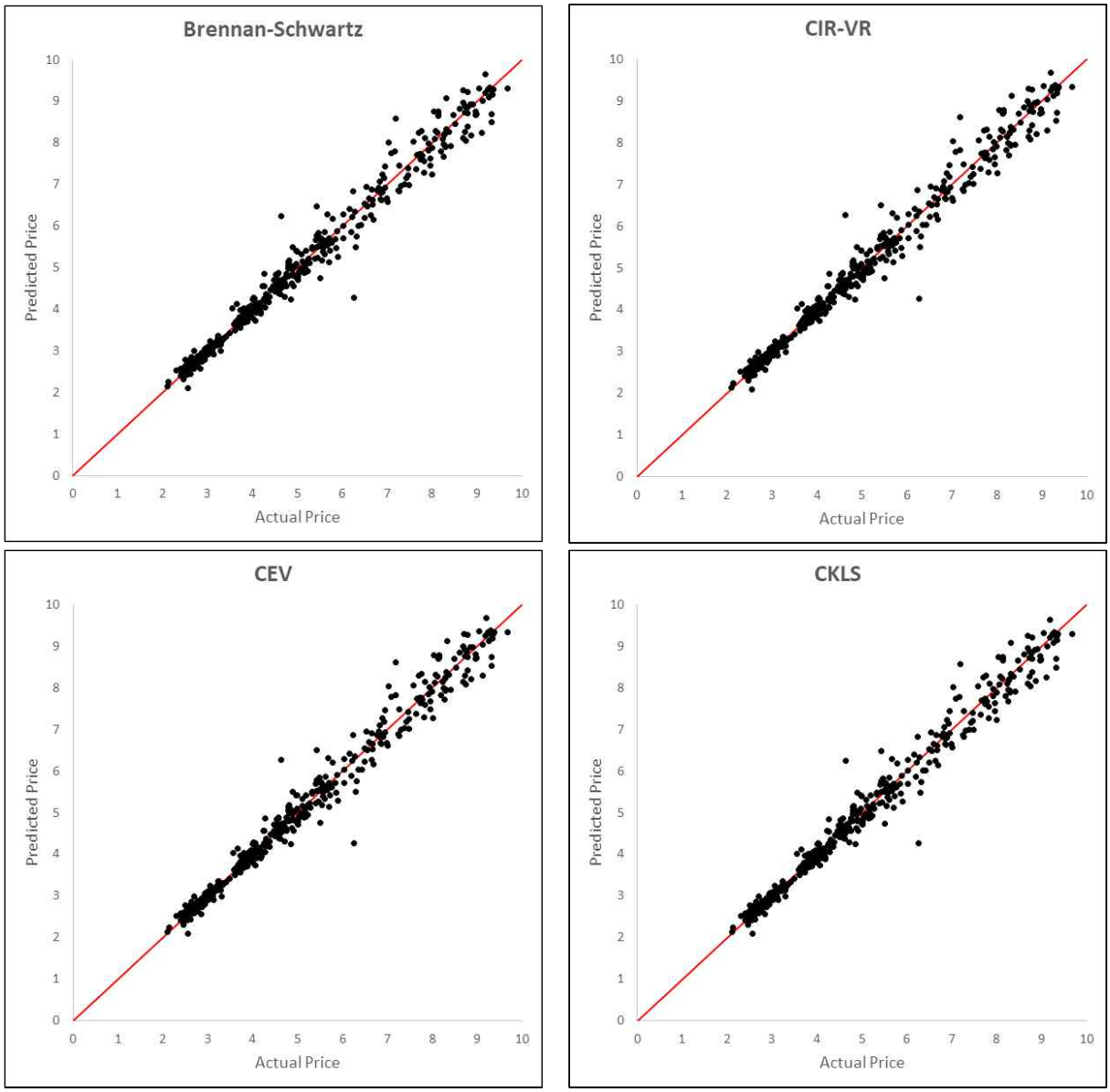
딥러닝 모형	RNN		LSTM		GRU	
Time step=1	RMSE (내표본)	0.092668	RMSE (내표본)	0.092472	RMSE (내표본)	0.092637
	RMSE (외표본)	0.378774	RMSE (외표본)	0.364513	RMSE (외표본)	0.328713
Time step=2	RMSE (내표본)	0.092553	RMSE (내표본)	0.098874	RMSE (내표본)	0.096057
	RMSE (외표본)	0.315384	RMSE (외표본)	0.370573	RMSE (외표본)	0.311296
Time step=3	RMSE (내표본)	0.092430	RMSE (내표본)	0.103919	RMSE (내표본)	0.097517
	RMSE (외표본)	0.333966	RMSE (외표본)	0.343046	RMSE (외표본)	0.308502
Time step=4	RMSE (내표본)	0.092496	RMSE (내표본)	0.106129	RMSE (내표본)	0.096772
	RMSE (외표본)	0.304817	RMSE (외표본)	0.347536	RMSE (외표본)	0.289382
Time step=5	RMSE (내표본)	0.092345	RMSE (내표본)	0.106026	RMSE (내표본)	0.096916
	RMSE (외표본)	0.43394	RMSE (외표본)	0.332524	RMSE (외표본)	0.290862

모형적합도에 해당하는 내표본의 RMSE는 단일요인 확률과정 모형에서는 CKLS 모형의 0.09346, 확률변동성 모형에서는 MRSVJ 모형의 0.09381, 딥러닝 모형에서는 RNN 모형 중 과거 5일치의 자료를 입력값으로 받는 모형의 0.092345가 최소의 값을 나타냈으며 해당 모형이 내표본 자료를 가장 잘 설명함을 의미한다. 하지만 내표본의 RMSE가 작은 모형이라고 해서 예측성능에 해당하는 외표본의 RMSE가 작게 나타나지는 않았다.

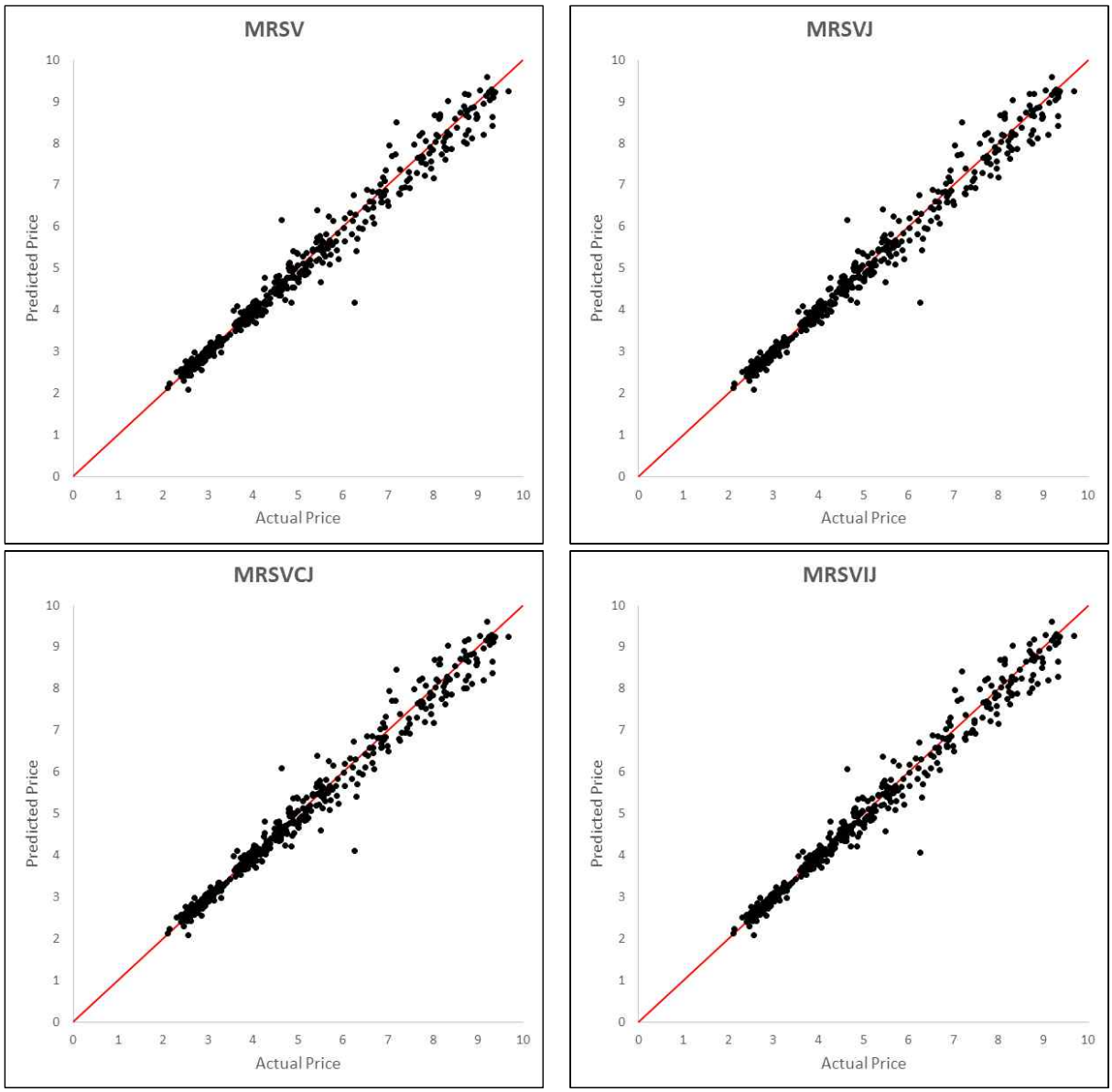
[그림 19] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM)



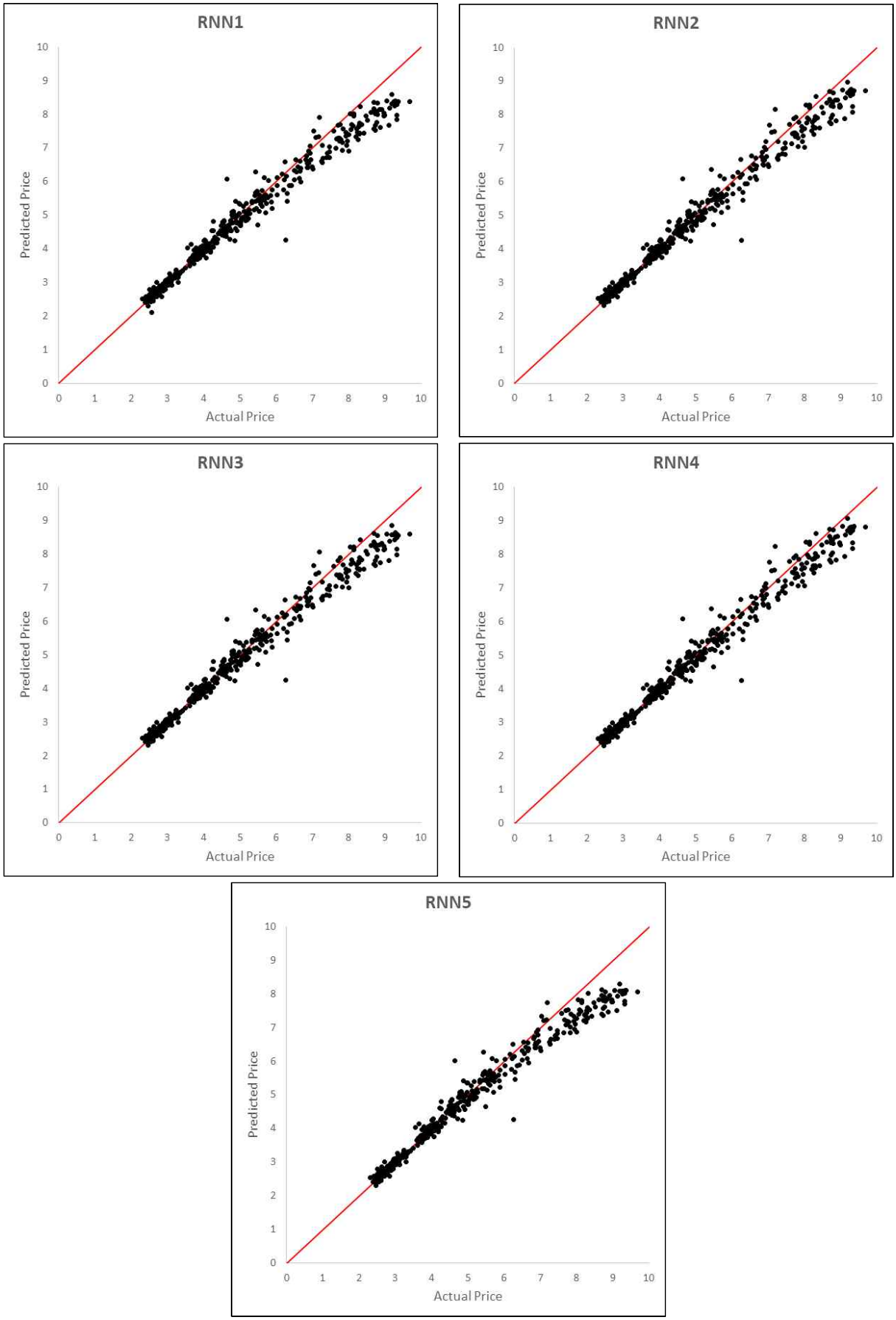
[그림 20] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS)



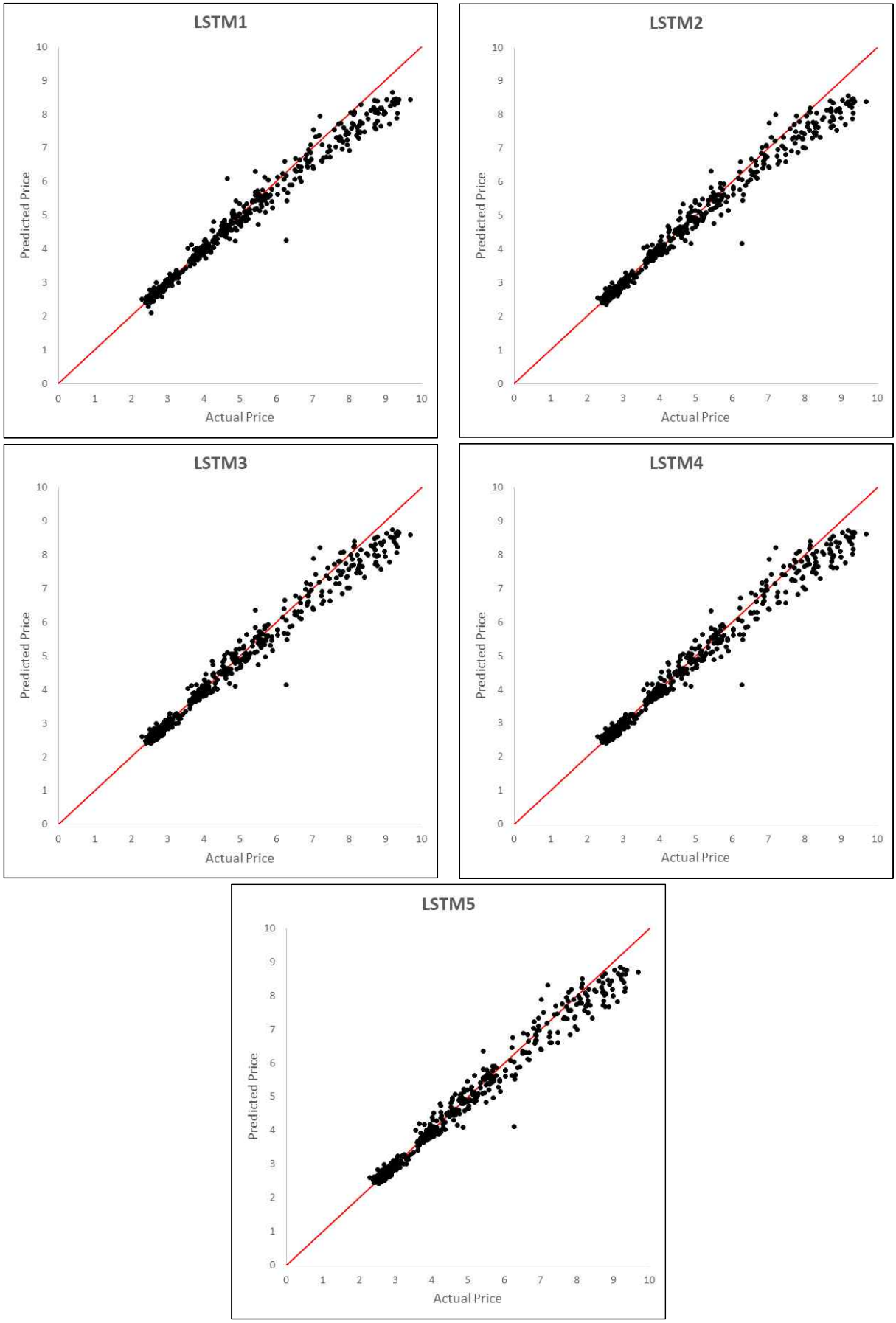
[그림 21] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 예측결과 산점도



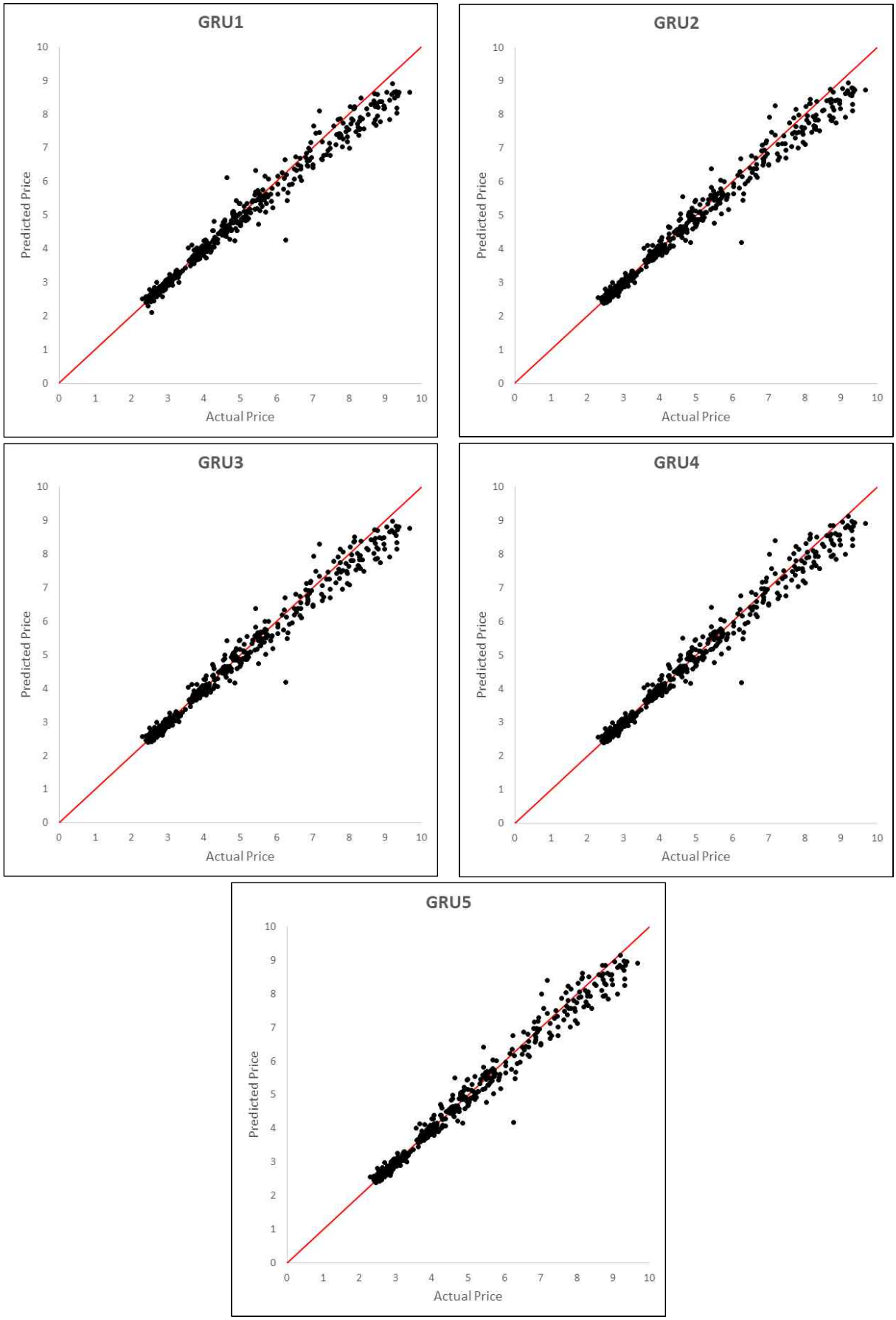
[그림 22] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(RNN)



[그림 23] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(LSTM)



[그림 24] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(GRU)



2.4 정확도와 정밀도

[표 30] 천연가스 시장가격 단일요인 확률과정 모형 정확도 및 정밀도

모형	Merton	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.9%	상승	하락	
모형분류	상승	272	233	53.9%
	하락	0	0	-
모형	Vasicek	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.3%	상승	하락	
모형분류	상승	80	69	53.7%
	하락	192	164	46.1%
모형	CIR-SR	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.3%	상승	하락	
모형분류	상승	80	69	53.7%
	하락	192	164	46.1%
모형	Dothan	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.9%	상승	하락	
모형분류	상승	272	233	53.9%
	하락	0	0	-
모형	GBM	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.9%	상승	하락	
모형분류	상승	272	233	53.9%
	하락	0	0	-
모형	Bren-Sch	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.3%	상승	하락	
모형분류	상승	70	59	54.3%
	하락	202	174	46.3%
모형	CIR-VR	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.9%	상승	하락	
모형분류	상승	272	233	53.9%
	하락	0	0	-
모형	CEV	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	53.9%	상승	하락	
모형분류	상승	272	233	53.9%
	하락	0	0	-
모형	CKLS	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.1%	상승	하락	
모형분류	상승	71	61	53.8%
	하락	201	172	46.1%

[표 31] 천연가스 시장가격 확률변동성 모형 정확도 및 정밀도

모형	MRSV	실제자료		상승하락
정확도	47.3%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	36	30	54.5%
	하락	236	203	46.2%
모형	MRSVJ	실제자료		상승하락
정확도	47.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	36	29	55.4%
	하락	236	204	46.4%
모형	MRSVCJ	실제자료		상승하락
정확도	47.3%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	40	34	54.1%
	하락	232	199	46.2%
모형	MRSVIJ	실제자료		상승하락
정확도	47.7%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	35	27	56.5%
	하락	237	206	46.5%

[표 32] 천연가스 시장가격 딥러닝 모형 정확도 및 정밀도

모형	RNN1	실제자료		상승하락
정확도	49.4%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	118	100	54.1%
	하락	154	130	45.8%
모형	RNN2	실제자료		상승하락
정확도	50.7%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	117	93	55.7%
	하락	154	137	47.1%
모형	RNN3	실제자료		상승하락
정확도	50.0%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	120	99	54.8%
	하락	151	130	46.3%
모형	RNN4	실제자료		상승하락
정확도	48.5%	상승	하락	정밀도

모형분류	상승	57	44	56.4%
	하락	213	185	46.5%
모형	RNN5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	50.4%	상승	하락	
모형분류	상승	132	109	54.8%
	하락	138	119	46.3%
모형	LSTM1	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	50.0%	상승	하락	
모형분류	상승	122	101	54.7%
	하락	150	129	46.2%
모형	LSTM2	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.3%	상승	하락	
모형분류	상승	93	81	53.4%
	하락	178	149	45.6%
모형	LSTM3	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.0%	상승	하락	
모형분류	상승	88	77	53.3%
	하락	183	152	45.4%
모형	LSTM4	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.9%	상승	하락	
모형분류	상승	92	77	54.4%
	하락	178	152	46.1%
모형	LSTM5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	49.0%	상승	하락	
모형분류	상승	93	77	54.7%
	하락	177	151	46.0%
모형	GRU1	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.8%	상승	하락	
모형분류	상승	99	89	52.7%
	하락	173	141	44.9%
모형	GRU2	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.1%	상승	하락	
모형분류	상승	89	78	53.3%
	하락	182	152	45.5%
모형	GRU3	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.0%	상승	하락	

모형분류	상승	88	77	53.3%
	하락	183	152	45.4%
모형	GRU5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.0%	상승	하락	
모형분류	상승	92	81	53.2%
	하락	178	147	45.2%
모형	GRU5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.0%	상승	하락	
모형분류	상승	92	81	53.2%
	하락	178	147	45.2%

3. 구리 시장가격 분석결과

3.1 단일요인 확률과정 모형

[표 33] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 추정결과(2012.10.01.~2020.09.30.)

