



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학박사 학위논문

머신러닝 기반 기어 설계
알고리즘 개발

Development of gear design algorithm
based on machine learning

2023년 2월

서울대학교 대학원

농업생명과학대학 바이오시스템공학과

정 우 진

머신러닝 기반 기어 설계 알고리즘 개발
Development of gear design algorithm
based on machine learning

지도 교수 박 영 준

이 논문을 공학박사 학위논문으로 제출함
2023년 2월

서울대학교 대학원
농업생명과학대학 바이오시스템공학과
정 우 진

정우진의 공학박사 학위논문을 인준함
2023년 2월

위 원 장 _____ (인)

부위원장 _____ (인)

위 원 _____ (인)

위 원 _____ (인)

위 원 _____ (인)

머신러닝 기반 기어 설계 알고리즘 개발

Development of gear design algorithm based on machine learning

정 우 진

초 록

전통적인 기어 설계 과정은 설계자의 경험을 기반으로 2~3개의 기어 매크로제원을 선정 후 그 중 기어 성능이 가장 우수하다고 판단되는 제원을 취하는 방법과 무작위 대입 접근 방법을 주로 사용한다. 무작위 대입 접근 방법은 정해진 설계 변수 공간에서 조합 가능한 모든 후보 제원들에 대해서 각 기어 성능을 평가하고 목적 함수와 제약 조건에 부합하는 제원을 선정함으로써, 작동 조건에 대한 다양한 요구 사항을 만족하는 기어 매크로제원을 찾는 동시에 제작 가능한 제원을 찾을 수 있다. 하지만 전통적인 기어 설계 방법은 설계자의 기어에 대한 높은 배경 지식과 별도의 기어 해석 솔버가 요구된다. 본 연구에서는 이러한 기어 설계 상의 어려움을 개선하기 위하여 머신러닝 기반의 기어 설계 알고리즘을 개발하였다.

기어 설계 분야에 머신러닝을 적용하기 위하여서는 양질의 기어 설계 데이터셋을 확보하는 것이 필수적이다. 본 연구에서는 기어 설계 데이터셋을 생성하기 위하여 자체적으로 기어 해석 솔버를 개발하였다.

계산 정확도를 보장하기 위하여 국제 표준에서 제시하는 방법을 통해 기어의 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수와 효율을 계산하였다. 기어쌍의 부피와 무게는 기하학적 특성을 기반으로 계산하였다. 하지만, 정적 전달오차의 경우 표준화된 방법이 없기 때문에 기어의 정확한 인볼루트 및 트로코이드 이뿌리 치형을 고려하여 정적 전달오차를 예측하는 해석적 모델을 제안하였다. 제안된 해석적 모델과 유한요소방법의 PPSTE를 비교한 결과 약 3%의 상대오차를 나타냈고, 이를 통해 예측 성능의 우수성이 검증되었다.

개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 매크로제원 오차가 고려되지 않았을 때 비슷한 성능을 나타내는 2개의 기어쌍을 선정하여 후 제작 오차를 고려한 몬테카를로 해석을 통해 매크로제원 오차가 기어 성능에 미치는 영향을 분석하였다. 마이크로제원 오차가 기어 성능에 미치는 영향을 분석하는 것에 초점이 맞춰진 선행연구와 달리, 본 연구에서는 기어 설계 시 기어 매크로제원 오차와 정적 전달오차의 강건성을 고려하는 것이 매우 중요하다는 것을 확인하였다. 특히 PPSTE의 경우 기어 매크로제원 오차가 고려되었을 때 두 기어쌍에서 표준편차가 약 6배 차이가 나타났다.

정의된 설계 변수 공간 및 설계 변수 간격에서 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 설계 데이터셋을 생성하였다. 약 230만 개의 기어 설계 데이터셋을 기반으로 머신러닝 모델을 이용한 기어 성능 예측 및 설계 가능성을 평가하였다. 다양한 머신러닝 모델을 검토한 결과, kNN(k-nearest neighbor), 랜덤 포레스트(random forest), DNN(deep neural network)은 모든 기어 성능 지표에 대해서 0.9973 이상의 R^2 점수를 보여주었다. 또한, 이들 모델은 모든 기어 매크로제원 매개변수에 대해서 0.9961 이상의

R^2 점수를 보여주었다. 다시 말해서, kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 기어 매크로제원 매개변수를 통해 각 기어 성능 지표를 우수한 성능으로 예측할 뿐만 아니라, 기어 성능 지표를 통해 각 기어 매크로제원 매개변수를 높은 예측 점수로 추론할 수 있었다. 또한 실제 현장에서의 활용 가능성을 평가하기 위하여 기어 성능 예측 및 설계를 위한 머신러닝 모델 개발 시 적절한 데이터세트의 크기를 확인하였다.

마지막으로 인공신경망 구조의 역전파와 능동적 학습을 이용한 최적 설계 알고리즘을 제안하였다. 기어 성능 지표는 설계 변수에 대한 명시적 형태로 나타낼 수 없기 때문에 빠르게 최적의 해를 구할 수 있는 경사하강법과 같은 결정론적 방법 대신 유전알고리즘과 같은 확률론적 방법으로 최적설계를 수행해야 한다. 본 연구에서는 군집 지표 기반의 비지배 분류 기법을 적용한 인공신경망 기반의 다목적 기어 최적설계 알고리즘인 NSGIDNs(nondominated sorting generative inverse design networks)를 제안하였다. NSGIDNs는 2,380개의 초기 데이터를 가지고 2번의 최적설계 수행을 통해 최종적으로 2,984개의 데이터로 최적의 파레토 프론트를 찾을 수 있었다. 반면, 대표적인 다목적 최적화 유전알고리즘인 NSGA-II는 100개의 개체군 크기로 60번의 세대가 진행되어 총 6,000개의 데이터가 확보되었을 때 파레토 프론트가 수렴하였다. NSGA-II와의 비교를 통해 NSGIDNs의 유효성과 성능의 우수성이 확인되었다. NSGIDNs는 전통적인 기어 최적설계에서의 어려움을 해결했을 뿐 아니라, 나아가 최적설계 분야에서의 머신러닝 활용 가능성을 보여주는 좋은 사례가 될 것으로 기대된다.

주요어 : 기어 해석 솔버, 기어 최적설계, 머신러닝 기반 대리모델,
머신러닝 기반 최적설계
학 번 : 2017-26390

목 차

제1장 서론.....	1
1.1. 연구 필요성	1
1.2. 연구 목적	8
1.3. 문헌 조사	10
1.3.1. 기어 해석 솔버 개발.....	10
1.3.1.1. 기어 정적 전달오차 예측.....	10
1.3.1.2. 제작 정밀도를 고려한 기어 성능 예측.....	14
1.3.2. 기어 매크로제원 최적설계	16
1.3.3. 기어 분야에서의 머신러닝 모델 활용	18
1.3.4. 공학 설계 분야에서의 머신러닝 모델 활용.....	21
1.4. 연구 내용 및 구성.....	24
제2장 기어 설계 데이터 생성을 위한 기어 해석 솔버 개발.....	27
2.1. 개요.....	27
2.2. 기어 성능 지표에 대한 이론적 배경.....	30
2.2.1. 기어의 강도 평가.....	30
2.2.1.1. 굽힘 강도에 대한 안전계수.....	31
2.2.1.2. 면압 강도에 대한 안전계수.....	36
2.2.2. 기어의 정적 전달오차	39
2.2.3. 기어의 효율	42
2.2.4. 기어쌍의 부피 및 무게	45
2.3. 정적 전달오차 예측을 위한 해석적 모델 개발	46
2.3.1. 트로코이드 이뿌리 형상을 고려한 파라메트릭 모델	47
2.3.2. 회전에 따른 기어쌍의 물림 위치	54
2.3.3. 기어의 물림 강성.....	59

2.3.4. 정적 전달오차 해석 결과 및 논의	6 8
2.3.4.1. IAM 과 FEM 의 해석 결과 비교	6 9
2.3.4.2. IAM 과 TAM 의 치 강성 해석 결과 비교	7 3
2.3.4.3. IAM 과 TAM 의 TVMS 및 LSTE 해석 결과 비교	7 7
2.4. 기어 해석 솔버를 이용한 기어 강건성 분석 수행	8 1
2.4.1. 몬테카를로 해석 기법	8 3
2.4.2. 매크로제원 제작 오차를 고려한 기어 성능 평가	8 5
2.4.3. 기어 성능 평가 결과에 대한 논의	9 2
2.5. 결론	9 6

제3장 기어 성능 예측 및 기어 매크로제원 설계를 위한 머신러닝 활용

가능성 평가	9 8
3.1. 개요	9 8
3.2. 기어 성능 예측용 및 설계용 머신러닝 모델 개발	1 0 2
3.2.1. 기어 설계 데이터 생성	1 0 4
3.2.2. 회귀 문제를 위한 다양한 머신러닝 모델	1 0 5
3.2.3. 데이터 전처리 및 머신러닝 모델 성능 평가 지표	1 1 0
3.3. 머신러닝 기반의 기어 성능 예측 및 기어 매크로 제원 설계	1 1 4
3.3.1. 기어 매크로제원을 통한 각 기어 성능 지표 예측	1 1 4
3.3.2. 기어 성능 지표를 통한 각 기어 매크로제원 예측	1 1 7
3.3.3. 데이터세트 크기에 따른 머신러닝 모델 예측 정확도 분석	1 1 9
3.4. 기어 성능 예측용 및 설계용 머신러닝 모델 개발에 대한 논의	1 2 3
3.5. 결론	1 2 6

제4장 인공신경망 기반의 다목적 기어 최적설계 알고리즘 개발	1 2 8
4.1. 개요	1 2 8
4.2. GIDNs와 NSGIDNs 알고리즘	1 3 1
4.2.1. GIDNs 알고리즘	1 3 1
4.2.2. GIDNs 를 이용한 다목적 기어 최적설계	1 3 9
4.2.3. 다목적 기어 최적설계를 위한 NSGIDNs 알고리즘 ..	1 4 6
4.3. NSGIDNs를 이용한 다목적 기어 최적설계	1 5 0
4.3.1. NSGIDNs 를 이용한 최적설계 결과	1 5 0
4.3.2. NSGA-II 를 이용한 NSGIDNs 최적설계 결과 검증	1 5 8
4.4. 결론	1 6 0
 제5장 결 론	 1 6 1
 참고문헌	 1 6 4
 Abstract	 1 7 2

List of Tables

Table. 2.1 Factors for gear rating (for pinion and wheel).....	3 1
Table. 2.2 Oil lubricant factor according to lubricant type.....	4 4
Table. 2.3 Coefficients for approximate polynomial function.....	6 6
Table. 2.4 Geometrical parameters of a helical gear pair	6 9
Table. 2.5 Comparison of PPSTE for each model for Cases I, II, and III	7 3
Table. 2.6 Base circle and root circle radii of a helical gear pair	7 3
Table. 2.7 Contact ratio for Case I, Case II, and Case III.....	8 0
Table. 2.8 Peak-to-peak values of LSTE for Case I, Case II, and Case III	8 0
Table. 2.9 Macro-geometry of gear pairs	8 2
Table. 2.10 Performance metrics of gear pairs without considering manufacturing errors	8 2
Table. 2.11 Manufacturing errors of gear macro-geometry.....	8 2
Table. 2.12 Robust analysis results of safety factor for tooth root stress and surface durability of pinion and wheel of each gear pair.....	9 1
Table. 2.13 Robust analysis results of mass, volume, efficiency, and PPSTE of each gear pair.....	9 1
Table. 3.1 Information on design condition for gear design dataset	1 0 4
Table. 3.2 Design variable space and interval for each geometrical parameter of gear macro-geometry.....	1 0 5
Table. 3.3 Part of the gear design dataset of gear macro-geometry parameters	1 1 3
Table. 3.4 Part of the gear design dataset of gear performance metrics	1 1 3

List of Figures

Fig. 1.1 Gear macro-geometry optimization procedure[12].	5
Fig. 1.2 Overview of study.	2 6
Fig. 2.1 Transverse tooth thickness for calculating form factor of external gears by ISO 6336 Method B.	3 5
Fig. 2.2 Transverse tooth thickness for calculating form factor of internal gears by ISO 6336 Method B.	3 5
Fig. 2.3 Geometry related to definition of transmission error.	4 1
Fig. 2.4 Energy flow diagram of gear whine noise.	4 1
Fig. 2.5 Contact pattern of helical gear.	4 7
Fig. 2.6 Coordinate systems of helical gear and virtual generating rack.	5 2
Fig. 2.7 Arbitrary points on tooth surface of virtual generating rack.	5 3
Fig. 2.8 Elliptical tip fillet in transverse section and circular tip fillet in normal section of virtual rack.	5 3
Fig. 2.9 Contact line of helical gear(left) and sliced helical gear(right).	5 5
Fig. 2.10 Instantaneous pressure angle and roll angle of spur gear.	5 5
Fig. 2.11 Correction roll angle for tooth pair(left) and base helix angle(right).	5 8
Fig. 2.12 Line of action in transverse plane of helical gear pair.	5 8
Fig. 2.13 Mesh force of helical gear.	6 2
Fig. 2.14 Schematics of model for transverse tooth stiffness calculation of sliced helical gear.	6 2
Fig. 2.15 Schematic of model for transverse gear foundation stiffness calculation.	6 6
Fig. 2.16 Flowchart for calculating load sharing of each meshing tooth pair.	6 7

Fig. 2.17 FE model for helical gears.	7 1
Fig. 2.18 LSTE results of IAM and FEM for Cases I, II, and III.	7 2
Fig. 2.19 Tooth thickness, bending stiffness, shear stiffness, and axial compressive stiffness results of TAM and IAM for Case I.	7 4
Fig. 2.20 Tooth thickness, bending stiffness, shear stiffness, and axial compressive stiffness results of TAM and IAM for Case II.	7 5
Fig. 2.21 Tooth thickness, bending stiffness, shear stiffness, and axial compressive stiffness results of TAM and IAM for Case III.	7 6
Fig. 2.22 TVMS and LSTE results of TAM and IAM for Case I.	7 8
Fig. 2.23 TVMS and LSTE results of TAM and IAM for Case II.	7 8
Fig. 2.24 TVMS and LSTE results of TAM and IAM for Case III.	7 9
Fig. 2.25 Load sharing ratio for Case I, Case II, and Case III.	7 9
Fig. 2.26 Flow chart of Monte Carlo simulation using 100 random sample sets for two gear pairs.	8 4
Fig. 2.27 Frequency distribution of safety factor for tooth root stress of pinion and wheel of each gear pair using random robustness analysis.	8 7
Fig. 2.28 Frequency distribution of safety factor for surface durability of pinion and wheel of each gear pair using random robustness analysis.	8 8
Fig. 2.29 Frequency distribution of weight of each gear pair using random robustness analysis.	8 9
Fig. 2.30 Frequency distribution of volume of each gear pair using random robustness analysis.	8 9
Fig. 2.31 Frequency distribution of efficiency of each gear pair using random robustness analysis.	9 0
Fig. 2.32 Frequency distribution of PPSTE of each gear pair using random	

robustness analysis.	9 0
Fig. 2.33 Robust analysis results (Avg. and Avg.+3Stdv.) for PPSTE according to torque.	9 5
Fig. 3.1 Flowchart for determining optimal machine learning models for gear performance prediction and gear design of involute gear set.	1 0 3
Fig. 3.2 Machine learning models for gear performance prediction by predicting each gear performance metric from gear macro-geometry parameters.	1 0 9
Fig. 3.3 Machine learning models for inverse gear design by predicting each gear macro-geometry parameter from gear performance metrics.	1 0 9
Fig. 3.4 R^2 score of linear regression models for predicting each gear performance metric.	1 1 6
Fig. 3.5 Training results for machine learning models for predicting each gear performance metric.	1 1 6
Fig. 3.6 R^2 score of linear regression models for predicting each gear macro-geometry parameter.	1 1 8
Fig. 3.7 Training results for machine learning models for predicting each gear macro-geometry parameter.	1 1 8
Fig. 3.8 Comparison of the R^2 scores of kNN, random forest, and DNN for predicting each gear performance metric based on the dataset size.	1 2 1
Fig. 3.9 Comparison of R^2 scores of kNN, random forest, and DNN for predicting each gear macro-geometry parameter based on the dataset size.	1 2 2
Fig. 4.1 Simple architecture of artificial neural network.	1 3 4
Fig. 4.2 Overview of GIDNs.	1 3 5
Fig. 4.3 3D landscape of the peaks function with several hills and valleys. .	1 3 8
Fig. 4.4 Initial design points for designer to start optimization.	1 3 8

Fig. 4.5 Plotting samples of dataset 1 according to weight and PPSTE of gear pair.	1 4 1
Fig. 4.6 Training and testing results of predictor.	1 4 1
Fig. 4.7 Macro-geometry optimization results from designer after 1 st iteration.	1 4 2
Fig. 4.8 Macro-geometry optimization results from designer after 2 nd iteration.	1 4 3
Fig. 4.9 Macro-geometry optimization results from designer after 7 th iteration.	1 4 5
Fig. 4.10 Nondominated sorting for 100 random samples.	1 4 8
Fig. 4.11 Nondominated sorting and crowding metric for 100 random samples.	1 4 8
Fig. 4.12 Overview of NSGIDNs.	1 4 9
Fig. 4.13 Sorted 100 samples based on nondominated sorting and crowding metric.	1 5 1
Fig. 4.14 Pareto-front of dataset 1.	1 5 2
Fig. 4.15 Sorted 100 samples based on nondominated sorting and crowding metric after 1 st optimization	1 5 3
Fig. 4.16 Pareto-front obtained by NSGIDNs after 1 st optimization.	1 5 4
Fig. 4.17 Sorted 100 samples based on nondominated sorting and crowding metric after 1 st and 2 nd optimization.	1 5 6
Fig. 4.18 Pareto-front obtained by NSGIDNs after 1 st and 2 nd optimization.	1 5 7
Fig. 4.19 Pareto-front of optimization results from NSGIDNs and NSGA-II.	1 5 9

제1장 서론

1.1. 연구 필요성

기어는 대표적인 동력전달용 기계요소로써 농업기계, 자동차, 항공, 산업기계, 발전소 등 다양한 분야에서 널리 사용되고 있다. 비록 기어의 원활한 사용을 위하여서는 윤활이 필수적이지만, 기어는 일정한 동력 전달, 높은 동력 밀도, 높은 효율 등의 많은 장점을 가지고 있다.

기어 설계 시 기어의 적용 분야와 설계자의 의도에 따라 내구성, 진동·소음, 동력전달효율, 부피, 무게 등과 관련된 최소 요구 조건과 목표 값이 정의된다. 기어의 내구성은 구동기어와 피동기어에 대해 굽힘 강도와 면압 강도에 대한 안전계수로 평가한다. 적용 분야에 따라 기어 설계 시 제안되는 기어의 굽힘 강도와 면압 강도에 대한 최소 안전계수를 만족해야 한다[1]. 기어의 진동·소음은 정적 전달오차의 진폭(peak-to-peak static transmission error, 이하 PPSTE)과 밀접한 관계가 있으며, PPSTE가 기어의 진동·소음에 대한 평가 지표(metric)로 고려된다[2]. 아직까지 기어 전달오차와 기어 소음 수준(level) 사이의 정확한 연관성은 구명되지 않았으나, 여러 선행 연구들에 의해 기어 전달오차의 감소가 기어쌍의 소음, 특히 화인 소음(whine noise)의 저감과 관련이 있다고 밝혀졌다[3-5]. 기어의 효율은 무부하 동력 손실(load independent power loss)과 부하 동력 손실(load dependent power loss)로 구분하여 계산되며, 각 기어가 아닌 기어쌍에 대해 평가된다. 기어 제원을 설계할 때에는 보통 부하 동력 손실만을 고려한다[6, 7]. 기어쌍의 부피와 무게는 기어 설계 시 가장 기본적으로

로 고려되는 요소로, 오래전부터 최근까지 최적설계의 목적 함수로 고려되어 왔다[8-11].

이처럼 기어 설계 시 다양한 기어 성능 지표를 고려하기 위해서는 기어 해석 솔버(solver)가 필요하다. 기어의 기하학적 특성 또는 국제 표준을 기반으로 계산할 수 있는 기어의 안전계수, 효율 등과 달리 PPSTE를 예측하는 방법은 표준화되어 있지 않다. 따라서, PPSTE도 목적 함수 또는 제약 조건으로 고려하기 위하여서는 자체적으로 코드를 개발하거나 상용 소프트웨어를 사용해야 한다.

인볼루트(involute) 기어의 최적설계는 매크로제원(macro-geometry) 최적화와 마이크로제원(micro-geometry) 최적화로 나눌 수 있다. 기어 매크로제원은 치직각 모듈(normal module), 치직각 압력각(normal pressure angle), 비틀림각(helix angle), 잇수, 전위계수(profile shift coefficient), 치폭(face width) 등의 기본적인 기하학적 매개변수들을 의미한다. 매크로제원 중 대부분의 매개변수들이 기어 치 가공 장비(cutting tool) 형상과 제작 방법에 의해 결정된다. 마이크로제원은 기어 치면(flank)의 프로파일(profile) 방향과 리드(lead) 방향으로 적용된 치형수정 정보(수정량 & 시작점)를 의미한다. 설계된 매크로제원은 기어 치 가공장비와 제작 과정에 의해 결정되기 때문에 초기 기어 치 가공 장비 도입 비용 외에 추가적인 비용이 요구되지 않는 반면, 마이크로제원은 치형수정 정보에 따라 별도의 연마 장비(grinding tool)를 제작해야 하므로 추가적인 비용이 요구된다. 따라서, 가능하다면 각 기어쌍의 매크로제원을 최적화하고 더 향상된 작동 특성이 요구될 때 마이크로제원을 수정하는 것이 권장된다[12]. 또한, 마이크로제원인 치형수정 정보는 특정 부하 조건을 대상으로 정해지기 때문에 부하 조건이 다양하거나 변동 부하에서는 역효과가 나타날 수도 있다. 즉, 농

업용 트랙터의 동력전달계와 같이 작업 조건에 따라 입력되는 부하 수준과 작용 부하가 크게 변동하는 경우에는 기어 매크로제원 최적화를 통해 기어 성능을 개선시켜야 한다[13].

기어의 최적설계 과정은 매우 복잡하다[12]: 1) 설계 변수의 형태가 다양하다. 치직각 모듈, 잇수, 치폭 등은 이산적인(discrete) 설계 변수이지만, 전위계수, 비틀림각 등은 연속적인(continuous) 설계 변수이다. 이산적인 설계 변수들은 최적해 도출 시 반올림에 따라 해의 질(quality)을 크게 변화시킬 수 있다. 2) 고려되는 함수들이 매끄럽지(smooth) 않기 때문에 미분이 불가능하다. 즉, 최적화 문제에서 정의되는 목적 함수(objective function)와 제약 조건(constraint)들이 복잡한 과정을 통해 계산되거나 불연속적인 값인 경우들이 많다. 3) 설계 공간(design space)에 대한 제약 조건이 다양하다. 제작이 가능하고 정상적으로 작동하는 기어의 설계 변수를 도출하기 위하여서는 다양한 제약 조건들이 적용되는데, 이는 최적해 공간(solution space)을 상당히 축소시킨다. 가장 빈번하게 적용되는 제약 조건들로는 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, 축직각(transverse) 물림률 등이 있다. 이와 같은 특징들은 기어 최적설계 문제를 경사 하강법(gradient descent)과 같은 수리적(mathematical) 방법을 활용하여 최적의 해를 구하기 어렵게 만든다. 따라서 해를 임의로 생성해가며 최적의 해를 구하는 확률론적(stochastic) 방법을 사용하는 것이 권장된다.

일반적인 기어 매크로제원 최적화 과정은 Fig. 1.1과 같다: 1) 최적화할 기어쌍의 작동 조건과 재료 물성을 정의한다. 이때, 입력 토크, 입력 회전 속도, 중심 거리, 기어비, 적용 계수(application factor), 기어의 재료 및 정밀도 등이 정의된다. 2) 최적화 기준을 선정한다. 자주 사용되는 기준으로는 부피 최소화, 무게 최소화, PPSTE 최소화, 효율 최대화 등이 있

다. 3) 최적화할 매크로제원을 결정하고, 정해진 기준 중 하나 또는 둘 이상의 기준을 조합하여 목적 함수를 정의한다. 또한, 굵힘 또는 면압 강도에 대한 최소 안전계수와 같은 제약 조건도 정의한다. 4) 앞서 입력된 정보들과 정의된 조건들을 기반으로 최적화 알고리즘을 이용하여 최적화 문제를 푼다. 5) 최적화된 매크로제원을 확인한다.

자체적으로 개발한 코드 또는 상용 소프트웨어를 사용하여 기어의 다양한 성능 지표를 예측하고 최적설계를 수행하는 전통적인 방법은 기어 설계에 대한 높은 배경지식이 요구된다. 또한, 설계자가 목표로 하는 다양한 성능 지표를 갖는 기어의 매크로제원을 찾아내기 위하여서는 정해진 설계 변수 공간 안에서 가능한 모든 조합을 검토하는 무작위 대입 방법(brute-force approach)을 사용하거나 유전알고리즘 등과 같은 별도의 최적화 솔버(solver)를 사용해야만 한다. 본 연구에서는 이러한 한계를 극복하기 위하여 기어 설계 분야에서 머신러닝의 활용 가능성을 평가해보고자 하였다.

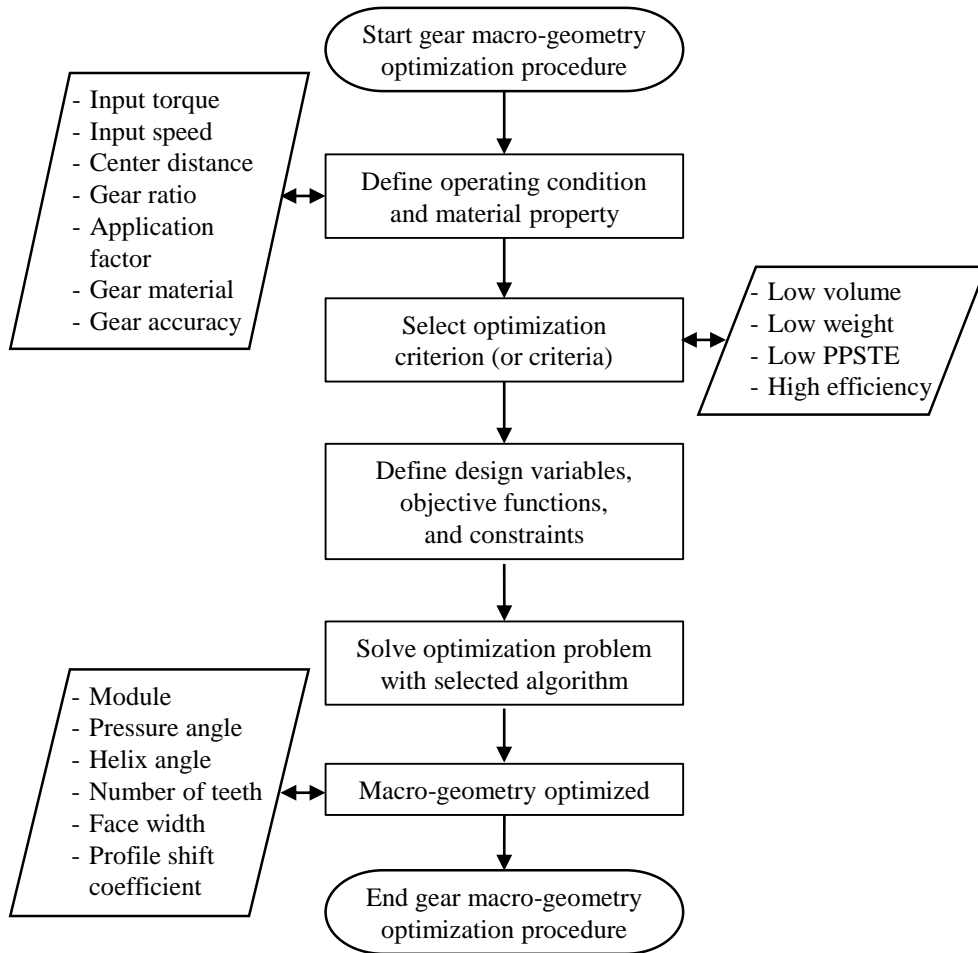


Fig. 1.1 Gear macro-geometry optimization procedure[12].

본 연구에서는 양질의 기어 설계 데이터를 확보하기 위하여 기어 해석 솔버를 개발하였다. 기어 해석 솔버는 입력된 매크로제원 매개변수들을 기반으로 기어 성능 지표들을 예측한다. 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, 효율 등은 국제 표준을 기반으로, 부피와 무게는 기어의 기하학적 특성을 이용하여 계산하였다. PPSTE는 표준화된 계산 방법이 존재하지 않으므로, 기어 치형을 고려한 해석적 모델(analytical model)을 본 연구에서 자체적으로 개발하였다.

기어 성능 예측 및 기어 매크로제원 설계를 위한 대리모델(surrogate model)로써 머신러닝 모델의 가능성을 평가하였다. 별도의 기어 해석 솔버 없이 기어 매크로제원 매개변수로부터 기어 성능 지표를 예측하는 머신러닝 모델(모델#1: 기어 매크로제원 → 기어 성능 지표)을 제안하였다. 역으로 설계자가 요구하는 기어 성능 지표를 만족하는 기어 매크로제원을 도출하기 위하여 기어 성능 지표로부터 기어 매크로제원 매개변수를 예측하는 머신러닝 모델(모델#2: 기어 성능 지표 → 기어 매크로제원)을 제안하였다. 또한, 기어 성능 예측 및 기어 매크로제원 설계를 위한 머신러닝 모델 구축 시 적절한 데이터세트의 크기를 확인하였다.

마지막으로 본 연구에서는 인공신경망(artificial neural network) 기반의 최적설계 알고리즘인 GIDNs(generative inverse design networks)를 개선한 다목적(multi-objective) 기어 최적설계 알고리즘인 NSGIDNs(nondominated sorting generative inverse design networks)를 제안하였다. GIDNs는 인공신경망 모델의 역전파(backpropagation)와 능동적 학습(active learning)을 이용하여 다변수 최적설계 문제가 가지고 있는 어려움인 다수의 지역 최저점들과 해석적인 기울기 계산의 불가능함을 해결하였다[14]. 하지만, 기존의 GIDNs 알고리즘은 단일 목적(single-objective) 최적설계만 가능하다는 한

계가 있었다. 이를 개선하기 위하여 본 연구에서는 대표적인 다목적 최적화 유전 알고리즘인 NSGA-II[15]의 비지배 분류(nondominated sorting) 기법과 군집 지표(crowding metric)를 이용하였다. 제안된 최적설계 알고리즘은 전통적인 기어 최적설계에서의 어려움을 해결했을 뿐 아니라, 나아가 최적설계 분야에서의 머신러닝 활용 가능성을 보여주는 좋은 사례가 될 것으로 기대된다.

1.2. 연구 목적

본 연구의 목적은 기어 설계 분야에서 머신러닝 모델을 활용하기 위한 방안을 제시하는 것이다. 즉, 다양한 기어 성능 지표 예측 및 기어 매크로제원 설계를 위한 대리모델로써 머신러닝 모델의 가능성을 평가하고, 머신러닝 기반의 다목적 기어 최적설계 알고리즘을 개발한다.

본 연구의 구체적인 목적은 다음과 같다.

- 1) 기어의 정확한 인볼루트 및 트로코이드 이뿌리 치형을 고려하여 PPSTE를 예측하는 해석적 모델을 개발한다. 해석적 방법으로 예측한 PPSTE의 결과를 유한요소방법으로 계산한 결과와 비교하여 개발된 기어의 정적 전달오차 예측 모델을 검증한다.
- 2) 해석적(analytical) 방법으로 기어의 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피, 무게 등을 예측할 수 있는 기어 해석 솔버를 개발한다. 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 양질의 기어 설계 데이터를 확보한다.
- 3) 다양한 머신러닝 모델들을 검토하여 기어 성능 지표 예측과 기어 매크로제원 설계를 위한 최적의 머신러닝 모델을 선정한다. 또한, 실제 현장에서의 활용성 측면을 검토하기 위하여 사용된 기어 설계 데이터세트의 크기에 따른 머신러닝 모델의 예측 정확도를 평가한다.
- 4) 인공지능망 기반의 최적설계 알고리즘인 GIDNs를 구현하고 간단한 피크 함수 문제에 적용하여 알고리즘의 유효성을 확인한다. 또한, 다목적 기어 최적설계 문제에 적용하여 GIDNs의 한계를 확인한다.

5) 비지배 분류 기법과 군집 지표를 GIDNs에 적용하여 다목적 최적화 문제에 적용할 수 있는 NSGIDNs를 제안한다. NSGIDNs를 이용하여 다목적 기어 최적설계를 수행한 뒤 최적의 파레토 프론트와 해의 다양성이 확보되는지 확인한다. 또한, 대표적인 다목적 최적화 유전 알고리즘인 NSGA-II으로 수행한 기어 최적설계 결과와의 비교를 통해 NSGIDNs를 검증한다.

1.3. 문헌 조사

1.3.1. 기어 해석 솔버 개발

기어 매크로제원과 작동 조건을 입력 받아 다양한 기어 성능 지표를 예측할 수 있는 기어 해석 솔버는 많은 선행 연구를 통해 발전해왔다. 이를 기반으로 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수의 계산 방법은 ISO 6336[1]의 국제 표준으로 정립되었고, 효율에 대한 계산 방법은 ISO/TR 14179-1[6] 와 14179-2[7]의 국제 표준으로 정립되었다. 또한, 기어쌍의 부피와 무게는 기어의 기하학적 특성을 기반으로 비교적 간단하게 계산할 수 있다. 하지만, 기어 정적 전달오차와 PPSTE는 표준화된 계산 방법이 없으며 기어 접촉 해석을 통해서만 예측할 수 있다. 기어 접촉 해석은 계산 과정이 매우 복잡하며 작용 하중에 따라 비선형적이다.

1.3.1.1. 기어 정적 전달오차 예측

1950년대[16]에 단일 기어쌍의 동적 특성이 보고된 후 Özgüven와 Houser[17]에 의해 체계적인 기어 동역학 해석이 수행되었다. 그 후 약 50여년 동안 기어의 시간에 따라 변화하는 물림 강성(time-varying mesh stiffness, 이하 TVMS)과 전달오차를 정확하게 예측하기 위하여 다양한 방법들이 사용되었는데, 시험적 방법[18-21], 전체적으로 유한요소를 이용한 방법[22-25], 부분적으로 유한요소를 이용한 방법[26-28], 해석적 방법[29-40] 등으로 구분된다.

시험적 방법은 이론적으로는 가장 정확한 방법이라고 여겨지나, 실제로는 제작 및 조립 오차에 의한 영향 때문에 순수하게 기어에 의해 발생한 전달오차를 확인하는데 어려움이 있다. 유한요소방법(finite element method, FEM)은 컴퓨터 기술이 발전함에 따라 계산 성능이 향상되면서

많이 사용되었다. 실제 기어 치형을 반영하여 해석할 수 있기 때문에 제작 및 조립 오차와 치형 오차 등을 정확하게 반영하여 기어를 해석할 수 있다는 장점이 있다[36]. 하지만, 기어 치 접촉의 비선형적 특성과 여러 미세한 오차들을 고려하기 위하여서는 아주 작은 크기의 요소들로 유한 요소모형을 구성해야 하므로 여전히 많은 계산 시간이 필요하다. 유한요소모형을 통해 기어의 TVMS와 전달오차를 예측하는 것은 매우 정확하기 때문에 해석적 방법으로 예측한 결과를 검증하는 용도로 많이 사용된다. 하지만, 유한요소모형은 개발의 어려움, 적절한 요소의 크기와 개수 선정 및 계산의 복잡성 등의 수많은 고려 사항으로 인하여 많은 비용과 낮은 효율이라는 중요한 한계를 갖고 있다[38]. 이러한 한계점들을 극복하기 위하여서 많은 연구자들은 해석적 방법과 부분적으로 유한요소를 이용한 해석적 방법을 발전시켜왔다. 그들의 연구 결과들은 해석적 방법이 유한요소방법과 비슷한 결과를 도출하면서도 계산 시간은 훨씬 적게 소요된다는 것을 보여주었다.

Weber[29]는 평기어의 기어치 변형을 예측하는 복잡한 해석적 모델을 제시하였다. 기어치를 비균일한 외팔보(nonuniform cantilever beam)로 가정하고 기어 몸체를 semi-infinite elastic plate로 가정하여 변형을 계산하였다. 또한, 기어치의 접촉 변형을 계산할 때는 비선형성을 고려하였다. Cornell[30]은 기어 몸체에 대한 강성을 치폭의 크기에 따라 평면응력이론(plane stress theory)와 평면변형이론(plane strain theory)를 이용하여 근사식을 제시하였다. Tavakoli와 Houser[31]는 기어치의 접촉 변형을 Palmgren 식의 수정된 형태로 근사화하였다. Yang와 Lin[32]은 물려 있는 기어에 저장된 전체 포텐셜(total potential energy)을 Hertzian 에너지, 굽힘 에너지(bending energy), 축방향 압축 에너지(axial compressive energy)로 나누어 기

어치의 변형을 예측하였으나 기어치의 전단 강성과 기어 몸체의 강성은 고려하지 않았다. 이 모델은 Wu 등[33]에 의해 기어치의 전단 강성을 고려한 모델로 발전되었다. Sainsot 등[34]은 기어 몸체를 이차원의 탄성링(bidimensional elastic ring)으로 가정하고 Muskhelishvili의 이론을 적용하여 기어 몸체의 강성을 예측하는 빠르고 정확한 식을 새롭게 제시하였다. 이러한 해석적 모델들을 모두 종합하여 Chen와 Shao[35]는 이뿌리 파손을 갖고 있는 평기어의 물림 강성과 이에 따른 동적 반응을 예측하였다. Chen와 Shao[36]는 이 모델을 발전시켜 치형 수정이 반영된 평기어의 물림 강성, 하중 분할 비율(load sharing ratio, 이하 LSR), 전달 오차 등을 확인하였다. Cao 등[40]은 기어치의 접촉 변형을 계산할 때 비선형성을 고려하여 평기어쌍의 동적 특성을 예측하였다.

Ma 등[26]은 기어 몸체에 대한 기존의 해석적 모델 [34]이 하나의 기어쌍이 물려 있는 상황을 가정했기 때문에 여러 기어쌍이 물려 있을 때는 적용하기 어렵다는 점을 지적하였다. 왜냐하면 여러 기어쌍이 물려 있을 때 한쪽 기어치에 작용하는 물림 힘이 다른 기어치의 기어 몸체 강성에 영향을 미치는 구조적 결합 현상(structure coupling phenomenon)이 나타나기 때문이다. 그들은 유한요소모델로 기어 몸체 강성을 계산한 후 기존의 물림 강성 모델[36]에 이를 반영하여 기어의 시간에 따라 변화하는 물림 강성을 계산하였다. 이와 같이 기어 몸체 강성을 계산할 때는 해석적 모델만으로 실제 현상을 반영하기 어렵기 때문에 기어치 강성은 해석적 방법으로 계산하고 기어 몸체 강성은 유한요소방법으로 계산한 연구가 많이 수행되었다. 예를 들어, Wang 등[27]은 기어 몸체를 유한요소모델로 구성하여 웹의 두께와 구멍 크기, 이뿌리 파손 길이 등에 따른 평기어의 TVMS를 확인하였다. Chen 등[28]은 복잡한 기어 몸체 형상을

갖고 있는 평기어의 이뿌리 파손 진행 방향(crack propagation paths)과 TVMS를 예측하였다. 하지만, 이러한 방법들은 부분적으로 유한요소해석을 수반하기 때문에 계산 시간이 증가한다는 한계가 있다. 이를 해결하기 위하여서 최근 Xie 등[37]은 2개의 기어쌍이 물려 있을 때 구조적 결합 현상을 고려하여 기어 몸체 강성을 예측하는 해석적 모델을 제안하였으며, 유한요소방법으로 그 결과를 검증하였다. 이를 활용하여 Xie 등[39]은 토크와 기어의 내경에 따른 평기어의 TVMS와 LSR을 예측하였다. 또한, Chen 등[38]은 치형수정(tip relief)에 따른 TVMS, 정적 전달오차, LSR 등을 계산하였고, 그 결과는 유한요소방법을 이용하여 검증하였다.

해석적 방법을 통해 헬리컬(helical) 기어쌍의 TVMS와 PPSTE를 예측할 때는 전통적으로 조각 이론(slice theory)을 사용하는데, 조각 이론이란 헬리컬 기어를 치폭 방향으로 여러 조각으로 나눈 후 각 조각이 평기어라고 가정하는 것이다[41-48]. 이 이론에 근거하여 Smith[41]는 치폭 방향의 오정렬(misalignment)에 따른 물림 힘 변화의 크기(peak-to-peak mesh force)와 PPSTE의 변화를 확인하였다. 동일한 방법을 사용하여 Smith[42]는 치형수정이 다르게 적용된 2가지 모델에 대해서 치폭 방향의 오정렬에 따른 LSR를 계산하였다. Zhang 등[43]은 유한요소모델을 이용하여 기어치의 굽힘 강성을 계산하고 경험식으로 기어치의 접촉 강성을 계산하여 기어 치면의 하중 분포, 접촉 응력, 이뿌리 응력 등을 확인하였다. Wan 등[44]은 평기어 강성 계산 적분식[33]을 헬리컬 기어의 치폭 방향으로 적분하는 이중 적분 방법을 이용해서 TVMS와 동적 특성을 분석하였다. Wang와 Zhang[45]은 계산 시간이 길게 소요되는 이중 적분 방법 대신 순간 압력각을 이용하는 헬리컬 기어의 강성 모델을 제시하였다. 해당 모델을 이용하여 치형 오차가 있는 기어의 접촉 응력, 하중 분포, 이

뿌리 응력, TVMS, PPSTE 등을 계산하였다. 이 모델은 기어 몸체 강성의 구조적 결합 현상을 고려한 모델[46]과 물림힘의 비틀림각에 의한 축방향 성분을 고려한 모델[47]로 발전하였다. Chang 등[48]은 기어치의 전체 변형(global deformation)과 접촉 부분의 지역 변형(local deformation)을 각각 해석적 방법과 유한요소방법으로 계산하였다. 제안된 방법으로 계산한 결과는 유한요소방법으로 계산한 결과와 크게 다르지 않았으나, 해석에 소요된 시간은 크게 감소하였다. 하지만, 여전히 유한요소모델을 만들고 해석을 수행해야 하기 때문에 해석적 방법에 비해서는 계산 시간이 크다는 단점이 있다.

기어 설계 시 기어 소음과 관련된 지표인 PPSTE를 고려하기 위하여서는 정적 전달오차를 예측하는 해석적 모델의 개발이 필수적이다. 해석적 모델이 개발되면 PPSTE 뿐 아니라 TVMS, LSR, 치면 하중 분포 등 다양한 기어 접촉 특성도 확인할 수 있다. 하지만, 평기어쌍의 TVMS, PPSTE, LSR 등을 예측하는 해석적 방법에 대해 많은 연구가 진행된 것과 달리 헬리컬 기어쌍에 대한 연구는 부족한 실정이다. 또한, 헬리컬 기어쌍에 대한 전통적인 해석적 모델(traditional analytical model, 이하 TAM)은 물림 시작점부터 기어 물림 강성을 계산하기 때문에 기어 이뿌리 필렛(root fillet)에서 기초원(base circle)까지의 치강성이 정확하게 고려되지 않은 한계가 있다.

1.3.1.2. 제작 정밀도를 고려한 기어 성능 예측

기어 강도 평가 수식에는 기어쌍에서 발생하는 굽힘 및 접촉 응력을 현실적인 값으로 변환하기 위하여 다양한 계수들이 포함되어 있다. 그 중 제작 정밀도가 고려된 계수는 동적 계수(internal dynamic factor), 치면

하중 분포 계수(face load factor), 축직각 방향에서의 하중 분포 계수(transverse load factor) 뿐이다[1].

동적 계수는 작동 속도와 작용 하중에서 기어 치 정밀도에 의해 발생하는 내부적 동적 영향을 고려하는 계수이다. 오랜 기간 동안 많은 선행 연구들에 의해 제작 정밀도가 동적 계수에 미치는 영향이 확인되면서 [49-52], ISO 6336에서 제시하는 동적 계수에 대한 계산 수식은 비교적 정확하게 제작 정밀도를 고려할 수 있게 되었다. ISO 6336에서는 동적 계수 뿐 아니라 치면 하중 분포 계수와 축직각 방향에서의 하중 분포 계수에 대해서도 제작 정밀도를 고려한 계산 방식을 제시하고 있다. 제시된 방법은 제작 정밀도를 온전히 반영하지는 못하지만 비교적 신뢰성 있는 방법이며, 설계자는 간단한 수식을 통해 계수들을 구할 수 있다. 하지만, 치면 하중 분포 계수와 축직각 방향에서의 하중 분포 계수에 제작 정밀도를 정확하게 고려하기 위하여서는 기어 접촉 해석이 필수적이다[53]. 특히, 마이크로제원의 오차는 기어의 접촉 특성을 유의미하게 변화시키기 때문에 이에 대한 기어의 강건 설계(robust design) 연구가 많이 수행되었다.

Yu와 ISHII[54]는 제작 오차와 작동 부하의 변동성을 고려한 강건 최적점(robust optimum)을 찾는 방법론을 제시하고, 이를 기어 설계에 적용하였다. 그들은 연구 결과를 통해 이상적인 상황에서의 최적점은 제작 오차와 작동 부하의 변동성을 고려하였을 때 강건 최적점이 아닐 수 있음을 밝혔다. Harianto와 Houser[55]는 넓은 작동 부하 범위에서의 소음 및 응력 최소화를 위한 최적 기어 마이크로제원 도출 방법을 제안하였다. 또한, 몬테카를로 해석(Monte-Carlo simulation) 방법을 이용하여 다양한 마이크로제원 오차에 대해 정규 분포를 가정하고 100개의 경우를 도출하여

강건 해석을 수행하였다. Houser[53]는 마이크로제원의 제작 변동성이 기어의 접촉 및 이뿌리 응력과 치면 하중 분포에 미치는 영향을 분석하였으며, 치형의 프로파일 방향 및 리드 방향의 마이크로제원과 바이어스(bias)의 제작 변동성이 기어 강도 평가 계수들을 상당히 변화시킨다는 것을 확인하였다. 최근에는 작동 부하와 기어 물림 미스얼라인먼트(gear mesh misalignment)의 범위를 고려한 기어 마이크로제원의 강건 최적설계도 수행되었다[56].

제작 정밀도를 고려한 대부분의 선행 연구들은 기어 치형의 마이크로제원에 대해 주로 수행되었다. 마이크로제원에 대한 강건 최적설계 문제는 마이크로제원의 제작 오차에 의해 매크로제원은 영향을 받지 않는다고 가정되었다. 하지만, 기어의 제작 정밀도는 마이크로제원뿐 아니라 치 두께(tooth thickness), 중심 거리(center distance), 이끝 지름(tip diameter) 등에 대해서도 존재한다. 이들에 대한 제작 오차는 기어의 매크로제원에 영향을 준다는 점에서 큰 의미가 있으나, 이에 대한 연구는 부족한 실정이다.

1.3.2. 기어 매크로제원 최적설계

기어 매크로제원 최적설계는 주로 기어쌍의 부피/무게 감소를 목적으로 수행되어 왔다. Savage 등[8]은 최초로 표준(standard) 평기어쌍에 대한 최적설계 과정을 제시하였다. 그들은 미리 정의된 작동 조건에서 구동될 수 있는 가장 작은 기어쌍을 찾고자 하였다. 중심 거리의 감소가 기어쌍과 기어박스 하우징의 재료 사용을 줄일 수 있다는 가정을 세우고, 중심 거리를 목적 함수로 사용하였다. 하지만 해당 연구는 기어의 치폭과 전위계수를 변수로 고려하지 않았다는 한계를 갖고 있다. Tong와

Walton[9]는 이러한 한계를 해결하기 위하여 나머지 설계 변수들은 그대로 유지하면서 치폭을 추가적으로 고려하였다. Yokota 등[57]은 유전 알고리즘을 이용하여 기어쌍의 부피를 최소화하는 설계 변수를 도출하였다. 모듈, 치폭, 구동기어 잇수를 설계 변수로 설정하고 기어쌍의 무게로 각 개체를 평가하였다. Marcelin[58]도 마찬가지로 기어쌍을 설계하기 위한 유전 알고리즘의 활용을 제시하였다. 그는 설계 변수에 비틀림각과 전위계수를 추가로 고려하였다.

