



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학박사 학위 논문

이중 삼상 영구 자석 동기 전동기의  
고조파 전류 제어기 설계

Harmonic Current Regulator Design for  
Dual Three-Phase PMSM

2023 년 8 월

서울대학교 대학원  
전기·정보공학부  
김 휘 곤

# 이중 삼상 영구 자석 동기 전동기의 고조파 전류 제어기 설계

지도 교수 설 승 기

이 논문을 공학박사 학위논문으로 제출함  
2023 년 06 월

서울대학교 대학원  
전기·정보공학부  
김 휘 곤

김휘곤의 공학박사 학위논문을 인준함  
2023 년 06 월

위 원 장           하 정 익           (인)

부위원장           설 승 기           (인)

위 원           최 성 휘           (인)

위 원           윤 영 두           (인)

위 원           임 명 섭           (인)

## 초 록

이중 삼상 전동기는 고정자 권선이 두 개의 삼상 권선으로 이루어진 구조의 전동기를 의미하며, 높은 토크 밀도 및 내결함성의 장점으로 선박/항공기 및 차량의 견인 전동기로 검토된다. 이때 두 고정자 권선 간에 위상차가 존재하는 경우 토크 맥동이 상쇄되고 추가적인 토크 출력 상승의 효과를 얻을 수 있어 이에 관한 많은 연구가 진행되었다.

위상차가 존재하는 이중 삼상 전동기의 경우, 6 고조파 자속으로 인한 6 고조파 전류가 발생하게 되며 공진 제어기 및 다중 동기 좌표계 상의 비례 적분 제어기를 통한 이중 삼상 전동기의 6 고조파 전류 저감에 관한 많은 선행 연구들이 수행되었다.

하지만 기존 연구의 고조파 전류 제어기는 안정도와 동특성 문제를 가지고 있어 본 연구에서는 이를 해결할 수 있는 전류 제어기의 이득 설정 방법에 대해 연구한다. 이때 제안하는 고조파 전류 제어기의 형태는 추가적인 필터가 없는 다중 동기 좌표계 상의 적분 제어기이다.

제어기의 이득 설정에 앞서 유한 요소 해석을 통한 이중 삼상 영구 자석 동기 전동기의 비이상적 특성에 대해 분석하며 이를 통해 일반적으로 알려진 바와 달리 대상 전동기의 *vector space decomposition (VSD)* 모델링 상의 돌극성이 존재함을 규명하였다.

본 연구에서는 제안하는 고조파 전류 제어기에 적절한 이득 설정 방법을 이산 시간 또는 연속 시간 제어 및 전동기 모델의 돌극성 유무를 모두 고려하여 네 가지 경우에 대해 나누어 설명한다. 각 경우에 대해 이상적인 고조파 전류 제어기가 만족해야 하는 개루프 응답을 구하고, 이러한 응답을 가지도록 하는 전류 제어기 이득을 연립 방정식을 통해 구한다.

제안하는 제어기 이득을 사용한 고조파 전류 제어기는 6 고조파 전류 저감과 12 고조파 전류 제어를 통한 토크 맥동 저감 두 가지 주제에 대해 실험적으로 검증되었으며, 다양한 부하, 속도 조건에서 기존 제어기와 달리 안정하고 원하는 제어 동특성을 가짐을 확인하였다.

**주요어:** 이중 삼상 전동기, 영구 자석 동기 전동기, Vector space decomposition, 고조파 전류 제어, 이산 시간 전류 제어, 다중 동기 좌표계

**학 번:** 2018-21146

# 목 차

제 1장 서론.....	1
1.1 연구의 배경.....	1
1.2 논문의 구성.....	6
제 2장 이중 삼상 동기 전동기 분석.....	8
2.1 30도 위상 차이를 가지는 6상 전동기.....	8
2.1.1 권선 배치도.....	8
2.1.2 이상적인 권선 자속 및 인덕턴스.....	11
2.1.3 고조파 자속 및 인덕턴스.....	16
2.2 좌표계에 따른 6상 전동기 모델링.....	20
2.2.1 DRF 좌표계 기반 6상 전동기 모델링.....	21
2.2.2 VSD 좌표계 기반 6상 전동기 모델링.....	27
2.3 이중 삼상 전동기 모델링.....	34
2.3.1 DRF 좌표계 기반 모델링.....	34
2.3.2 VSD 좌표계 기반 모델링.....	36
2.3.3 에너지 보존 법칙에 기반한 토크 방정식.....	38
2.4 이중 삼상 전동기의 비이상적 특성.....	44
2.4.1 대상 전동기의 동기 VSD좌표계 자속 및 인덕턴스.....	45
2.4.2 대상 전동기의 토크.....	55
2.5 이중 삼상 전동기의 토크 맥동 저감.....	59
제 3장 고조파 전류 제어에 관한 기존 연구.....	64
3.1 공진 제어기 기반의 고조파 전류 제어기.....	64
3.2 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기.....	70
3.3 기존 다중 동기 좌표계 기반 제어기의 문제점.....	75
3.3.1 고속 영역에서의 이산 시간 구현으로 인한 문제.....	75
3.3.2 전동기 제정수에 따른 안정도 차이.....	77
제 4장 다중 동기 좌표계 고조파 전류 제어기 설계.....	80
4.1 전류 제어기 구조.....	81
4.2 돌극성이 없는 경우의 전류 제어기 이득.....	83

4.2.1 연속 시간 영역 설계.....	8 3
4.2.2 이산 시간 영역 설계.....	9 9
4.2.3 능동 저항을 포함한 이산 시간 고조파 전류 제어기.....	1 0 8
4.2.4 모의 실험을 통한 제안하는 제어기 이득 검증.....	1 1 7
4.3 돌극성이 있는 경우의 제어기 이득.....	1 2 0
4.3.1 연속 시간 영역 설계.....	1 2 0
4.3.2 이산 시간 영역 설계.....	1 2 9
4.3.3 모의 실험을 통한 제안하는 제어기 이득 검증.....	1 4 3
4.3.4 모의 실험을 통한 선행 연구의 제어기와 비교.....	1 5 0
4.3.5 속도에 따른 전류 제어기 이득 및 속도에 따른 근사화.....	1 5 3
제 5장 제안하는 고조파 전류 제어를 적용한 이중 삼상 전동기 운전.....	1 5 7
5.1 JK평면 6고조파 차분 전류 저감.....	1 5 9
5.1.1 고조파 전류 제어 미 적용시 대상 전동기의 전류.....	1 5 9
5.1.2 선행 연구의 고조파 전류 제어.....	1 6 2
5.1.3 제안하는 고조파 전류 제어.....	1 6 8
5.2 DQ평면 12 고조파 전류 제어를 통한 토크 맥동 저감.....	1 7 9
5.2.1 대상 전동기의 토크.....	1 7 9
5.2.2 토크 맥동 저감 운전.....	1 8 3
제 6장 결론.....	1 9 0
6.1 연구 결과.....	1 9 0
6.2 향후 연구 과제.....	1 9 1
부 록.....	1 9 3
참고 문헌.....	2 0 3
Abstract.....	2 0 7

## 표 목차

표 2-1 VSD좌표계의 좌표축에 따른 고조파 성분.....	3 3
표 2-2 유한 요소 해석 운전점 조건.....	4 4
표 4-1 돌극성이 없는 전동기 및 제어기 파라미터.....	8 8
표 4-2 돌극성이 있는 전동기 및 제어기 파라미터.....	1 2 6
표 5-1 대상 전동기 제정수.....	1 5 8
표 5-2 JK평면 전류 제어기 제정수.....	1 6 2
표 5-3 DQ평면 전류 제어기 제정수.....	1 8 4



## 그림 목차

그림 1-1. 이중 삼상 전동기의 두가지 형태.....	2
그림 2-1. 6 상 전동기의 권선 분포 예시.....	1 0
그림 2-2. 6상 전동기의 권선 벡터도.....	1 1
그림 2-3. 일반적인 6상 전동기의 권선 함수.....	1 2
그림 2-4 3상 전동기와 30° 위상차를 가지는 6상 전동기의 권선 분포 .....	1 6
그림 2-5 3상 전동기의 A상 권선.....	1 7
그림 2-6 3상 전동기와 6상 전동기의 권선 분포.....	1 7
그림 2-7. 6상 전동기의 DRF 좌표축.....	2 1
그림 2-8. $iDr, iQr$ 가 0 A일 때의 동기 VSD 좌표계 자속 $\lambda Dr, \lambda Qr, \lambda Jr, \lambda Kr$ .....	4 6
그림 2-9. $ijr, iKr$ 가 0일 때의 동기 VSD 좌표계 자속 $\lambda Dr, \lambda Qr, \lambda Jr, \lambda Kr$ .....	4 7
그림 2-10. $ijr, iKr$ 가 0일 때의 동기 VSD 좌표계 증분 인덕턴스.....	4 8
그림 2-11. 각도에 따른 DQ 좌표계 영구 자석 자속.....	4 9
그림 2-12. 각도에 따른 JK 좌표계 영구 자석 자속.....	5 0
그림 2-13. 부하에 따른 $\lambda Jr, \lambda Kr$ 의 고조파 특성.....	5 0
그림 2-14. 부하에 따른 $L_{Dh}, L_{Qh}$ .....	5 2
그림 2-15. 부하에 따른 $L_{Jh}, L_{Kh}$ .....	5 3
그림 2-16. $ijr, iKr$ 에 따른 평균 토크 변화.....	5 5
그림 2-17. 회전자 각도 0°에서 $ijr, iKr$ 에 따른 토크 변화.....	5 6
그림 2-18. 회전자 각도 0°에서 $ijr, iKr$ 에 따른 토크 변화.....	5 7
그림 2-19. 각도에 따른 등 토크 곡선 모식도.....	5 9
그림 2-20. 각도에 따른 대상 전동기의 MTPA 곡선 및 20 N·m IMTPA 궤적.....	6 1
그림 2-21. 토크 별 IMTPA 궤적.....	6 2
그림 2-22. 대상 전동기의 IMTPA 전류 지령 및 주파수 분석 결과.....	6 3
그림 3-1. 정지 좌표계에서 본 공진 제어기 주파수 응답.....	6 4

그림 3-2. SOGI를 이용한 공진 제어기 구현 .....	6 5
그림 3-3. ROGI를 이용한 공진 제어기 구현.....	6 6
그림 3-4. 동기좌표계 기본파 및 6고조파 전류 제어 블록도.....	6 7
그림 3-5. 식 (3.3)의 이득을 사용하는 PIR 제어기 개루프 응답.....	6 8
그림 3-6. 식 (3.3)의 이득을 사용하는 PIR 제어기 모의 실험 결과.....	6 8
그림 3-7. 다중 동기 좌표계 상의 적분 제어기.....	7 0
그림 3-8. 선행연구 [49]의 MSRF 상의 CV 고조파 전류 제어기.....	7 1
그림 3-9. MSRF-CV 전류 제어기 개루프 응답 .....	7 2
그림 3-10. MSRF-CV 전류 제어기 모의 실험 결과 .....	7 3
그림 3-11. 선행연구 [49]의 전류 제어기 이산 시간 개루프 응답.....	7 6
그림 3-12. 1차 LPF를 적용한 고조파 전류 제어기 이산 시간 구현.....	7 7
그림 3-13. 1차 LPF를 적용한 고조파 전류 제어기 이산 시간 개루프 응답 .....	7 8
그림 4-1. 이중 삼상 전동기 전류 제어 블록도.....	8 2
그림 4-2. 연속 시간 영역 전동기 모델.....	8 4
그림 4-3. 기본파와 -5, 7고조파 전류 제어기 연속 시간 모델 .....	8 5
그림 4-4. 좌표축 관계.....	8 6
그림 4-5. $H_1, H_7, H_5$ 의 주파수 응답 .....	8 8
그림 4-6. 임의의 개루프 전달함수 $H_a$ 의 주파수 응답.....	9 0
그림 4-7. 제안하는 이득의 주파수 응답.....	9 4
그림 4-8. 기본파 주파수가 10 Hz일 때 $H_1, H_7, H_5$ 의 주파수 응답.....	9 6
그림 4-9. 기본파 주파수가 10 Hz일 때 제안하는 이득의 주파수 응답.....	9 7
그림 4-10. 기본파 주파수가 10 Hz일 때 공진 제어기를 적용한 주파수 .....	9 8
응답.....	
그림 4-11. 이산 시간 전동기 제어 블록도.....	9 9
그림 4-12. 간략화된 이산 시간 전동기 제어 블록도.....	1 0 0
그림 4-13. 기본파와 -5, 7고조파 전류 제어기 이산 시간 모델 .....	1 0 1
그림 4-14. 동기 좌표계 후향 오일러 적분의 정지 좌표계 표현.....	1 0 2
그림 4-15. 이산 시간 영역에서 제안하는 이득의 주파수 응답.....	1 0 7

그림 4-16. 샘플링 주파수에 따른 개루프 전달 함수의 주파수 응답 .....	1 0 8
그림 4-17. 능동 저항을 포함한 이산 시간 전동기 제어 블록도.....	1 0 9
그림 4-18. 능동 저항 비율에 따른 모델 극점 $\gamma$ 변화.....	1 1 0
그림 4-19. 저항 오차 시 능동 저항 유무에 따른 주파수 응답.....	1 1 3
그림 4-20. 인덕턴스 오차 시 능동 저항 유무에 따른 주파수 응답.....	1 1 5
그림 4-21. 인덕턴스 오차 조건에서 능동 저항 비율에 따른 모델과 폐루프 전달함수 극점 변화.....	1 1 6
그림 4-22. 돌극성이 없는 전동기 모의 실험 블록도.....	1 1 7
그림 4-23. 기본과 전류 제어 계단 응답.....	1 1 7
그림 4-24. 7고조파 전류 제어 계단 응답.....	1 1 8
그림 4-25. -5고조파 전류 제어 계단 응답.....	1 1 9
그림 4-26. 기본파와 -11, 13 고조파 전류 제어기 연속 시간 모델....	1 2 2
그림 4-27. 돌극성을 고려한 제안하는 이득의 주파수 응답.....	1 2 7
그림 4-28. 이산 시간 전동기 제어 블록도.....	1 3 0
그림 4-29. 기본파와 -11, 13 고조파 전류 제어기 이산 시간 모델....	1 3 1
그림 4-30. 제안하는 이득을 사용한 개루프 전달 함수 주파수 응답 .....	1 3 7
그림 4-31. 제안하는 이득을 사용한 폐루프 전달 함수 주파수 응답 .....	1 3 9
그림 4-32. 이산 시간 영역과 연속 시간 영역에서 설계된 이득 비교 .....	1 4 0
그림 4-33. 돌극성을 고려한 이득과 고려하지 않은 이득의 비교.....	1 4 1
그림 4-34. 돌극성이 있는 전동기 모의 실험 블록도.....	1 4 3
그림 4-35. 계단 형태의 전류 지령 변화에 따른 전류 응답.....	1 4 4
그림 4-36. 계단 형태의 13 고조파 전류 지령 변화에 따른 전류 응답 .....	1 4 5
그림 4-37. 계단 형태의 -11 고조파 전류 지령 변화에 따른 전류 응답 .....	1 4 6

그림 4-38. 제정수 오차가 없는 경우.....	1 4 8
그림 4-39. 저항 오차가 있는 경우.....	1 4 9
그림 4-40. $d$ 축 인덕턴스 오차가 있는 경우.....	1 4 9
그림 4-41. $q$ 축 인덕턴스 오차가 있는 경우.....	1 4 9
그림 4-42. 기본과 전류 제어 계단 응답. (가) 제안하는 이득 (나) 선행 연구[27].....	1 5 1
그림 4-43. 13 고조파 전류 제어 계단 응답. (가) 제안하는 이득 (나) 선행 연구[27].....	1 5 1
그림 4-44. 11 고조파 전류 제어 계단 응답. (가) 제안하는 이득 (나) 선행 연구[27].....	1 5 2
그림 4-45. 속도에 따른 이득. (가) 비례 이득. (나) 기본과 적분 이득. (다) 13 고조파 적분 이득. (라)-11 고조파 적분 이득.....	1 5 4
그림 4-46. 변형된 속도에 따른 이득. (가) 비례 이득. (나) 기본과 적분 이득. (다) 13 고조파 적분 이득. (라)-11 고조파 적분 이득.....	1 5 5
그림 5-1. 0 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min. ....	1 5 9
그림 5-2. 5 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min. ....	1 6 0
그림 5-3. 10 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min. ....	1 6 0
그림 5-4. 20 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min ....	1 6 0
그림 5-5. 기존 연구의 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 0 N·m....	1 6 3
그림 5-6. 기존 연구의 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 20 N·m..	1 6 5
그림 5-7. 기존 연구의 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 고조파 전류 대역폭 10 Hz.....	1 6 6
그림 5-8. 토크 지령 20 N·m 계단 변화에 대한 과도 응답.....	1 6 7
그림 5-9. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 0 N·m.....	1 6 8
그림 5-10. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 5 N·m.....	1 6 9

그림 5-11. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 10 N·m .....	1 7 0
그림 5-12. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 20 N·m .....	1 7 1
그림 5-13. 계단적인 토크 지령 변화에 대한 과도 응답. 20 N·m (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.....	1 7 3
그림 5-14. 속도 변동에 따른 고조파 전류 제어.....	1 7 4
그림 5-15. 3000 r/min, 0 N·m 운전시 정지 좌표계 전압 지령 .....	1 7 6
그림 5-16. 3000 r/min, 20 N·m 운전시 정지 좌표계 전압 지령 .....	1 7 7
그림 5-17. DQ전류 평면 토크 맵 추출 파형. (가) 시간 영역 파형. (나) 전류 지령 리사주 파형.....	1 7 9
그림 5-18. DQ전류 평면 각도 평균 토크.....	1 8 0
그림 5-19. 회전자 각도에 따른 DQ평면에서의 토크.....	1 8 1
그림 5-20. 토크 맵으로 복원한 대상 전동기의 토크 맥동.....	1 8 2
그림 5-21. 정속 운전시 대상 전동기의 토크 맥동.....	1 8 3
그림 5-22. 대상 전동기의 토크 별 IMTPA 궤적.....	1 8 4
그림 5-23. 600 r/min, 0 N·m IMTPA 제어 파형 .....	1 8 5
그림 5-24. 600 r/min, 10 N·m IMTPA 제어 파형 .....	1 8 6
그림 5-25. 1500 r/min, 0 N·m IMTPA 제어 파형 .....	1 8 6
그림 5-26. 1500 r/min, 0 N·m IMTPA 운전시 정지 좌표계 전압 지령 .	1 8 7
그림 5-27. 1500 r/min, 10 N·m IMTPA 제어 파형 .....	1 8 8
그림 5-28. 1500 r/min, 10 N·m IMTPA 운전시 정지 좌표계 전압 지령	1 8 9
그림 C- 1. 제어 보드 및 인버터.....	1 9 9
그림 C- 2. M-G 세트.....	1 9 9
그림 C- 3. 대상 이중 삼상 전동기의 능력 곡선.....	2 0 0
그림 C- 4. M-G세트 모식도.....	2 0 0
그림 C- 5. M-G세트 공진 분석 실험 결과.....	2 0 2

# 제 1장 서론

## 1.1 연구의 배경

최근 여러 환경 규제들의 도입으로 인해, 전기 추진 시스템을 적용한 자동차, 선박, 항공기가 개발 및 상용화 되고 있다. 전기 추진 선박에는 높은 토크 출력을 위해 다상 전동기 및 텐덤형 전동기가 사용되며, 전기 항공기의 경우 신뢰성을 위해 다상 전동기가 사용된다. 전기 자동차의 경우 요구되는 토크 사양이 낮으며 항공기 대비 구동 장치의 신뢰성을 보장할 필요가 상대적으로 낮으므로 3상 전동기가 일반적으로 사용된다.