	α	β	σ^2	γ	J-통계치
(1)Merton	-0.0005 (0.0015)	0	0.0046*** (0.0002)	0	6.7063 [0.0350]
(2)Vasicek	0.02385** (0.0106)	-0.00396** (0.0017)	0.0047*** (0.00021)	0	1.4824 [0.2234]
(3)CIR SR	0.02619** (0.0106)	-0.00436** (0.0017)	0.00075*** (0.00003)	0.5	3.4425 [0.0635]
(4)Dothan	0	0	0.00011*** (0.000005)	1	28.8142 [0.0000]
(5)GBM	0	-0.0002 (0.00024)	0.00011*** (0.000005)	1	27.7016 [0.0000]
(6)Brennan-Schwartz	0.028*** (0.0106)	-0.0046*** (0.0017)	0.00011*** (0.000005)	1	21.5454 [0.0000]
(7)CIR VR	0	0	0.000016*** (0.0000008)	1.5	55.8192 [0.0000]
(8)CEV	0	-0.00018 (0.00024)	0.0026* (0.0015)	0.1653 (0.1626)	5.3926 [0.0202]
(9)CKLS	0.0248** (0.0107)	-0.0041** (0.0017)	0.0023* (0.00136)	0.1954 (0.1612)	-

* : 10%, ** : 5%, *** : 1% 수준에서 통계적으로 유의함

()안은 표준편차, []안은 p값을 의미

우선 모형적합도를 살펴보면 COVID-19 이전의 구리가격에 대해 Merton, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV 모형이 95% 신뢰수준에서 오지정되었다. 즉, CIR-SR, Vasicek 모형만이 모형적합도를 나타내는 카이제곱 추정치의 값으로 인해 귀무가설이 기각되지 않았다. 이는 전체기간에 대한 추정결과와는 상이하다. 또한 모든 모형들 중 Vasicek모형이 최소의 카이제곱 추정치를 나타냄으로써 다른 모형들에 비해 모형 적합도가 우수하게 나타났다. 모형 적합도 측면에서 나타내면 Vasicek > CIR-SR > CEV > Merton > Brennan-Schwartz > GBM > Dothan > CIR-VR모형의 순서에 따라 우수한 것으로 나타났다. 다만 CKLS 모형의 경우 비제약 모형으로서 적정식별되었기 때문에 카이제곱 추정치가 0으로 나타난다.

제약모형의 과대식별 여부는 J-통계치의 p값에 의해 정해지는데 앞서 설명한 것처럼 95% 신뢰수준에서 Merton, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV 모형이 과대식별된 것으로 나타났다. 과대식별되지 않은 CIR-SR, Vasicek 모형 중 Vasicek 모형은 90% 신뢰수준에서도 과대식별되지 않았다.

비제약 형태의 CKLS 모형의 모수 추정치를 살펴보면 분산탄력성을 나타내는 γ의 추정치는 CKLS모형, CEV모형에서 각각 0.1653, 0.1954로 나타났으나 통계적으로 유의하지 않았다.

자료의 추세를 나타내는 α와 평균회귀성향을 나타내는 β는 모든 모형에서 유의하게 나타났으며. β는 모두 음의 값을 가졌다. 따라서 COVID-19 이전 가격에 대해 구리가격의 평균회귀 성질을 갖는다는 것을 의미한다.

3.2 확률변동성 모형

[표 34] 구리 시장가격 확률변동성 모형 추정결과(2012.10.01.~2020.09.30.)

	(1)MRSV	(2)MRSVJ	(3)MRSVCJ	(4)MRSVIJ
$\hat{\mu}$	0.018848 (0.010075)	0.015118 (0.0095492)	0.017786 (0.010552)	0.02415 (0.011343)
η	0.0028523 (0.0015921)	0.0021773 (0.0015336)	0.0026729 (0.0016578)	0.0035656 (0.0018513)
μ_ξ		0.19182 (9.866)	0.091565 (0.10142)	0.12768 (0.98103)
σ_ξ		0.11154 (0.080002)	0.11263 (0.02667)	0.11063 (0.050827)
β_x		0.0010298 (0.00084341)	0.0030128 (0.0012294)	0.00097222 (0.00071604)
κ	0.24207 (0.026227)	0.21883 (0.024655)	0.29937 (0.041611)	0.42715 (0.067261)
θ	0.0060787 (0.00033942)	0.0064371 (0.00038872)	0.005601 (0.00031339)	0.0055095 (0.0002473)
σ_V	0.032065 (0.0012086)	0.032986 (0.0017803)	0.03117 (0.0013447)	0.033231 (0.001775)
ρ	0.060266 (0.072208)	0.045358 (0.073136)	0.025865 (0.071981)	0.040856 (0.078181)
ρ_J			-0.11277 (0.40871)	
γ			2.2579 (0.46118)	3.5191 (0.63023)
β_V				0.011243 (0.0033744)

()안은 표준편차를 의미

$\hat{\mu}$은 자원가격의 변동성을 고려했을 때 자원가격의 장기적인 평균을 나타낸다. 모형에서는 MRSVIJ, MRSV, MRSVCJ, MRSVJ 순서였으며 평균으로의 회귀속도를 나타내는 η의 경우 MRSVIJ 모형에서 가장 크게 나타났다.

확률변동성의 회귀속도를 나타내는 κ는 MRSVJ의 경우 0.21883로 4가지 모형 중 가장 작게 나타났으며, MRSVIJ에서 가장 크게 나타났다. 확률변동성의 장기적인 평균을 나타내는 θ는 변동성에서의 점프를 고려하지 않은 모형에서 작게 나타났으며 MRSV, MRSVJ는 비슷한 수준을 나타냈다. 또한 변동성에서의 점프를 고려한 다른 모형들에서도 비슷한 수준을 나타내었다. μ_ξ는 자원가격에서의 점프 크기의 평균치를 나타내며 모든 모형에서 양의 값을 갖는다. 따라서 일반적으로 가격의 점프가 발생한다면 이는 가격이 상승하는 방향으로 영향을 끼침을 의미한다. β_x와 β_V는 각각 가격과 변동성에서 점프가 일어날 확률을 의미하며 MRSVCJ, MRSVJ, MRSVIJ의 순으로 높게 나타났다.

3.3 딥러닝 모형과의 RMSE 비교

딥러닝 모형과의 비교를 위해 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형에서의 내표본, 외표본 RMSE를 계산하면 다음과 같다.

[표 35] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 RMSE 계산결과

단일요인 확률과정 모형	RMSE 계산결과	
(1)Dothan	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06843
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13263
(2)GBM	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06842
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13265
(3)Merton	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06842
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13264
(4)Vasicek	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06833
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13299
(5)Brennan-Schwartz	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06833
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13318
(6)CIR-VR	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06843
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13263
(7)CIR-SR	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06833
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13310
(8)CEV	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06842
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13265
(9)CKLS	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06833
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13303

[표 36] 구리 시장가격 확률변동성 모형 RMSE 계산결과

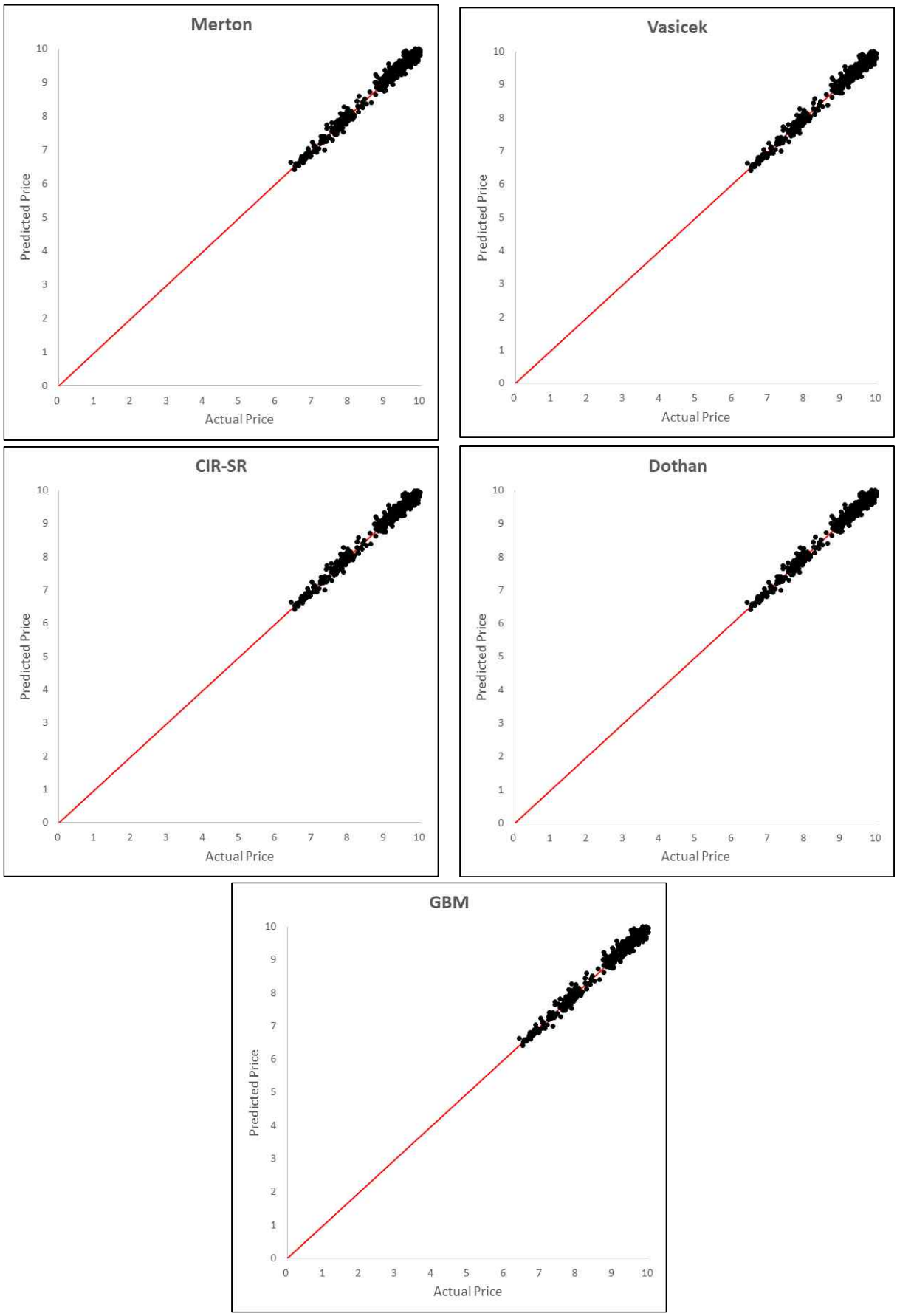
확률변동성 모형	RMSE 계산결과	
(1)MRSV	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06836
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13423
(2)MRSVJ	모형적합도(내표본, RMSE)	0.07538
	예측성능(외표본, RMSE)	0.14293
(3)MRSVCJ	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06828
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13487
(4)MRSVIJ	모형적합도(내표본, RMSE)	0.06831
	예측성능(외표본, RMSE)	0.13402

[표 37] 구리 시장가격 딥러닝 모형 RMSE 계산결과

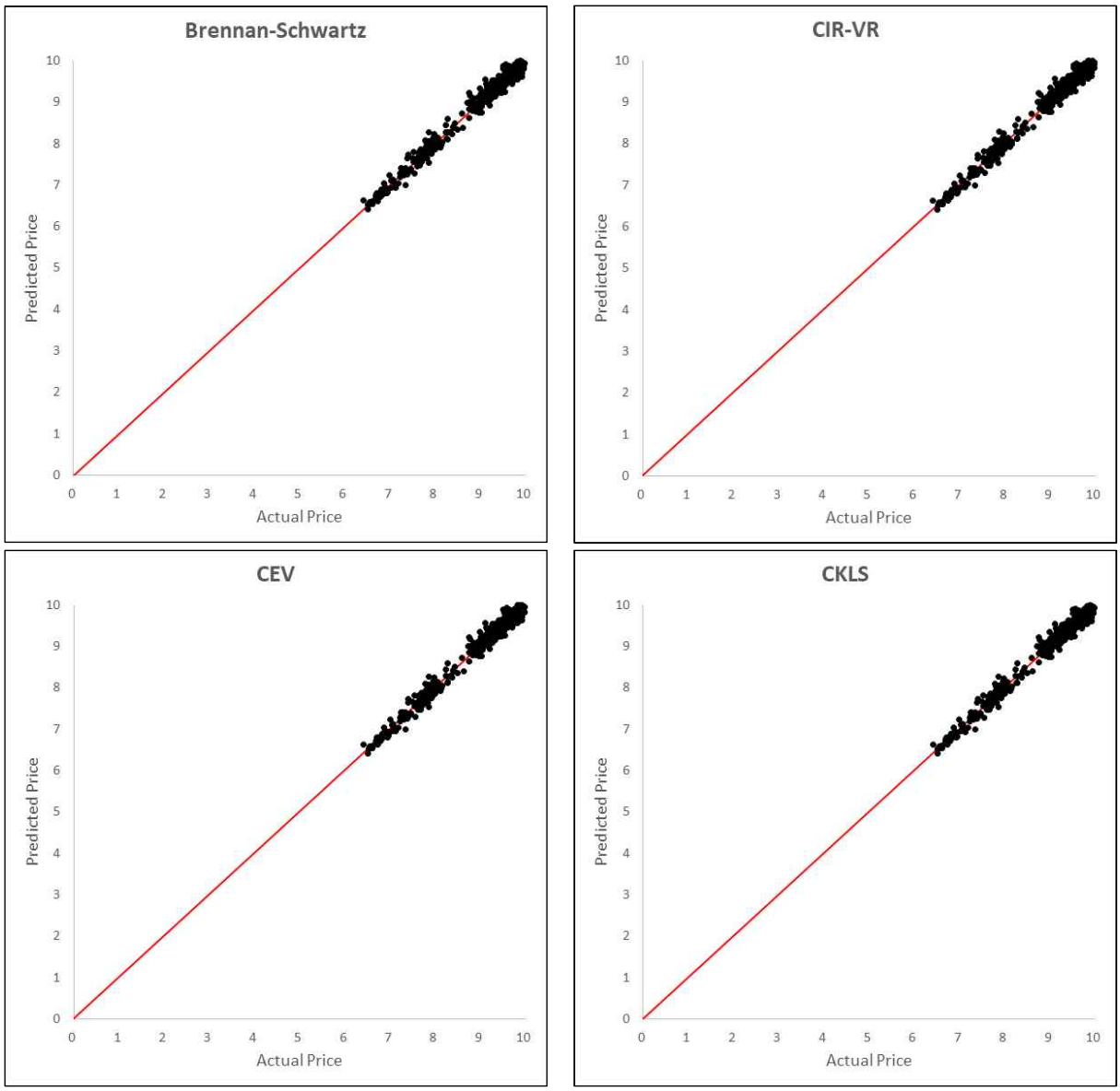
딥러닝 모형	RNN		LSTM		GRU	
Time step=1	RMSE (내표본)	0.068674	RMSE (내표본)	0.068413	RMSE (내표본)	0.068279
	RMSE (외표본)	0.187847	RMSE (외표본)	0.211978	RMSE (외표본)	0.16565
Time step=2	RMSE (내표본)	0.06840	RMSE (내표본)	0.073635	RMSE (내표본)	0.071012
	RMSE (외표본)	0.180512	RMSE (외표본)	0.200935	RMSE (외표본)	0.165513
Time step=3	RMSE (내표본)	0.068116	RMSE (내표본)	0.078165	RMSE (내표본)	0.072096
	RMSE (외표본)	0.149705	RMSE (외표본)	0.216815	RMSE (외표본)	0.168517
Time step=4	RMSE (내표본)	0.06836	RMSE (내표본)	0.079663	RMSE (내표본)	0.073246
	RMSE (외표본)	0.164483	RMSE (외표본)	0.198965	RMSE (외표본)	0.176901
Time step=5	RMSE (내표본)	0.068111	RMSE (내표본)	0.079119	RMSE (내표본)	0.072137
	RMSE (외표본)	0.156916	RMSE (외표본)	0.177171	RMSE (외표본)	0.162607

모형적합도에 해당하는 내표본의 RMSE는 단일요인 확률과정 모형에서는 Vasicek, Brennan-Schwartz, CIR-SR, CKLS 모형의 0.06833, 확률변동성 모형에서는 MRSVCJ 모형의 0.06828, 딥러닝 모형에서는 RNN 모형 중 과거 5일치의 자료를 입력값으로 받는 모형의 0.068111가 최소의 값을 나타냈으며 해당 모형이 내표본 자료를 가장 잘 설명함을 의미한다. 하지만 내표본의 RMSE가 작은 모형이라고 해서 예측성능에 해당하는 외표본의 RMSE가 작게 나타나지는 않았다.

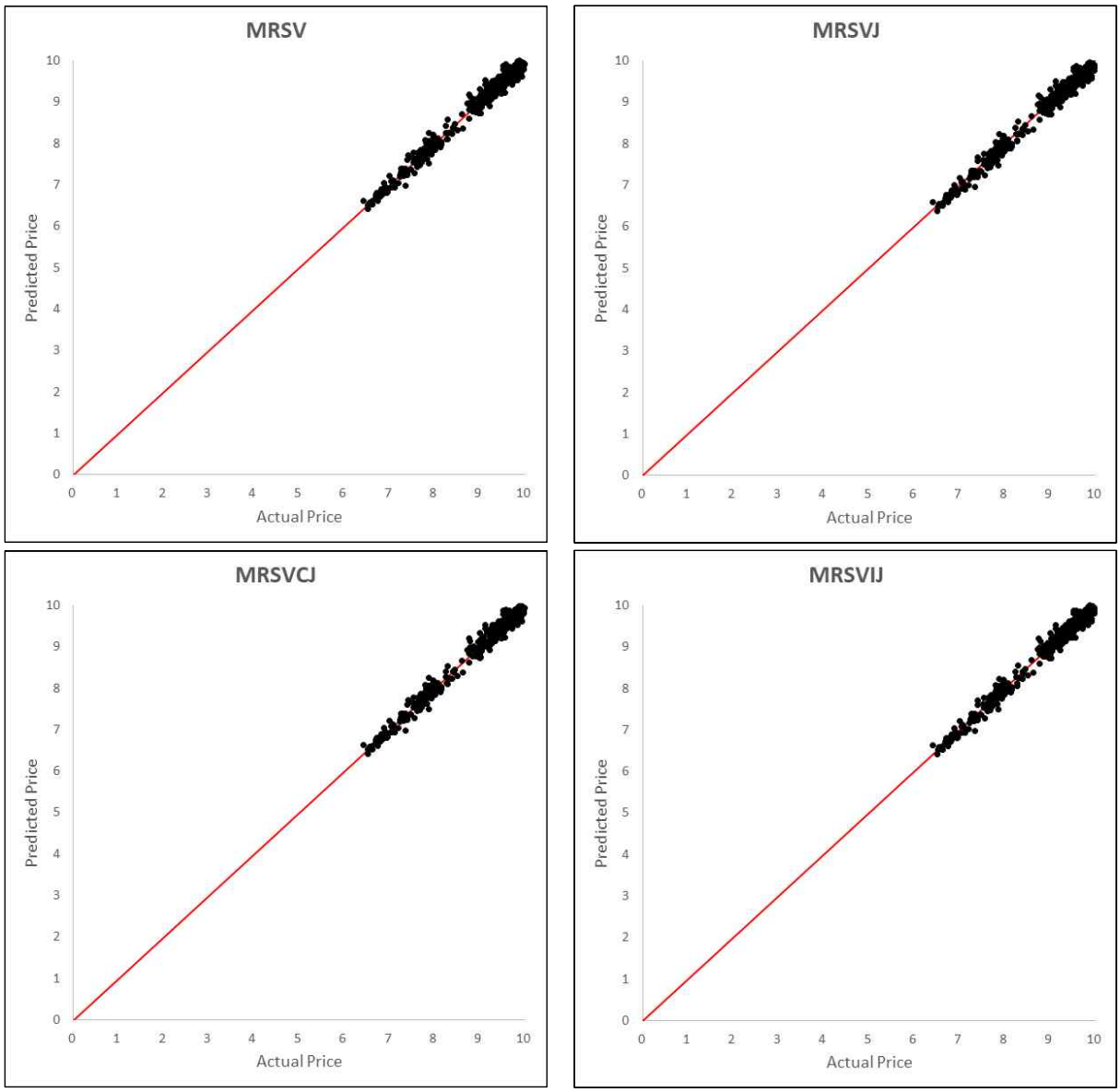
[그림 25] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM)



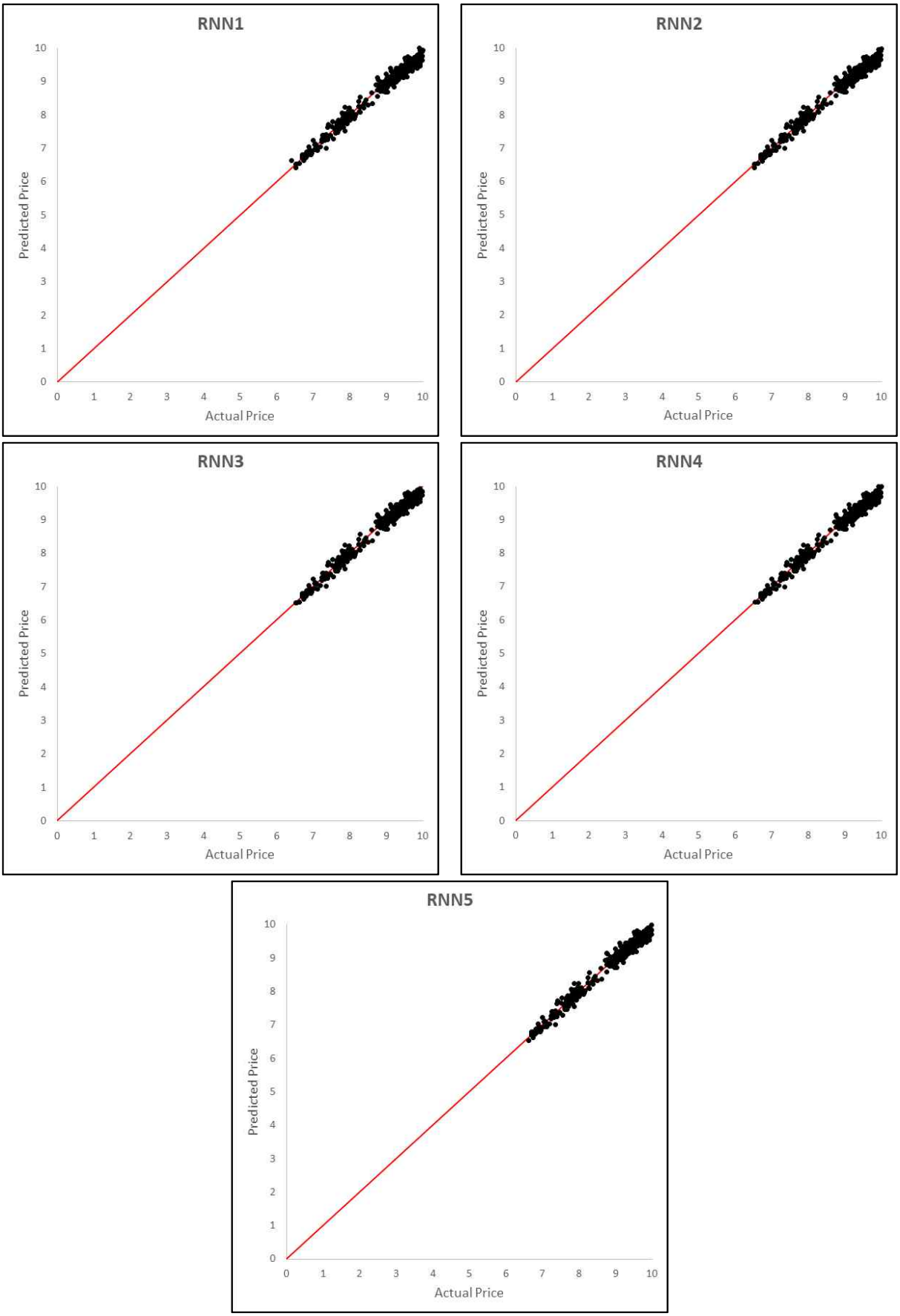
[그림 26] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 예측결과 산점도(Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, CKLS)