기어쌍의 부피/무게 감소 이외에도 높은 효율과 낮은 소음 수준 확보를 위한 매크로제원 최적화 연구들이 수행되었다. Baglioni 등[59]은 평기어쌍에서 구동기어와 피동기어의 전위계수 합을 증가시키면 효율이 높아진다는 것을 확인하였다. Miler 등[60]은 평기어쌍에 대해 동력 손실과 부피를 목적 함수로 설정하고 축직각 물림률을 제약 조건으로 정의한 후 비지배 분류 기반의 유전 알고리즘 중 하나인 NSGA-II[15]를 사용하여 다목적(multi-objective) 기어 최적설계를 수행하였다. Patil 등[61]도 동일한 목적 함수와 NSGA-II를 사용하여 다목적 기어 최적설계를 수행하였으나, 제약 조건으로 강도, 마모 등을 정의하였다. 여러 연구들을 통해 기어의 매크로제원 최적화 문제에서 효율에 대한 목적 함수는 부피보다 상당히 복잡하다는 것이 확인되었다. 하지만, 여러 기어 성능 지표들 중에서 목적 함수를 생성하기에 가장 복잡한 것은 기어 전달오차이다. 왜냐하면 기어 전달오차를 예측하기 위하여서는 TVMS를 계산해야 하는데 이는 매우 복잡한 비선형 문제이기 때문이다.

기어 전달오차 계산의 복잡성은 기어쌍의 최적화 문제에 전달오차를 고려하는 것을 어렵게 만들었으나, 최근에는 몇몇 연구들에서 전달오차를 포함한 여러 기어 성능 지표들을 목적 함수로 설정하여 다중 목적 최

적화(many-objective optimization)를 수행하였다. Marafona 등[62]은 물림 강성이 일정한 기어 매크로제원을 도출하기 위하여 기어쌍의 중첩 물림률(overlap contact ratio)을 정수로 하는 제약 조건에서 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, 효율 등을 목적 함수로 설정하였다. Kim 등[10]은 NSGA-II에서 발전한 유전 알고리즘인 NSGA-III[63]을 사용하여 헬리컬 기어쌍의 무게, 부하 동력 손실, 전달오차 등을 최소화하는 매크로제원을 도출하였다. 제약 조건으로는 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, 이끝 치두께, 언더컷(undercut), 전체 물림률, 중횡비, 치직각 모듈 등을 설정하였다. NSGA-III는 기어 매크로제원의 다중 목적 최적설계를 위하여 다른 연구들에서도 종종 사용되었다[13, 64].

최근 기어쌍에 대한 다목적 최적화 연구들이 보고되면서, 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피, 무게 등 다양한 기어 성능 지표가 동시에 고려되고 있다. 다만, 연구자에 따라 기어 매크로제원(모듈, 치폭, 잇수, 전위계수, 압력각, 비틀림각) 중 설계 변수로 어느 요소들을 고려하는지에 차이가 있다.

1.3.3. 기어 분야에서의 머신러닝 모델 활용

인공지능은 다양한 머신러닝 모델 형태로 기어 분야에서 종종 사용되었다. Chang 등[65]은 DCNN(deep convolutional neural network)을 이용하여 기어 마모 평가 모델을 개발하였다. 한 개의 CNN(convolutional neural network) 모델로 기어의 마모 형태를 정상 또는 3개의 마모 종류 중 하나로 성공적으로 분류하였다. 또한, 각 마모 종류에 대한 CNN 모델들을 만들어 마모의 수준을 예측하였다. Li 등[66]은 SVM(support vector machine)을 이용하여 헬리컬 기어의 마찰과 관련된 접촉 특성을 예측하였다. 기

어에 인공지능 모델을 가장 많이 적용한 사례는 고장 진단 및 수명 예측 분야이다. Bansal 등[67]은 주파수 영역에서 기어의 여러 고장 모드를 분류하기 위하여 SVM을 사용하였다. 또한, 학습 데이터의 길이와 데이터 밀도가 SVM의 정확도에 미치는 영향을 확인하였다. Gunasegaran와 Muralidharan[68]은 진동 신호와 의사결정나무(decision tree) 모델을 통해 평기어쌍의 고장 진단을 수행하였다. 이와 유사하게 가공되지 않은 진동 신호를 이용하여 딥러닝 모델을 기반으로 기어쌍의 고장 진단을 수행한 사례도 있다[69]. Liu 등[70]은 유한요소해석을 통해 고장 데이터를 만들고 ELM(extreme learning machine)으로 고장 분류 모델을 구현하였다. 이후 실제 시험 결과를 기반으로 개발된 모델의 정확도를 확인하였는데, 고장 모드에 따라 86~93% 정도의 예측 정확도를 보였다. LSTM(long short-term memory) 신경망 모델을 활용하여 기어의 잔존 수명을 예측한 연구 사례들도 보고되었다[71, 72].

기어 설계에 머신러닝 모델을 활용한 사례는 매우 드물지만, 몇몇 선행 연구에서 머신러닝 모델을 이용하여 기어 설계 또는 성능 지표 해석에 소요되는 시간상 및 계산상의 비용을 줄이려는 노력을 시도하였다. Jeong 등[73]은 입력층, 1개의 은닉층, 출력층으로 구성된 간단한 구조의 인공신경망 모델을 이용하여 기어 설계의 초기 단계에서 기어의 특정 제원(지름 피치와 잇수)을 결정하는 데 소요되는 시간을 줄이고자 하였다. 인공신경망은 제조사의 카탈로그에 있는 초기 기어 설계 데이터를 이용하여 3개의 입력 변수(동력, 속도비, 입력 속도)로 피치 지름에 대한 잇수의 비(diametral pitch)를 예측하도록 학습되었다. Su[74]와 Su 등[75]은 설계의 다양한 과정인 개념 설계, 상세 설계, 제조 등을 통합하는 IIS(intelligent integrated system)를 개발하기 위하여 지식 기반 시스템

(knowledge-based system), 인공신경망, 유전 알고리즘 등을 이용하였다. 지식 기반 시스템과 인공신경망을 융합하여 개념 설계에서 최적의 동력전달시스템 구조를 제안하였다. 상세 설계 및 제조에서 인공신경망을 이용하여 안전계수, 피치 정밀도(pitch accuracy), 비틀림각 정밀도(lead accuracy), 치면 하중 분포 계수 등을 결정하고 기어 림부 및 웹 형상을 선정하며 설계 데이터를 저장하였다. 유전 알고리즘은 기어 최적설계와 인공신경망의 하이퍼파라미터 최적화를 수행하는 데 사용되었다. Haefner 등[76]은 기어 이뿌리 응력 해석에 인공신경망 모델을 활용하였다. 한편, Urbas 등[77]의 연구는 기어 설계 시 응력 예측을 위하여 머신러닝 모델을 활용한 사례이다. 그들은 비인볼루트 형상의 기어(non-involute gear) 설계 시 유한요소해석의 횡수를 크게 줄이기 위하여 머신러닝 모델을 활용하고자 하였다. 다양한 머신러닝 모델들의 성능을 비교한 결과, 비인볼루트 형상의 기어에 대한 이뿌리 응력을 예측할 때는 랜덤 포레스트(random forest) 모델과 에이다부스트(Adaboost) 모델이 가장 적합하다는 것을 확인하였다.

기존의 선행 연구는 머신러닝 모델을 초기 기어 설계 시 기어의 특정 제원(지름 피치와 잇수)만을 결정하거나 지식 기반 시스템의 단점을 보완하는 등 제한적으로 사용하였다. 최근에는 컴퓨터의 계산 성능이 크게 증가하면서 머신러닝 모델을 이용하여 기어 파손과 밀접한 연관이 있는 응력을 예측하는 등 기어 설계 분야에 머신러닝 모델이 활용되고 있다. 하지만, 아직까지 다양한 기어 성능 지표를 예측하거나 기어 매크로 제원 설계를 수행하기 위한 대리모델로써 머신러닝 모델을 사용한 사례는 보고된 바가 없다.

1.3.4. 공학 설계 분야에서의 머신러닝 모델 활용

머신러닝 모델을 이용하여 다양한 기어 성능 지표를 예측하는 대리 모델을 개발하거나 설계 합성(design synthesis)을 수행한 사례는 드물다. 하지만 다른 공학 설계 분야에서는 많은 연구자들이 머신러닝 모델을 사용하여 대리모델 개발, 설계 탐색(design exploration), 최적화 등을 수행했을 뿐 아니라 설계 합성도 수행하였다[78].

Liu와 Wang[79]은 실험이나 시뮬레이션을 통해 상당한 크기의 데이터를 얻는 데 시간상 및 계산상 많은 비용이 드는 분야에서 인공신경망 모델을 사용하는 것이 어려운 점을 해결하고자 MF-PCNN(multi-fidelity physics-constrained neural network)을 제안하였다. MF-PCNN은 물리 지식으로 신경망을 제한함으로써 학습에 필요한 데이터의 양을 줄이고 LF(low fidelity)-PCNN와 HF(high fidelity)-PCNN을 함께 사용하여 학습 효율을 개선하였다. 그들은 재료 모델링에서 필수적인 이차원 열전달, 상전이 등의 문제에 MF-PCNN을 적용하였으며 물리 지식으로 편미분 방정식을 사용하였다. MF-PCNN의 예측 오차는 전통적인 인공신경망의 예측 오차보다 한 차수가 낮았으며, 예측 정확도는 방정식으로부터 계산한 수치적인 해(numerical solution)와 비슷하였다. Sarkar 등[80]은 머신러닝 기반의 MFM(multifidelity modeling)을 이용하여 압축기 로터와 같은 고차원 설계 최적화 문제를 효율적으로 해결하였다. MFM 기반의 최적설계는 계산상 및 시간상 비용에 대한 제약 조건이 존재할 때 최적 설계 조건의 탐색을 가속화하는 장점이 있다고 보고되었다. Lee 등[81]은 DRL(deep reinforcement learning) 기법을 이용하여 유동 설계 작업을 수행하였으며 목표로 삼은 유동 형상의 설계 가속화에 대한 전이 학습의 유효성을 확인하였다. DRL은 유전 알고리즘에 비해 훨씬 더 적은 수의 필라(pillar)를

사용하여 목표로 삼은 유동 형상과 90% 부합하는 유동을 설계할 수 있었다. Garriga 등[82]은 머신러닝 기반의 클러스터링 기법으로 설계 결과를 분류하여 파레토 프론트(Pareto-front)에 존재하는 최적설계 후보를 도출하는 프레임워크를 제안하였다.

한편, Chen와 Fuge[83]는 부품 사이의 의존성 그래프(part dependency graph)를 고려한 설계 합성을 수행하기 위하여 GANs(generative adversarial networks) 기반의 생산적 모델을 제안하였다. 이와 유사하게 Oh 등[84]은 GANs와 위상 최적화를 통합한 프레임워크 제안하고 이를 통해 새로운 설계 후보를 탐색하는 반복 작업을 수행하였다. 제안된 프레임워크는 제한된 이전의 설계 데이터로부터 시작하여 수많은 설계안을 생성할 수 있었다. 또한 이상 탐지(anomaly detection) 기법을 이용하여 생성된 설계의 독창성을 평가하였으며, 이는 설계자가 다양한 설계 후보 중에서 최종 설계를 선정하는 과정에 도움을 주었다. 2D 바퀴(wheel) 설계 문제를 통해 제안된 프레임워크가 기존의 생산적 설계 방법들에 비해 더 나은 심미성, 다양성, 강건성 등을 가진 설계를 생산한다는 것을 확인하였다.

최근에는 설계 변수로부터 성능 지표를 예측하는 인공지능망 모델을 구축하고, 동일한 구조의 인공지능망 모델에 전이 학습을 적용하여 역전파와 능동적 학습으로 빠르게 최적설계를 수행하는 GIDNs(generative inverse design networks)가 제안되었다[14]. 오토인코더(Autoencoder)와 GANs은 가장 많이 사용되면서 효율적인 생산적 모델이지만, 학습에 사용된 데이터보다 더 나은 설계 제원을 도출하는 데 어려움을 겪는다. 즉, 최적설계는 기존의 설계보다 성능이 좋은 설계를 도출하는 과정이지만 오토인코더와 GANs은 이러한 목적으로 제안된 머신러닝 모델이 아니다. GIDNs는 DNNs(deep neural networks)를 이용하여 최적설계의 목적 함수를

설계 변수에 대한 함수로 구현하고, 일반적으로 인공신경망 모델 학습 시 사용하는 경사 하강법 기반의 학습을 통해 목적 함수를 최소화하는 설계 변수를 찾는다. 하지만, 선행 연구에서 제안된 GIDNs는 하나의 목적 함수만을 고려하는 단일 목적 최적화 알고리즘으로 다수의 목적 함수가 고려되는 기어 최적설계 문제에는 적용하기 어려운 한계점이 있다. 또한, 단일 목적 최적화 알고리즘 특성상 전역 최저점을 찾는 것을 목표로 삼기 때문에 기어 최적설계 문제에서 중요한 해의 다양성이 보장되지 않는다.

1.4. 연구 내용 및 구성

Fig. 1.2는 본 연구의 전체적인 연구 내용과 구성을 나타낸 개략도이다. 제1장에서는 연구 필요성, 연구 목적, 문헌 조사, 연구 내용 및 구성 등을 서술하였다. 제2장에서는 머신러닝 모델 학습 시 필수적인 양질의 기어 설계 데이터를 확보하기 위하여 다양한 기어 성능 지표를 예측할 수 있는 기어 해석 솔버를 개발하였다. 제3장에서는 머신러닝 모델이 기어 성능 예측 및 기어 설계를 위한 대리모델로 활용 가능한가를 평가하였다. 제4장에서는 인공신경망 구조와 역전파를 이용한 다목적 기어 최적설계 알고리즘을 개발하였다. 제5장에서는 본 연구의 결과를 요약하고 결론을 정리하였다.

본 연구의 구체적인 내용은 다음과 같다.

- 1) 양질의 기어 설계 데이터를 확보하기 위하여서는 빠른 계산 속도와 높은 정확도가 보장된 기어 해석 솔버가 필요하다. 수많은 반복 계산을 수행할 때 계산 비용을 줄이기 위하여 해석적 방법을 이용하는 것이 권장된다. 본 연구에서는 해석적 방법으로 기어의 핵심 성능 지표인 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피, 무게 등을 계산하는 기어 해석 솔버를 개발하였다.
- 2) 솔버의 계산 정확도를 보장하기 위하여 기어의 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수와 효율은 국제 표준에서 제시하는 방법을 통해 계산하였다. 기어쌍의 부피와 무게는 기하학적 특성을 기반으로 계산하였다. 하지만, PPSTE의 경우 표준화된 계산 방법이 없기 때문에 본 연구에서는 자체적으로 정적 전달오차 예측을 위한 해석적 모델을 개발하였다.

- 3) 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 매크로제원 제작 오차에 따른 강건성 분석을 수행하였다. 정해진 설계 조건에서 비슷한 기어 성능을 가지는 두 개의 기어쌍을 선정한 뒤, 매크로제원 제작 오차 고려 시 나타나는 각 기어쌍의 성능 변화를 확인하였다.
- 4) 기어 설계 분야에 머신러닝 모델 활용 방안을 모색하기 위하여 머신러닝 기반의 기어 성능 예측과 기어 설계가 가능한지를 확인하였다. 선형 회귀 모델, SVM, kNN, 랜덤 포레스트, DNN 등 다양한 머신러닝 모델을 검토하여 기어 성능 예측과 기어 설계에 적합한 모델을 선정하였다. 또한, 선정된 모델의 데이터세트 크기에 따른 예측 정확도 변화를 분석하였다.
- 5) 인공신경망 기반의 최적설계 알고리즘인 GIDNs를 구현하고 간단한 피크 함수에 적용하여 성능을 검증하였다. GIDNs는 인공신경망 모델의 역전파와 능동적 학습 기법을 사용하여 최적설계 과정에 소요되는 시간을 줄였다. 다음으로 다목적 기어 최적설계에 GIDNs를 적용할 때 발생하는 한계점을 확인하였다.
- 6) 인공신경망 기반의 다목적 기어 최적설계를 수행하기 위하여 군집 지표 기반의 비지배 분류 기법을 적용한 GIDNs인 NSGIDNs를 제안하였다. 제안된 방법은 대표적인 다목적 최적화 유전 알고리즘인 NSGA-II를 이용하여 검증되었다.

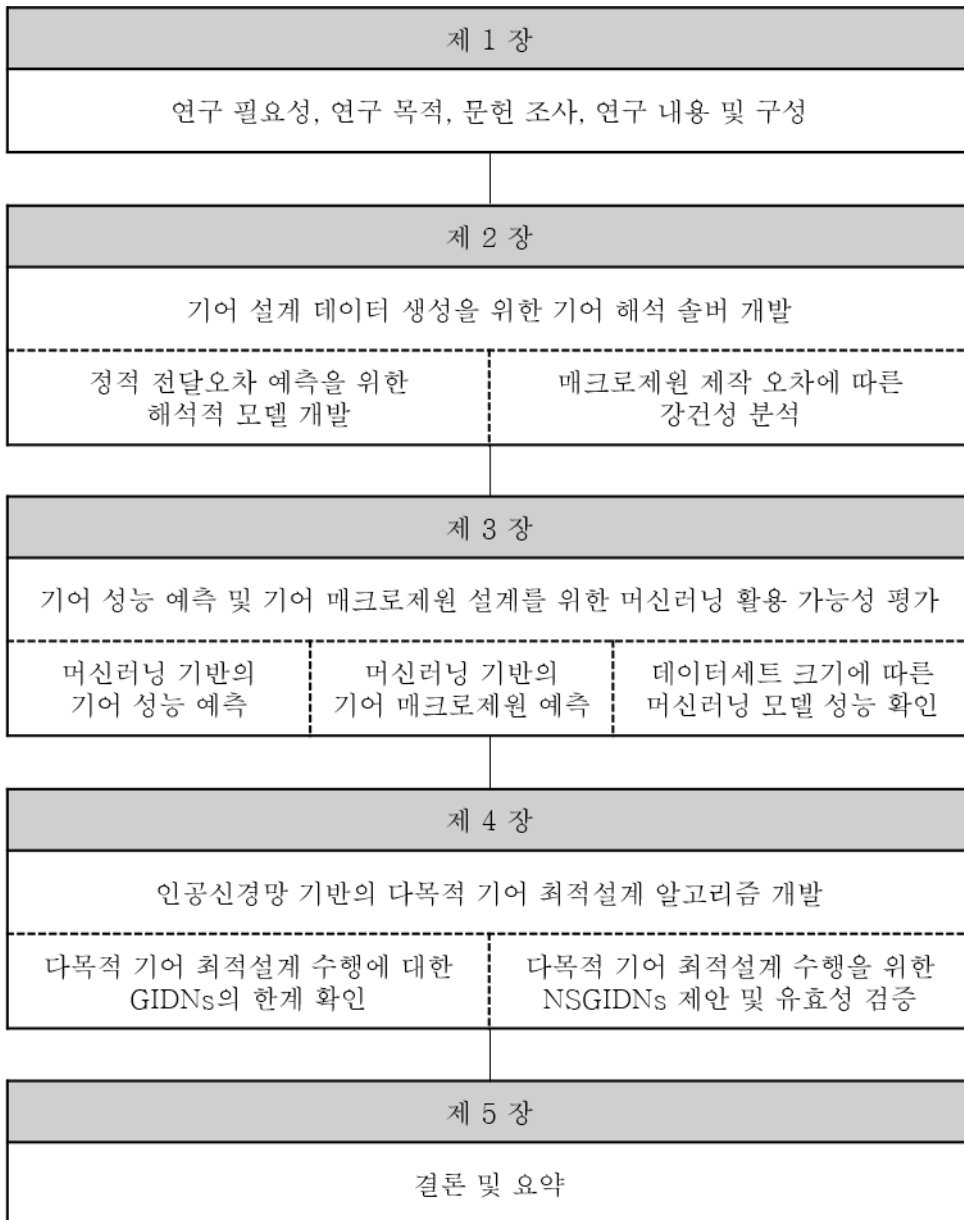


Fig. 1.2 Overview of study.

제2장 기어 설계 데이터 생성을 위한 기어 해석 솔버 개발

2.1. 개요

양질의 기어 설계 데이터를 확보하기 위하여서는 빠른 계산 속도와 높은 정확도가 보장된 기어 해석 솔버가 필요하다. 수많은 반복 계산을 수행할 때 소요되는 시간을 줄이기 위하여서는 수식 기반의 해석적 방법을 이용하는 것이 권장된다. 본 연구에서는 해석적 방법으로 기어의 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, 정적 전달오차의 진폭(peak-to-peak static transmission error, 이하 PPSTE), 효율, 부피, 무게 등을 예측할 수 있는 기어 해석 솔버를 개발하였다.

기어 해석 솔버의 계산 정확도를 보장하기 위하여 기어의 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수와 효율은 국제 표준에서 제시하는 방법을 통해 계산하였다. 기어쌍의 부피와 무게는 기하학적 특성을 기반으로 계산하였다. 하지만, PPSTE의 경우 표준화된 계산 방법이 없기 때문에 본 연구에서는 기어의 정확한 인볼루트 및 트로코이드 이뿌리 치형을 고려하여 PPSTE를 예측하는 해석적 모델을 개발하였다. 해석적 방법으로 예측한 PPSTE의 결과를 유한요소방법으로 계산한 결과와 비교하여 개발된 기어의 정적 전달오차 예측 모델을 검증하였다.

평기어쌍의 시간에 따라 변화하는 물림 강성(time-varying mesh stiffness, 이하 TVMS), PPSTE, 하중 분할 비율(load sharing ratio, 이하 LSR) 등을 예측하는 해석적 방법에 대해 많은 연구[29-40]가 진행된 반면, 헬

헬리컬 기어쌍에 대한 연구는 부족한 실정이다. 하지만, 헬리컬 기어쌍은 평기어쌍에 비해 높은 물림률과 낮은 소음이라는 장점이 있기 때문에 널리 사용된다. 즉, 헬리컬 기어쌍의 TVMS, PPSTE, LSR을 정확하게 예측하는 것은 매우 중요하다. 선행 연구[44-46]에서 제시한 헬리컬 기어쌍의 전통적인 해석적 모델(traditional analytical model, TAM)은 TVMS를 물림 시작점(start of active profile, 이하 SAP)부터 물림 종료점(end of active profile, 이하 EAP)까지의 기어 물림 강성으로 계산한다. 다시 말해서 TAM은 기초원(base circle)부터 이뿌리원(root circle)까지의 치 강성을 계산하지 않는다는 한계점이 있다. 또한, TAM은 헬리컬 기어의 트로코이드 이뿌리 형상(trochoidal root profile)을 정확하게 고려하지 않았다.

이러한 한계점들을 해결하기 위하여 본 연구에서는 개선된 해석적 모델(improved analytical model, 이하 IAM)을 제시하였다. 먼저, 커터 정보를 반영한 가상랙(virtual rack)을 이용하여 정확한 인볼루트 형상과 트로코이드 이뿌리 형상을 계산할 수 있는 기어의 파라메트릭 모델(parametric model)을 개발하였다. IAM은 기어의 파라메트릭 모델을 이용하여 정확한 기어 치형을 구현한 후 치 강성 계산 시 이를 반영하였다. 유한요소모델을 이용하여 IAM 결과를 검증하였고, 기어의 비틀림각에 따른 TAM과 IAM에서의 해석 결과를 비교하였다.

마지막으로 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 매크로제원 제작 오차를 고려한 기어 성능 지표의 강건성 분석(robust analysis)을 수행하였다. 기어 강도 평가 수식에는 기어쌍에서 발생하는 굽힘 및 접촉 응력을 현실적인 값으로 변환하기 위하여 다양한 계수들이 포함되어 있다. 그 중 제작 정밀도가 고려된 계수는 동적 계수(internal dynamic factor), 치면 하중 분포 계수(face load factor), 축직각 방향에서의 하중 분포 계수

(transverse load factor) 뿐이다[1]. 동적 계수의 경우, 제작 정밀도에 의한 영향에 대해 많은 연구가 이루어지면서[49-52], ISO 6336를 이용하여 비교적 정확하게 제작 정밀도를 고려할 수 있게 되었다. ISO 6336에서는 동적 계수뿐 아니라 치면 하중 분포 계수와 축직각 방향에서의 하중 분포 계수에 대해서도 제작 정밀도를 고려한 계산 방식을 제시하고 있다. 제시된 방법은 제작 정밀도를 온전히 반영하지는 못하지만 비교적 신뢰성 있는 방법이며, 설계자는 간단한 수식을 통해 계수들을 구할 수 있다. 하지만, 치면 하중 분포 계수와 축직각 방향에서의 하중 분포 계수에 제작 정밀도를 정확하게 고려하기 위하여서는 기어 접촉 해석이 필수적이다 [53]. 특히, 마이크로제원의 오차는 기어의 접촉 특성을 유의미하게 변화시키기 때문에 이에 대한 기어의 강건 설계(robust design) 연구가 많이 수행되었다[53-56].

대부분의 선행 연구들은 개발한 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 치형의 마이크로제원 제작 오차에 대한 강건 해석을 주로 수행하였으며, 매크로제원은 제작 정밀도에 의해 영향을 받지 않는다고 가정하였다. 하지만, 기어 강도 평가 관련 규격인 ISO 6336[1]에 의하면 일정 수준 이상의 정밀도가 확보된 기어가 아니라면 마이크로제원 제작 오차를 고려하는 것은 의미가 없다고 보고되었다. 즉, 매우 고정밀의 기어가 사용되지 않는 산업용 및 농업용 차량에서 기어 성능 지표를 향상시키기 위해서는 마이크로제원 보다 매크로제원의 제작 오차에 대한 강건 해석이 더 유의미하다고 판단된다. 본 연구에서는 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 매크로제원에 영향을 주는 제작 오차를 고려했을 때 기어의 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피, 무게 등의 기어 성능 지표에 대한 예측 결과의 변화를 확인하였다.

2.2. 기어 성능 지표에 대한 이론적 배경

2.2.1. 기어의 강도 평가

평기어 또는 헬리컬 기어의 강도를 평가하는 다양한 규격(standard)들이 존재하지만, 일반적으로 많이 사용되는 방법은 ISO 6336:2006[1]이다. 본 연구에서는 ISO 6336:2006 Method B를 사용하여 구동기어와 피동기어의 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수를 구하였다.

하지만, 기어 설계 시 몇몇 계수는 설계자에 의해 직접 정의되어야 한다[10]. Table. 2.1은 본 연구에서 기어 강도를 평가하기 위하여 설계자에 의해 직접 정의된 계수들을 나타낸 것이다. 피니언과 휠의 재료는 18CrNiMo7-6으로 선정되었고, 표면 열처리는 표면경화법(case-hardened)으로 고려되었다. 선정된 재료와 열처리 조건을 기반으로 굽힘 강도와 면압 강도에 대한 허용 응력이 정의되었다. 윤활유 점도는 ISO VG 220을 기반으로 정의되었다. 굽힘 강도와 면압 강도에 대한 최소 안전계수는 적용 분야에 따라 설계자에 의해 결정되는데, 본 연구에서는 굽힘 강도와 면압 강도에 대한 최소 안전계수를 각각 1.4와 1.1로 선정하였다.

Table. 2.1 Factors for gear rating (for pinion and wheel)

Description	Symbol	Value
Allowable stress number for bending (MPa)	σ_{Flim}	430
Allowable stress number for contact (MPa)	σ_{Hlim}	1,500
Minimum required safety factor for tooth root stress	S_{Fmin}	1.4
Minimum required safety factor for surface durability	S_{Hmin}	1.1
Face load factor for contact stress	$K_{H\beta}$	1.05

2.2.1.1. 굽힘 강도에 대한 안전계수

기어의 굽힘 강도에 대한 안전계수는 설계 수명 동안 기어 이뿌리 필렛에서 파손이 발생하지 않을 하중 용량을 평가하기 위한 기어 성능 지표이다. 구동기어와 피동기어에 대해 각각의 굽힘 응력을 계산하여 굽힘 강도를 평가한다. 공칭 이뿌리 응력(nominal tooth root stress)이란 오차가 없는 기어쌍이 공칭 토크(nominal torque)에 의해 기어 이뿌리에서 발생하는 최대 국부 인장 응력을 의미한다. 공칭 이뿌리 응력은 Eq. 2.1과 같이 계산한다.

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b m_n} Y_F Y_S Y_\beta Y_B Y_{DT} \quad \text{Eq. 2.1}$$

where, σ_{F0} = nominal tooth root stress, MPa;

F_t = nominal tangential load, the transverse load tangential to the reference cylinder, N;

b = face width, mm;

m_n = normal module, mm;

Y_F = form factor;

Y_S = stress correction factor;

- Y_{β} = helix angle factor;
- Y_B = rim thickness factor;
- Y_{DT} = deep tooth factor.

각 계수에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다: Y_F 는 단일 기어치 물림 쌍의 최외각 지점에서 작용하는 하중이 σ_{F0} 에 미치는 영향을 고려한 계수이다. 해당 계수를 계산하기 위하여서는 기어 이뿌리 필렛 부분의 축직각 치두께가 필요하다. 이때, Fig. 2.1과 Fig. 2.2에 표현된 것과 같이 외접기어(external gear)와 내접기어(internal gear)에 대해서 각각 이뿌리 필렛에 접하는 30° 접점들(외접기어의 경우) 또는 60° 접점들(내접기어의 경우) 사이의 크기를 축직각 치두께로 사용한다. Y_S 는 단일 기어치 물림 쌍의 최외각 지점에서 작용하는 하중에 의해 결정된 σ_{F0} 를 국부(local) 이뿌리 응력으로 변환해주는 계수이다. 헬리컬 기어의 경우, 접촉선(contact line)이 사선으로 생성되기 때문에 실제 굽힘 모멘트 크기는 가상 평기어에서 계산된 굽힘 모멘트 크기보다 작다. 헬리컬 기어의 가상 평기어(virtual spur gear)에서 계산된 이뿌리 부분의 굽힘 모멘트 크기를 보정하기 위하여 Y_{β} 가 사용된다. Y_B 는 얇은 림 기어에 대해 계산된 이뿌리 응력을 보정한다. 하지만, 본 연구에서는 얇은 림 기어에 대해서는 고려하지 않는다. Y_{DT} 는 물림률이 2 ~ 2.5 사이인 고치 기어(deep tooth)에 대해 계산된 이뿌리 응력을 보정한다.

이뿌리 표면에서 발생하는 최대 인장 응력인 이뿌리 응력(tooth root stress)은 Eq. 2.2와 같이 계산한다.

$$\sigma_F = \sigma_{F0} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} \tag{Eq. 2.2}$$

where, σ_F = tooth root stress, MPa;

- K_A = application factor;
- K_V = internal dynamic factor;
- $K_{F\beta}$ = face load factor for tooth root stress;
- $K_{F\alpha}$ = transverse load factor for tooth root stress.

각 계수에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다: K_A 는 외부영향으로 인한 입력 토크나 출력 토크의 변동으로 인한 하중의 증가를 고려하는 계수이다. K_V 는 작동 속도와 작용 하중에서 기어 치 정밀도에 의해 발생하는 내부적 동적 영향을 고려한다. 내부적 동적 영향이란 기어 전달오차 및 물림 주파수(mesh frequency)의 변화, 회전 주파수의 변화 등을 의미한다. $K_{F\beta}$ 는 기어 물림 미스얼라인먼트(mesh misalignment)에 의해 발생하는 치쪽에 걸친 불균일한 하중 분포를 고려한다. 기어 물림 미스얼라인먼트는 제조상의 오차와 기어 탄성 변형 등으로 인해 발생한다. $K_{F\alpha}$ 는 피치 오차 등에 의해 발생하는 축직각 방향에서의 불균일한 하중 분포를 고려한다.

허용 굽힘 응력(permissible bending stress)은 Eq. 2.3과 같이 계산한다.

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X \quad \text{Eq. 2.3}$$

- where, σ_{FP} = permissible bending stress, MPa;
- σ_{Flim} = nominal stress number from reference test gears, MPa;
- Y_{ST} = stress correction factor from reference test gears;
- Y_{NT} = life factor for tooth root stress;
- S_{Fmin} = minimum required safety factor for tooth root stress;
- $Y_{\delta relT}$ = relative notch sensitivity factor;
- Y_{RrelT} = relative surface factor;

Y_X = size factor relevant to tooth root strength.

각 용어에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다: $\sigma_{F\text{lim}}$ 는 재료, 열처리, 시험 기어 이뿌리 필렛의 표면 거칠기 등과 관련된 굽힘 응력 한도값이다. Y_{ST} 는 표준 시험 기어로부터 얻은 재료에 대한 이뿌리 응력 한도값을 보정한다. Y_{NT} 는 유한한(limited) 부하 사이클(load cycle) 수에 대한 고부하 용량을 고려한다. $S_{F\text{min}}$ 는 설계상 만족해야 하는 최소 굽힘 안전계수를 의미한다. $Y_{\delta\text{relT}}$ 는 재료의 노치(notch) 민감도에 의한 영향을 고려한다. $Y_{R\text{relT}}$ 는 이뿌리 필렛의 상대 표면 거칠기를 고려한다. Y_X 는 기어치의 크기가 재료, 열처리, 모듈 등에 의해 발생하는 이뿌리상의 취약점(weak point) 분포에 미치는 영향을 고려한다.

결과적으로 기어의 굽힘 강도에 대한 안전계수 S_F 는 Eq. 2.4와 같이 계산한다.

$$S_F = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_F} \quad \text{Eq. 2.4}$$

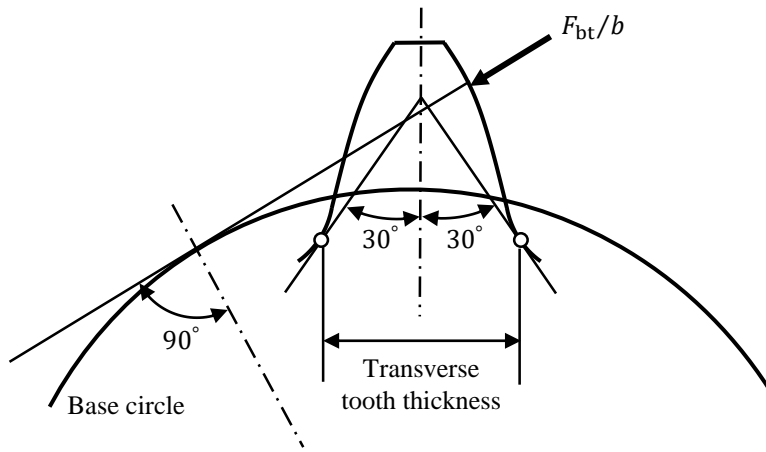


Fig. 2.1 Transverse tooth thickness for calculating form factor of external gears by ISO 6336 Method B.

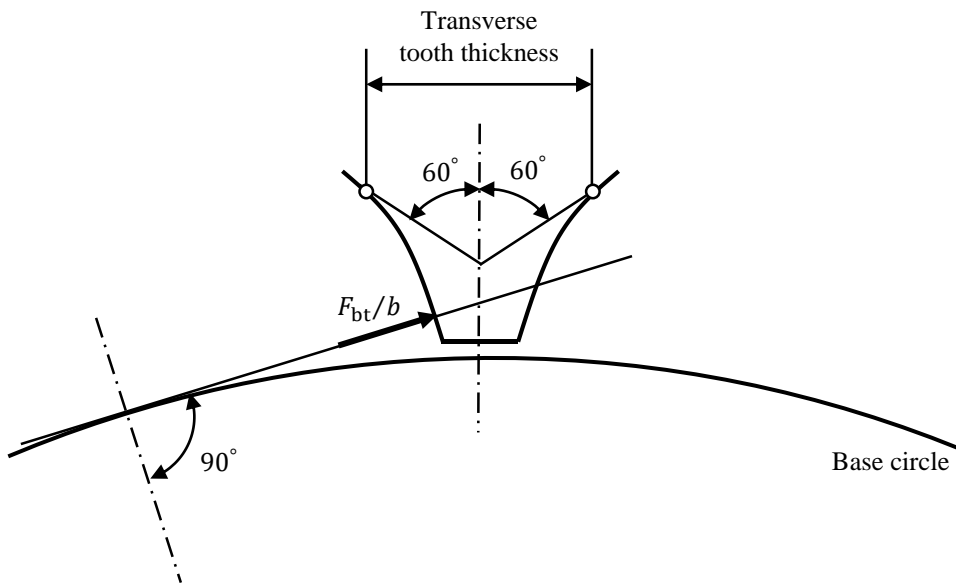


Fig. 2.2 Transverse tooth thickness for calculating form factor of internal gears by ISO 6336 Method B.

2.2.1.2. 면압 강도에 대한 안전계수

기어의 면압 강도에 대한 안전계수는 파괴적 피팅(pitting)이 발생하지 않을 한계에 대한 평가로써 Hertzian 접촉 응력식을 기초로 한다. 굽힘 강도에 대한 안전계수 평가와 마찬가지로 기어의 면압 강도에 대한 안전계수는 구동기어와 피동기어에 대해 각각의 접촉 응력을 계산하여 평가한다. 피치점(pitch point)에서 공칭 접촉 응력(nominal contact stress)은 Eq. 2.5와 같이 계산한다.

$$\sigma_{H0} = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} \quad \text{Eq. 2.5}$$

- where, σ_{H0} = nominal contact stress, MPa;
 Z_H = zone factor;
 Z_E = elasticity factor;
 Z_ε = contact ratio factor;
 Z_β = helix angle factor;
 d_1 = reference diameter of pinion, mm;
 u = gear ratio.

각 계수에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다: Z_H 는 피치점에서의 치면 곡률을 고려하고 기준 원통상의 접선 하중을 피치 원통상의 접선 하중으로 변환한다. Z_E 는 탄성 계수(Young's modulus) 및 푸아송 비(Poisson's ratio) 등의 재료 물성을 고려한다. Z_ε 는 유효(effective) 접촉선 길이의 영향을 고려한다. Z_β 는 접촉선상에서 발생하는 하중의 변화와 같은 비틀림 각의 영향을 고려한다.

접촉 응력(contact stress)은 Eq. 2.6과 같이 계산한다.

$$\sigma_H = Z_{B,D} \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad \text{Eq. 2.6}$$

- where, σ_H = contact stress, MPa;
 $Z_{B,D}$ = single pair tooth contact factor for pinion and wheel, respectively;
 $K_{H\beta}$ = face load factor for contact stress;
 $K_{H\alpha}$ = transverse load factor for contact stress.

각 계수에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다: $Z_{B,D}$ 는 피치점에서의 접촉 응력을 단일 기어치 물림쌍에서의 접촉 응력으로 바꿔준다. 구동기어에 대해서는 Z_B 를 사용하고, 피동기어에 대해서는 Z_D 를 사용한다. $K_{H\beta}$ 는 제작상의 부정확성 및 기어 탄성 변형 등에 의한 물림 미스얼라인먼트 때문에 발생하는 치폭에 따른 불균일한 하중 분포를 고려한다. $K_{H\alpha}$ 는 피치 오차와 같은 축직각 방향의 오차에 의해 발생하는 불균일한 하중 분포를 고려한다.

허용 접촉 응력(permissible contact stress)은 Eq. 2.7과 같이 계산한다.

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X \quad \text{Eq. 2.7}$$

- where, σ_{HP} = permissible contact stress, MPa;
 σ_{Hlim} = allowable stress number (contact), MPa;
 Z_{NT} = life factor for test gears for contact stress;
 S_{Hmin} = minimum required safety factor for surface durability;
 Z_L = lubricant factor;
 Z_V = velocity factor;
 Z_R = roughness factor;
 Z_W = work hardening factor

Z_X = size factor for contact stress

각 용어에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다: σ_{Hlim} 는 재료, 열처리, 표면 거칠기 등을 고려한 접촉 응력 한도값이다. Z_{NT} 는 유한한 부하 사이클 수에 대한 고부하 용량을 고려한다. S_{Hmin} 는 설계상 만족해야 하는 최소 접촉 안전계수를 의미한다. Z_L 는 윤활제 점도의 영향을 고려한다. Z_V 는 피치 선속도의 영향을 고려한다. Z_R 는 표면 거칠기의 영향을 고려한다. Z_W 는 표면 경화 또는 유사하게 경화된 기어와 물릴 때 기어 물림이 가공 경화에 미치는 영향을 고려한다. Z_X 는 기어치의 크기가 재료, 열처리, 치면 곡률 반경, 모듈 등에 의해 발생하는 치면 아래의 결함에 미치는 영향을 고려한다. 통계학적으로 기어의 크기가 커지면 피로 손상이 발생하는 응력 수준이 낮아진다.

결과적으로 기어의 면압 강도에 대한 안전계수 S_H 는 Eq. 2.8과 같이 계산한다.

$$S_H = \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H} \quad \text{Eq. 2.8}$$

2.2.2. 기어의 정적 전달오차

기어의 진동·소음은 PPSTE와 밀접한 관계가 있다. 따라서 PPSTE는 기어의 진동·소음에 대한 평가 지표(metric)로 고려된다[2]. 아직까지 기어 전달오차와 기어 소음 수준(level) 사이의 정확한 연관성은 구명되지 않았으나, 여러 선행 연구들에 의해 기어 전달오차의 감소가 기어쌍의 소음, 특히 화인 소음(whine noise)의 저감과 관련이 있다고 밝혀졌다[3-5].

자동차 분야의 진동·소음 관련 선행 연구[85]에 의하면, 농업용 트랙터도 엔진 소음의 마스킹(masking) 효과가 사라지면서 동력전달계 소음이 중요해질 것으로 판단된다. 더욱이 미국과 유럽 지역에서 노외기계(off-road vehicles)에 대한 환경 규제가 엄격해지면서[13] 탄소 배출 저감을 위한 연비 개선 연구[86]와 탄소 중립 구현을 위한 농업기계의 전동화 연구[87, 88]가 활발히 이루어지고 있다. 전기구동 트랙터에서는 엔진 소음의 마스킹 효과가 아예 사라지기 때문에 트랙터의 동력전달계에 적용될 기어는 설계 시 내구성, 효율뿐 아니라 진동·소음 등을 종합적으로 고려해야 할 것으로 판단된다.

TVMS와 정적(static) 전달오차는 기어박스 진동·소음의 주요 내부 가진원이다[16, 17, 39, 40]. 비록 전달오차와 기어 화인 소음 수준(level) 사이의 직접적인 관계는 정확히 밝혀지지 않았으나, 여러 선행 연구들[3-5]에 의해 전달오차를 줄이는 것이 직접적으로 기어쌍의 소음 저감과 관련이 있다고 밝혀졌다. 특히 화인 소음은 기어의 PPSTE와 직접적인 관련이 있기 때문에 일반적으로 기어 정적 전달오차는 기어박스 진동·소음에 대한 평가 기준(metric)으로 고려된다[2].

기어 치형이 완벽한 인볼루트이고 기어치가 완전한 강체이며 기어 제작 및 조립 오차가 없으면, 기어 물림이 발생하는 동안 물림 강성의

변동은 발생하지 않는다. 다시 말해서, 이상적인 상황에서 기어쌍은 공액 운동(conjugate motion)을 하기 때문에 Eq. 2.9와 같이 두 기어가 모든 물림 위치에서 일정한 각속도비를 유지하며 운동한다.

$$\theta_w r_{b,w} - \theta_p r_{b,p} = 0 \quad \text{Eq. 2.9}$$

where, θ_w = angular displacements of wheel, rad;
 $r_{b,w}$ = radius of base circle of wheel, mm;
 θ_p = angular displacements of pinion, rad;
 $r_{b,p}$ = radius of base circle of pinion, mm.

하지만, 실제로는 기어 제작 및 조립 오차, 의도적인 치형 수정, 치의 탄성 변형 등으로 인하여 일정한 각속도비가 유지되지 않기 때문에 기어 물림 시 전달오차가 발생한다. 전달오차는 각도 또는 직선 변위로 정의될 수 있으며, 기하학적 표현은 Fig. 2.3과 같다. 비틀림 진동 해석 시에는 구동축 회전과 피동축 회전 사이의 관계를 나타내는 각도 변위가 유용하며, Eq. 2.10과 같이 정의된다.

$$TE_\theta = \theta_w - \frac{r_{b,p}}{r_{b,w}} \theta_p \quad \text{Eq. 2.10}$$

한편, 작용선(line of action, 이하 LOA) 상에서 정의되는 직선 변위가 기어 물림 힘과 연관되어 있기 때문에 기어 설계자들에게는 치형 수정에 대해 요구되는 크기와 모양에 대한 정보를 제공해주는 직선 변위가 더 유용하다[16]. 본 연구에서는 전달오차의 직선 변위를 전달오차로 사용하고자 한다. 직선 변위는 Eq. 2.11과 같이 정의된다.

$$TE_{LOA} = r_{b,w} \theta_w - r_{b,p} \theta_p \quad \text{Eq. 2.11}$$

LOA 상에서 발생하는 주기적인 전달오차는 기어 물림 힘의 변동을 유발한다. 이 변동 하중은 축을 통해 베어링으로 전달되고, 베어링의 변동 하중을 유발한다. 베어링 하중의 변동은 기어박스 하우징을 가진하여

결국 화인 소음이라는 원하지 않는 소음의 원인이 된다. 다시 말해서, 기어박스 하우징 진동과 방사 소음에 대한 가진원은 기어 물림에서 발생하는 전달오차이다. 화인 소음의 에너지 흐름도는 Fig. 2.4와 같다.

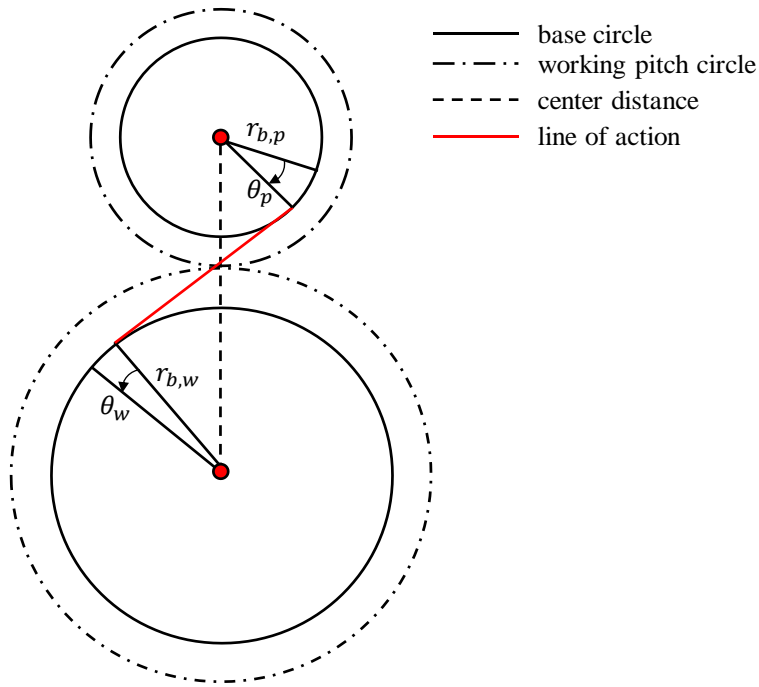


Fig. 2.3 Geometry related to definition of transmission error.

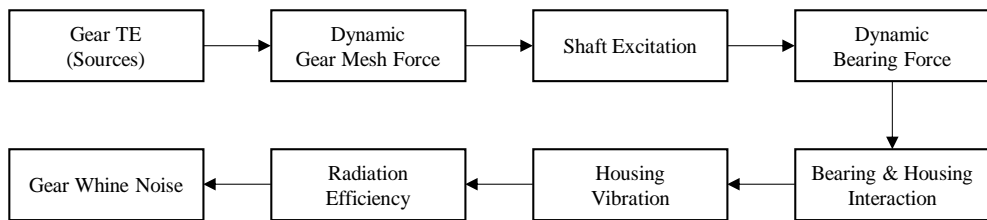


Fig. 2.4 Energy flow diagram of gear whine noise.

2.2.3. 기어의 효율

기어를 통해 동력이 전달될 때 다양한 요소에서 손실이 발생하여 열로 변환된다. 구동 동력과 함께 이러한 손실들은 기어쌍의 효율을 결정한다. 기어 물림에 의해 발생한 열은 기어박스 내 윤활유의 온도를 상승시키고, 하우징을 통해 주변으로 발산된다. 이에 따라 기어쌍의 온도가 높아지면 윤활유의 급속한 열화, 접촉면에서의 낮은 윤활막 두께, 기어 치와 베어링의 피팅, 마모 및 스커핑으로 인한 하중 전달 용량이 감소될 수 있다.