고성능 전기 자동차의 수요 증가로, 전동기와 인버터의 고전압 및 대전류화가 진행되고 있다. 인버터 스위치 소자의 물리적 전압 및 전류 한계를 극복하기 위한 방안으로 개방 권선형 전동기 및 다상 전동기가 활발히 검토되고 있다.

다상 전동기의 대표적인 예시로 6상 전동기 중, 중성점이 두개로 분리된 전동기를 이중 삼상 전동기라 한다. 일반 삼상 전동기의 병렬 권선을 분리하여 이중 삼상 전동기로 구성할 경우, 하나의 스위칭 소자에 인가되는 전류의 크기를 절반으로 줄일 수 있다. 이로 인해 절반의 전류 정격을 가지는 스위칭 소자로도 구동 시스템의 출력 토크를 늘릴 수 있다는 장점이 있다. 직렬 권선을 분리하여 이중 삼상 전동기를 구성할 경우, 전동기의 역기전력이 절반으로 되어 동일 형태의 삼상 전동기 대비 운전 가능 속도를 두 배 늘릴 수 있는 장점이 있다.

이처럼 이중 삼상 전동기는 인버터를 추가적으로 사용함으로써, 동일 형상의 삼상 전동기 대비 출력을 두 배 늘릴 수 있는 장점이 있어, 이중 삼상 전동기의 제어에 대한 다양한 연구가 활발히 진행되고 있다 [1].

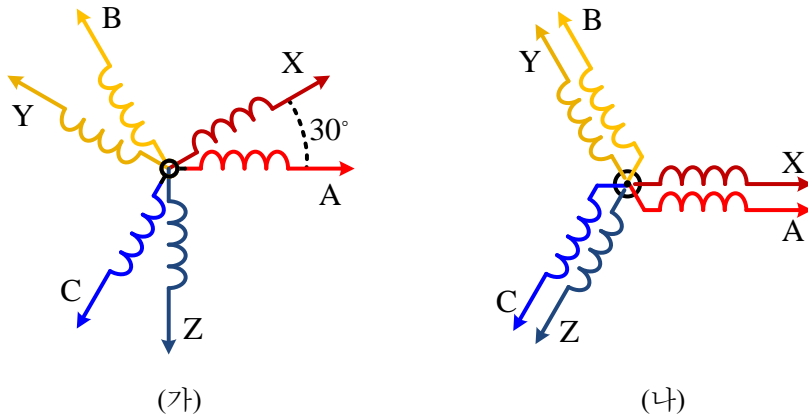


그림 1-1. 이중 삼상 전동기의 두가지 형태

이중 삼상 전동기는 두 삼상 권선의 공간적 배치에 따라, 그림 1-1(가)와 같이 두 권선이 공간적으로 30°의 전기각 차이를 가지는 경우와, (나)와 같이 공간적 차이가 없는 경우로 나뉜다.

그림 1-1의 (나)와 같이 공간적으로 전기각 차이가 없는 경우, 일반적인 삼상 전동기의 직렬 혹은 병렬 연결을 수정하는 비교적 간단한 방법으로 구성될 수 있다는 장점이 있다. 반면, 그림 1-1(가)에서 표현한 것과 같이 공간 상에서 두 세트의 권선간 위상차를 30° 인가한 되는 경우 전동기를 구성하는 슬롯과 극의 수가 특정 조합일 때만 구성이 가능하다.

그림 1-1(가)와 같이 권선간 위상차가 30° 인가되는 경우, 권선 결선 방법이 복잡하지만, 여러 장점을 지닌다. 권선의 구조적 특징으로 인해 권선 계수(winding factor)가 커져 동일 전류 대비 토크가 3% 증가하게 되며, 이로 인해 기저 속도 이하에서 권선간 위상차가 없는 이중 삼상 전동기 대비 높은 효율을 가진다. 또한 30° 위상차를 가지는 권선 구조 특성으로 인해 6고조파 토크 맥동이 상쇄된다는 장점을 지닌다. 이러한 장점들로 인해, 30° 위상차를 이중 삼상 유도 전동기에 관한 많은 연구들이 활발히 이루어져왔으며, 본 논문에서 언급하는 이중 삼상 전동기는 30° 위상차를 가지는 이중 삼상 전동기를 의미한다.

이중 삼상 유도기에 대한 초기 연구에서는 6상 전동기를 독립적인 두 개의 3상 시스템으로 모델링하여 제어 하였다. 하지만 이 경우, 인접

권선끼리  $30^\circ$  위상 차이를 가짐으로써 발생하는 상호 결합 인덕턴스로 인해 고조파 전류가 발생하는 문제가 있었다 [2,3].

선행연구 [4]는 vector space decomposition(VSD)을 이용한 6상 전동기 모델링 방법을 제안하였다. 해당 모델링을 기반으로 인접 권선 간 상호 결합 인덕턴스를 고려한 제어를 수행할 수 있다. 이를 토대로 선행연구 [5-13]에서는 고조파 전류 발생을 감소시키는 VSD 좌표계 상의 SVPWM 방법에 관한 연구하였다.

한편, 전기 자동차에서는 높은 토크 밀도, 효율, 동작 속도를 가지는 매입형 영구 자석 동기 전동기가 일반적으로 사용되며, 이중 삼상 매입형 영구 자석 동기 전동기를 자동차, 철도, 선박, 항공기 등에 사용하는 시도가 있다 [14-16].

매입형 영구 자석 전동기에서는 영구 자석에 의한 포화, 회전자 및 고정자 형상에 의해 6 배수 고조파 자속이 발생하며, 이로 인해 고조파 전류가 발생한다. 따라서 이중 삼상 매입형 영구 자석 전동기에 앞서 설명한 고조파 전류 저감을 위한 SVPWM 방법을 적용하더라도 인버터 비선형성이나 전동기 고조파 자속에 의해 고조파 전류가 여전히 발생하고, 이중 삼상 전동기의 인덕턴스 특성상, 일반 삼상 전동기 대비 더 큰 크기의 6 고조파 전류가 발생한다.

이중 삼상 전동기는 추가적인 6 고조파 전류가 발생하더라도 해당 고조파 토크 맥동이 발생하지는 않지만, 상 전류를 왜곡시켜 스위칭 소자에 인가되는 최대 전류가 증가 하며 전동기에 추가적인 동손이 발생한다. 이에 많은 선행 연구들이 이중 삼상 영구 자석 전동기의 고조파 전류 저감을 위한 추가적인 전류 제어기를 제안하였다 [17-30].

선행연구 [18]에서는 동기 좌표계 6고조파 공진 제어기를 통하여 인버터의 비선형성으로 인해 발생하는 고조파 전류를 저감하였으며, 선행연구 [19,20]에서는 6고조파 전류를 억제하지 않고 상 전류의 최대치를 저감하는 방향으로 전류를 주입하여, 소자의 최대 전류를 줄이면서 최대 토크를 증가 시키는 방법을 제안하였다.

다만, 공진 제어기는 이산 시간 구현시 고속 운전에서 불안정해짐이



알려져있다. 선행연구 [21-23]에서는 이산 시간 구현시 안정도를 증가시키는 방법에 대해 연구하였고, 선행연구 [26]에서는 공진 제어를 대신하여 고조파 전류를 억제하는 고조파 전압 주입 방법에 대해 연구하였다.

한편, 공진 제어를 대신하여, 선행 연구 [31]에서 제안된 다중 동기 좌표계(Multi Synchronous Reference Frame, MSRF) 방식의 고조파 전류 제어를 이중 삼상 동기 전동기에 적용한 선행 연구들이 다수 존재한다 [27-30].

다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어는 고조파 주파수로 회전하는 동기 좌표계를 추가하고, 해당 동기 좌표계 상에서 비례 적분(Proportional Integral, PI) 제어를 통해 고조파 전류 제어를 수행한다. 이 때, PI 제어기 대신 적분 제어기만 사용하면 일반적인 공진 제어기와 등가인데, 추가된 비례 제어항이 동특성을 향상시켜 공진 제어기 대비 빠른 동특성의 고조파 전류 제어를 수행할 수 있다.

하지만 추가된 비례 항으로 인해 여러 동기 좌표계 사이에 간섭이 일어나게 된다. 이러한 간섭을 방지하기 위하여, 선행 연구 [27,28]에서는 측정 전류에 저역 통과 필터를 추가하였고, 선행 연구 [29,30]에서는 측정 전류의 시지연(Time delay)을 통한 추가 좌표계를 만들어내어 동기 좌표계 사이 간섭을 방지하였다.

앞서 설명한 많은 선행 연구들이 이중 삼상 전동기의 고조파 전류 제어에 관하여 연구하였지만, 공진 제어를 적용한 대부분의 연구들은 저속에서의 정상 상태 성능에 맞춰 제안하는 제어를 검증하였으며 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기 또한 고조파 전류 대역폭이 전동기 제어에 적용하기에 충분히 높지 못한 한계가 있다.

한편, 다수의 선행 연구들은 이중 삼상 전동기의 고조파 전류가 발생하는 차분 좌표계 인덕턴스에 돌극성이 없다 가정하고, 표면 부착형 동기 전동기와 같은 방법으로 제어기의 이득을 설정 하였다. 하지만 실제 전동기에서는 인덕턴스에 돌극성이 존재하며, 따라서 선행 연구에서 제안한 제어기 형태를 적용할 경우, 제어하고자 하는 다중

동기 좌표계의 회전 속도가 높아지거나, 빠른 제어 대역폭을 설정할 경우 제어가 발산할 가능성이 있다.

따라서 본 연구에서는 연구 대상 전동기인 이중 삼상 매입형 영구 자석 동기 전동기에 적용 가능한 안정하고 높은 제어 대역폭을 가지는 고조파 전류 제어기 설계 방법에 대해 설명한다. 앞서 설명한 바와 같이 공진 제어를 사용하는 경우 동특성과 안정성이 부족하기 때문에, 본 연구에서는 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기를 채택한다.

다중 동기 좌표계 기반 고조파 전류 제어기에 대한 기존 연구에서는 간섭을 방지하기 위해 저역 통과 필터 또는 위상 지연을 통한 전류 필터를 사용한다. 하지만 추가적인 필터는 전류 제어 대역폭의 한계를 발생시키고 제어 대역폭이 높아지는 경우 간섭으로 인한 발산의 가능성이 있다. 따라서 본 논문에서는 필터를 사용하지 않는 고조파 전류 제어기를 제안한다.

제안하는 고조파 전류 제어기는 새로운 제어기 이득 설정 방법을 통해 필터 없이 동기 좌표계 사이의 간섭을 방지할 수 있다. 이 때 제어기 이득은 전류 제어 개루프 전달 함수가 원하는 주파수 응답을 가지도록 하며, 개루프 전달 함수 계산시 이산 시간 제어 및 전동기 인덕턴스의 돌극성을 고려하여 돌극성이 있는 전동기의 다양한 속도 영역에서의 고조파 전류 제어가 가능하다.

## 1.2 논문의 구성

본 논문은 다음과 같이 구성된다.

제 1장에서는 본 논문의 연구 배경 및 목적에 대해 설명한다.

제 2장에서는 이중 삼상 동기 전동기의 일반적 모델링에 관해 설명하며, 모델링에 활용되는 좌표계 구성 방법에 대해 설명한다. 또한 이중 삼상 전동기의 유한 요소 해석(FEA) 결과를 통해, 일반적으로 알려진 전동기 특성과, 실제 특성의 차이점에 대해 분석한다. 추가로 대상 전동기의 회전자 각도에 따른 토크 특성과, 토크 맥동을 저감할 수 있는 전류 지령 조건에 대해 설명한다.

제 3장에서는 고조파 전류 제어에 관한 기존 연구에 대해 설명한다. 고조파 전류 제어는 이중 삼상 전동기 뿐만 아니라, 일반 삼상 전동기 및 계통 연계형 컨버터에 널리 사용되며 이에 관해 다수의 선행 연구들이 존재한다. 해당 장에서는 선행 연구를 공진 제어기 기반과 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기로 분류하여 각각의 특징에 대해 분석하고, 기존 고조파 전류 제어기들의 한계점을 개루프 전달함수 주파수 분석을 통해 설명한다.

제 4장에서는 제안하는 고조파 전류 제어기 설계 방법에 대해 설명한다. 이산 시간 또는 연속 시간 제어 및 전동기 모델의 돌극성 유무를 모두 고려하여 네 가지의 제어기 이득 설계 방법에 대해 설명한다. 돌극성이 있는 이산 시간 모델에 대한 모의 실험을 통해, 제안하는 전류 제어기가 선행 연구의 제어기들과 어떠한 차이점을 가지는지 분석한다.

제 5장에서는 제안하는 고조파 전류 제어기를 실험적으로 검증한다. 이 때 실험은 6 고조파 전류 저감과 12 고조파 전류 제어를 통한 토크

맥동 저감 두 가지 주제에 대해 수행하였다.

마지막으로 제 6장에서는 본 논문의 연구 결과를 정리하고, 향후 연구 주제에 대해 설명한다.

## 제 2장 이중 삼상 동기 전동기 분석

본 장에서는 연구 대상 전동기인  $30^\circ$  위상차를 가지는 이중 삼상 동기 전동기의 자속, 토크를 분석하고 이를 통해 대상 전동기의 특성을 개관한다.

이중 삼상 전동기의 모델링에 관한 다수의 선행 연구들이 존재하지만, 대부분 기본과 성분의 모델링에 국한되어 있다. 따라서 본 연구에서 대상 전동기의 일반적 형태인 삼상 전동기의 고조파 자속 및 인덕턴스의 모델링을 통해 대상 전동기의 고조파 특성에 대해 분석한다.

이때 이중 동기 좌표계(Dual Reference Frame, DRF)와 Vector space decomposition(VSD) 기법을 활용한 좌표계 두가지에 대해 전동기를 모델링하고, 각 좌표계에서 전동기의 기본과 및 고조파 특성이 어떻게 나타나는지 기술한다.

추가로 유한 요소 해석(FEA)를 이용하여 이중 삼상 전동기의 자기 포화(Magnetic saturation)를 고려한 자속 및 토크 특성을 분석한다. 이를 통해 수식으로 유도한 자속 및 토크의 고조파 특성이 실제와 얼마나 차이가 있는지 알아본다.

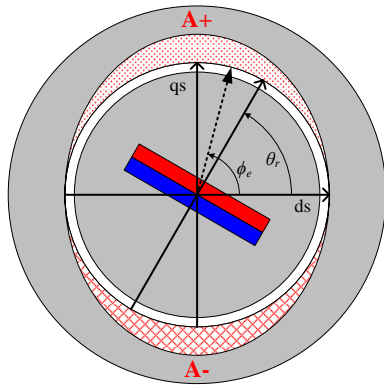
### 2.1 $30^\circ$ 위상 차이를 가지는 6상 전동기

이중 삼상 전동기는  $30^\circ$  위상 차이를 가지는 6상 전동기의 특수한 형태이다. 일반성을 갖기 위해 본 절에서  $30^\circ$  위상 차이를 가지는 6상 전동기의 특징에 대해 알아보고 이로부터 이중 삼상 전동기의 특징에 대해 기술한다.

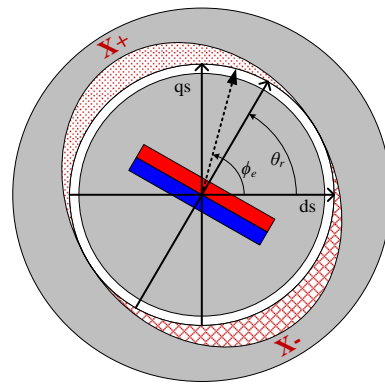
#### 2.1.1 권선 배치도

그림 2-1은 6 상 권선을 가지는 영구 자석 동기 전동기의 권선도를 보여준다. A, B, C 권선이  $120^\circ$ 의 위상 차이를 가지며, 마찬가지로 X, Y, Z

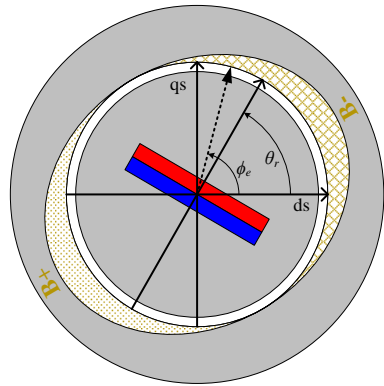
권선이  $120^\circ$  의 위상 차이를 가진다. 이때 A, X 권선은  $30^\circ$ 의 위상 차이를 가진다.



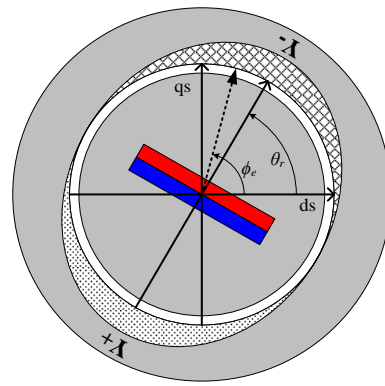
(가) A 상



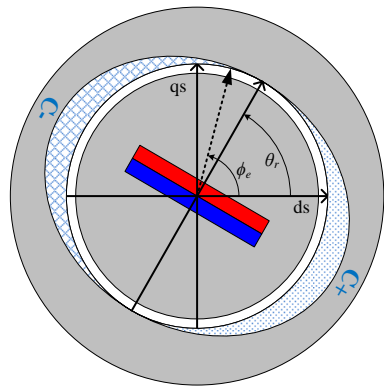
(나) X 상



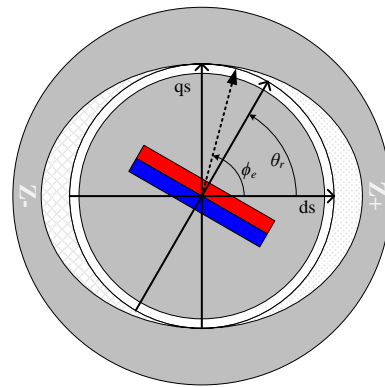
(다) B 상



(라) Y 상



(마) C 상



(바) Z 상

그림 2-1.6 상 전동기의 권선 분포 예시

각 권선을 벡터도로 나타내면 그림 2-2와 같다.