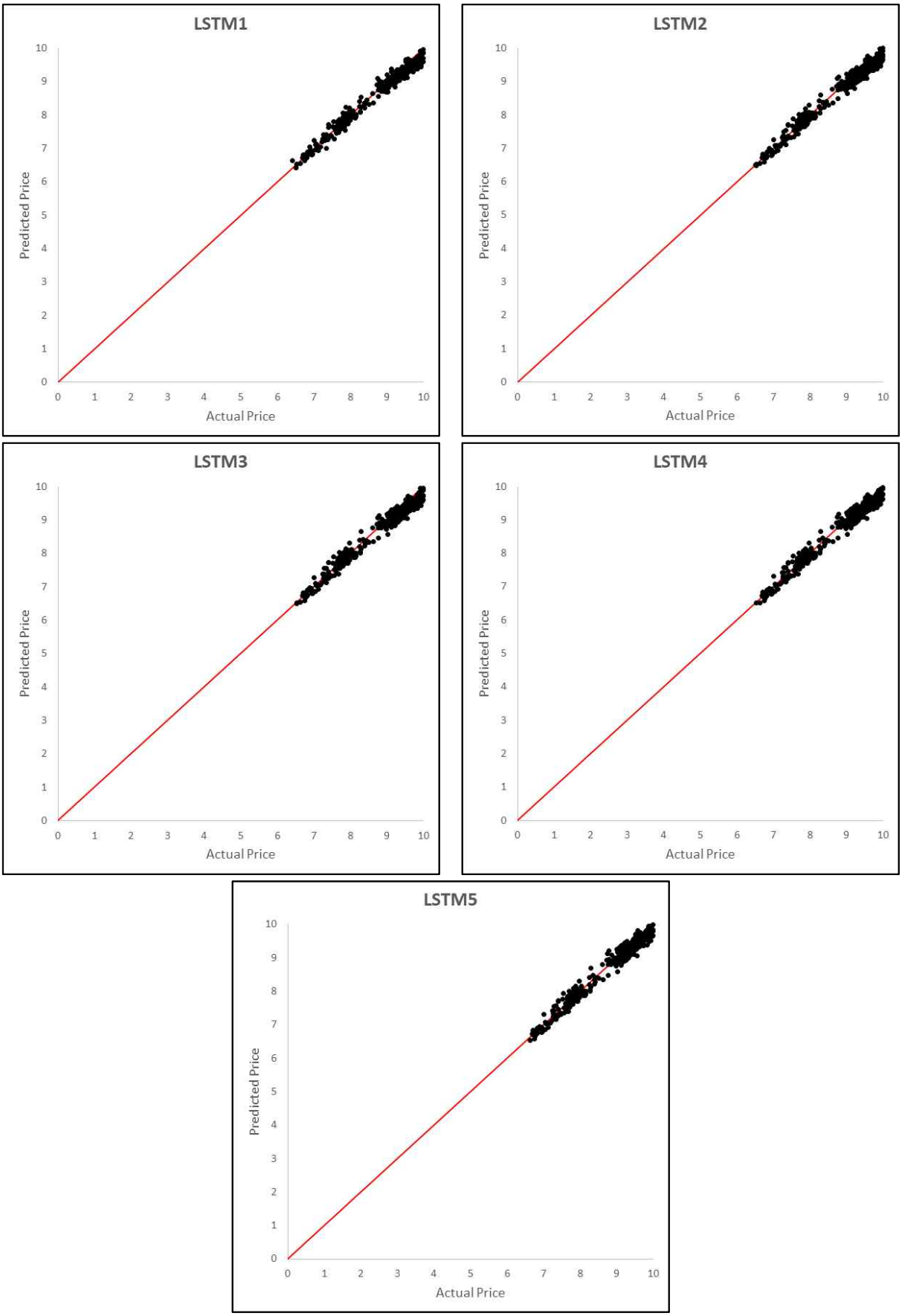
[그림 27] 구리 시장가격 확률변동성 모형 예측결과 산점도



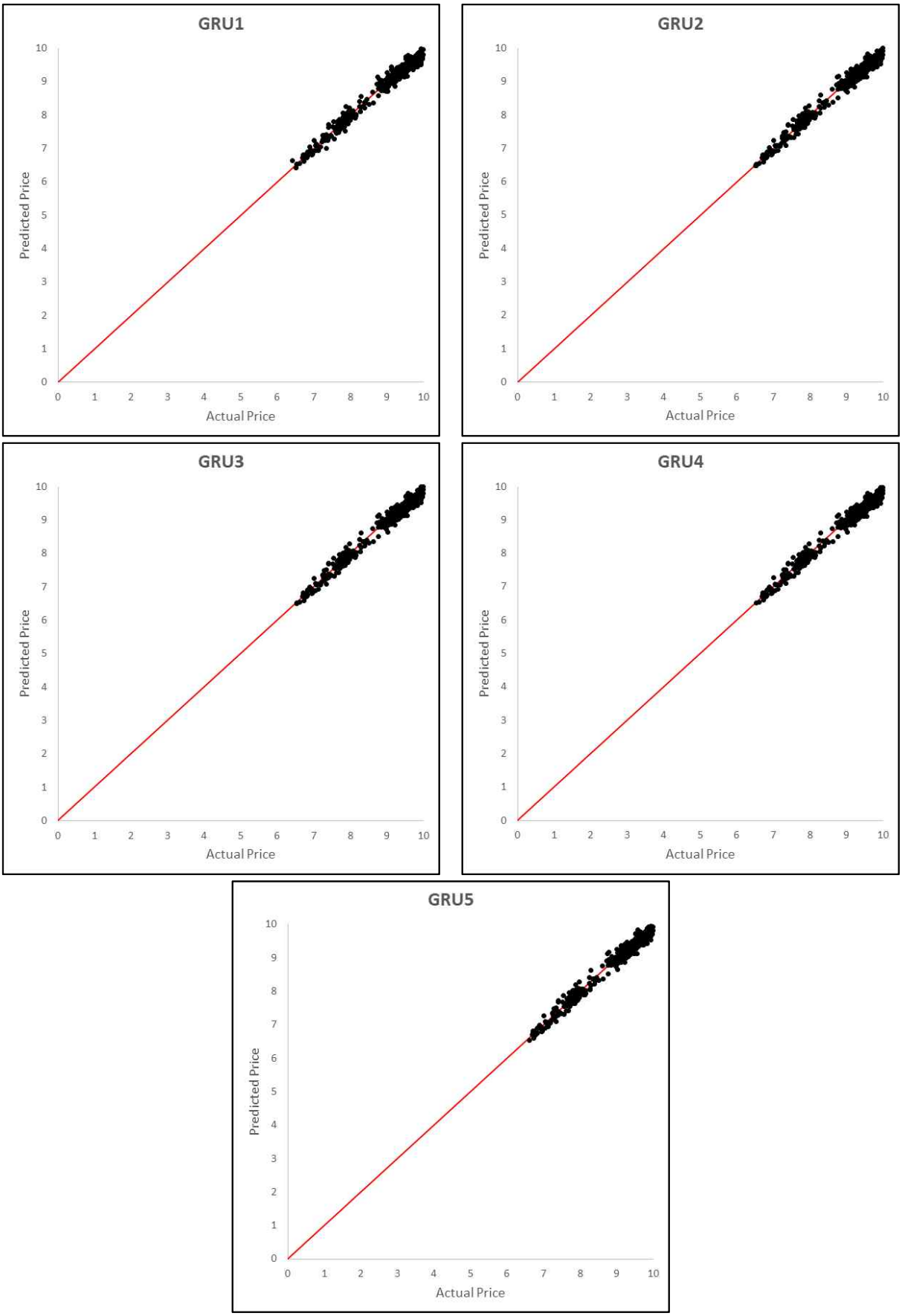
[그림 28] 구리 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(RNN)



[그림 29] 구리 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(LSTM)



[그림 30] 구리 시장가격 딥러닝 모형 예측결과 산점도(GRU)



3.4 정확도와 정밀도

[표 38] 구리 시장가격 단일요인 확률과정 모형 정확도 및 정밀도

모형	Merton	실제자료		상승하락
정확도	46.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	Vasicek	실제자료		상승하락
정확도	46.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	CIR-SR	실제자료		상승하락
정확도	46.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	Dothan	실제자료		상승하락
정확도	53.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	271	236	53.5%
	하락	0	0	-
모형	GBM	실제자료		상승하락
정확도	46.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	Bren-Sch	실제자료		상승하락
정확도	46.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	CIR-VR	실제자료		상승하락
정확도	53.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	271	236	53.5%
	하락	0	0	-
모형	CEV	실제자료		상승하락
정확도	46.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	CKLS	실제자료		상승하락
정확도	46.5%	상승	하락	정밀도
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%

[표 39] 구리 시장가격 확률변동성 모형 정확도 및 정밀도

모형	MRSV	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	46.5%	상승	하락	
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	MRSVJ	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	46.5%	상승	하락	
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	MRSVCJ	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	46.5%	상승	하락	
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%
모형	MRSVIJ	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	46.5%	상승	하락	
모형분류	상승	0	0	-
	하락	271	236	46.5%

[표 40] 구리 시장가격 딥러닝 모형 정확도 및 정밀도

모형	RNN1	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.9%	상승	하락	
모형분류	상승	22	15	59.5%
	하락	247	219	47.0%
모형	RNN2	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	46.6%	상승	하락	
모형분류	상승	1	0	100.0%
	하락	268	233	46.5%
모형	RNN3	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.1%	상승	하락	
모형분류	상승	8	5	61.5%
	하락	260	228	46.7%
모형	RNN4	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.0%	상승	하락	

모형분류	상승	2	0	100.0%
	하락	265	233	46.8%
모형	RNN5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.1%	상승	하락	
모형분류	상승	4	2	66.7%
	하락	262	231	46.9%
모형	LSTM1	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.7%	상승	하락	
모형분류	상승	28	17	62.2%
	하락	241	217	47.4%
모형	LSTM2	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.4%	상승	하락	
모형분류	상승	38	28	57.6%
	하락	231	205	47.0%
모형	LSTM3	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.5%	상승	하락	
모형분류	상승	34	29	54.0%
	하락	234	204	46.6%
모형	LSTM4	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.0%	상승	하락	
모형분류	상승	37	35	51.4%
	하락	230	198	46.3%
모형	LSTM5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.5%	상승	하락	
모형분류	상승	45	36	55.6%
	하락	221	197	47.1%
모형	GRU1	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.1%	상승	하락	
모형분류	상승	16	8	66.7%
	하락	253	226	47.2%
모형	GRU2	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.8%	상승	하락	
모형분류	상승	38	26	59.4%
	하락	231	207	47.3%
모형	GRU3	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.5%	상승	하락	

모형분류	상승	33	28	54.1%
	하락	235	205	46.6%
모형	GRU4	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	48.0%	상승	하락	
모형분류	상승	32	25	56.1%
	하락	235	208	47.0%
모형	GRU5	실제자료		상승하락 정밀도
정확도	47.9%	상승	하락	
모형분류	상승	34	28	54.8%
	하락	232	205	46.9%

제 5 장 결론

제 1 절 모형의 자원별 예측성능 비교

1. 단일요인 확률과정 모형의 자원별 예측성능 비교

본 연구에서 사용한 단일요인 확률과정 모형은 Dothan, GBM, Merton, Vasicek, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CIR-SR, CEV, CKLS의 9가지 모형을 사용하였다. 모형별 예측성능을 평가하는 지표로는 제곱근오차제곱평균(RMSE)과 평균절대비율오차(MAPE)를 사용하였으며 서로 다른 크기를 가지는 자원가격별 비교를 위해 결정계수(R2 SCORE)를 사용하였다. 또한 각 모형이 자원가격의 상승과 하락을 얼마나 정확하게 예측하는지 확인하기 위해 정확도와 정밀도를 평가지표로 이용하였다.

[표 41] 단일요인 확률과정 모형의 자원별 예측성능

단일요인 확률과정 모형	원유 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)Merton	2.42052	1.91803	0.98899	42.2%	-	42.2%
(2)Vasicek	2.41774	1.91674	0.98902	44.8%	57.3%	42.1%
(3)CIR-SR	2.41607	1.91311	0.98904	48.3%	60.4%	43.3%
(4)Dothan	2.41892	1.91128	0.98901	57.8%	57.8%	-
(5)GBM	2.41993	1.91801	0.98900	42.2%	-	42.2%
(6)Brennan-Sch	2.41545	1.91231	0.98904	48.3%	58.9%	42.8%
(7)CIR-VR	2.41892	1.91128	0.98901	57.8%	57.8%	-
(8)CEV	2.42053	1.92089	0.98899	42.2%	-	42.2%
(9)CKLS	2.41881	1.91808	0.98901	43.2%	55.3%*	42.0%
단일요인 확률과정 모형	천연가스 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)Merton	0.26916	3.25671	0.98244	53.9%	53.9%	-
(2)Vasicek	0.26905	3.26135	0.98246	48.3%	53.7%	46.1%
(3)CIR-SR	0.26907	3.26236	0.98245	48.3%	53.7%	46.1%
(4)Dothan	0.26918	3.25739	0.98244	53.9%	53.9%	-
(5)GBM	0.26918	3.25670	0.98244	53.9%	53.9%	-
(6)Brennan-Sch	0.26914	3.26483	0.98245	48.3%	54.3%	46.3%
(7)CIR-VR	0.26918	3.25739	0.98244	53.9%	53.9%	-
(8)CEV	0.26918	3.25670	0.98244	53.9%	53.9%	-
(9)CKLS	0.26926	3.26841	0.98243	48.1%	53.8%	46.1%

단일요인 확률과정 모형	구리 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)Merton	0.13264	1.13309	0.98410	46.5%	-	46.5%
(2)Vasicek	0.13299	1.14202	0.98401	46.5%	-	46.5%
(3)CIR-SR	0.13310	1.14375	0.98399	46.5%	-	46.5%
(4)Dothan	0.13263	1.13268	0.98410	53.5%	53.5%	-
(5)GBM	0.13265	1.13398	0.98409	46.5%	-	46.5%
(6)Brennan-Sch	0.13318	1.14497	0.98397	46.5%	-	46.5%
(7)CIR-VR	0.13263	1.13268	0.98410	53.5%	53.5%	-
(8)CEV	0.13265	1.13375	0.98409	46.5%	-	46.5%
(9)CKLS	0.13303	1.14276	0.98400	46.5%	-	46.5%

* : 해당 분류의 표본 수가 전체 표본의 10% 이하로 불균형한 경우

- : 해당 분류의 표본 수가 없는 경우

단일요인 확률과정 모형을 이용해 계산한 외표본 원유시장가격의 RMSE는 Brennan-Schwartz 모형에서 2.41545로 가장 작았으며 CEV 모형에서 2.42053으로 가장 큰 값을 나타냈다. 반면 MAPE는 Dothan, CIR-VR 모형에서 1.91128%로 가장 작았으며 CEV 모형에서 1.92089%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 Brennan-Schwartz 모형에서 0.989041로 가장 높았고 CEV 모형에서 0.988994로 가장 낮았다. 따라서 원유의 경우 Brennan-Schwartz 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 CEV 모형은 모든 평가 기준에서 가장 낮은 예측성능을 보였다. 다만 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.00508, MAPE 기준 0.00962%, R2-SCORE 기준 0.00005였다.

정확도는 CEV, Merton, GBM 모형에서 42.2%로 가장 낮았고 Dothan, CIR-VR 모형에서 57.8%로 가장 높았다. 하지만 추정 결과 단일요인 확률과정 모형 중 예측값을 항상 상승 혹은 항상 하락으로만 추정하는 모형이 있어 분석기간인 외표본 자료 중 57.8%가 상승, 42.2%가 하락했다는 점을 감안하여야 한다. 상승정밀도의 경우 CIR-SR 모형이 60.4%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 상승한다고 예측하는 모형보다 2.6% 높은 정밀도를 가졌다. 하락정밀도의 경우 마찬가지로 CIR-SR 모형이 43.3%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 1.1% 높은 정밀도를 가졌다. 따라서 원유예측에 단일요인 확률과정 모형을 적용한다면 Brennan-Schwartz 모형 혹은 CIR-SR 모형을 고려할 수 있다.

단일요인 확률과정 모형을 이용해 계산한 외표본 천연가스 시장가격의 RMSE는 Vasicek 모형에서 0.26905로 가장 작았으며 CKLS 모형에서

0.26926으로 가장 큰 값을 나타냈다. 반면 MAPE는 GBM, CEV 모형에서 3.25670%로 가장 작았으며 CKLS 모형에서 3.26841%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 Vasicek 모형에서 0.98246으로 가장 높았고 CKLS 모형에서 0.98243로 가장 낮았다. 따라서 가스의 경우 Vasicek 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 CKLS 모형은 모든 평가 기준에서 가장 낮은 예측성능을 보였다. 다만 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.00021, MAPE 기준 0.01171%, R2-SCORE 기준 0.00003였다.

정확도는 CKLS 모형에서 48.1%로 가장 낮았고 Dothan, CIR-VR, GBM, CEV, Merton 모형에서 53.9%로 가장 높았다. 하지만 원유에서와 같이 예측값을 항상 상승 혹은 항상 하락으로만 추정하는 모형이 있으며 분석기간인 외표본 자료 중 53.9%가 상승, 46.1%가 하락했다는 점을 감안하여야 한다. 상승정밀도의 경우 Brennan-Schwartz 모형이 54.3%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 상승한다고 예측하는 모형보다 0.4% 높은 정밀도를 가졌다. 하락정밀도의 경우 마찬가지로 Brennan-Schwartz 모형이 46.3%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 0.2% 높은 정밀도를 가졌다. 따라서 가스예측에 단일요인 확률과정 모형을 적용한다면 Vasicek 모형 혹은 Brennan-Schwartz 모형을 고려할 수 있으나 정확도나 정밀도에서 모형별 차이가 크지 않았다.

단일요인 확률과정 모형을 이용해 계산한 외표본 구리의 RMSE는 Dothan, CIR-VR 모형에서 0.13263으로 가장 작았으며 Brennan-Schwartz 모형에서 0.13318으로 가장 큰 값을 나타냈다. MAPE기준으로도 Dothan, CIR-VR 모형에서 1.13268%로 가장 작았으며 Brennan-Schwartz 모형에서 1.14497%로 가장 큰 값을 나타냈다.

R2-Score 값은 Dothan, CIR-VR, Merton 모형에서 0.98410으로 가장 높았고 Brennan-Schwartz 모형에서 0.98397로 가장 낮았다. 따라서 구리의 경우 Dothan, CIR-VR 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 Brennan-Schwartz 모형은 모든 평가 기준에서 가장 낮은 예측성능을 보였다. 다만 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.00055, MAPE 기준 0.01229%, R2-SCORE 기준 0.00013이었다.

정확도와 정밀도는 구리 시장가격에 대해 모든 단일요인 확률과정 모형이 항상 상승이나 하락으로 가격변동을 분류하였다. 분석기간인 외표본 자료 중 53.5%가 상승, 46.5%가 하락했기 때문에 정확도와 정밀도도 동일한 값을 나타내었다. 따라서 구리예측에 단일요인 확률과정 모형을 적용한다면 Dothan 모형 혹은 CIR-VR 모형을 고려할 수 있으나 정확도나 정밀도를 기준으로 한다면 단일요인 확률과정 모형을 이용하는 것은 적절하지 않다고 볼 수 있다.

2. 확률변동성 모형의 자원별 예측성능 비교

본 연구에서 사용한 확률변동성 모형은 MRSV, MRSVJ, MRSVCJ, MRSVIJ 4가지 모형을 이용하였으며 각각 일반적인 확률변동성, 점프를 포함한 확률변동성, 확률변동성에도 점프가 있다고 가정하는 모형, 가격의 점프와 확률변동성의 점프가 서로 연관되어 있다고 가정하는 모형이다. 단일요인 확률과정 모형에서와 마찬가지로 RMSE와 MAPE, R2 SCORE, 정확도와 정밀도를 평가지표로 사용하였다.

[표 42] 확률변동성 모형의 자원별 예측성능

확률변동성 모형	원유 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)MRSV	2.66344	2.02363	0.98667	53.8%	66.9%	47.0%
(2)MRSVJ	2.50761	1.95482	0.98819	53.1%	71.0%	46.8%
(3)MRSVCJ	2.63578	2.02671	0.98695	53.8%	66.5%	47.0%
(4)MRSVIJ	2.64664	2.01088	0.98684	51.3%	66.7%	45.5%
확률변동성 모형	천연가스 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)MRSV	0.27476	3.35371	0.98171	47.3%	54.5%	46.2%
(2)MRSVJ	0.27444	3.34730	0.98175	47.5%	55.4%	46.4%
(3)MRSVCJ	0.27489	3.33795	0.98169	47.3%	54.1%	46.2%
(4)MRSVIJ	0.27668	3.35386	0.98145	47.7%	56.5%	46.5%
확률변동성 모형	구리 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)MRSV	0.13423	1.16012	0.98371	46.5%	-	46.5%
(2)MRSVJ	0.14293	1.25808	0.98153	46.5%	-	46.5%
(3)MRSVCJ	0.13487	1.15742	0.98356	46.5%	-	46.5%
(4)MRSVIJ	0.13402	1.15668	0.98376	46.5%	-	46.5%

* : 해당 분류의 표본 수가 전체 표본의 10% 이하로 불균형한 경우

- : 해당 분류의 표본 수가 없는 경우

확률변동성 모형을 이용해 계산한 외표본 원유 시장가격의 RMSE는 MRSVJ 모형에서 2.50761로 가장 작았으며 MRSV 모형에서 2.66344으로 가장 큰 값을 나타냈다. 반면 MAPE는 MRSVJ 모형에서 1.95482%로 가장 작았으며 MRSVCJ 모형에서 2.02671%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 MRSVJ 모형에서 0.98819로 가장 높았고 MRSV 모형에서 0.98667로 가장 낮았다. 따라서 원유의 경우 MRSVJ 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 MRSV 모형은 상대적으로 낮은 예측성능을 보였다. 또한 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.15583, MAPE 기준 0.07189%, R2-SCORE 기준 0.00151이었다.

분석기간인 외표본 자료 중 57.8%가 상승, 42.2%가 하락하였으며 정확도는 MRSVIJ 모형에서 51.3%로 가장 낮았고 MRSVCJ 모형에서 53.8%로 가장 높았다. 상승정밀도의 경우 MRSVJ 모형이 71.0%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 상승한다고 예측하는 모형보다 13.2% 높은 정밀도를 가졌다. 하락정밀도의 경우 MRSV, MRSVCJ 모형이 47.0%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 4.8% 높은 정밀도를 가졌다. 따라서 원유예측에 확률변동성 모형을 적용한다면 MRSVJ 모형 혹은 MRSVCJ모형을 고려할 수 있다.

확률변동성 모형을 이용해 계산한 외표본 천연가스 시장가격의 RMSE는 MRSVJ 모형에서 0.27444로 가장 작았으며 MRSVIJ 모형에서 0.27668으로 가장 큰 값을 나타냈다. 반면 MAPE는 MRSVCJ 모형에서 3.33795%로 가장 작았으며 MRSVIJ 모형에서 3.35386%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 MRSVJ 모형에서 0.98175으로 가장 높았고 MRSVIJ 모형에서 0.98145로 가장 낮았다. 따라서 가스의 경우 MRSVJ, MRSVCJ 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 MRSVIJ 모형은

모든 평가 기준에서 가장 낮은 예측성능을 보였다. 다만 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.00223, MAPE 기준 0.01591%, R2-SCORE 기준 0.00030였다.

분석기간인 외표본 자료 중 53.9%가 상승, 46.1%가 하락했으며 정확도는 MRSV 모형에서 47.3%로 가장 낮았고 MRSVIJ 모형에서 47.7%로 가장 높았다. 상승정밀도의 경우 MRSVIJ 모형이 56.5%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 상승한다고 예측하는 모형보다 2.6% 높은 정밀도를 가졌다. 하락정밀도의 경우 마찬가지로 MRSVIJ 모형이 46.5%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 0.4% 높은 정밀도를 가졌다. 따라서 가스예측에 확률변동성모형을 적용한다면 MRSVJ 모형 혹은 MRSVCJ 모형을 고려할 수 있으며 정확도나 정밀도를 고려한다면 MRSVIJ 모형을 고려할 수 있다.

확률변동성 모형을 이용해 계산한 외표본 구리 시장가격의 RMSE는 MRSVIJ 모형에서 0.13402으로 가장 작았으며 MRSVJ 모형에서 0.14293으로 가장 큰 값을 나타냈다. MAPE기준으로도 MRSVIJ 모형에서 1.15668%로 가장 작았으며 MRSVJ 모형에서 1.25808%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 MRSVIJ 모형에서 0.98376으로 가장 높았고 MRSVJ 모형에서 0.98153로 가장 낮았다. 따라서 구리의 경우 MRSVIJ 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 MRSVJ 모형은 모든 평가 기준에서 가장 낮은 예측성능을 보였다. 다만 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.00891, MAPE 기준 0.10140%, R2-SCORE 기준 0.00223이었다. 정확도와 정밀도는 구리가격에 대해 모든 확률변동성모형이 항상 하락으로 가격변동을 분류하였다.