기어의 동력 전달 효율을 예측하기 위하여서는 작동 중 발생하는 동력 손실과 하우징을 통한 열 발산을 계산해야 한다. 이는 매우 복잡한 과정이기 때문에, ISO/TR 14179[6, 7]에서는 이에 대한 방법을 제시하고 있다. 기어쌍의 효율은 무부하 동력 손실과 부하 동력 손실로 구분되는데, 기어 제원 설계 시에는 보통 부하 동력 손실만을 고려한다. 본 연구에서는 ISO/TR 14179-2[7]를 사용하여 기어쌍의 부하 동력 손실만을 고려한 효율을 기어쌍의 효율로 정의하고자 한다.

기어의 부하 동력 손실은 Eq. 2.12와 같이 계산한다.

$$P_{VZP} = P_A \mu_{mz} H_V \quad \text{Eq. 2.12}$$

where, P_{VZP} = load-dependent gear power loss, W;

P_A = input power, W;

μ_{mz} = average coefficient of friction;

H_V = tooth loss factor.

마찰 계수의 경우, 다양한 운전 조건에서 변화폭이 작기 때문에 근사화를 위하여 평균값이 사용된다. μ_{mz} 는 Eq. 2.13과 같이 계산된다.

$$\mu_{mz} = 0.048 \left(\frac{F/b}{v_{\Sigma} \rho_{eq}} \right)^{0.2} \eta_{oil}^{-0.05} Ra^{0.25} X_L \quad \text{Eq. 2.13}$$

- where, v_{Σ} = sum velocity, m/s;
 ρ_{eq} = equivalent radius of curvature, mm;
 η_{oil} = dynamic viscosity of oil at operating temperature, mPa·s;
 Ra = arithmetic average roughness of pinion and wheel, μm ;
 X_L = oil lubricant factor.

Ra 는 Eq. 2.14와 같이 계산된다.

$$Ra = 0.5(Ra_1 + Ra_2) \quad \text{Eq. 2.14}$$

- where, Ra_1 = roughness of pinion, μm ;
 Ra_2 = roughness of wheel, μm .

X_L 은 윤활유의 종류에 따라 정해지는 값으로 Table. 2.2와 같다. Eq. 2.13에서 F , v_{Σ} , ρ_{eq} 는 평기어 및 헬리컬 기어에 대해 각각 Eq. 2.15, Eq. 2.16, Eq. 2.17을 이용하여 계산한다. 또한, μ_{mz} 를 계산할 때 다음의 제한 사항들이 적용된다:

- 1) $v_t \leq 50$ m/s이면 v_{Σ} 계산 시 v_t 를 사용하고,
 $v_t > 50$ m/s이면 v_{Σ} 계산 시 v_t 에 50 m/s을 대입하여 사용한다.
- 2) $F/b \geq 150$ N/mm이면 F/b 을 사용하고,
 $F/b < 150$ N/mm이면 F/b 에 150 N/mm을 대입하여 사용한다.

$$F = F_t / \cos \alpha_t \quad \text{Eq. 2.15}$$

- where, α_t = transverse pressure angle, deg.

$$v_{\Sigma} = 2v_t \sin \alpha_{wt} \quad \text{Eq. 2.16}$$

- where, v_t = peripheral speed at pitch circle, m/s;
 α_{wt} = working pressure angle, deg.

$$\rho_{eq} = \rho_C / \cos \beta_b \quad \text{Eq. 2.17}$$

where, ρ_C = equivalent radius of curvature at pitch point of contact, mm;

β_b = helix angle at base circle, deg.

H_V 는 Eq. 2.18과 같이 계산된다.

$$H_V = \frac{\pi(u+1)}{z_1 u \cos \beta_b} (1 - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) \quad \text{Eq. 2.18}$$

where, z_1 = number of teeth of pinion;

ε_α = transverse contact ratio;

$\varepsilon_{1,2}$ = addendum contact ratio of pinion and wheel.

결과적으로 기어쌍의 효율 η_{eff} 는 Eq. 2.19와 같이 계산된다.

$$\eta_{eff} = \frac{P_A - P_{VZP}}{P_A} \quad \text{Eq. 2.19}$$

Table. 2.2 Oil lubricant factor according to lubricant type

Lubricant type	X_L
mineral oils	1.0
polyalphaolefins and esters	0.8
polyglycols	$0.75(6/\nu_\Sigma)^{0.2}$
phosphoric esters	1.3
traction fluids	1.5

2.2.4. 기어쌍의 부피 및 무게

기어쌍의 부피와 무게는 기어의 기하학적 특성을 기반으로 계산된다. 본 연구에서는 매크로제원의 제작 오차에 초점을 맞추고 있기 때문에, 기어의 림(rim) 또는 웹(web)과 같은 기어의 블랭크(blank) 형상은 고려하지 않았다. 또한 부피는 기어쌍을 장착하고 있는 기어박스가 차지하는 최소한의 공간에 대한 지표로써 정의하였다. 기어쌍 부피 V 와 무게 m 은 다음과 같이 계산된다.

$$V = \left(a_w + \frac{d_{a1}}{2} + \frac{d_{a2}}{2} \right) \cdot \max(d_{a1}, d_{a2}) \cdot b \quad \text{Eq. 2.20}$$

$$m = \frac{\pi b \rho}{4} \{ (d_{m1}^2 - d_{i1}^2) + (d_{m2}^2 - d_{i2}^2) \} \quad \text{Eq. 2.21}$$

$$d_{m1,2} = \frac{(d_{a1,2} + d_{f1,2})}{2} \quad \text{Eq. 2.22}$$

- where, a_w = center distance, mm;
 $d_{a1,2}$ = tip diameter of pinion and wheel, mm;
 ρ = density of pinion and wheel, kg/mm³;
 $d_{m1,2}$ = mean diameter of pinion and wheel, mm;
 $d_{i1,2}$ = inner diameter of pinion and wheel, mm;
 $d_{f1,2}$ = root diameter of pinion and wheel, mm.

2.3. 정적 전달오차 예측을 위한 해석적 모델 개발

Fig. 2.5과 같이 헬리컬 기어는 평기어와 달리 비틀림각으로 인하여 치면상의 접촉선이 축과 평행하지 않고 사선으로 형성되며, 기어 물림은 치면 한쪽 끝의 SAP에서 시작하여 반대편 끝의 EAP에서 종료된다. 또한, 접촉선(Fig. 2.5에서 파란색 선)은 SAP인 A점에서 EAP인 E점까지 기어 물림이 진행되면서 접촉선의 길이가 증가하다가 일정 지점부터는 길이가 감소한다. 물림 위치에 따라 기어쌍의 물림 강성(mesh stiffness)은 변화하기 때문에 정확한 물림 강성 계산을 위하여서는 회전에 따른 물림 위치를 정확하게 예측하는 것이 필수적이다. 기어쌍의 물림에서 구동기어와 피동기어의 물림 위치는 해당 위치에서의 순간 압력각(instantaneous pressure angle)으로 표현될 수 있다.

TAM은 헬리컬 기어 조각(sliced helical gear)의 각 치강성을 계산할 때 계산상의 편의성을 위하여 순간 압력각을 적분 변수로 사용한다[44-46]. 하지만, 순간 압력각은 기초원부터 이끝원(tip circle)까지에서만 정의되기 때문에 순간 압력각을 적분 변수로 사용하는 계산 방법은 이뿌리원부터 기초원까지의 치강성을 고려하지 못한다는 한계가 있다. 이를 해결하기 위하여 IAM은 치강성을 계산할 때 이뿌리원부터 이끝원까지의 치두께(tooth thickness)를 사용하였다. 따라서, 치 강성을 계산하기 전에 트로코이드 이뿌리 형상을 고려한 정확한 치 형상을 계산하는 것이 필수적이었다.

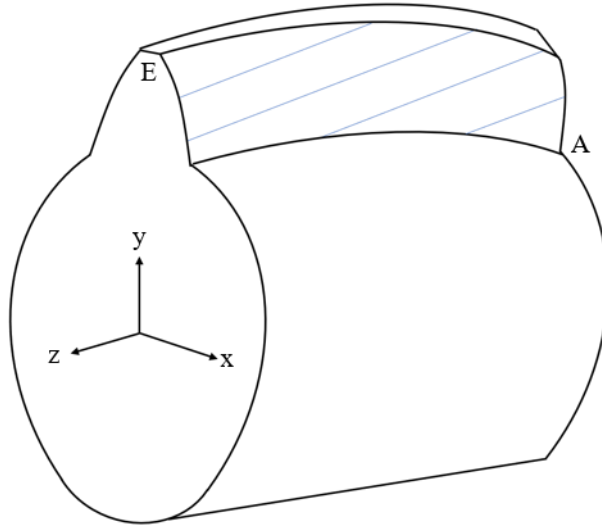


Fig. 2.5 Contact pattern of helical gear.

2.3.1. 트로코이드 이뿌리 형상을 고려한 파라메트릭 모델

최근 정확한 헬리컬 기어 치형을 수학적으로 계산하여 기어쌍의 정적 전달오차, 동적 특성, 접촉 응력 등을 분석한 연구들이 보고되었다 [89, 90]. 하지만 기존 연구들이 정확한 기어 치형을 유한요소모델에 반영한 것과 달리, 본 연구에서는 이를 해석적 모델에 반영하여 빠르고 정확하게 TVMS, PPSTE, LSR 등을 예측하였다.

기어의 치면은 커터 정보를 반영한 가상랙(virtual rack)으로부터 계산하였다. 치 생성 관점에서 가상랙은 구동기어가 되고, 생성되는 기어는 피동기어가 된다. Fig. 2.6와 Fig. 2.7은 치형 생성과 관련된 좌표계를 나타내며, 각 좌표계에 대한 설명은 다음과 같다: $S_{p0}(O_{p0} - x_{p0}y_{p0}z_{p0})$ 는 지면(ground)에 고정되어 있다; $S_p(O_p - x_p y_p z_{p0})$ 는 가상랙이 이동함에 따라 축 z_{p0} 를 중심으로 회전한다; $S_{r0}(O_{r0} - x_{r0}y_{r0}z_{r0})$ 는 가상랙의 축직각 평면에 고정되어 있으며, y_{r0} 는 y_{p0} 와 동일선상에 있다; $S_r(O_r - x_r y_r z_r)$ 는

가상랙이 이동함에 따라 x_{r0} 상에서 움직이는 S_{r0} 의 좌표계이다; $S_{r'}(O_{r'} - x_{r'}y_{r'}z_{r'})$ 는 가상랙의 끝단에 있는 평면에 고정되어 있으며, $x_{r'}y_{r'}$ 평면은 축직각 평면(transverse plane)상에 위치한다. 명명법(nomenclature)에 대한 설명은 다음과 같다: x_n^* 은 전위계수이다; m_n 은 치직각 모듈이다; β 는 기준 피치원에서의 비틀림각이다; α_t 는 축직각 압력각이다; ζ 는 z_r 축상에서 점 $O_{r'}$ 와 점 O_r 사이의 거리이다; $\frac{\pi m_n}{4 \cos \beta}$ 는 피치선에서 가상랙의 축직각 치두께의 절반이다; v_r 는 x_{r0} 축상에서 가상랙이 움직인 거리로 $r_{p,p}\theta_p$ 와 같이 계산된다; $r_{p,p}$ 는 피동기어의 피치원(pitch circle) 반경이다; θ_p 는 가상랙의 움직임에 따른 피동기어의 회전각이다.

Fig. 2.7에 나타낸 것과 같이 가상랙의 치 표면상에 있는 임의의 점(arbitrary point)을 S_r 좌표계에서 벡터로 표현할 수 있다. 인볼루트상에서 임의의 점 Q_{sr}^1 에 대한 벡터는 Eq. 2.23과 같이 표현된다.

$$\mathbf{R}_{sr}^1 = \left[-\frac{\pi m_n}{4 \cos \beta} - \eta \tan \alpha_t - \zeta \tan \beta \quad \eta \quad \zeta \quad 1 \right]^T \quad \text{Eq. 2.23}$$

where, \mathbf{R}_{sr}^1 = equation for Q_{sr}^1 ;

η = $y_{r'}$ coordinate value of Q_{sr}^1 .

가상랙의 트로코이드 이끝 표면(trochoidal tip surface)은 Fig. 2.8에 나타낸 것과 같이 치직각 평면(normal plane)에서는 원호로 나타나지만, 축직각 평면(transverse plane)에서는 타원호로 나타난다. $x_{r'}y_{r'}$ 평면에서 타원은 Eq. 2.24와 같이 표현된다.

$$\frac{(x - x_0)^2}{(\rho / \cos \beta)^2} + \frac{(y - y_0)^2}{\rho^2} = 1 \quad \text{Eq. 2.24}$$

where, x = $x_{r'}$ coordinate value of Q_{sr}^2 ;

ρ = tip fillet radius of virtual rack in normal section;

x_0 = x coordinate value of center position of left elliptical arc in S_r coordinate system;

y_0 = y coordinate value of center position of left elliptical arc in S_r coordinate system.

점 (x_0, y_0) 는 S_r 좌표계에서 타원호의 왼쪽 초점이고, Eq. 2.25와 같이 계산된다.

$$x_0 = \frac{\rho}{\cos \beta} \sqrt{1 - \frac{(y_1 - y_0)^2}{\rho^2}} + x_1 \quad \text{Eq. 2.25}$$

$$y_0 = -h_{ap0}^* m_n + \rho$$

where, h_{ap0}^* = addendum coefficient of virtual rack.

점 (x_1, y_1) 은 x_r, y_r 평면에 있는 타원호상의 한 점으로, 본 연구에서는 Eq. 2.26과 같이 계산하였다.

$$x_1 = -\frac{\pi m_n}{4 \cos \beta} - y_1 \tan \alpha_t \quad \text{Eq. 2.26}$$

$$y_1 = -h_{ap0}^* m_n + \rho(1 - \sin \alpha_n)$$

그러면 x_r, y_r 평면에서 타원호상의 임의의 점 Q 의 좌표는 Eq. 2.27과 같이 계산된다.

$$Q = \left[x \quad y_0 - \rho \sqrt{1 - \frac{(x - x_0)^2}{(\rho / \cos \beta)^2}} \right] \quad \text{Eq. 2.27}$$

결과적으로 S_r 좌표계에서 가상랙의 이끝 필렛 표면(Fig. 2.7에서 빨간색 선으로 표현된 부분)상에 있는 임의의 점 Q_{sr}^2 는 피동기어의 트로코이드 이뿌리 필렛에 있는 점이며, Eq. 2.28과 같이 계산된다.

$$\mathbf{R}_{sr}^2 = \left[x - \zeta \tan \beta \quad y_0 - \rho \sqrt{1 - \frac{(x - x_0)^2}{(\rho / \cos \beta)^2}} \quad \zeta \quad 1 \right]^T \quad \text{Eq. 2.28}$$

where, \mathbf{R}_{sr}^2 = equation for Q_{sr}^2 .

위의 과정으로부터 얻어진 \mathbf{R}_{sr}^1 과 \mathbf{R}_{sr}^2 에 S_r 좌표계에서 S_{p0} 좌표계로의 변환을 위한 행렬(transformation matrix)을 곱함으로써 S_{p0} 좌표계상에

있는 가상랙의 공액 표면(conjugate surface) 위의 임의의 점 \mathbf{R}_{sp0}^1 과 \mathbf{R}_{sp0}^2 를 Eq. 2.29와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{sp0}^1 &= \mathbf{M}_{p0}\mathbf{R}_{sr}^1 \\ \mathbf{R}_{sp0}^2 &= \mathbf{M}_{p0}\mathbf{R}_{sr}^2\end{aligned}\quad \text{Eq. 2.29}$$

where, \mathbf{M}_{p0} = transformation matrix from S_r to S_{p0} .

\mathbf{M}_{p0} 는 Eq. 2.30과 같이 계산된다.

$$\mathbf{M}_{p0} = \mathbf{M}_p\mathbf{M}_r \quad \text{Eq. 2.30}$$

where, \mathbf{M}_p = transformation matrix from S_p to S_{p0} ;

\mathbf{M}_r = transformation matrix from S_r to S_p .

\mathbf{M}_p 와 \mathbf{M}_r 은 Eq. 2.31과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_p &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -v_r \\ 0 & 1 & 0 & r_{p,p} + x_n^*m_n \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}_r &= \begin{bmatrix} \cos \theta_p & \sin \theta_p & 0 & 0 \\ -\sin \theta_p & \cos \theta_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad \text{Eq. 2.31}$$

\mathbf{R}_{sp0}^1 과 \mathbf{R}_{sp0}^2 는 각각 S_{p0} 좌표계에서 가상랙의 인볼루트 표면과 이끝 필렛 표면에 대한 수식이다. \mathbf{R}_{sp0}^1 과 \mathbf{R}_{sp0}^2 을 Eq. 2.32와 같이 표현한다면 Eq. 2.33과 같은 계산을 통해 S_{p0} 좌표계에서의 좌표값을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{sp0}^1 &= [R_{sp0}^{1x} \quad R_{sp0}^{1y} \quad R_{sp0}^{1z} \quad 1]^T \\ \mathbf{R}_{sp0}^2 &= [R_{sp0}^{2x} \quad R_{sp0}^{2y} \quad R_{sp0}^{2z} \quad 1]^T\end{aligned}\quad \text{Eq. 2.32}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{sp0}^{1*} &= \left((\mathbf{R}_{sp0}^1)^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^T \\ \mathbf{R}_{sp0}^{2*} &= \left((\mathbf{R}_{sp0}^2)^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^T\end{aligned}\quad \text{Eq. 2.33}$$

가상랙 표면상에 있는 임의의 점 \mathbf{R}_{sp0}^1 과 \mathbf{R}_{sp0}^2 이 존재하는 공액 표면

에 대한 수직 벡터(normal vector) N_{sp0}^1 과 N_{sp0}^2 는 Eq. 2.34와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} N_{sp0}^1 &= \frac{\partial R_{sp0}^{1*}}{\partial \eta} \times \frac{\partial R_{sp0}^{1*}}{\partial \zeta} \\ N_{sp0}^2 &= \frac{\partial R_{sp0}^{2*}}{\partial x} \times \frac{\partial R_{sp0}^{2*}}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.34}$$

가상랙 표면상에 있는 임의의 점 R_{sp0}^1 과 R_{sp0}^2 이 존재하는 공액 표면에서 발생하는 상대 속도 벡터(relative velocity vector)는 Eq. 2.35와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} V_{sp0}^1 &= \frac{\partial R_{sp0}^{1*}}{\partial v_r} \\ V_{sp0}^2 &= \frac{\partial R_{sp0}^{2*}}{\partial v_r} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.35}$$

기어 치형 곡선의 기구학적 조건을 만족하기 위하여서는 커터 및 피동기어의 공액 표면에 대한 수직 벡터와 공액 표면에서 발생하는 상대 속도 벡터가 직교 상태에 있어야 한다. 이러한 상태를 물림 수식(mesh equation)이라 일컫는다. 즉, 공액 표면상에 있는 피동기어의 인볼루트 표면과 트로코이드 이뿌리 표면을 구하기 위하여서는 각 부분에 대한 물림 수식(mesh equation)을 풀어야 한다. 인볼루트 표면과 트로코이드 이뿌리 표면에 대한 물림 수식은 Eq. 2.36과 같이 표현할 수 있다[91].

$$\begin{aligned} f_{sp0}^1 &= N_{sp0}^1 \cdot V_{sp0}^1 = 0 \\ f_{sp0}^2 &= N_{sp0}^2 \cdot V_{sp0}^2 = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.36}$$

결과적으로 Eq. 2.36을 만족하는 R_{sp0}^1 과 R_{sp0}^2 을 구함으로써 피동기어의 인볼루트 표면과 트로코이드 이뿌리 표면을 구현할 수 있다.

본 연구에서는 가상랙을 이용하여 기어의 인볼루트 치형과 트로코이드 이뿌리 치형을 정확하게 계산할 수 있는 파라메트릭 모델을 개발하였다. 개발될 기어 파라메트릭 모델은 평기어뿐만 아니라 헬리컬 기어의 치형도 구현할 수 있다. 따라서, 기어쌍의 매크로제원이 정의되면 기어

치형에 대한 파라메트릭 모델을 통해 구동기어와 피동기어의 인볼루트 치형과 트로코이드 이뿌리 치형상의 치두께를 정확하게 계산할 수 있다.

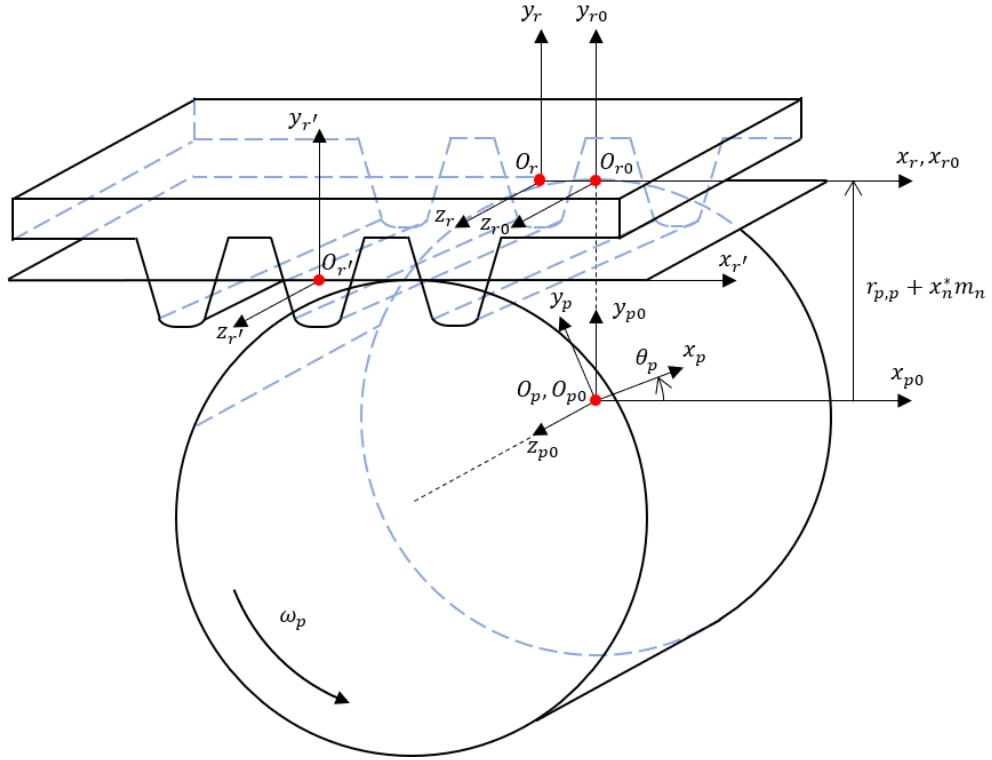


Fig. 2.6 Coordinate systems of helical gear and virtual generating rack.

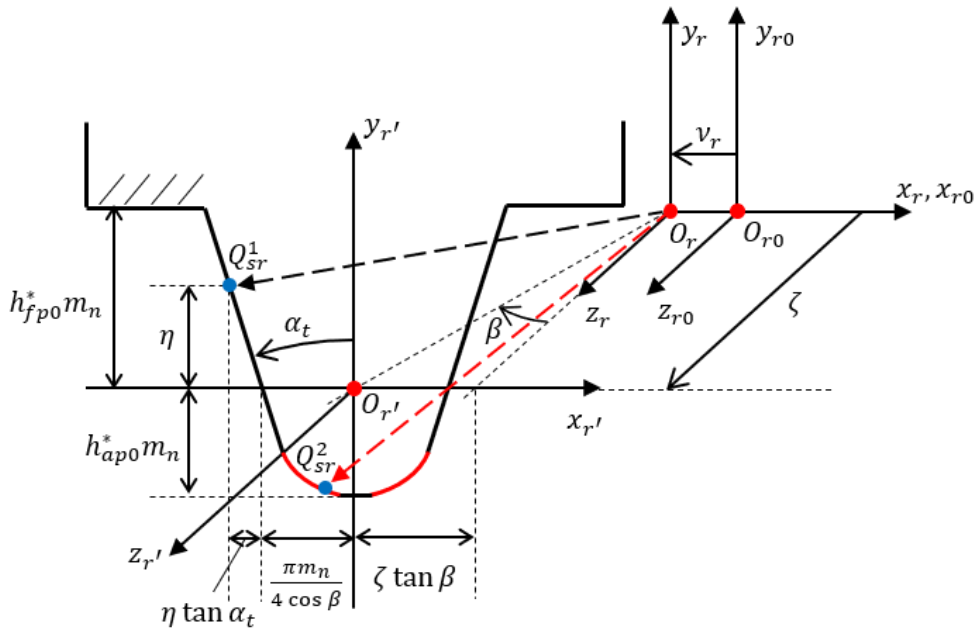


Fig. 2.7 Arbitrary points on tooth surface of virtual generating rack.

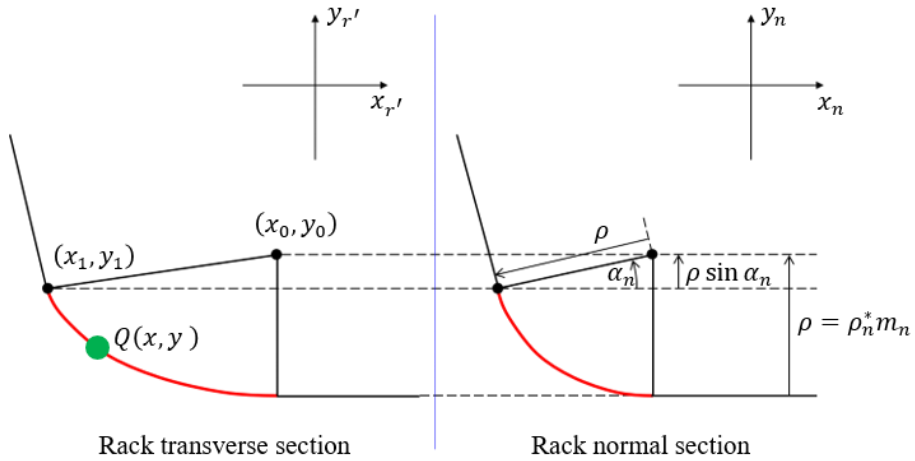


Fig. 2.8 Elliptical tip fillet in transverse section and circular tip fillet in normal section of virtual rack.

2.3.2. 회전에 따른 기어쌍의 물림 위치

본 연구에서는 헬리컬 기어에 조각 이론(slice theory)을 적용하여 해석적 모델을 개발하였다. 조각 이론이란 헬리컬 기어를 작은 치폭을 가진 여러 개의 평기어 조각들의 조합으로 가정하는 것이다. Fig. 2.9와 같이 각 조각은 평기어이기 때문에 각 조각에서의 접촉선은 기어 축에 평행하게 표현된다. 즉, 평기어에 대한 물림 강성 계산 수식을 활용하여 각 조각에 대한 물림 강성을 계산할 수 있게 된다.

각 조각의 물림 강성은 주변 조각들에 의해 영향을 받지 않는다고 가정한다. 이러한 가정은 각 조각의 물림 강성이 주변 조각들의 지지 강성(supporting stiffness)에 의해 영향을 받는다는 점에서 약간의 오차를 유발할 수 있다[42]. 하지만 조각 이론은 계산상의 편의성 향상과 비용 감소 외 큰 장점을 가지고 있기 때문에 해석적 방법을 사용하여 기어쌍의 물림 강성을 계산하는데 널리 사용되어 왔다[41-47].

회전에 따른 각 조각의 물림 위치는 순간 압력각으로 정의될 수 있다[45]. 인볼루트 곡선의 특징에 의해 순간 롤각(instantaneous roll angle)에 대한 기초원상에서 호의 길이와 작용선(action line)의 길이는 같다. Fig. 2.10은 축직각 평면에서 임의의 물림 지점에 대한 기어의 순간 압력각과 순간 롤각을 보여준다.

순간 압력각은 Eq. 2.37과 같이 계산될 수 있다.

$$\alpha_i = \arctan \xi_0 = \arctan(\xi_{1,n} + \xi_{2,n}) \quad \text{Eq. 2.37}$$

where, α_i = instantaneous pressure angle, deg;

ξ_0 = instantaneous roll angle of the first pinion tooth in mesh, deg.

$\xi_{1,n}$ 과 $\xi_{2,n}$ 는 Fig. 2.10에 정의된 것과 같다 (n 은 구동기어에 대해서는 p 로,

피동기어에 대해서는 w 로 나타낸다). $\xi_{1,n}$ 은 Eq. 2.38과 같이 계산한다.

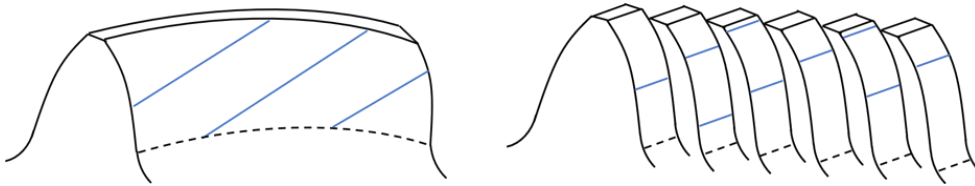


Fig. 2.9 Contact line of helical gear(left) and sliced helical gear(right).

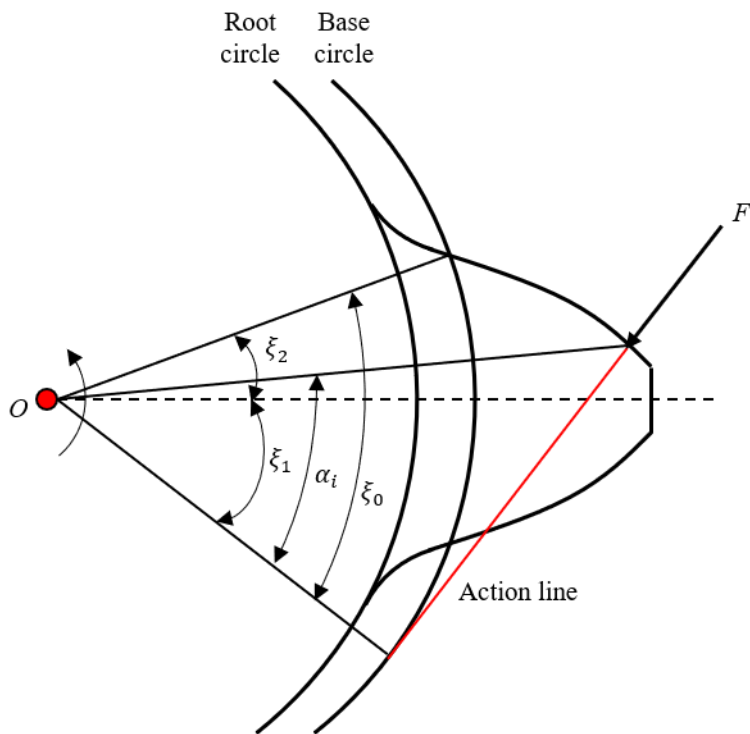


Fig. 2.10 Instantaneous pressure angle and roll angle of spur gear.

$$\begin{aligned}\xi_{1,p} &= \xi_0 + \xi_T - \xi_H - \xi_{2,p} \\ \xi_{1,w} &= \frac{a \cdot \sin \alpha_{wt} - \xi_0 \cdot r_{b,p}}{r_{b,w}} - \xi_{2,w}\end{aligned}\quad \text{Eq. 2.38}$$

where, ξ_T = correction roll angle according to number of meshes, deg;
 ξ_H = correction roll angle according to helix angle, deg;
 a = center distance, mm.

$\xi_{2,n}$ 는 Eq. 2.39와 같이 계산한다.

$$\begin{aligned}\xi_{2,p} &= \frac{\pi}{2z_p} + \text{inv } \alpha_{wt} \\ \xi_{2,g} &= \frac{\pi}{2z_g} + \text{inv } \alpha_{wt}\end{aligned}\quad \text{Eq. 2.39}$$

inv는 Eq. 2.40과 같이 정의된 인볼루트 함수를 의미한다.

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \tan \alpha_{wt} - \alpha_{wt} \quad \text{Eq. 2.40}$$

Fig. 2.11은 물림 상태에 있는 기어쌍의 수와 비틀림각에 따른 순간 롤각의 차이를 보여준다. 작동 피치원(working pitch circle)상에서 원주 피치(circumferential pitch)에 대한 중심각은 동일하기 때문에 구동기어의 물림 상태에 있는 첫번째 치와 t 번째 치 사이의 각인 ξ_T 는 Eq. 2.41과 같이 계산된다.

$$\xi_T = (t - 1) \times \frac{2\pi}{z_p} \quad \text{Eq. 2.41}$$

where, t = t^{th} tooth pair in the mesh.

t 는 1부터 전체 물림률의 올림된 정수값을 갖는다.

ξ_H 는 치폭 방향 끝 조각을 기준으로 j 번째 조각이 기초원 상에서 벗어난 길이에 대한 중심각으로 Eq. 2.42와 같이 계산된다.

$$\xi_H = b_j \times \frac{\tan \beta_b}{r_b} \quad \text{Eq. 2.42}$$

where, b_j = distance from end of gear to j th slice.

β_b 는 기초원상의 비틀림각(base helix angle)으로 계산상 Eq. 2.43과 같이 정의된다.

$$\beta_b = \begin{cases} +\beta_b & (\text{if a pinion has left-hand helix angle}) \\ 0 & (\text{if a pinion is a spur gear}) \\ -\beta_b & (\text{if a pinion has right-hand helix angle}) \end{cases} \quad \text{Eq. 2.43}$$

Fig. 2.12에 표현된 것처럼 점 T_1 과 점 T_2 는 각각 축직각 평면에서 구동기어와 피동기어의 기초원상에 있는 작용선(빨간색 선)의 접점이다. 점 A 는 작용선상에 있는 구동기어의 물림 시작점으로 피동기어의 실제 이끝원(active tip circle)과 만나는 점이다. 점 E 는 작용선상에 있는 구동기어의 물림 끝점으로 구동기어의 실제 이끝원과 만나는 점이다.

각 물림 위치에서의 순간 압력각은 α_{\min} 과 α_{\max} 사이의 값을 가지는데, α_{\min} 과 α_{\max} 는 Eq. 2.44와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \alpha_{\min} &= \arctan\left(\frac{T_1A}{r_{b,p}}\right) \\ \alpha_{\max} &= \arctan\left(\frac{T_1A + AE}{r_{b,p}}\right) \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.44}$$

- where, α_{\min} = minimum pressure angle of gear pair, deg;
 α_{\max} = maximum pressure angle of gear pair, deg;
 T_1A = distance between two points T_1 and A , mm.
 AE = distance between two points A and E , mm.

각 조각의 회전에 따른 물림 위치를 정의하기 위하여서는 먼저 구동기어의 첫번째 치 물림 쌍에서 순간 물각을 결정해야 한다. Eq. 2.37을 이용하여 각 조각의 순간 압력각을 계산하고, 그 값이 α_{\min} 과 α_{\max} 사이에 존재하는지를 확인한다. 만약 사이에 존재할 경우 해당 조각은 물려 있는 것이므로 α_i , $\xi_{1,n}$, $\xi_{2,n}$ 등이 정의된다. 그렇지 않을 경우에는 해당 조각이 물려 있지 않은 것으로 간주한다.

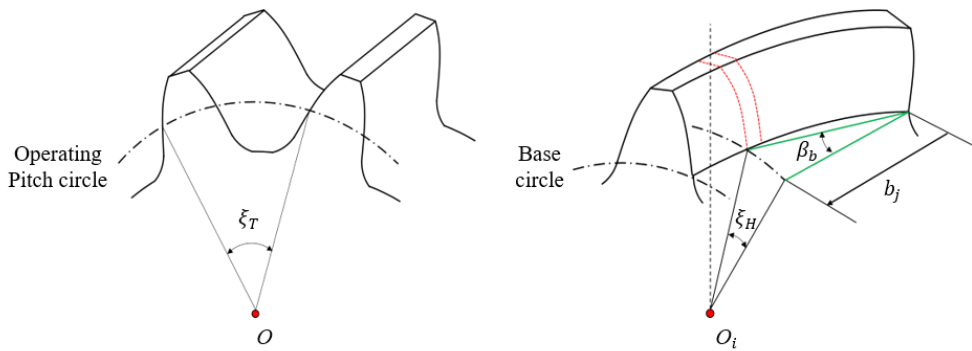


Fig. 2.11 Correction roll angle for tooth pair(left) and base helix angle(right).

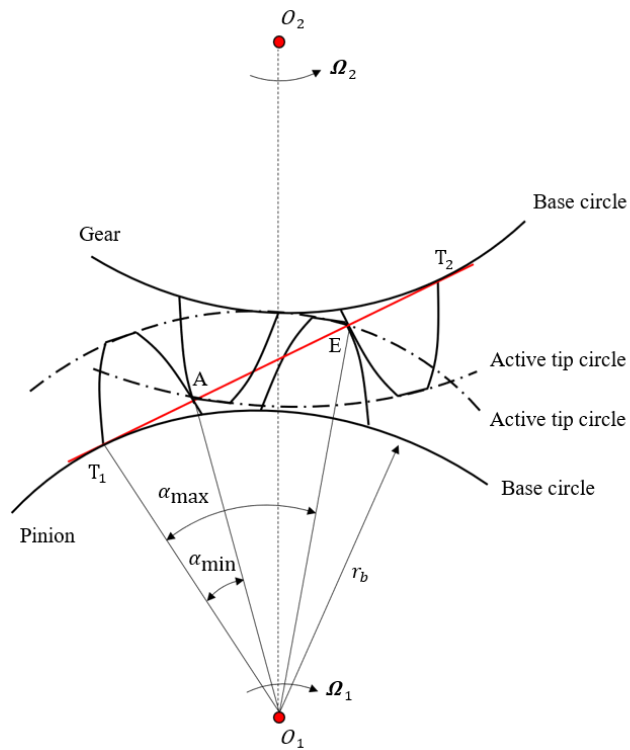


Fig. 2.12 Line of action in transverse plane of helical gear pair.

2.3.3. 기어의 물림 강성

헬리컬 기어쌍의 물림 힘(mesh force)은 Fig. 2.13과 같이 접촉선(파란색 선)에 수직인 방향으로 작용한다. 물림 힘은 비틀림각에 의해 축직각 방향 힘(F_t)과 축 방향 힘(F_a)으로 나뉘는데, Eq. 2.45와 Eq. 2.46으로 계산할 수 있다.

$$F_t = F_n \cos \beta \quad \text{Eq. 2.45}$$

$$F_a = F_n \sin \beta \quad \text{Eq. 2.46}$$

기존의 연구들[41, 42, 44-46]이 축직각 방향의 물림 힘에 의한 물림 강성만을 제시한 것과 달리, Wang 등[47]은 축방향 물림 힘도 고려한 물림 강성 예측 모델을 제시하였다. 하지만, 본 연구의 목적은 계산 비용을 최소화하는 해석적 모델을 개발하는 것이므로 축직각 물림 강성(transverse mesh stiffness)만 고려하였다. 조각 이론을 사용하여 헬리컬 기어를 여러 개의 평기어 조각들로 나누고, 각 조각의 총 포텐셜 에너지(total potential energy)로부터 물림 강성을 예측하였다. 치폭 방향으로 얇게 자른 헬리컬 기어의 물림 강성은 치 강성(tooth stiffness), 토대 강성(foundation stiffness), 접촉 강성(contact stiffness)으로 구성된다. 치 강성은 굽힘 강성(bending stiffness), 전단 강성(shear stiffness), 축방향 압축 강성(axial compressive stiffness)으로 나뉜다. 기어 치는 보통 Fig. 2.14에 나타낸 것과 같이 일정한 형태가 아닌 외팔보(non-uniform cantilever)로 고려하고, Eq. 2.47을 이용하여 축직각 방향의 물림 힘에 의한 총 포텐셜 에너지를 계산한다.

$$U_{tooth} = U_b + U_s + U_a \quad \text{Eq. 2.47}$$

where, U_b = energy generated by bending deformation;

U_s = energy generated by shear deformation;

U_a = energy generated by axial compressive deformation.

각 에너지는 Eq. 2.48, Eq. 2.49, Eq. 2.50을 사용하여 계산한다.

$$U_b = \frac{F_t^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{M_x^2}{2EI_x} dx \quad \text{Eq. 2.48}$$

$$U_s = \frac{F_t^2}{2k_s} = \int_0^d \frac{1.2F_b^2}{2GA_x} dx \quad \text{Eq. 2.49}$$

$$U_a = \frac{F_t^2}{2k_a} = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EI_x} dx \quad \text{Eq. 2.50}$$

where, F_t = transverse mesh force of gear pair, N;

k_b = bending stiffness, N/mm;

k_s = shear stiffness, N/mm;

k_a = axial compressive stiffness, N/mm;

d = effective tooth length for integration as defined in Fig. 2.14, mm;

M_x = moment for the variable cross-section x distance away from the mesh point, N·m;

E = Young's modulus, MPa.

M_x 는 Eq. 2.51과 같이 계산할 수 있다.

$$M_x = F_b x - F_a h \quad \text{Eq. 2.51}$$

where, F_b = bending force of transverse mesh force, N;

F_a = axial compressive force of transverse mesh force, N;

h = distance from the center axis of gear to the mesh point, mm.

I_x, A_x, G 는 각각 물림 지점에서 x 만큼 떨어진 미소 면적에 대한 관성 모멘트, 전단 넓이, 전단 탄성 계수(shear modulus)이다. Eq. 2.52, Eq. 2.53, Eq. 2.54를 사용하여 계산한다.

$$I_x = \frac{2h_x^3 \Delta l}{3} \quad \text{Eq. 2.52}$$

$$A_x = 2h_x \Delta l \quad \text{Eq. 2.53}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{Eq. 2.54}$$

where, h_x = half tooth thickness of section that is at a distance x away from mesh point along tooth center line, mm;

Δl = face width of sliced helical gear, mm;

G = shear modulus, MPa;

ν = Poisson's ratio.

결과적으로, 물림 지점과 순간 압력각이 정의되면 치폭 방향으로 얇게 자른 헬리컬 기어의 굽힘 강성, 전단 강성, 축방향 압축 강성은 Eq. 2.55, Eq. 2.56, Eq. 2.57을 사용하여 계산할 수 있다.

$$\frac{1}{k_b} = \int_0^d \frac{(x \cos \xi_1 - h \sin \xi_1)^2}{EI_x} dx \quad \text{Eq. 2.55}$$

$$\frac{1}{k_s} = \int_0^d \frac{1.2 \cos^2 \xi_1}{GA_x} dx \quad \text{Eq. 2.56}$$

$$\frac{1}{k_a} = \int_0^d \frac{\sin^2 \xi_1}{EA_x} dx \quad \text{Eq. 2.57}$$

기어의 축직각 방향 물림 힘이 치에 작용할 때, 기어 몸체의 회전 방향 변형이 발생한다. 즉, 기어 물림에 의한 기어의 축직각 방향 변형을 예측하기 위하여서는 외팔보로 가정된 기어 치의 변형뿐 아니라 기어 몸체의 변형도 고려해야 한다. 기어 몸체의 변형을 계산하기 위하여서는 토대 강성을 계산해야 한다. 많은 선행 연구들에서 Muskhelishvili 이론을 적용하여 Eq. 2.58과 같이 해석적으로 토대 강성을 예측하였고, 유한요소 해석으로 검증한 결과 높은 정확도를 보여주었다[10, 34, 35, 44, 45].

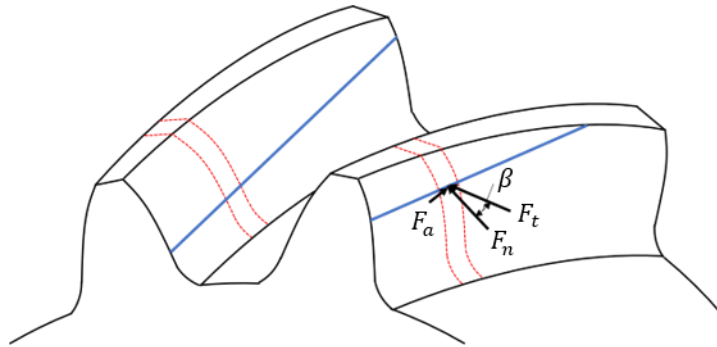


Fig. 2.13 Mesh force of helical gear.

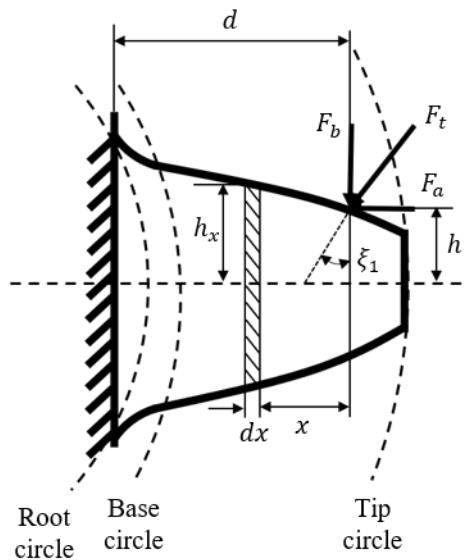


Fig. 2.14 Schematics of model for transverse tooth stiffness calculation of sliced helical gear.

$$\frac{1}{k_f} = \frac{\cos^2 \xi_1}{E\Delta l} \left\{ L^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right)^2 + M^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right) + P^* (1 + Q^* \tan^2 \xi_1) \right\} \quad \text{Eq. 2.58}$$

where, u_f = length from root circle to junction of tooth center line and

LOA defined in Fig. 2.15, mm;

S_f = arc length between two junctions with root circle defined in Fig. 2.15, mm.

계수 L^* , M^* , P^* , Q^* 은 근사 다항식으로 표현된 Eq. 2.59를 이용하여 계산된다[34].

$$X^*(h_f, \theta_f) = \frac{A_i}{\theta_f^2} + B_i h_f^2 + \frac{C_i h_f}{\theta_f} + \frac{D_i}{h_f} + E_i h_f + F_i \quad \text{Eq. 2.59}$$

where, h_f = ratio of r_f to r_{int} ;

r_{int} = radius of inner circle defined in Fig. 2.15, mm;

r_f = radius of root circle defined in Fig. 2.15, mm;

θ_f = angle between tooth center line and junction with root circle defined in Fig. 2.15, rad.

상수 A_i , B_i , C_i , D_i , E_i , F_i 는 Table. 2.3에 주어져 있다.

기어치는 탄성체이므로 기어쌍이 맞물려 돌아갈 때 물림 지점에서 접촉 변형(contact deformation)이 발생한다. 접촉 강성을 계산하는 여러 수식들이 제안되었지만 본 연구에서는 Weber[29]가 제안한 비선형 Hertzian 접촉 강성(nonlinear Hertzian contact stiffness) 수식인 Eq. 2.60을 사용하였다. 그의 방법은 접촉 강성을 예측하는 가장 정확한 방법으로 여겨진다.

$$\frac{1}{k_h} = \frac{2}{\pi b} \left[\left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) \left\{ \ln \frac{2h_{xp}}{b_{con}} - \frac{\nu_p}{2(1 - \nu_p)} \right\} + \left(\frac{1 - \nu_w^2}{E_w} \right) \left\{ \ln \frac{2h_{xw}}{b_{con}} - \frac{\nu_w}{2(1 - \nu_w)} \right\} \right] \quad \text{Eq. 2.60}$$

where, b_{con} = half width of contact region on tooth, mm;

h_{xp} = h_x of pinion, mm;

h_{xw} = h_x of wheel, mm.

b_{con} 는 Eq. 2.61과 같이 계산된다.

$$b_{con} = \left[\frac{4F}{\pi b} \left\{ \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) + \left(\frac{1 - \nu_w^2}{E_w} \right) \right\} \frac{r_{cp} r_{cw}}{r_{cp} + r_{cw}} \right]^{1/2} \quad \text{Eq. 2.61}$$

where, r_{cp} = radius of curvature at point of contact of pinion, mm;

r_{cw} = radius of curvature at point of contact of wheel, mm;

E_p = Young's modulus of pinion, MPa;

E_w = Young's modulus of wheel, MPa;

ν_p = Poisson's ratio of pinion;

ν_w = Poisson's ratio of wheel.