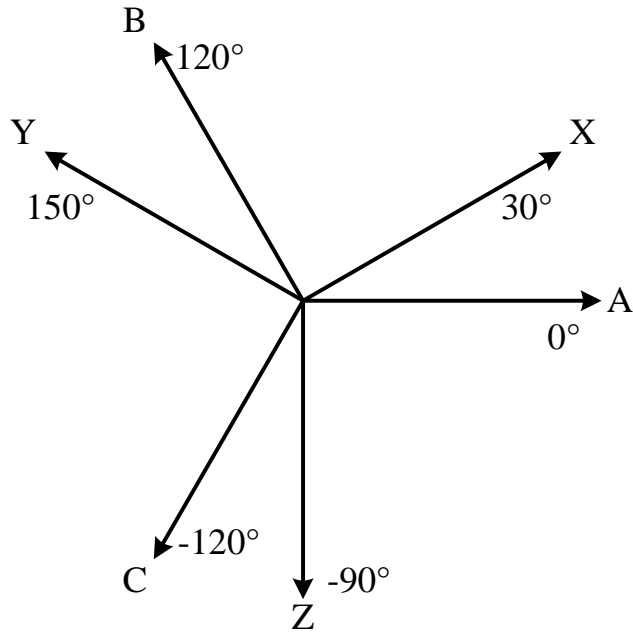


그림 2-2. 6상 전동기의 권선 벡터도

이렇게 6개의 권선으로 구성된 전동기를 두 개의 중성점을 가진 전동기로 구성 할 수 있다.  $120^\circ$  위상차를 가진 A, B, C 권선이 한 조를 이루며 X, Y, Z 권선이 다른 한 조를 구성한다. 많은 선행 연구에서, 이런 구성을 가진 전동기를 이중 삼상 (Dual Three Phase) 전동기라 지칭한다 [4].

6개의 권선을 가진 전동기를 Y결선된 단일 삼상 전동기로도 구성할 수 있다. 이때, A-X, B-Y, C-Z 권선을 각각 직렬 연결 하여 삼상 전동기를 구성하게 된다.

### 2.1.2 이상적인 권선 자속 및 인덕턴스

이상적인 전동기의 각 상의 권선이 이상적인 정현 분포를 가진다고 가정하면, 임의의 권선  $x$ 의 권선함수  $N_x(\phi_e)$ 는 다음 수식과 같이 표현할 수 있다.



$$N_x(\phi_e) = \frac{N_{ct}}{2} \cos(\phi_e + \Phi_x). \quad (2.1)$$

이때 변수  $\phi_e$  는 그림 2-1에 표현된 바와 같이 A상 권선을 기준으로 하는 정지좌표계 d축으로부터 반시계 방향으로 증가하는 각이다. 그림 2-1과 같은 형태를 가지는 전동기에 대해 권선 함수는 다음과 같이 나타난다. 이때  $N_{ct}$  는 권선의 수  $\Phi_x$  는 권선의 공간적 위상 각을 의미하며 이를 각 상 권선에 대해 나타내면 아래 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} N_A(\phi_e) \\ N_B(\phi_e) \\ N_C(\phi_e) \\ N_X(\phi_e) \\ N_Y(\phi_e) \\ N_Z(\phi_e) \end{bmatrix} = \frac{N_{ct}}{2} \begin{bmatrix} \cos\phi_e \\ \cos(\phi_e - 120^\circ) \\ \cos(\phi_e + 120^\circ) \\ \cos(\phi_e - 30^\circ) \\ \cos(\phi_e - 150^\circ) \\ \cos(\phi_e + 90^\circ) \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

이때 각 권선의 권선 함수는 그림 2-3과 형태로 나타난다.

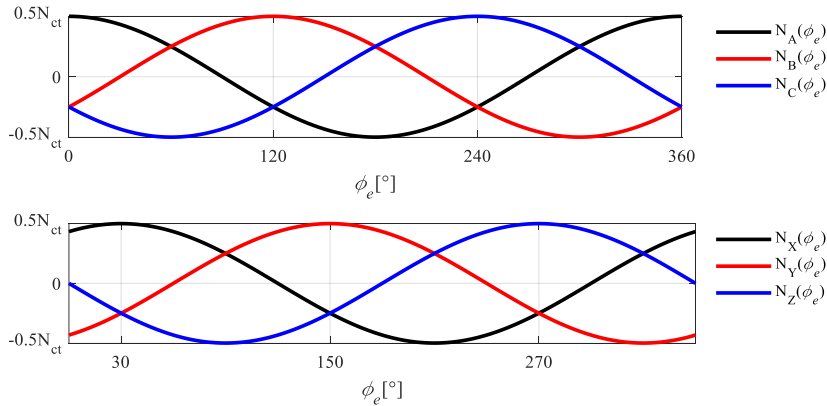


그림 2-3. 일반적인 6상 전동기의 권선 함수

이상적인 경우, 영구 자석에 의한 공극 자속  $B_{PM}$  은 다음과 같다.

$$B_{PM}(\phi_e, \theta_r) = B_1 \cos(\phi_e - \theta_r). \quad (2.3)$$

식 (2.2)와 (2.3)을 이용하면 영구 자석에 의한 임의의 권선  $x$ 의 쇄교자속은 다음과 같이 표현가능하다.

$$\lambda_{x\_PM}(\theta_r) = \frac{D_{ag} L_{axis}}{2} \int_{-\pi}^{\pi} N_x(\phi_e) B_{PM}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e. \quad (2.4)$$

여기서  $D_{ag}$ 는 공극의 외부 직경,  $L_{axis}$ 는 전동기의 길이를 의미한다. 이를 이용하여 6상 권선의 영구 자석에 의한 쇄교자속  $\lambda_{PM\_6ph}$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lambda_{PM\_6ph} = \begin{bmatrix} \lambda_{A\_PM} \\ \lambda_{B\_PM} \\ \lambda_{C\_PM} \\ \lambda_{X\_PM} \\ \lambda_{Y\_PM} \\ \lambda_{Z\_PM} \end{bmatrix} = \lambda_{PM} \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos(\theta_r + 120^\circ) \\ \cos(\theta_r - 30^\circ) \\ \cos(\theta_r - 150^\circ) \\ \cos(\theta_r + 90^\circ) \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

위 수식에서  $\lambda_{PM}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda_{PM} \triangleq \frac{\pi}{2} D_{ag} L_{axis} N_{ct} B_1. \quad (2.6)$$

한편, 임의의 두 권선  $x$ 와  $y$ 의 상호 인덕턴스는 다음과 같이 표현된다.

$$L_{xy} = \mu_0 \frac{D_{ag} L_{axis}}{2} \int_{-\pi}^{\pi} N_x(\phi_e) N_y(\phi_e) g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e. \quad (2.7)$$

위 수식에서  $N_x$ ,  $N_y$ 는  $x$ 와  $y$ 권선의 권선 함수를,  $g_e^{-1}$ 는 고정자 및 회전자의 형상에 따라 결정되는 역 공극(Inverse air-gap) 함수를 의미한다. 공극 함수의 최대값을  $g_{max}$  최소값을  $g_{min}$  이라고 할 때 이상적인 경우 역 공극 함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) &= \frac{1}{2}(g_{max}^{-1} + g_{min}^{-1}) + \frac{1}{2}(g_{max}^{-1} - g_{min}^{-1}) \cos 2(\phi_e - \theta_r) \\ &= g_0^{-1} + g_2^{-1} \cos 2(\phi_e - \theta_r) \end{aligned} \quad (2.8)$$

또한, 수식 (2.7)에서 권선함수  $N_x$ 와  $N_y$ 가 다음과 같이 이상적인 정현 분포를 가진다고 가정하자.

$$\begin{aligned} N_x(\phi_e) &= \frac{N_{ct}}{2} \cos(\phi_e - \Phi_x) \\ N_y(\phi_e) &= \frac{N_{ct}}{2} \cos(\phi_e - \Phi_y) \end{aligned} \quad (2.9)$$

수식 (2.7)에 (2.8)과 (2.9)를 대입하면 상호 인덕턴스는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
L_{xy} &= \frac{1}{8} \mu_0 D_{ag} L_{axis} N_{ct}^2 \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\phi_e - \Phi_x) \cos(\phi_e - \Phi_y) [g_0^{-1} + g_2^{-1} \cos 2(\phi_e - \theta_r)] d\phi_e \\
&= \frac{\pi}{16} \mu_0 D_{ag} L_{axis} N_{ct}^2 [2g_0^{-1} \cos(\Delta\Phi) + g_2^{-1} \cos(2\theta_r - \Sigma\Phi)] \\
&= L_0 \cos(\Delta\Phi) + L_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{\Sigma\Phi}{2}\right)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

위 수식에서  $L_0, L_2, \Sigma\Phi, \Delta\Phi$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
L_0 &\triangleq \frac{\pi}{8} \mu_0 D_{ag} L_{axis} N_{ct}^2 g_0^{-1} \\
L_2 &\triangleq \frac{\pi}{16} \mu_0 D_{ag} L_{axis} N_{ct}^2 g_2^{-1} \\
\Sigma\Phi &\triangleq \Phi_x + \Phi_y \\
\Delta\Phi &\triangleq \Phi_x - \Phi_y
\end{aligned} \tag{2.11}$$

6상 권선의 인덕턴스 행렬  $\mathbf{L}_{6ph}$ 는 일반적으로 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\mathbf{L}_{6ph} = \begin{bmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} & L_{AX} & L_{AY} & L_{AZ} \\ L_{BA} & L_B & L_{BC} & L_{BX} & L_{BY} & L_{BZ} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_C & L_{CX} & L_{CY} & L_{CZ} \\ L_{XA} & L_{XB} & L_{XC} & L_X & L_{XY} & L_{XZ} \\ L_{YA} & L_{YB} & L_{YC} & L_{YX} & L_Y & L_{YZ} \\ L_{ZA} & L_{ZB} & L_{ZC} & L_{ZX} & L_{ZY} & L_Z \end{bmatrix}. \tag{2.12}$$

수식 (2.10)을 이용하여 6상 권선의 인덕턴스를 구하면 (2.13)과 같다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{L}_{6ph} &= (L_s + L_0) \mathbf{I}_6 + L_2 \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{(2)}(\theta_r) & \mathbf{C}_{(2)}(\theta_r - 15^\circ) \\ \mathbf{C}_{(2)}(\theta_r - 15^\circ) & \mathbf{C}_{(2)}(\theta_r - 30^\circ) \end{bmatrix} \\
&+ \frac{L_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ -1 & -1 & 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & -1 & -1 \\ -\sqrt{3} & \sqrt{3} & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -\sqrt{3} & \sqrt{3} & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.13}$$

이때  $L_s$ 는 각 상 권선의 누설 인덕턴스를 의미하고, 행렬  $\mathbf{I}_6$ 는 6차원의 항등행렬을 의미한다. 행렬  $\mathbf{C}_{(m)}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{C}_{(n)}(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos n\theta_r & \cos n(\theta_r - 60^\circ) & \cos n(\theta_r + 60^\circ) \\ \cos n(\theta_r - 60^\circ) & \cos n(\theta_r - 120^\circ) & \cos n\theta_r \\ \cos n(\theta_r + 60^\circ) & \cos n\theta_r & \cos n(\theta_r + 120^\circ) \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

위에서 구한  $\mathbf{L}_{6\text{ph}}$  와  $\boldsymbol{\lambda}_{\text{PM}_{6\text{ph}}}$ 을 이용하여 권선의 쇄교자속  $\boldsymbol{\lambda}_{6\text{ph}}$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{6\text{ph}} = \mathbf{L}_{6\text{ph}} \cdot \mathbf{i}_{6\text{ph}} + \boldsymbol{\lambda}_{\text{PM}_{6\text{ph}}}. \quad (2.15)$$

여기서 6상 권선의 쇄교자속  $\boldsymbol{\lambda}_{6\text{ph}}$  과 전류  $\mathbf{i}_{6\text{ph}}$ 는 다음과 같이 정의된다.

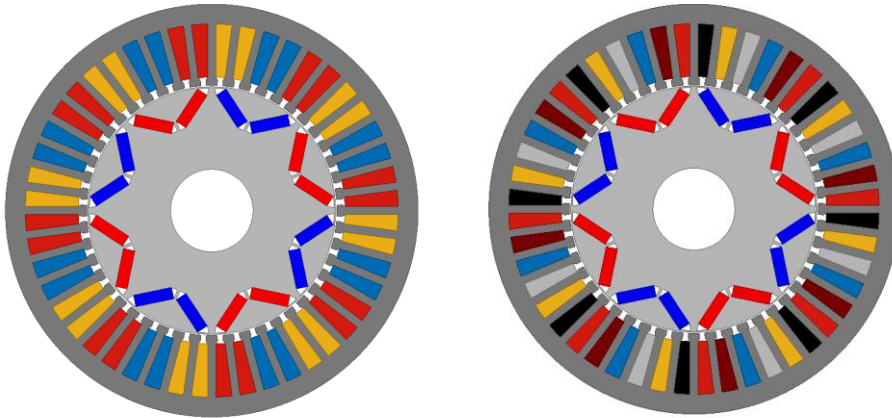
$$\boldsymbol{\lambda}_{6\text{ph}} \triangleq [\lambda_A \quad \lambda_B \quad \lambda_C \quad \lambda_X \quad \lambda_Y \quad \lambda_Z]^T. \quad (2.16)$$

$$\mathbf{i}_{6\text{ph}} \triangleq [i_A \quad i_B \quad i_C \quad i_X \quad i_Y \quad i_Z]^T. \quad (2.17)$$

### 2.1.3 고조파 자속 및 인덕턴스

이상적인 전동기와 달리 실제 전동기의 경우 슬롯 간격, 권선 턴수의 한계로 인해 권선이 공간상에 정현적으로 분포할 수 없다. 따라서 각 상의 권선함수는 고조파 성분을 포함하게 된다. 이러한 고조파 성분은  $30^\circ$  위상차를 가지는 6상 전동기에서 더 크게 나타난다.

아래 그림은 같은 고정자 슬롯 수를 가지는 3상 전동기와  $30^\circ$  위상차를 가지는 6상 전동기의 고정자 권선 분포를 보여준다.



(가) 3상 전동기

(나) 6상 전동기

그림 2-4 3상 전동기와  $30^\circ$  위상차를 가지는 6상 전동기의 권선 분포

위의 전동기에서 3상 전동기의 A상 권선을 강조하여 표현하면 다음과 같다.

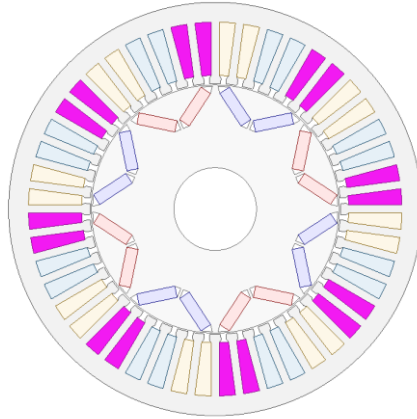
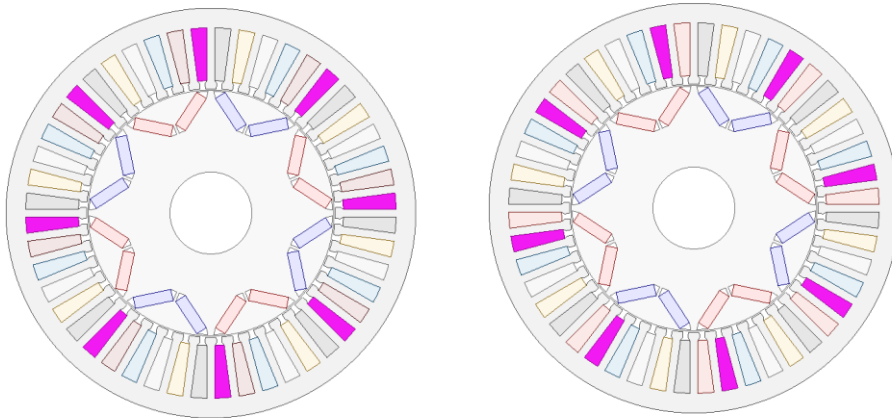


그림 2-5 3상 전동기의 A상 권선

한편, 6상 전동기의 A상 권선과 X상 권선을 강조하여 표현하면 다음과 같다.



(가) A상

(나) X상

그림 2-6 3상 전동기와 6상 전동기의 권선 분포

위의 그림 2-5와 그림 2-6을 비교하였을 때 3상 전동기의 A상 권선은 분포권을 가지게 된다. 이를 6상 전동기로 변경할 경우 3상 전동기의 A상 권선이 분리되어 개별 권선은 집중권 형태가 된다. 따라서 같은 슬롯 수를 가지는 3상 전동기에 비해 6상 전동기의 슬롯 피치 각도가 크게 된다.

이처럼 3상 전동기에 비해 권선을 분리해야 하기 때문에 6상 전동기 권선의 자속 및 인덕턴스의 고조파 성분이 더 크게 발생한다. 따라서

6상 전동기를 실제와 같이 모델링 하기 위해서는 고조파 성분에 대한 분석이 필요하다. 본 절에서는 6상 전동기의 고조파 자속 및 인덕턴스에 대해 모델링 한다.

대칭형 전동기에 대해 권선함수는 반파 대칭이라 가정할 수 있으므로, 권선  $x$ 의 권선함수  $N_x(\phi_e)$ 는 다음 수식과 같이 표현할 수 있다 [32].

$$N_x(\phi_e) = \sum_{n=1,3,\dots} N_{ct(n)} \cos n(\phi_e - \Phi_{x(n)}). \quad (2.18)$$

또한 마찬가지로 이유로, 영구 자석에 의한 자속  $B_{PM}$  또한 공극상에 정현적으로 분포할 수 없다. 이 경우 고조파 성분을 포함한  $B_{PM}$  은 다음 수식으로 표현 될 수 있다.

$$B_{PM}(\phi_e, \theta_r) = \sum_{n=1,2,3,\dots} B_{(n)} \cos n(\phi_e - \theta_r). \quad (2.19)$$

식 (2.18)과 (2.19)를 이용하면 영구 자석에 의한 임의의 권선  $x$ 의 쇄교자속은 다음과 같이 표현가능하다.

$$\begin{aligned} \lambda_{x\_PM}(\theta_r) &= \frac{D_{ag} L_{axis}}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \sum_{n=1,2,\dots} N_{ct(n)} \cos n(\phi_e - \Phi_{x(n)}) \right] \cdot \left[ \sum_{m=1,2,\dots} B_{(m)} \cos m(\phi_e - \theta_r) \right] d\phi_e \\ &= \frac{D_{ag} L_{axis}}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \sum_{n=1,2,\dots} N_{ct(n)} B_{(n)} \cos n(\phi_e - \Phi_{x(n)}) \cos n(\phi_e - \theta_r) \right] d\phi_e \\ &= \frac{D_{ag} L_{axis}}{2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \pi N_{ct(n)} B_{(n)} \cos n(\theta_r - \Phi_{x(n)}). \end{aligned} \quad (2.20)$$

$\lambda_{PM\_6ph}$  은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_{PM\_6ph} = \sum_{n=1,3,5,\dots} \lambda_{PM(n)} \begin{bmatrix} \cos n\theta_r \\ \cos n(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos n(\theta_r + 120^\circ) \\ \cos n(\theta_r - 30^\circ) \\ \cos n(\theta_r - 150^\circ) \\ \cos n(\theta_r + 90^\circ) \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

위의 수식에서 자석에 의한 권선 쇄교자속은 전기각에 대해 홀수 고조파만 가짐을 알 수 있다.