분석기간인 외표본 자료 중 53.5%가 상승, 46.5%가 하락했기 때문에

정확도와 정밀도도 동일한 값을 나타내었다. 따라서 구리예측에 단일요인 확률과정 모형을 적용한다면 MRSVIJ 모형을 고려할 수 있으나 정확도나 정밀도를 기준으로 한다면 단일요인 확률과정 모형을 이용하는 것은 적절하지 않다고 볼 수 있다.

3. 딥러닝 모형의 자원별 예측성능 비교

본 연구에서 사용한 딥러닝 모형은 RNN, LSTM, GRU 모형 3가지를 사용하였으며 학습을 진행할 때 과거 1일치, 2일치, 3일치, 4일치, 5일치를 입력받게 하여 과거 자료에 따라 모형의 학습성능에 미치는 결과를 나열하였다. 예를 들어 입력값으로 사용한 과거일수에 따라 1일치인 경우 RNN1, LSTM1, GRU1, 3일치인 경우 RNN3, LSTM3, GRU3 등으로 표기하였다. 확률과정 모형, 확률변동성 모형에서와 마찬가지로 RMSE와 MAPE, R2 SCORE, 정확도와 정밀도를 평가지표로 사용하였다.

[표 43] 딥러닝 모형의 자원별 예측성능

딥러닝 모형	원유 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)RNN1	2.40205	1.89792	0.98918	55.5%	60.0%	46.4%
(2)RNN2	2.41624	1.92485	0.98901	43.8%	60.5%*	42.2%
(3)RNN3	2.41908	1.92901	0.98893	44.8%	66.0%*	42.7%
(4)RNN4	2.42424	1.91371	0.98883	49.9%	57.4%	41.2%
(5)RNN5	2.43877	1.93523	0.98866	44.0%	58.1%	42.0%
(6)LSTM1	2.39968	1.90845	0.98920	52.4%	58.5%	43.0%
(7)LSTM2	2.62638	2.11580	0.98701	49.1%	59.0%	42.6%
(8)LSTM3	2.81832	2.25607	0.98497	48.4%	58.8%	42.3%
(9)LSTM4	2.90631	2.34720	0.98395	47.9%	58.1%	42.0%
(10)LSTM5	2.94532	2.35835	0.98346	47.6%	57.2%	41.6%
(11)GRU1	2.40628	1.91059	0.98914	54.0%	60.6%	45.5%
(12)GRU2	2.55189	2.03655	0.98774	51.1%	60.0%	43.6%
(13)GRU3	2.64313	2.10267	0.98678	49.2%	59.4%	42.7%
(14)GRU4	2.64160	2.08723	0.98674	50.1%	59.5%	43.1%
(15)GRU5	2.61719	2.07562	0.98694	49.6%	59.6%	43.1%

딥러닝 모형	천연가스 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)RNN1	0.37915	4.03056	0.96508	49.4%	54.1%	45.8%
(2)RNN2	0.31504	3.59897	0.97588	50.7%	55.7%	47.1%
(3)RNN3	0.33430	3.71663	0.97283	50.0%	54.8%	46.3%
(4)RNN4	0.30512	3.55843	0.97736	48.5%	56.4%	46.5%
(5)RNN5	0.43435	4.31148	0.95410	50.4%	54.8%	46.3%
(6)LSTM1	0.36487	3.92714	0.96766	50.0%	54.7%	46.2%
(7)LSTM2	0.37042	4.07502	0.96666	48.3%	53.4%	45.6%
(8)LSTM3	0.34326	4.02071	0.97136	48.0%	53.3%	45.4%
(9)LSTM4	0.34785	4.06394	0.97058	48.9%	54.4%	46.1%
(10)LSTM5	0.33285	3.97044	0.97305	49.0%	54.7%	46.0%
(11)GRU1	0.32904	3.72287	0.97370	47.8%	52.7%	44.9%
(12)GRU2	0.31096	3.67092	0.97650	48.1%	53.3%	45.5%
(13)GRU3	0.30875	3.67563	0.97683	48.0%	53.3%	45.4%
(14)GRU4	0.28967	3.51905	0.97960	47.1%	51.6%	44.4%
(15)GRU5	0.29113	3.53875	0.97938	48.0%	53.2%	45.2%

딥러닝 모형	구리 시장가격					
	RMSE	MAPE (%)	R2-SCORE	정확도	상승정밀도	하락정밀도
(1)RNN1	0.18803	1.66940	0.96722	47.9%	59.5%*	47.0%
(2)RNN2	0.18045	1.60386	0.96951	46.6%	100.0%*	46.5%
(3)RNN3	0.14979	1.30166	0.97880	47.1%	61.5%*	46.7%
(4)RNN4	0.16464	1.44955	0.97415	47.0%	100.0%*	46.8%
(5)RNN5	0.15707	1.37247	0.97626	47.1%	66.7%*	46.9%
(6)LSTM1	0.21219	1.86892	0.95826	48.7%	62.2%*	47.4%
(7)LSTM2	0.20093	1.75006	0.96220	48.4%	57.6%	47.0%
(8)LSTM3	0.21703	1.88504	0.95550	47.5%	54.0%	46.6%
(9)LSTM4	0.19916	1.72250	0.96218	47.0%	51.4%	46.3%
(10)LSTM5	0.17735	1.53391	0.96973	48.5%	55.6%	47.1%
(11)GRU1	0.16581	1.46466	0.97451	48.1%	66.7%*	47.2%
(12)GRU2	0.16542	1.44399	0.97438	48.8%	59.4%	47.3%
(13)GRU3	0.16868	1.47577	0.97312	47.5%	54.1%	46.6%
(14)GRU4	0.17708	1.55180	0.97010	48.0%	56.1%	47.0%
(15)GRU5	0.16277	1.42339	0.97450	47.9%	54.8%	46.9%

* : 해당 분류의 표본 수가 전체 표본의 10% 이하로 불균형한 경우

- : 해당 분류의 표본 수가 없는 경우

딥러닝 모형을 이용해 계산한 외표본 원유 시장가격의 RMSE는 LSTM1 모형에서 2.39968로 가장 작았으며 LSTM5 모형에서 2.94532으로 가장 큰 값을 나타냈다. 반면 MAPE는 RNN1 모형에서 1.89792%로 가장 작았으며 LSTM5 모형에서 2.35835%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 LSTM1 모형에서 0.98920으로 가장 높았고 LSTM5 모형에서 0.98346으로 가장 낮았다. 따라서 원유의 경우 LSTM1, RNN1 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 LSTM5 모형은 상대적으로 낮은 예측성능을 보였다. 또한 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.54564, MAPE 기준 0.46043%, R2-SCORE 기준 0.00575이었다.

분석기간인 외표본 자료 중 57.8%가 상승, 42.2%가 하락하였으며 정확도는 RNN2 모형에서 43.8%로 가장 낮았고 RNN1 모형에서 55.5%로 가장 높았다. 상승정밀도의 경우 상승으로 예측한 표본의 수가 전체 표본의 10%이하로 제외된 모형을 제외하면 GRU1 모형이 60.6%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 상승한다고 예측하는 모형보다 2.8% 높은 정밀도를 가졌다. 하락정밀도의 경우 RNN1 모형이 46.4%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 4.2% 높은 정밀도를 가졌다. 따라서 원유예측에 딥러닝 모형을 적용한다면 LSTM1, RNN1 모형 혹은 GRU1 모형을 고려할 수 있다. 또한 입력되는 자료의 길이가 길어질수록 예측성능이 저하된 것으로 미루어 직전 가격에 큰 영향을 받는 시계열로 볼 수 있다. 더불어 시계열이 장기적인 정보에 영향을 받는다고 가정하는 LSTM, GRU 모형보다 RNN의 예측성능이 우월하여 장기적인 정보에 영향을 받는 시계열로 보기는 어려웠다.

딥러닝 모형을 이용해 계산한 외표본 천연가스 시장가격의 RMSE는

GRU4 모형에서 0.28967로 가장 작았으며 RNN5 모형에서 0.43435으로 가장 큰 값을 나타냈다. 마찬가지로 MAPE는 GRU4 모형에서 3.51905%로 가장 작았으며 RNN5 모형에서 4.31148%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 GRU4 모형에서 0.97960으로 가장 높았고 RNN5 모형에서 0.95410으로 가장 낮았다. 따라서 가스의 경우 GRU4 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 RNN5 모형은 모든 평가 기준에서 가장 낮은 예측성능을 보였다. 또한 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.14468, MAPE 기준 0.79243%, R2-SCORE 기준 0.02549였다.

분석기간인 외표본 자료 중 53.9%가 상승, 46.1%가 하락했으며 정확도는 GRU4 모형에서 47.1%로 가장 낮았고 RNN2 모형에서 50.7%로 가장 높았다. 상승정밀도의 경우 RNN4 모형이 56.4%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 상승한다고 예측하는 모형보다 2.5% 높은 정밀도를 가졌다. 하락정밀도의 경우 RNN2 모형이 47.1%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 1.0% 높은 정밀도를 가졌다. 따라서 가스 예측에 딥러닝 모형을 적용한다면 GRU4 모형을 고려할 수 있으며 정확도나 정밀도를 고려한다면 RNN4, RNN2 모형을 고려할 수 있다. 또한 입력되는 자료의 길이가 길어질수록 예측성능이 개선되었으며 4일이나 5일치 자료를 입력받을 때 가장 좋은 성능을 나타냈다. 더불어 시계열이 장기적인 정보에 영향을 받는다고 가정하는 LSTM, GRU 모형, 그 중에서도 GRU의 예측성능이 RNN 보다 우월하여 장기적인 정보에 영향을 받는 시계열로 추측할 수 있다.

딥러닝 모형을 이용해 계산한 외표본 구리 시장가격의 RMSE는 RNN3 모형에서 0.14979로 가장 작았으며 LSTM3 모형에서 0.21703으로

가장 큰 값을 나타냈다. MAPE기준으로도 RNN3 모형에서 1.30166%로 가장 작았으며 LSTM3 모형에서 1.88504%로 가장 큰 값을 나타냈다. R2-Score 값은 RNN3 모형에서 0.97880으로 가장 높았고 LSTM3 모형에서 0.95550으로 가장 낮았다. 따라서 구리의 경우 RNN3 모형의 예측성능이 상대적으로 우수했으며 LSTM3 모형은 모든 평가 기준에서 가장 낮은 예측성능을 보였다. 다만 가장 예측성능이 높았던 모형과 예측성능이 낮았던 모형의 차이는 RMSE 기준 0.06724, MAPE 기준 0.58338%, R2-SCORE 기준 0.02330이었다.

또한 분석기간인 외표본 자료 중 53.5%가 상승, 46.5%가 하락하였으며 GRU2 모형의 정확도가 48.8%로 가장 높았다. 상승정밀도의 경우 상승으로 예측한 표본의 수가 전체 표본의 10%이하로 제외된 모형을 제외하면 GRU2 모형이 59.4%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 상승한다고 예측하는 모형보다 5.9% 높은 정밀도를 가졌다. 하락정밀도의 경우 LSTM1 모형이 47.4%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 0.9% 높은 정밀도를 가졌다. 따라서 구리예측에 딥러닝 모형을 적용한다면 RNN3 모형을 고려할 수 있으며 정확도나 정밀도를 고려한다면 GRU2나 LSTM1 모형을 고려할 수 있다. 또한 입력되는 자료의 길이가 길어질수록 예측성능이 개선되었으며 3일이나 5일치 자료를 입력받을 때 가장 좋은 성능을 나타냈다. 더불어 시계열이 장기적인 정보에 영향을 받는다고 가정하는 LSTM, GRU 모형보다 RNN의 예측성능이 우월하여 장기적인 정보보다는 단기적인 정보에 영향을 받는 시계열로 추측된다.

제 2 절 자원의 모형별 예측성능 비교

1. 원유 시장가격의 모형별 예측성능 비교

[표 44] 원유 시장가격의 모형별 예측성능 비교

	RMSE	MAPE	R2-SCORE	정확도	상승 정확도	하락 정확도
Merton	2.42052	1.91803	0.98899	42.2%	-	42.2%
Vasicek	2.41774	1.91674	0.98902	44.8%	57.3%	42.1%
CIR-SR	2.41607	1.91311	0.98904	48.3%	60.4%	43.3%
Dothan	2.41892	1.91128	0.98901	57.8%	57.8%	-
GBM	2.41993	1.91801	0.98900	42.2%	-	42.2%
Bre-Sch	2.41545	1.91231	0.98904	48.3%	58.9%	42.8%
CIR-VR	2.41892	1.91128	0.98901	57.8%	57.8%	-
CEV	2.42053	1.92089	0.98899	42.2%	-	42.2%
CKLS	2.41881	1.91808	0.98901	43.2%	55.3%*	42.0%
MRSV	2.66344	2.02363	0.98667	53.8%	66.9%	47.0%
MRSVJ	2.50761	1.95482	0.98819	53.1%	71.0%	46.8%
MRSVCJ	2.63578	2.02671	0.98695	53.8%	66.5%	47.0%
MRSVIJ	2.64664	2.01088	0.98684	51.3%	66.7%	45.5%
RNN1	2.40205	1.89792	0.98918	55.5%	60.0%	46.4%
RNN2	2.41624	1.92485	0.98901	43.8%	60.5%*	42.2%
RNN3	2.41908	1.92901	0.98893	44.8%	66.0%*	42.7%
RNN4	2.42424	1.91371	0.98883	49.9%	57.4%	41.2%
RNN5	2.43877	1.93523	0.98866	44.0%	58.1%	42.0%
LSTM1	2.39968	1.90845	0.98920	52.4%	58.5%	43.0%
LSTM2	2.62638	2.11580	0.98701	49.1%	59.0%	42.6%
LSTM3	2.81832	2.25607	0.98497	48.4%	58.8%	42.3%
LSTM4	2.90631	2.34720	0.98395	47.9%	58.1%	42.0%
LSTM5	2.94532	2.35835	0.98346	47.6%	57.2%	41.6%
GRU1	2.40628	1.91059	0.98914	54.0%	60.6%	45.5%
GRU2	2.55189	2.03655	0.98774	51.1%	60.0%	43.6%
GRU3	2.64313	2.10267	0.98678	49.2%	59.4%	42.7%
GRU4	2.64160	2.08723	0.98674	50.1%	59.5%	43.1%
GRU5	2.61719	2.07562	0.98694	49.6%	59.6%	43.1%

* : 해당 분류의 표본 수가 전체 표본의 10% 이하로 불균형한 경우

- : 해당 분류의 표본 수가 없는 경우

원유 시장가격에 대해 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형의 평가지표를 비교하면 RMSE 기준으로 LSTM1 모형이 2.39968로 가장 낮은 값을 나타냈으며 RNN1, GRU1 모형의 RMSE가 각각 2.40205, 2.40628로 뒤를 이었다. 다음으로는 Brennan-Schwartz, CIR-SR 모형이 각각 2.41545, 2.41607의 값으로 나타났으며 딥러닝 모형과 단일요인 확률과정 모형 간 RMSE의 차이가 크지 않았다. 또한 확률변동성 모형 중 가장 낮은 RMSE를 나타내는 MRSVJ의 RMSE는 2.50761이었으며 이는 분석에 사용된 28가지 모형 중 17번째로 작은 값이다. 즉, 확률변동성 모형은 RMSE 기준으로 다른 모형들에 비해 낮은 예측성능을 보이고 있다. 하지만 가장 낮은 예측성능을 보인 모형들은 LSTM3, LSTM4, LSTM5로 각각 2.81832, 2.90631, 2.94532의 RMSE를 가진다. 이는 딥러닝 모형을 이용한 예측에서 입력값의 길이를 적절하게 설정하는 것이 중요함을 시사한다.

MAPE 기준으로는 RNN1, LSTM1, GRU1 모형이 각각 1.89792%, 1.90845%, 1.91059%로 가장 낮게 나타났다. Dothan과 CIR-VR 모형이 1.91128%로 뒤를 이었으며 단일요인 확률과정 모형간 MAPE의 차이는 크지 않았다. 다만 딥러닝 모형의 입력값 길이를 늘인 모형들의 경우 RNN2 1.92485%, RNN5 1.93523%, GRU2 2.03655%, GRU3 2.11580%, LSTM2 2.11580%, LSTM5 2.35835%로 예측성능이 급격히 낮아졌다. 이는 Lu, Sun, Duan(2021)에서 사용한 GRNN의 2.85%. Elman 모형의 2.21%보다는 나은 성능이나, WNN(1.78%), ELM(1.63%)보다는 다소 떨어지는 성능을 보였다. R2 SCORE 기준으로는 LSTM1 모형이 0.98920으로 가장 큰 값을 나타냈으며 RNN1, GRU1 순서로 뒤를 이었다. 반면 LSTM5 모형의 R2 SCORE가 0.98346으로 가장 낮아 예측성능이 가장 낮은 것으로 나타났다.

분석기간인 외표본 자료 중 57.8%가 상승, 42.2%가 하락했으며 가격을 항상 상승이나 하락으로 분류하는 모형들을 비교에서 제외하면, RNN1

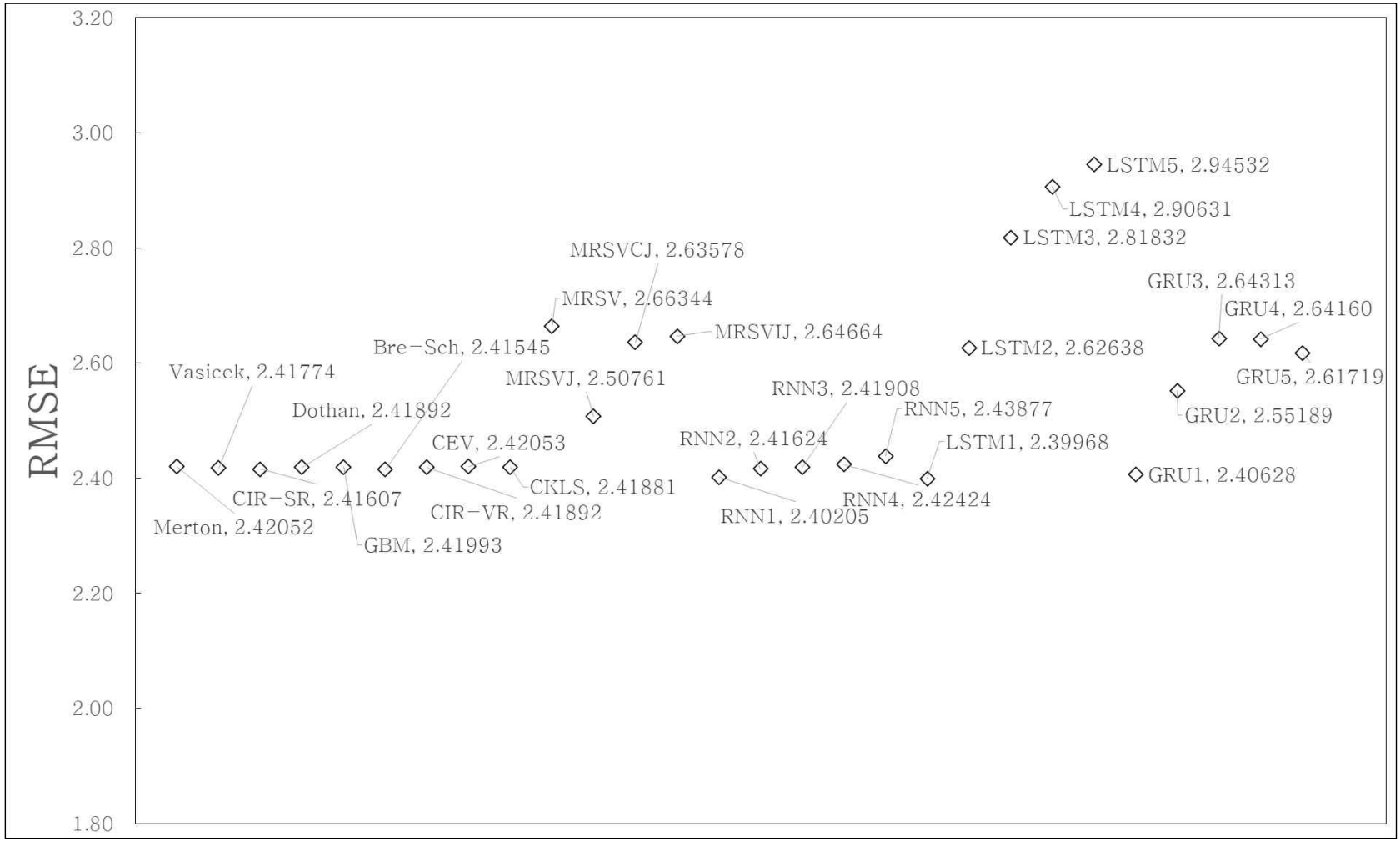
모형이 55.5%로 가장 높은 정확도를 보였으며 CKLS모형이 43.2%로 가장 낮은 정확도를 보였다. 반면 상승 정밀도에서는 MRSVJ 모형이 71.0%로 가장 높았고 이는 유가를 항상 상승한다고 예측하는 모형의 정밀도인 57.8% 보다 13.2% 높은 정밀도이다. 하락 정밀도에서는 MRSV, MRSVCJ 모형이 47.0%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 4.8% 높은 정밀도를 가졌다.

정리하면 원유 시장가격을 단일요인 확률과정, 확률변동성, 딥러닝 모형으로 예측하는 경우 딥러닝 모형 중 과거 1일치 자료만을 입력값으로 하는 LSTM1, RNN1, GRU1 모형의 예측성능이 가장 높았으며 딥러닝 모형의 적용을 고려할 수 있다. 하지만 딥러닝 모형은 입력값의 길이에 따라 예측성능이 급격하게 떨어지는 단점이 존재한다. 또한 RMSE 기준 단일요인 확률과정 모형 중 가장 성능이 좋은 Brennan-Schwartz 모형의 RMSE는 2.41545로, 딥러닝 모형 중 가장 성능이 좋은 모형인 LSTM1 모형의 2.39968과 0.01577 차이로 크게 차이가 나지 않았다.

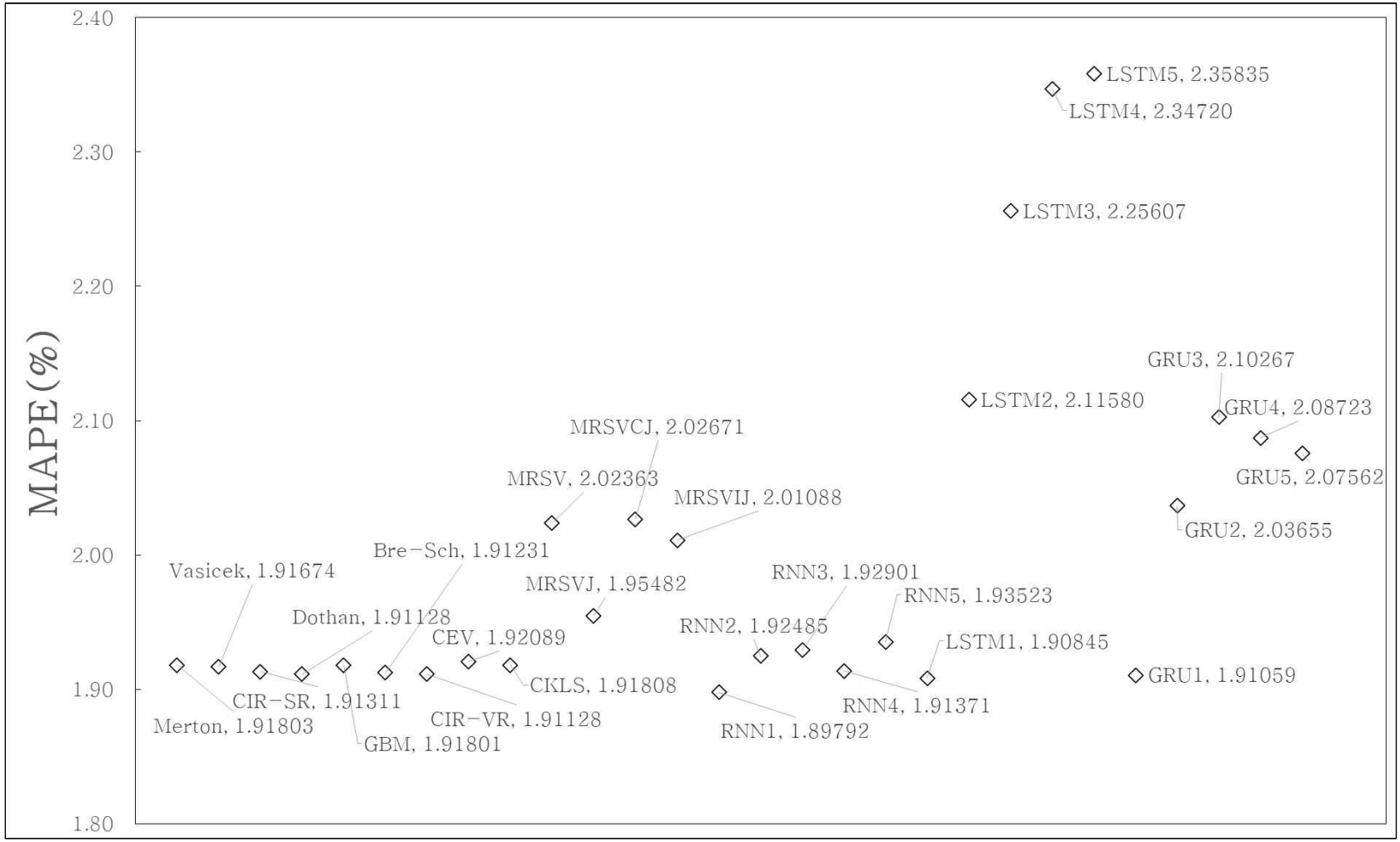
반면 확률변동성 모형 중 가장 성능이 좋은 MRSVJ 모형의 RMSE는 2.50761로 딥러닝 모형과는 0.10793의 차이를 보였다. MAPE 기준으로도 동일하게 비교하면 RNN1과 Dothan가 0.01336%, RNN1과 MRSVJ가 0.0569%의 차이를 보였으며 R2 SCORE는 LSTM1과 Brennan-Schwartz가 0.00016, LSTM1과 MRSVJ가 0.00101의 차이를 보였다.