Eq. 2.60과 Eq. 2.61로부터 알 수 있듯이, 접촉 강성은 작용 하중 F 에 대한 함수이다.

물림 강성은 작용 하중에 대한 독립적인(independent) 치 강성 및 토대 강성과 작용 하중에 대한 종속적인(dependent) 접촉 강성으로 구성되어 있다. 따라서, 본 연구에서는 기어쌍의 물림 강성을 치 강성과 토대 강성의 합으로 이루어진 하중 독립적인 강성(load independent stiffness)과 접촉 강성으로 이루어진 하중 종속적인 강성(load dependent stiffness)의 합으로 정의하였다. 물림 상태에 있는 t 번째 기어치의 j 번째 조각에서 i 번째 물림 위치일 때 하중 독립적인 강성은 Eq. 2.62와 같이 표현된다.

$$\frac{1}{(k_{ind})_{i,j,t}} = \frac{1}{(k_b)_{i,j,t}} + \frac{1}{(k_s)_{i,j,t}} + \frac{1}{(k_a)_{i,j,t}} + \frac{1}{(k_f)_{i,j,t}} \quad \text{Eq. 2.62}$$

결과적으로, 기어 물림 강성은 Eq. 2.63과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{k_{i,j,t}} = \frac{1}{(k_{ind}^p)_{i,j,t}} + \frac{1}{(k_{ind}^w)_{i,j,t}} + \frac{1}{(k_h[F_t])_{i,j,t}} \quad \text{Eq. 2.63}$$

많은 선행 연구들에서 접촉 강성은 선형 Hertzian 접촉 강성(linear Hertzian contact stiffness) 또는 근사된 비선형 Hertzian 접촉 강성(approximated nonlinear Hertzian contact stiffness)으로 계산되었다[10, 35, 36, 44,

45, 92, 93]. 즉, 물려 있는 치 쌍들 사이의 하중 분할 효과(load sharing effect)가 고려되지 않았으며 치 접촉 강성의 비선형성이 무시되었다. 본 연구에서는 기존의 한계점들을 극복하고 해석적 모델의 정확도를 개선하기 위하여 반복 계산 방법(iterative method)을 이용하였다. 반복 계산 방법은 Fig. 2.16과 같은 순서도로 설명할 수 있다[40]. 순서도에서 LSR_i 는 물려 있는 각 치 쌍에 대한 LSR을 의미하고, ε 은 반복 계산상의 허용 오차를 의미한다. 반복 계산이 완료되면, 물림 상태에 있는 t 번째 기어치의 j 번째 조각에서 i 번째 물림 위치일 때 물림 힘, LSR, 물림 강성이 계산된다. 이를 통해 i 번째 물림 위치일 때 기어의 물림 강성을 Eq. 2.64로 계산할 수 있다. 마지막으로 기어의 정적 전달오차는 Eq. 2.65로 계산된다.

$$TVMS_i = \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_s} k_{i,j,t} \quad \text{Eq. 2.64}$$

$$LSTE_i = \frac{F_t}{TVMS_i} \quad \text{Eq. 2.65}$$

where, $TVMS_i$ = time-varying mesh stiffness at i^{th} meshing position,
N/ μm ;

$LSTE_i$ = load static transmission error at i^{th} meshing position, μm .

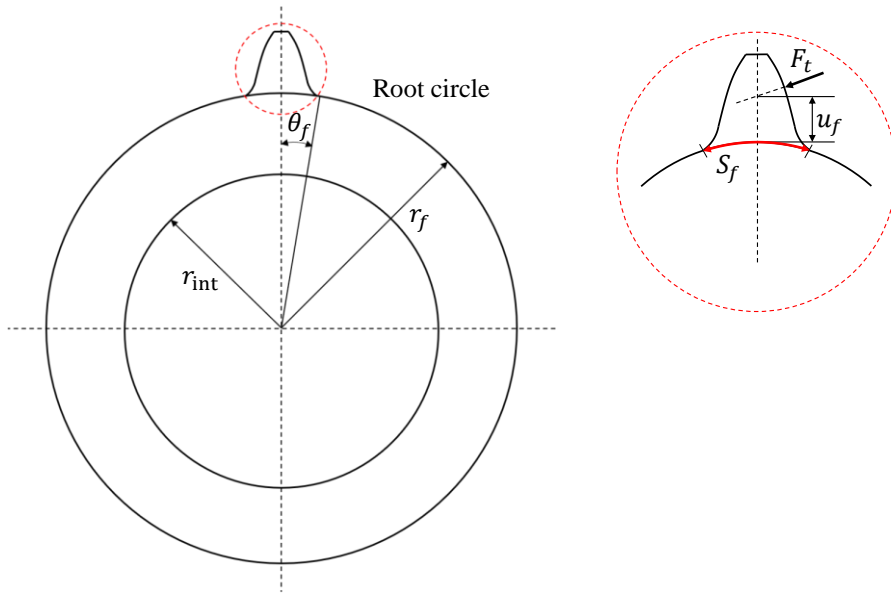


Fig. 2.15 Schematic of model for transverse gear foundation stiffness calculation.

Table. 2.3 Coefficients for approximate polynomial function

	A_i ($\times 10^{-5}$)	B_i ($\times 10^{-3}$)	C_i ($\times 10^{-4}$)	D_i ($\times 10^{-3}$)	E_i	F_i
$L^*(h_f, \theta_f)$	-5.574	-1.9986	-2.3015	4.7702	0.0271	6.8045
$M^*(h_f, \theta_f)$	60.111	28.100	-83.431	-9.9256	0.1624	0.9086
$P^*(h_f, \theta_f)$	-50.952	185.50	0.0538	-53.300	0.2895	0.9236
$Q^*(h_f, \theta_f)$	-6.2042	9.0889	-4.0964	7.8297	-0.1472	0.6904

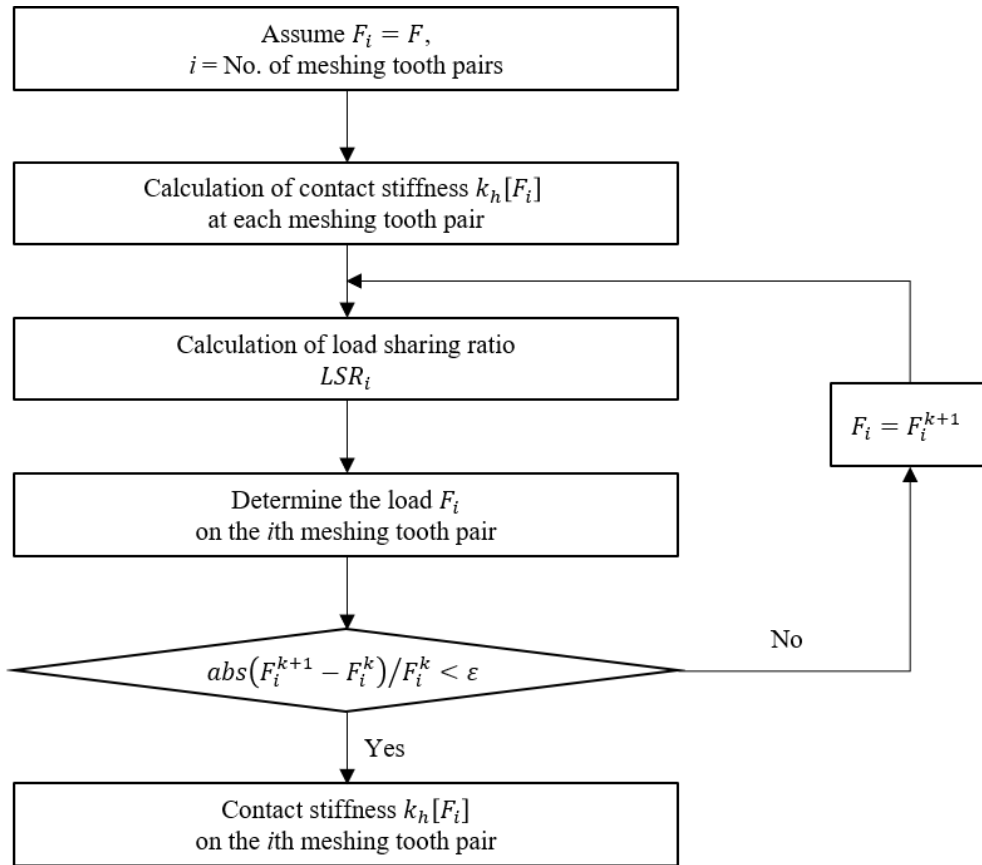


Fig. 2.16 Flowchart for calculating load sharing of each meshing tooth pair.

2.3.4. 정적 전달오차 해석 결과 및 논의

TAM은 기어 치가 기초원에 고정되어 있다고 가정하고, 물림 강성을 SAP부터 EAP까지만을 고려하여 계산한다. 하지만, 실제 기어 치는 이뿌리원에 고정되어 있다. 따라서, TAM 모델을 이용하면 기초원이 이뿌리원보다 작을 경우에 치 강성은 과대평가되고, 반대의 경우에는 치 강성이 과소평가된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여, 본 연구에서 제안된 IAM은 치 강성을 계산할 때 이뿌리원부터 물림점까지의 치 두께를 고려하였다. 제안된 모델을 이용하여 Table. 2.4에 제시된 설계 변수들을 가지는 1개의 평기어쌍(Case I)과 2개의 헬리컬 기어쌍(Case II, Case III)의 TVMS와 LSTE를 계산하였다. Case I, Case II, Case III는 서로 다른 비틀림각을 가지는 3개의 기어쌍으로 전위계수를 제외한 나머지 설계 변수가 모두 동일하다. 고정된 중심 거리에서 전위계수는 언더컷이 발생하지 않는 값으로 조정되었기 때문이다.

TAM, IAM, FEM을 통해 정적 전달오차를 해석하는 것은 Intel Core i7-10700KF CPU (8 cores and 3.80 GHz)에서 수행되었다.

Table. 2.4 Geometrical parameters of a helical gear pair

Description	Symbol	Pinion	Wheel
Normal module	m_n	6 mm	
Normal pressure angle	α_n	20°	
Helix angle	β	0° (Case I), 5° (Case II), 10° (Case III)	
No. of teeth	z	25	76
Face width	b	30 mm	30 mm
Center distance	a_w	308 mm	
Profile shift coefficient	x_n^*	0.2715	0.6110 (Case I), 0.3980 (Case II), - 0.2170 (Case III)
Rack tip fillet radius coefficient	ρ_n^*	0.38	
Rack addendum coefficient	h_{ap0}^*	1.25	
Rack dedendum coefficient	h_{fp0}^*	1.00	
Young's modulus	E	206 GPa	
Poisson's ratio	ν	0.3	

2.3.4.1. IAM과 FEM의 해석 결과 비교

IAM으로 계산된 TVMS와 LSTE를 검증하기 위하여서 Abaqus/CAE의 C3D20R을 이용하여 Case I, II, III에 대한 유한요소모형을 만들었다. Xie 등 [37]은 정적 치 강성(static tooth stiffness)을 계산할 때 기어 유한요소모형에서 전체 치가 아닌 소수의 치만 고려하여도 유의미한 해석 결과가 얻어진다고 보고하였다. 다른 선행 연구들[92, 93]도 해당 연구에서 제안한 해석적 모형을 검증하기 위하여 전체 치가 아닌 소수의 치만 고려된 유한요소모형을 사용하였다. 본 연구에서는 피니언과 휠의 유한요소모형에서 기어 치를 각각 5개와 8개 고려하였다. 피니언 유한요소모형은 63,308개의 노드와 13,640개의 요소로 구성되었다. 휠 유한요소모형은 Case I, II,

III에서 약간씩 차이가 있지만, 대략 152,000개의 노드와 33,500개의 요소로 구성되었다. 유한요소해석 결과, 모델의 메쉬 수준(mesh quality)은 적절한 해석 수준을 나타내기에 충분한 것으로 판단되었다.

Fig. 2.17에 나타난 것처럼, 피니언과 휠의 기하학적 중심에 마스터 노드(master node)를 생성하였다. 피니언의 내경 면에 존재하는 모든 노드는 피니언의 마스터 노드에 결합되었고, 마스터 노드는 회전 방향을 제외한 모든 자유도가 제한되었다. 휠의 내경 면에 존재하는 모든 노드는 휠의 마스터 노드에 결합되었다. 휠의 마스터 노드는 모든 자유도가 제한되었고, 휠의 옆 단면에 존재하는 모든 노드는 고정되었다. 외부 토크는 피니언의 마스터 노드에 314 Nm가 인가되었다. 몇몇 물림 위치에서 정적 해석이 수행되었고, 유한요소모델은 기초 피치(base pitch) 길이만큼 1회 회전하였다. 휠의 옆 단면(노란색 영역)이 고정되어 있기 때문에 기어 몸체 강성을 더 정확하게 고려하기 위하여서 물림은 항상 중앙 치에서 발생하게 하였다. 각 물림에서의 LSTE는 피니언 회전 각도에 피니언의 기초원 반경을 곱하여 계산하였다. 한편, 본 연구에서 LSTE 예측을 위하여 개발된 IAM은 작용선 상의 기어 물림만을 고려하였기 때문에 치의 굽힘에 의해 치끝에서 발생할 수 있는 비정상적인 기어 접촉 현상(extended tip contact 또는 off-line of action contact)은 고려되지 않는다. IAM의 검증에 위한 유한요소모델에서도 이와 동일한 조건에서 해석을 수행하기 위하여 이론상 한 쌍의 치 물림만 발생하는 경우에는 다른 치면을 접촉 영역으로 정의하지 않았다.

Fig. 2.18는 SAP부터 EAP까지 피니언 롤 각도에 따라 IAM과 FEM의 LSTE 결과를 도시한 것이다. IAM으로 계산된 LSTE가 FEM의 결과와 매우 유사한 것을 확인할 수 있다. Table. 2.5에서 확인할 수 있듯이 IAM의

PPSTE가 FEM의 결과보다 약간 크다. 하지만, 모든 Case에서 상대오차가 3% 미만으로 수용 가능한 결과로 판단된다.

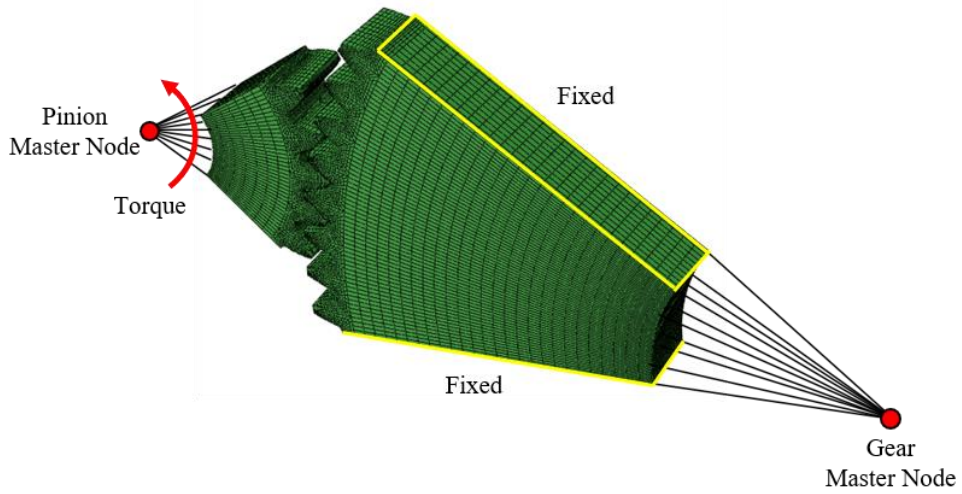


Fig. 2.17 FE model for helical gears.

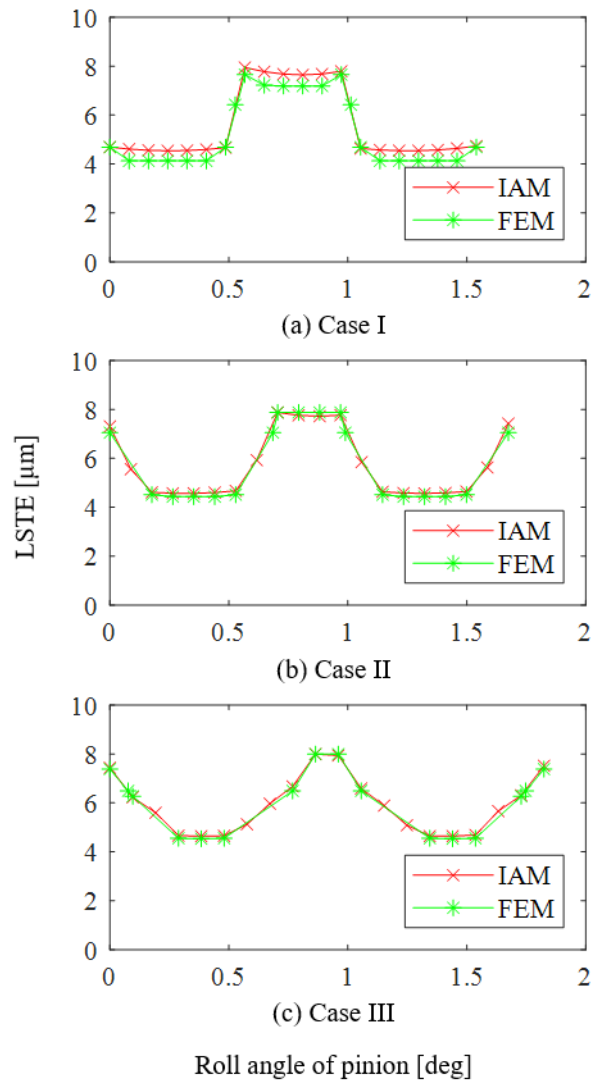


Fig. 2.18 LSTE results of IAM and FEM for Cases I, II, and III.

Table. 2.5 Comparison of PPSTE for each model for Cases I, II, and III

Description	Unit	Case I	Case II	Case III
IAM	μm	3.44	3.34	3.39
FEM	μm	3.52	3.44	3.46
Relative error	%	2.27	2.91	2.02

2.3.4.2. IAM과 TAM의 치 강성 해석 결과 비교

Table. 2.4의 3가지 기어쌍에 대해서 TAM과 IAM을 이용하여 피니언과 휠의 치 강성을 예측하였다. Table. 2.6은 본 연구에서 제안한 기어 치 형에 대한 파라메트릭 모델을 이용하여 피니언과 휠의 기초원 반경과 이뿌리원 반경을 계산한 결과이다. 모든 Case에서 피니언의 이뿌리원 반경은 기초원 반경보다 작았다. 반대로, 휠의 이뿌리원 반경은 기초원 반경보다 컸다.

Figs. 2.19-21은 TAM과 IAM을 이용하여 피니언과 휠의 치 강성 예측 결과를 비교한 결과이다. IAM으로 예측된 피니언의 치 강성은 TAM의 결과보다 더 작았다. 반면, IAM으로 예측된 휠의 치 강성은 TAM의 결과보다 더 컸다.

Table. 2.6 Base circle and root circle radii of a helical gear pair

Description	Unit	Case I		Case II		Case III	
		Pinion	Wheel	Pinion	Wheel	Pinion	Wheel
Base circle radius	mm	70.48	214.25	70.71	214.97	71.43	217.16
Root circle radius		69.13	224.17	69.42	223.76	70.29	222.72
Difference between radii		(-)1.35	(+)9.92	(-)1.29	(+)8.79	(-)1.14	(+)5.56

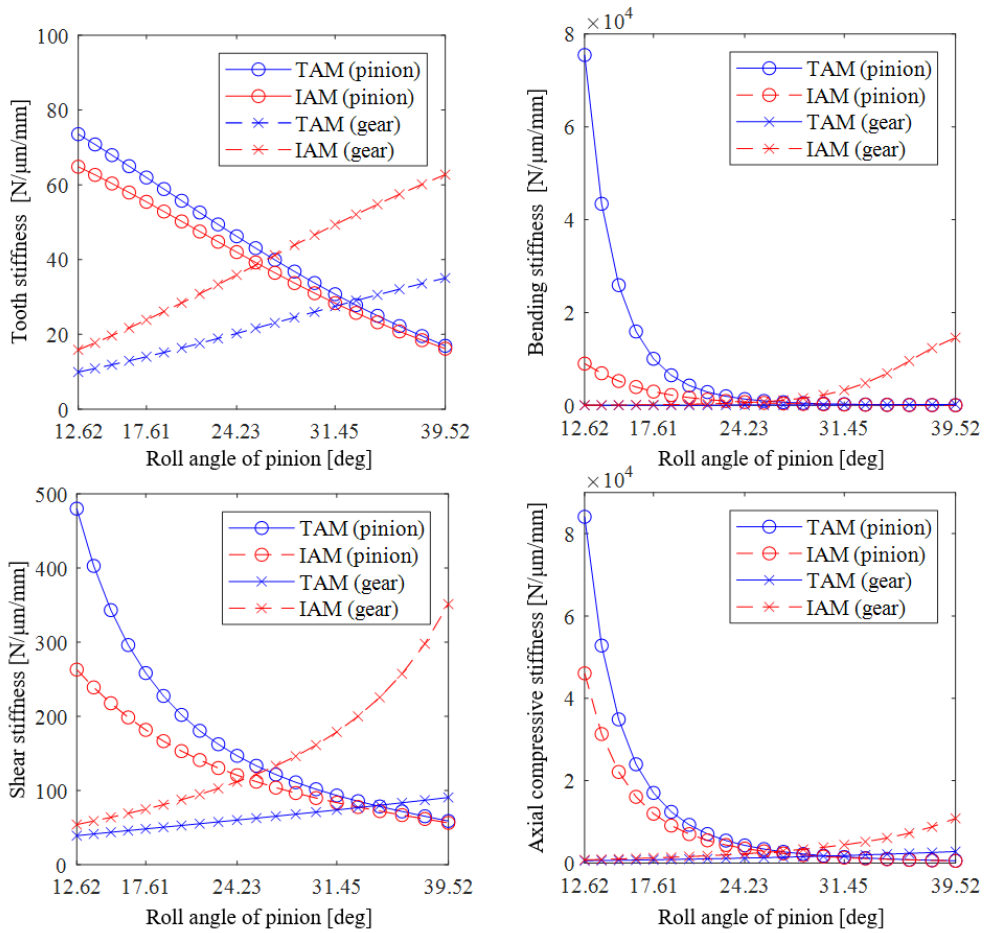


Fig. 2.19 Tooth thickness, bending stiffness, shear stiffness, and axial compressive stiffness results of TAM and IAM for Case I.

피니언과 휠 모두 SAP에서의 치 강성 예측 결과에 큰 차이가 나타났다. 치 강성의 구성 요소들 중 굽힘 강성과 축방향 압축 강성은 큰 부분을 차지한다. 굽힘 강성을 계산할 때 모멘트 암(moment arm)은 매우 중요한 요소이다. 하지만, TAM은 모멘트 암의 길이를 정확하게 고려할 수 없다는 한계가 있다.

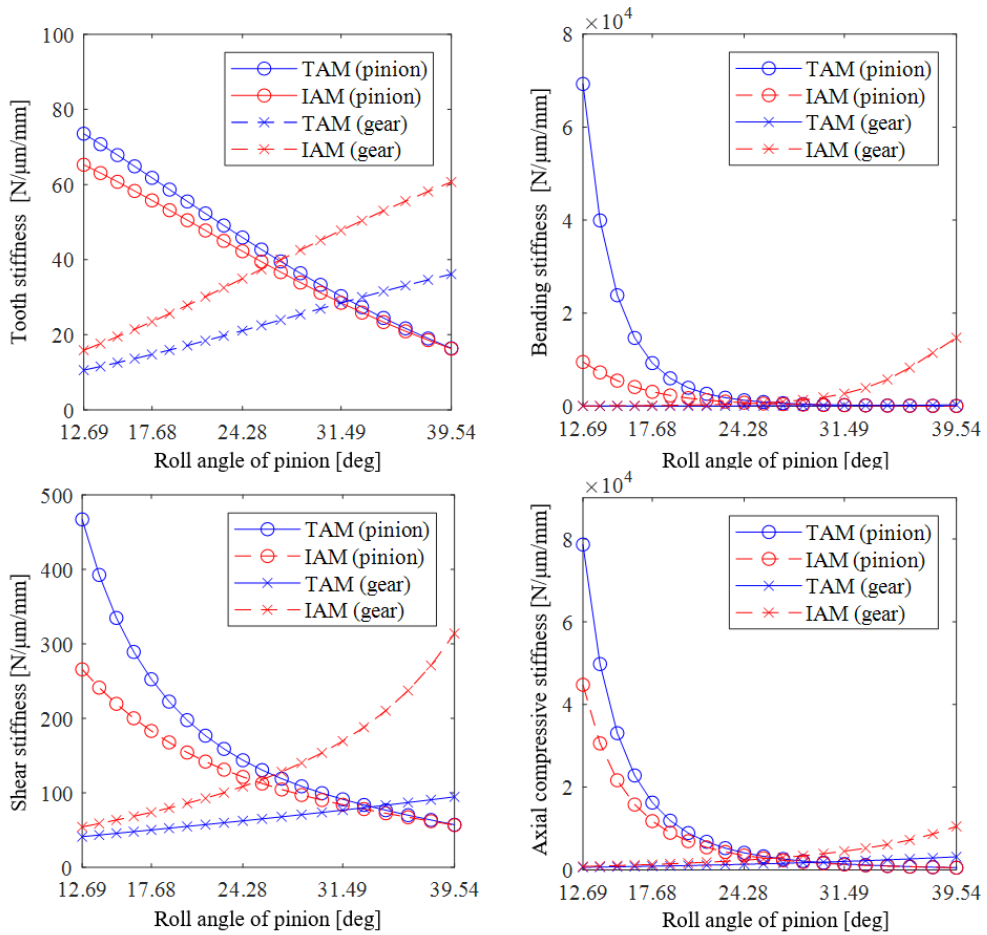


Fig. 2.20 Tooth thickness, bending stiffness, shear stiffness, and axial compressive stiffness results of TAM and IAM for Case II.

피니언의 기초원과 이뿌리원의 반경 차이는 Case I에서 -1.35 mm, Case II에서 -1.29 mm, Case III에서 -1.14 mm이었다. 휠의 기초원과 이뿌리원의 반경 차이는 Case I에서 +9.92 mm, Case II에서 +8.79 mm, Case III에서 +5.56 mm이었다. 따라서, TAM에서 피니언의 모멘트 암은 실제 길이(IAM에서의 길이)보다 더 작기 때문에 치 강성이 과대평가되었다고 할 수 있다. 반대로, TAM에서 휠의 모멘트 암은 실제 길이(IAM에서의 길이)보다 더 길기 때문에 치 강성이 과소평가되었다고 할 수 있다. 다시 말해서,

기초원과 이뿌리원의 반경 차이가 클수록 IAM은 TAM보다 더욱 정확한 해석 결과를 나타낼 것으로 판단된다.

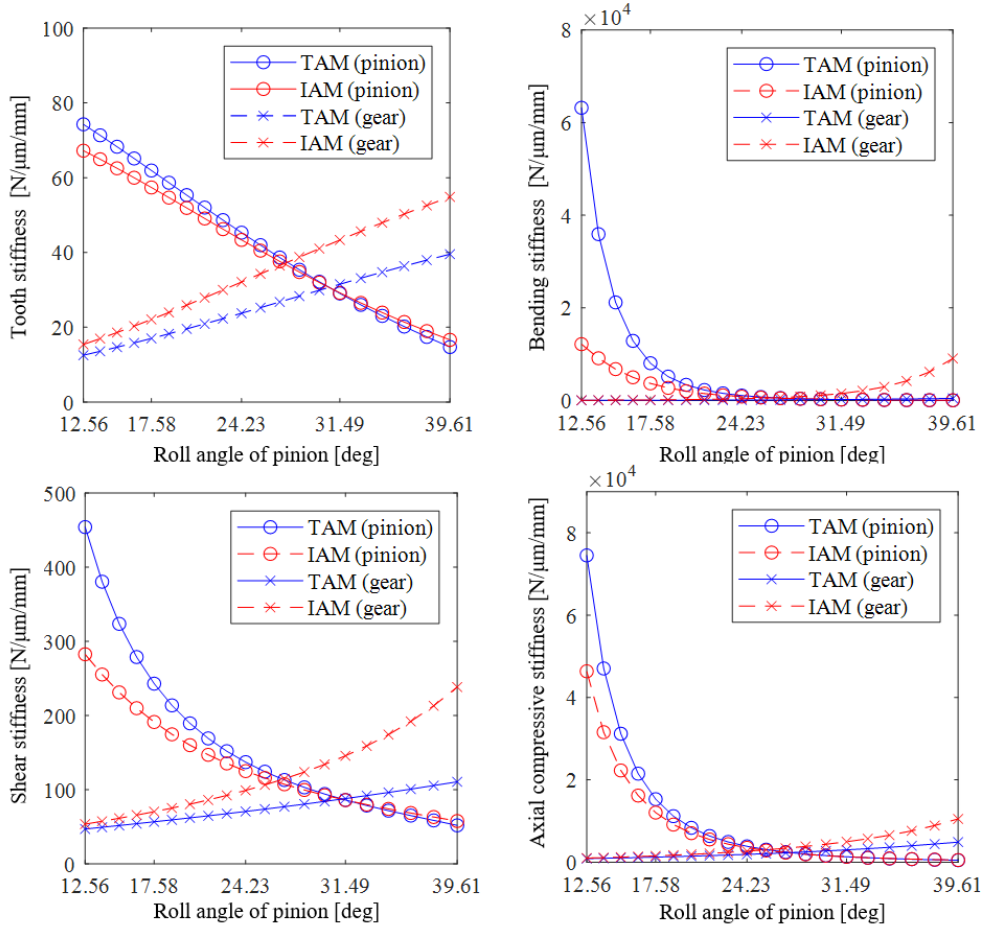


Fig. 2.21 Tooth thickness, bending stiffness, shear stiffness, and axial compressive stiffness results of TAM and IAM for Case III.

2.3.4.3. IAM과 TAM의 TVMS 및 LSTE 해석 결과 비교

IAM과 TAM을 이용하여 치 강성을 계산한 후 TVMS와 LSTE를 예측한 결과는 Figs. 2.22-24와 같다. 구간 A와 B는 각각 치폭을 따라 항상 1쌍과 2쌍의 치가 물려 있는 순간이다. 따라서, 구간 A에서는 가장 작은 TVMS와 가장 큰 LSTE가 나타났고, 구간 B에서는 가장 큰 TVMS와 가장 작은 LSTE가 나타났다. Case I, Case II, Case III에 대한 축직각 물림률, 중첩 물림률, 전체 물림률은 Table. 2.7과 같다. 각 Case에서 축직각 물림률은 비슷하지만, 중첩 물림률이 비틀림각이 커짐에 따라 함께 증가하였다. Fig. 2.25에서 LSR 그래프는 TVMS 및 LSTE의 그래프와 비슷한 경향성을 보인다. 이러한 결과들을 통해 1쌍의 치가 물려 있는 구간 A는 중첩 물림률이 작아지면 함께 감소하는 것으로 판단되었다. 비록 구간 B의 크기는 비틀림각이 커지면서 감소하였지만, 치 강성의 변화가 부드러워졌다. Case I에서 구간 B와 A 사이의 간격은 매우 좁지만, Case II와 Case III에서는 간격이 넓어졌다. 즉, 중첩 물림률이 정수에 가까워질수록 TVMS와 LSTE의 변화가 완만해지는 것을 확인하였다. 이는 선행 연구 [44, 46, 62]에서 확인된 것과 비슷한 결과였다.

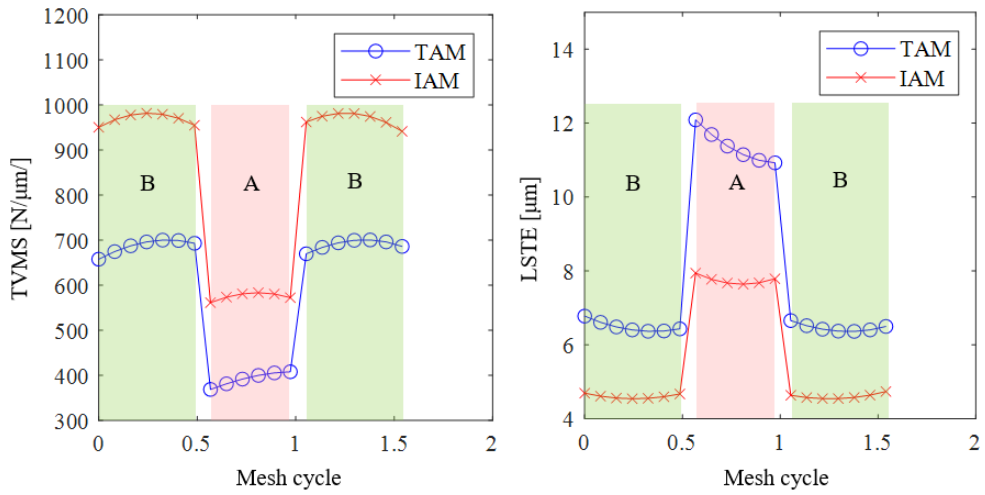


Fig. 2.22 TVMS and LSTE results of TAM and IAM for Case I.

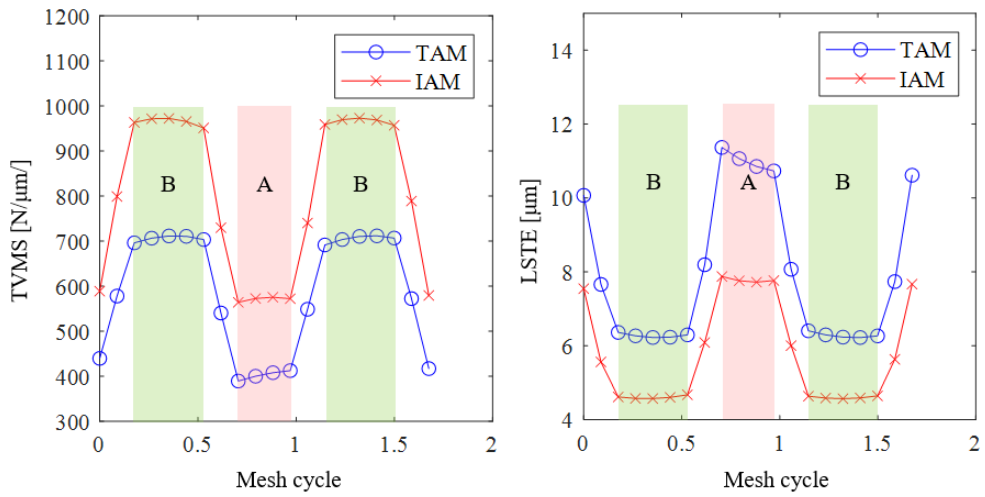


Fig. 2.23 TVMS and LSTE results of TAM and IAM for Case II.

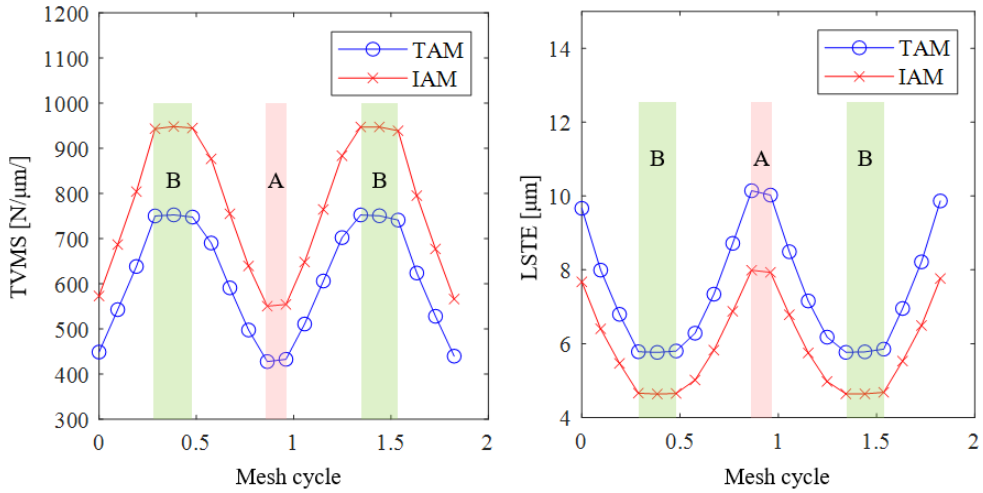


Fig. 2.24 TVMS and LSTE results of TAM and IAM for Case III.

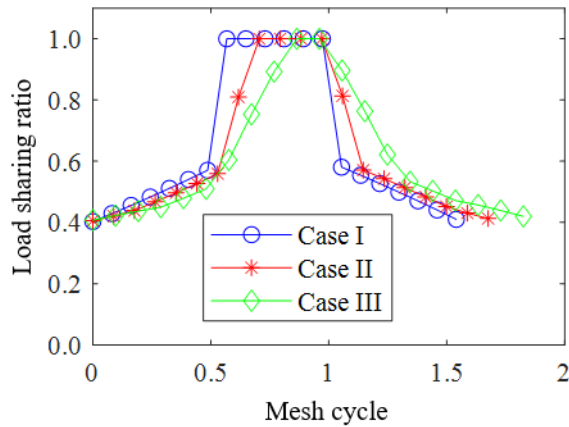


Fig. 2.25 Load sharing ratio for Case I, Case II, and Case III.

IAM으로 계산한 TVMS는 TAM의 계산 결과보다 일반적으로 크게 예측되었다. 이는 TAM에서 피니언의 치 강성이 약간 큰 반면, 휠의 치 강성이 IAM에서 월등히 크기 때문인 것으로 사료된다. Table. 2.8은 각 Case의 PPSTE를 보여준다. 비틀림각에 따라 PPSTE가 크게 변하지 않는 IAM의 결과와 달리, TAM의 결과는 비틀림각에 민감하게 변하는 것을

확인하였다. 이는 Table. 2.6에 나타난 것과 같이 비틀림각에 따라 기초원과 이뿌리원의 반경이 변하기 때문인 것으로 판단된다. 또한, 이뿌리원보다 기초원에서 반경의 변화가 더 크게 나타났다. 다시 말해서, 비틀림각이 커질수록 이뿌리원과 기초원 사이의 간격은 좁아지기 때문에 TAM과 IAM의 LSTE 예측 결과 차이는 줄어드는 것으로 판단된다.

Table. 2.7 Contact ratio for Case I, Case II, and Case III

Description	Case I	Case II	Case III
Transverse contact ratio	1.5401	1.5363	1.5481
Overlap contact ratio	-	0.1387	0.2764
Total contact ratio	1.5401	1.6750	1.8245

Table. 2.8 Peak-to-peak values of LSTE for Case I, Case II, and Case III

Description	Unit	Case I	Case II	Case III
TAM	μm	5.72	5.15	4.38
IAM		3.44	3.34	3.39

2.4. 기어 해석 솔버를 이용한 기어 강건성 분석 수행

많은 선행 연구들이 기어의 마이크로제원 오차가 기어의 접촉 특성과 이뿌리 및 접촉 응력에 미치는 영향[53-56]을 분석하였으나, 매크로제원 오차에 대한 연구는 부족한 실정이다. 매크로제원 오차는 기어의 치 두께, 중심 거리, 이끝 지름 등에 대한 제작 정밀도에 의해 발생한다. Houser[53]의 연구에 따르면 이러한 오차들은 기어 성능에 영향을 줄 수 있음에도 불구하고, 선행 연구에서 다루지지 않았으며 추후 연구로써 충분한 가치가 있다고 보고되었다. 따라서 본 연구에서는 기존의 연구에서 주로 다루졌던 인볼루트 기울기(profile slope), 인볼루트 곡률(profile curvature), 비틀림각 기울기(lead slope), 비틀림각 곡률(lead curvature) 등과 같은 마이크로제원 오차가 아닌 매크로제원 오차가 기어 성능 지표에 미치는 영향을 확인하고자 하였다.

본 장(2장)에서 사용된 2개의 기어쌍에 대한 매크로제원 정보는 Table. 2.9와 같다. 매크로제원 제작 오차를 고려하지 않았을 때 기어 해석 솔버로 각 기어쌍의 기어 성능 지표를 평가한 결과는 Table. 2.10과 같다. 2개의 기어쌍은 굽힘 강도와 면압 강도에 대한 최소 안전계수를 만족하는 제원 중 무게, 부피, PPSTE 등에 대해 비슷한 성능을 보여주는 제원으로 선정되었다. 강건성 분석(robustness analysis)은 각 기어쌍에 치 두께, 중심 거리, 이끝 지름의 제작 오차를 고려하여 수행되었다. 각 제작 오차의 최솟값과 최댓값은 Table. 2.11과 같다. 피니언과 휠에 대해서는 동일한 제작 오차가 고려되었다. 모든 해석은 Intel Core i7-10700KF CPU (8 cores and 3.80 GHz)에서 수행되었다.

Table. 2.9 Macro-geometry of gear pairs

Description	Symbol	Gear Pair 1	Gear Pair 2
Normal module (mm)	m_n	2.5	3.0
Normal pressure angle (°)	α_n	20	22.5
Helix angle (°)	β	5	15
Number of teeth of pinion	z_1	35	27
Number of teeth of wheel	z_2	47	36
Face width (mm)	b	20	20
Profile shift coefficient of pinion	x_n^*	-0.451	0.370
Center distance (mm)	a_w	101	101

Table. 2.10 Performance metrics of gear pairs without considering manufacturing errors

Description	Symbol	Gear Pair 1	Gear Pair 2
Safety factor for tooth root stress of pinion	S_{F1}	1.001	1.680
Safety factor for tooth root stress of wheel	S_{F2}	1.153	1.669
Safety factor for surface durability of pinion	S_{H1}	1.068	1.216
Safety factor for surface durability of wheel	S_{H2}	1.095	1.257
Weight of gear pair (kg)	m	2.494	2.490
Volume of gear pair (mm ³)	V	5.022E+05	5.082E+05
Efficiency of gear pair (%)	η_{eff}	99.205	99.441
PPSTE (μm)	-	3.137	3.137

Table. 2.11 Manufacturing errors of gear macro-geometry

Description	Minimum value	Maximum value
Tooth thickness tolerance (mm)	-0.110	-0.070
Tip diameter tolerance (mm)	-0.100	0
Center distance tolerance (mm)	-0.011	0.011

2.4.1. 몬테카를로 해석 기법

일반적으로 기어의 제작 정밀도가 기어 성능에 미치는 영향을 분석하는 방법은 제작 오차가 정규 분포(Gaussian distribution)를 따른다고 가정하고 몬테카를로 해석(Monte-Carlo simulation)을 이용하는 것이다[53, 55]. 이 해석에서 각 제작 오차 변수는 독립적인 정규 분포를 갖는다고 가정되며, 이 분포로부터 각 변수가 임의 표본으로 추출된다. 정규 분포의 구성 요소인 평균과 표준편차는 Table. 2.11에 명시된 기어 매크로제원 제작 오차 정보를 이용하여 계산하였다. 공차(tolerance)의 범위는 6-시그마(sigma)로 가정되었다. 즉, 각 제작 오차의 평균(mean)과 표준편차(standard deviation)는 Eq. 2.66과 Eq. 2.67을 이용하여 계산하였다. 2개의 매개변수를 이용하여 정규 분포를 표현하면 Eq. 2.68과 같다.

$$\mu = \frac{\text{minimum value} + \text{maximum value}}{2} \quad \text{Eq. 2.66}$$

$$\sigma = \frac{\text{maximum value} - \text{minimum value}}{6} \quad \text{Eq. 2.67}$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right], -\infty < x < \infty \quad \text{Eq. 2.68}$$

where, μ = mean of each manufacturing error, mm;

σ = standard deviation of each manufacturing error, mm;

$f_X(x)$ = probability density function of Gaussian distribution.

본 연구에서는 3가지 종류의 제작 오차가 고려되었으므로, 정규 분포도 3개 생성되었다.

Fig. 2.26은 본 연구에서 사용된 몬테카를로 해석의 흐름도를 보여준다. 각 제작 오차의 정규 분포를 기반으로 Table. 2.9에 있는 각 기어쌍에 대해 100개의 임의 표본을 추출한 후 기어 성능 지표를 평가하였다. 하나의 임의 표본은 각 제작 오차의 정규 분포에서 임의 추출된 값들이 반

영된 기어 매크로제원으로 구성되어 있다.

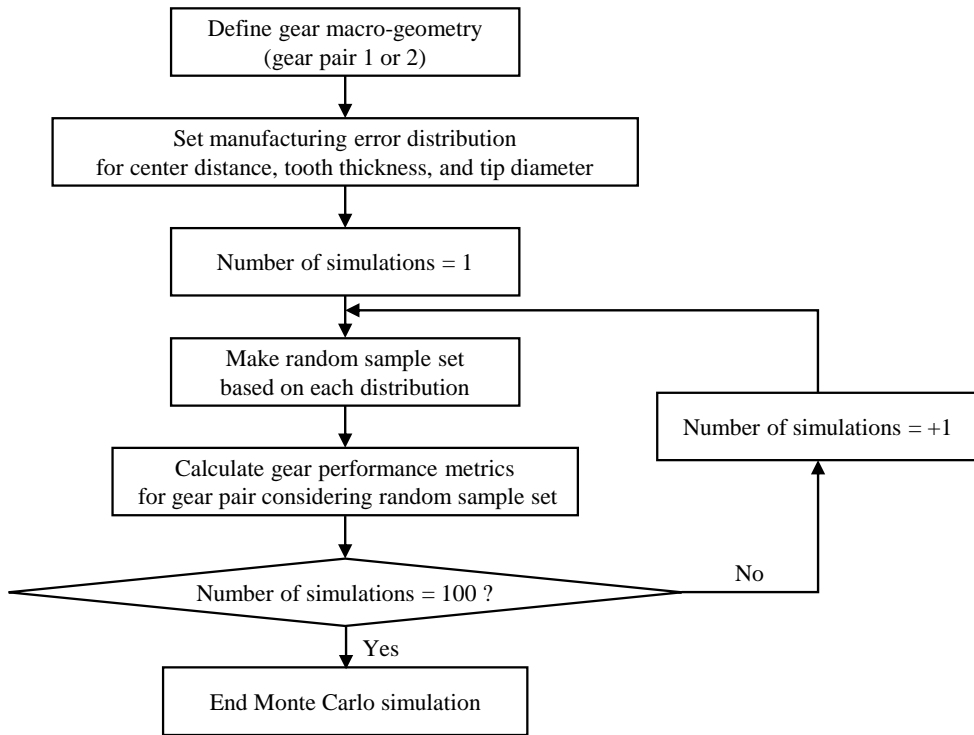


Fig. 2.26 Flow chart of Monte Carlo simulation using 100 random sample sets for two gear pairs.

2.4.2, 매크로제원 제작 오차를 고려한 기어 성능 평가

Figs. 3.4-9는 치 두께, 중심 거리, 이끝 지름에 대한 제작 오차를 고려하여 각 기어 성능 지표에 대한 몬테카를로 유형의 강건성 분석을 수행한 결과이다. 작동 조건은 입력 속도 1,383 rpm, 입력 토크 300 Nm, 작동 시간 777 hrs으로, 75 kW급 농업용 트랙터의 주변속 4단에 사용되는 기어에 대한 작동 조건이다[13].

Figs. 2.27-28에서 나타난 것과 같이 기어 매크로제원 오차에 따른 기어의 굽힘 강도 및 면압 강도에 대한 안전계수의 편차는 크지 않았다. 하지만, 기어쌍 1의 피니언 굽힘 강도에 대한 안전계수의 강건성 분석 결과(Fig. 2.27(a))는 매우 유의미했다. 기어 매크로제원 오차가 고려되지 않았을 때 안전계수의 값은 1.0 이상이었지만, 다양한 매크로제원 오차가 고려되었을 때 1.0 미만의 안전계수를 갖는 경우가 다수 존재하였다.

Figs. 2.29-30을 통해 기어 매크로제원 오차는 기어쌍의 기하학적 성능 지표(무게와 부피)에 거의 영향을 미치지 않는다는 것을 확인하였다. 이는 고려된 매크로제원 오차의 값이 크지 않기 때문인 것으로 판단된다. 마찬가지로 Fig. 2.31을 통해 기어의 효율은 매크로제원 오차에 의한 영향을 유의미하게 받지 않는다는 것을 확인하였다.