일반적으로 회전자가 전기각 반 주기에 대해 대칭적인 구조이므로, 역 공극 함수가 짝수 고조파만 가진다고 가정할 수 있다. 이 경우 임의의 두 권선  $x$ 와  $y$ 의 상호 인덕턴스는 짝수 고조파를 가지게 되며, 이는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$L_{xy} = L_0 \cos(\Delta\Phi) + \sum_{n=2,4,6,\dots} L_n \cos n\left(\theta_r - \frac{\Sigma\Phi}{2}\right). \quad (2.22)$$

이를 이용하여 고조파가 포함된 6상 권선의 인덕턴스를 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_{6\text{ph}} = (L_{ls} + L_0)\mathbf{I}_6 + \frac{L_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ -1 & -1 & 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & -1 & -1 \\ -\sqrt{3} & \sqrt{3} & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -\sqrt{3} & \sqrt{3} & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{n=2,4,6,\dots} L_n \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r) & \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r - 15^\circ) \\ \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r - 15^\circ) & \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r - 30^\circ) \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$



## 2.2 좌표계에 따른 6상 전동기 모델링

6상 전동기를 독립적인 3상 전동기의 조합으로 생각할 수 있다. 이를 이중 좌표계(Dual Reference Frame, DRF) 모델링이라고 한다 [28,33-35]. 이중 좌표계 모델링에서는 그림 2-2의 권선 벡터도에서  $120^\circ$ 의 위상차를 가진 A, B, C를 하나의 3상 전동기로, X, Y, Z를 또 다른 3상 전동기로 모델링한다.

한편, 많은 선행연구들에서 DRF 좌표계가 아닌 Vector space decomposition (VSD)좌표계 개념을 도입하여 6상 전동기를 제어하기도 한다. VSD좌표계 상에서는 ABC, XYZ 를 하나의 6상 전동기로 모델링하며, 서로 독립인 6개의 좌표축을 설정하여 각 좌표축 성분들을 독립적으로 제어한다.

본 장에서는 각 좌표계의 정의와 특징, 그리고 각 좌표계 상에서 전동기의 자속이 어떤 형태로 나타나는지 살펴본다.

## 2.2.1 DRF 좌표계 기반 6상 전동기 모델링

### 2.2.1.1 좌표계 정의

아래 그림 2-7의 좌표축은 DRF 좌표계의  $ds$ - $qs$ 축과  $dr$ - $qr$ 축을 보여준다. 정지 DRF 좌표계의 기준 축인  $ds$ 축은 권선 A와 위상이 같은 축이며  $qs$ 축은 이에 수직인 축이다.

회전자 기준 DRF 좌표계의  $dr$ 축은 회전자 자석의 위치를 의미하며,  $ds$ 축과  $dr$ 축 사이의 각도  $\theta_r$  은 회전자가 A상 권선으로부터 돌아간 정도인 회전자 전기각을 의미한다.

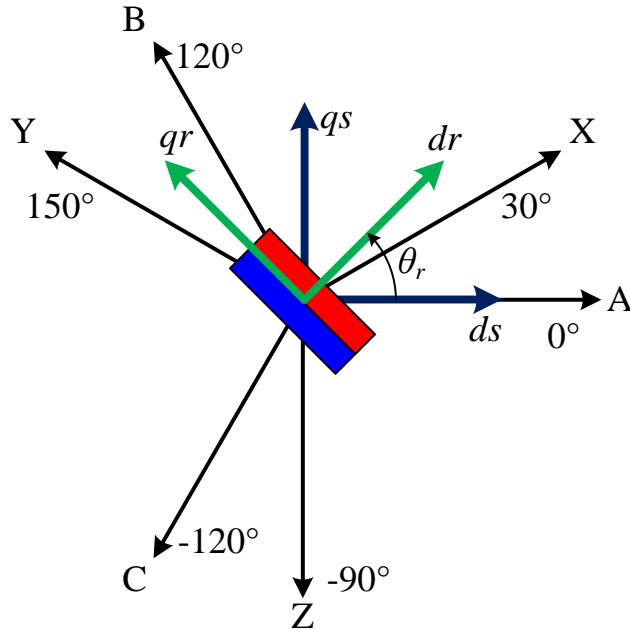


그림 2-7. 6상 전동기의 DRF 좌표축

다음 수식과 같이 임의의 6상 권선의 물리적 양을 요소로 하는 공간 벡터 변수  $\mathbf{f}_{6ph}$  를 정의할 수 있다. 이때 벡터의 각 성분은 각 상 권선의 스칼라 양이다.

$$\mathbf{f}_{6ph} \triangleq [\mathbf{f}_{ABC}^T \quad \mathbf{f}_{XYZ}^T]^T = [f_A \quad f_B \quad f_C \quad f_X \quad f_Y \quad f_Z]^T. \quad (2.24)$$

공간 벡터  $\mathbf{f}_{DRF}^s$  을 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{f}_{DRF}^s \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{dq1}^s{}^T & \mathbf{f}_{dq2}^s{}^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_{d1} & f_{q1} & f_{n1} & f_{d2} & f_{q2} & f_{n2} \end{bmatrix}^T. \quad (2.25)$$

위 수식에서  $f_{d1}$ ,  $f_{d2}$  는  $ds$ 축 상의 스칼라 값이고  $f_{q1}$ ,  $f_{q2}$  는  $qs$ 축 상의 스칼라 값이다.  $f_{n1}$ ,  $f_{n2}$  은  $ds$ - $qs$ 축에 모두 수직인  $ns$ 축 상의 스칼라 값이다.

이 경우  $\mathbf{f}_{DRF}^s$ 와  $\mathbf{f}_{6ph}$  는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\mathbf{f}_{DRF}^s = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{dq1}^s \\ \mathbf{f}_{dq2}^s \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{T}_3(0) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{T}_3(\frac{\pi}{6}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{DRF}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{ABC} \\ \mathbf{f}_{XYZ} \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}_{6ph}}. \quad (2.26)$$

위 수식에서  $\mathbf{0}_3$  는 3차원의 0행렬이며  $\mathbf{T}_3(\alpha)$ 는 다음과 같이 정의된 변환 행렬이다.

$$\mathbf{T}_3(\alpha) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha + \frac{4\pi}{3}) \\ \sin \alpha & \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\alpha + \frac{4\pi}{3}) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

$\mathbf{T}_3(\alpha)$ 의 위 두 행을 다음 수식과 같이  $\mathbf{T}_2(\alpha)$ 라고 표현 가능하며, 이는 영상분이 없는 3상 전동기의 Park 변환과 같다.

$$\mathbf{T}_2(\alpha) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha + \frac{4\pi}{3}) \\ \sin \alpha & \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\alpha + \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

각 행렬의 역행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_3(\alpha)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha + \frac{4\pi}{3}) \\ \sin \alpha & \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\alpha + \frac{4\pi}{3}) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2.29)$$

$$\mathbf{T}_2(\alpha)^{-1} = \frac{3}{2} \mathbf{T}_2(\alpha)^T. \quad (2.30)$$

이를 이용하면 변환 행렬  $\mathbf{T}_{DRF}$ 의 역행렬을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\mathbf{T}_{DRF}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_3(0)^{-1} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{T}_3(\frac{\pi}{6})^{-1} \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

식 (2.26)으로부터  $\mathbf{f}_{dq1}^s$ 은 ABC 권선의 물리량으로만 계산되고  $\mathbf{f}_{dq2}^s$ 는 XYZ 권선의 물리량으로만 계산된다. 이로부터 위의 변환이 6상 전동기를 독립적인 3상 전동기의 조합으로 모델링 함을 알 수 있다.

회전자 기준 DRF 좌표계에서의 공간 벡터  $\mathbf{f}_{DRF}^r$  을 다음과 같이 정의한다. 이후의 서술부터 회전자 기준 DRF 좌표계를 동기 DRF 좌표계라고 호칭한다.

$$\mathbf{f}_{DRF}^r \triangleq \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_3(-\theta_r) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_3(-\theta_r) \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r)} \mathbf{f}_{DRF}^s. \quad (2.32)$$

위 수식에서  $\mathbf{R}_3(\theta_r)$ 은 다음과 같이 정의된 회전 변환 행렬이다.

$$\mathbf{R}_3(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r & 0 \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

$\mathbf{R}_3(\theta_r)$ 의 위 두 행을 다음 수식과 같이  $\mathbf{R}(\theta_r)$ 이라고 표현 가능하며, 이는 영상분이 없는 3상 전동기의 회전 변환과 같다.

$$\mathbf{R}(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

이때  $\mathbf{R}_3(\theta_r)$ 의 역행렬은 다음과 같은 특징을 가진다.

$$\mathbf{R}_3(\theta_r)^{-1} = \mathbf{R}_3(-\theta_r). \quad (2.35)$$

이 특징을 이용하여  $\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r)$ 의 역행렬을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r)^{-1} = \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r). \quad (2.36)$$

### 2.2.1.2 기본과 자속

위에서 설명한 좌표 변환 식을 이용하여 식 (2.15)의  $\lambda_{6ph}$  를 동기 DRF 좌표계상의 자속  $\lambda_{DRF}^r$  로 변환 할 수 있다. 이를 표현하면 다음 수식과 같다.

$$\begin{aligned}\lambda_{DRF}^r &\triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{R}_3(-\theta_r) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_3(-\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_3(0) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{T}_3(\frac{\pi}{6}) \end{bmatrix} \lambda_{6ph} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_3(-\theta_r) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_3(-\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_3(0) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{T}_3(\frac{\pi}{6}) \end{bmatrix} (\mathbf{L}_{6ph} \cdot \mathbf{i}_{6ph} + \lambda_{PM_{6ph}})\end{aligned}\quad (2.37)$$

이를 정리하면 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\lambda_{DRF}^r = \mathbf{L}_{DRF} \mathbf{i}_{DRF}^r + \lambda_{PM_{DRF}} \quad (2.38)$$

공간 고조파가 없는 경우 위 수식에서 동기 DRF 좌표계 인덕턴스  $\mathbf{L}_{DRF}$  와 영구 자석에 의한 자속  $\lambda_{PM_{DRF}}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\mathbf{L}_{DRF} &\triangleq \begin{bmatrix} L_{d1} & L_{d1q1} & L_{d1n1} & L_{d1d2} & L_{d1q2} & L_{d1n2} \\ L_{q1d1} & L_{q1} & L_{q1n1} & L_{q1d2} & L_{q1q2} & L_{q1n2} \\ L_{n1d1} & L_{n1q1} & L_{n1} & L_{n1d2} & L_{n1q2} & L_{n1n2} \\ L_{d2d1} & L_{d2q1} & L_{d2n1} & L_{d2} & L_{d2q2} & L_{d2n2} \\ L_{q2d1} & L_{q2q1} & L_{q2n1} & L_{q2d2} & L_{q2} & L_{q2n2} \\ L_{n2d1} & L_{n2q1} & L_{n2n1} & L_{n2d2} & L_{n2q2} & L_{n2} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r) \mathbf{T}_{DRF} \mathbf{L}_{6ph} \mathbf{T}_{DRF}^{-1} \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) \\ &= L_s \mathbf{I}_6 + \frac{3}{2} L_0 \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \vdots & \mathbf{I} & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{I} & \vdots & \mathbf{I} & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \vdots & \mathbf{I}_p & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{I}_p & \vdots & \mathbf{I}_p & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (2.39)$$

$$\lambda_{PM_{DRF}} = \lambda_{PM} [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T \quad (2.40)$$

이때 행렬  $\mathbf{I}$ 와  $\mathbf{I}_p$  는 아래와 같이 정의된다.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{I}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

식 (2.39)의 동기 DRF 인덕턴스에서 대각성분을 제외한 성분이 상호

결합 인덕턴스에 해당한다. 수식에서 알 수 있듯이  $d1$ 축과  $d2$ 축 사이,  $q1$ 축과  $q2$ 축 사이에 상호 결합 인덕턴스 성분이 존재함을 알 수 있다.

따라서 동기 DRF 좌표계 상에서 전동기 제어시 ABC 권선과 XYZ 권선 사이의 상호 결합성분을 고려한 제어가 필요하다.

### 2.2.1.3 고조파 자속

2.1.3절에서 기술한 바와 같이 실제 권선 자속과 인덕턴스에는 고조파 성분이 포함된다. 식 (2.21)의 고조파를 포함한 영구자속에 의한 자속은 DRF 좌표계 상에서 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \lambda_{PM\_DRF} &= \mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r) \mathbf{T}_{DRF} \lambda_{PM\_6ph} \\ &= \sum_{k=1,3,5\dots} \lambda_{PM^{(k)}} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_3(-\theta_r) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_3(-\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_3(0) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{T}_3(\frac{\pi}{6}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos k\theta_r \\ \cos k(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos k(\theta_r + 120^\circ) \\ \cos k(\theta_r - 30^\circ) \\ \cos k(\theta_r - 150^\circ) \\ \cos k(\theta_r + 90^\circ) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.43)$$

위 식을 고조파 차수에 따라 나눠서 표현하면 아래와 같이 간략화 된다.

$$\begin{aligned}
\lambda_{PM\_DRF} &= \lambda_{PM(1)} [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T \\
&+ \sum_{m=1,3,5\dots} \lambda_{PM(6m-1)} \begin{bmatrix} \cos 6m\theta_r \\ -\sin 6m\theta_r \\ 0 \\ -\cos 6m\theta_r \\ \sin 6m\theta_r \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6m+1)} \begin{bmatrix} \cos 6m\theta_r \\ \sin 6m\theta_r \\ 0 \\ -\cos 6m\theta_r \\ -\sin 6m\theta_r \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \sum_{n=2,4,6\dots} \lambda_{PM(6n-1)} \begin{bmatrix} \cos 6n\theta_r \\ -\sin 6n\theta_r \\ 0 \\ \cos 6n\theta_r \\ -\sin 6n\theta_r \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6n+1)} \begin{bmatrix} \cos 6n\theta_r \\ \sin 6n\theta_r \\ 0 \\ \cos 6n\theta_r \\ \sin 6n\theta_r \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \sum_{n=2,4,6\dots} \lambda_{PM(6n-9)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos(6n-9)\theta_r \\ 0 \\ 0 \\ \sin(6n-9)\theta_r \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6n-3)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos(6n-3)\theta_r \\ 0 \\ 0 \\ -\sin(6n-3)\theta_r \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

위 수식으로부터, 3의 홀수 배수 고조파 성분은 영상분 좌표계인 ns축에, 6의 배수 고조파 성분들은 dq축에 유기됨을 알 수 있다.

## 2.2.2 VSD 좌표계 기반 6상 전동기 모델링

### 2.2.2.1 좌표계 정의

VSD 좌표계는 다상 전동기의 좌표 변환에 사용되는 기법으로, 6상 전동기의 경우 VSD 좌표계를 사용함으로써 6 차원의 벡터 공간이 직교(orthogonal)하는 3개의 2차원 공간으로 사상(mapping) 된다[4]. 서로 독립인 6차원의 좌표계로 사상함으로써, 각 좌표계의 변수들의 상호 결합성분이 소거되기 때문에 많은 선행연구에서 VSD 좌표계 기반의 제어 및 모델링에 관해 연구하였다[4,36,37].

사상에 사용되는 변환 행렬에는 여러가지 종류가 있지만, 본 논문에서는 아래의 변환 행렬을 기준으로 설명한다.

공간 벡터  $\mathbf{f}_{VSD}^s$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^s \triangleq [\mathbf{f}_{DQ}^{sT} \quad \mathbf{f}_{JK}^{sT} \quad \mathbf{f}_{Z1Z2}^{sT}]^T = [f_D \quad f_Q \quad f_J \quad f_K \quad f_{Z1} \quad f_{Z2}]^T. \quad (2.45)$$

$\mathbf{f}_{VSD}^s$ 와  $\mathbf{f}_{6ph}$ 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^s = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{DQ}^s \\ \mathbf{f}_{JK}^s \\ \mathbf{f}_{Z1Z2}^s \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{VSD} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{ABC} \\ \mathbf{f}_{XYZ} \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}_{6ph}}. \quad (2.46)$$

이때 각 좌표축 D, Q, J, K, Z1, Z2이 서로 직교성을 가지도록 하는 변환 행렬  $\mathbf{T}_{VSD}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{T}_{VSD} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_2(0) & \mathbf{T}_2(\frac{\pi}{6}) \\ \mathbf{T}_2(0) & -\mathbf{T}_2(\frac{\pi}{6}) \\ \frac{2}{3}\vec{\mathbf{1}}_3 & \vec{\mathbf{0}}_3 \\ \vec{\mathbf{0}}_3 & \frac{2}{3}\vec{\mathbf{1}}_3 \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

위 수식에서 행벡터  $\vec{\mathbf{1}}_3$ 과  $\vec{\mathbf{0}}_3$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{\mathbf{1}}_3 = [1 \quad 1 \quad 1]. \quad (2.48)$$

$$\vec{\mathbf{0}}_3 = [0 \quad 0 \quad 0]. \quad (2.49)$$

변환 행렬  $\mathbf{T}_{VSD}$ 의 역행렬을 다음과 같이 계산할 수 있다.



$$\mathbf{T}_{VSD}^{-1} = 3\mathbf{T}_{VSD}^T = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_2(0)^T & \mathbf{T}_2(0)^T & \frac{2}{3}\vec{\mathbf{1}}_3^T & \vec{\mathbf{0}}_3^T \\ \mathbf{T}_2(\frac{\pi}{6})^T & -\mathbf{T}_2(\frac{\pi}{6})^T & \vec{\mathbf{0}}_3^T & \frac{2}{3}\vec{\mathbf{1}}_3^T \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

회전자 기준 VSD 좌표계 공간 벡터  $\mathbf{f}_{VSD}^r$  을 다음과 같이 정의한다. 이후의 서술부터 회전자 기준 VSD 좌표계를 동기 VSD 좌표계라고 호칭한다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^r \triangleq \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}(-\theta_r) & \mathbf{0}_2 & \mathbf{0}_2 \\ \mathbf{0}_2 & \mathbf{R}(-\theta_r) & \mathbf{0}_2 \\ \mathbf{0}_2 & \mathbf{0}_2 & \mathbf{I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r)} \mathbf{f}_{VSD}^s. \quad (2.51)$$

$\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r)$ 의 역행렬을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r)^{-1} = \mathbf{R}_{VSD}(\theta_r). \quad (2.52)$$

### 2.2.2.2 VSD좌표계 변수와 DRF좌표계 변수의 관계

$\mathbf{f}_{VSD}^s$  변수와  $\mathbf{f}_{DRF}^s$  변수 사이에는 다음과 같은 관계가 존재한다.

$$\begin{bmatrix} f_D^s \\ f_Q^s \\ f_J^s \\ f_K^s \\ f_{Z1}^s \\ f_{Z2}^s \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} f_{d1}^s + f_{d2}^s \\ f_{q1}^s + f_{q2}^s \\ f_{d1}^s - f_{d2}^s \\ f_{q1}^s - f_{q2}^s \\ 2f_{n1}^s \\ 2f_{n2}^s \end{bmatrix}. \quad (2.53)$$

위 수식으로부터 VSD 좌표계의 D축, Q축 변수는 각각 DRF  $d$ 축과  $q$ 축 성분의 평균임을 알 수 있다. 또한 VSD 좌표계의 J축, K축 변수는 각각 DRF  $d$ 축과  $q$ 축 성분의 차이이다.