따라서 딥러닝 모형과 단일요인 확률과정 모형은 예측성능 차이가 크지 않았고 딥러닝 모형의 경우 적절한 입력값을 지정해야 하므로 실무에서의 효율성을 고려하면 단일요인 확률과정 모형을 사용하는 것도 하나의 방안이 될 수 있다. 또한 확률변동성 모형이 RMSE, MAPE, R2 SCORE 평가지표 기준으로는 좋은 성능을 나타내지 못했으나, 상승과 하락 정밀도에서는 가장 높은 정밀도를 보였다. 따라서 모형 적용 목적이 정확한 값을 예측하는 것인지 상승과 하락으로 분류하는 것인지에 따라 다른 모형을 적용할 필요가 있다.

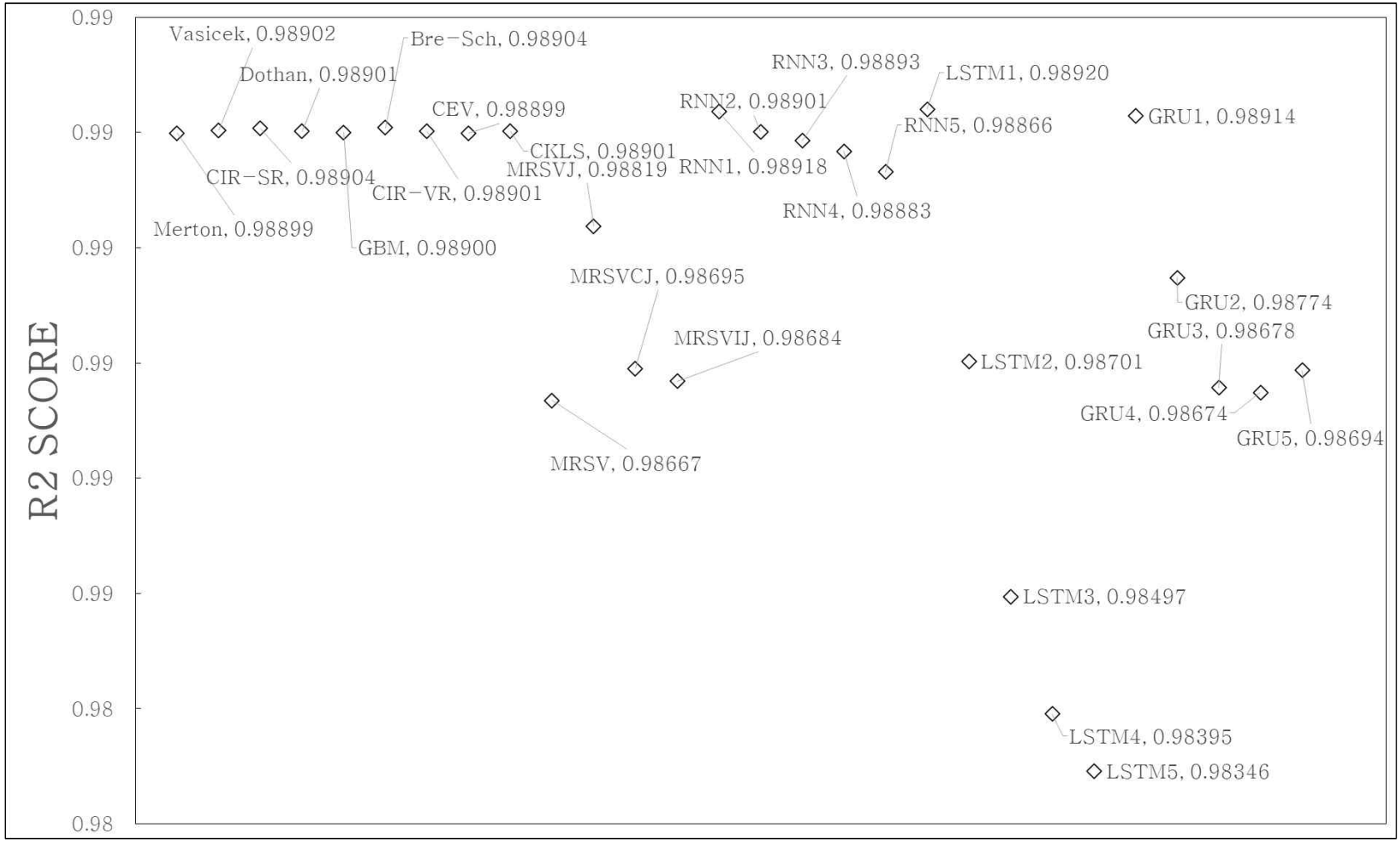
[그림 31] 원유 시장가격 모형별 RMSE



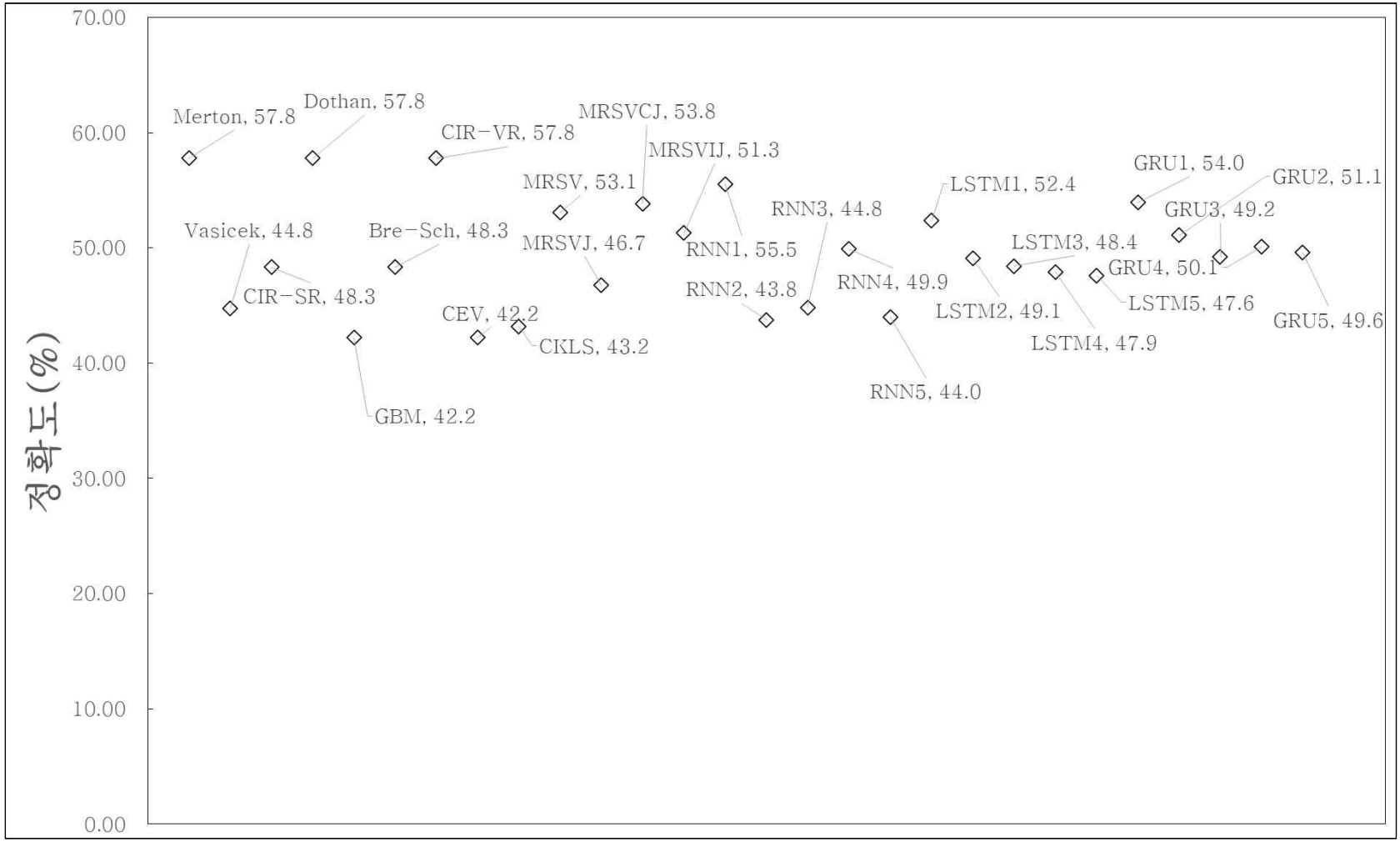
[그림 32] 원유 시장가격 모형별 MAPE(%)



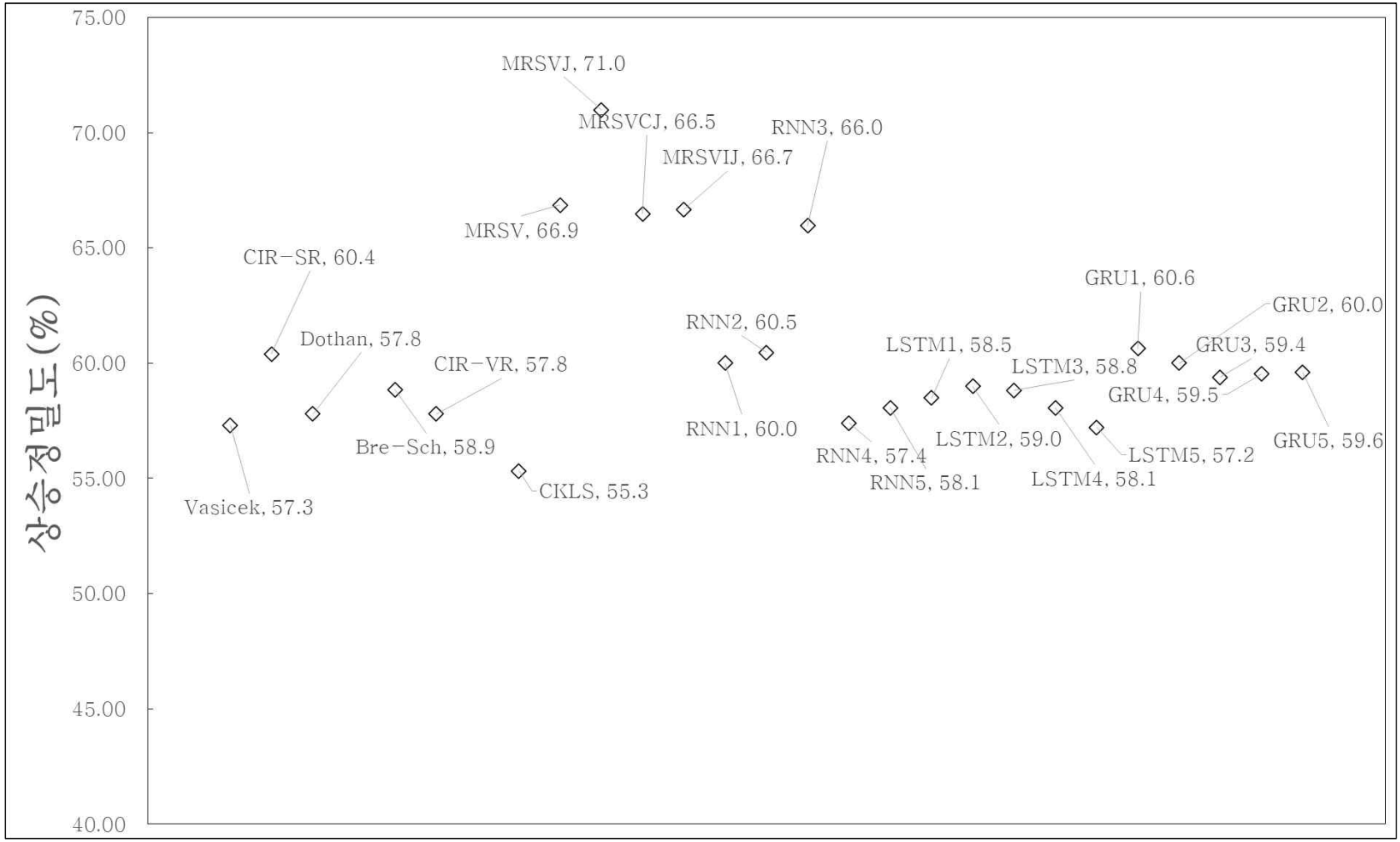
[그림 33] 원유 시장가격 모형별 R2 SCORE



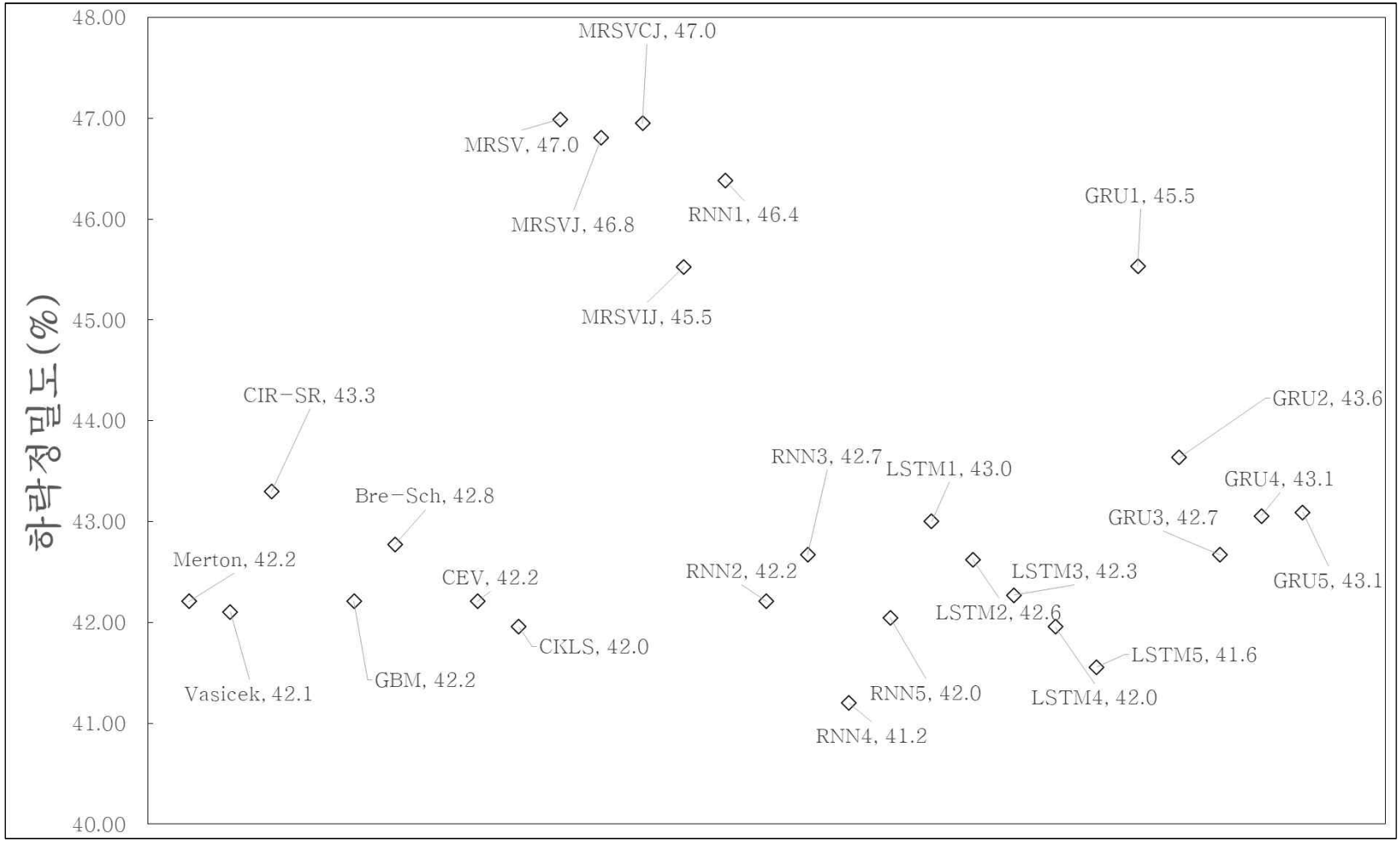
[그림 34] 원유 시장가격 모형별 정확도(%)



[그림 35] 원유 시장가격 모형별 상승정밀도(%)



[그림 36] 원유 시장가격 모형별 하락정밀도(%)



2. 천연가스 시장가격의 모형별 비교

[표 45] 천연가스 시장가격의 모형별 예측성능 비교

	RMSE	MAPE	R2-SCORE	정확도	상승 정확도	하락 정확도
Merton	0.26916	3.25671	0.98244	53.9%	53.9%	-
Vasicek	0.26905	3.26135	0.98246	48.3%	53.7%	46.1%
CIR-SR	0.26907	3.26236	0.98245	48.3%	53.7%	46.1%
Dothan	0.26918	3.25739	0.98244	53.9%	53.9%	-
GBM	0.26918	3.25670	0.98244	53.9%	53.9%	-
Bre-Sch	0.26914	3.26483	0.98245	48.3%	54.3%	46.3%
CIR-VR	0.26918	3.25739	0.98244	53.9%	53.9%	-
CEV	0.26918	3.25670	0.98244	53.9%	53.9%	-
CKLS	0.26926	3.26841	0.98243	48.1%	53.8%	46.1%
MRSV	0.27476	3.35371	0.98171	47.3%	54.5%	46.2%
MRSVJ	0.27444	3.34730	0.98175	47.5%	55.4%	46.4%
MRSVCJ	0.27489	3.33795	0.98169	47.3%	54.1%	46.2%
MRSVIJ	0.27668	3.35386	0.98145	47.7%	56.5%	46.5%
RNN1	0.37915	4.03056	0.96508	49.4%	54.1%	45.8%
RNN2	0.31504	3.59897	0.97588	50.7%	55.7%	47.1%
RNN3	0.33430	3.71663	0.97283	50.0%	54.8%	46.3%
RNN4	0.30512	3.55843	0.97736	48.5%	56.4%	46.5%
RNN5	0.43435	4.31148	0.95410	50.4%	54.8%	46.3%
LSTM1	0.36487	3.92714	0.96766	50.0%	54.7%	46.2%
LSTM2	0.37042	4.07502	0.96666	48.3%	53.4%	45.6%
LSTM3	0.34326	4.02071	0.97136	48.0%	53.3%	45.4%
LSTM4	0.34785	4.06394	0.97058	48.9%	54.4%	46.1%
LSTM5	0.33285	3.97044	0.97305	49.0%	54.7%	46.0%
GRU1	0.32904	3.72287	0.97370	47.8%	52.7%	44.9%
GRU2	0.31096	3.67092	0.97650	48.1%	53.3%	45.5%
GRU3	0.30875	3.67563	0.97683	48.0%	53.3%	45.4%
GRU4	0.28967	3.51905	0.97960	47.1%	51.6%	44.4%
GRU5	0.29113	3.53875	0.97938	48.0%	53.2%	45.2%

* : 해당 분류의 표본 수가 전체 표본의 10% 이하로 불균형한 경우

- : 해당 분류의 표본 수가 없는 경우

천연가스 시장가격에 대해 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형의 평가지표를 비교하면 RMSE 기준으로 Vasicek 모형이 0.26905로 가장 낮은 값을 나타냈으며 CIR-SR, Brennan-Schwartz 모형의 RMSE가 각각 0.26907, 0.26914로 뒤를 이었다. 또한 확률변동성 모형 중 가장 낮은 RMSE를 나타내는 MRSVJ의 RMSE는 0.27444였으며 딥러닝 모형 중 가장 낮은 RMSE를 나타내는 GRU4의 RMSE는 0.28967이었다. 이는 분석에 사용된 28가지 모형 중 각각 10번째, 14번째로 작은 값이다. 즉, 확률변동성 모형과 딥러닝 모형은 RMSE 기준으로 단일요인 확률과정 모형들에 비해 낮은 예측성능을 보이고 있다. 가장 낮은 예측성능을 보인 모형들은 LSTM2, RNN1, RNN5로 각각 0.37042, 0.37915, 0.43435의 RMSE를 가진다. 이는 원유에서와 마찬가지로 딥러닝 모형을 이용한 예측에서 입력값의 길이를 적절하게 설정하는 것이 중요함을 시사한다.

MAPE 기준으로는 GBM, CEV, Merton 모형이 각각 3.25670%, 3.25670%, 3.25671%로 가장 낮게 나타났으며 단일요인 확률과정 모형간 MAPE의 차이는 크지 않았다. 다만 딥러닝 모형은 입력값 길이에 따라 GRU4 3.51905%, GRU1 3.72287%, RNN4 3.55843%, RNN5 4.31148%, LSTM1 3.92714%, LSTM2 4.07502%로 예측성능이 급격히 낮아졌다. R2 SCORE 기준으로는 Vasicek 모형이 0.98246으로 가장 큰 값을 나타냈으며 CIR-SR, Brennan-Schwartz 순서로 뒤를 이었다. 반면 RNN5 모형의 R2 SCORE가 0.95410으로 가장 낮아 예측성능이 가장 낮은 것으로 나타났다.