Fig. 2.32는 기어 매크로제원 오차가 고려되었을 때 각 기어쌍의 PPSTE에 대한 강건성 분석 결과를 보여준다. 각 기어 매크로제원 오차가 독립적인 정규 분포로 가정되었음에도, PPSTE의 분포는 다른 기어 성능 지표와 다르게 정규 분포의 형태로 나타나지 않았다. 더욱이 기어쌍 2는 분포의 편차가 크지 않은 반면, 기어쌍 1에서는 평균값에서 다소 멀리 있는 값을 가진 경우들이 나타났다.

Table. 2.12는 각 기어쌍의 굽힘 강도 및 면압 강도에 대한 안전계수

의 강건성 분석 결과를 요약한 것이다. Normal value는 제작 오차가 고려되지 않았을 때의 값이다. Avg.와 Stdv.는 각각 제작 오차가 고려되었을 때의 평균값과 표준편차를 의미한다. 안전계수의 경우 설계상 요구 사항으로 1.0 이상이 되어야 한다. 따라서, 안전계수에 대한 강건성 분석 결과에서 통계적으로 의미 있는 값은 Avg.-3Stdv.이다. 앞서 언급한 것처럼 normal value가 1.0에 가까웠던 기어쌍 1의 피니언 굽힘 강도에 대한 안전계수의 경우 Avg.는 1.0으로 나타났지만 Avg.-3Stdv.가 0.988로 나타났다. 나머지 안전계수 값들은 Avg.와 Avg.-3Stdv. 모두 1.0 이상으로 나타났다.

Table. 2.13은 각 기어쌍의 무게, 부피, 효율, PPSTE의 강건성 분석 결과를 요약한 것이다. 이들 지표는 안전계수와 달리 설계상 특정 값 이하가 되도록 요구된다. 따라서, 이들에 대한 강건성 분석 결과에서 통계적으로 의미 있는 값은 Avg.+3Stdv.이다. 무게, 부피, 효율의 경우 두 기어쌍에서 normal value와 Avg.의 차이가 크지 않았으며, Avg.와 Avg.+3Stdv.의 차이도 크지 않았다. 즉, 제작 오차가 고려되더라도 normal value에서 크게 벗어나는 값을 갖는 표본이 존재하지 않았다. 하지만, PPSTE는 기어쌍 1의 Stdv.는 기어쌍 2의 Stdv.의 약 6배로 나타났다. 이에 따라 기어쌍 2은 기어쌍 1보다 Avg.+3Stdv.의 값이 $0.633 \mu\text{m}$ 작은 값으로 나타났다.

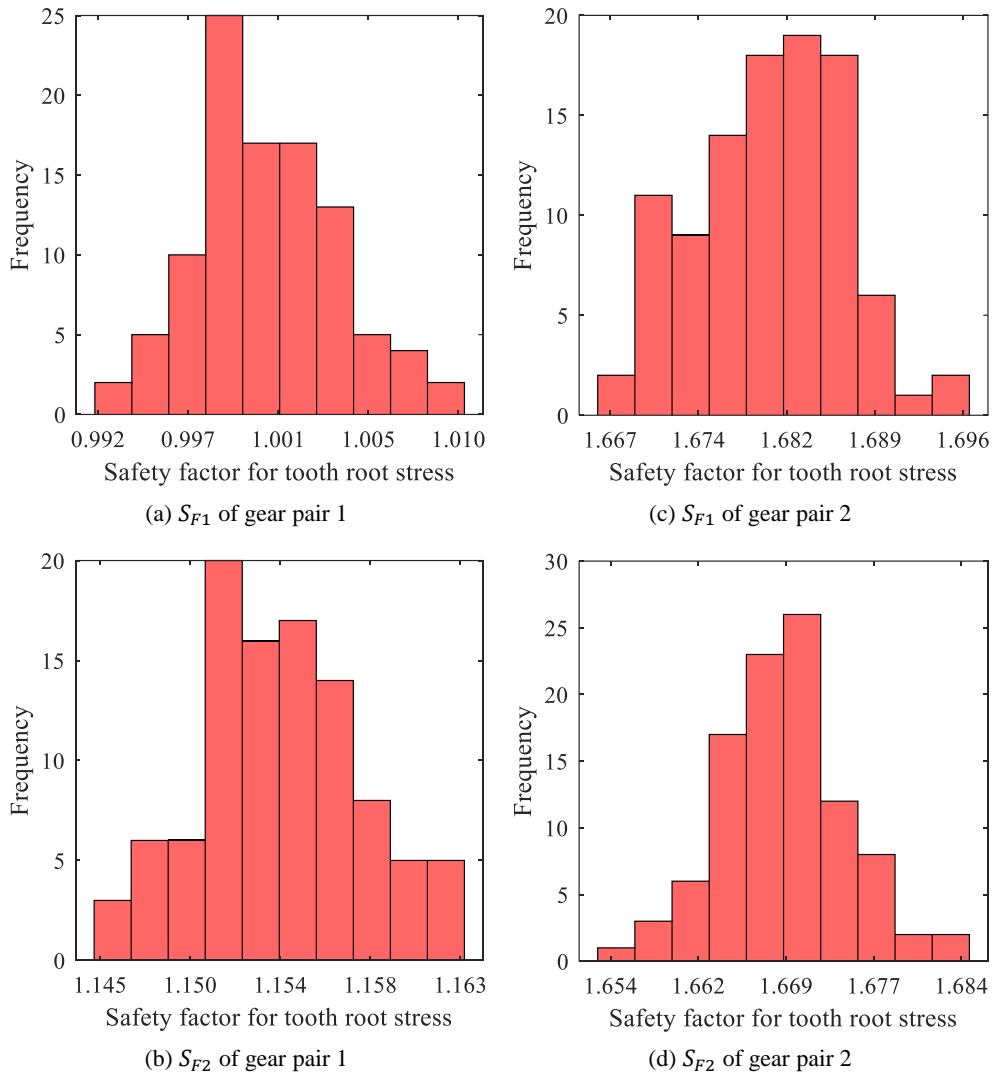
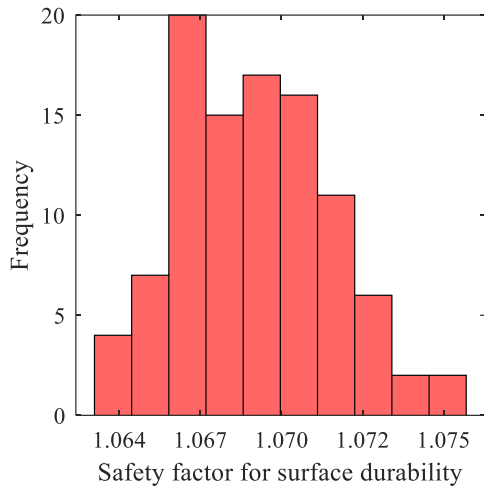
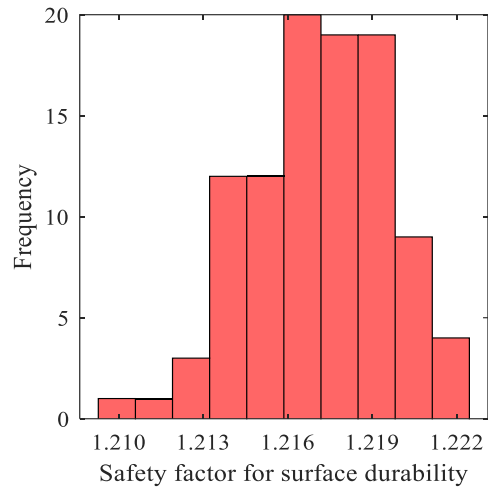


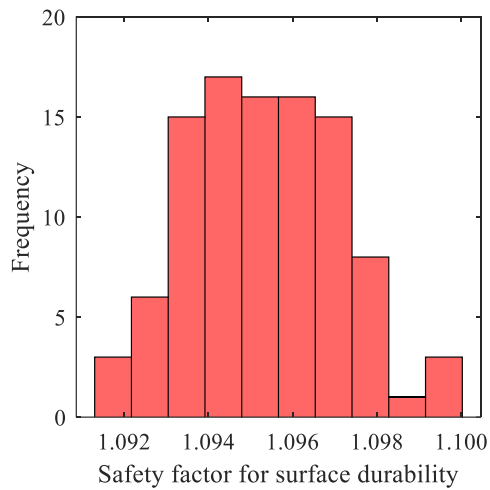
Fig. 2.27 Frequency distribution of safety factor for tooth root stress of pinion and wheel of each gear pair using random robustness analysis.



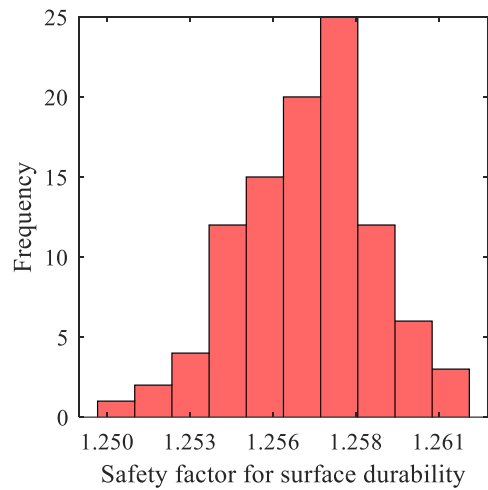
(a) S_{H1} of gear pair 1



(c) S_{H1} of gear pair 2



(b) S_{H2} of gear pair 1



(d) S_{H2} of gear pair 2

Fig. 2.28 Frequency distribution of safety factor for surface durability of pinion and wheel of each gear pair using random robustness analysis.

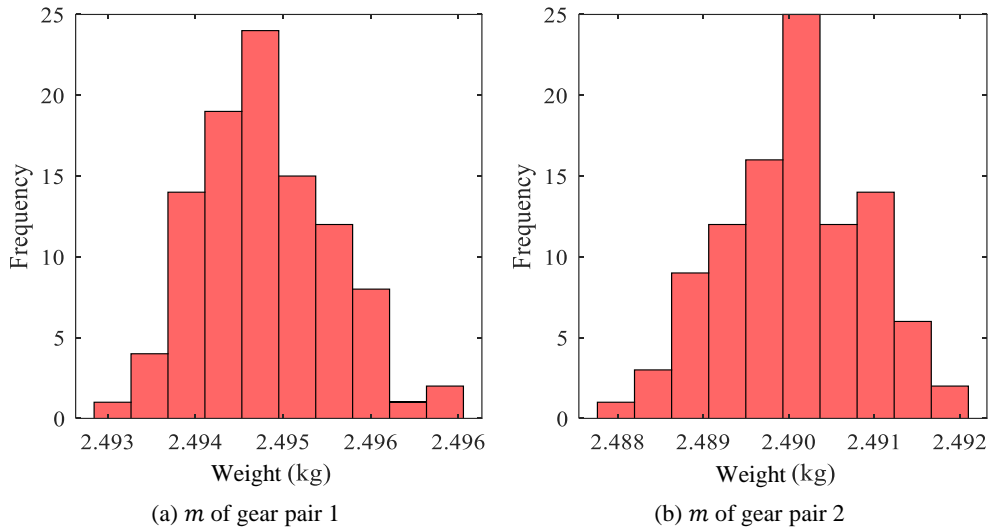


Fig. 2.29 Frequency distribution of weight of each gear pair using random robustness analysis.

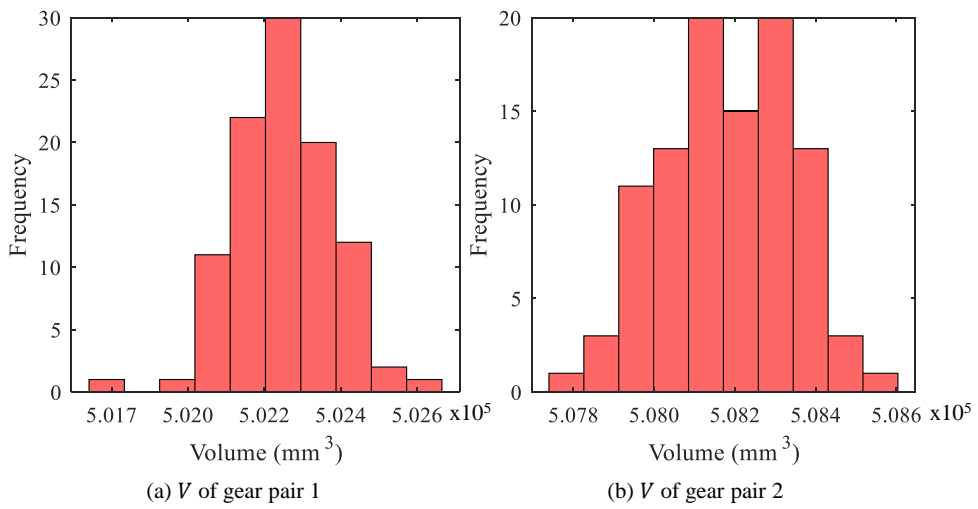


Fig. 2.30 Frequency distribution of volume of each gear pair using random robustness analysis.

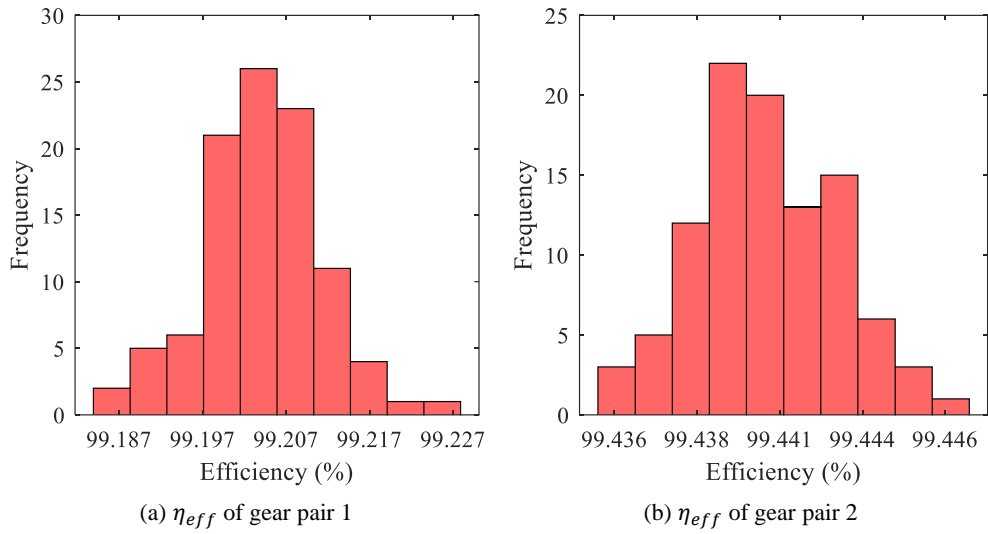


Fig. 2.31 Frequency distribution of efficiency of each gear pair using random robustness analysis.

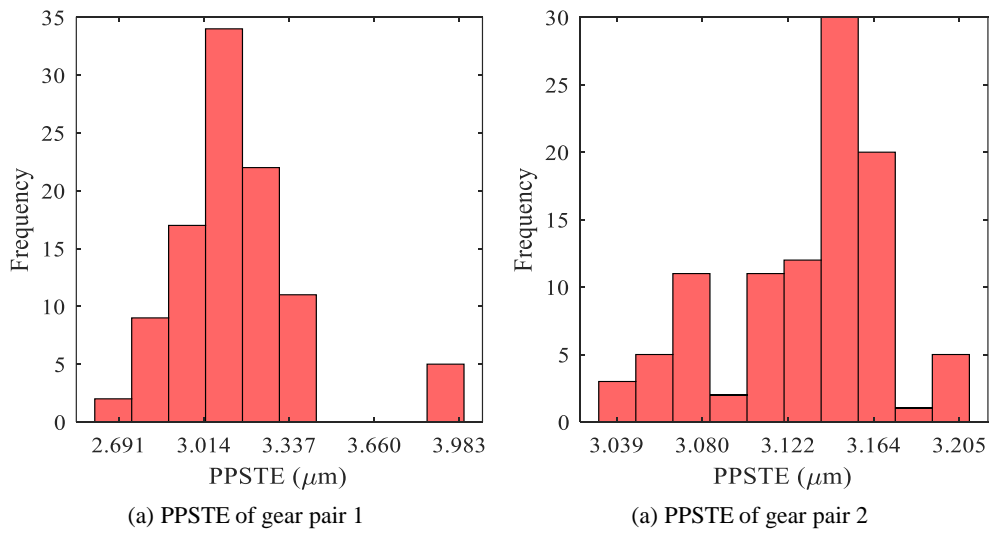


Fig. 2.32 Frequency distribution of PPSTE of each gear pair using random robustness analysis.

Table. 2.12 Robust analysis results of safety factor for tooth root stress and surface durability of pinion and wheel of each gear pair

Gear performance metrics	Normal value	Avg.	Stdv.	Avg.-3Stdv.
S_{F1} of gear pair 1	1.001	1.000	0.004	0.988
S_{F1} of gear pair 2	1.680	1.680	0.006	1.662
S_{F2} of gear pair 1	1.153	1.154	0.004	1.142
S_{F2} of gear pair 2	1.669	1.669	0.005	1.653
S_{H1} of gear pair 1	1.068	1.069	0.004	1.057
S_{H1} of gear pair 2	1.216	1.217	0.002	1.210
S_{H2} of gear pair 1	1.095	1.095	0.002	1.089
S_{H2} of gear pair 2	1.257	1.257	0.002	1.250

Table. 2.13 Robust analysis results of mass, volume, efficiency, and PPSTE of each gear pair

Gear performance metrics	Normal value	Avg.	Stdv.	Avg.+3Stdv.
m of gear pair 1 (kg)	2.494	2.494	0.001	2.497
m of gear pair 2 (kg)	2.490	2.490	0.001	2.493
V of gear pair 1 (mm ³)	5.022E+05	5.022E+05	1.375E+02	5.026E+05
V of gear pair 2 (mm ³)	5.082E+05	5.082E+05	1.586E+02	5.087E+05
η_{eff} of gear pair 1 (%)	99.205	99.204	0.007	99.226
η_{eff} of gear pair 2 (%)	99.441	99.441	0.002	99.447
PPSTE of gear pair 1 (μ m)	3.137	3.136	0.249	3.884
PPSTE of gear pair 2 (μ m)	3.137	3.132	0.039	3.251

2.4.3. 기어 성능 평가 결과에 대한 논의

기어 매크로제원 중 전위계수와 중심거리는 상호 의존적인 값들이다. 설계상 피니언의 전위계수, 휠의 전위계수, 기어쌍의 중심거리 중 2개의 값이 정해지면 나머지 1개의 값이 자동으로 정해진다. 기어 설계 시에는 일반적으로 피니언의 전위계수와 중심거리가 선정되고 허용 응력, 미끄럼 속도(sliding velocity), 기어 치의 구체적 형상 등의 다양한 고려 사항에 따라 휠의 전위계수를 결정한다.

기본적으로 제작 오차를 고려하지 않고 기어 설계를 하면 백래쉬가 0인 기어(zero-backlash gear)가 생성된다. 하지만, 치두께 공차를 적용할 경우 치직각 백래쉬가 계산에 포함되며 전위계수가 아닌 제작 전위계수(generating profile shift coefficient)가 계산된다. 중심거리 오차의 경우 작용 축직각 압력각(working transverse pressure angle) 계산에 포함되는데, 이는 휠의 전위계수 계산에 사용되므로 중심거리 오차는 간접적으로 휠의 전위계수에 영향을 미친다고 할 수 있다. 치 두께 오차 및 중심 거리 오차와 달리 이끝 지름 오차는 기어의 기본적인 기하학적 매개변수인 매크로제원에 영향을 미치지 않는다. 하지만, 기어의 접촉 특성에 유의미한 영향을 미치기 때문에 중요하다. 이끝 지름의 변화에 따라 물림 시작점, 물림 끝점 등의 물림 특성이 바뀔 수 있으며, 이는 결과적으로 치강성의 변화를 유발한다.

강건성 분석 결과를 통해 알 수 있듯이, 각 기어 매크로제원에 대한 제작 오차가 독립적인 정규 분포로 가정되었을 때 면압 및 굽힘 강도에 대한 안전계수, 무게, 부피, 효율은 강건성 분석 결과가 정규 분포로 나타났다. 이들 성능 지표는 제작 오차가 고려되지 않았을 때의 normal value와 제작 오차가 고려되었을 때의 Avg. 사이에 큰 차이가 존재하지

않았으며, Avg.에 비해 Stdv.의 크기도 상대적으로 작았다. 다시 말해서 제작 오차가 고려되더라도 기어 성능 지표의 6-시그마에 해당하는 분포의 폭이 크지 않았다. 하지만 기어쌍 1의 피니언의 굽힘 강도에 대한 안전계수처럼 설계 요구조건에 매우 가까운 값을 갖도록 설계될 경우 제작 오차가 고려되었을 때 다수의 표본들이 설계 요구조건을 만족하지 못하였다. 이러한 결과는 비록 매크로제원에 대한 제작 오차가 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, 무게, 부피, 효율 등의 기어 성능 지표에 미치는 영향이 작더라도, 제작되는 기어들이 모두 설계 요구조건을 만족시키기 위하여서는 매크로제원에 대한 제작 오차를 고려한 강건 설계가 필수적임을 의미한다는 점에서 매우 중요하다.

기어 성능 지표 중 PPSTE에 대한 강건성 분석 결과에서 빈도수 분포는 명확하게 정규 분포라고 간주하기 어렵다. 특히 기어쌍 1의 결과를 보면 PPSTE가 특정 값에서는 나타나지 않다가 평균값과 큰 차이를 보이는 값으로 나타나는 표본이 다수 나타났다. 이는 기어의 접촉 특성이 매우 복잡한 비선형 문제이기 때문에 매크로제원과 제작 오차에 따라 비선형적으로 변화하는 것으로 판단된다. 또한, 기어쌍 1의 Stdv.는 기어쌍 2의 값의 약 6배로 나타났다. 이에 따라 기어쌍 2의 Avg.+3Stdv.는 기어쌍 1의 값보다 $0.633 \mu\text{m}$ 작은 값으로 나타났다. 이는 매우 유의미한 값 차이로 기어 성능 지표들 중 PPSTE에 대해서는 필수적으로 매크로제원에 대한 제작 오차를 고려한 강건성 분석을 수행하여 예상치 못하게 설계 요구조건을 만족하지 않는 경우가 나타나지 않게 하는 것이 중요할 것으로 판단된다.

본 장(2장)에서 수행된 기어 성능 지표들에 대한 강건성 분석 결과를 통해 결과적으로 기어 설계 시 매크로제원 오차를 고려하는 것은 매

우 중요한 부분이라는 것을 확인하였다. 특히, 최적설계 시 각 기어 성능 지표를 바탕으로 제약 조건 및 목적 함수가 정의되는데, 제작 오차의 영향을 고려하면 도출되는 최적해가 변할 수 있을 것으로 판단된다. 예를 들어, 매크로제원 오차를 고려한 최적 설계에서는 굽힘 및 면압에 대한 안전계수의 normal value가 아닌 Avg.-3Stdv. 값을 제약 조건으로 설정하여 강건성을 확보할 수 있다. 또한 목적 함수를 PPSTE의 normal value가 아닌 Avg.+3Stdv.로 정의하여 강건 최적점을 확보할 수 있을 것이다. 한편, 선행 연구에서는 기어박스에 작용하는 입력 하중의 변동성이 크고 다양한 하중을 받을 때는 마이크로제원 최적화보다 매크로제원 최적화가 적합하다고 보고되었다[13]. 이때 최적의 기어쌍을 선정하기 위하여 Fig. 2.33과 같이 토크에 따른 PPSTE의 강건성을 확인할 수도 있다. 입력 토크가 증가할 때 기어쌍 1의 정규값과 Avg.+3Stdv. 값의 격차는 점점 벌어지지만, 기어쌍 2의 경우 모든 토크 조건에서 매크로제원 오차에 대해 강건한 것을 확인하였다. 즉 다양한 하중 조건에서 기어 최적설계를 수행할 때 매크로제원에 대한 제작 오차를 고려하여 PPSTE의 강건성을 확보하는 것도 중요하다고 판단된다.

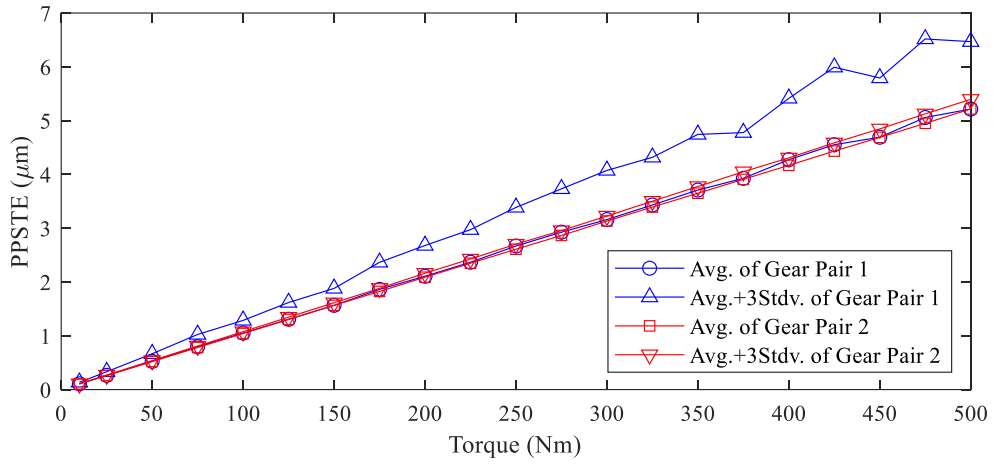


Fig. 2.33 Robust analysis results (Avg. and Avg.+3Stdv.) for PPSTE according to torque.

2.5. 결론

본 장(2장)에서는 양질의 기어 설계 데이터 생성을 위하여 해석적 방법 기반의 기어 해석 솔버를 개발하였다. 개발된 기어 해석 솔버는 기어 설계 시 고려되는 주요 성능 지표(굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피, 질량 등)를 예측할 수 있다. 안전계수와 효율은 국제 표준에서 제시하는 방법을 통해 계산하였다. 기어쌍의 부피와 무게는 기하학적 특성을 기반으로 계산하였다. 하지만, PPSTE의 경우 표준화된 계산 방법이 없기 때문에 본 장(2장)에서는 헬리컬 기어쌍의 치 강성을 계산하는 IAM을 제안하였다. 제안된 모델은 TAM과 달리 기어 치형을 생성하는 파라메트릭 모델로 구현된 이뿌리 트로코이드 형상을 고려하였다. 1개의 평기어쌍과 2개의 헬리컬 기어쌍에 대해 IAM과 FEM의 해석 결과를 비교하였다. 두 방법으로 예측된 LSTE 결과는 매우 유사했으며, PPSTE의 상대 오차가 3% 이내로 나타났다.

IAM은 TAM보다 헬리컬 기어 조각의 굽힘 강성과 축방향 압축 강성을 더욱 정확하게 계산하는 것으로 확인되었다. 특히, IAM은 정확한 기어 치형으로부터 모멘트 암을 추정하기 때문에 굽힘 강성의 계산에 큰 장점을 가지고 있다. 또한, TAM의 TVMS와 LSTE 해석 결과는 비틀림각에 따라 크게 변하는 것과 달리, IAM의 해석 결과는 큰 변화가 없었다. 이를 통해 헬리컬 기어의 TVMS와 LSTE를 계산할 때 인블루트 치형뿐 아니라 이뿌리 트로코이드 형상도 고려되어야만 변동성이 작은 해석 결과를 얻을 수 있다는 것을 확인하였다.

또한, 본 장(2장)에서는 개발된 기어 해석 솔버의 성능을 확인하기 위하여 기어의 치 두께, 이끝 지름과 기어쌍의 중심 거리에 대한 제작 오차를 고려한 기어 성능 지표의 몬테카를로 유형 강건성 분석을 수행하

였다. 여러 기어 성능 지표에 대한 강건성 분석 결과를 통해 기어 설계 시 매크로제원에 대한 제작 오차를 고려하는 것은 매우 유의미하다는 것을 확인하였다. 특히 기어의 파손을 방지하기 위한 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수의 설계 요구 조건을 만족하는 기어 제원을 선정할 때 normal value가 아닌 Avg.-3Stdv.를 고려하는 것이 필수적인 것으로 판단된다. 또한, 기어시스템의 진동·소음과 밀접한 관련이 있는 PPSTE도 normal value가 아닌 Avg.+3Stdv.을 바탕으로 제원을 선정함으로써 강건성을 확보하는 것이 필요해 보인다.

본 장의 연구를 통해 주어진 매크로제원에 대해 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피, 질량 등을 해석적 방법으로 예측할 수 있는 기어 해석 솔버를 개발하였다. 다음 장(3장)에서는 개발된 솔버를 이용하여 기어 매크로제원과 기어 성능 지표로 구성된 양질의 기어 설계 데이터를 생성하고, 확보된 기어 설계 데이터세트와 다양한 머신러닝 모델을 통해 기어 설계 분야에 대한 머신러닝 기술의 활용 가능성을 평가하였다.

제3장 기어 성능 예측 및 기어 매크로제원 설계를 위한 머신러닝 활용 가능성 평가

3.1. 개요

인볼루트 치형을 가진 기어의 설계는 기본적으로 기어 매크로제원의 매개변수들(parameters)을 입력 변수(input variables)로 하여 다양한 기어 성능 지표(gear performance metrics)를 출력 변수(output variables)로 도출하는 과정의 반복이다. 기어 매크로제원은 모듈, 압력각, 비틀림각, 잇수, 전위계수, 치폭 등의 기본적인 기하학적 매개변수들을 의미한다. 기어 성능 지표로는 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE(peak-to-peak static transmission errors), 효율, 부피, 무게 등이 고려되며, 설계자의 의도에 따라 최소 또는 최대 요구 조건이 정해진다. 기어 매크로제원의 설계만으로 더 이상 요구된 기어 성능을 만족시킬 수 없을 경우, 이끝 수정(tip relief)과 크라운닝(crowning)과 같은 마이크로제원의 설계가 추가적으로 요구된다. 하지만, 기어 성능은 선정된 매크로제원에 의해 주요한 영향을 받기 때문에 최적의 기어 매크로제원을 선정하는 것은 매우 중요하다[10].

일반적으로 하나 또는 소수의 기어 성능 지표를 정확하게 계산하기 위한 방법으로 FEA(finite element analysis)와 실제 시험(experimental test) 등이 사용되어 왔다. 예를 들어, ODA 등[94]은 일반 기어(solid gear)와 림을 갖고 있는 기어(gear with rim)의 이뿌리 압축 및 인장 응력에 대해 FEA 결과와 실제 측정값이 작은 오차 범위 내에서 부합하는 것을 확인하였다.

Rameshkumar 등[95]은 FEA를 이용하여 평범한 물림률과 높은 물림률을 가진 기어에 대한 접촉 응력 및 이뿌리 응력을 계산하였다. Palermo 등[2]은 저가의 디지털 엔코더를 사용하여 정적 전달오차를 성공적으로 측정하였다. 다수의 다른 선행 연구에서는 FEA를 사용하여 기어의 정적 전달오차를 예측하였다[22-24]. 하지만, FEA 방법과 시험적 방법은 많은 비용과 낮은 효율이라는 본질적 한계를 갖고 있다. 기어 설계 단계에서는 요구되는 기어 성능을 만족하는 매크로제원을 도출하기 위하여 수많은 매크로제원 조합들에 대해 기어 성능 지표들을 평가해야 한다. 따라서, 기어 성능 지표들은 실제 시험 결과를 바탕으로 정립된 국제 표준 및 FEA와 비슷한 수준의 정확도를 가지면서도 속도는 FEA에 비해 매우 빠른 수학적 모델을 이용하여 해석적으로 계산된다. 기어쌍의 무게와 부피는 기어의 기하학적 특성을 기반으로 계산하고, 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수들과 효율은 국제 표준에서 제시하는 방법을 기반으로 평가한다. 또한, PPSTE는 표준화된 계산 방법이 존재하지 않기 때문에 일반적으로 치의 탄성 변형과 접촉 해석을 기반으로 한 해석적 모델을 통해 계산한다.

인공지능 모델은 머신러닝 모델과 딥러닝 모델의 형태로 기어 분야에서 종종 사용되었다. Chang 등[65]은 기어 마모를 평가하기 위하여 2단계(two-level) 합성곱 신경망(deep convolutional neural network) 기반의 추론 방법론을 제시하였다. 2단계 중 첫번째 CNN(convolutional neural network) 모델은 기어의 마모 형태를 정상 또는 3개의 마모 종류 중 하나로 분류하였다. 이어지는 3개의 CNN 모델은 각 마모 종류에 대한 기어 마모 정도를 예측하였다. Li 등[66]은 SVM(support vector machine)을 이용하여 헬리컬 기어의 마찰과 관련된 접촉 특성을 예측하였다. 기어에 인공지능

모델을 가장 많이 적용한 사례는 고장 진단 및 수명 예측 분야이다. Bansal 등[67]은 주파수 영역에서 기어의 여러 고장 모드를 분류하기 위하여 SVM을 사용하였다. 또한, 학습 데이터의 양과 데이터 밀도가 SVM의 정확도에 미치는 영향을 확인하였다. Gunasegaran와 Muralidharan[68]은 진동 신호와 결정 나무(decision tree) 모델을 이용하여 평기어쌍의 고장 진단을 수행하였다. 이와 유사한 사례로 가공되지 않은 진동 신호를 이용하여 딥러닝 모델을 기반으로 기어쌍의 고장 진단을 수행한 연구도 보고되었다[69]. Liu 등[70]은 FEA를 이용하여 고장 데이터를 만들고 극학습기계(extreme learning machine)로 고장 분류 모델을 구현하였다. LSTM(long short-term memory) 모델을 활용하여 기어의 잔존 수명을 예측한 연구 사례들도 보고되었다[71, 72].

하지만, 주요 기어 매크로제원 매개변수들과 다양한 기어 성능 지표들을 고려하여 기어 성능 예측 및 설계를 위한 대리모델로써 머신러닝 모델을 이용한 연구는 거의 없다. Haefner 등[76]은 최초로 기어 이뿌리 응력 해석에 인공신경망 모델을 이용하였다. Urbas 등[77]의 연구는 기어 설계 시 머신러닝 모델을 기반으로 이뿌리 응력을 예측한 사례이다. 그들은 비인볼루트 형상의 기어(non-involute gear) 설계 시 유한요소해석의 횡수를 크게 줄이기 위하여 머신러닝 모델을 적용하였다. 다양한 머신러닝 모델의 성능을 비교한 결과, 비인볼루트 형상의 기어에 대한 이뿌리 응력을 예측할 때는 랜덤 포레스트(random forest) 모델과 에이다부스트(Adaboost) 모델이 가장 적합하다는 것을 확인하였다. 이러한 연구들은 기어의 물성 및 기하학적 매개변수들을 이용하여 오직 하나의 성능 지표(이뿌리 응력 또는 그와 관련된 비인볼루트 기어 형상 계수)를 예측하는 머신러닝 모델을 개발하였다.

본 장(3장)에서는 다양한 기어 성능 지표들에 대한 예측과 기어 매크로제원 설계를 위한 대리모델로써 머신러닝이 활용될 수 있는지를 평가하였다. 본 장(3장)의 연구가 제시하는 독창성은 다음과 같다.

기어 성능 지표 예측 관점에서 기어 매크로제원 매개변수들(치직각 모듈, 치직각 압력각, 비틀림각, 피니언 잇수, 휠 잇수, 전위계수, 치폭)을 통해 각 기어 성능 지표(굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피 무게)를 예측하는 적절한 머신러닝 모델들을 제안하였다. 또한, 기어 매크로제원 설계 관점에서 기어 성능 지표들을 통해 각 기어 매크로제원 매개변수를 예측하는 적절한 머신러닝 모델들을 제안하였다. 간단한 회귀 모델(선형 회귀 모델)부터 DNN까지 다양한 머신러닝 모델들(SVM, AdaBoost, Random Forest, DNN)을 검토하였다. 마지막으로 기어 성능 예측 및 설계를 위한 머신러닝 모델 구축 시 적절한 데이터세트의 크기를 확인하였다.

3.2. 기어 성능 예측용 및 설계용 머신러닝 모델 개발

Fig. 3.1은 인볼루트 기어의 성능 지표 예측 및 설계를 위한 최적의 머신러닝 모델들을 결정하는 과정을 보여준다. 우선, 설계하고자 하는 기어쌍의 작동 조건, 물성, 기타 조건들을 정의하였다. 본 연구에서 사용된 기어 설계 데이터셋을 생성하기 위한 설계 조건은 Table. 3.1과 같다. 기어 치형, 물성, 정밀도 등급은 피니언과 휠에 대해 동일한 값이 적용되었다. 다음으로, 기어 데이터 세트를 얻기 위한 기어 매크로제원의 설계 변수 공간(design variable space)을 정의하였다. 각 매크로제원에 대해 최솟값 및 최댓값 그리고 설계 간격을 선정하였다. 매크로제원 매개변수들의 가능한 모든 조합에 대해 자체 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 성능 지표들을 평가하였다. 평가된 조합들 중 언더컷 문제(undercut failure), 축직각 물림률 문제(transverse contact ratio failure)와 같은 기어 형상 문제(gear geometry failure)가 없고 굽힘 강도 및 면압 강도에 대한 최소 안전계수 조건을 만족하는 것들을 기어 설계 데이터셋에 포함하였다. 기어 설계 데이터는 학습 데이터와 시험 데이터로 나누었다.

머신러닝 모델들의 예측 정확도를 높이기 위하여 입력 변수들의 데이터 전처리를 수행하고 각 모델의 하이퍼파라미터(hyperparameter)를 조정하였다. 또한, 특정 데이터셋에 대해서만 예측 정확도가 높은 것을 방지하기 위하여 학습 데이터셋을 학습 데이터셋과 검증 데이터셋으로 나누어 학습하는 k-겹 교차 검증(k-fold cross validation)을 사용하였다. 학습이 완료된 모델들에 시험 데이터를 적용하여 예측 오차가 적은 최적의 모델들을 선정하였다. 머신러닝 모델들을 학습하고 시험하는 것은 Intel Xeon Gold 5220R CPU (24 cores and 2.20 GHz)에서 수행되었다.

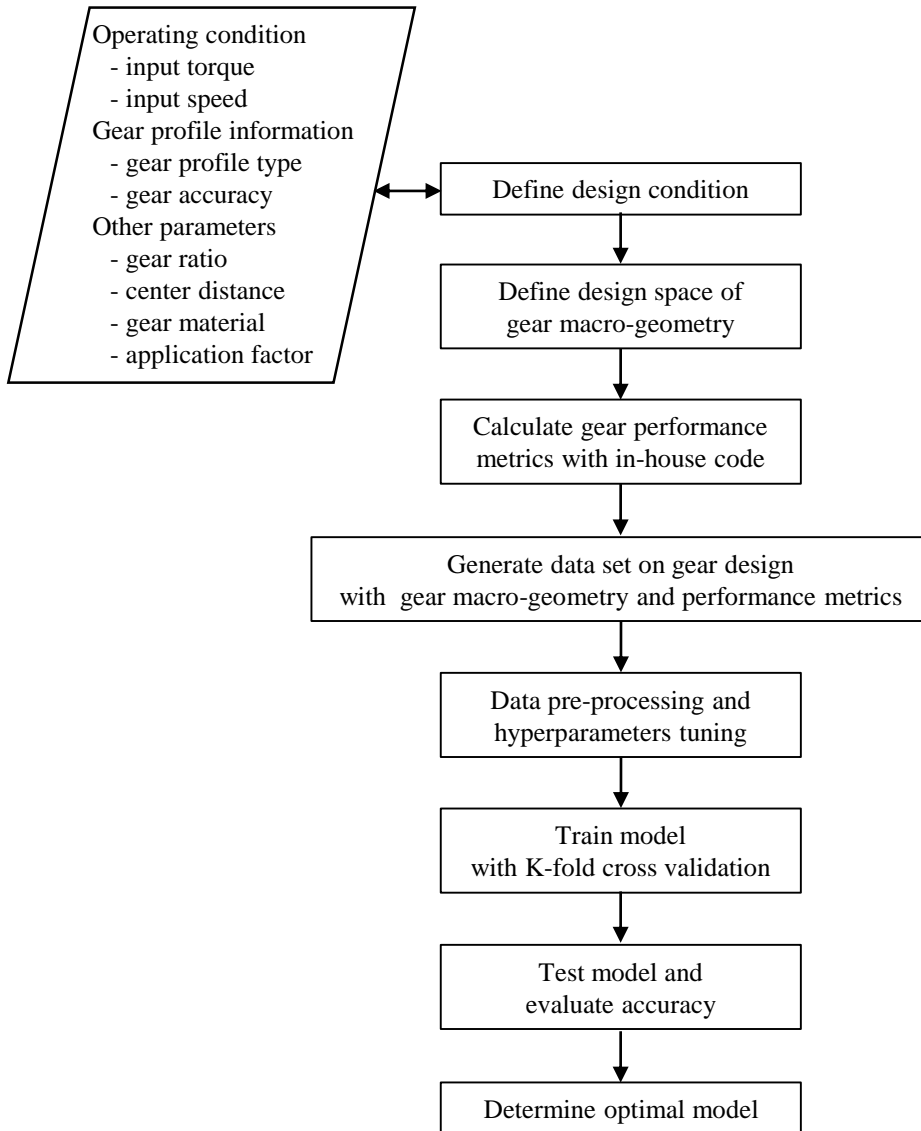


Fig. 3.1 Flowchart for determining optimal machine learning models for gear performance prediction and gear design of involute gear set.

Table. 3.1 Information on design condition for gear design dataset

Description	Information
Input torque, Nm	300
Input speed, rpm	1383
Center distance, mm	101
Gear profile (addendum / dedendum / root radius coefficients)	Involute (1.0 / 1.35 / 0.30)
Application factor (based on ISO 6336:2006)	1.0
Gear material	18CrNiMo7-6
Gear accuracy grade (based on ISO 1328:1995)	6

3.2.1. 기어 설계 데이터 생성

기어 매크로제원은 모듈, 압력각, 비틀림각, 잇수, 전위계수, 치폭 등의 기본적인 기하학적 매개변수들을 의미한다. 본 연구에서는 기어 성능 지표들을 예측하는 머신러닝 모델에 대한 입력 변수인 기어 매크로제원으로 치직각 모듈, 치직각 압력각, 비틀림각, 피니언 잇수, 휠 잇수, 피니언 전위계수, 치폭을 선정하였다. 피니언과 기어는 동일한 치폭을 갖도록 하였다. 기어 매크로제원의 설계 변수 공간 및 설계 간격은 Table. 3.2와 같다. 휠 잇수는 피니언 잇수에 목표 기어비 1.33을 곱하고 반올림하여 자동으로 계산되었다.

본 연구에서는 기어 설계 시 일반적인 요구 조건들인 굽힘 및 면압 강도에 대한 안전계수, PPSTE, 효율, 부피, 무게 등을 기어 성능 지표들로 고려하였다[12]. 2장에서 자체적으로 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 평기어 또는 헬리컬 기어쌍의 기어 성능 지표들을 계산하였다. 각 기어 성능 지표에 대한 기호는 다음과 같다: S_{F1} 과 S_{F2} 는 각각 피니언과 휠의 굽힘 강도에 대한 안전계수를 의미한다; S_{H1} 과 S_{H2} 는 각각 피니언과 휠의 면압 강도에 대한 안전계수를 의미한다; δ_{STE} 는 PPSTE를 의미

한다; η 는 효율을 의미한다; V 와 m 은 각각 기어쌍의 부피와 무게를 의미한다.

Table. 3.2 Design variable space and interval for each geometrical parameter of gear macro-geometry

Geometrical parameter	Symbol	Minimum value	Interval	Maximum value
Normal module, mm	m_n	2.5	0.5	4.0
Normal pressure angle, deg	α_n	20	2.5	25
Helix angle, deg	β	0	5	20
Number of teeth of pinion	z_1	17	1	35
Profile shift coefficient	x_1^*	-0.6	0.0001	0.6
Face width, mm	b	10	2	20

3.2.2. 회귀 문제를 위한 다양한 머신러닝 모델

기어 성능 예측 및 설계 문제를 해결하기 위하여 다양한 머신러닝 모델들이 검토되었다: 선형 회귀, SVM, kNN (k-Nearest Neighbor), 에이다부스트(AdaBoost), 랜덤 포레스트(Random Forest), DNN.

기어 성능 지표들 및 기어 매크로제원의 기하학적 매개변수들은 수치적인(numerical) 변수들이므로, 이들을 예측하는 것은 회귀 문제에 해당한다. 회귀 문제는 사용자에게 의해 라벨링(labeled)이 된 입력 변수와 출력 변수를 사용하므로 지도 학습에 속한다. 본 연구에서는 머신러닝 모델 구축을 위한 대표적인 오픈 라이브러리 중 하나인 싸이킷런(scikit-learn)을 이용하였다[96]. Figs. 3.2-3은 본 연구에서 제시된 머신러닝 모델 기반의 기어 성능 예측 및 기어 매크로제원 설계 활용 방안이다. Fig. 3.2는 기어 매크로제원 매개변수들(입력 변수들)을 바탕으로 하나의 기어 성능 지표(출력 변수)를 예측하는 머신러닝 모델들을 보여준다. Fig. 3.3은 기어 성능 지표들(입력 변수들)을 바탕으로 하나의 기어 매크로제원 매개변수

(출력 변수)를 예측하는 머신러닝 모델들을 보여준다.

선형 회귀는 널리 사용되는 대표적인 회귀 알고리즘이다. 선형 회귀는 주어진 데이터와 예측 데이터의 평균 오차를 최소화할 수 있는 최적의 기울기와 절편을 찾기 위하여 최소제곱법(ordinary least squares)을 이용한다. 선형 회귀 모델은 다른 머신러닝 모델들의 성능을 평가하기 위한 비교 모델로써 사용될 수 있다[77].

SVM은 데이터 분류를 위한 경계선과 경계선에 가장 가까운 데이터 사이의 거리를 의미하는 마진(margin)이 최대가 되도록 하는 경계선을 찾는 알고리즘이다. 일반적으로 선형 커널(kernel)을 사용하나, 선형 SVM으로 분류할 수 없는 경우 RBF(radial basis function) 커널을 이용하여 주어진 데이터를 고차원으로 사상한 후 분류할 수 있는 평면을 찾는다. RBF 커널이 사용된 SVM의 경우 두 개의 하이퍼파라미터(C와 γ)를 갖는다: C는 데이터 표본들이 다른 클래스(class)에 놓이는 것을 허용하는 정도를 결정한다; γ 는 결정 경계의 곡률을 결정한다[97]. 본 연구에서는 SVM의 학습 시간이 너무 오래 걸리는 것을 해결하기 위하여 앙상블 기법 중 하나인 배깅(bagging)을 적용하였다. 단, SVM을 사용했을 때 배깅과 관련된 하이퍼파라미터는 조정하지 않았다.

kNN은 간단하지만 높은 정확성을 가져 흔히 사용되는 알고리즘이다. 새로운 데이터가 들어왔을 때, k개의 가장 가까운 데이터들과 비교하여 새로운 데이터에 대한 예측값을 도출한다[98]. kNN의 하이퍼파라미터로는 고려할 이웃(데이터)의 수, 데이터 사이의 거리에 대한 가중치 종류, 앞 크기 등이 있다[99].

에이다부스트는 다수의 약한 학습기(weak learner)를 조합하여 모델의 성능을 높이는 앙상블 기법이다. 약한 학습기는 무작위 추론보다는 정확

도가 높으나 학습구조가 충분히 깊지 않아 편향(bias)이 높다. 에이다부스트는 완전히 성장하지 않은 의사결정나무(decision tree)인 결정 그루터기(decision stump)를 약한 학습기로 사용한다. 단, 약한 학습기의 편향 오차를 줄이기 위하여 다수의 약한 학습기들에서 발생한 실수들을 바탕으로 강력한 예측 모델을 생성하는 부스팅(Boosting) 알고리즘을 함께 사용한다[100]. 에이다부스트의 하이퍼파라미터로는 부스팅이 중단될 때 약한 학습기의 최대 개수와 각 부스팅 단계에서 각 학습기에 적용되는 중요도가 있다[101].