이러한 특징을 강조하기 위해 DQ 좌표계는 평균성분 좌표계, JK 좌표계는 차분성분 좌표계라 기술한다.

식 (2.53)의 VSD변수와 DRF변수 사이의 관계는 참고 문헌들의 VSD 좌표계 정의를 사용했을 때와 차이가 있다. 아래 수식은 참고 문헌 [4]에서 정의한 변환 행렬  $[\mathbf{T}]$ 과 이를 이용했을 때의  $\mathbf{f}_{VSD}^s$  와  $\mathbf{f}_{DRF}^s$  변수 사이의 관계를 보여준다.

$$[\mathbf{T}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \cos 0^\circ & \cos 120^\circ & \cos 240^\circ & \cos 30^\circ & \cos 150^\circ & \cos 270^\circ \\ \sin 0^\circ & \sin 120^\circ & \sin 120^\circ & \sin 30^\circ & \sin 150^\circ & \sin 270^\circ \\ \cos 0^\circ & \cos 240^\circ & \cos 120^\circ & \cos 150^\circ & \cos 30^\circ & \cos 270^\circ \\ \sin 0^\circ & \sin 240^\circ & \sin 120^\circ & \sin 150^\circ & \sin 30^\circ & \sin 270^\circ \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

$$\begin{bmatrix} f_D^s \\ f_Q^s \\ f_J^s \\ f_K^s \\ f_{Z1}^s \\ f_{Z2}^s \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} f_{d1}^s + f_{d2}^s \\ f_{q1}^s + f_{q2}^s \\ f_{d1}^s - f_{d2}^s \\ -f_{q1}^s + f_{q2}^s \\ 2f_{n1}^s \\ 2f_{n2}^s \end{bmatrix}. \quad (2.55)$$

위의 수식으로부터 본 논문에서 제시하는 VSD 좌표계 상의 변수와 참고문헌 [4]에서 제시하는 VSD 좌표계 상의 변수는 K좌표계 상의 값의 부호가 반대인 관계임을 알 수 있다. 본 논문에서 이와 같이 K좌표계를 설정한 이유는, VSD 좌표계의 JK평면이 DRF  $dq$  좌표계 상에서 두 세트 성분의 차분임을 강조하기 위함이다. 한편 참고 문헌 [4]의 경우 식 (2.51)의 회전 변환을 적용할 수 없음을 유의해야 한다.

한편, 두 좌표계 변수 사이의 관계를 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^s = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{VD}} \mathbf{f}_{DRF}^s. \quad (2.56)$$

또한, 동기 좌표계에서  $\mathbf{f}_{VSD}^r$  변수와  $\mathbf{f}_{DRF}^r$  변수 사이 관계를 변환 행렬  $\mathbf{T}_{VD}$ 를 이용하여 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{VSD}^r &= \mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r) \mathbf{T}_{VD} \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) \mathbf{f}_{DRF}^r \\ &= \mathbf{T}_{VD} \mathbf{f}_{DRF}^r \end{aligned}. \quad (2.57)$$

변환 행렬  $\mathbf{T}_{VD}$ 의 역행렬을  $\mathbf{T}_{DV}$ 라 할 때  $\mathbf{T}_{DV}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_{DV} = \mathbf{T}_{VD}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.58)$$

### 2.2.2.3 기본파 자속

동기 VSD 좌표계상의 자속  $\lambda_{VSD}^r$  은 (2.15)의  $\lambda_{6ph}$  을 변환하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_{VSD}^r &\triangleq \mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r) \mathbf{T}_{VSD} \lambda_{6ph} \\ &= \mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r) \mathbf{T}_{VSD} (\mathbf{L}_{6ph} \cdot \mathbf{i}_{6ph} + \lambda_{PM_{6ph}}). \end{aligned} \quad (2.59)$$

이를 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda_{VSD}^r = \mathbf{L}_{VSD} \mathbf{i}_{VSD}^r + \lambda_{PM_{VSD}}. \quad (2.60)$$

한편, 변환 행렬  $\mathbf{T}_{VD}$  를 이용하면 동기 VSD 좌표계 자속을 동기 DRF 좌표계 자속으로부터 구할 수 있다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_{VSD}^r &= \mathbf{T}_{VD} \lambda_{DRF}^r \\ &= \mathbf{T}_{VD} \mathbf{L}_{DRF} \mathbf{i}_{DRF}^r + \mathbf{T}_{VD} \lambda_{PM_{DRF}} \\ &= \mathbf{T}_{VD} \mathbf{L}_{DRF} \mathbf{T}_{DV} \mathbf{i}_{VSD}^r + \mathbf{T}_{VD} \lambda_{PM_{DRF}}. \end{aligned} \quad (2.61)$$

따라서 동기 VSD 좌표계 인덕턴스  $\mathbf{L}_{VSD}$  와 영구 자석에 의한 자속  $\lambda_{PM_{VSD}}$  는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{L}_{VSD} = \mathbf{T}_{VD} \mathbf{L}_{DRF} \mathbf{T}_{DV}. \quad (2.62)$$

$$\lambda_{PM_{VSD}} = \mathbf{T}_{VD} \lambda_{PM_{DRF}}. \quad (2.63)$$

위의 수식으로부터, 공간 고조파를 무시한 경우의  $\mathbf{L}_{VSD}$ 와  $\lambda_{PM_{VSD}}$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{L}_{VSD} &\triangleq \begin{bmatrix} L_D & L_{DQ} & L_{DJ} & L_{DK} & L_{DZ_1} & L_{DZ_2} \\ L_{QD} & L_Q & L_{QJ} & L_{QK} & L_{QZ_1} & L_{QZ_2} \\ L_{JD} & L_{JQ} & L_J & L_{JK} & L_{JZ_1} & L_{JZ_2} \\ L_{KD} & L_{KQ} & L_{KJ} & L_K & L_{KZ_1} & L_{KZ_2} \\ L_{Z_1D} & L_{Z_1Q} & L_{Z_1J} & L_{Z_1K} & L_{Z_1} & L_{Z_1Z_2} \\ L_{Z_2D} & L_{Z_2Q} & L_{Z_2J} & L_{Z_2K} & L_{Z_2Z_1} & L_{Z_2} \end{bmatrix} \\
&= L_s \mathbf{I}_6 + \frac{3}{2} L_0 \mathbf{T}_{VD} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \vdots & \mathbf{I} & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{I} & \vdots & \mathbf{I} & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{DV} + \frac{3}{2} L_2 \mathbf{T}_{VD} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \vdots & \mathbf{I}_p & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{I}_p & \vdots & \mathbf{I}_p & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{DV} \\
&= L_s \mathbf{I}_6 + 3L_0 \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + 3L_2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.64}$$

$$\lambda_{PM\_VSD} = \lambda_{PM} [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \tag{2.65}$$

식 (2.64)의 동기 VSD 인덕턴스는 대각 성분만이 존재한다. 이를 통해 VSD 좌표계는 DRF 좌표계에서 존재하였던 상호 결합 성분을 효과적으로 상쇄하였음을 알 수 있다. 따라서 VSD 좌표계를 사용하면 6개의 변수들을 독립적으로 제어할 수 있다.

한편, DQ 좌표계의 인덕턴스에 돌극성 성분,  $L_2$ 가 포함되며, JK 좌표계와  $Z_1Z_2$  좌표계의 인덕턴스는 누설 인덕턴스 성분,  $L_s$ 만 존재함을 알 수 있다. 이때, DQ 좌표계를 제외한 좌표계의 인덕턴스는 작으므로, 작은 외란 전압에도 JK 좌표계와  $Z_1Z_2$  좌표계에는 큰 전류가 흐르게 된다.

#### 2.2.2.4 고조파 자속

식 (2.44)에서 동기 DRF 좌표계 상의 영구 자석 고조파 자속을 설명하였다. 이때 변환행렬  $\mathbf{T}_{VD}$  을 이용하여 동기 VSD 좌표계 상의 영구 자석 고조파 자속을 구할 수 있다.

$\mathbf{f}_{VSD}^r$  변수와  $\mathbf{f}_{DRF}^r$  변수 사이 관계도 다음과 같이 변환 행렬  $\mathbf{T}_{VD}$  를 이용하여 표현할 수 있다.

$$\lambda_{PM\_VSD} = \mathbf{T}_{VD} \lambda_{PM\_DRF} \quad (2.66)$$

이를 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_{PM\_VSD} = & \lambda_{PM(1)} [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ & + \sum_{m=1,3,5\cdots} \lambda_{PM(6m-1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos 6m\theta_r \\ -\sin 6m\theta_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6m+1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos 6m\theta_r \\ \sin 6m\theta_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ & + \sum_{n=2,4,6\cdots} \lambda_{PM(6n-1)} \begin{bmatrix} \cos 6n\theta_r \\ -\sin 6n\theta_r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6n+1)} \begin{bmatrix} \cos 6n\theta_r \\ \sin 6n\theta_r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ & + \sum_{n=2,4,6\cdots} \lambda_{PM(6n-9)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cos(6n-9)\theta_r \\ \sin(6n-9)\theta_r \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6n-3)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cos(6n-3)\theta_r \\ -\sin(6n-3)\theta_r \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.67)$$

위 수식으로부터, 6의 홀수 배수 고조파 성분들은 JK축에, 6의 짝수 배수 고조파 성분, 즉 12의 배수 고조파 성분들은 DQ축에 유기됨을 알 수 있다. 한편, 3의 홀수 배수 고조파 성분은 영상분 좌표계인  $Z_1Z_2$ 축에 유기된다.

이와 같은 특징 덕분에 선행연구들에서 6고조파 12고조파 제어기를 각각 JK 좌표계, DQ 좌표계에 구성하여 영구 자석에 의한 고조파 자속을 독립적으로 제어하였다 [17,27].

위에서 설명한 영구 자석에 의한 자속을 표로 정리하면 다음과 같다.

표 2-1 VSD좌표계의 좌표축에 따른 고조파 성분

좌표축	영구 자석에 의한 자속
DQ	6의 짝수 배수
JK	6의 홀수 배수
Z1Z2	3의 홀수 배수

## 2.3 이중 삼상 전동기 모델링

이중 삼상 전동기란 앞서 설명한 일반적인 6상 전동기 중 120도 위상차이가 나는 3상 권선을 하나의 중성점으로 연결하여 두 개의 서로 독립된 중성점이 있는 전동기를 의미한다 [37].

따라서 각 3상 권선에 영상분 전류가 흐르지 않으므로 앞서 설명한 일반적인 6상 전동기의 모델링에서 영상분이 소거된 형태로 간략히 나타낼 수 있다. 본 절에서는 이러한 이중 삼상 전동기의 모델링에 대해 알아보며, 본 절 이후의 수식에서 중복되는 변환 행렬이나 표현이 있는 경우, 별도의 언급이 없을 때는 영상분이 소거된 이중 삼상 전동기 모델링 상의 변환 행렬과 표현을 의미한다.

### 2.3.1 DRF 좌표계 기반 모델링

#### 2.3.1.1 DRF 좌표계 변환 행렬

앞서 살펴본 모델링은 영상분을 무시하면 다음과 같이 간략하게 나타난다.

$$\mathbf{f}_{DRF}^s \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{dq1}^s & \mathbf{f}_{dq2}^s \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_{d1}^s & f_{q1}^s & f_{d2}^s & f_{q2}^s \end{bmatrix}^T. \quad (2.68)$$

상 변수로부터 정지 DRF 좌표계 변환은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_{DRF}^s = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{dq1}^s \\ \mathbf{f}_{dq2}^s \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{DRF} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{ABC} \\ \mathbf{f}_{XYZ} \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}_{\text{eph}}}. \quad (2.69)$$

이때 변환 행렬  $\mathbf{T}_{DRF}$ 는 아래와 같이 다시 정의된다.

$$\mathbf{T}_{DRF} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_2(0) & \begin{bmatrix} \vec{\mathbf{0}}_3 \\ \vec{\mathbf{0}}_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \vec{\mathbf{0}}_3 \\ \vec{\mathbf{0}}_3 \end{bmatrix} & \mathbf{T}_2\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{bmatrix}. \quad (2.70)$$

이때 역변환은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_{6\text{ph}} = \frac{3}{2} \mathbf{T}_{DRF}^T \mathbf{f}_{DRF}^s. \quad (2.71)$$

동기 DRF 좌표계 변수는 변환 행렬  $\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r)$ 을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{f}_{DRF}^r \triangleq \mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r) \mathbf{f}_{DRF}^s. \quad (2.72)$$

이때 변환 행렬  $\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r)$ 은 아래와 같이 다시 정의된다.

$$\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(-\theta_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}(-\theta_r) \end{bmatrix}. \quad (2.73)$$

변환 행렬  $\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r)$ 의 역행렬은 아래와 같다.

$$\mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r)^{-1} = \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r). \quad (2.74)$$

### 2.3.1.2 DRF 좌표계 자속

동기 DRF 좌표계 자속은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r = \mathbf{L}_{DRF} \mathbf{i}_{DRF}^r + \boldsymbol{\lambda}_{PM\_DRF}. \quad (2.75)$$

위 수식에서 동기 인덕턴스  $\mathbf{L}_{DRF}$ 와 영구 자석에 의한 자속  $\boldsymbol{\lambda}_{PM\_DRF}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{DRF} &\triangleq \begin{bmatrix} L_{d1} & L_{d1q1} & L_{d1d2} & L_{d1q2} \\ L_{q1d1} & L_{q1} & L_{q1d2} & L_{q1q2} \\ L_{d2d1} & L_{d2q1} & L_{d2} & L_{d2q2} \\ L_{q2d1} & L_{q2q1} & L_{q2d2} & L_{q2} \end{bmatrix} \\ &= L_{ls} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_0 \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{I}_p \\ \mathbf{I}_p & \mathbf{I}_p \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_{PM\_DRF} &= \lambda_{PM(1)} [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T \\ &+ \sum_{m=1,2,3\cdots} \lambda_{PM\_C(6m)} \cos 6m\theta_r + \lambda_{PM\_S(6m)} \cos 6m\theta_r. \end{aligned} \quad (2.77)$$

이때 행렬  $\boldsymbol{\lambda}_{PM\_C}$ 와  $\boldsymbol{\lambda}_{PM\_S}$ 는 2행 2열의 행렬이다.



## 2.3.2 VSD 좌표계 기반 모델링

### 2.3.2.1 VSD 좌표계 변환 행렬

식 (2.45)은 영상분을 무시할때 다음과 같이 간략하게 표시된다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^s \triangleq [\mathbf{f}_{DQ}^{sT} \quad \mathbf{f}_{JK}^{sT}]^T = [f_D^s \quad f_Q^s \quad f_J^s \quad f_K^s]^T. \quad (2.78)$$

상 변수로부터 정지 VSD 좌표계 변환은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^s = \mathbf{T}_{VSD} \mathbf{f}_{6ph}. \quad (2.79)$$

이때 변환 행렬  $\mathbf{T}_{VSD}$ 는 아래와 같이 다시 정의된다.

$$\mathbf{T}_{VSD} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_2(0) & \mathbf{T}_2\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ \mathbf{T}_2(0) & -\mathbf{T}_2\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{bmatrix}. \quad (2.80)$$

이때 역변환은 아래와 같다.

$$\mathbf{f}_{6ph} = 3\mathbf{T}_{VSD}^T \mathbf{f}_{VSD}^s. \quad (2.81)$$

동기 VSD좌표계 변수는 변환 행렬  $\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r)$ 을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^r \triangleq \mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r) \mathbf{f}_{VSD}^s. \quad (2.82)$$

이때 변환 행렬  $\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r)$ 은 아래와 같이 다시 정의된다.

$$\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(-\theta_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}(-\theta_r) \end{bmatrix}. \quad (2.83)$$

변환 행렬  $\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r)$ 의 역행렬은 아래와 같다.

$$\mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r)^{-1} = \mathbf{R}_{VSD}(\theta_r). \quad (2.84)$$

식 (2.73)과 (2.83)을 비교하면 DRF좌표계와 VSD좌표계의 회전 변환 행렬이 동일함을 알 수 있다.

한편, 이중 삼상 전동기에서 VSD좌표계와 DRF좌표계 사이의 변환 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_{VSD}^s = \mathbf{T}_{VD} \mathbf{f}_{DRF}^s. \quad (2.85)$$

$$\mathbf{T}_{VD} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (2.86)$$

변환 행렬  $\mathbf{T}_{VD}$  의 역행렬을  $\mathbf{T}_{DV}$ 라 할 때  $\mathbf{T}_{DV}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_{DV} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (2.87)$$

### 2.3.2.2 VSD 좌표계 자속

동기 VSD 좌표계 자속은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r = \mathbf{L}_{VSD} \mathbf{i}_{VSD}^r + \boldsymbol{\lambda}_{PM\_VSD}. \quad (2.88)$$

위 수식에서 동기 인덕턴스  $\mathbf{L}_{VSD}$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{VSD} &\triangleq \begin{bmatrix} L_D & L_{DQ} & L_{DJ} & L_{DK} \\ L_{QD} & L_Q & L_{QJ} & L_{QK} \\ L_{JD} & L_{JQ} & L_J & L_{JK} \\ L_{KD} & L_{KQ} & L_{KJ} & L_K \end{bmatrix} \\ &= L_{ls} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + 3L_0 \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + 3L_2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.89)$$

영구 자석에 의한 자속  $\boldsymbol{\lambda}_{PM\_VSD}$  은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_{PM\_VSD} &= \lambda_{PM(1)} [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ &+ \sum_{m=1,3,5\cdots} \lambda_{PM(6m-1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos 6m\theta_r \\ -\sin 6m\theta_r \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6m+1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos 6m\theta_r \\ \sin 6m\theta_r \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{n=2,4,6\cdots} \lambda_{PM(6n-1)} \begin{bmatrix} \cos 6n\theta_r \\ -\sin 6n\theta_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_{PM(6n+1)} \begin{bmatrix} \cos 6n\theta_r \\ \sin 6n\theta_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.90)$$

### 2.3.3 에너지 보존 법칙에 기반한 토크 방정식

본 절에서는 이중 삼상 전동기의 토크식을 에너지 보존 법칙 기반으로 DRF 좌표계와 VSD 좌표계 상에서 유도한다.