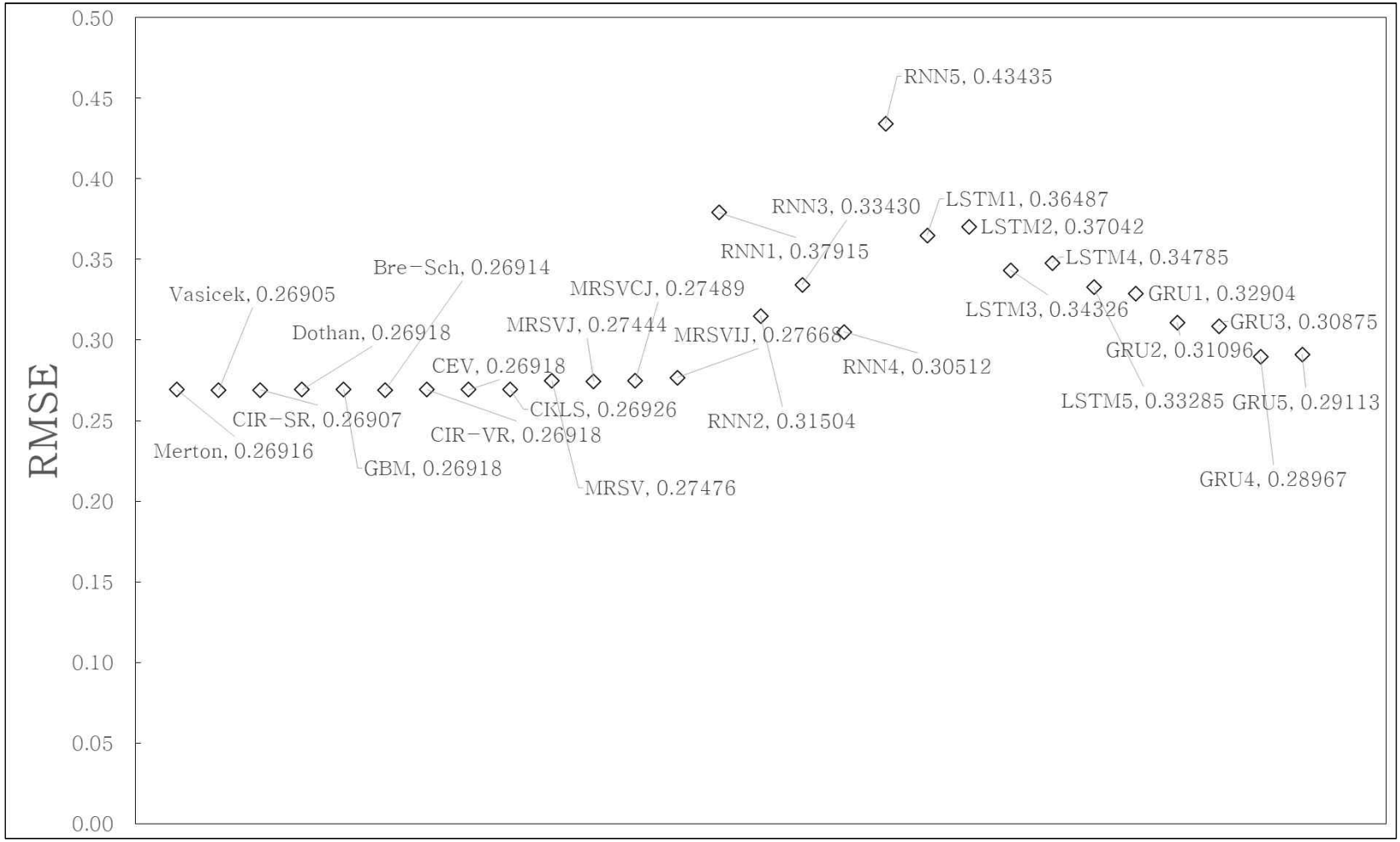
분석기간인 외표본 자료 중 53.9%가 상승, 46.1%가 하락했으며 가격을 항상 상승이나 하락으로 분류하는 모형들을 비교에서 제외하면, RNN2 모형이 50.7%로 가장 높은 정확도를 보였으며 GRU4 모형이 47.1%로

가장 낮은 정확도를 보였다. 반면 상승 정밀도에서는 MRSVIJ 모형이 56.5%로 가장 높았고 이는 천연가스 시장가격을 항상 상승한다고 예측하는 모형의 정밀도인 53.9% 보다 2.6% 높은 정밀도이다. 하락 정밀도에서는 RNN2 모형이 47.1%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다고 예측하는 모형보다 1.0% 높은 정밀도를 가졌다.

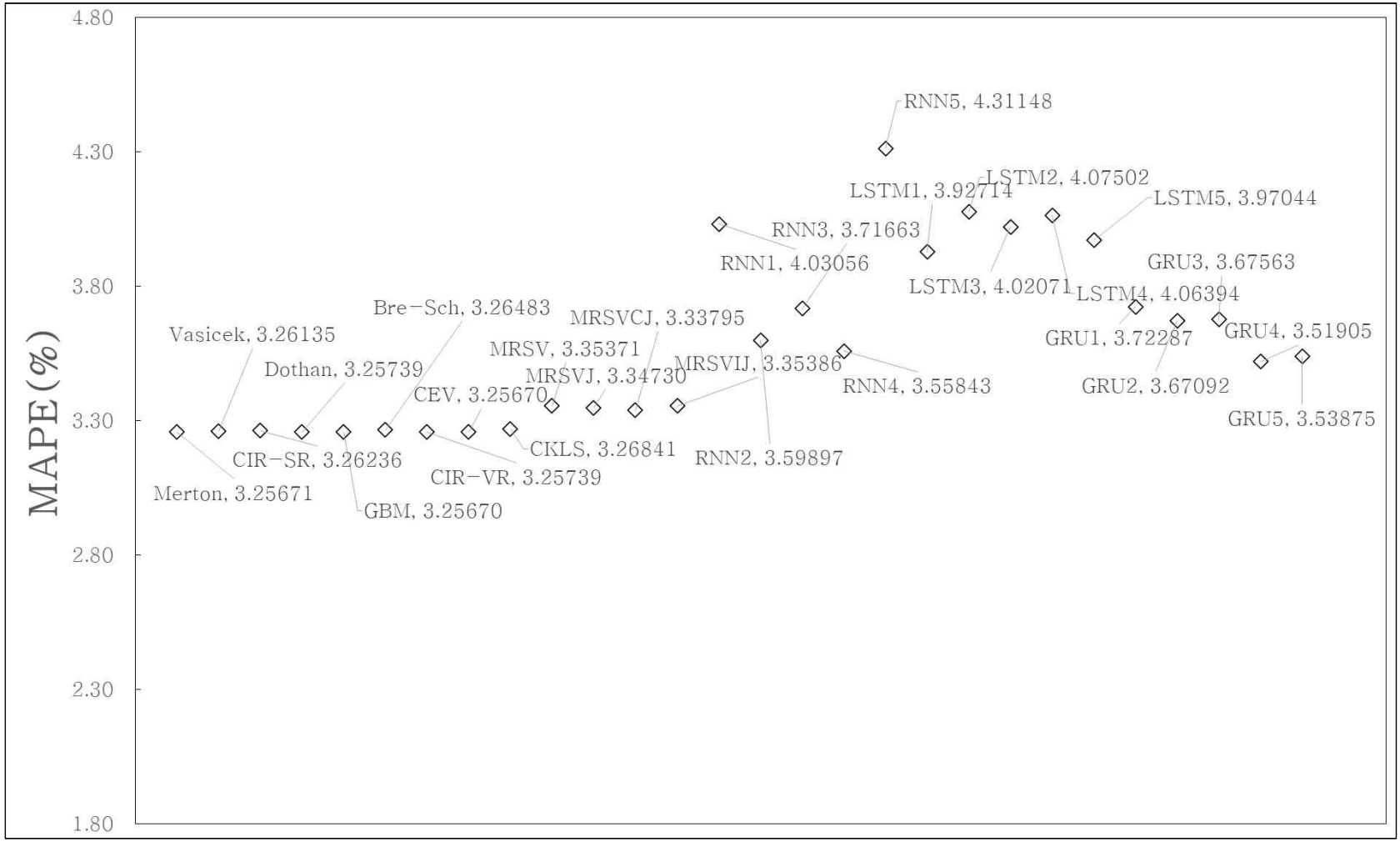
정리하면 천연가스 시장가격을 단일요인 확률과정, 확률변동성, 딥러닝 모형으로 예측하는 경우 단일요인 확률과정 모형 중 Vasicek, GBM 모형들의 예측성능이 가장 높았으며 단일요인 확률과정 모형의 적용을 고려할 수 있다. 하지만 단일요인 확률과정 모형은 가격을 항상 상승이나 하락으로 예측하는 경우가 존재하므로 적용에 주의가 필요하다. 또한 RMSE 기준 확률과정 모형 중 가장 성능이 좋은 Vasicek 모형의 RMSE는 0.26905로, 확률변동성 모형 중 가장 성능이 좋은 모형인 MRSVJ 모형의 0.27444와 0.00539의 차이를 보였다. 딥러닝 모형 중 가장 성능이 좋은 GRU4 모형의 RMSE는 0.28967로 Vasicek 모형과는 0.02065의 차이를 보였다.

MAPE 기준으로도 동일하게 비교하면 GBM과 MRSVCJ가 0.08125%, GBM과 GRU4가 0.26235%의 차이를 보였으며 R2 SCORE는 Vasicek과 MRSVJ가 0.00071, Vasicek과 GRU4가 0.00286의 차이를 보였다. 또한 단일요인 확률과정 모형이 RMSE, MAPE, R2 SCORE 평가지표 기준으로는 좋은 성능을 나타냈으나, 상승 정밀도에서는 확률변동성 모형인 MRSVIJ가, 하락 정밀도에서는 RNN2가 가장 높은 정밀도를 보였다. 반면 단일요인 확률과정 모형은 예측값을 항상 상승으로 분류하거나 하락으로 분류하기 쉽기 때문에 적용에 주의할 필요가 있다.

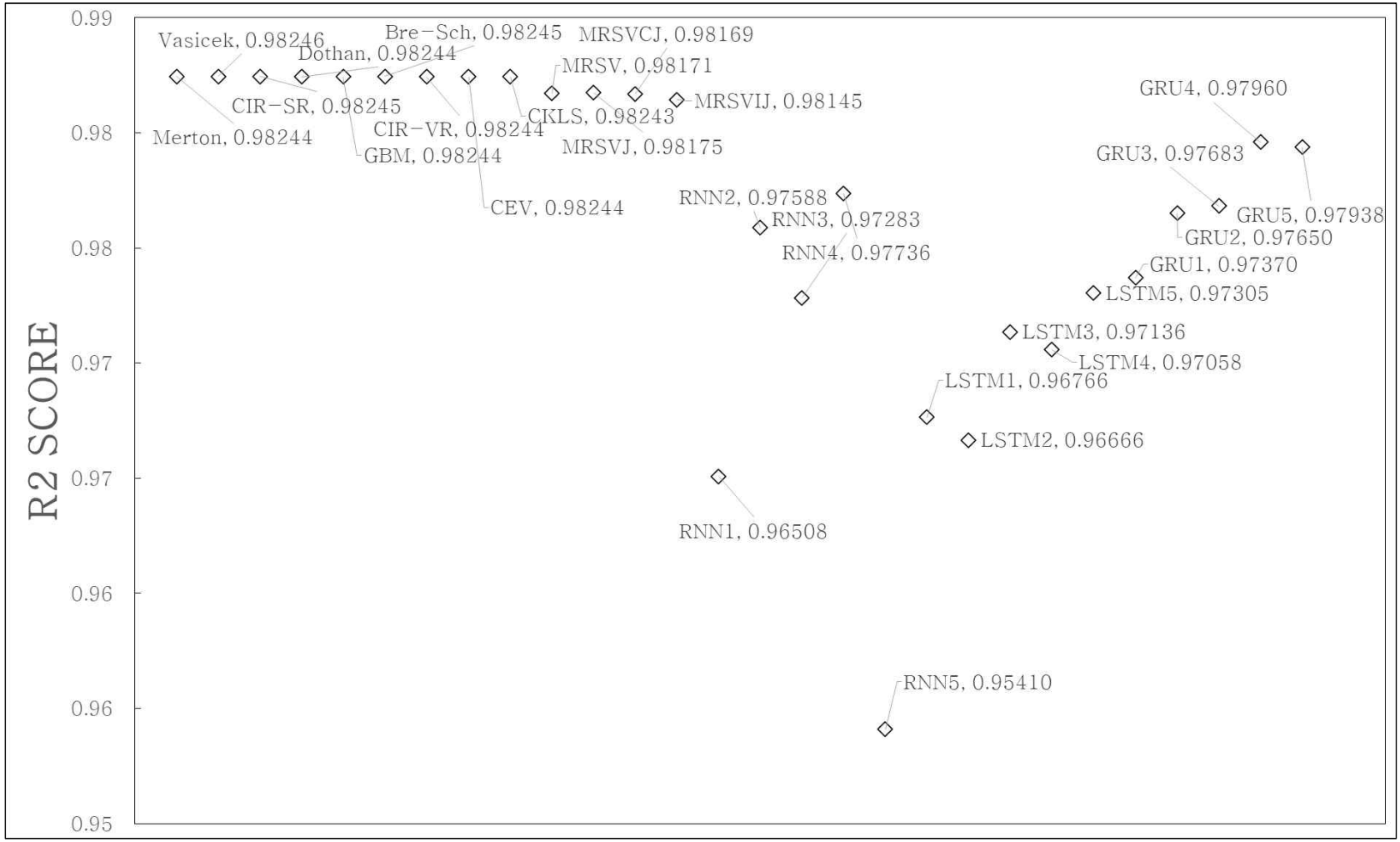
[그림 37] 천연가스 시장가격 모형별 RMSE



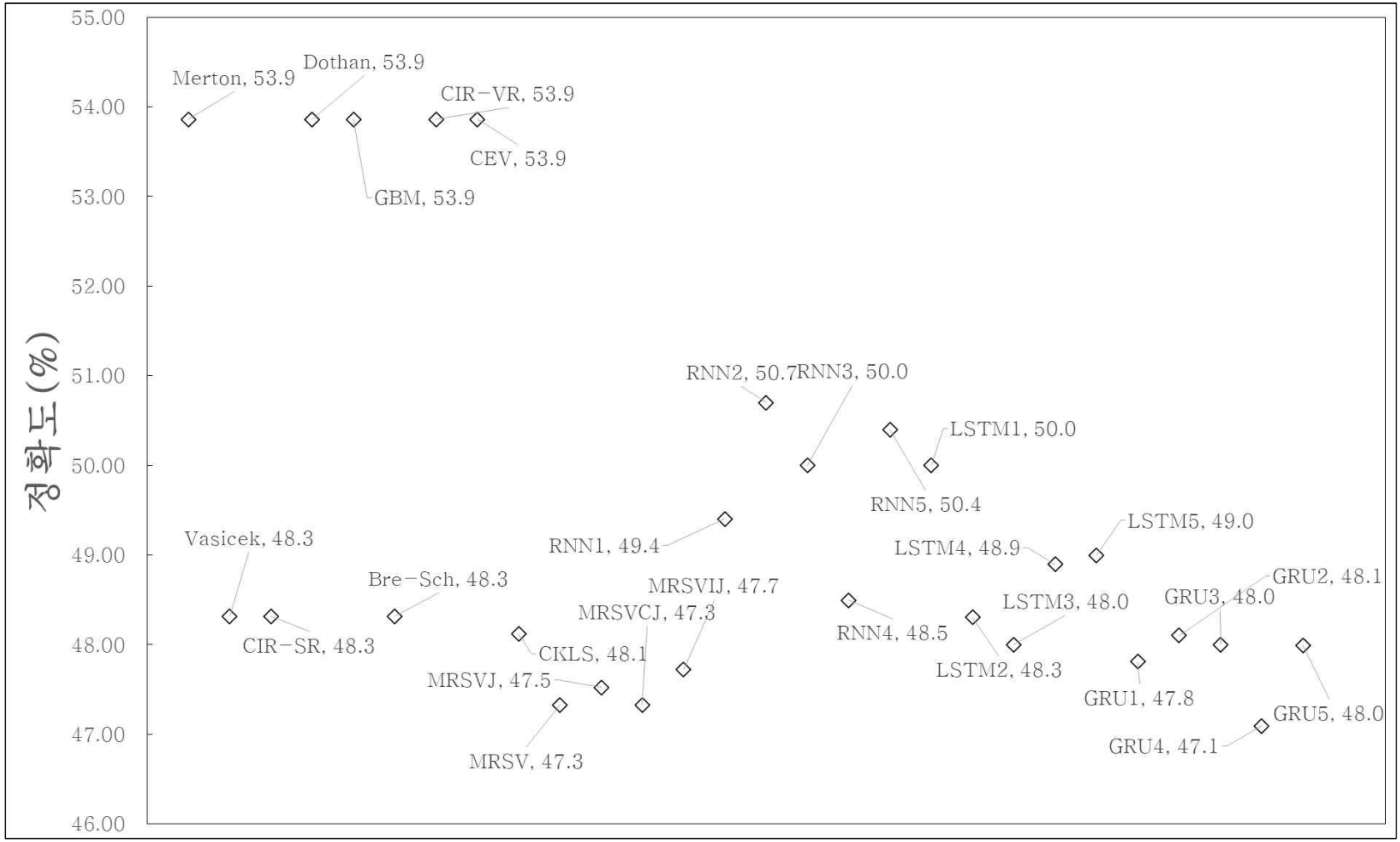
[그림 38] 천연가스 시장가격 모형별 MAPE(%)



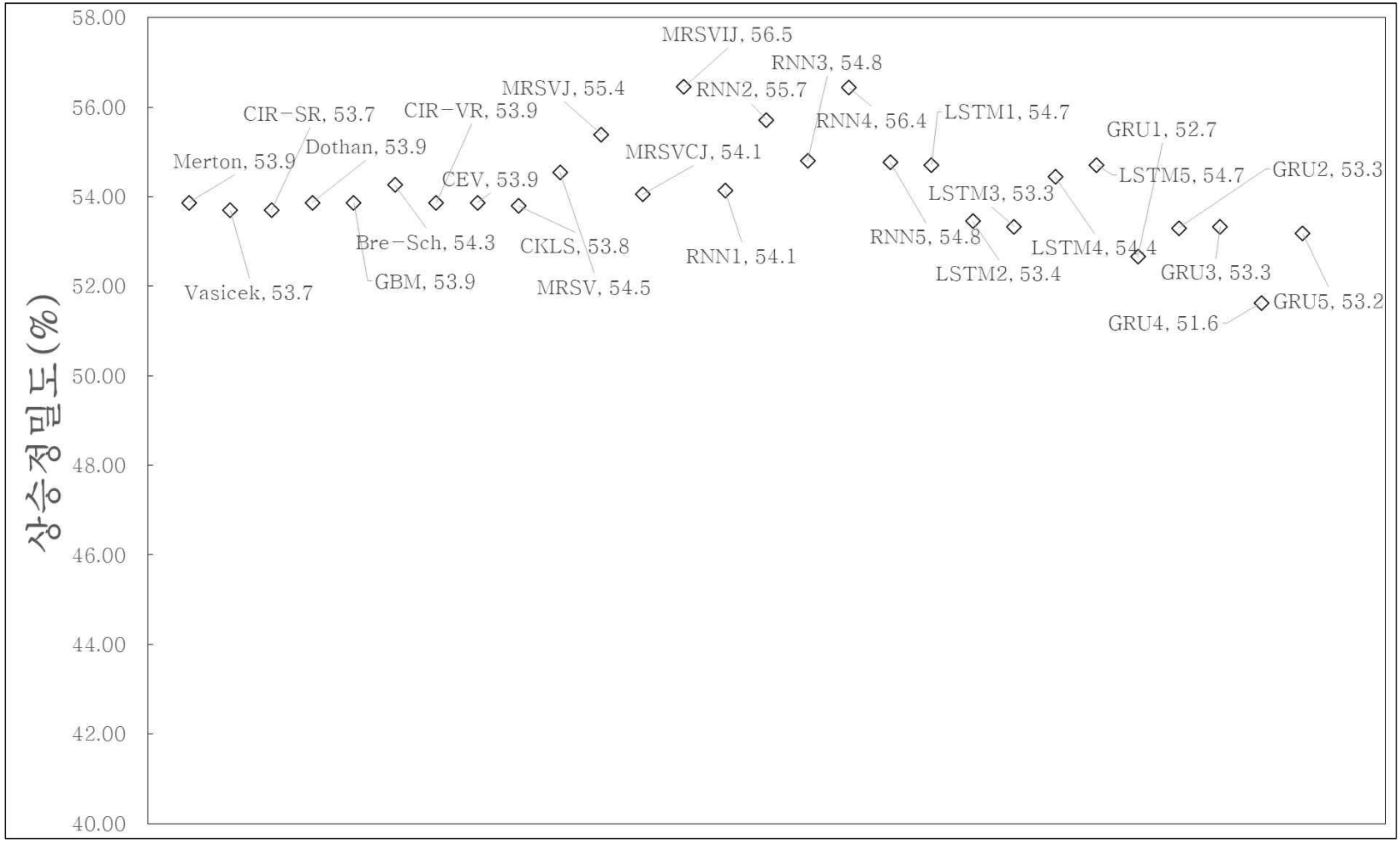
[그림 39] 천연가스 시장가격 모형별 R2 SCORE



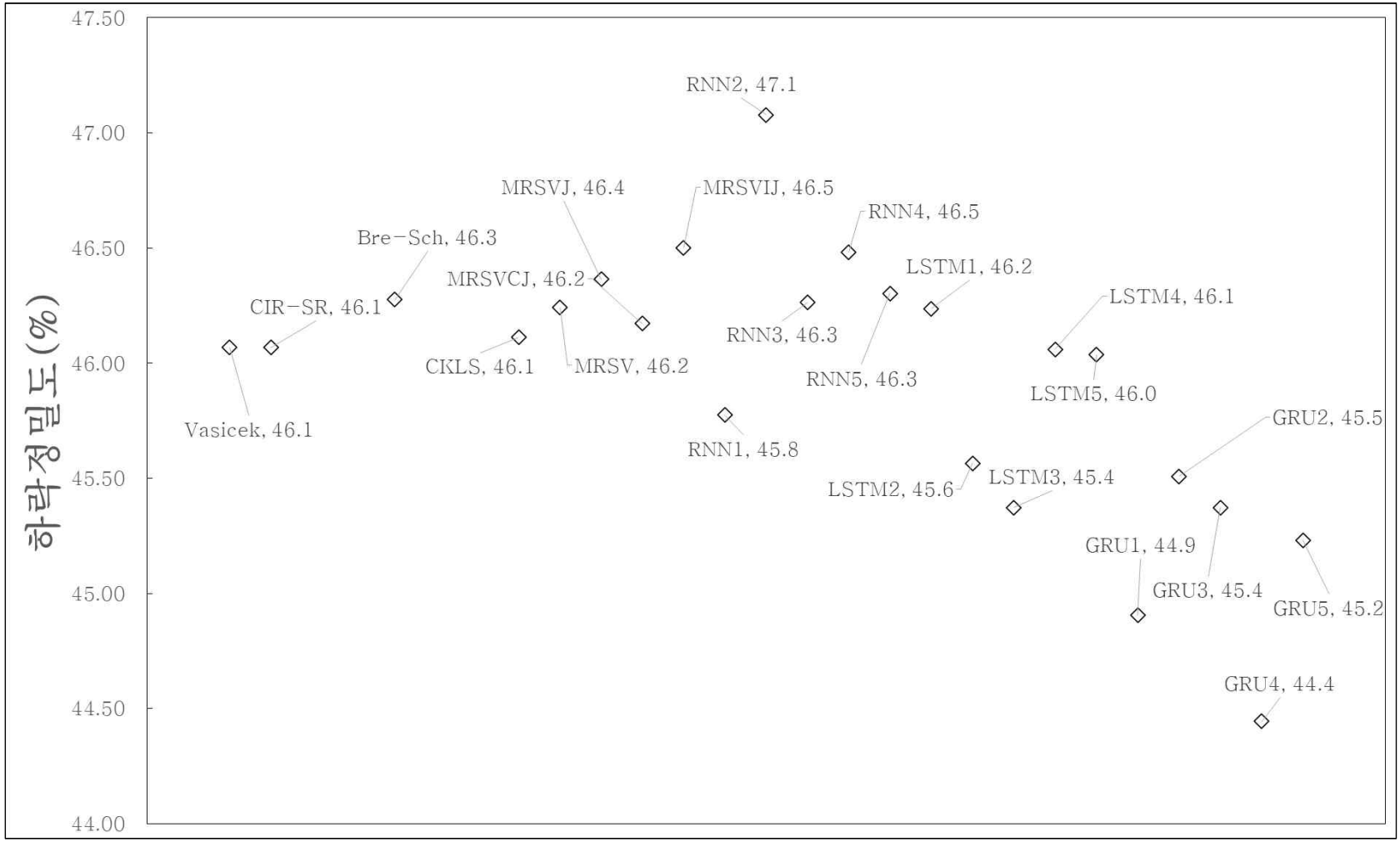
[그림 40] 천연가스 시장가격 모형별 정확도(%)



[그림 41] 천연가스 시장가격 모형별 상승정밀도(%)



[그림 42] 천연가스 시장가격 모형별 하락정밀도(%)



3. 구리 시장가격의 모형별 비교

[표 46] 구리 시장가격의 모형별 예측성능 비교

	RMSE	MAPE	R2-SCORE	정확도	상승 정확도	하락 정확도
Merton	0.13264	1.13309	0.98410	46.5%	-	46.5%
Vasicek	0.13299	1.14202	0.98401	46.5%	-	46.5%
CIR-SR	0.13310	1.14375	0.98399	46.5%	-	46.5%
Dothan	0.13263	1.13268	0.98410	53.5%	53.5%	-
GBM	0.13265	1.13398	0.98409	46.5%	-	46.5%
Bre-Sch	0.13318	1.14497	0.98397	46.5%	-	46.5%
CIR-VR	0.13263	1.13268	0.98410	53.5%	53.5%	-
CEV	0.13265	1.13375	0.98409	46.5%	-	46.5%
CKLS	0.13303	1.14276	0.98400	46.5%	-	46.5%
MRSV	0.13423	1.16012	0.98371	46.5%	-	46.5%
MRSVJ	0.14293	1.25808	0.98153	46.5%	-	46.5%
MRSVCJ	0.13487	1.15742	0.98356	46.5%	-	46.5%
MRSVIJ	0.13402	1.15668	0.98376	46.5%	-	46.5%
RNN1	0.18803	1.66940	0.96722	47.9%	59.5%*	47.0%
RNN2	0.18045	1.60386	0.96951	46.6%	100.0%*	46.5%
RNN3	0.14979	1.30166	0.97880	47.1%	61.5%*	46.7%
RNN4	0.16464	1.44955	0.97415	47.0%	100.0%*	46.8%
RNN5	0.15707	1.37247	0.97626	47.1%	66.7%*	46.9%
LSTM1	0.21219	1.86892	0.95826	48.7%	62.2%*	47.4%
LSTM2	0.20093	1.75006	0.96220	48.4%	57.6%	47.0%
LSTM3	0.21703	1.88504	0.95550	47.5%	54.0%	46.6%
LSTM4	0.19916	1.72250	0.96218	47.0%	51.4%	46.3%
LSTM5	0.17735	1.53391	0.96973	48.5%	55.6%	47.1%
GRU1	0.16581	1.46466	0.97451	48.1%	66.7%*	47.2%
GRU2	0.16542	1.44399	0.97438	48.8%	59.4%	47.3%
GRU3	0.16868	1.47577	0.97312	47.5%	54.1%	46.6%
GRU4	0.17708	1.55180	0.97010	48.0%	56.1%	47.0%
GRU5	0.16277	1.42339	0.97450	47.9%	54.8%	46.9%

* : 해당 분류의 표본 수가 전체 표본의 10% 이하로 불균형한 경우

- : 해당 분류의 표본 수가 없는 경우

구리 시장가격에 대해 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형의 평가지표를 비교하면 RMSE 기준으로 Dothan, CIR-VR 모형이 0.13263로 가장 낮은 값을 나타냈으며 Merton 모형의 RMSE가 0.13264로 뒤를 이었다. 또한 확률변동성 모형 중 가장 낮은 RMSE를 나타내는 MRSVIJ의 RMSE는 0.13402였으며 딥러닝 모형 중 가장 낮은 RMSE를 나타내는 RNN3의 RMSE는 0.14979였다. 즉, 확률변동성 모형과 딥러닝 모형은 RMSE 기준으로 단일요인 확률과정 모형들에 비해 낮은 예측성능을 보이고 있다. 가장 낮은 예측성능을 보인 모형들은 LSTM2, LSTM1, LSTM3로 각각 0.20093, 0.21219, 0.21703의 RMSE를 가진다. 이는 원유나 가스에서와 마찬가지로 딥러닝 모형을 이용한 예측에서 입력값의 길이를 적절하게 설정하는 것이 중요함을 시사한다.