랜덤 포레스트는 가장 유명한 머신러닝 알고리즘들 중 하나로 결정 나무에 배깅(bagging)을 적용한 알고리즘이다. 에이다부스트에서는 각각 다른 모델들이 순차적으로 생성되고 이전 모델들의 실수를 다음 모델들이 학습하는 것과 달리, 랜덤 포레스트에서는 모델들 사이의 독립성을 활용하기 위하여 기초 모델들이 병렬로 생성된다. 결정 나무는 일련의 if-else로 구성된 나무모형으로 중간마디(internal node)와 끝마디(leaf node)로 구성된다. 결정 나무는 탐욕 재귀 분할 알고리즘(greedy recursive partitioning algorithm)에 기반하여 형성된다. 탐욕 알고리즘은 각 단계에서 국소적인 최적해를 선택하는데, 시간적 및 메모리 공간적으로 효율이 높으나 최종해가 전역 최적점인지는 보장되지 않는다. 랜덤 포레스트는 과적합을 해소하고 분산을 감소시켜 정확도가 높으나, 계산 비용이 많이 들고 규칙이 많아 추론 논리를 설명하기 어렵다는 단점이 있다. 랜덤 포레스트의 하이퍼파라미터로는 결정 나무의 개수, 결정 나무의 최대 깊이, 중간 마디를 분리하기 위하여 요구되는 최소 표본의 수 등이 있다[102].

DNN은 인공신경망을 여러 겹 쌓은 것으로 딥러닝이라고도 불린다. 인공신경망은 머신러닝 모델 중 하나이기 때문에, 머신러닝은 딥러닝을

포함하는 개념이다. 인공신경망은 입력층, 은닉층, 출력층으로 구성되어 있다. 입력층은 입력 변수들을 나타내는 뉴런들로 구성된 첫 번째 층이다. 입력층을 거친 데이터는 은닉층으로 들어간다. 은닉층은 한 개 또는 여러 개일 수 있는데, 여러 개의 은닉층으로 이루어진 인공신경망을 DNN이라고 한다. 비선형성이 강한 문제를 풀기 위하여서는 은닉층의 개수가 일반적으로 한 개 이상이어야 한다[103]. 은닉층의 각 뉴런은 이전 층에 있는 뉴런들의 가중치가 곱해진 선형 합으로 변환하고, 활성화 함수를 통해 다음 층으로 값을 전달한다. 문제의 비선형성을 해결하기 위하여 비선형 함수인 활성화 함수가 사용되며, ReLU(rectified linear units)를 사용한 딥러닝 모델[104]이 일반적으로 사용된다. 출력층은 마지막 은닉층의 뉴런값을 받아서 출력 변수로 변환한다. DNN은 역전파(backpropagation)와 손실함수(loss function)를 이용하여 모든 가중치(weights)와 편향(bias)을 최적화한다. DNN은 비선형 문제를 잘 학습한다는 장점이 있으나, 많은 하이퍼파라미터를 조정해야 한다는 단점이 있다 [77]. DNN의 하이퍼파라미터로는 은닉층의 개수, 에폭 수, 규제 벌칙(regularization penalty), 학습률, 초기 학습률 등이 있다.

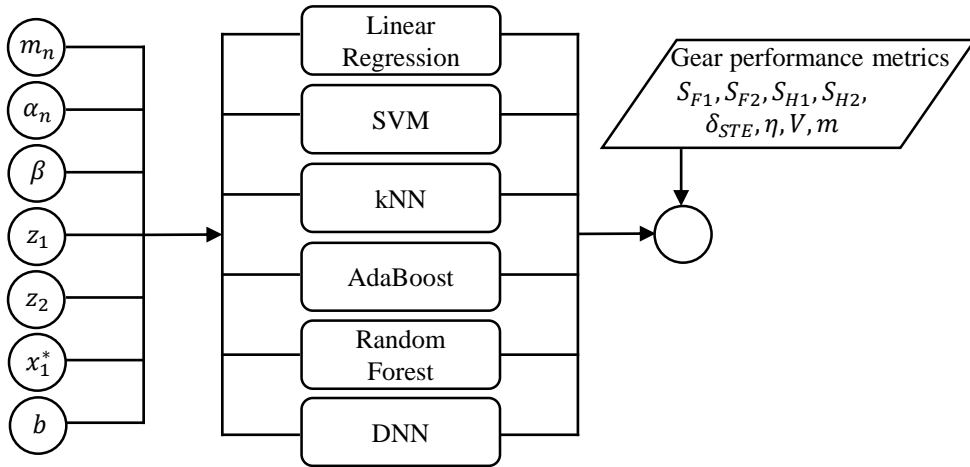


Fig. 3.2 Machine learning models for gear performance prediction by predicting each gear performance metric from gear macro-geometry parameters.

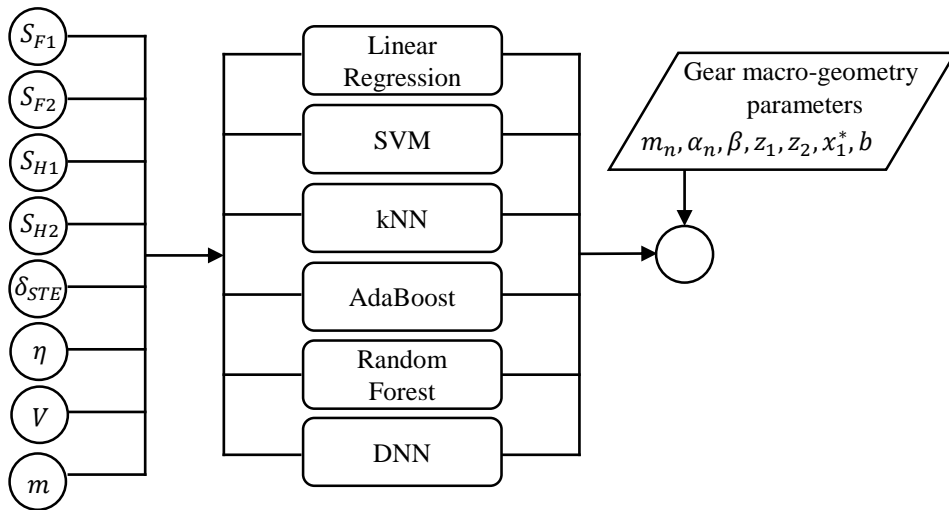


Fig. 3.3 Machine learning models for inverse gear design by predicting each gear macro-geometry parameter from gear performance metrics.

3.3.3. 데이터 전처리 및 머신러닝 모델 성능 평가 지표

본 연구에서는 자체적으로 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 2,379,302개의 기어 설계 데이터를 생성하였다. 이 데이터세트는 매크로제원의 설계 변수 공간에서 만들 수 있는 모든 조합 중 기어 형상 문제 (gear geometry failure)가 없고 굽힘 및 접촉 안전계수들에 대한 요구조건을 만족하는 것들을 추려낸 것이다. 기어 형상 문제는 언더컷, $0.3m_n$ 이하의 이끝 두께(topland), 이끝 간섭, 1.0 미만의 축직각 물림률 등이 고려되었다. 굽힘 및 접촉 안전계수들에 대한 요구조건은 굽힘 안전계수 1.4, 접촉 안전계수 1.1로 선정하였다.

Table. 3.3과 Table. 3.4는 각각 기어 매크로제원 매개변수들과 기어 성능 지표들로 구성된 데이터세트의 일부분을 보여준다. 예를 들어, Table. 3.3에 있는 첫 번째 데이터의 기어 매크로제원으로 계산한 기어 성능 지표들의 결과가 Table. 3.4에 있는 첫 번째 데이터이다. Table. 3.4에서 유의할 점은 피니언과 휠의 굽힘 및 접촉 안전계수는 최소 안전계수로 정규화된 값이라는 것이다. 즉, 값이 1.0 이상이면 요구조건을 만족한 것이다.

기어 설계 데이터세트는 머신러닝 모델을 학습하기 위한 학습 데이터세트와 학습이 완료된 모델의 성능을 평가하기 위한 시험 데이터세트로 나뉘었다: 학습 데이터세트와 시험 데이터세트의 크기는 각각 기어 설계 데이터세트의 80%와 20%이었다. 학습 시에는 특정 데이터세트에만 잘 맞춰지는(fitted) 것을 방지하기 위하여 k-겹 교차검증을 적용하였으며, 이때 k 값은 5로 사용하였다.

회귀 모델에서 입력 변수의 계수 또는 가중치는 각 입력 변수가 예측 결과에 미치는 영향의 크기를 직관적으로 보여준다. 하지만, 대부분의 문제에서 각 입력 변수는 의미(특징)와 값의 범위가 다르다. 이러한 문제

를 고려하기 위하여서 입력 변수의 크기를 조정(scaling)하는데, 대표적인 방법들로는 최소-최대 정규화(min-max normalization)와 z-점수 표준화(z-score standardization)가 있다. 정규화는 Eq. 3.1과 같이 입력 변수들의 최댓값과 최솟값을 이용하여 일정 범위 안으로 데이터를 변환하는 것이다. 표준화는 Eq. 3.2와 같이 입력 변수들의 평균과 표준편차를 이용하여 데이터를 변환하는 것이다. 주어진 문제에 따라 적절한 크기 조정 방법이 다르기 때문에, 본 장(3장)에서는 머신러닝 모델마다 두 가지 방법 중 더 적합한 방법을 조사하였다.

$$x_{scaled} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad \text{Eq. 3.1}$$

$$x_{scaled} = \frac{x - \mu}{s} \quad \text{Eq. 3.2}$$

- where, x_{scaled} = scaled input variable;
 x = input variable;
 x_{min} = minimum value of input variable;
 x_{max} = maximum value of input variable;
 μ = mean of input variable;
 s = standard deviation of input variable.

본 장(3장)에서는 학습 모델에 대한 평가 지표로써 결정 계수 (coefficient of determination) R^2 를 사용하였다. 학습이 완료된 머신러닝 모델의 예측 정확도를 평가하기 위한 지표로써는 평균 제곱 오차(mean squared error, 이하 MSE)와 평균 절대 오차(mean absolute error, 이하 MAE)를 사용하였다. 이들 평가 기준은 수치적인 예측을 수행하는 머신러닝 모델을 평가하기 위하여 주로 사용되는 것들이다[77]. R^2 는 모델의 정확도를 실제 값들의 분산으로 나눈 값으로 Eq. 3.3과 같이 계산된다. R^2 값

이 1.0에 가까울수록 회귀 모델이 데이터를 잘 설명한다는 것을 의미한다. MSE는 실제 값과 예측 값 사이의 제곱 오차의 평균을 의미하며 Eq. 3.4와 같이 계산된다. MAE는 실제 값과 예측 값 사이의 절대 오차의 평균을 의미하며 Eq. 3.5와 같이 계산된다. MSE와 MAE는 0에 가까울수록 학습된 회귀 모델이 학습 데이터세트와 다른 데이터들로 구성된 시험 데이터세트에 대해 예측을 잘 수행한다는 것을 의미한다.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad \text{Eq. 3.3}$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \text{Eq. 3.4}$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad \text{Eq. 3.5}$$

where, \hat{y}_i = predicted value of output variable;
 \bar{y}_i = averaged value of output variable;
 y_i = actual value of output variable;
 N = number of data items.

Table. 3.3 Part of the gear design dataset of gear macro-geometry parameters

No.	Gear macro-geometry parameters						
	m_n	α_n	β	z_1	z_2	x_1^*	b
1	2.5	20.0	0	34	45	0.2123	16
2	2.5	20.0	0	34	45	0.2124	16
3	2.5	20.0	0	34	45	0.2125	16
...
2,379,300	4.0	25.0	20	20	27	0.5998	20
2,379,301	4.0	25.0	20	20	27	0.5999	20
2,379,302	4.0	25.0	20	20	27	0.6000	20

*Note: unit information = m_n [mm], α_n [deg], β [deg], b [mm]

Table. 3.4 Part of the gear design dataset of gear performance metrics

No.	Gear performance metrics							
	S_{F1}	S_{F2}	S_{H1}	S_{H2}	δ_{STE}	η	V	m
1	1.018	1.016	1.000	1.045	8.525	98.434	400.527	1.994
2	1.018	1.016	1.000	1.045	8.525	99.434	400.525	1.994
3	1.018	1.016	1.000	1.045	8.525	99.434	400.524	1.994
...
2,379,300	2.239	2.082	1.195	1.209	2.565	99.081	502.880	2.436
2,379,301	2.239	2.082	1.195	1.209	2.565	99.081	502.877	2.436
2,379,302	2.239	2.081	1.195	1.209	2.565	99.081	502.874	2.436

*Note: unit information = δ_{STE} [μ m], η [%], V [cm³], m [kg]

3.3. 머신러닝 기반의 기어 성능 예측 및 기어 매크로

제원 설계

기어 매크로제원 매개변수들과 기어 성능 지표들로 구성된 2,379,302개의 기어 설계 데이터세트로 다양한 머신러닝 모델을 학습시키고 예측 성능을 평가하였다. 먼저, 기어 성능 예측을 위한 머신러닝 모델을 구축하기 위하여 입력 변수를 기어 매크로제원 매개변수로 하고 출력 변수를 각 기어 성능 지표로 하였다. 다음으로는 기어 매크로제원 설계를 위한 머신러닝 모델을 구축하기 위하여 입력 변수를 기어 성능 지표로 하고 출력 변수를 각 기어 매크로제원 매개변수로 하였다. 마지막으로, 기어 성능 예측 및 설계를 위한 머신러닝 모델의 실제 활용성 측면을 검토하기 위하여 사용된 데이터세트의 크기에 따른 머신러닝 모델의 예측 오차를 평가하였다. 모든 머신러닝 모델의 하이퍼파라미터는 예측 오차를 줄이기 위하여 조정되었다.

3.3.1. 기어 매크로제원을 통한 각 기어 성능 지표 예측

각 기어 성능 지표를 예측하는 머신러닝 모델들의 성능을 평가하기 위한 비교 모델로 선형 회귀 모델이 사용되었다. Fig. 3.4는 기어 매크로제원 매개변수를 입력 받아 각 기어 성능 지표를 예측하는 선형 회귀 모델의 R^2 점수를 보여준다. V 와 m 에 대해서는 각각 0.9875와 0.9974의 R^2 점수 결과가 나왔다. $S_{F1}, S_{F2}, S_{H1}, S_{H2}, \delta_{STE}$ 에 대해서는 0.8 이상의 R^2 점수를 보였으나, 효율에 대한 선형 회귀 모델은 0.7465의 R^2 점수로 가장 낮은 성능을 보여주었다

Fig. 3.5는 기어 매크로제원 매개변수를 바탕으로 각 기어 성능 지표

를 예측한 머신러닝 모델의 학습 결과를 비교한 것이다. kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 모든 기어 성능 지표에 대해서 최소 0.9973 이상의 R^2 점수를 나타냈다. SVM의 경우 선형 회귀 모델 보다 S_{H1}, S_{H2}, m 에 대한 R^2 점수가 낮았다. AdaBoost는 모든 기어 성능 지표에 대해 선형 회귀 모델 대비 비슷하거나 더 낮은 R^2 점수를 나타냈다.

모든 기어 성능 지표에 대한 학습 결과에서 R^2 점수가 최소 0.9973 이상으로 나온 kNN, 랜덤 포레스트, DNN는 시험 데이터셋에서도 MSE와 MAE의 최댓값이 0.0391과 0.1412로 나타났다. 이는 DNN을 이용하여 V 를 예측했을 때인데, V 의 차수를 생각하면 매우 작은 수준의 오차였다.

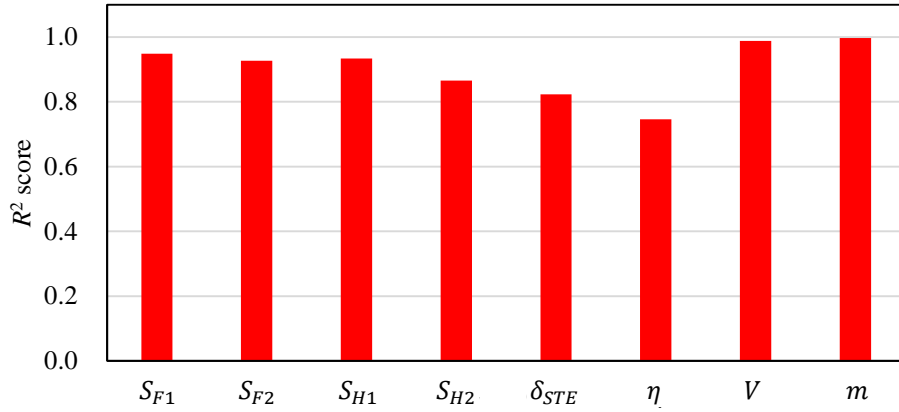


Fig. 3.4 R^2 score of linear regression models for predicting each gear performance metric.

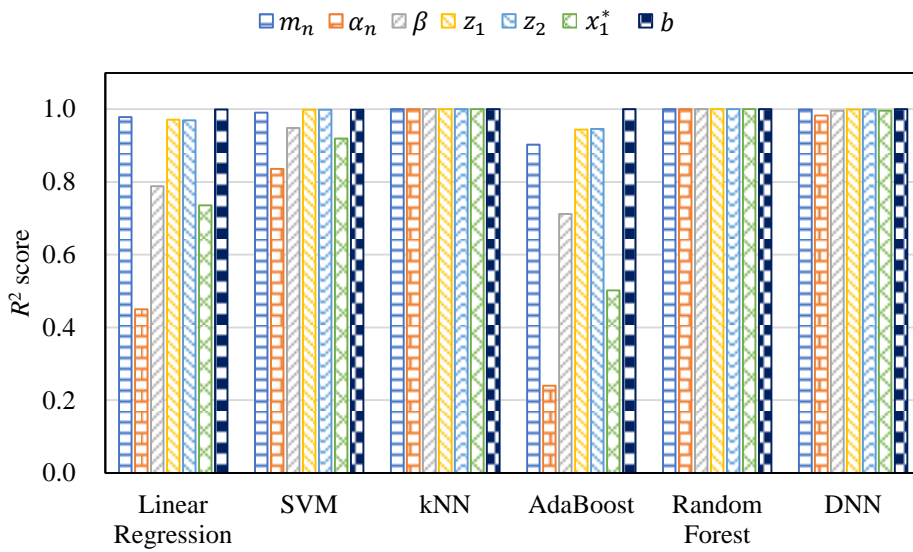


Fig. 3.5 Training results for machine learning models for predicting each gear performance metric.

3.3.2. 기어 성능 지표를 통한 각 기어 매크로제원 예측

각 기어 매크로제원을 예측하는 머신러닝 모델의 성능을 평가하기 위한 비교 모델로 선형 회귀 모델이 사용되었다. Fig. 3.6은 기어 성능 지표를 입력 받아 각 기어 매크로제원 입력변수를 예측하는 선형 회귀 모델의 R^2 점수를 보여준다. b 에 대해서는 0.9993의 R^2 점수 결과가 나왔다. m_n , z_1 , z_2 에 대해서는 0.95 이상의 R^2 점수 결과가 나왔다. β 와 x_1^* 에 대해서는 R^2 점수가 0.8 이하였다. α_n 에 대한 R^2 점수는 0.4499로 가장 낮았다.

Fig. 3.7은 기어 성능 지표를 바탕으로 각 기어 매크로제원 매개변수를 예측한 머신러닝 모델의 학습 결과를 비교한 결과이다. kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 모든 기어 매크로제원 매개변수에 대해서 최소 0.9961 이상의 R^2 점수를 나타냈다. SVM의 경우 선형 회귀 모델 보다 각 기어 매크로제원 매개변수에 대한 R^2 점수가 높았다. 하지만, x_1^* 에 대해서 0.9557의 R^2 점수, 0.0044의 MSE, 0.0566의 MAE를 나타냈는데 이는 x_1^* 의 차수를 고려했을 때 예측 성능이 높지 않은 것으로 판단되었다. AdaBoost는 선형 회귀 모델에 비해 b 를 제외한 나머지 기어 매크로제원 매개변수들에 대해서 R^2 점수가 더 낮았다.

모든 기어 매크로제원 매개변수에 대한 학습 결과에서 R^2 점수가 최소 0.9961 이상으로 나온 kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 시험 데이터에서도 MSE와 MAE의 최댓값이 0.0033과 0.0517로 나타났다. 세 모델 중에서 가장 큰 예측 오차가 나온 경우는 DNN을 이용하여 z_1 을 예측했을 때인데, MSE가 0.0198이었고 MAE가 0.1207이었다. 하지만, z_1 은 정수이므로 실수로 예측된 모델의 결과와 발생한 이러한 수준의 오차는 매우 작다고 판단된다.

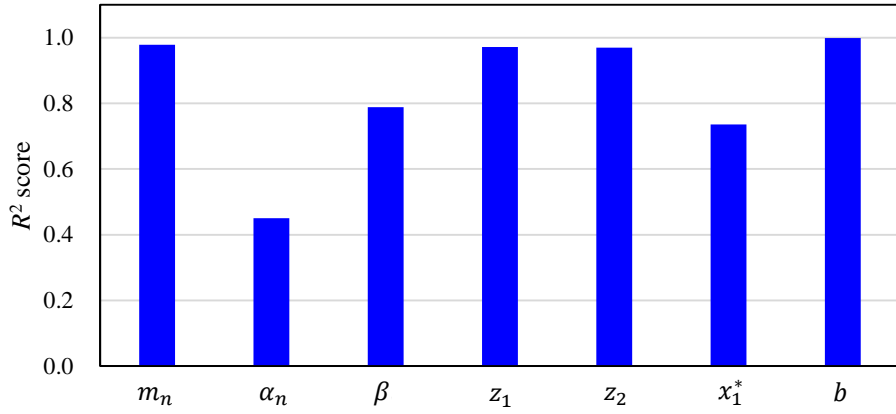


Fig. 3.6 R^2 score of linear regression models for predicting each gear macro-geometry parameter.

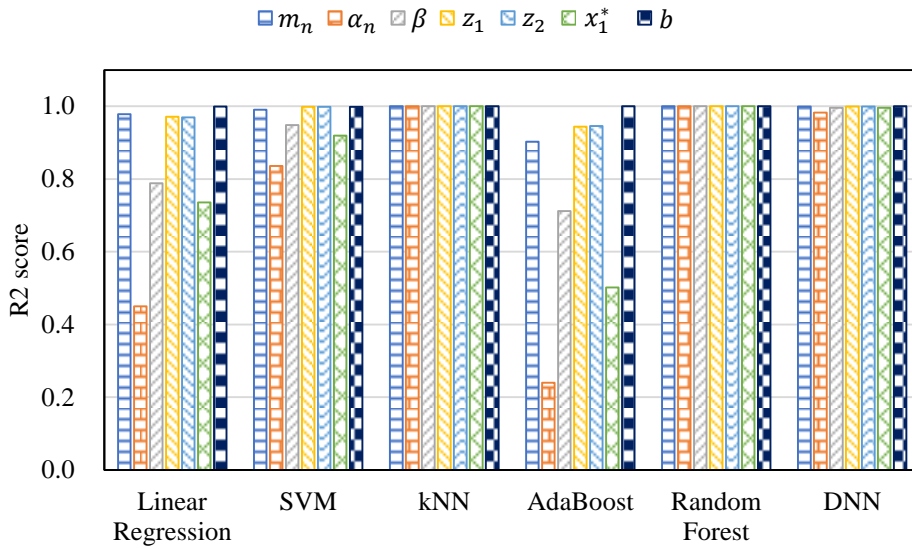


Fig. 3.7 Training results for machine learning models for predicting each gear macro-geometry parameter.

3.3.3. 데이터세트 크기에 따른 머신러닝 모델 예측 정확도 분석

kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 기어 성능 예측 및 설계를 위한 머신러닝 모델로써 좋은 성능을 보였다. 실제 활용성 측면에서 머신러닝 모델의 학습을 위하여 수백만 개의 기어 설계 데이터를 확보하는 것은 많은 시간이 소요되므로 설계상 큰 이점이 있다고 판단하기 어렵다. 본 장(3장)에서는 기어 성능 예측 및 설계를 위한 머신러닝 모델 구축에 적절한 데이터세트의 크기를 제안하기 위하여 데이터 개수에 따른 kNN, 랜덤 포레스트, DNN의 R^2 점수를 비교하였다. 3가지 다른 데이터세트의 크기가 사용되었다: 1) 기어 설계 데이터의 1/1000배 (2,380개); 2) 기어 설계 데이터의 1/100배 (23,794개); 3) 기어 설계 데이터의 1/10배 (237,931개).

Fig. 3.8은 기어 매크로제원 매개변수를 기반으로 각 기어 성능 지표를 예측하는 kNN, 랜덤 포레스트, DNN의 R^2 점수를 사용된 데이터세트의 크기에 따라 도시한 것이다. 가장 작은 크기의 데이터세트가 사용되었을 때(즉, 1/1000의 데이터세트) kNN은 효율 η 를 제외한 나머지 기어 성능 지표에 대해 0.9 이상의 R^2 점수를 보여주었다. 데이터세트의 크기가 23,794개(즉, 1/100의 데이터세트) 이상인 조건에서는 모든 기어 성능 지표에 대한 R^2 점수가 1.0에 수렴하였다. 랜덤 포레스트는 데이터세트의 크기에 상관없이 모든 기어 성능 지표에 대해 R^2 점수가 0.9 이상으로 나타났다. kNN과 마찬가지로 랜덤 포레스트도 데이터세트의 크기가 23,794개(즉, 1/100의 데이터세트) 이상인 조건에서는 모든 기어 성능 지표에 대한 R^2 점수가 1.0에 수렴하였다. DNN은 가장 작은 크기의 데이터세트가 사용되었을 때 S_{H2} 와 η 를 제외한 나머지 기어 성능 지표에 대해 0.9 이상의 R^2 점수를 보여주었다. DNN도 데이터세트의 크기가 23,794개 이상인 조건에서는 η 를 제외한 나머지 기어 성능 지표에 대한 R^2 점수

가 1.0에 수렴하였다. 하지만, DNN의 η 에 대한 학습 점수는 전체 데이터가 사용되었을 때 1.0에 수렴하였고, 그보다 적은 데이터가 사용되었을 때는 R^2 점수가 0.9 이하였다.

Fig. 3.9는 기어 성능 지표를 기반으로 각 기어 매크로제원 매개변수를 예측하는 kNN, 랜덤 포레스트, DNN의 R^2 점수를 사용된 데이터세트의 크기에 따라 도시한 것이다. 가장 작은 크기의 데이터세트가 사용되었을 때(즉, 1/1000의 데이터세트) kNN과 랜덤 포레스트는 α_n 과 x_1^* 를 제외한 나머지 기어 매크로제원 매개변수들 대해 0.9 이상의 R^2 점수를 보여주었다. 데이터세트의 크기가 23,794개(즉, 1/100의 데이터세트) 이상인 조건에서는 모든 기어 매크로제원 매개변수에 대한 R^2 점수가 1.0에 수렴하였다. DNN은 가장 작은 크기의 데이터세트가 사용되었을 때(즉, 1/1000의 데이터세트) α_n 을 제외한 나머지 기어 매크로제원 매개변수에 대해 0.9 이상의 R^2 점수를 보여주었다. 하지만, kNN 및 랜덤 포레스트와 비교했을 때 DNN은 데이터세트의 크기가 23,794개(즉, 1/100의 데이터세트)인 경우에 몇몇 기어 매크로제원 매개변수에 대한 R^2 점수가 1.0에 수렴하지 못했다. 데이터세트의 크기가 237,931개(즉, 1/10의 데이터세트) 이상인 조건에서는 DNN의 모든 기어 매크로제원 매개변수에 대한 R^2 점수가 1.0에 수렴하였다.

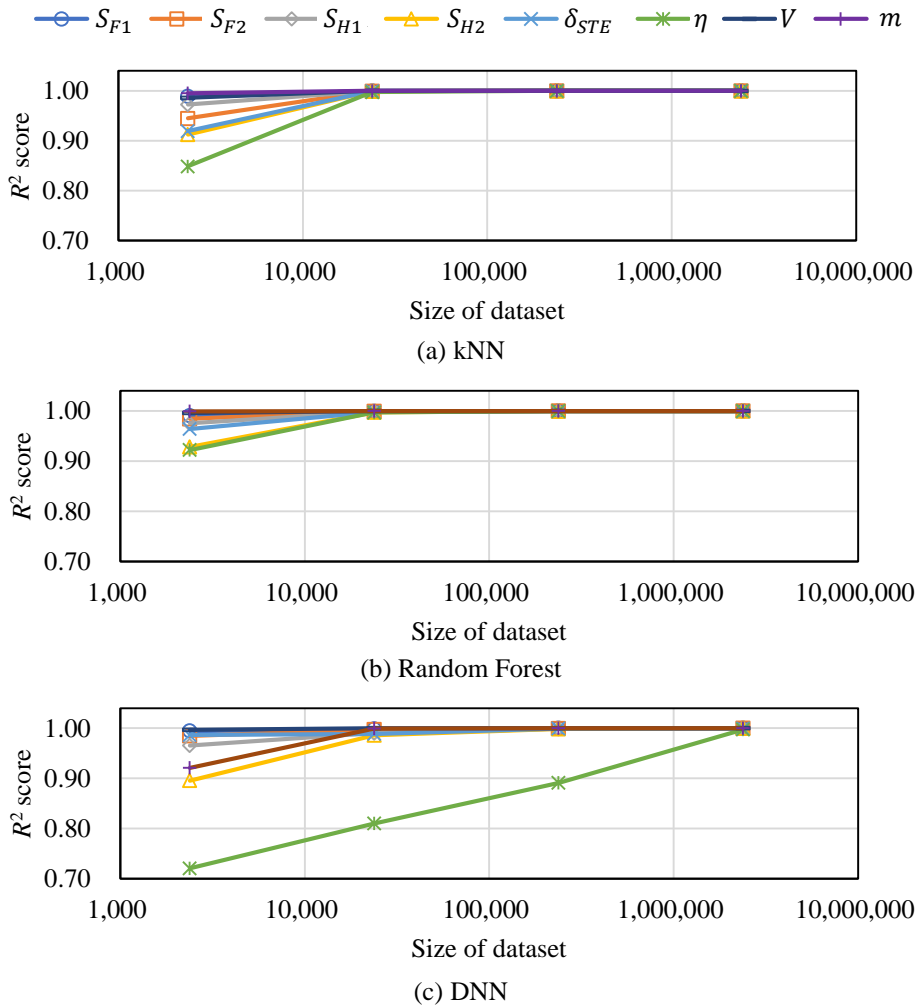


Fig. 3.8 Comparison of the R^2 scores of kNN, random forest, and DNN for predicting each gear performance metric based on the dataset size.

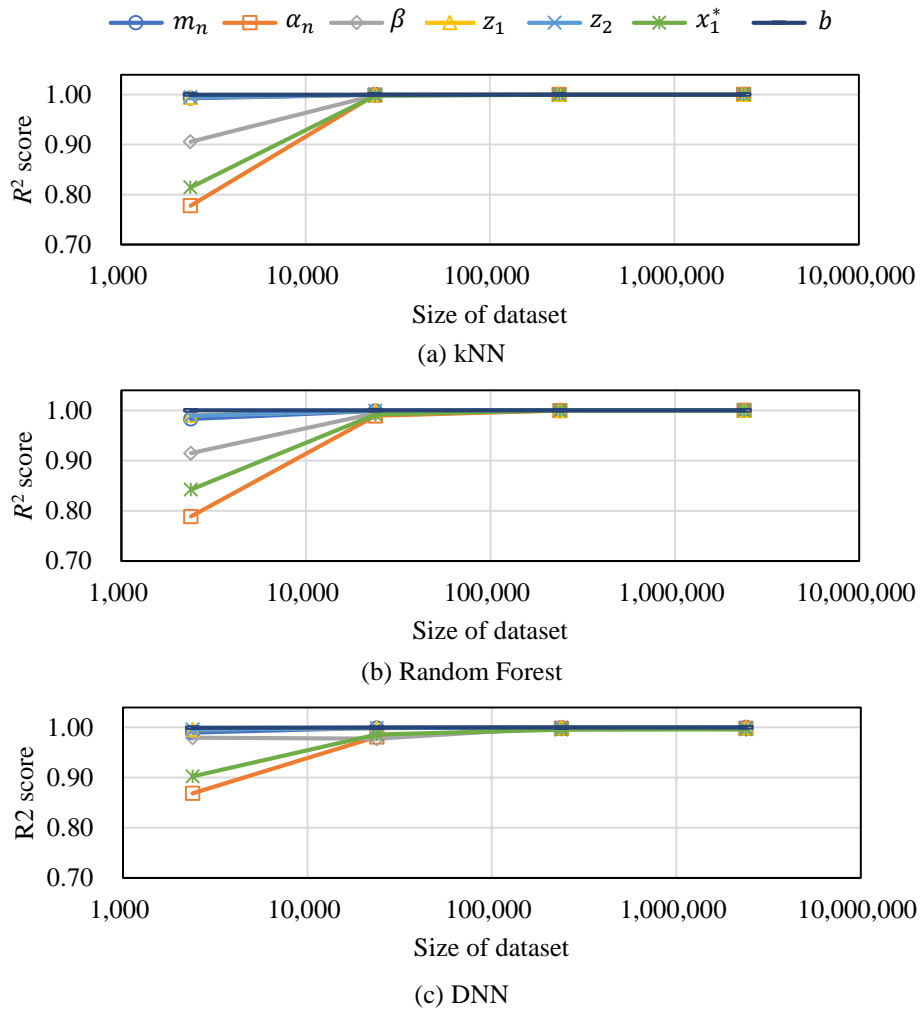


Fig. 3.9 Comparison of R^2 scores of kNN, random forest, and DNN for predicting each gear macro-geometry parameter based on the dataset size.

3.4. 기어 성능 예측용 및 설계용 머신러닝 모델 개발에 대한 논의

다양한 머신러닝 모델을 이용하여 머신러닝 기반의 기어 성능 예측 및 설계 가능성을 평가하였다. 기어 성능 예측 관점에서(입력 변수: 기어 매크로제원 매개변수, 출력 변수: 기어 성능 지표) 기어쌍의 부피와 무게와 같은 단순한 계산을 통해 구해지는 지표는 가장 단순한 머신러닝 모델인 선형 회귀 모델을 사용하더라도 잘 예측되었다. 하지만, 선형 회귀 모델은 나머지 성능 지표에 대해서는 만족할 만한 예측 점수를 보여주지 못했다. 다양한 머신러닝 모델을 검토한 결과, kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 모든 기어 성능 지표에 대해서 0.9973 이상의 R^2 점수를 보여주었다. 이는 해당 머신러닝 모델이 기어 매크로제원 매개변수를 바탕으로 각 기어 성능 지표를 잘 예측한다는 것을 암시한다.

본 연구 결과에서 더 주목할 점은 머신러닝 모델이 기어 매크로제원 설계(입력 변수: 기어 성능 지표들, 출력 변수: 기어 매크로제원 매개변수들) 관점에서 활용성이 높다는 것이다. 가장 단순한 머신러닝 모델인 선형 회귀 모델은 치폭에 대해서 잘 예측하였으나, 나머지 기어 매크로제원 매개변수에 대해서는 만족할 만한 예측 성능을 보여주지 못했다. kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 모든 기어 매크로제원 매개변수에 대해서 0.9961 이상의 R^2 점수를 보여주었다. 이는 해당 머신러닝 모델이 기어 성능 지표들을 바탕으로 각 기어 매크로제원 매개변수를 잘 예측한다는 것을 암시한다.

실제로 기어 성능 예측 및 설계에 머신러닝 모델을 적용하기 위해서는 확보되어야 하는 데이터세트의 크기가 중요하다. 기어 성능 예측

관점에서 kNN과 랜덤 포레스트는 DNN 보다 작은 크기의 데이터셋에 대해 높은 예측 성능을 보여주었다. 다만, DNN도 효율을 제외한 나머지 기어 성능 지표들에 대해서는 약 2만 개 이상의 데이터셋부터 높은 예측 성능을 보여주었다. 기어 매크로제원 설계에 대한 적용 관점에서 kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 모두 우수한 예측 성능을 보였다. kNN과 랜덤 포레스트가 DNN에 비해 데이터셋 크기에 따른 R^2 점수가 먼저 1.0에 수렴하였으나, 가장 작은 크기의 데이터셋에서는 DNN이 더 우수한 성능을 보였다.

기어 설계는 기어 성능 지표와 관련된 다양한 요구 조건을 만족하는 기어 매크로제원을 도출하는 과정이다. 이를 위하여서는 주어진 기어 매크로제원 매개변수를 기반으로 기어 성능 지표를 예측하는 기어 해석 솔버가 필요하다. 솔버는 국제 표준 및 수학적 모델을 기반으로 구성되어 있지만, 매우 복잡한 여러 단계를 거쳐 기어 성능 지표를 계산한다. 이는 기어에 대한 매우 높은 수준의 배경 지식을 요구한다. 또한, 기어 최적설계는 연속적인 설계 변수와 이산적인 설계 변수의 혼재, 계산 과정 중 사용되는 다수의 미분 불가능한 함수, 설계 공간에 대한 다양한 제약 조건 등의 이유로 그 과정이 매우 복잡하며 어렵다. 최적설계안에 대해 제작 가능성 여부도 확인해야 하므로, 단일 설계안이 아닌 다수 설계안을 제안하는 것이 필수적이다. 따라서, 전통적인 기어 최적설계 방법은 정해진 설계 변수 공간 안에서 가능한 모든 조합을 검토하는 무작위 대입 접근을 사용하거나 유전알고리즘 등과 같은 별도의 최적화 솔버가 요구되었다. 본 연구에서는 이러한 기어 설계상의 어려움을 개선하기 위하여 머신러닝 모델을 기어 성능 예측 및 설계를 위한 대리모델로써 제안하였다.

머신러닝 모델은 기어 매크로제원 매개변수를 바탕으로 각 기어 성능 지표를 잘 예측할 뿐만 아니라, 기어 성능 지표를 바탕으로 각 기어 매크로제원 매개변수를 추론하는 것도 가능했다. 실제 현장에서는 사용하는 작동 조건, 물성 정보, 가공 장비에 의한 설계 변수 공간에서의 기어 설계 데이터를 확보하고 제안된 방법을 통해 기어 성능 예측용 및 설계용 머신러닝 모델을 구축할 수 있을 것이다. 기어 성능 예측용 머신러닝 모델을 이용하면 자체 코드를 개발하거나 상용 소프트웨어를 사용하기 위하여 많은 시간을 들일 필요 없이 주어진 기어 매크로제원에 대한 다양한 기어 성능 지표를 빠르게 검토할 수 있을 것이다. 더 중요한 점은 머신러닝 모델을 이용하여 기어 매크로제원 설계를 할 수 있다는 것이다. 무작위 대입 접근이나 별도의 최적화 솔버를 사용할 필요 없이, 설계상 제약 조건 및 요구 조건 내에서 기어 성능 지표의 여러 조합을 만든다. 설계자는 기어 설계용 머신러닝 모델을 통해 그 조합들에 상응하는 기어 매크로제원 매개변수를 빠르게 도출할 수 있다. 기어 매크로제원 매개변수의 여러 조합 중 제작 가능한 조합을 선정함으로써 설계 시간을 단축하고 더 나은 최적설계 과정을 구현할 수 있을 것으로 기대된다.

3.5. 결론

본 장(3장)에서는 기어 성능 예측 및 설계에 대한 적용 관점에서 머신러닝 모델이 제안되었다. 여러 머신러닝 모델 중 kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 기어 성능 지표와 기어 매크로제원 매개변수를 잘 예측하였다. 이들은 약 2만 개의 데이터셋이 사용되었을 때 좋은 예측 성능을 보여주었다. 몇몇 경우에는 약 2천 개의 데이터셋이 사용되었을 때도 좋은 예측 성능을 보여주었다. 본 장(3장)의 결론은 다음과 같다.

머신러닝 기반의 기어 성능 예측(입력 변수: 기어 매크로제원 매개변수, 출력 변수: 각 기어 성능 지표) 가능성을 평가하였다. 한 개 또는 소수의 기어 성능 지표를 고려한 선행 연구와 달리 기어 설계에서 검토되는 모든 기어 성능 지표를 고려하였다.

머신러닝 기반의 기어 매크로제원 설계(입력 변수: 기어 성능 지표, 출력 변수: 각 기어 매크로제원 매개변수) 가능성을 평가하였다. 기어 설계 단계에서 사용되는 모든 기어 매크로제원 매개변수가 고려되었다.

간단한 회귀 모델(선형 회귀 모델)부터 DNN까지 다양한 머신러닝 모델의 예측 성능을 검토하였다. 이는 실제 현장의 기어 설계자에게 유용한 경험적 영감(empirical insight)을 제공해줄 것으로 기대된다.

기어 성능 예측 및 설계를 위한 머신러닝 모델 구축 시 적절한 데이터셋의 크기를 확인하였다. 기어 성능 예측 관점에서 kNN과 랜덤 포레스트는 약 2만 개의 데이터셋이 사용되었을 때 모든 기어 성능 지표에 대해 R^2 점수가 1.0에 수렴하였고, DNN도 효율을 제외한 나머지 성능 지표에 대해 R^2 점수가 1.0에 수렴하였다. 기어 설계 관점에서 kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 약 2만 개의 데이터셋이 사용되었을 때 모든 기어 매크로제원 매개변수에 대해 R^2 점수가 1.0에 수렴하였다.

본 장(3장)의 연구를 통해 기어 성능 예측 및 설계를 위한 대리모델로써 적합한 머신러닝 모델들이 제안되었다. 이러한 방법을 이용하면 무작위 대입 접근 또는 별도의 최적화 솔버를 사용하던 전통적인 기어 최적설계를 효과적으로 대체할 수 있을 것으로 기대된다. 하지만 본 장(3장)에서 제안된 방법은 기어 성능 예측과 기어 설계 작업을 위한 머신러닝 모델을 별도로 만들어야 하는 번거로움이 있다. 또한, 도출한 최적설계 결과가 제작 가능한 제원인지 그리고 기존 설계보다 더 나은 설계인지 확인하기 어렵다는 한계점이 있다. 마지막으로 입력 변수와 출력 변수의 개수 차이가 클 경우 정방향 추론과 역방향 추론이 모두 가능한지를 보장하기 어렵다. 이를 개선하기 위하여 다음 장에서는 DNN의 구조를 통해 최적설계의 목적 함수를 설계 변수에 대한 함수로 구현하고, 경사 하강법으로 목적 함수를 최소화하는 설계 변수를 찾는 최적설계 알고리즘을 제안하였다.

제4장 인공신경망 기반의 다목적 기어 최적설계 알고리즘 개발

4.1. 개요

전통적인 기어 설계 과정은 설계자의 경험을 기반으로 2~3개의 기어 매크로제원을 선정 후 그 중 기어 성능이 가장 우수하다고 판단되는 제원을 취하는 방법과 계산상 및 시간상 비용이 많이 소요되는 무작위 대입 접근 방법(brute-force approach)을 주로 사용한다. 무작위 대입 접근 방법은 정해진 설계 변수 공간에서 조합 가능한 모든 후보 제원들에 대해서 각 기어 성능을 평가하고 목적 함수와 제약 조건에 부합하는 제원을 선정함으로써, 작동 조건에 대한 다양한 요구 사항을 만족하는 기어 매크로제원을 찾는 동시에 제작 가능한 제원을 찾을 수 있다.

기어 최적설계는 연속적인 변수들과 이산적인 변수들의 혼재, 계산 과정 중 사용되는 미분 불가능한 함수들, 설계 공간에 대한 다양한 제약 조건들 등의 이유로 매우 복잡한 문제로 여겨진다[12]. 한편, Chen와 Gu[14]의 연구에 따르면 많은 설계 변수들과 제약 조건들이 고려된 최적 설계 문제는 일반적으로 최대 기울기법(steepest descent), 공액 기울기법(conjugate gradient)과 같은 기울기 기반의 최적화 방법들(경사 하강법)을 사용하는 것이 일반적이다. 하지만, 설계 문제에 경사 하강법을 적용하였을 때 발생하는 세 가지 본질적인 문제점이 존재한다: 1) 대다수의 최적 설계 문제들은 지역 최저점(local minimum), 안장점(saddle point), 및 불연속성을 포함한 많은 임계점(critical point)이 있다. 경사 하강법은 종종 기

울기가 사라진 임계점에 빠진다고 알려져 있다. 따라서, 최적화 시 초기 값들을 잘못 선택하면 경사 하강법을 사용하여 얻은 해의 질이 낮을 수 있으므로 좋은 초기값들을 선택해야 한다; 2) 해석적인 기울기(analytical gradient), 즉 미분법을 이용하여 수학적으로 기울기를 계산하는 것이 불가능한 경우가 많다. 수치적인 기울기(numerical gradient)에 비하여 해석적인 기울기는 결과가 더 정확하고 계산 비용이 더 적게 소요된다. 하지만, 해석적인 기울기를 계산하기 위하여서는 지배 방정식과 방정식을 풀기 위하여 사용되는 알고리즘뿐만 아니라 최적화 문제의 명시적 형태(explicit form)를 알고 있어야 한다. 따라서, 대부분의 설계 문제에서 해석적 기울기를 계산하는 것은 불가능하다. 유한차분법(finite-difference method)은 해석적인 기울기의 계산이 불가능할 때 수치적인 기울기를 계산하기 위하여 흔히 사용되는 방법이다. 하지만, 수치적인 기울기는 계산 비용이 많이 든다. 결과적으로, 설계 변수의 개수가 많을 때 수치적인 기울기의 계산은 종종 최적화 문제의 장애물이 되며, 부정확한 결과를 초래할 수 있다; 3) 목적 함수의 가용성 문제가 존재한다. 종종 설계 문제에서는 설계 변수에 대한 목적 함수가 존재하지 않아서 수치적인 기울기조차 계산할 수 없을 때가 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 Chen와 Gu[14]는 인공신경망 기반의 최적설계 알고리즘인 GIDNs(generative inverse design networks)를 제안하였다. GIDNs는 예측기(predictor)와 설계기(designer)인 2개의 인공신경망 대리모델로 구성된다. 먼저, 설계 변수들로부터 성능 지표를 예측하는 예측기를 학습시킨다. 이후, 예측기와 동일한 구조를 가진 설계기를 이용하여 목적 함수를 최적화하는 설계 변수들을 찾는 학습을 수행한다. GIDNs는 인공신경망의 역전파(backpropagation)를 이용하여 목적 함수에 대한

각 설계 변수의 기울기를 계산한다. 즉, 수치적인 기울기가 아닌 해석적인 기울기를 계산할 수 있다는 것이다. 역전파를 통해 얻은 목적 함수에 대한 각 설계 변수의 해석적인 기울기와 경사 하강법을 이용하여 최적화를 수행한다. 인공신경망 구조는 일반적으로 경사 하강법과 반복 학습을 통해 최적값을 찾는다.

하지만, GIDNs는 출력층(output layer)에서 하나의 목적 함수만을 고려하는 단일 목적 최적화 알고리즘으로 다수의 목적 함수가 고려되는 기어 최적설계 문제에는 적용하기 어려운 한계점이 있다. 또한, 단일 목적 최적화 알고리즘 특성상 전역 최저점을 찾는 것을 목표로 하기 때문에 해의 다양성이 보장되지 않는다. 이를 해결하기 위하여 본 연구에서는 출력층에서 두 개 이상의 목적 함수를 고려할 수 있으며 최적 해의 다양성을 보장할 수 있는 NSGIDNs(nondominated sorting generative inverse design networks)를 제안하였다. NSGIDNs는 기어 최적설계와 같이 각 목적 함수 사이에 우열을 가리기 힘든 최적화 문제에서 양질의 초기값들을 선정하고 해의 다양성을 보장하기 위하여 비지배 분류 기법(nondominated sorting)과 군집 지표(crowding metric)를 사용하였다.

본 장에서 GIDNs와 NSGIDNs를 구축하고 이를 통해 기어 최적설계를 수행하는 것은 Intel Core i7-10700KF CPU (8 cores and 3.80 GHz)와 NVIDIA GeForce RTX 2060에서 진행되었다.