에너지 보존 법칙에 의해 전동기에 전기적으로 입력되는 에너지는 전동기의 손실분을 제외하고 전동기의 기계적 출력과 전동기 내부 에너지 변화로 나타난다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다 [38].

$$dE_{in} = dE_{out} + dW_m . \quad (2.91)$$

위 수식에서  $E_{in}$  은 전동기의 전기적 입력 에너지에서 손실을 제외한 성분,  $E_{out}$ 은 전동기의 기계적 출력, 그리고  $W_m$  은 내부에 저장된 자기 에너지이다.

전기적 입력과 기계적 출력은 다음 수식과 같다.

$$dE_{in} = \mathbf{i}_{ABC}^T d\boldsymbol{\lambda}_{ABC} + \mathbf{i}_{XYZ}^T d\boldsymbol{\lambda}_{XYZ} . \quad (2.92)$$

$$dE_{out} = T_e d\theta_{rm} . \quad (2.93)$$

#### 2.3.3.1 DRF 좌표계에서의 토크

전기적 입력을 표현한 식 (2.92)는 DRF좌표계 변수로 다음과 같이 표현된다.

$$dE_{in} = \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^s{}^T d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^s . \quad (2.94)$$

위 식에서 자속의 미소 변화분  $d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^s$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^s = d \left\{ \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r \right\} = \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r + d\mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r . \quad (2.95)$$

이때 DRF좌표계 회전 변환 행렬의 미소 변화  $d\mathbf{R}_{DRF}(\theta_r)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
d\mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) &= d \begin{bmatrix} \mathbf{R}(\theta_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}(\theta_r) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{R}(\theta_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}\mathbf{R}(\theta_r) \end{bmatrix} d\theta_r \\
&= \mathbf{J}_{DRF} \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) d\theta_r.
\end{aligned} \tag{2.96}$$

위 식에서  $\mathbf{J}_{DRF}$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{J}_{DRF} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J} \end{bmatrix}. \tag{2.97}$$

식 (2.94)과 (2.95)를 연립하면 전기적 입력은 동기 DRF좌표계 상에서 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
dE_{in} &= \frac{3}{2} (\mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) \mathbf{i}_{DRF}^r)^T \left[ \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r + d\mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r \right] \\
&= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r) \left[ \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r + \begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{R}(\theta_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}\mathbf{R}(\theta_r) \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r d\theta_r \right] \\
&= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \left[ d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r + \mathbf{J}_{DRF} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r d\theta_r \right].
\end{aligned} \tag{2.98}$$

한편, 동기 DRF자속  $\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r$  은 전류와 회전자 각도의 함수이므로, 미소 변화분  $d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r$  을 다음 식 처럼 표현 할 수 있다.

$$d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r = \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r}{\partial \mathbf{i}_{DRF}^r} d\mathbf{i}_{DRF}^r + \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r}{\partial \theta_r} d\theta_r. \tag{2.99}$$

위 식에서 자속의 전류에 대한 편미분과 자속의 회전자 각에 따른 편미분을 아래와 같이 각각  $\mathbf{L}_{DRFh}$  와  $\mathbf{Y}_{DRF}^r$  로 표현할 수 있다. 이때  $\mathbf{L}_{DRFh}$  를 증분 인덕턴스라고 명명한다.

$$\mathbf{L}_{DRFh} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_{d1}^r}{\partial i_{d1}^r} & \frac{\partial \lambda_{d1}^r}{\partial i_{q1}^r} & \frac{\partial \lambda_{d1}^r}{\partial i_{d2}^r} & \frac{\partial \lambda_{d1}^r}{\partial i_{q2}^r} \\ \frac{\partial \lambda_{q1}^r}{\partial i_{d1}^r} & \frac{\partial \lambda_{q1}^r}{\partial i_{q1}^r} & \frac{\partial \lambda_{q1}^r}{\partial i_{d2}^r} & \frac{\partial \lambda_{q1}^r}{\partial i_{q2}^r} \\ \frac{\partial \lambda_{d2}^r}{\partial i_{d1}^r} & \frac{\partial \lambda_{d2}^r}{\partial i_{q1}^r} & \frac{\partial \lambda_{d2}^r}{\partial i_{d2}^r} & \frac{\partial \lambda_{d2}^r}{\partial i_{q2}^r} \\ \frac{\partial \lambda_{q2}^r}{\partial i_{d1}^r} & \frac{\partial \lambda_{q2}^r}{\partial i_{q1}^r} & \frac{\partial \lambda_{q2}^r}{\partial i_{d2}^r} & \frac{\partial \lambda_{q2}^r}{\partial i_{q2}^r} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} L_{d1h} & L_{d1q1h} & L_{d1d2h} & L_{d1q2h} \\ L_{q1d1h} & L_{q1h} & L_{q1d2h} & L_{q1q2h} \\ L_{d2d1h} & L_{d2q1h} & L_{d2h} & L_{d2q2h} \\ L_{q2d1h} & L_{q2q1h} & L_{q2d2h} & L_{q2h} \end{bmatrix}. \tag{2.100}$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_{d1}^r}{\partial \theta_r} & \frac{\partial \lambda_{q1}^r}{\partial \theta_r} & \frac{\partial \lambda_{d2}^r}{\partial \theta_r} & \frac{\partial \lambda_{q2}^r}{\partial \theta_r} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \gamma_{d1}^r & \gamma_{q1}^r & \gamma_{d2}^r & \gamma_{q2}^r \end{bmatrix}. \quad (2.101)$$

이때 전기적 입력은 다음과 같이 표현 된다.

$$\begin{aligned} dE_{in} &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \left[ d\boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r + \mathbf{J}_{DRF} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r d\theta_r \right] \\ &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \left[ \mathbf{L}_{DRFh} d\mathbf{i}_{DRF}^r + \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r d\theta_r + \mathbf{J}_{DRF} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r d\theta_r \right]. \end{aligned} \quad (2.102)$$

따라서 출력 에너지의 미소변화분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} dE_{out} &= dE_{in} - dW_m \\ &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \left[ \mathbf{L}_{DRFh} d\mathbf{i}_{DRF}^r + \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r d\theta_r + \mathbf{J}_{DRF} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r d\theta_r \right] - dW_m \\ &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \left[ \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r + \mathbf{J}_{DRF} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r \right] d\theta_r + \left( \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \mathbf{L}_{DRFh} \right) d\mathbf{i}_{DRF}^r - dW_m \\ &= T_e d\theta_m \end{aligned} \quad (2.103)$$

전동기의 극쌍수를  $p$ 라고 할 때 식 (2.103)을 기반으로 다음과 같은 항등식을 얻을 수 있다.

$$0 = \left[ \frac{1}{p} T_e + \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \left( \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r + \mathbf{J}_{DRF} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r \right) - \frac{\partial W_m}{\partial \theta_r} \right] d\theta_r + \left[ \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \mathbf{L}_{DRFh} - \frac{\partial W_m}{\partial \mathbf{i}_{DRF}^r} \right] d\mathbf{i}_{DRF}^r. \quad (2.104)$$

위 식으로부터 출력 토크를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_e = \frac{3}{2} p \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \mathbf{J}_{DRF} \boldsymbol{\lambda}_{DRF}^r + \frac{3}{2} p \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r - p \frac{\partial W_m}{\partial \theta_r}. \quad (2.105)$$

한편, 식 (2.104)에서  $W_m$ 의 전류에 대한 편미분은 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\frac{\partial W_m}{\partial \mathbf{i}_{DRF}^r} = \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^{rT} \mathbf{L}_{DRFh}. \quad (2.106)$$

$W_m$  및  $\mathbf{L}_{DRFh}$ 가 전류 및 회전자 각도의 함수임을 주지하고, 식 (2.106)을 전류에 대해 선적분 하면 전류  $\mathbf{i}_{DRF}^r$ , 각도  $\theta_r$ 에서의  $W_m$  을 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_m(\mathbf{i}_{DRF}^r, \theta_r) = \int_{\mathbf{0}_4}^{\mathbf{i}_{DRF}^r} \frac{\partial W_m}{\partial \mathbf{i}_4}(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4 + W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r). \quad (2.107)$$

위 식에서  $\mathbf{i}_4$  는  $\mathbf{i}_{DRF}^r$  와 같은 차원을 가지는 적분 변수이며  $W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r)$ 은 0 전류 에서의 에너지로 적분 상수에 해당한다.

식 (2.106)을 식 (2.107)에 대입하면 다음 식과 같이 나타난다.

$$W_m(\mathbf{i}_{DRF}^r, \theta_r) = \frac{3}{2} \int_{\mathbf{0}_4}^{i_{DRF}^r} \mathbf{i}_{DRF}^r \mathbf{T} \mathbf{L}_{DRFh}(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4 + W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r). \quad (2.108)$$

식 (2.100)의  $\mathbf{L}_{DRFh}$  정의를 생각하면 위 식은 부분 적분을 통하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} W_m(\mathbf{i}_{DRF}^r, \theta_r) &= \frac{3}{2} \int_{\mathbf{0}_4}^{i_{DRF}^r} \mathbf{i}_{DRF}^r \mathbf{T} \frac{\partial \lambda_{DRFh}(\mathbf{i}_4, \theta_r)}{\partial \mathbf{i}_4} d\mathbf{i}_4 + W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r) \\ &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^r \mathbf{T} \lambda_{DRFh}(\mathbf{i}_{DRF}^r, \theta_r) - \frac{3}{2} \int_{\mathbf{0}_4}^{i_{DRF}^r} \lambda_{DRFh}(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4 + W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r) \end{aligned} \quad (2.109)$$

위 식을 각도  $\theta_r$  에 대해 편미분 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_m}{\partial \theta_r} &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^r \mathbf{T} \lambda_{DRFh} - \frac{3}{2} \int_{\mathbf{0}_4}^{i_{DRF}^r} \lambda_{DRFh}(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4 + W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r) \\ &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^r \mathbf{T} \frac{\partial \lambda_{DRFh}}{\partial \theta_r} - \frac{3}{2} \int_{\mathbf{0}_4}^{i_{DRF}^r} \frac{\partial \lambda_{DRFh}}{\partial \theta_r}(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4 + \frac{\partial W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r)}{\partial \theta_r} \\ &= \frac{3}{2} \mathbf{i}_{DRF}^r \mathbf{T} \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r - \frac{3}{2} \int_{\mathbf{0}_4}^{i_{DRF}^r} \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4 + \frac{\partial W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r)}{\partial \theta_r} \end{aligned} \quad (2.110)$$

위 식을 식 (2.105)에 대입하면 다음과 같다.

$$T_e = \underbrace{\frac{3}{2} p \mathbf{i}_{DRF}^r \mathbf{T} \mathbf{J}_{DRF} \lambda_{DRF}^r}_{T_{e1}} + \underbrace{\frac{3}{2} p \int_{\mathbf{0}_4}^{i_{DRF}^r} \boldsymbol{\gamma}_{DRF}^r(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4}_{T_{e2}} - \underbrace{p \frac{\partial W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r)}{\partial \theta_r}}_{T_{e.cog}}. \quad (2.111)$$

위의 토크 수식에서  $T_{e1}$ 은 전류와 자속의 외적으로 일반적으로 알려진 토크 성분이다.  $T_{e2}$  는 자속의 토크의 각도에 변화가 있을때만 존재하는 성분이며  $T_{e.cog}$  는 전류가 없을때도 발생하는 토크로써 일반적으로 코깅 토크라고 한다 [39].

공간 고조파가 없는 이상적인 전동기의 경우 자속의 각도에 따른 변화가 없기에  $T_{e2}$ 를 무시할 수 있으며, 코깅 토크가 없을 때  $T_{e.cog}$  항을 무시할 수 있다. 이때의 토크를 인덕턴스와 영구자속에 의한 자속항을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_e = \frac{3}{2} p \left[ (L_{d1} - L_{q1}) i_{d1}^r i_{q1}^r + (L_{d2} - L_{q2}) i_{d2}^r i_{q2}^r + \lambda_{pm} (i_{q1}^r + i_{q2}^r) \right]. \quad (2.112)$$

### 2.3.3.2 VSD 좌표계에서의 토크

전기적 입력을 표현한 식 (2.92)는 식 (2.81)의 좌표 변환 관계를 이용하여 VSD좌표계 변수로 다음과 같이 표현된다.

$$dE_{in} = 3\mathbf{i}_{VSD}^s{}^T d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^s. \quad (2.113)$$

위 식에서 자속의 미소 변화분  $d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^s$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^s = d\left\{ \mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r \right\} = \mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r + d\mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r. \quad (2.114)$$

이때 VSD좌표계 회전 변환 행렬  $\mathbf{R}_{VSD}(\theta_r)$ 와 DRF 좌표계의 회전 변환 행렬  $\mathbf{R}_{DRF}(\theta_r)$ 가 같으므로  $\mathbf{R}_{VSD}(\theta_r)$  미소 변화  $d\mathbf{R}_{VSD}(\theta_r)$ 은 다음과 같다.

$$d\mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) = \mathbf{J}_{VSD} \mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) d\theta_r. \quad (2.115)$$

이때 위 식에서  $\mathbf{J}_{VSD}$ 는 식 (2.97)의  $\mathbf{J}_{DRF}$ 와 같다.

식 (2.113)과 (2.114)를 연립하면 전기적 입력은 동기 VSD 좌표계 상에서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} dE_{in} &= 3\left(\mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) \mathbf{i}_{VSD}^r\right)^T \left[ \mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r + d\mathbf{R}_{VSD}(\theta_r) \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r \right] \\ &= 3\mathbf{i}_{VSD}^r{}^T \mathbf{R}_{VSD}(-\theta_r) \left[ \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r + \begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{R}(\theta_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}\mathbf{R}(\theta_r) \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r d\theta_r \right] \\ &= 3\mathbf{i}_{VSD}^r{}^T \left[ d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r + \mathbf{J}_{VSD} \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r d\theta_r \right]. \end{aligned} \quad (2.116)$$

한편, 동기 VSD 자속  $\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r$ 은 전류와 회전자 각도의 함수이므로, 미소 변화분  $d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r$ 을 다음 식 처럼 표현 할 수 있다.

$$d\boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r = \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r}{\partial \mathbf{i}_{VSD}^r} d\mathbf{i}_{VSD}^r + \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r}{\partial \theta_r} d\theta_r. \quad (2.117)$$

위 식에서 자속의 전류에 대한 편미분과 자속의 회전자 각에 따른 편미분을 아래와 같이 각각  $\mathbf{L}_{VSDh}$ 와  $\boldsymbol{\gamma}_{VSD}^r$ 로 표현할 수 있다. 이때  $\mathbf{L}_{VSDh}$ 를 증분 인덕턴스라고 명명한다.

$$\mathbf{L}_{VSDh} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_D^r}{\partial i_D^r} & \frac{\partial \lambda_D^r}{\partial i_Q^r} & \frac{\partial \lambda_D^r}{\partial i_J^r} & \frac{\partial \lambda_D^r}{\partial i_K^r} \\ \frac{\partial \lambda_Q^r}{\partial i_D^r} & \frac{\partial \lambda_Q^r}{\partial i_Q^r} & \frac{\partial \lambda_Q^r}{\partial i_J^r} & \frac{\partial \lambda_Q^r}{\partial i_K^r} \\ \frac{\partial \lambda_J^r}{\partial i_D^r} & \frac{\partial \lambda_J^r}{\partial i_Q^r} & \frac{\partial \lambda_J^r}{\partial i_J^r} & \frac{\partial \lambda_J^r}{\partial i_K^r} \\ \frac{\partial \lambda_K^r}{\partial i_D^r} & \frac{\partial \lambda_K^r}{\partial i_Q^r} & \frac{\partial \lambda_K^r}{\partial i_J^r} & \frac{\partial \lambda_K^r}{\partial i_K^r} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} L_{Dh} & L_{DQh} \\ L_{QDh} & L_{Qh} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_{DQh}} & \underbrace{\begin{bmatrix} L_{DJh} & L_{DKh} \\ L_{QJh} & L_{QKh} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_{DQKh}} \\ \underbrace{\begin{bmatrix} L_{JDh} & L_{JQh} \\ L_{KDh} & L_{KQh} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_{JKDQh}} & \underbrace{\begin{bmatrix} L_{Jh} & L_{JKh} \\ L_{Kh} & L_{KJh} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_{JKh}} \end{bmatrix}. \quad (2.118)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{VSD}^r = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_D^r}{\partial \theta_r} & \frac{\partial \lambda_Q^r}{\partial \theta_r} & \frac{\partial \lambda_J^r}{\partial \theta_r} & \frac{\partial \lambda_K^r}{\partial \theta_r} \end{bmatrix} \triangleq [\gamma_D^r \quad \gamma_Q^r \quad \gamma_J^r \quad \gamma_K^r]. \quad (2.119)$$

위 변수들로 식 (2.102)부터 식 (2.110)을 반복하면 토크는 아래 식과 같이 VSD 좌표계 변수로 표현된다.

$$T_e = \underbrace{3p \mathbf{i}_{VSD}^r \mathbf{T} \mathbf{J}_{VSD} \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r}_{T_{e1}} + \underbrace{3p \int_{\mathbf{0}_4}^{\mathbf{i}_{VSD}^r} \boldsymbol{\gamma}_{VSD}^r(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4}_{T_{e2}} - \underbrace{p \frac{\partial W_m(\mathbf{0}_4, \theta_r)}{\partial \theta_r}}_{T_{e.cog}}. \quad (2.120)$$

이상적인 전동기의 토크를 식 (2.88)의 인덕턴스와 영구자속에 의한 자속을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_e &= 3p \mathbf{i}_{VSD}^r \mathbf{T} \mathbf{J}_{VSD} \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r \\ &= 3p \left[ (L_D - L_Q) i_D^r i_Q^r + (L_J - L_K) i_J^r i_K^r + \lambda_{PM} i_Q^r \right]. \end{aligned} \quad (2.121)$$

한편, 식 (2.64)의 이상적인 VSD 인덕턴스에서  $L_J$ 와  $L_K$ 가 누설 인덕턴스로 같음을 확인하였다. 이로 인해 차분 성분 전류는 토크에 기여하지 않는다고 알려져있다 [36,37,40].