MAPE 기준으로는 Dothan, CIR-VR, Merton 모형이 각각 1.13268%, 1.13268%, 1.13309%로 가장 낮게 나타났으며 단일요인 확률과정 모형간 MAPE의 차이는 크지 않았다. 다만 딥러닝 모형은 입력값 길이에 따라 GRU3 1.30166%, RNN1 1.66940%, GRU5 1.42339%, GRU4 1.55180%, LSTM5 1.53391%, LSTM3 1.88504%로 예측성능이 급격히 낮아졌다. R2 SCORE 기준으로는 Dothan, CIR-VR, Merton 모형이 0.98410으로 가장 큰 값을 나타냈으며 LSTM3 모형의 R2 SCORE가 0.95550으로 가장 낮아 예측성능이 가장 낮은 것으로 나타났다.

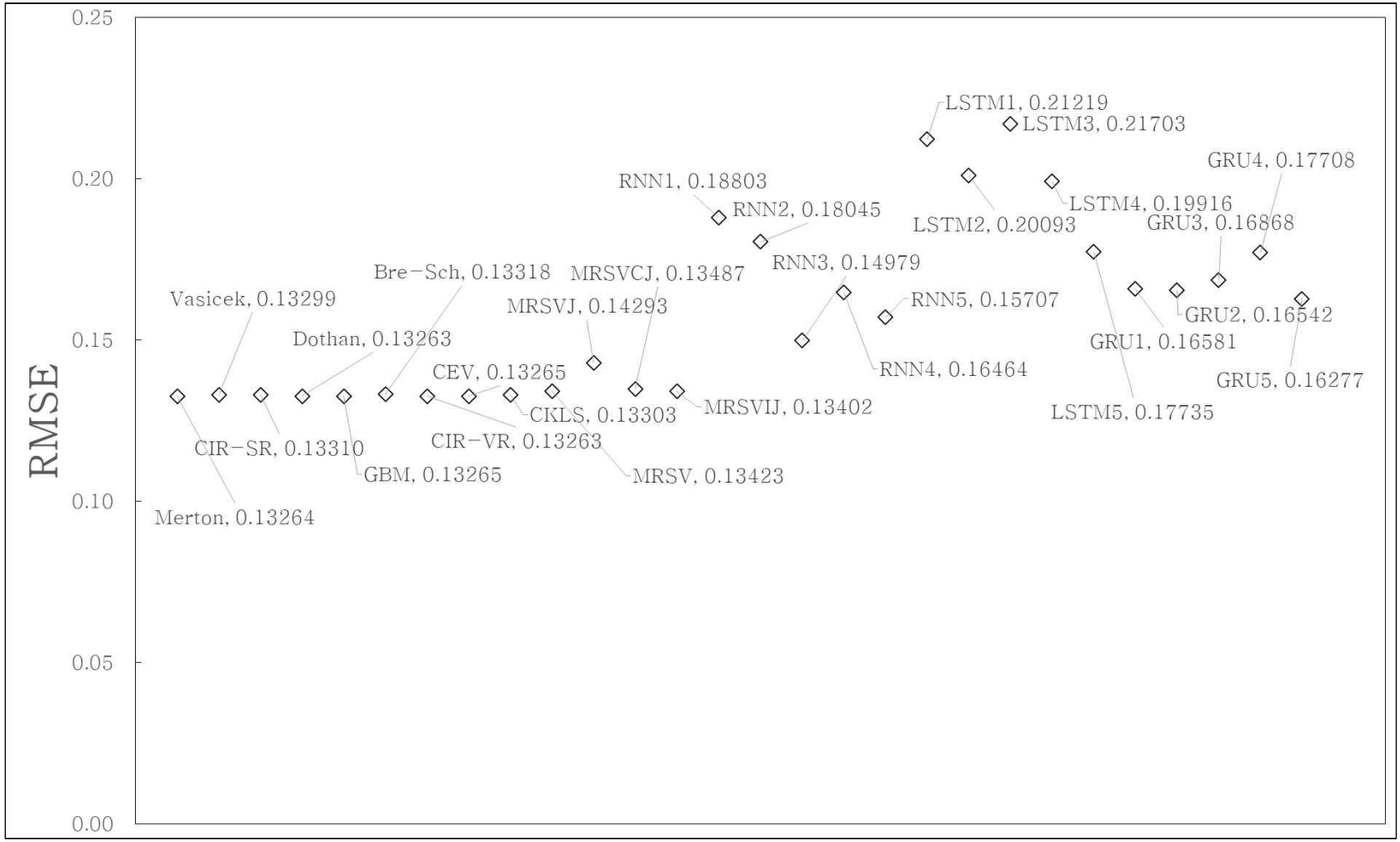
분석기간인 외표본 자료 중 53.5%가 상승, 46.5%가 하락했으며 가격을 항상 상승이나 하락으로 분류하는 모형들을 비교에서 제외하면, GRU2 모형이 48.8%로 가장 높은 정확도를 보였다. 상승 정밀도에서도 GRU2 모형이 59.4%로 가장 높았고 이는 구리 시장가격을 항상 상승한다고 예측하는 모형의 정밀도인 53.5% 보다 5.9% 높은 정밀도이다. 하락 정밀도에서도 GRU2 모형이 47.3%로 정밀도가 가장 높았으며 모두 하락한다

고 예측하는 모형보다 0.8% 높은 정밀도를 가졌다.

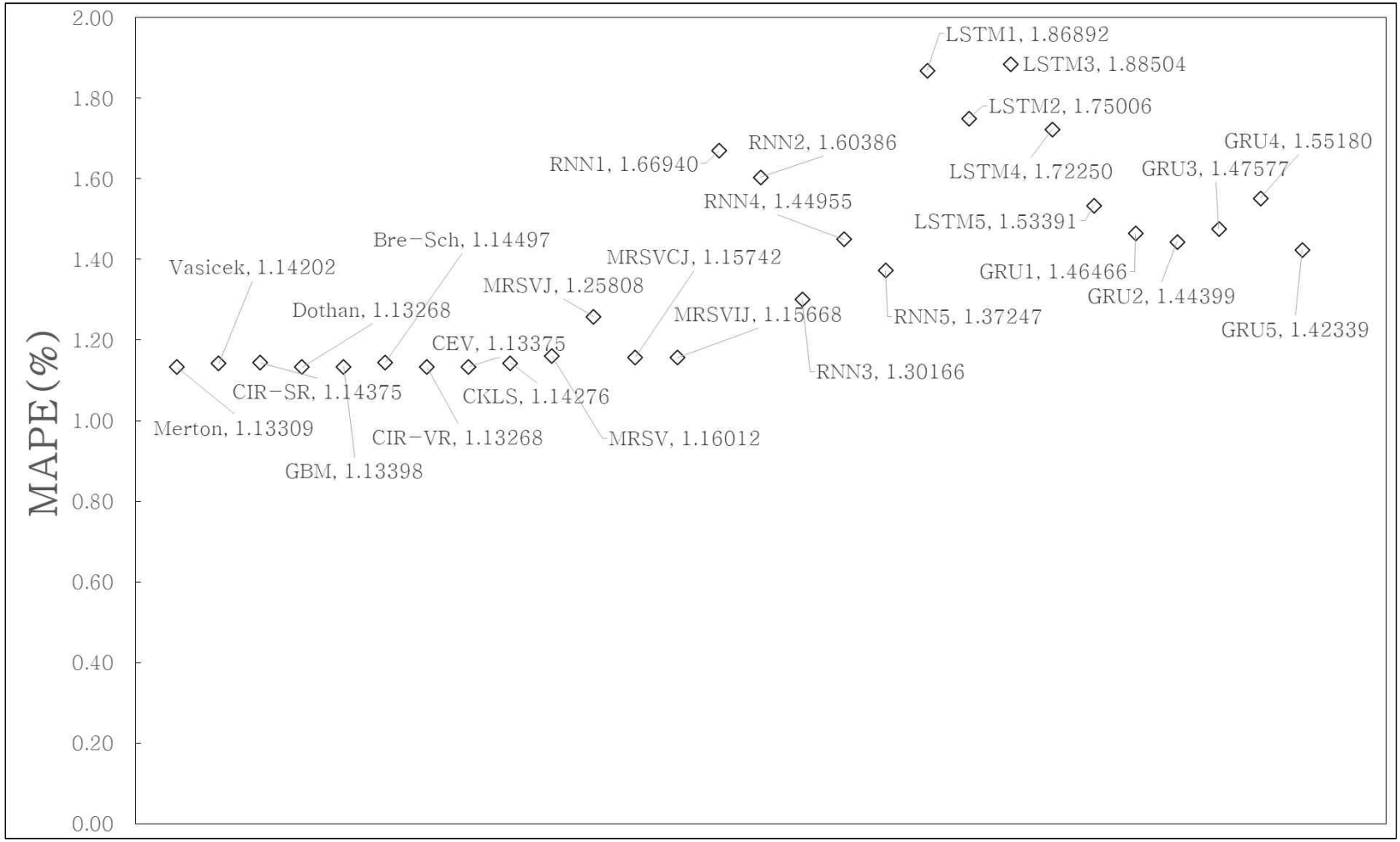
정리하면 구리 시장가격을 단일요인 확률과정, 확률변동성, 딥러닝 모형으로 예측하는 경우 단일요인 확률과정 모형 중 Dothan, CIR-VR 모형들의 예측성능이 가장 높았으며 단일요인 확률과정 모형의 적용을 고려할 수 있다. 하지만 단일요인 확률과정 모형은 가격을 항상 상승이나 하락으로 예측하는 경우가 존재하므로 적용에 주의가 필요하다. 또한 RMSE 기준 확률과정 모형 중 가장 성능이 좋은 Dothan, CIR-VR 모형의 RMSE는 0.13263으로, 확률변동성 모형 중 가장 성능이 좋은 모형인 MRSVIJ 모형의 0.13402와 0.00139의 차이를 보였다.

딥러닝 모형 중 가장 성능이 좋은 RNN3 모형의 RMSE는 0.14979로 Dothan, CIR-VR 모형과는 0.01716의 차이를 보였다. MAPE 기준으로도 동일하게 비교하면 Dothan과 MRSVIJ가 0.024%, Dothan과 RNN3가 0.16898%의 차이를 보였으며 R2 SCORE는 Dothan과 MRSVIJ가 0.00034, Dothan과 RNN3가 0.0053의 차이를 보였다. 또한 단일요인 확률과정 모형이 RMSE, MAPE, R2 SCORE 평가지표 기준으로는 좋은 성능을 나타냈으나, 상승 정밀도와 하락 정밀도에서는 확률변동성 모형인 GRU2가 가장 높은 정밀도를 보였다. 반면 단일요인 확률과정 모형은 가스에서와 마찬가지로 예측값을 항상 상승으로 분류하거나 하락으로 분류하기 쉽기 때문에 적용에 주의할 필요가 있다.

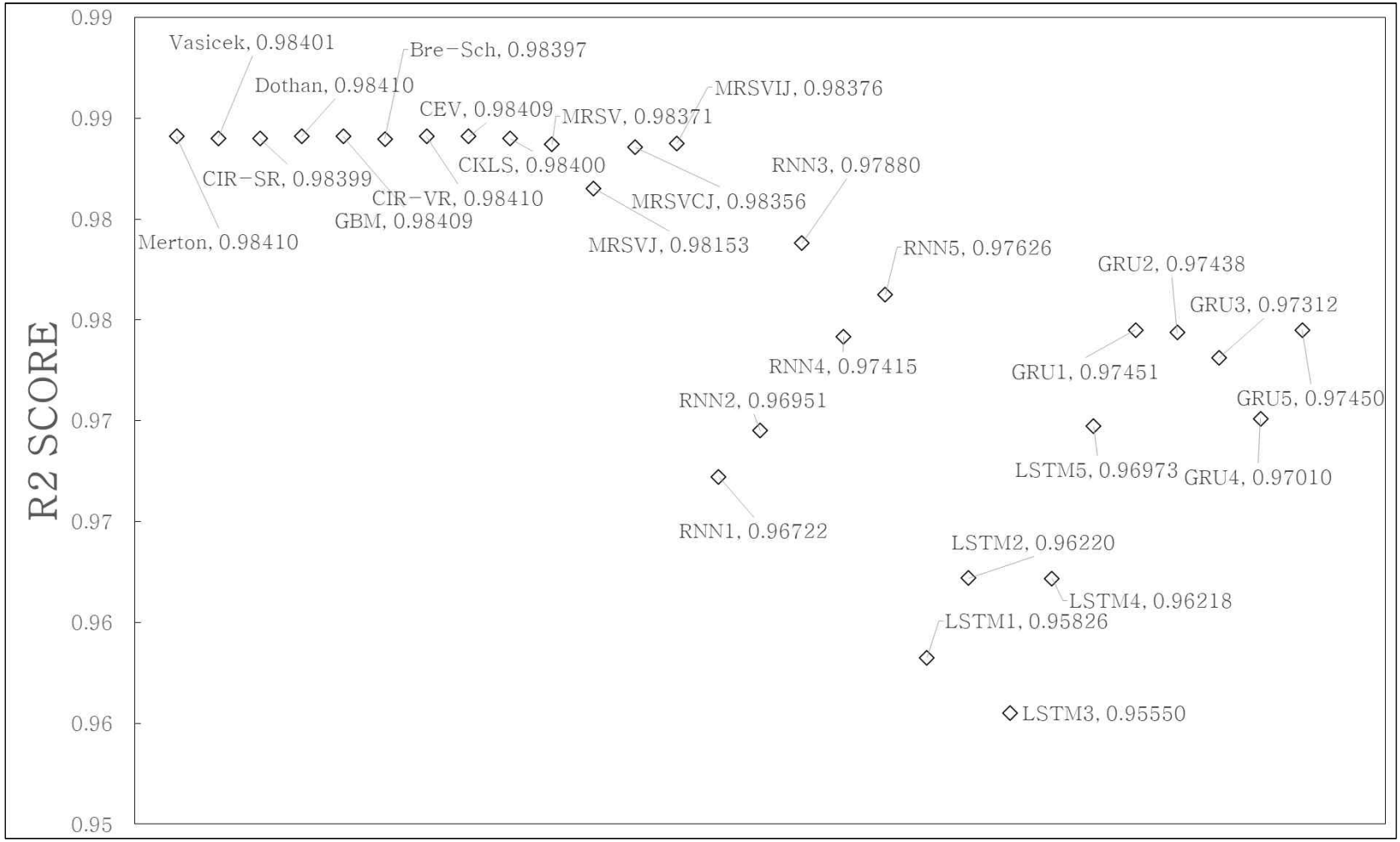
[그림 43] 구리 시장가격 모형별 RMSE



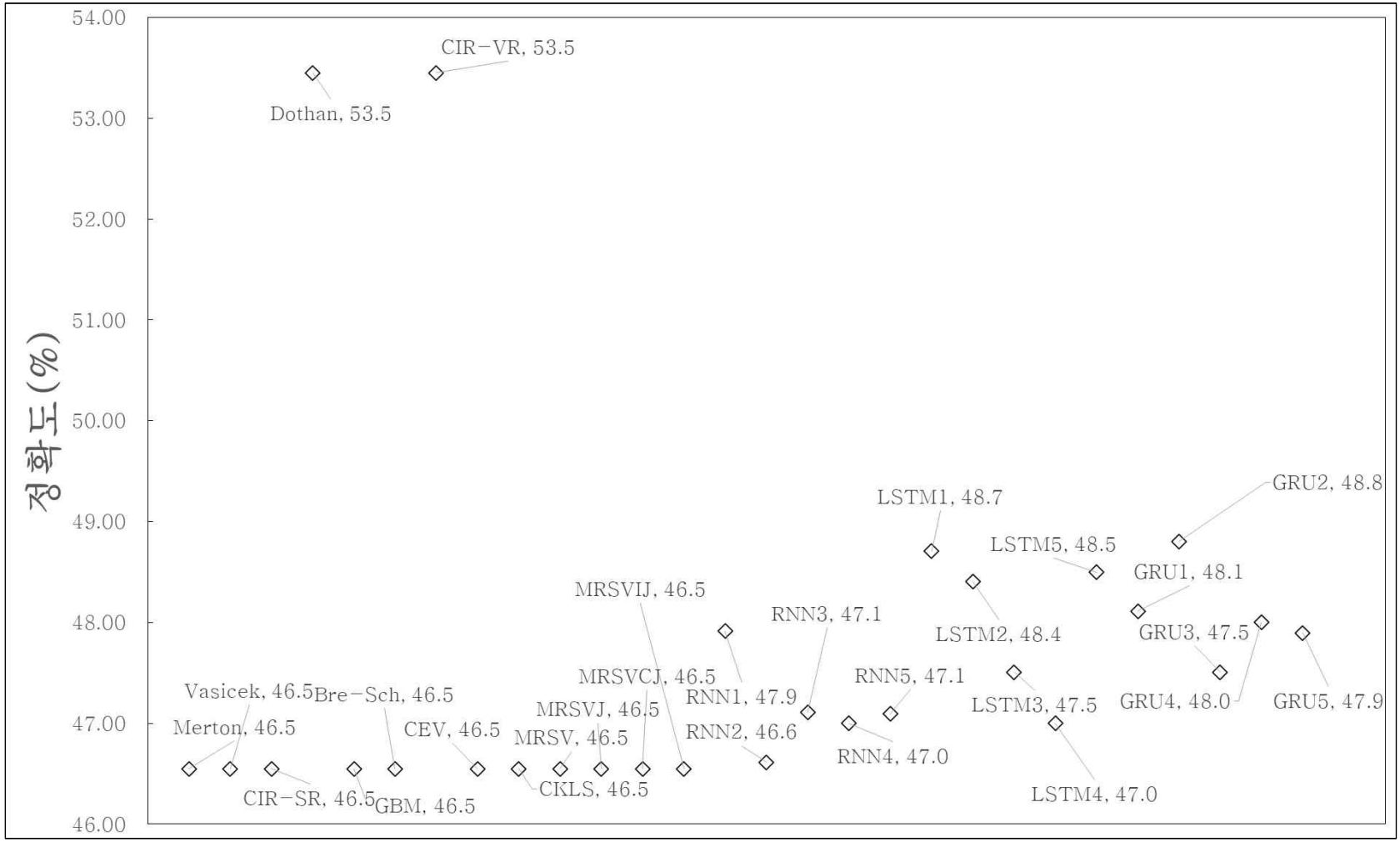
[그림 44] 구리 시장가격 모형별 MAPE(%)