4.2. GIDNs와 NSGIDNs 알고리즘

4.2.1. GIDNs 알고리즘

Chen와 Gu[14]의 연구에서 제안한 GIDNs 알고리즘은 Fig. 4.2과 같다:

- 1) 정해진 설계 변수 공간 내에서 다양한 조합을 통해 설계 데이터셋을 생성한다;
- 2) 기존 데이터셋 내에서 성능 지표의 분포를 분석한다;
- 3) 데이터셋 내의 각 설계 변수에 대해 평균과 표준편차를 계산한 후 각 설계 변수에 대한 정규 분포(Gaussian distribution)를 생성한다;
- 4) 각 설계 변수에 대한 정규 분포로부터 임의의 표본을 추출하여 설계 변수 조합을 생성한다. 생성된 설계 변수 조합은 설계기에서 최적화를 수행할 초기값(initial design point)가 된다;
- 5) 1)에서 생성된 설계 데이터셋을 이용하여 설계 변수를 입력 받아 성능 지표를 출력하는 예측기를 학습시킨다. 예측기는 예측 오차를 최소화하는 방향으로 학습을 수행하며, 이때 학습 대상은 인공신경망 내의 가중치(weight)와 편향(bias)값이다. 하이퍼파라미터(hyperparameter) 최적화를 통해 적절한 인공신경망 구조를 선정하는 것도 필수적이다;
- 6) 예측기의 정확도가 적정한 수준에 도달하면 설계기를 구축한다. 설계기는 예측기와 동일한 구조를 가지며 학습이 완료된 예측기의 가중치와 편향값을 공유한다. 설계기의 학습 대상은 입력층에 있는 설계 변수들이다. 이때, 예측기와 공유되었던 설계기 내의 가중치와 편향값은 학습되지 않도록 고정시킨다;
- 7) 설계기 구축과 초기값 선정이 완료되면 설계기에 선정된 초기값들을 입력하여 학습을 수행한다. 학습은 출력층에 있는 성능 지표를 최소화 또는 최대화하는 방향으로 수행된다. 즉, 출력층에 있는 성능 지표를 최적화하는 설계 변수들을 학습을 통해 계산한다;
- 8) 도출된 최적설계에 대해 물리 기반 모델(유한요소해석 또는 해석적 모델)을 이용하여 성능 지표를 계산한 후 제약 조건에 위배되는

경우를 제거한다; 9) 기존의 설계 데이터세트와 최적설계 결과를 합하여 새로운 설계 데이터세트를 만든다; 10) 새로운 설계 데이터세트에서 성능 지표의 분포를 확인한 후 분포의 수렴 여부를 판단한다; 11) 만약 성능 지표의 분포가 수렴하였다면 최적화를 종료한다. 한편 성능 지표의 분포가 수렴하지 않았다면 위의 과정을 반복한다.

GIDNs의 핵심 요소인 예측기와 설계기에 대해 구체적으로 설명하기 위하여 Fig. 4.1와 같이 입력층, 1개의 은닉층, 출력층으로 구성된 간단한 구조의 인공 신경망을 가정하였다. 입력 변수(설계 변수)는 2개이고, 출력 변수(성능 지표)는 1개이다. 은닉층에서는 3개의 노드를 가정하였다. 그림에는 각 노드 사이의 가중치만 표현하였고, 편향은 편의상 생략하였다. 입력층과 은닉층, 은닉층과 출력층 사이의 관계를 표현하면 다음과 같다.

$$h_i = f_1 \left(\sum_{j=1}^2 \omega_{ji}^{(1)} x_j + b_i^{(1)} \right) \quad \text{Eq. 4.1}$$

$$\hat{y}_1 = f_2 \left(\sum_{j=1}^3 \omega_{j1}^{(2)} h_j + b_1^{(2)} \right) \quad \text{Eq. 4.2}$$

- where, h_i = i^{th} output of hidden layer;
 f_1 = activation function at hidden layer;
 n_x = number of input variables;
 $\omega_{ji}^{(1)}$ = weight of h_i ;
 $b_i^{(1)}$ = bias of h_i ;
 \hat{y}_1 = output of output layer;
 f_2 = activation function at output layer;

$\omega_{j_1}^{(2)}$ = weight of \hat{y}_1 ;

$b_1^{(2)}$ = bias of \hat{y}_1 .

예측기의 역할은 입력 변수(설계 변수)로부터 출력 변수(성능 지표)를 추론하는 것이므로 학습을 위한 손실 함수는 Eq. 4.3과 같다. 또한, 학습 파라미터는 ω 와 b 이므로 경사 하강법 기반의 최적화를 통해 최소화해야 하는 지표는 Eq. 4.4이다.

$$L_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \text{Eq. 4.3}$$

$$\left[\frac{\partial L_p}{\partial \omega}, \frac{\partial L_p}{\partial b} \right] \quad \text{Eq. 4.4}$$

- where, L_p = loss function of predictor;
 N = number of samples in dataset;
 y_i = true value of i^{th} output variable;
 \hat{y}_i = predicted value of i^{th} output variable.

설계기의 역할은 출력 변수(성능 지표)를 최소화하는 입력 변수(설계 변수)를 찾는 것이므로 손실 함수는 Eq. 4.5와 같다. 중요한 점은 예측기와 달리 학습 파라미터가 x 라는 것이다. 즉, 경사 하강법 기반의 최적화를 통해 최소화해야 하는 지표는 Eq. 4.6이다. 이때 설계기의 ω 와 b 는 학습 대상이 아니며 예측기에서 학습이 완료된 ω 와 b 를 그대로 사용한다.

$$L_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{\text{target}} - \hat{y}_i)^2 \quad \text{Eq. 4.5}$$

$$\frac{\partial L_d}{\partial x} \quad \text{Eq. 4.6}$$

- where, L_d = loss function of designer.

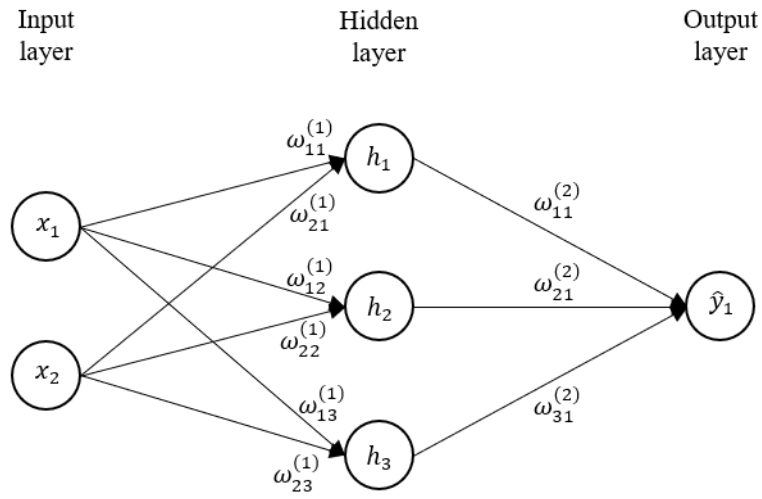


Fig. 4.1 Simple architecture of artificial neural network.

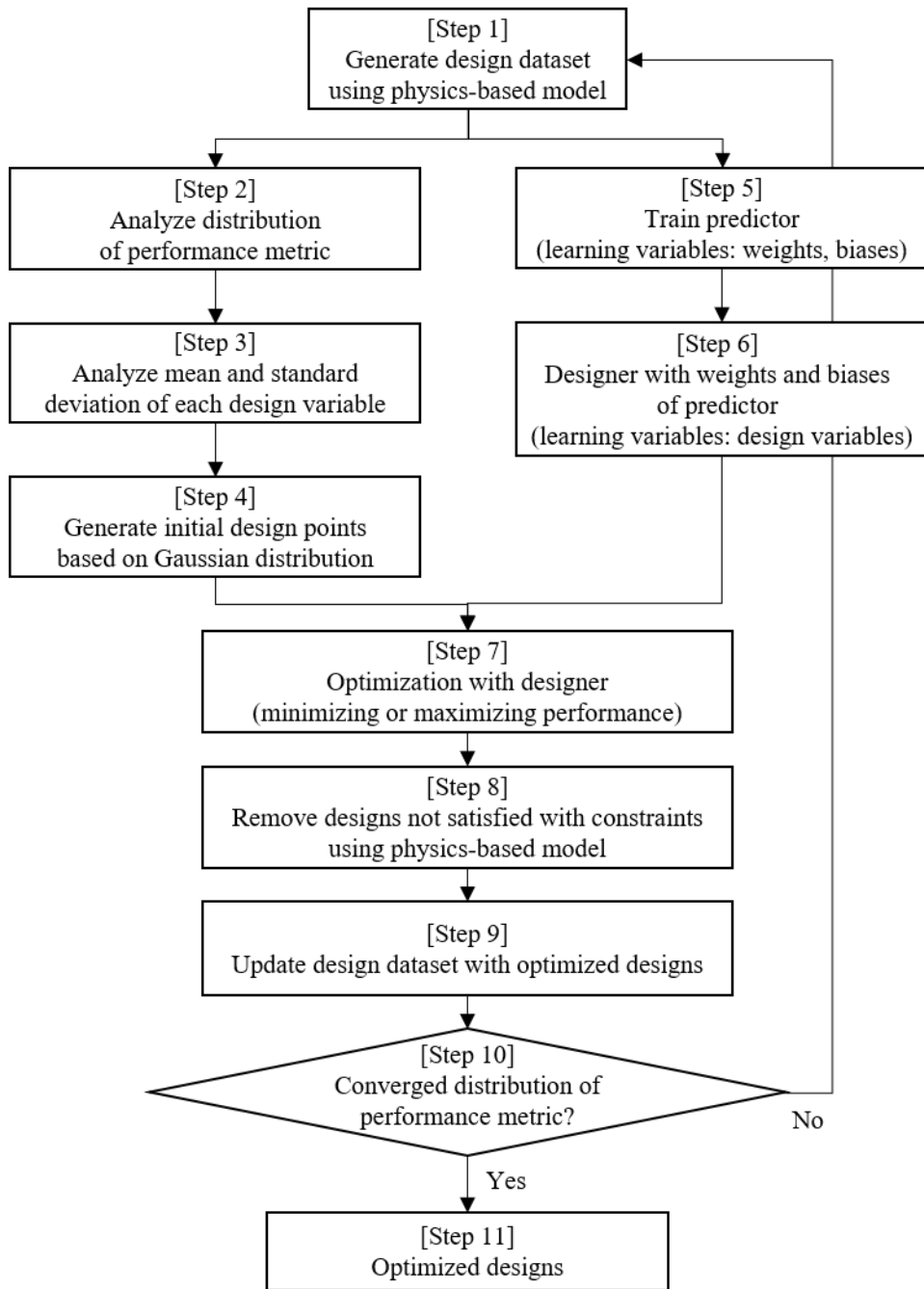


Fig. 4.2 Overview of GIDNs.

GIDNs의 성능을 검증하기 위하여 두 개의 변수로 표현된 간단한 함수(이하 피크 함수)를 대상으로 최적화를 수행하였다. 피크 함수의 수식은 Eq. 4.7과 같다.

$$z = 3(1 - x)^2 e^{-(x^2 - (y+1)^2)} - 10 \left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5 \right) e^{-(x^2 - y^2)} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2 - y^2} \quad \text{Eq. 4.7}$$

Fig. 4.3는 피크 함수의 3차원 모습으로 $(x, y) = (0.23, -1.63)$ 근처의 전역 최저점과 다수의 임계점들이 존재하는 것을 보여준다. 하이퍼파라미터 최적화를 통해 피크 함수에 대한 예측기와 설계기의 인공신경망 구조를 입력층, 4개의 은닉층, 출력층으로 결정하였다. 은닉층들은 서로 완전히 연결된 은닉층(fully-connected hidden layer)이며, 각 은닉층은 64개의 뉴런들을 가지고 있다. 활성화 함수(activation function)로는 ReLU(rectified linear unit)를 사용하였다. 입력층은 2개의 뉴런들로 구성되어 각각 x 와 y 를 입력 받고, 출력층은 1개의 뉴런으로 구성되어 피크 함수의 값 z 를 출력한다. 과적합을 줄이고 예측기의 범용성을 개선하기 위하여 학습 시 드롭아웃 규제(dropout regularization)를 0.5의 비율로 적용하였다. 피크 함수로부터 10,000개의 데이터를 무작위로 생성하여 학습 데이터세트와 시험 데이터세트로 각각 8,000개와 2,000개를 사용하였다. 예측기를 학습시키기 위하여 배치 크기(batch size) 100을 가지는 Adam 최적기(Adam optimizer, 이하 Adam)를 사용하였고, 에폭(epoch)의 수는 1,250이었다.

학습 결과, 학습 데이터세트에 대한 MSE는 0.000118이었고, 시험 데이터세트에 대한 MSE는 0.000158이었다. 예측기 구축에 사용된 10,000개의 데이터에서 x 와 y 에 대한 정규 분포를 구하여 설계기에서 최적화를 수행하기 위한 1,000개의 초기값을 생성하였다. Fig. 4.4은 1,000개의 초기값을 보여준다. 설계기에서 출력값을 최소화하는 입력 변수들을 학습할

때도 Adam을 사용하였다.

설계기를 통해 얻은 전역 최저점은 $(x, y) = (0.24, -1.64)$ 로 피크 함수의 3차원 모습에서 확인된 전역 최저점과 매우 유사한 값이 도출되었다.

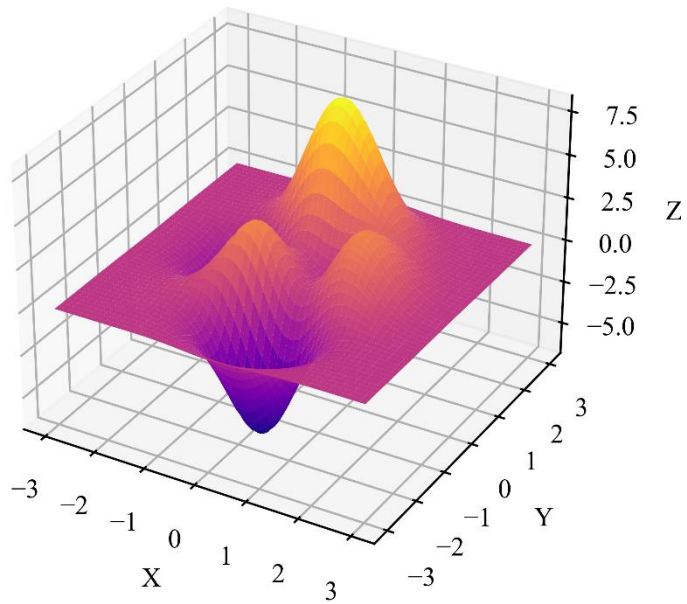


Fig. 4.3 3D landscape of the peaks function with several hills and valleys.

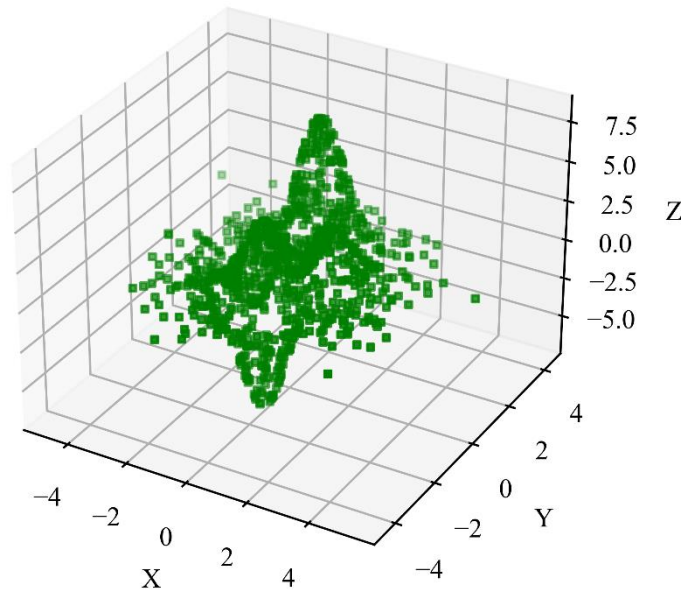


Fig. 4.4 Initial design points for designer to start optimization.

4.2.2. GIDNs를 이용한 다목적 기어 최적설계

GIDNs는 구조적으로 출력층에 하나의 뉴런만이 존재하기 때문에 단일 목적 최적설계 알고리즘이다. 그래서 목적 함수가 2개인 다목적 최적설계에 바로 적용하기에는 한계가 있다. 그 외에 다른 문제가 있는지 확인하기 위하여 우선 GIDNs 알고리즘을 이용하여 2개의 목적 함수인 기어쌍 무게와 PPSTE를 최소화하는 기어 제원을 찾아보았다.

기어 설계 데이터셋에서 2,380개(원래 데이터셋 크기의 0.001배)의 데이터를 임의로 추출하여 새로운 기어 설계 데이터셋(이하 데이터셋 1)을 생성하였다. 데이터셋 1의 데이터에 대해 목적 함수 1(f_1)과 목적 함수 2(f_2)를 각각 무게와 PPSTE로 정의하여 도기한 결과는 Fig. 4.5와 같다.

하이퍼파라미터 최적화를 통해 기어쌍 무게와 PPSTE에 대한 예측기와 설계기의 인공신경망 구조를 입력층, 6개의 은닉층, 출력층으로 결정하였다. 은닉층들은 서로 완전히 연결된 은닉층이며, 각 은닉층은 512개의 뉴런들을 가지고 있다. 활성화 함수로는 ReLU를 사용하였다. 입력층은 7개의 뉴런들로 구성되어 각각 기어 매크로제원 매개변수들을 입력 받고, 출력층은 2개의 뉴런으로 구성되어 각각 기어쌍의 무게와 PPSTE를 출력한다. 과적합을 줄이고 예측기의 범용성을 개선하기 위하여 학습 시 드롭아웃 규제를 0.5의 비율로 적용하였다. 데이터셋 1을 학습 데이터셋과 시험 데이터셋으로 각각 8:2의 비율로 나누었다. 예측기를 학습시키기 위하여 배치 크기 100을 가지는 Adam을 사용하였고, 에폭의 수는 1,250이었다.

예측기의 학습 결과는 Fig. 4.6와 같다. 파란색 원과 노란색 삼각형은 각각 학습 데이터셋과 시험 데이터셋을 의미하고, 빨간색 실선에 가

가을수록 실제값과 예측값이 차이가 작은 것을 의미한다. 동일한 학습 데이터세트에 대한 MSE는 0.000911이었고, 시험 데이터세트에 대한 MSE는 0.010029이었다. 예측기는 학습 데이터세트와 시험 데이터세트 모두에 대해 예측 성능이 우수한 것을 확인하였다.

예측기와 동일한 구조를 갖는 설계기를 생성하고, 예측기의 가중치와 편향값들을 동일하게 적용하였다. 데이터세트 1에서 각 매크로제원 매개변수의 평균과 표준편차를 계산한 후 각 매개변수에 대한 정규 분포를 생성하였다. 이를 바탕으로 설계기에서 최적설계를 수행하기 위한 2,380개의 초기값을 생성하였다. 이 때, 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 형상 문제가 없고 안전계수 요구조건을 만족하는 제원만을 생성하였다.

Fig. 4.7과 Fig. 4.8은 개발된 설계기를 이용하여 최적설계를 수행한 결과를 보여준다. Fig. 4.7은 1차 최적화 결과로 파란색 점은 데이터세트 1를 의미하고, 빨간색 원은 설계기를 통해 얻어진 최적설계 결과이다. 데이터세트 1에 비해 최적설계 결과는 각 목적 함수가 작아지는 방향, 즉 x축 또는 y축에 가까워지는 방향으로 이동한 것을 확인할 수 있었다. 하지만, 얻어진 결과가 최적설계 제원이라고 하기에는 대다수의 데이터가 축에서 멀리 떨어진 위치에 분포하였다. 즉, 적절한 파레토 프론트 (Pareto-front)가 보이지 않았다. Fig. 4.8은 2차 최적화 결과로 초록색 마름모가 설계기를 통해 얻어진 최적설계 결과이다. Chen와 Gu[14]는 설계기를 이용하여 2회 최적화를 수행하면 최적설계 제원이 수렴한다고 보고하였다. 1차 최적화 결과와 비교하였을 때, 두 목적 함수가 최소화된 파레토 프론트 상의 몇몇 데이터가 확인되었다. 하지만, 여전히 대다수의 결과는 파레토 프론트에서 벗어난 지점에 분포하였다.

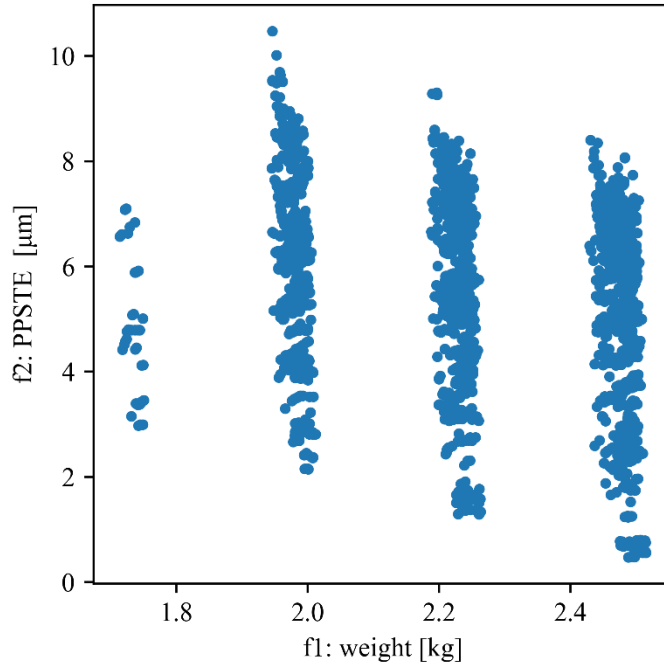


Fig. 4.5 Plotting samples of dataset 1 according to weight and PPSTE of gear pair.

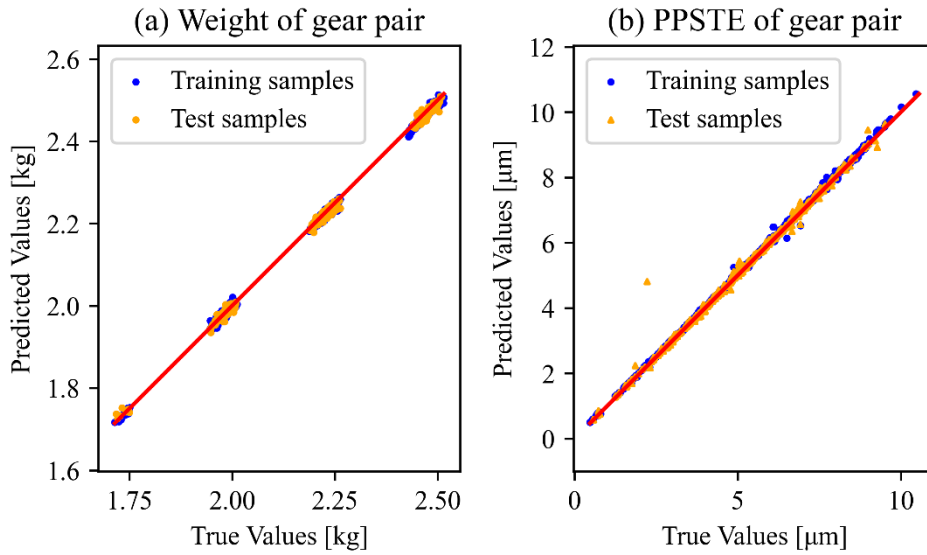


Fig. 4.6 Training and testing results of predictor.

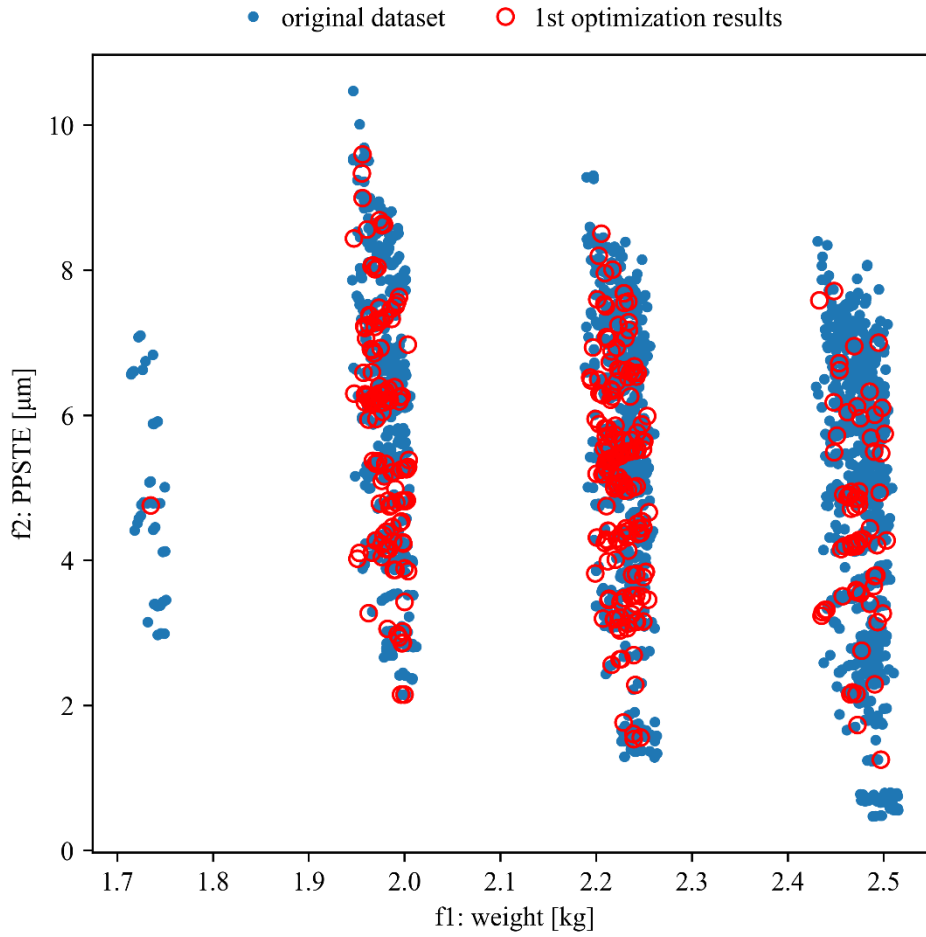


Fig. 4.7 Macro-geometry optimization results from designer after 1st iteration.

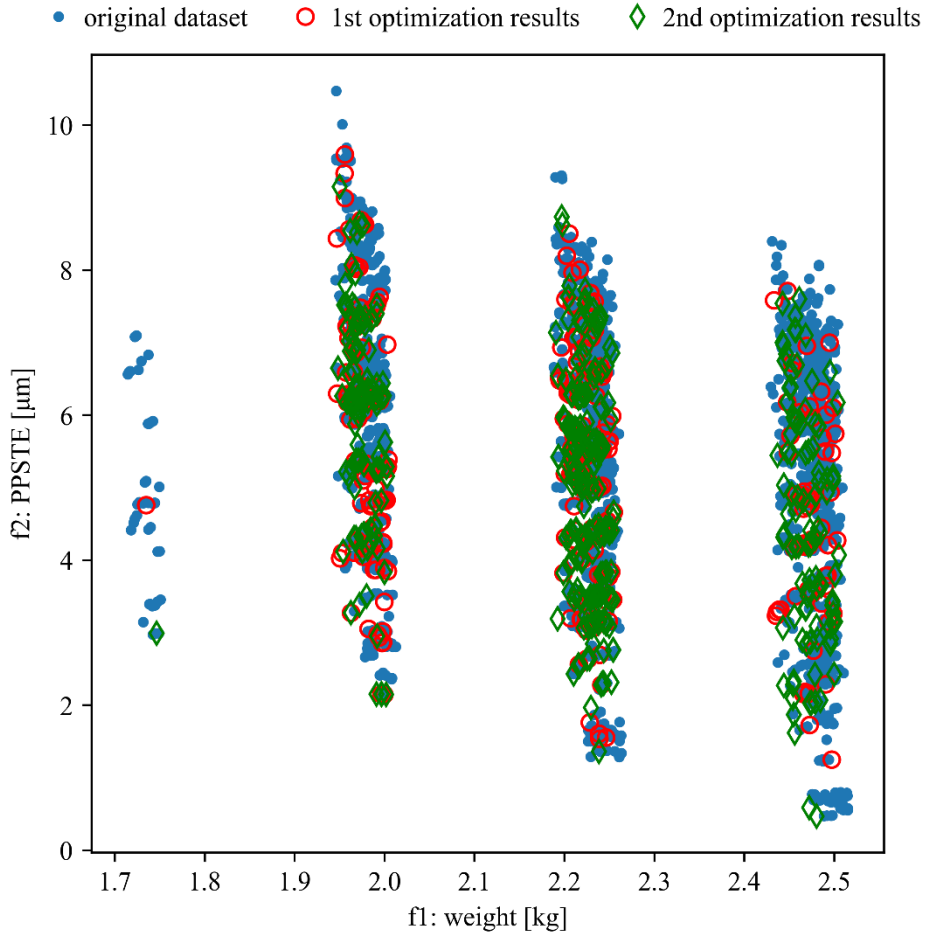


Fig. 4.8 Macro-geometry optimization results from designer after 2nd iteration.

Fig. 4.9은 GIDNs 알고리즘을 이용하여 최적화 과정을 7회 반복한 결과이다. 다수의 반복 수행을 통해 파레토 프론트 상에 데이터가 추가되었고, x축과 y축에 가까워지는 방향으로 이동하였으나 여전히 많은 수의 최적화 결과는 파레토 프론트에서 벗어난 지점에 분포하였다. 또한, GIDNs 알고리즘의 장점 중 하나가 능동적 학습 기법을 이용하여 적은 양의 데이터를 사용하더라도 최적설계를 수행할 수 있다는 것인데, 7회의

최적설계를 수행하며 데이터세트 크기가 2,380개에서 6,559개까지 늘어났음에도 파레토 프론트에서 벗어난 제원이 대부분이었다. 단, 각 반복 수행마다 2,380개의 데이터를 생성했음에도 7회 반복 수행 후 데이터세트의 크기가 6,559개인 이유는 다음과 같다: 1) 설계를 통해 얻어진 최적 설계 기어 매크로제원 중 기어 형상 문제가 있고 안전계수 요구조건을 만족하지 못하는 제원을 제거하였다; 2) 데이터세트를 업데이트할 때 중복된 설계안은 제거하였다.

GIDNs 알고리즘을 사용하여 다목적 기어 최적설계를 수행하였을 때 발생하는 문제점은 크게 세 가지이다: 1) 단일 목적 최적설계 알고리즘이기 때문에 구조적으로 다목적 최적설계를 수행할 수가 없으며, 단순히 출력층에 하나의 뉴런만 추가하여 다목적 최적설계를 수행하였을 때 대부분 최적설계에서 벗어난 설계안들이 도출되었다. 즉, 단일 목적 최적설계 문제에 비해 다목적 최적설계 문제는 지역 최저점이 더 많은데, 이를 GIDNs 알고리즘으로는 해결할 수 없었다; 2) 다목적 최적설계 문제는 각 목적 함수 사이의 우열을 정하기 어려운 경우가 많다. 따라서, 설계를 통해 얻어진 최적설계를 수행할 때 이를 고려하여야 한다; 3) 기어 최적설계에서 중요한 해의 다양성이 보장되지 않는다. GIDNs 알고리즘은 전역 최저점에 해당하는 설계 변수들을 찾는데 중점을 두고 있다. 하지만, 기어 최적설계는 성능 지표가 약간 좋지 않더라도 제작 가능한 설계 제원을 도출해야 한다. 따라서, 최적설계 결과가 단일 해가 아닌 다수 해이어야 하고, 해의 다양성이 보장되어야 한다.

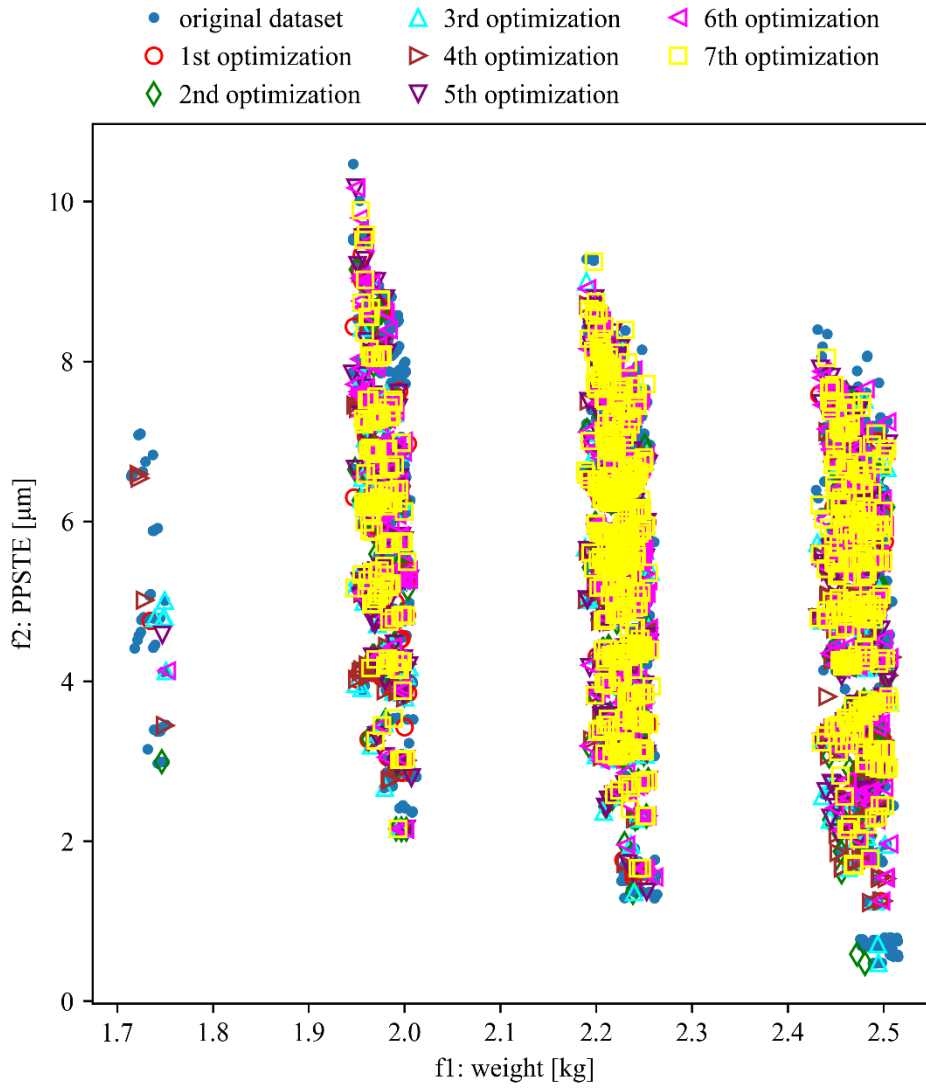


Fig. 4.9 Macro-geometry optimization results from designer after 7th iteration.

4.2.3. 다목적 기어 최적설계를 위한 NSGIDNs 알고리즘

본 연구에서는 앞서 언급된 GIDNs 알고리즘의 한계점을 개선하여 다목적 기어 최적설계를 위한 NSGIDNs 알고리즘을 제안하였다. 대표적인 유전알고리즘 기반 다목적 최적설계 기법 중 하나인 NSGA-II에서는 각 목적 함수의 중요도를 동일하게 고려하고 해의 다양성을 보장하기 위하여 비지배 분류 기법과 군집 기법을 사용한다[15]. 비지배 분류 기법은 각 표본의 목적 함수 값들을 다른 표본들과 비교한 후 다른 해에 지배되지 않는 비지배해를 구하는 기법이다. 여기서 지배되지 않는다는 뜻은 모든 목적 함수에 대해 비지배해가 다른 해보다 작은(목적 함수를 최소화하는 경우) 또는 큰(목적 함수를 최대화하는 경우) 값을 가진다는 것이다. 군집 기법은 비지배 분류를 통해 얻은 해들의 밀집도를 계산하여 밀집도가 작은 해에 가중치를 주는 것이다. 즉, 최적화 수행 시 해의 다양성을 위하여 주변에 다른 해들이 적게 분포하는 비지배해를 우선시하는 것이다.

2개의 목적 함수에 대해 0부터 1사이의 임의 값을 가지는 100개의 표본을 생성한 후 비지배 분류 기법을 적용하여 파레토 프론트를 생성한 결과는 Fig. 4.10와 같다. 목적 함수를 최대화하는 문제일 경우, 오른쪽에서 첫 번째로 존재하는 파레토 프론트가 최적의 파레토 프론트이고, 목적 함수를 최소화하는 문제일 경우, 왼쪽에서 첫 번째로 존재하는 파레토 프론트가 최적의 파레토 프론트가 된다. Fig. 4.11은 파레토 프론트 상의 비지배해들에 대해 군집 지표를 나타낸 것이다. 점의 크기가 클수록 주변에 분포한 해가 적다는 것을 의미하며, 동일한 파레토 프론트에 존재하더라도 더 큰 중요도를 가진다.

본 연구에서 제안하는 NSGIDNs 알고리즘은 Fig. 4.12과 같다. GIDNs

알고리즘과의 차이점은 다음과 같다: 1) 비지배 분류 방법과 군집 기법을 통해 설계기에서 사용할 좋은 초기값들을 선정한다. 좋은 초기값이란 경사 하강법 기반의 최적화 수행 시 지역 최저값 또는 임계점에 빠지지 않고, 높은 질의 해를 얻을 수 있는 초기값을 의미한다. 다목적 최적화 문제는 단일 최적화 문제에 비해 훨씬 복잡하기 때문에 지역 최저점들과 임계점들이 더 많을 가능성이 높다. 즉, 대부분의 최적화 결과가 지역 최저점들과 임계점들에 모이는 것을 방지하기 위하여 설계기에서 사용할 초기값들을 좋은 초기값들로 선정하는 것이 매우 중요하다. GIDNs 알고리즘은 초기값들을 생성할 정규 분포를 정의할 때 주어진 데이터세트의 전체 데이터를 이용하여 각 설계 변수의 평균과 표준편차를 계산한다. 반면, NSGIDNs에서는 비지배 분류 방법과 군집 기법을 이용하여 100개의 비지배해를 구하고, 100개의 비지배해로부터 각 설계 변수의 평균과 표준편차를 계산한다. 이를 통해 지역 최저점들과 임계점들에 모이는 최적화 결과를 방지하고, 해의 다양성을 확보할 수 있다; 2) 최적화 과정의 종료를 최적의 파레토 프론트의 수렴 여부에 따라 판단한다. GIDNs 알고리즘은 생성된 해들의 수렴 여부로 최적화 과정의 종료를 결정한다. 하지만 다목적 최적화 문제에서는 최적의 파레토 프론트를 얻는 것이 중요하다. 따라서, NSGIDNs에서는 기존의 데이터세트와 설계기를 이용하여 구한 최적화 결과로부터 비지배 분류 기법으로 최적의 파레토 프론트를 계산한 후 파레토 프론트가 수렴할 경우 최적화 과정을 종료한다.

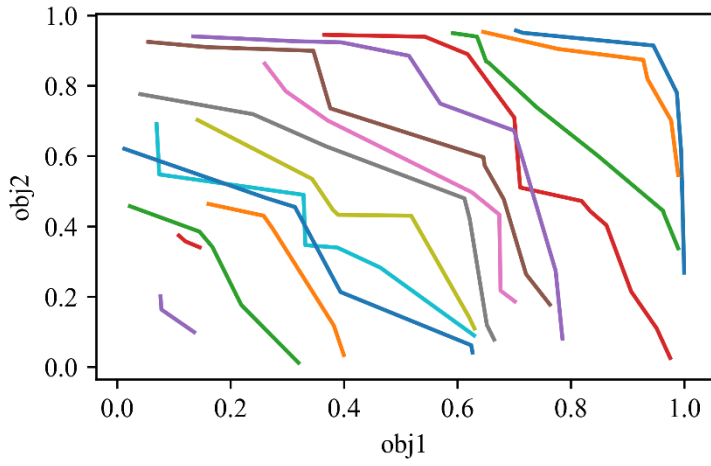


Fig. 4.10 Nondominated sorting for 100 random samples.

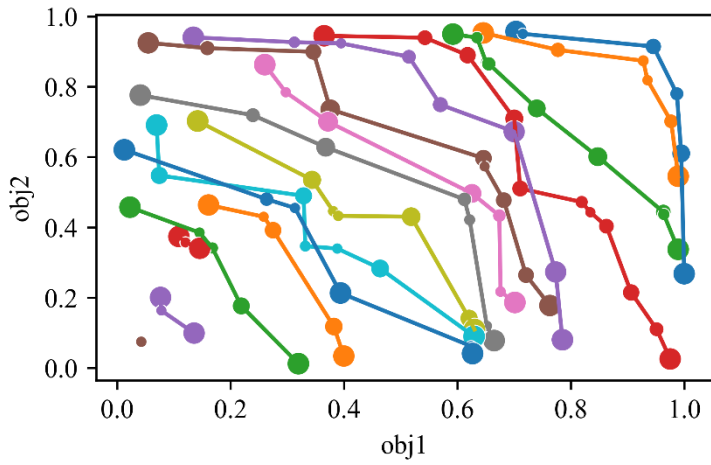


Fig. 4.11 Nondominated sorting and crowding metric for 100 random samples.

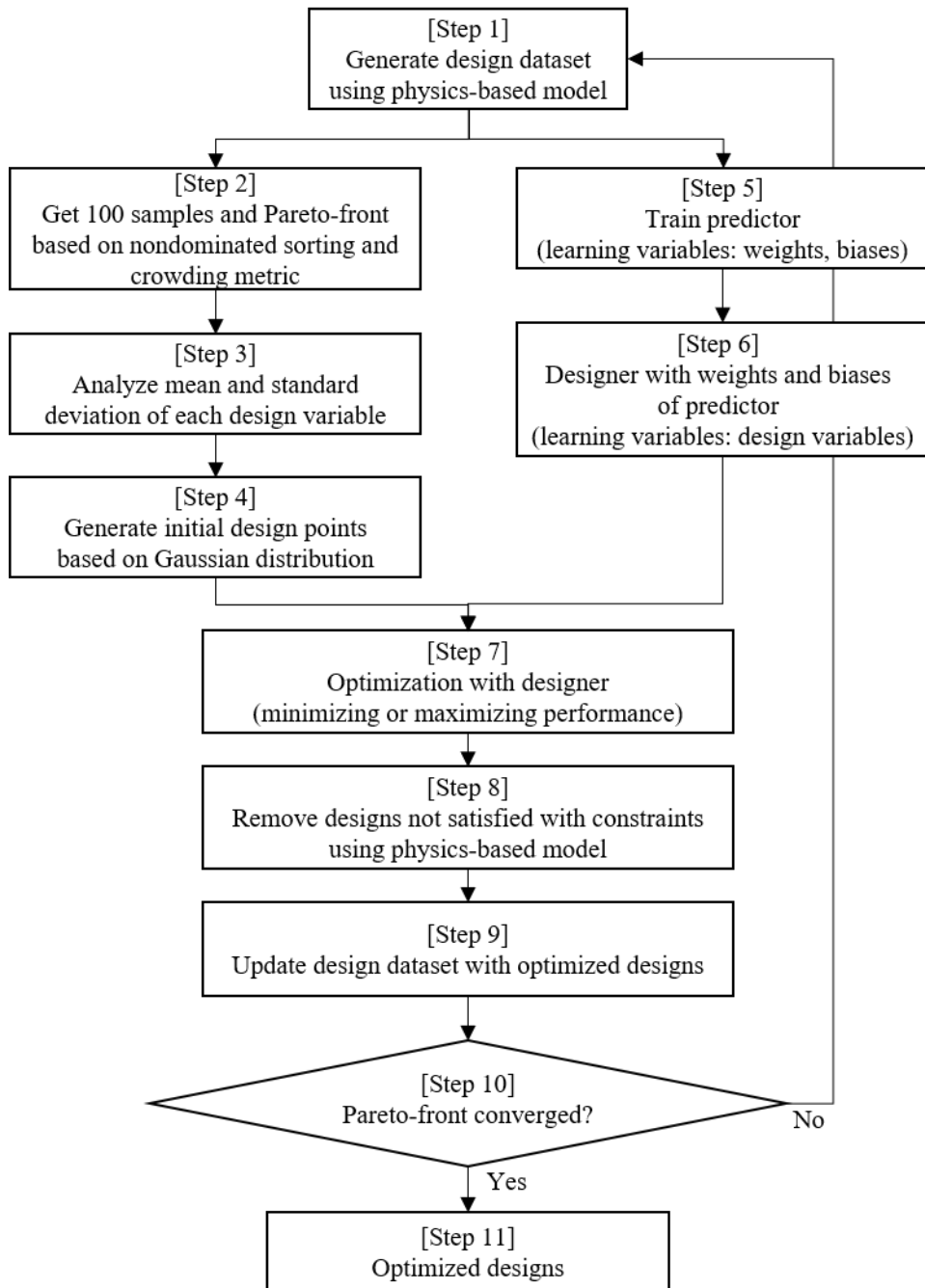


Fig. 4.12 Overview of NSGIDNs.

4.3. NSGIDNs를 이용한 다목적 기어 최적설계

4.3.1. NSGIDNs를 이용한 최적설계 결과

Fig. 4.13는 최적설계 수행 전 데이터세트 1로부터 비지배해 분류 기법과 군집 기법을 이용하여 구한 100개의 비지배해이다. 파란색 점은 데이터세트 1을 의미하고, 빨간색 원은 100개의 비지배해를 나타낸다. Fig. 4.14은 최적설계 수행 전 데이터세트 1로부터 구한 파레토 프론트를 보여준다. 마찬가지로 파란색 점은 데이터세트 1을 의미하고 빨간색 원이 파레토 프론트를 의미한다.

NSGIDNs 알고리즘을 이용하여 1차 최적화를 수행한 후 기존 데이터세트 1과 최적화 결과를 합친 데이터세트에서 구한 100개의 비지배해를 Fig. 4.15에 나타냈고, 파레토 프론트는 Fig. 4.16와 같다. 각 그림에서 초록색 마름모가 100개의 비지배해와 파레토 프론트를 의미한다. Fig. 4.13와 Fig. 4.15를 비교하면, 1차 최적화 수행 후 얻어진 100개의 비지배해가 각 목적 함수가 최소화되는 방향으로 이동함을 확인할 수 있었다. Fig. 4.14과 Fig. 4.16를 비교하였을 때 1차 최적화 수행 후 얻어진 파레토 프론트에 변화가 생겼음을 알 수 있었다. 따라서, 파레토 프론트의 수렴 여부가 확인되지 않았으므로 2차 최적화를 수행하였다.

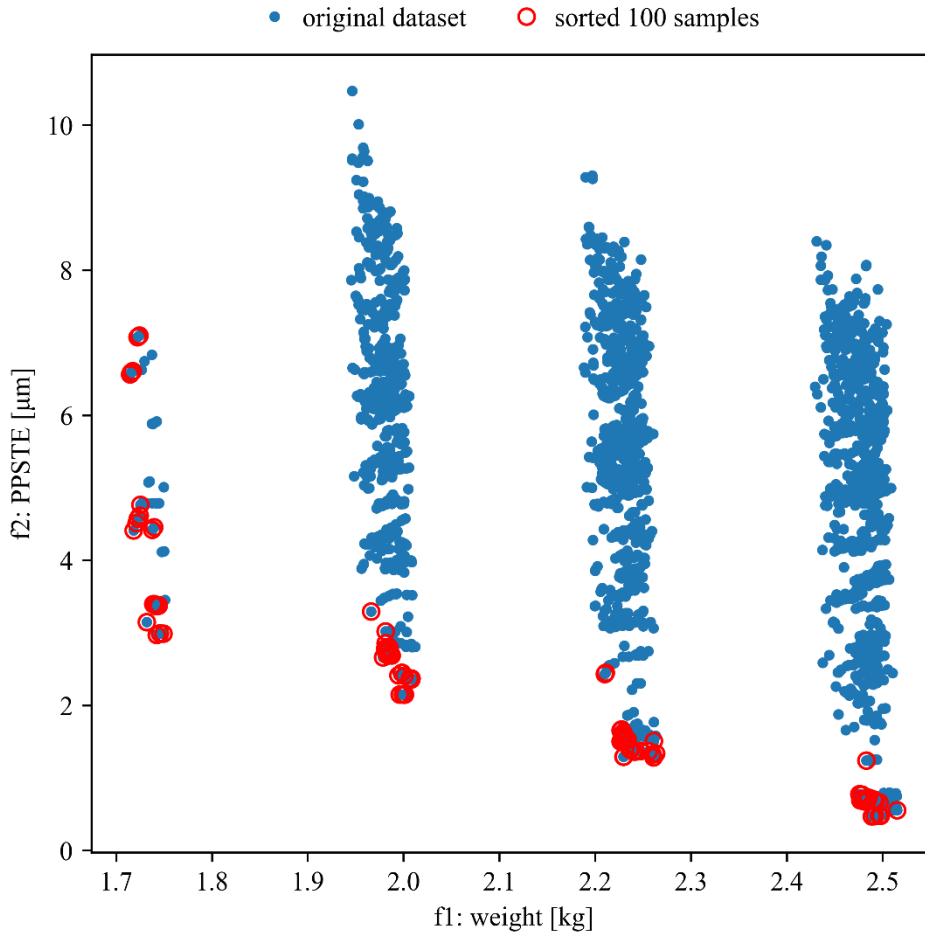


Fig. 4.13 Sorted 100 samples based on nondominated sorting and crowding metric.