## 2.4 이중 삼상 전동기의 비이상적 특성

본 절에서는 실제 이중 삼상 전동기의 자속, 토크 특성을 유한 요소 해석(Finite Element Analysis, FEA)을 통해 구한다. 이를 통해 앞선 절에서 설명한 이상적인 이중 삼상 전동기에 비해 실제 전동기에서 발생하는 비이상적, 비선형적 특성에 대해 알아본다. 특히 회전자 위치에 따른 자속 및 토크 변화를 중점으로 본 연구의 주제인 고조파 전류 제어의 필요성에 대해 설명한다.

전동기의 실제 특성을 분석하기 위해 그림 2-4와 같은 형태의 이중 삼상 전동기를 대상으로 FEA를 수행하였다. 각도별, 전류별 전동기의 자속 및 토크를 해석하기 위해 동기 VSD 좌표계 전류  $i_D^r, i_Q^r, i_J^r, i_K^r$  및 전동기의 회전자 위치  $\theta_r$  을 아래 표의 범위 내에서 변경하였다. 이때 운전 조건의 총 개수는 8,895,852개 이다.

표 2-2 유한 요소 해석 운전점 조건

변수	시작	끝	간격	개수(개)
$i_D^r$	-40 A	40 A	2 A	41
$i_Q^r$	-40 A	40 A	2 A	41
$i_J^r$	-20 A	20 A	2 A	21
$i_K^r$	-20 A	20 A	2 A	21
$\theta_r$	0°	55°	5°	12

## 2.4.1 대상 전동기의 동기 VSD좌표계 자속 및 인덕턴스

본 절에서는 대상 전동기의 운전점에 따른 자속을 나타내고, 이를 이용해 인덕턴스 및 영구 자석에 의한 자속을 구한다. 또한 인덕턴스와 자속의 평균 및 고조파 특성이 2.3절에서 살펴본 이론적인 형태와 일치하는지 살펴본다.

### 2.4.1.1 평균 자속

아래 그림 2-8은 DQ전류,  $i_d^r$ ,  $i_q^r$ 가 0 A일 때 JK전류,  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 에 따른 동기 VSD 좌표계 자속을 보여준다. 이때 VSD 좌표계 자속은 회전자 위치에 따른 평균값이다.

그림에서 자속  $\lambda_d^r$ ,  $\lambda_q^r$ 이 전류  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 에 따라 거의 변하지 않음을 확인할 수 있다. 이는 앞선 절에서 설명한 VSD 좌표계에서  $\lambda_d^r, \lambda_q^r$ 과  $\lambda_j^r, \lambda_k^r$ 이 서로 독립인 것에 부합하는 현상이다.

한편,  $\lambda_j^r$ ,  $\lambda_k^r$ 은  $i_j^r, i_k^r$ 가 변화할 때 그 값이 변화함을 알 수 있다. 이는 각 축의 자기 인덕턴스  $L_j$ ,  $L_k$ 에 의한 효과이며 이때 상호 간섭 인덕턴스는 무시할만한 수준임을 알 수 있다.

다만 그림으로부터 자속의 전류에 대한 변화율, 즉 자기 인덕턴스  $L_j$ ,  $L_k$ 가 서로 다를 수 있다. 앞선 절에서는  $L_j$ ,  $L_k$ 가 고정자 권선의 누설 인덕턴스로 그 값이 작으며 서로 일치한다고 하였다. 하지만 이는 이상적인 전동기에서 성립하며, 고정자와 회전자의 형상, 고정자 권선의 분포 등의 비 이상적인 조건을 고려하였을 때 실제 전동기에서는  $L_j$ ,  $L_k$ 축 인덕턴스가 다를 수 있다.

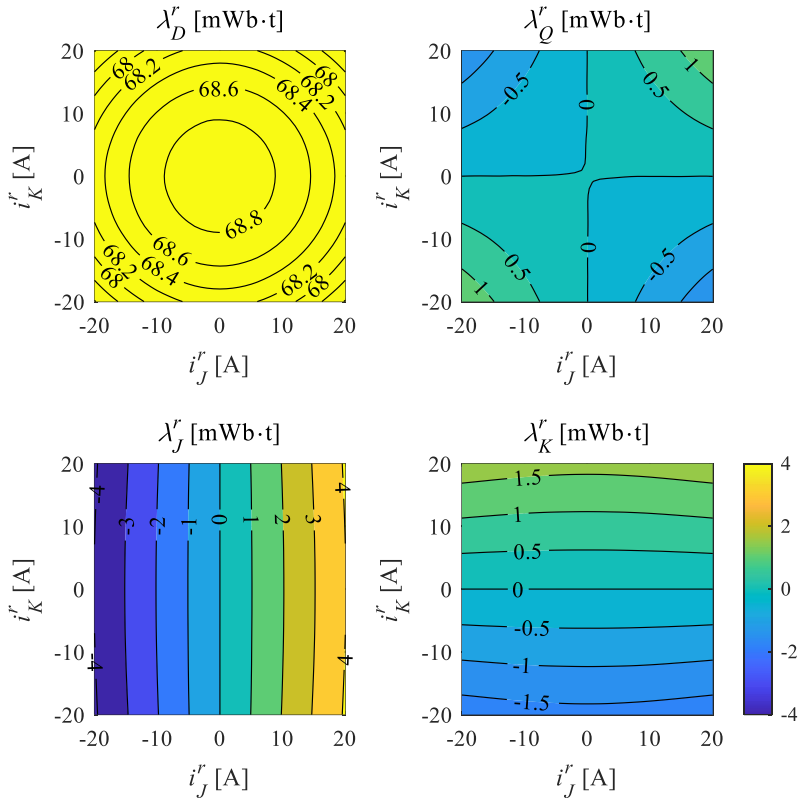


그림 2-8.  $i_D^r, i_Q^r$  가 0 A일 때의 동기 VSD 좌표계 자속  $\lambda_D^r, \lambda_Q^r, \lambda_J^r, \lambda_K^r$

아래 그림 2-9은  $i_J^r, i_K^r$ 가 0 A일 때  $i_D^r, i_Q^r$ 에 따른 동기 VSD 좌표계 자속을 보여준다. 이때 VSD 좌표계 자속은 회전자 위치에 따른 평균값이다. 그림에서 흰색 점선은 정격 전류를 의미하며, 빨간 선은 단위 전류당 최소 동손 (Maximum Torque per Ampere, MTPA) 운전점을 나타낸다.  $\lambda_J^r, \lambda_K^r$ 은 그 크기가 0인데, 이는  $i_J^r, i_K^r$ 가 0이기 때문이다.

그림으로부터 평균  $\lambda_J^r, \lambda_K^r$ 는  $i_D^r, i_Q^r$ 변화에 대해 독립임을 알 수 있다.

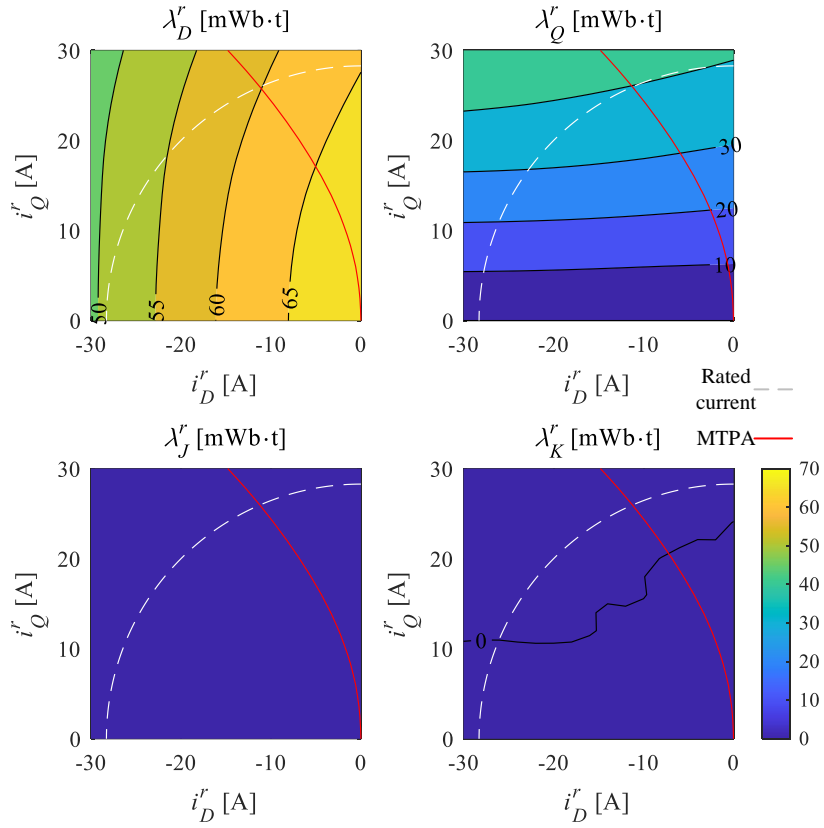


그림 2-9.  $i_J^r, i_K^r$ 가 0일 때의 동기 VSD 좌표계 자속  $\lambda_D^r, \lambda_Q^r, \lambda_J^r, \lambda_K^r$

#### 2.4.1.2 평균 증분 인덕턴스

아래 그림은 2.3.3절에서 정의한 식 (2.118)의 증분 인덕턴스  $L_{VSDh}$  중 자기 증분 인덕턴스,  $L_{Dh}, L_{Qh}, L_{Jh}, L_{Kh}$ 의  $i_D^r, i_Q^r$ 에 따른 변화를 보여준다. 이때  $i_J^r, i_K^r$ 는 0으로 고정하였다.

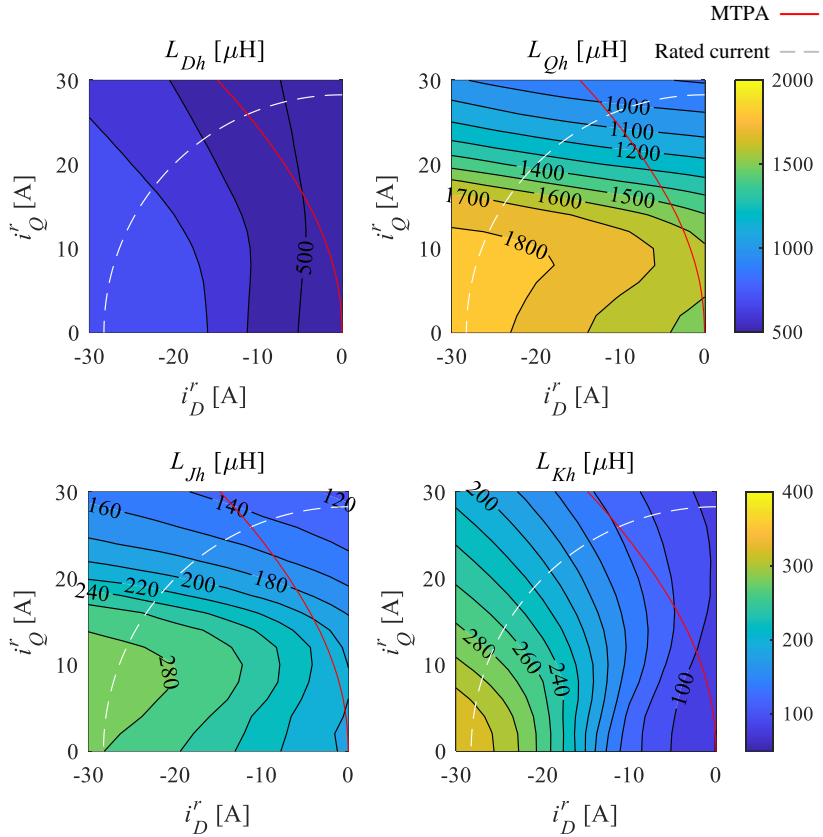


그림 2-10.  $i_D^r, i_Q^r$ 가 0일 때의 동기 VSD 좌표계 증분 인덕턴스

위 그림으로 부터  $i_D^r, i_Q^r$ 의 크기가 원점으로부터 좌 상단 방향으로 MTPA 운전점을 따라 증가할 때 DQ축 자기 증분 인덕턴스,  $L_{Dh}, L_{Qh}$ 가 변화하며, 이는 일반적인 3상 전동기에서 전류 증가에 따른 자기 포화도(level of magnetic saturation) 변화로 설명된다.

한편, 위 그림에서  $i_D^r, i_Q^r$ 에 따라  $L_{Jh}, L_{Kh}$  또한 변화하며, 이는 앞선 절에서 설명한 DQ축과 JK축 사이의 상호 간섭이 없다는 설명에 대치된다.  $L_{Jh}, L_{Kh}$ 의 운전점에 따른 변화의 원인은  $L_{Dh}, L_{Qh}$ 의 변화와 마찬가지로 전류 증가에 따른 자기 포화도 변화로 설명할 수 있다 [34]. 또한 JK축 전류 제어기를 플랜트가 부하의 크기에 따라 변화함을 고려해서 구성해야함을 알 수 있다.

### 2.4.1.3 각도에 따른 고조파 영구 자석 자속

아래 그림 2-11과 그림 2-12는  $i_b^r, i_q^r, i_j^r, i_k^r$  를 전부 0으로 두었을때의 회전자 각도에 따른 동기 VSD좌표계 자속을 보여준다. 이때 모든 전류가 0이므로 동기 VSD좌표계 자속 중 영구 자석에 의한 자속 성분만 확인할 수 있다.

아래 그림 2-11은  $\lambda_b^r, \lambda_q^r$  을 보여준다. 이때 왼쪽 그림에서 맥동 성분만을 보여주기 위해  $\lambda_b^r$  은 영구 자석에 의한 자속의 평균값을 뺀 값을 도시하였다. 오른쪽 그림은  $\lambda_b^r, \lambda_q^r$  의 푸리에 변환(Fast Fourier Transform, FFT)을 통한 주파수 분석 결과를 보여준다. 이를 통해 맥동 성분은 12고조파 성분으로 구성되어 있음을 알 수 있으며 이는 앞선 절에서 분석한 수식 (2.90)과 일치한다.

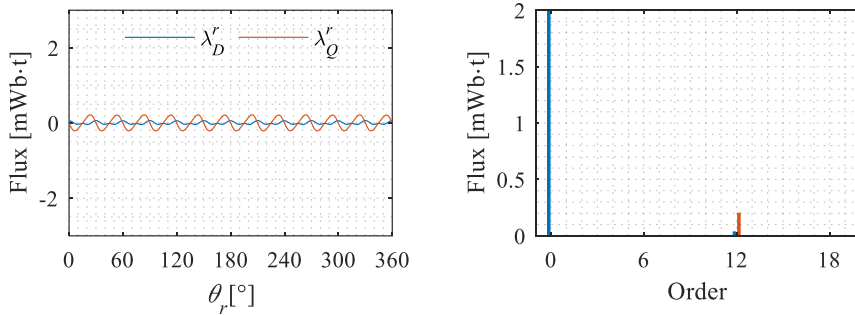


그림 2-11. 각도에 따른 DQ 좌표계 영구 자석 자속

아래 그림 2-12는  $\lambda_j^r, \lambda_k^r$  을 보여준다. 왼쪽 그림은  $\lambda_j^r, \lambda_k^r$  의 각도에 따른 변화를 보여주며 오른쪽 그림은 자속의 주파수 분석 결과를 보여준다. 주파수 분석 결과를 통해  $\lambda_j^r, \lambda_k^r$  의 평균값은 0이고 6고조파, 18고조파 등 6의 홀수배 고조파 성분으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 이는 앞선 절에서 분석한 수식 (2.90)의 결과와 일치한다.

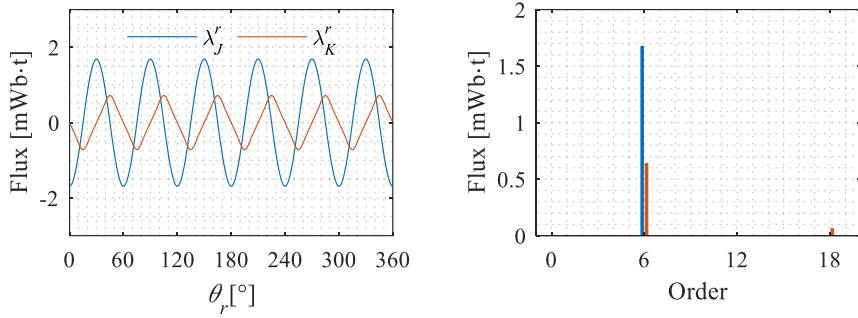


그림 2-12. 각도에 따른 JK 좌표계 영구 자석 자속

아래 그림 2-13은 그림 2-12에서 살펴본  $\lambda_J^r, \lambda_K^r$  를 출력 토크별로 보여준다. 토크가 0, 10, 20 N·m로 증가할 때  $i_D^r, i_Q^r$  는 MTPA곡선을 따라 증가하며  $i_J^r, i_K^r$  은 0으로 설정하였다. 이때 토크가 0 N·m인 경우의  $\lambda_J^r, \lambda_K^r$  자속은 그림 2-12와 동일하다.

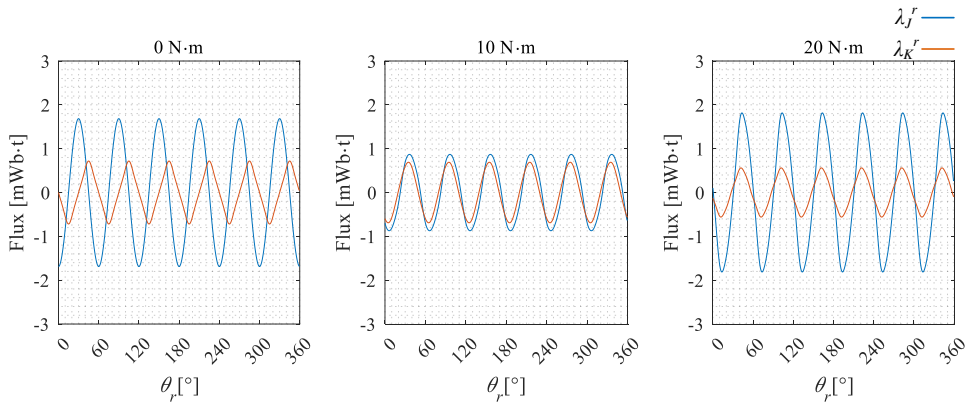


그림 2-13. 부하에 따른  $\lambda_J^r, \lambda_K^r$  의 고조파 특성

위 그림에서 토크, 즉  $i_D^r, i_Q^r$  의 변화에 관계 없이  $\lambda_J^r, \lambda_K^r$  의 평균값이 0으로 유지됨을 알 수 있다. 이때 평균 값의 유지는 그림 2-9에서도 확인할 수 있었다.