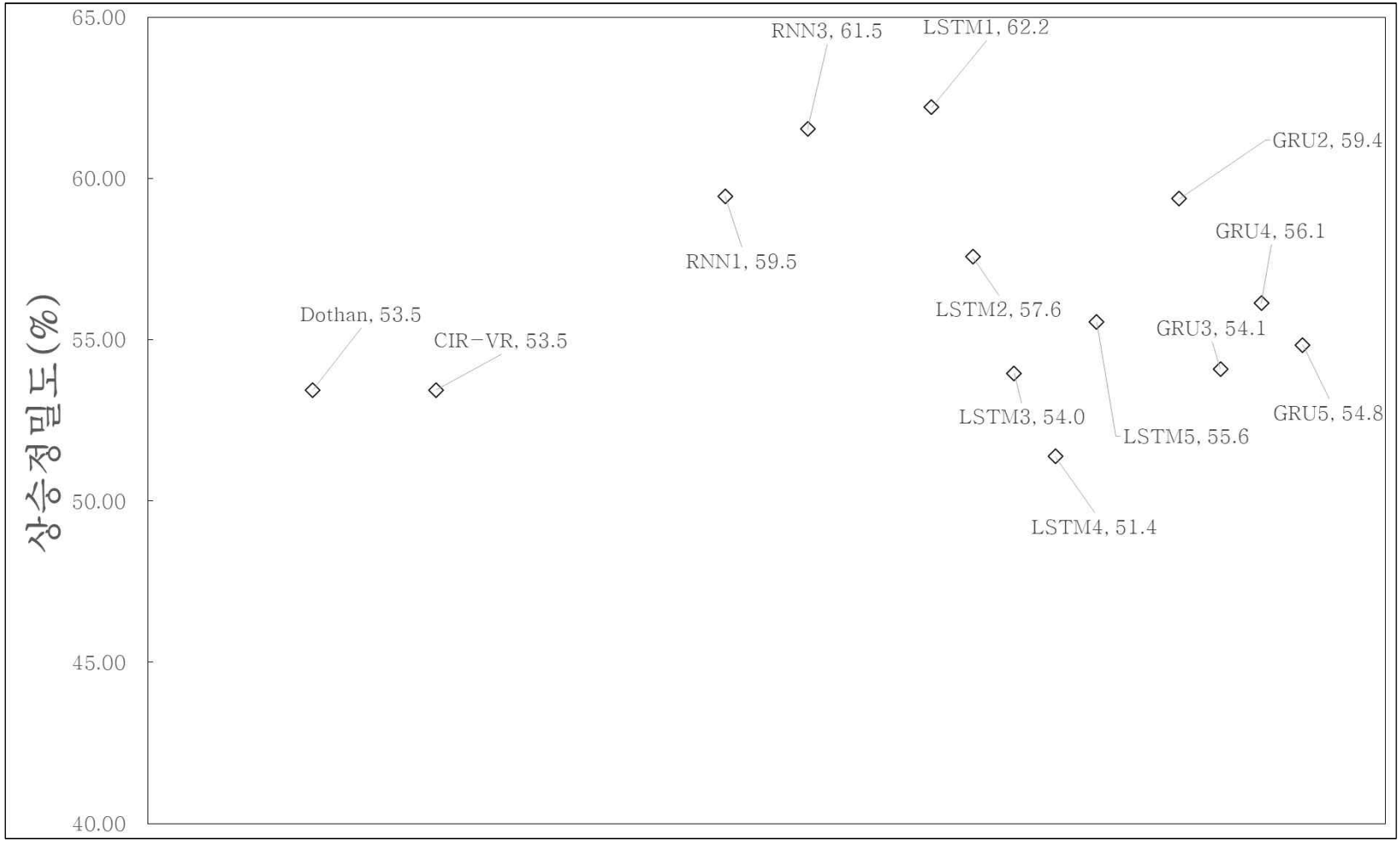
[그림 45] 구리 시장가격 모형별 R2 SCORE



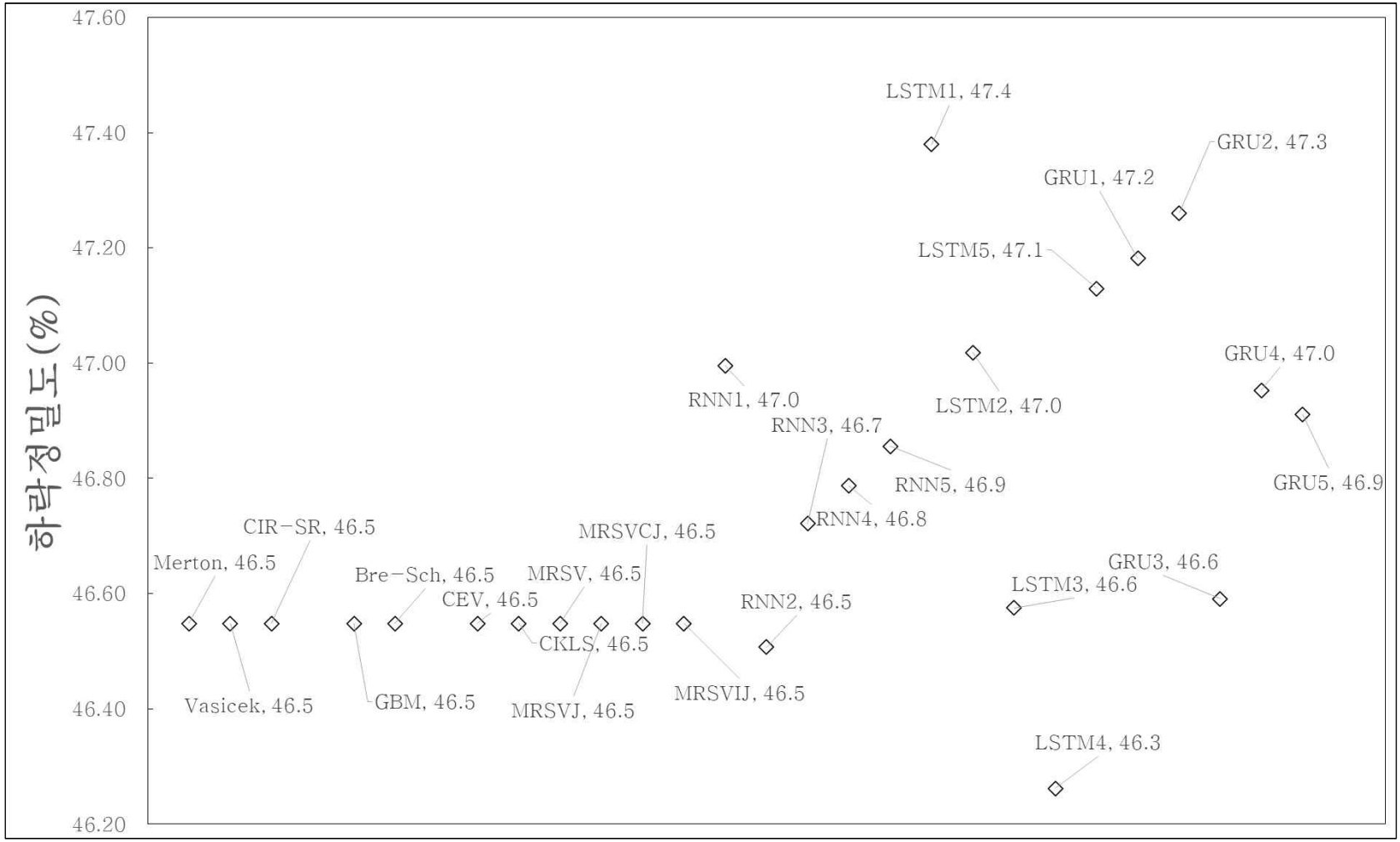
[그림 46] 구리 시장가격 모형별 정확도(%)



[그림 47] 구리 시장가격 모형별 상승정밀도(%)



[그림 48] 구리 시장가격 모형별 하락정밀도(%)



제 3 절 결과의 의의 및 한계점

본 연구의 내용을 정리하면 다음과 같다.

첫째. 원유, 천연가스, 구리 가격은 서로 다른 동태적 특성을 갖는다. COVID-19 이전 원유 시장가격은 평균회귀 성질을 가지고 있었으며 가격 수준이 높아질수록 변동성이 낮아지는 특징을 갖고 있었다. 반면 COVID-19 이후 기간까지 고려하면 평균회귀 성질을 갖는다고 보기 어려웠으며 가격 수준이 상승할수록 변동성이 높아졌다. 또한 점프가 자주 일어나는 시계열 자료라고 추정할 수 있으며, 가격의 변동은 장기적인 정보보다는 단기적인 정보나 직전 가격에 큰 영향을 받는다고 볼 수 있다. 천연가스 시장가격은 COVID-19에 상관없이 평균회귀 성질을 가진다고 보기 어려웠으며 변동성이 가격 수준에 민감하게 반응하였다. 또한 장기적인 정보에 영향을 받으며 과거 4일치 혹은 5일치 가격의 변동에 영향을 받는 시계열 자료로 해석할 수 있다. 구리 시장가격은 COVID-19 이전에는 평균회귀 성질을 가지고 있었으며 변동성이 가격 수준에 거의 영향을 받지 않았다. 하지만 COVID-19 이후 기간까지 고려하면 평균회귀 성질을 갖는다고 보기 어려웠으며 변동성이 가격 수준에 민감하게 반응하게 되었다. 또한 구리 시장가격은 장기적인 정보에 영향을 받는다고 보기 어려웠으며 가까운 3일치나 5일치 가격변동에 영향을 받는 시계열 자료로 해석할 수 있다.

둘째. 자원별로 예측성능에서 모형별로 차이가 존재하므로, 동태적 특성을 고려하여 모형을 적용해야 한다. 원유의 경우 딥러닝 모형, 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형의 순서로 예측 성능이 높은 경향을 나타냈으며 정확도에서는 딥러닝 모형, 확률변동성 모형, 단일요인 확률

과정 모형의 순서였다. 정밀도에서는 확률변동성 모형, 딥러닝 모형, 단일요인 확률과정 모형의 순서로 정밀도가 높은 경향을 나타내었다. 가스의 경우 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형의 순서로 예측 성능이 높은 경향을 나타냈으며 정확도에서는 딥러닝 모형, 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형의 순서였다. 정밀도에서는 확률변동성 모형, 딥러닝 모형, 단일요인 확률과정 모형의 순서로 정밀도가 높은 경향을 나타내었다. 구리의 경우 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형의 순서로 예측 성능이 높은 경향을 나타냈으며 정확도에서는 딥러닝 모형, 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형의 순서였다. 정밀도에서는 딥러닝 모형, 확률변동성 모형, 단일요인 확률과정 모형의 순서로 정밀도가 높은 경향을 나타내었다. 따라서 자원별로 서로 다른 모형의 적용을 고민할 필요가 있으며, 모형이 예측가격을 항상 상승 혹은 항상 하락으로 분류하게 되는 경우 적용에 주의가 필요하다.

셋째. 같은 자원에서 모형별 예측성능의 차이가 크지 않은 경우가 존재하므로, 효율성을 고려하여 계산이 간편한 모형을 사용하는 것도 하나의 방안이 될 수 있다. 단일요인 확률과정 모형, 확률변동성 모형, 딥러닝 모형의 순서로 모형에서 추정해야 하는 모수의 수가 많아지기 때문에 계산이 복잡하고 시간이 오래 걸리며, 계산을 위한 소프트웨어의 수준도 다르다. 따라서 실무에서 이를 적용하는 경우 예측성능이나 정확도의 차이가 크지 않다면 단순한 계산을 통해 비슷한 결과를 얻을 수 있는 모형을 선택할 수 있다.

마지막으로, 본 연구에서는 일별자료를 사용하였으나 주별자료, 월별자료를 적용하는 경우 다른 동태적 특성으로 인해 상이한 결과를 얻을 수 있다. 따라서 이에 대한 분석이 추후 추가될 필요가 있다.

참 고 문 헌

1) 윤원철, 박호정. (2005). 원유가격의 동태성 추정과 옵션가치 산정. 자원·환경경제연구, 14(4), 943-964.

2) 빈기범. (2005). 확산과정의 추정 기법에 관한 문헌 연구. JOURNAL OF ECONOMIC THEORY AND ECONOMETRICS, 16(2), 63-121.

3) 이철용. (2011). 베이지안 모형을 이용한 중장기 국제유가 전망 연구. POSRI 경영경제연구, 11(2), 58.

4) 송경재, 양회민. (2005). 시계열분석에 의한 국제유가 예측: Nymex-WTI 선물가격을 중심으로. 통계연구, 10(1), 4.

5) 빈기범. (2004). 확산과정의 계량경제학적 추정기법에 관한 연구 : 베이지안 MCMC를 중심으로

6) 윤원철. (2006). 단기 이자율의 동태성 추정 및 옵션가격 결정: 한국과 미국의 CD 금리를 대상으로. 금융연구, 20(1), 1-22.

7) 최혜원, 허은녕, & 김경아. (2020). 6대 주요 비철금속의 국제시장가격 변동요인 구조벡터회귀분석. 한국자원공학회지, 57(4), 352-361.

8) 김대균, 이윤동. (2011). NLL과 GMM을 중심으로 한 확산모형 추정법 비교. Ŭngyong T'onggye Yŏn'gu, 24(6), 1007-1020.

9) 최승문. (2021). 국제 원유 가격들의 확산과정 모형 추정. 에너지경제연구, 20(1), 173-207.

10) 권혁건, 이동규, & 신민수. (2017). RNN(Recurrent Neural Network)을 이용한 기업부도예측모형에서 회계정보의 동적 변화 연구. 지능정보연구, 23(3), 139-153.

11) 이유아, 허은녕. (2007). CKLS 확률구조방정식을 활용한 탄소배출권 가격의 동태성 분석, 한국에너지공학회 추계학술발표회 2007, 269-275.
12) 정세록, 허은녕. (2015). 셰일가스 생산기술 성공으로 발생한천연가스 가격의 구조변화 및 특성변화 고찰. 한국혁신학회지, 10(2), 123-141.
13) 유영섭. (2017). 탑다운 현장의 대심도 지하구조물 철거방안 선정을 위한 인공신경망 모델. 서울시립대학교 대학원
14) 한국광물자원공사 자원정보센터. (2015). 비철금속 시장의 불확실성 분석
15) 노산하, & 김남현. (2019). 유가 불확실성이 국내 경제변수에 미치는 영향. 국제경제연구, 25(1), 1-38.
16) 유신재, 장창익. (1993). 시계열 분석에 의한 어획량 예측 - 한국 근해산 갈치를 예로 하여. Journal of Aquaculture (Busan, Korea), 26(4), 363-368.
17) 이권형, 손성현, 장윤희, 유광호, & 이다운. (2021). 에너지전환시대 중동 산유국의 석유산업 다각화 전략과 한국의 협력방안: 사우디아라비아와 UAE를 중심으로. 연구보고서, 2021(2), 1-209.
18) 서영민, Young Min Seo, 박기범, & Ki Bum Park. (2011). Bayesian MCMC 및 Metropolis Hastings 알고리즘을 이용한 강우빈도분석에서 확률분포의 매개변수에 대한 불확실성 해석. 한국환경과학회지, 20(3), 329-340.
19) 윤의혁, 박종빈, 이재혁, 신현석. (2018). 인공신경망 모형을 이용한 도달시간의 신뢰성 평가 -온천천 유역을 대상으로. Journal of Korea Water Resources Association, 51(1), 71-80.

20) 한무영. (2006). MCMC를 이용한 전염병 확산 모형개발에 관한 연구. 연세대학교 대학원
21) 박준용. (2001). 확산과정을 이용한 이자율 모형; 추정논리 및 실증분석. [BOK] 경제분석, 7(4), 0-0.
22) 류종현. (2015). 동적 계획법을 이용한 LNG 현물시장에서의 포트폴리오 구성방법. 대한산업공학회지, 41(3), 259-266.
23) 박호정, 도현재, & 장희선. (2019). 교환옵션을 이용한 미국산 LNG 계약의 신축성 가치 연구. 한국경제연구, 37(2), 37-58.
24) 이인구. (2018). 원유가격이 국가 간 가격분산에 미치는 영향에 대한 실증 연구. 무역학회지, 43(2), 69-86.
25) 한국은행. (2013). 세계천연가스시장의 현황 및 전망, 국제경제리뷰 제2013-16호, 19-31.
26) 목지윤. (2019). 딥러닝을 활용한 LSTM모형 구축 및 댐 유입량 예측. 서울시립대학교 대학원
27) 유민희. (2020). 딥러닝 기반 순환신경망을 이용한 급성심근경색 발생 예측모형 개발 및 성능 비교
28) 박강희, Tianya Hou, & 신현정. (2011). 기계학습기법에 기반한 국제유가 예측 모델. 대한산업공학회지, 37(1), 64-73.
29) 민배현, 권서윤, 박가영, & 정대인. (2020). 석유가스 개발사업의 인공지능기술 활용 현황 및 전망. 한국자원공학회지, 57(3), 295-308.
30) 배성완, & 유정석. (2018). 머신 러닝 방법과 시계열 분석 모형을 이용한 부동산 가격지수 예측. 주택연구, 26(1), 107-133.
31) 안성배, 김기환, 김수빈, 이진희, & 한민수. (2017). 국제 에너지시장 구조변화의 거시경제효과 분석. 연구보고서, 2017(1), 1-167.

32) 정세록. (2016). 국제원유시장가격의 확률과정 모형화에 대한 메타연구 및 실증연구, 서울대학교 대학원
33) 이유아. (2008). CKLS 연속확률과정 모형을 이용한 국제원유가격의 동태성 분석, 서울대학교 대학원
34) 이규현. (2008). 확률과정모형을 이용한 국제 천연가스시장의 가격변동성특성연구, 서울대학교 대학원
35) 윤원철. (2005). 확률과정 모형을 활용한 이자율의 추정 및 시사점. 경제연구, 26(1), 95.
36) 김영수, & 박호정. (2021). DNN과 LSTM 활용한 일일 전력수요모델 개발 및 예측. 한국기후변화학회지, 12(3), 241-253.
37) 권혁수, 윤원철. (2005). 위험관리기법을 통한 발전용 유연탄의 조달전략 수립
38) 김지영. (2009). 축약형모형을 이용한 Merton의 부도예측모형 방법론 평가. 한국재무학회 학술대회, 863-892.
39) 신성호, 이미경, & 송사광. (2018). LSTM 네트워크를 활용한 농산물 가격 예측 모델. 한국콘텐츠학회 논문지, 18(11), 18(11), 416-429.
40) 이지영, 선영규, 이선민, 김수현, 김영규, 이원섭, 김진영. (2019). GRU기반 전력사용량 예측을 적용한 스마트 미터기 구현. The Journal of the Institute of Internet, Broadcasting and Communication : JIIBC, 19(5), 93-99.
41) 윤재호. (2010). 최적필터(optimal filter)를 이용한 우리나라 주가지수의 확률변동성 및 점프 추출. 경제분석, 16(3), 79-119.
42) 오선아, & 이슬기. (2010). 비철금속 시장의 효율성 검정 연구. 한국자원공학회지, 47(4), 433-439.

43) 강내영, 강성은. (2021). 국제원자재 가격의 변동요인 및 우리 수출에의 영향 분석, 한국무역협회 동향분석실
44) 최선규, 조호영, 김성용, 김창성, & 고은미. (2008). 자원경제지표와 주요 금속의 중・장기 수요 예측 -아연, 납, 구리, 니켈을 중심으로. 자원환경지질, 41(3), 345-357.
45) 현승희, 송미경. (2021). 최근 LNG 가격상승 요인 분석 및 중단기 전망, NICE 신용평가
46) 대한무역투자진흥공사(2022), 주요산업 조업재개 정책 동향, 대한무역투자진흥공사 상하이무역관(5월 6일자)
47) 이윤동, 이은경, Lee, Y., & Lee, E. (2013). 확산모형에 대한 누율생성함수의 근사와 가우도 추정법. 한국경영과학회지, 38(1), 201-216.
48) 천도현, 김지훈, & 김병천. (2017). 확률적 변동성 모형을 이용한 원화 환율 변동성 추정. 통계연구, 22(3), 68-99.
49) 조승현. (2007). 실물연계증권의 가치 평가 : CKLS모형과 시뮬레이션을 중심으로 = (An)Estimation of Commodity Linked Securities Prices : Using the CKLS Model and Simulation
50) Tankov, P. (2003). Stochastic calculus for jump processes. In Financial Modelling with Jump Processes (pp. 264-311). Chapman and Hall/CRC.
51) Kang, H., Cho, J., Lee, H., Hwang, J., & Moon, H. (2021). Development of an ANN-Based Urban Flood Alert Criteria Prediction Model and the Impact of Training Data Augmentation. Journal of the Korean Society of Hazard Mitigation, 21(6), 257-264.

52) Young, C., & Liu, W. (2015). Prediction and modelling of rainfall-runoff during typhoon events using a physically-based and artificial neural network hybrid model. Hydrological Sciences Journal, 60(12), 2102-2116.

53) ArunKumar, K., Kalaga, D., Mohan Sai Kumar, C., Kawaji, M., & Brenza, T. (2022). Comparative analysis of Gated Recurrent Units (GRU), long Short-Term memory (LSTM) cells, autoregressive Integrated moving average (ARIMA), seasonal autoregressive Integrated moving average (SARIMA) for forecasting COVID-19 trends. Alexandria Engineering Journal, 61(10), 7585-7603.

54) Condon, E., Golden, B., & Wasil, E. (1999). Predicting the success of nations at the Summer Olympics using neural networks. Computers & Operations Research, 26(13), 1243-1265.

55) Da'u, A., & Salim, N. (2020). Recommendation system based on deep learning methods: A systematic review and new directions. The Artificial Intelligence Review, 53(4), 2709-2748.

56) Sazli, M.H. (2006). A brief review of feed-forward neural networks.

57) Suebsombut, P., Sekhari, A., Sureephong, P., Belhi, A., & Bouras, A. (2021). Field data forecasting using lstm and bi-lstm approaches. Applied Sciences, 11(24), 11820.

58) Ekonomou, Lambros & Maris, T. (2012). Driver Classification Identification using Artificial Intelligence.

59) Zhao, H., Chen, Z., Jiang, H., Jing, W., Sun, L., & Feng, M. (2019). Evaluation of three deep learning models for early crop classification using Sentinel-1A imagery time series-a case study in Zhanjiang, China. Remote Sensing (Basel, Switzerland), 11(22), 2673.

60) Ranjbari, Leyla & Bahar, Arifah & Zainal, And & Aziz, Abdul. (2014). STOCHASTIC MODELS OF NATURAL GAS PRICES.

61) Chan, K., Karolyi, G., Longstaff, F., & Sanders, A. (1992). An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate. The Journal of Finance (New York), 47(3), 1209-1227.

62) Bali, T. (2000). Testing the Empirical Performance of Stochastic Volatility Models of the Short-Term Interest Rate. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 35(2), 191-215.

63) Płuciennik, P. (2010). Forecasting Financial Processes by Using Diffusion Models. Dynamic Econometric Models, 10, 51.

64) Selvaganapathy, S., Nivaashini, M., & Natarajan, H. (2018). Deep belief network based detection and categorization of malicious URLs. Information Security Journal., 27(3), 145-161.

65) Goodwin, D. (2013). Schwartz-Smith Two-Factor Model in the Copper Market: before and after the New Market Dynamics.

66) Ben Nowman, K., & Wang, H. (2001). Modelling commodity prices using continuous time models. Applied Economics Letters,

8(5), 341-345.

67) Xiaojian Yu. (2009). A Comparison Study on Interest Rate Models of SHIBOR Based on MCMC Method. 2009 International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence, 2, 15-18.

68) Kladívko, K. (2008). The General Method of Moments (GMM) using MATLAB : The practical guide based on the CKLS interest rate model.

69) Dothan, L. (1978). On the term structure of interest rates. Journal of Financial Economics, 6, 59-69.

70) Oyuna, D., & Yaobin, L. (2021). Forecasting the Crude Oil Prices Volatility With Stochastic Volatility Models. SAGE Open, 11(3), 215824402110262.

71) Zhang, L. (2012). An Empirical Study on Term Structure Models.

72) Urama, T.C., & Ezepue, P.O. (2018). Stochastic Ito-Calculus and Numerical Approximations for Asset Price Forecasting in the Nigerian Stock Market. Journal of Mathematical Finance, 8, 640-667.

73) Gudkov, N., & Ignatieva, K. (2021). Electricity price modelling with stochastic volatility and jumps: An empirical investigation. Energy Economics, 98, 105260.

74) Li, X., Hu, Y., Zhang, Z., & Liu, X. (2012). Modeling Copper prices: Ornstein-Uhlenbeck process and jump-diffusions. ADVANCED BUILDING MATERIALS AND STRUCTURAL

ENGINEERING, 461, 793-796.

75) Boutouria, S., & Abid, F. (2010). Modeling Copper Prices. ERN: Model Construction & Estimation (Topic).

76) Tapia Cortez, C., Coulton, J., Sammut, C., & Saydam, S. (2018). Determining the chaotic behaviour of copper prices in the long-term using annual price data. Palgrave Communications, 4(1), Palgrave communications, 2018, Vol.4 (1).

77) Wets, R., & Rios, I. (2015). Modeling and estimating commodity prices: Copper prices. Mathematics and Financial Economics, 9(4), 247-270.

78) Modeling and prediction of time-series of monthly copper prices. (2019). International Journal of Mining and Geo-engineering, 53(1), 91-97.

Abstract

A Comparative Study on the Prediction Performance of Stochastic Process Model and Deep Learning Model for Energy Resource Prices

JaeYoung Park

Department of Energy Systems Engineering

The Graduate School

Seoul National University

This study analyzed the energy resource market price using an one factor stochastic process model, an stochastic volatility model, and a deep learning model, and finally compared the results between all models. The three target resources used for this study were crude oil, natural gas, and copper, and ten years of daily data, ranging from October 1st, 2012 to September 30, 2022, were utilized. Within the one factor stochastic process model, nine models were used: Merton,

Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz, CIR-VR, CEV, and CKLS. For the stochastic volatility model, the four models; mean-reverting stochastic volatility model without jumps(MRSV), mean-reverting stochastic volatility model with jumps in the spot price only(MRSVJ), mean-reverting stochastic volatility model with independent jumps(MRSVIJ), and mean-reverting stochastic volatility model with correlated jumps(MRSVCJ) were analyzed, and in the deep learning model, the three models RNN, LSTM, and GRU were used.

First of all, this study analyzed data through the application of the one factor stochastic process model, stochastic volatility model, and deep learning model for the entire analysis period, and the data were further divided into in-sample data and out-of-sample data, which were then analyzed separately up to September 30, 2020. The results of the analysis indicate that crude oil and copper prices had mean-reverting properties prior to COVID-19, and volatility did not react sensitively to price levels, but considering the entire time period, it was difficult to suggest that they had mean-reverting properties and volatility was also sensitive to price levels. On the other hand, gas prices did not demonstrate a significant difference in dynamic characteristics prior or to or following COVID-19. In addition, it was confirmed that each resource was affected by long-term data.

RMSE, MAPE, R2 SCORE, accuracy, and precision were used to compare predictive performance between models. In the case of crude oil, the predictive performance of RMSE, MAPE, and R2 SCORE was found to be high in descending order from the deep learning model, to the one factor stochastic process model, and to the stochastic volatility model, and in the case of gas and copper, it showed a high

predictive performance in descending order from the one factor stochastic process model, to the stochastic volatility model, and to the deep learning model. Although there some differences were discovered between resources based on accuracy, it showed excellent performance in descending order from deep learning, to the one factor stochastic process model, and to the stochastic volatility model. Similarly, although there were differences by resource based on precision, the precision tends to be high in descending order from the stochastic volatility model, to the deep learning model, and to the one factor stochastic process model. The findings suggest that the model to be used for analysis differs depending on each individual resource and purpose.

In addition, as there are cases in which the difference in predictive performance for each model is not significant, it was confirmed that selecting a model that is easy to calculate in consideration of efficiency can serve as one alternative method.

keywords : Stochastic Process Model, Stochastic Volatility Model, Deep Learning Model, Energy Resource Market Price, Prediction Performance, Uncertainty

Student Number : 2021-29206