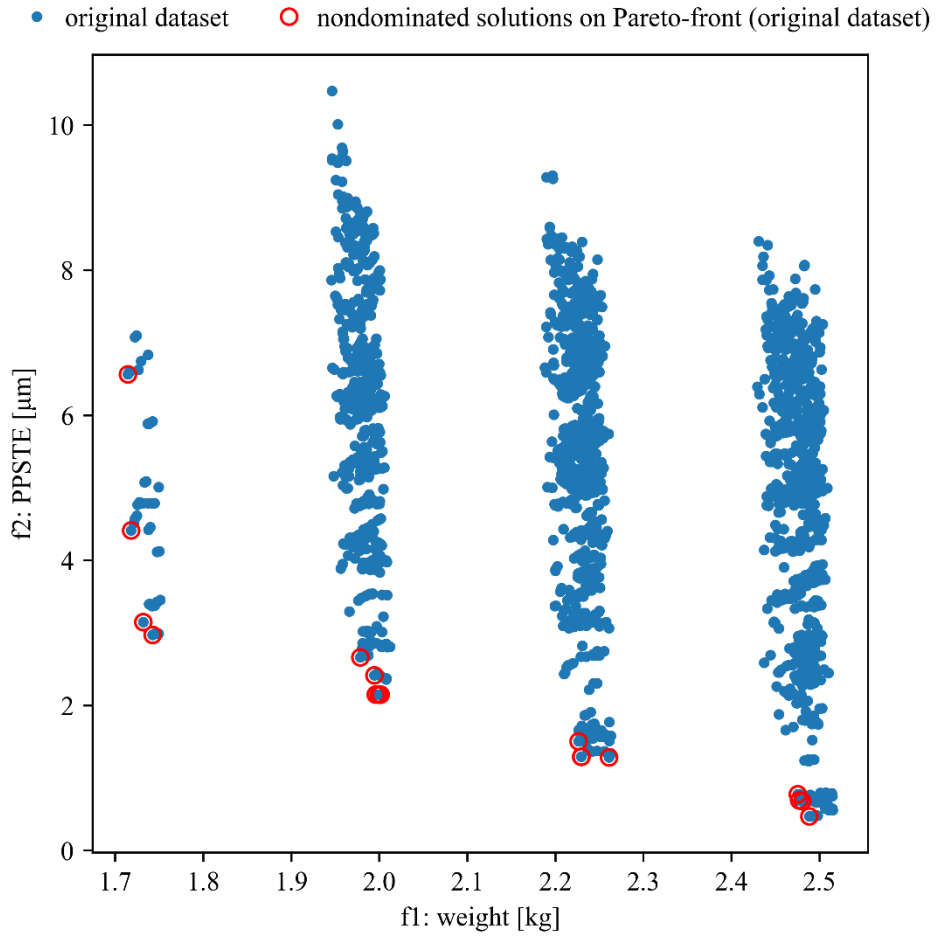


Fig. 4.14 Pareto-front of dataset 1.

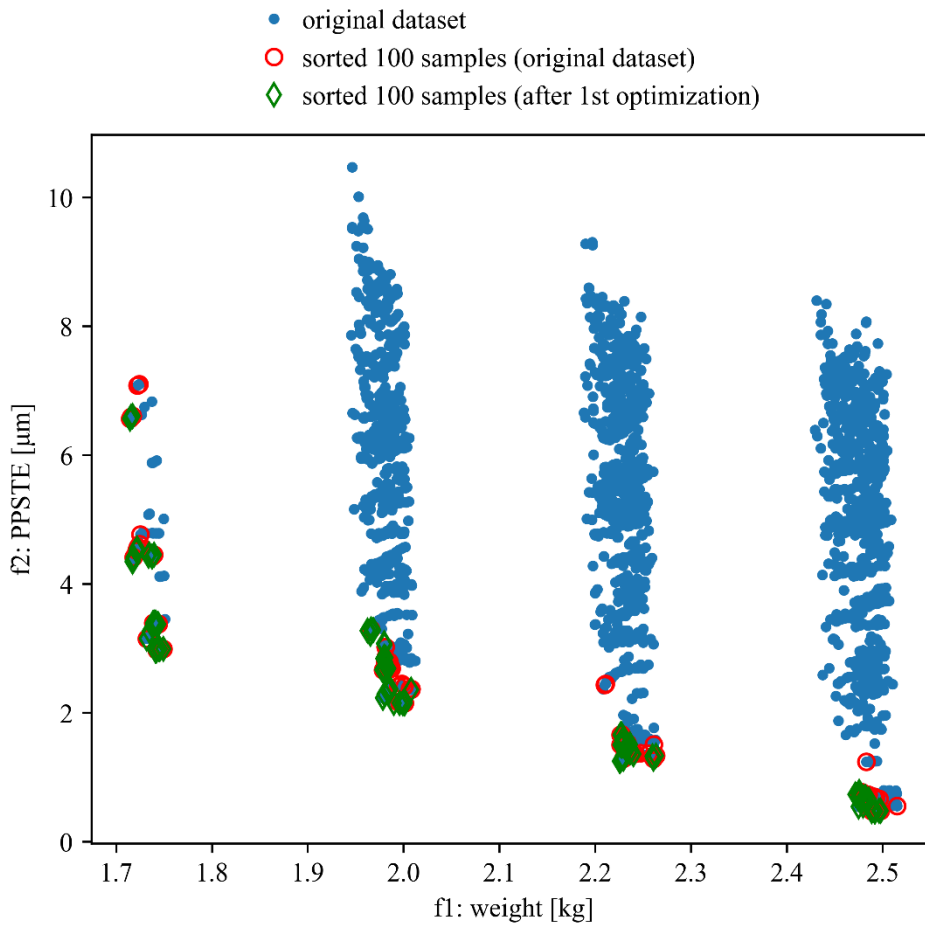


Fig. 4.15 Sorted 100 samples based on nondominated sorting and crowding metric after 1st optimization

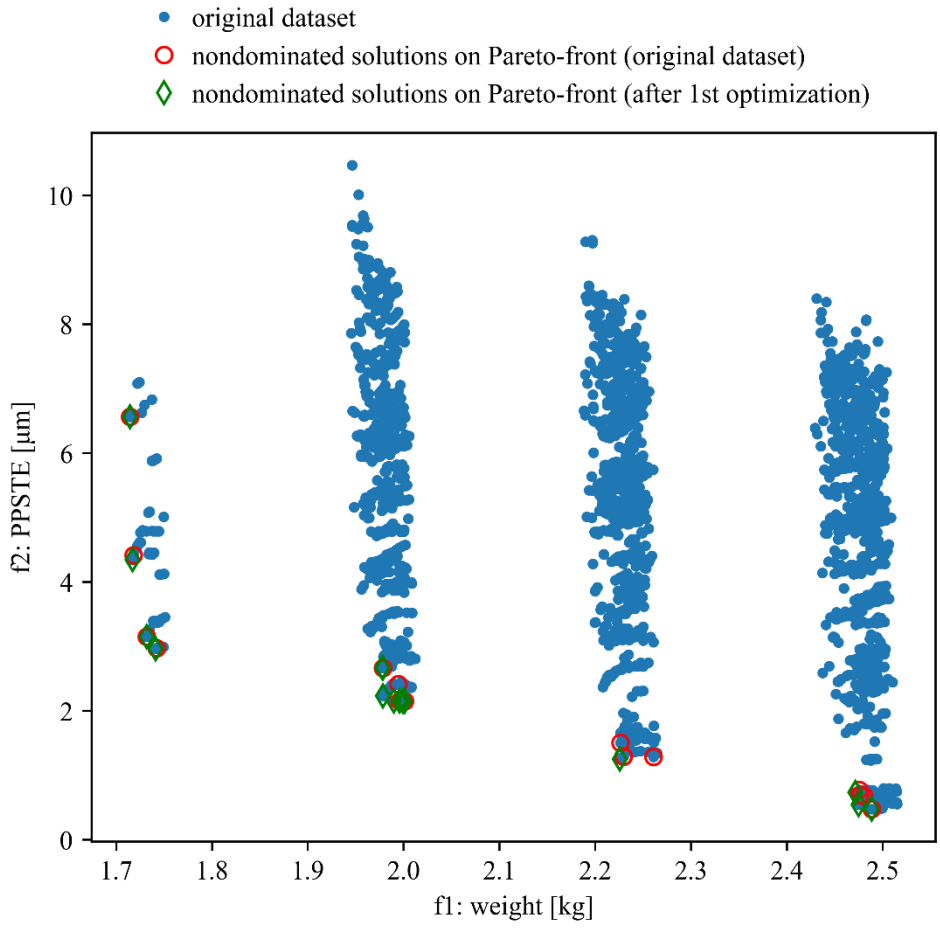


Fig. 4.16 Pareto-front obtained by NSGIDNs after 1st optimization.

NSGIDNs 알고리즘을 이용하여 2차 최적화를 수행한 후 기존 데이터세트 1, 1차 최적화 결과, 2차 최적화 결과를 합친 데이터세트에서 구한 100개의 비지배해를 Fig. 4.17에 나타냈고, 파레토 프론트는 Fig. 4.18과 같다. 각 그림에서 하늘색 삼각형이 100개의 비지배해와 파레토 프론트를 의미한다. 1차 최적화 결과와 비교했을 때 2차 최적화 수행 후 얻어진 100개의 비지배해는 각 목적 함수가 최소화되는 방향으로 더 이동하였음을 확인하였다. Fig. 4.18에서 1차 최적화 수행 후와 2차 최적화 수행 후 얻어진 파레토 프론트를 비교해보면 몇몇 새로운 데이터가 생겼으나 파레토 프론트의 대략적인 형상은 수렴하였으므로 최적화 과정을 종료하였다. 즉, 2차 최적화 완료 후 얻어진 파레토 프론트가 최적의 파레토 프론트라고 판단하였다. 2차 최적화 완료 후 최종 데이터세트의 크기는 2,984 개이었다.

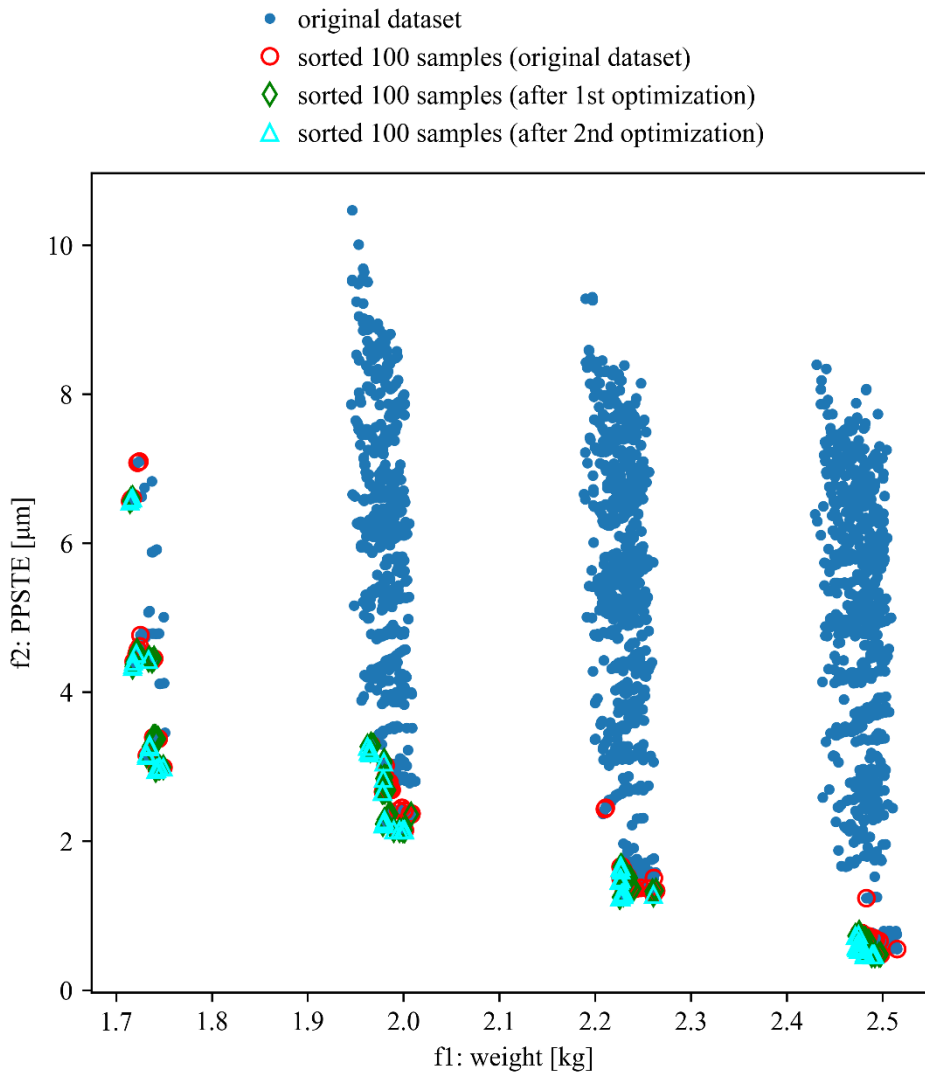


Fig. 4.17 Sorted 100 samples based on nondominated sorting and crowding metric after 1st and 2nd optimization.

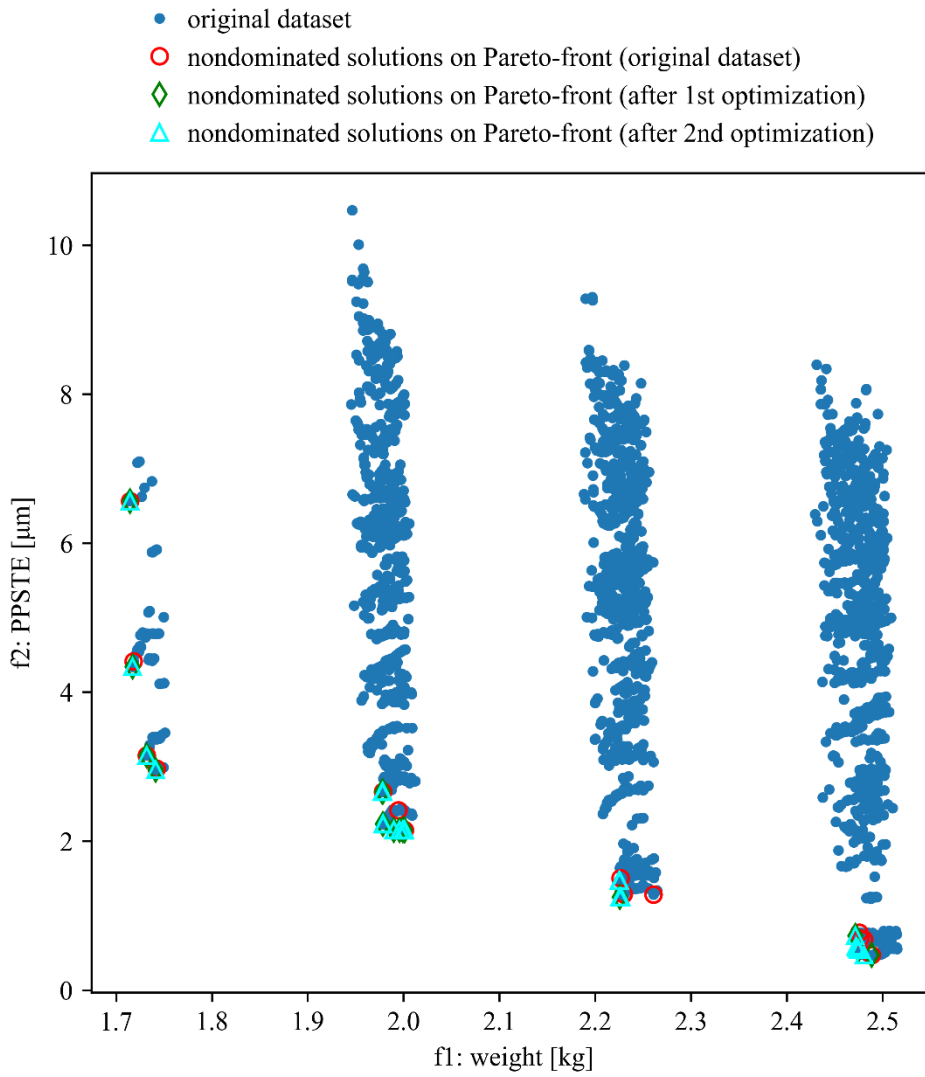


Fig. 4.18 Pareto-front obtained by NSGIDNs after 1st and 2nd optimization.

4.3.2. NSGA-II를 이용한 NSGIDNs 최적설계 결과 검증

다목적 최적화 라이브러리인 pymoo[105]의 NSGA-II를 이용하여 NSGIDNs의 최적설계 결과를 검증하였다. 개체군(population)의 크기와 평가(evaluation) 횟수는 각각 100과 6,000으로 선정하였다. Fig. 4.19은 NSGIDNs와 NSGA-II를 이용하여 얻은 최적설계 결과의 첫번째 파레토 프론트를 비교한 것이다. 하늘색 삼각형은 NSGIDNs를 이용하여 2차 최적화 수행 후 얻은 결과이고, 회색 사각형은 NSGA-II를 이용하여 6,000 회의 평가 후 얻은 결과이다. NSGIDNs의 결과는 NSGA-II를 통해 얻은 첫번째 파레토 프론트와 매우 유사하며, NSGA-II에서 구해지지 않은 무계가 가장 작은 비지배해도 얻어진 것을 확인하였다.

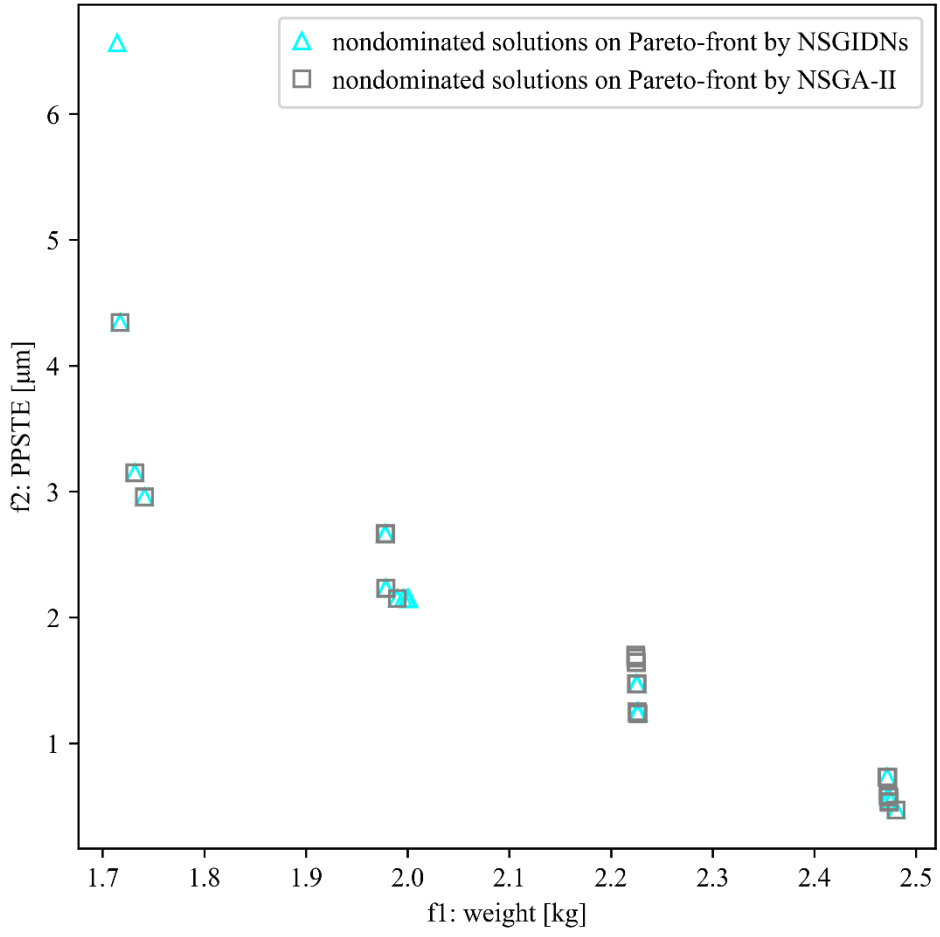


Fig. 4.19 Pareto-front of optimization results from NSGIDNs and NSGA-II.

4.4. 결론

본 장(4장)에서는 단일 목적 최적설계 알고리즘인 GIDNs의 한계점들을 개선하기 위하여 비지배 분류 기법과 군집 기법을 적용한 NSGIDNs를 제안하고 이를 다목적 기어 최적설계에 적용하였다. 본 장(4장)의 결론은 다음과 같다.

인공신경망 기반의 다목적 기어 최적설계 알고리즘을 제안하였다. 단일 목적 최적설계만 수행할 수 있는 GIDNs와 달리 NSGIDNs는 2개의 목적 함수를 고려하였다.

다목적 최적설계에서 중요한 요소인 비지배해와 해의 다양성을 보장하기 위하여 비지배 분류 기법과 군집 기법을 적용하였다. 이를 통해 설계기에서 사용할 좋은 초기값을 선정할 수 있었으며, 최적의 파레토 프론트를 얻을 수 있었다.

작은 크기(약 2천 개)의 데이터셋을 이용하였으나, 비지배해에 대한 예측 성능을 높일 수 있도록 능동적 학습(active learning)을 적용함으로써 최적의 파레토 프론트를 빠르게 얻을 수 있었다.

인공신경망 구조의 역전파와 경사 하강법을 이용하여 결정론적 방법으로 최적설계를 수행하였다. 전통적인 기어 최적설계는 성능 지표를 설계 변수에 대한 명시적 표현으로 나타낼 수 없기 때문에 무작위 대입 또는 확률론적 방법을 통해 수행되었다. NSGIDNs에서는 기어 성능을 예측할 수 있는 인공신경망 모델과 역전파를 이용하여 기어 성능 지표를 설계 변수에 대한 명시적 표현으로 나타낼 수 있으므로 해석적인 기울기를 구할 수 있었고, 경사 하강법을 이용하여 최적설계를 수행할 수 있었다.

제5장 결 론

본 연구에서는 머신러닝 모델을 이용한 기어 성능 예측 및 기어 설계 가능성을 평가하고, 머신러닝 기반의 다목적 최적설계 알고리즘을 개발하였다. 많은 선행 연구에서 기어의 고장 진단 및 수명 예측에 머신러닝 기법을 적용한 것과 달리, 본 연구는 기어 설계 분야에서도 머신러닝의 적용 가능성이 높다는 것을 확인하였다. 본 연구 결과를 통해 머신러닝 모델을 적절히 사용하면 기어에 대한 높은 배경 지식과 복잡한 최적설계 과정 없이 작동 조건, 물성 정보, 제작 장비로 정의된 설계 변수 공간에서 기어 성능을 예측하고 기어 설계를 수행하는데 큰 도움이 될 것으로 판단된다.

또한, 본 연구에서 제안된 다목적 최적설계 알고리즘인 NSGIDNs는 비록 기어 해석 솔버를 이용한다는 한계점은 있지만 확률론적 방법 기반의 유전알고리즘보다 적은 횟수의 솔버 사용으로 최적의 파레토 프론트를 얻을 수 있었다. 따라서, NSGIDNs는 한 번의 솔버 해석 시간이 많이 소요되는 기어 성능 지표 또는 다른 공학적 설계 문제에서 높은 활용도를 가질 것으로 기대된다.

본 연구의 결론을 정리하면 다음과 같다.

- 1) 기어 설계 데이터를 확보하기 위하여 기어 매크로제원을 이용하여 다양한 기어 성능 지표를 평가할 수 있는 기어 해석 솔버를 자체적으로 개발하였다. 정적 전달오차 계산에 대한 표준화된 방법이 없기 때문에 기어 치의 인볼루트 치형과 이뿌리 트로코이

드 형상을 정확하게 고려한 개선된 해석적 모델을 제시하였다. 개발된 솔버는 유한요소모델과 비교하여 검증하였으며, 예측 성능의 우수성이 확인되었다.

- 2) 개발된 기어 해석 솔버를 이용하여 기어 매크로제원 제작 오차가 고려되지 않았을 때 비슷한 성능 지표를 가지는 두 기어쌍을 도출하여 매크로제원 제작 오차에 대한 강건성 분석을 수행하였다. 각 기어쌍을 대상으로 치 두께 공차, 중심 거리 공차, 이끝 지름 공차 등의 기어 매크로제원 제작 오차를 고려한 각 기어 성능 지표의 강건성을 분석하였다. PPSTE는 나머지 성능 지표에 비해 매크로제원 제작 오차에 따른 변동성이 크게 나타났다. 따라서, 기어 설계 시 PPSTE의 강건성을 고려하기 위하여서는 매크로제원 제작 오차를 고려하는 것이 중요할 것으로 판단된다.
- 3) 다양한 머신러닝 모델을 검토한 결과, kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 기어 성능 예측을 위한 대리모델로써 우수한 성능을 보였다. 기어 성능 예측용 머신러닝 모델을 통해 설계자는 별도의 기어 성능 지표 계산 솔버를 개발하거나 상용 소프트웨어 사용 없이 주어진 기어 매크로제원 매개변수들에 대한 기어 성능 지표들을 빠르게 검토할 수 있을 것으로 기대된다.
- 4) 검토한 머신러닝 모델 중 kNN, 랜덤 포레스트, DNN은 기어 매크로제원 설계를 위한 대리모델로써 우수한 성능을 보였다. 기어 매크로제원 설계용 머신러닝 모델을 이용하면 설계자는 설계상 제약 조건 및 요구 조건 내에서 기어 성능 지표들의 여러 조합을 만들고, 무작위 대입 방법이나 별도의 최적화 솔버 없이 그 조합들에 상응하는 기어 매크로제원 매개변수들을 빠르게 도출

할 수 있을 것으로 기대된다. 이는 설계 가이드라인을 고려하여 최적설계를 수행해야 하는 현장에서 매우 활용도가 높을 것으로 판단된다.

- 5) 단일 목적 최적설계를 위한 GIDNs 알고리즘에 비지배 분류 기법과 군집 기법을 적용한 NSGIDNs는 다목적 기어 최적설계를 우수한 성능으로 수행하였다. NSGIDNs는 다목적 최적설계에서 중요한 비지배해와 해의 다양성을 보장하며, 능동적 학습을 이용하여 빠르게 최적의 파레토 프론트를 얻을 수 있었다.
- 6) 많은 기계 설계 분야에서 성능 지표를 설계 변수에 대한 명시적 표현으로 나타낼 수 없기 때문에 최적설계 시 확률론적 방법을 주로 이용한다. 본 연구에서 제안된 NSGIDNs는 인공신경망 구조의 역전파와 경사 하강법을 이용하여 결정론적 방법으로 최적설계를 수행하였다. 따라서, 기어 설계뿐 아니라 다양한 기계 설계 분야에서 NSGIDNs의 활용도가 높을 것으로 기대된다.
- 7) 본 연구에서 개발된 기어 해석 솔버는 양질의 기어 설계 데이터를 빠르게 확보하기 위하여 PPSTE 계산 시 헬리컬 조각 사이의 강성, 치형 수정 등을 고려하지 않았다. 추후 연구에서 이러한 요소를 고려하더라도 빠르게 PPSTE를 계산하는 해석적 모델을 개발하면 기어 성능 예측용 및 설계용 머신러닝 모델의 정확도를 더욱 향상할 수 있을 것이다. 또한, NSGIDNs에서 사용한 군집 지표 기법은 목적 함수가 3개 이상인 다중 목적 최적화 문제에서는 효용성이 떨어진다. 따라서, 추후 연구에서는 다중 목적 기어 최적설계를 수행하기 위한 적절한 기법이 적용되어야 할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. ISO 6336:2006, Calculation of load capacity of spur and helical gears. International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2006.
2. Palermo, A., et al., The measurement of gear transmission error as an NVH indicator: theoretical discussion and industrial application via low-cost digital encoders to an all-electric vehicle gearbox. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018. **110**: p. 368-389.
3. Kohler, H., A. Pratt, and A. Thompson. Paper 14: dynamics and noise of parallel-axis gearing. in *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings*. 1969. SAGE Publications Sage UK: London, England.
4. Houser, D.R., et al., Comparison of transmission error predictions with noise measurements for several spur and helical gears. 1994: AIAA.
5. Palmer, D. and R. Munro. Measurements of transmission error, vibration and noise in spur gears. in *British Gear Association Technical Congress*. 1995.
6. ISO/TR 14179-1:2001, Gears - Thermal Capacity Part 1: Rathing gear drives with thermal equilibrium at 95 °C sump temperature. International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2001.
7. ISO/TR 14179-2:2001, Gears - Thermal Capacity Part 2: Thermal Load-Carring Capacity. International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2001.
8. Savage, M., J.J. Coy, and D.P. Townsend, Optimal tooth numbers for compact standard spur gear sets. 1982.
9. Tong, B. and D. Walton, The optimisation of internal gears. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1987. **27**(4): p. 491-504.
10. Kim, S.-c., et al., Macro geometry optimization of a helical gear pair for mass, efficiency, and transmission error. *Mechanism and Machine Theory*, 2020. **144**: p. 103634.
11. Mendi, F., et al., Optimization of module, shaft diameter and rolling bearing for spur gear through genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 2010. **37**(12): p. 8058-8064.
12. Miler, D. and M. Hoić, Optimisation of cylindrical gear pairs: a review. *Mechanism and Machine Theory*, 2021. **156**: p. 104156.
13. Choi, C., et al., Optimization of gear macro-geometry for reducing gear whine noise in agricultural tractor transmission. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2021. **188**: p. 106358.

14. Chen, C.T. and G.X. Gu, Generative deep neural networks for inverse materials design using backpropagation and active learning. *Advanced Science*, 2020. **7**(5): p. 1902607.
15. Deb, K., et al., A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 2002. **6**(2): p. 182-197.
16. Harris, S.L., Dynamic loads on the teeth of spur gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1958. **172**(1): p. 87-112.
17. Özgüven, H.N. and D. Houser, Dynamic analysis of high speed gears by using loaded static transmission error. *Journal of sound and vibration*, 1988. **125**(1): p. 71-83.
18. Pandya, Y. and A. Parey, Experimental investigation of spur gear tooth mesh stiffness in the presence of crack using photoelasticity technique. *Engineering Failure Analysis*, 2013. **34**: p. 488-500.
19. Raghuvanshi, N.K. and A. Parey, Mesh stiffness measurement of cracked spur gear by photoelasticity technique. *Measurement*, 2015. **73**: p. 439-452.
20. Raghuvanshi, N.K. and A. Parey, Experimental measurement of gear mesh stiffness of cracked spur gear by strain gauge technique. *Measurement*, 2016. **86**: p. 266-275.
21. Raghuvanshi, N.K. and A. Parey, Experimental measurement of mesh stiffness by laser displacement sensor technique. *Measurement*, 2018. **128**: p. 63-70.
22. Cooley, C.G., et al., Gear tooth mesh stiffness: A comparison of calculation approaches. *Mechanism and machine theory*, 2016. **105**: p. 540-553.
23. Du, S., R. Randall, and D. Kelly, Modelling of spur gear mesh stiffness and static transmission error. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 1998. **212**(4): p. 287-297.
24. Hedlund, J. and A. Lehtovaara, A parameterized numerical model for the evaluation of gear mesh stiffness variation of a helical gear pair. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2008. **222**(7): p. 1321-1327.
25. Ma, H., et al., Improved time-varying mesh stiffness model of cracked spur gears. *Engineering Failure Analysis*, 2015. **55**: p. 271-287.
26. Ma, H., et al., An improved analytical method for mesh stiffness calculation of spur gears with tip relief. *Mechanism and Machine Theory*, 2016. **98**: p. 64-80.
27. Wang, Q., et al., An analytical-finite-element method for calculating mesh stiffness of spur gear pairs with complicated foundation and crack. *Engineering Failure Analysis*, 2018. **94**: p. 339-353.

28. Chen, K., et al., Calculation of mesh stiffness of spur gears considering complex foundation types and crack propagation paths. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019. **130**: p. 273-292.
29. Weber, C., The deflection of loaded gears and the effect on their load carrying capacity. Department of Scientific and Industrial Research, 1949.
30. Cornell, R., Compliance and stress sensitivity of spur gear teeth. 1981.
31. Tavakoli, M. and D. Houser, Optimum profile modifications for the minimization of static transmission errors of spur gears. 1986.
32. Yang, D. and J. Lin, Hertzian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics. 1987.
33. Wu, S., M.J. Zuo, and A. Parey, Simulation of spur gear dynamics and estimation of fault growth. *Journal of Sound and Vibration*, 2008. **317**(3-5): p. 608-624.
34. Sainsot, P., P. Velex, and O. Duverger, Contribution of gear body to tooth deflections—a new bidimensional analytical formula. *J. Mech. Des.*, 2004. **126**(4): p. 748-752.
35. Chen, Z. and Y. Shao, Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth. *Engineering failure analysis*, 2011. **18**(8): p. 2149-2164.
36. Chen, Z. and Y. Shao, Mesh stiffness calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack. *Mechanism and Machine Theory*, 2013. **62**: p. 63-74.
37. Xie, C., et al., Analytical formulas for gear body-induced tooth deflections of spur gears considering structure coupling effect. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018. **148**: p. 174-190.
38. Chen, Z., et al., Improved analytical calculation model of spur gear mesh excitations with tooth profile deviations. *Mechanism and Machine Theory*, 2020. **149**: p. 103838.
39. Xie, C., et al., Improved analytical models for mesh stiffness and load sharing ratio of spur gears considering structure coupling effect. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018. **111**: p. 331-347.
40. Cao, Z., Z. Chen, and H. Jiang, Nonlinear dynamics of a spur gear pair with force-dependent mesh stiffness. *Nonlinear Dynamics*, 2020. **99**(2): p. 1227-1241.
41. Smith, J., Helical gear vibration excitation with misalignment. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 1994. **208**(2): p. 71-79.
42. Smith, J., Estimation of the static load distribution factor for helical gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 1995. **209**(3): p. 193-199.

43. Zhang, J., I. Esat, and Y. Shi, Load analysis with varying mesh stiffness. *Computers & structures*, 1999. **70**(3): p. 273-280.
44. Wan, Z., et al., Mesh stiffness calculation using an accumulated integral potential energy method and dynamic analysis of helical gears. *Mechanism and Machine Theory*, 2015. **92**: p. 447-463.
45. Wang, Q. and Y. Zhang, A model for analyzing stiffness and stress in a helical gear pair with tooth profile errors. *Journal of vibration and control*, 2017. **23**(2): p. 272-289.
46. Feng, M., et al., An improved analytical method for calculating time-varying mesh stiffness of helical gears. *Meccanica*, 2018. **53**(4-5): p. 1131-1145.
47. Wang, Q., et al., An improved time-varying mesh stiffness model for helical gear pairs considering axial mesh force component. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018. **106**: p. 413-429.
48. Chang, L., G. Liu, and L. Wu, A robust model for determining the mesh stiffness of cylindrical gears. *Mechanism and Machine Theory*, 2015. **87**: p. 93-114.
49. Seireg, A. and D.R. Houser, Evaluation of dynamic factors for spur and helical gears. 1970.
50. Houser, D.R. and A. Seireg, An experimental investigation of dynamic factors in spur and helical gears. 1970.
51. Errichello, R., Evaluation of the ISO Method for Calculating the Dynamic Factor. AGMA Technical Paper No. P, 1982. **139**.
52. Harianto, J., The effect of manufacturing errors on predicted dynamic factors of spur gear. 1995, The Ohio State University.
53. Houser, D., The effect of manufacturing microgeometry variations on the load distribution factor and on gear contact and root stresses. *Gear Technol*, 2009. **6**: p. 51-60.
54. Yu, J.-C. and K. ISHII, Design optimization for robustness using quadrature factorial models. *Engineering optimization*, 1998. **30**(3-4): p. 203-225.
55. Harianto, J. and D.R. Houser. A methodology for obtaining optimum gear tooth microtopographies for noise and stress minimization over a broad operating torque range. in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. 2007.
56. Artoni, A., et al., Robust optimization of cylindrical gear tooth surface modifications within ranges of torque and misalignments. *Journal of Mechanical Design*, 2013. **135**(12): p. 121005.

57. Yokota, T., T. Taguchi, and M. Gen, A solution method for optimal weight design problem of the gear using genetic algorithms. *Computers & industrial engineering*, 1998. **35**(3-4): p. 523-526.
58. Marcelin, J.-L., Genetic optimisation of gears. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2001. **17**(12): p. 910-915.
59. Baglioni, S., F. Cianetti, and L. Landi, Influence of the addendum modification on spur gear efficiency. *Mechanism and Machine Theory*, 2012. **49**: p. 216-233.
60. Miler, D., et al., Multi-objective spur gear pair optimization focused on volume and efficiency. *Mechanism and Machine Theory*, 2018. **125**: p. 185-195.
61. Patil, M., P. Ramkumar, and K. Shankar, Multi-objective optimization of the two-stage helical gearbox with tribological constraints. *Mechanism and Machine Theory*, 2019. **138**: p. 38-57.
62. Marafona, J.D., et al., Towards constant mesh stiffness helical gears: The influence of integer overlap ratios. *Mechanism and Machine Theory*, 2019. **136**: p. 141-161.
63. Deb, K. and H. Jain, An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: solving problems with box constraints. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 2013. **18**(4): p. 577-601.
64. Choi, C., et al., Influence of gear tooth addendum and dedendum on the helical gear optimization considering mass, efficiency, and transmission error. *Mechanism and Machine Theory*, 2021. **166**: p. 104476.
65. Chang, H., P. Borghesani, and Z. Peng, Automated assessment of gear wear mechanism and severity using mould images and convolutional neural networks. *Tribology International*, 2020. **147**: p. 106280.
66. Li, W., W. Lin, and J. Yu, Predicting contact characteristics for helical gear using support vector machine. *Neurocomputing*, 2016. **174**: p. 1156-1161.
67. Bansal, S., et al., Multiclass fault diagnosis in gears using support vector machine algorithms based on frequency domain data. *Measurement*, 2013. **46**(9): p. 3469-3481.
68. Gunasegaran, V. and V. Muralidharan, Fault diagnosis of spur gear system through decision tree algorithm using vibration signal. *Materials Today: Proceedings*, 2020. **22**: p. 3232-3239.
69. Xueyi, L., et al., Semi-supervised gear fault diagnosis using raw vibration signal based on deep learning. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020. **33**(2): p. 418-426.

70. Liu, X., H. Huang, and J. Xiang, A personalized diagnosis method to detect faults in gears using numerical simulation and extreme learning machine. *Knowledge-Based Systems*, 2020. **195**: p. 105653.
71. Yan, H., et al., Long-term gear life prediction based on ordered neurons LSTM neural networks. *Measurement*, 2020. **165**: p. 108205.
72. Xiang, S., et al., Long short-term memory neural network with weight amplification and its application into gear remaining useful life prediction. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2020. **91**: p. 103587.
73. Jeong, T., T.P. Kicher, and R.J. Zab, Initial Design of Gears Using an Artificial Neural Net. *Gear Technology*, 1993. **10**: p. 26-26.
74. Su, D., Design automation with the aids of multiple artificial intelligence techniques. *Concurrent Engineering*, 1999. **7**(1): p. 23-30.
75. Su, D., M. Wakelam, and K. Jambunathan, Integration of a knowledge-based system, artificial neural networks and multimedia for gear design. *Journal of materials processing technology*, 2000. **107**(1-3): p. 53-59.
76. Haefner, B., et al., Meta-Model based on artificial neural networks for tooth root stress analysis of micro-gears. *Procedia CIRP*, 2018. **75**: p. 155-160.
77. Urbas, U., D. Zorko, and N. Vukašinović, Machine learning based nominal root stress calculation model for gears with a progressive curved path of contact. *Mechanism and Machine Theory*, 2021. **165**: p. 104430.
78. Panchal, J.H., et al., Machine learning for engineering design. *Journal of Mechanical Design*, 2019. **141**(11).
79. Liu, D. and Y. Wang, Multi-fidelity physics-constrained neural network and its application in materials modeling. *Journal of Mechanical Design*, 2019. **141**(12).
80. Sarkar, S., et al., Multifidelity and multiscale Bayesian framework for high-dimensional engineering design and calibration. *Journal of Mechanical Design*, 2019. **141**(12).
81. Lee, X.Y., et al., A case study of deep reinforcement learning for engineering design: Application to microfluidic devices for flow sculpting. *Journal of Mechanical Design*, 2019. **141**(11).
82. Garriga, A.G., L. Mainini, and S.S. Ponnusamy, A machine learning enabled multi-fidelity platform for the integrated design of aircraft systems. *Journal of Mechanical Design*, 2019. **141**(12).

83. Chen, W. and M. Fuge, Synthesizing designs with interpart dependencies using hierarchical generative adversarial networks. *Journal of Mechanical Design*, 2019. **141**(11): p. 111403.
84. Oh, S., et al., Deep generative design: Integration of topology optimization and generative models. *Journal of Mechanical Design*, 2019. **141**(11).
85. Lee, J.-Y., et al., Identification of the Interior Noise Generated by SUV Axle and Modification of the Structural on Axle System for Noise Reduction. *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, 2006. **16**(6): p. 582-592.
86. Gonzalez-de-Soto, M., et al., Reducing fuel consumption in weed and pest control using robotic tractors. *Computers and electronics in agriculture*, 2015. **114**: p. 96-113.
87. Ueka, Y., et al., Study on the development of the electric tractor: specifications and traveling and tilling performance of a prototype electric tractor. *Engineering in agriculture, environment and food*, 2013. **6**(4): p. 160-164.
88. Liu, J., et al., Development and Testing of the Power Transmission System of a Crawler Electric Tractor for Greenhouses. *Applied Engineering in Agriculture*, 2020. **36**(5): p. 797-805.
89. Lin, T. and Z. He, Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017. **91**: p. 167-182.
90. Wang, Z.-G. and Y.-C. Chen, Design of a helical gear set with adequate linear tip-relief leading to improved static and dynamic characteristics. *Mechanism and Machine Theory*, 2020. **147**: p. 103742.
91. Litvin, F.L. and A. Fuentes, *Gear geometry and applied theory*. 2004: Cambridge University Press.
92. Pedrero, J.I., et al., Load distribution model along the line of contact for involute external gears. *Mechanism and Machine Theory*, 2010. **45**(5): p. 780-794.
93. Sánchez, M.B., M. Pleguezuelos, and J.I. Pedrero, Approximate equations for the meshing stiffness and the load sharing ratio of spur gears including hertzian effects. *Mechanism and Machine Theory*, 2017. **109**: p. 231-249.
94. ODA, S., K. NAGAMURA, and K. AOKI, Stress analysis of thin rim spur gears by finite element method. *Bulletin of JSME*, 1981. **24**(193): p. 1273-1280.
95. Rameshkumar, M., G. Venkatesan, and P. Sivakumar, Finite element analysis of high contact ratio gear. *AGMA Technical Paper*, 10FTM06, 2010.

96. Pedregosa, F., et al., Scikit-learn: Machine learning in Python. the Journal of machine Learning research, 2011. **12**: p. 2825-2830.
97. Bishop, C.M. and N.M. Nasrabadi, Pattern recognition and machine learning. Vol. 4. 2006: Springer.
98. Goldberger, J., et al., Neighbourhood components analysis. Advances in neural information processing systems, 2004. **17**.
99. Altman, N.S., An introduction to kernel and nearest-neighbor nonparametric regression. The American Statistician, 1992. **46**(3): p. 175-185.
100. Freund, Y. and R.E. Schapire. Experiments with a new boosting algorithm. in icml. 1996. Citeseer.
101. Wyner, A.J., et al., Explaining the success of adaboost and random forests as interpolating classifiers. The Journal of Machine Learning Research, 2017. **18**(1): p. 1558-1590.
102. Ho, T.K., The random subspace method for constructing decision forests. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 1998. **20**(8): p. 832-844.
103. Bishop, C.M., Neural networks for pattern recognition. 1995: Oxford university press.
104. Agarap, A.F., Deep learning using rectified linear units (relu). arXiv preprint arXiv:1803.08375, 2018.
105. Blank, J. and K. Deb, Pymoo: Multi-objective optimization in python. IEEE Access, 2020. **8**: p. 89497-89509.

Abstract

Development of gear design algorithm based on machine learning

Woo–Jin Chung

Biosystems engineering

The Graduate School

Seoul National University

The traditional gear design process mainly uses a method of selecting two or three gear macro-geometry based on the designer's experience and then taking the design that is considered to have the best gear performance among them, or a brute-force approach. The brute-force approach evaluates various gear performance metrics for all candidates that can be combined in a defined design variable space and selects some gear designs that meet the objective function and constraints, thereby obtaining gear macro-geometry that satisfies various requirements for operating conditions and is possible to be manufactured. However, traditional gear design methods require a designer's high background knowledge of gears and a gear analysis solver to evaluate the gear performance. In this study, a machine learning-based gear design algorithm was developed to improve those difficulties in gear design.

For the use of machine learning in gear design, it is essential to prepare enough gear design dataset with good quality. In this study, an in-house code for gear analysis was developed to generate a gear design dataset by the author. In order to ensure its

calculation accuracy, the safety factors for tooth root stress and surface durability and gear mesh efficiency were evaluated based on the international standards. The volume and weight of a gear pair were calculated based on the geometrical characteristics of the gears. However, since there is no standardized method for the static transmission error, an improved analytical model for predicting it was proposed considering the exact involute and trochoidal root profile of the gear. As a result of comparing the proposed analytical method and the finite element method, a relative error of about 3% was shown, and through this, the superiority of the proposed model was verified.

Using the developed gear analysis solver, two gear pairs with the safety factors satisfying the design requirements and similar performance for peak-to-peak static transmission error, efficiency, mass, and volume were selected when the macro-geometry errors were not considered. For those gear pairs, Monte-Carlo type robustness analysis was performed to investigate the effects of gear macro-geometry errors on various gear performance metrics. Unlike previous studies that focused on analyzing the effects of micro-geometry errors on the gear performance, this study confirmed that it is very important to consider the macro-geometry errors and robustness of static transmission errors when designing gears. In particular, when the errors were considered, the standard deviation of peak-to-peak static transmission error for the two gear pairs showed a difference of about 6 times.

A gear design dataset with about 2.3 million data was generated by using the developed gear analysis solver within the defined design variable space and design intervals. The effectiveness of machine learning as a surrogate model was evaluated for various models. The k-nearest neighbor (kNN), random forest, and deep neural network (DNN) showed R^2 scores of 0.9973 or higher for all gear performance metrics. In addition, these models exhibited R^2 scores of 0.9961 or higher for all gear macro-geometry parameters. In other words, kNN, random forest, and DNN not

only predicted each gear performance metric with high performance through gear macro-geometry parameters, but also inferred each gear macro-geometry parameter with high prediction accuracy through gear performance metrics. In order to evaluate the applicability in the field, the appropriate dataset size for training the machine learning models was determined.

Finally, a multi-objective optimization algorithm for gear design using backpropagation of the artificial neural network and active learning was proposed. Since the gear performance metrics cannot be expressed in an explicit form in terms of design variables, the optimization process is generally performed based on a stochastic method such as the genetic algorithm instead of a deterministic method such as the gradient descent, which can quickly obtain an optimal solution. In this study, NSGIDNs (nondominated sorting generative inverse design networks), an artificial neural network-based multi-objective optimization algorithm with a nondominated sorting based on crowding metrics, were proposed. NSGIDNs was able to find the optimal Pareto-front with 2,984 data through two iterations by using 2,380 initial samples. On the other hand, when NSGA-II, a representative multi-objective optimization genetic algorithm, was used, the Pareto-front was converged after a total of 6,000 data were secured by 60 generations with a population size of 100. Through the comparison with NSGA-II, the effectiveness and superiority of NSGIDNs were confirmed. The proposed optimization algorithm not only solves the difficulties in traditional optimization problems of gear design, but is also expected to be a good example showing the possibility of using machine learning in the field of optimum design.

**Keywords : gear analysis solver, gear optimum design,
machine learning-based surrogate model,
machine learning-based optimization**

Student Number : 2017-26390