평균값과 달리 맥동의 크기는  $i_D^r, i_Q^r$  에 따라 변화한다. 이때  $i_J^r, i_K^r$  은 0으로 유지되고 있으므로 이는  $\lambda_J^r, \lambda_K^r$  의 고조파 특성이  $i_D^r, i_Q^r$  에 의해 변화함을 의미한다. 이를 통해 이상적인 경우와 달리 실제 전동기에서는 JK평면과 DQ평면 자속간에 상호 결합 성분에 각도 평균 성분은 없지만 고조파 성분이 존재함을 알 수 있다.

이렇게 부하에 따라 변화하는  $\lambda_j, \lambda_k$  은  $i_j, i_k$  를 제어하는데 있어 외란으로 작용한다. 따라서  $i_j, i_k$  제어시 이와 같은 외란의 변화를 고려하여 동특성을 설정해야 한다.



#### 2.4.1.4 각도에 따른 증분 인덕턴스

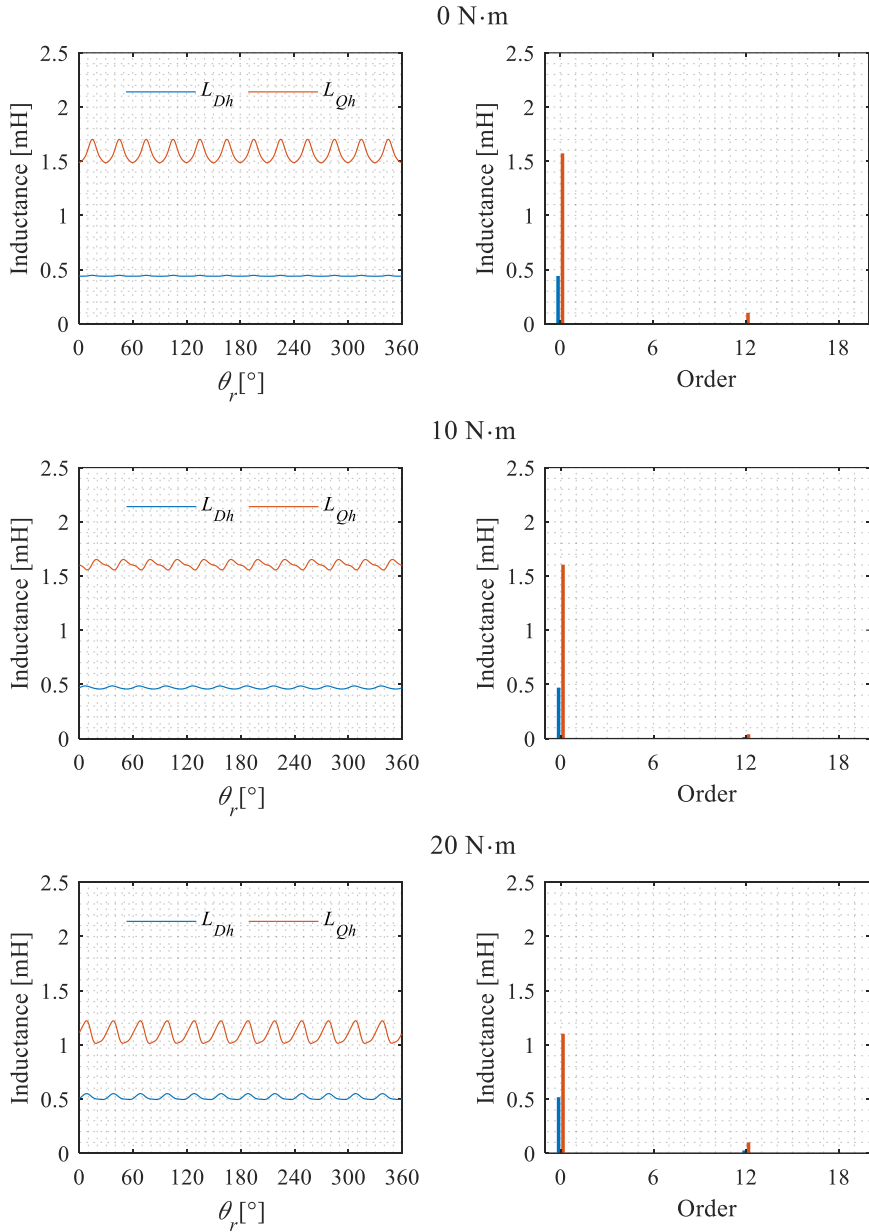


그림 2-14. 부하에 따른  $L_{Dh}$ ,  $L_{Qh}$

위 그림 2-14는 여러 토크 조건에서의  $L_{Dh}$ ,  $L_{Qh}$ 를 보여준다. 그림 2-13에서와 마찬가지로  $i_d^r, i_q^r$ 은 0으로 유지하였으며 토크에 따라  $i_d^b, i_q^b$ 가 MTPA곡선을 따라 증가한다. 모든 부하에서 증분 인덕턴스에 12 고조파 성분이 포함됨을 알 수 있다. 또한 부하가 증가할수록  $L_{Dh}$ ,  $L_{Qh}$ 의 차이,

즉 돌극비가 줄어들음을 알 수 있다.

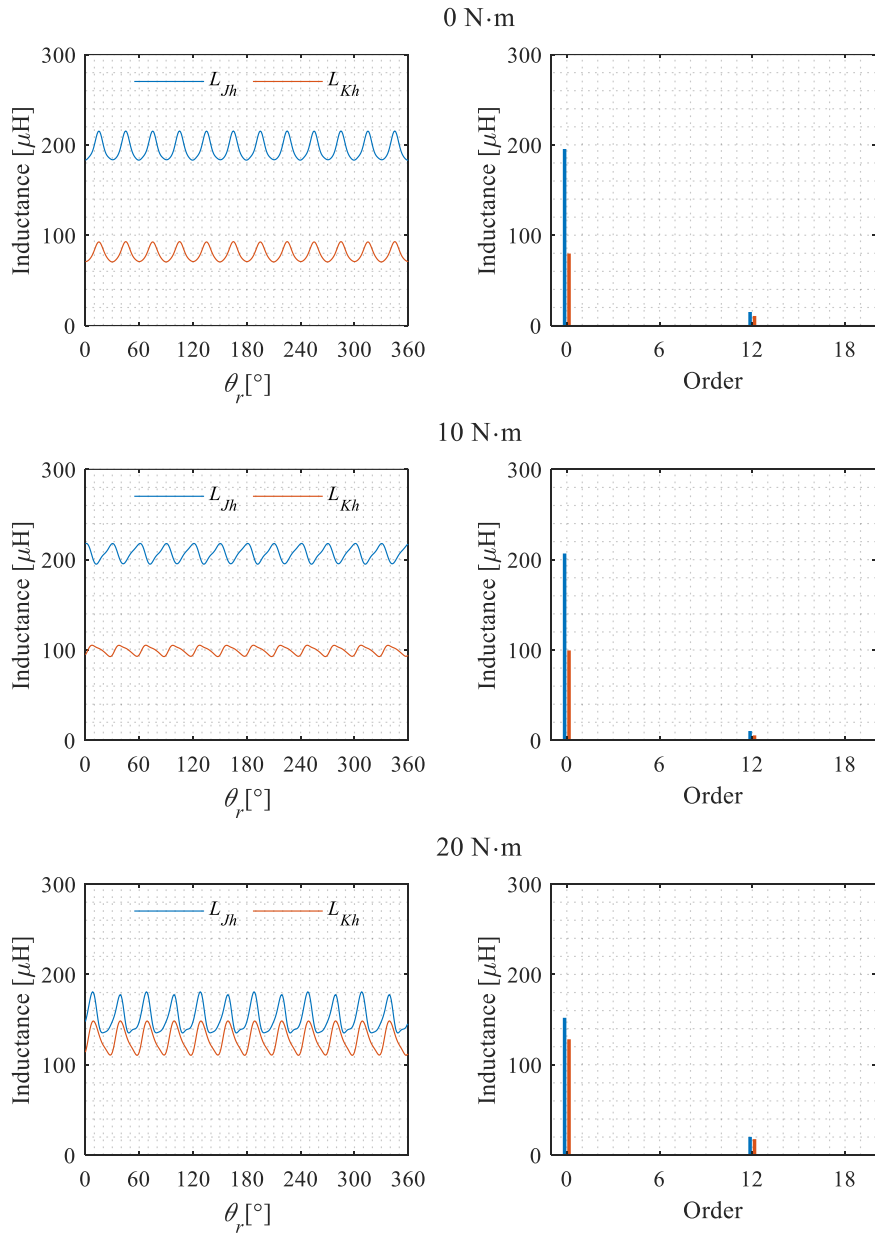


그림 2-15. 부하에 따른  $L_{Jh}$ ,  $L_{Kh}$

위 그림 2-15은 여러 토크 조건에서의  $L_{Jh}$ ,  $L_{Kh}$ 를 보여준다. 그림 2-14에서와 마찬가지로  $i_j^r, i_k^r$ 은 0으로 유지하였으며 토크에 따라  $i_b^r, i_q^r$ 가 MTPA곡선을 따라 증가한다. 모든 부하에서 증분 인덕턴스에 12 고조파 성분이 포함됨을 알 수 있다. 따라서  $i_j^r, i_k^r$ 의 고조파 성분에는

2.4.1.3에서 설명한 자속에 의한 6고조파 전류 뿐만 아니라 증분 인덕턴스에 의한 12 고조파 성분 또한 포함될 것을 알 수 있다.

한편, 인덕턴스의 평균값이 부하에 따라 변화함을 알 수 있다. 이는 그림 2-10에서 설명한 JK축 평균 증분 인덕턴스의 변화와 동일한 현상이며 이로 인해 부하가 증가할수록  $L_{Jh}$ 와  $L_{Kh}$ 의 차이가 줄어든다. 하지만 이러한 변화는 전동기의 형상 및 코어의 물성에 의한 것으로 일반적으로 성립한다고 할 수는 없다.

## 2.4.2 대상 전동기의 토크

앞선 2.3.3절에서 설명한 바와 같이 이중 삼상 전동기의 토크를 VSD 좌표계 변수로 표현한 식은 아래와 같다.

$$T_e = \underbrace{3p \mathbf{i}_{VSD}^r \mathbf{J}_{VSD} \boldsymbol{\lambda}_{VSD}^r}_{T_{e1}} + \underbrace{3p \int_0^{i_{VSD}^r} \boldsymbol{\gamma}_{VSD}^r(\mathbf{i}_4, \theta_r) d\mathbf{i}_4}_{T_{e2}} + T_{e.cog}(\theta_r). \quad (2.122)$$

위 식은 토크는 각도 및 평균 전류,  $i_D^r, i_Q^r$  뿐만 아니라 차분 전류,  $i_J^r, i_K^r$ 에 따라 변할 수 있음을 나타낸다. 따라서 본 절에서는 일반 삼상 전동기에 비해 추가된 차분 전류 성분이 토크에 미치는 영향에 대해 알아본다.

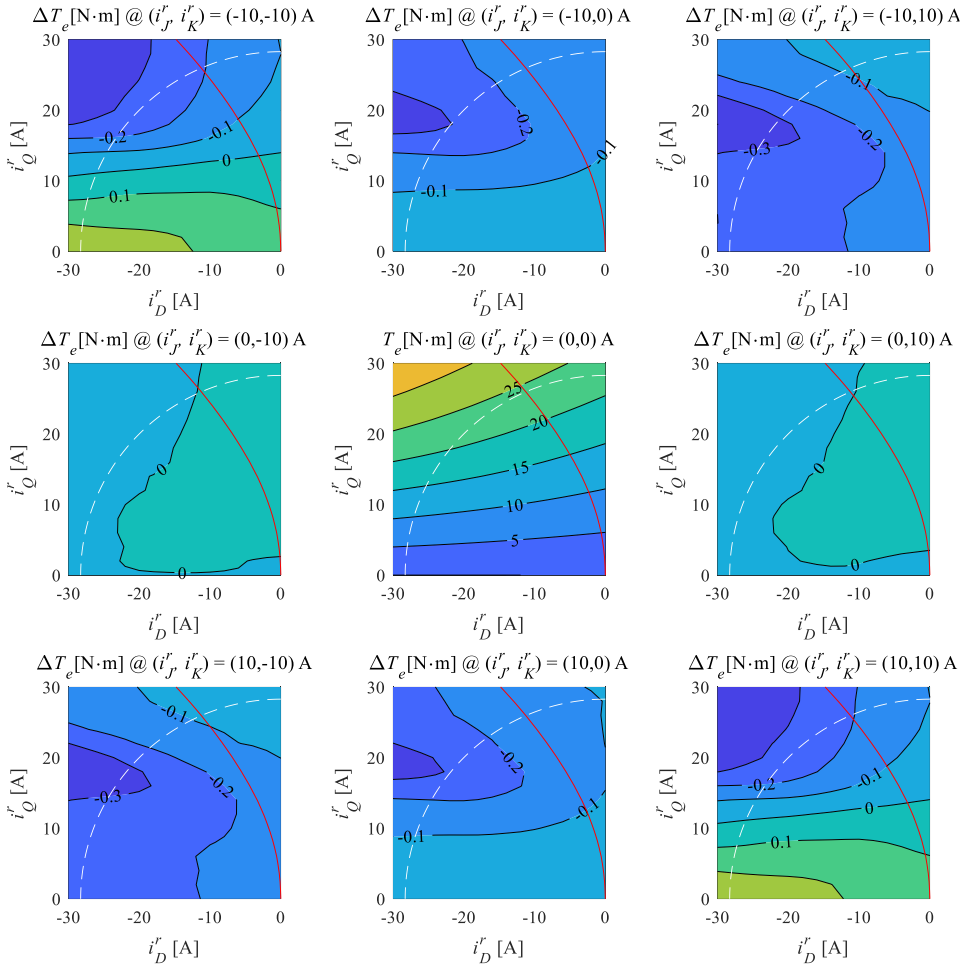


그림 2-16.  $i_J^r, i_K^r$ 에 따른 평균 토크 변화

위 등고선도는 이중 삼상 전동기의 FEA 해석 결과상의 토크를 DQ

전류 평면 상에서 도시한다. 이때 차분 전류  $i_J^r, i_K^r$  를 -10 A에서 10A 범위를 10 A 간격으로 변동시켰으며 총 9가지  $i_J^r, i_K^r$  조합에 따른 토크를 보여준다. 또한 토크는 회전자 위치에 따른 평균값을 도시하였다.

9개의 등고선도중 제목이  $T_e$  로 되어 있는 가운데 그림은 차분 전류가 0 A일 때 DQ평면 상의 토크를 보여준다. 이외의 등고선도는 해당  $i_J^r, i_K^r$  전류에서의 토크와 차분 전류가 0일 때의 토크의 차이를 보여준다.

위 그림으로부터 정격 전류, 20 A<sub>rms</sub> 대비 20% 이상 크기의 차분 전류  $i_J^r, i_K^r$ 가 인가됨에도 평균 토크는 거의 차이가 없음을 알 수 있다.

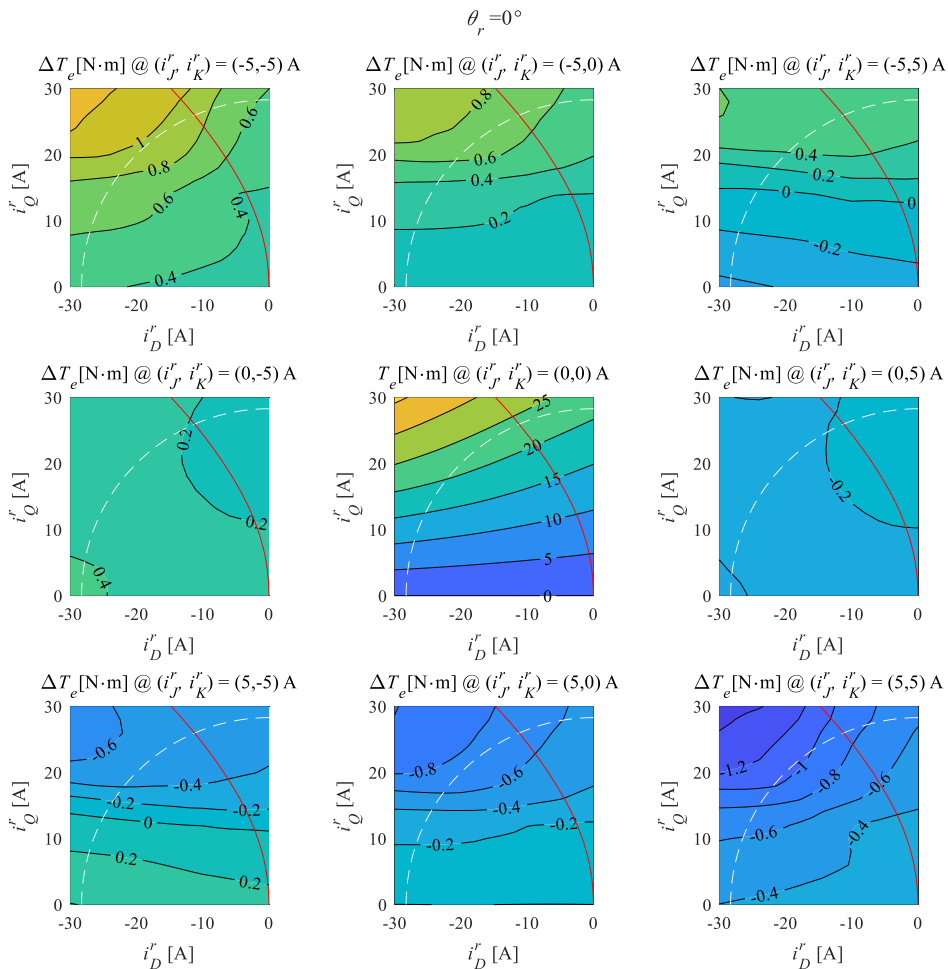


그림 2-17. 회전자 각도  $0^\circ$ 에서  $i_J^r, i_K^r$  에 따른 토크 변화

위 그림은 회전자 각  $\theta_r = 0^\circ$ 에서의 토크를 그림 2-16과 같은 방법으로 도시한 결과이다. 평균 토크의 경우와 달리 차분 전류가 인가됨에 따라

토크가 변화함을 알 수 있다. 즉, 차분 전류가 발생하면 평균 토크에는 영향이 없지만 토크 맥동이 발생할 수 있음을 시사한다. 즉, 지금까지의 연구들에서 이중 삼상 전동기의 장점으로 알려졌던 6고조파 토크 맥동 저감 효과는 실제 전동기의 형상과 코어의 포화를 고려하였을 때 항상 나타난다고 할 수 없다.

아래 그림은 차분 전류의 크기가 1 A일 때 회전자 각  $\theta_r = 0^\circ$ 에서의 토크를 보여준다.

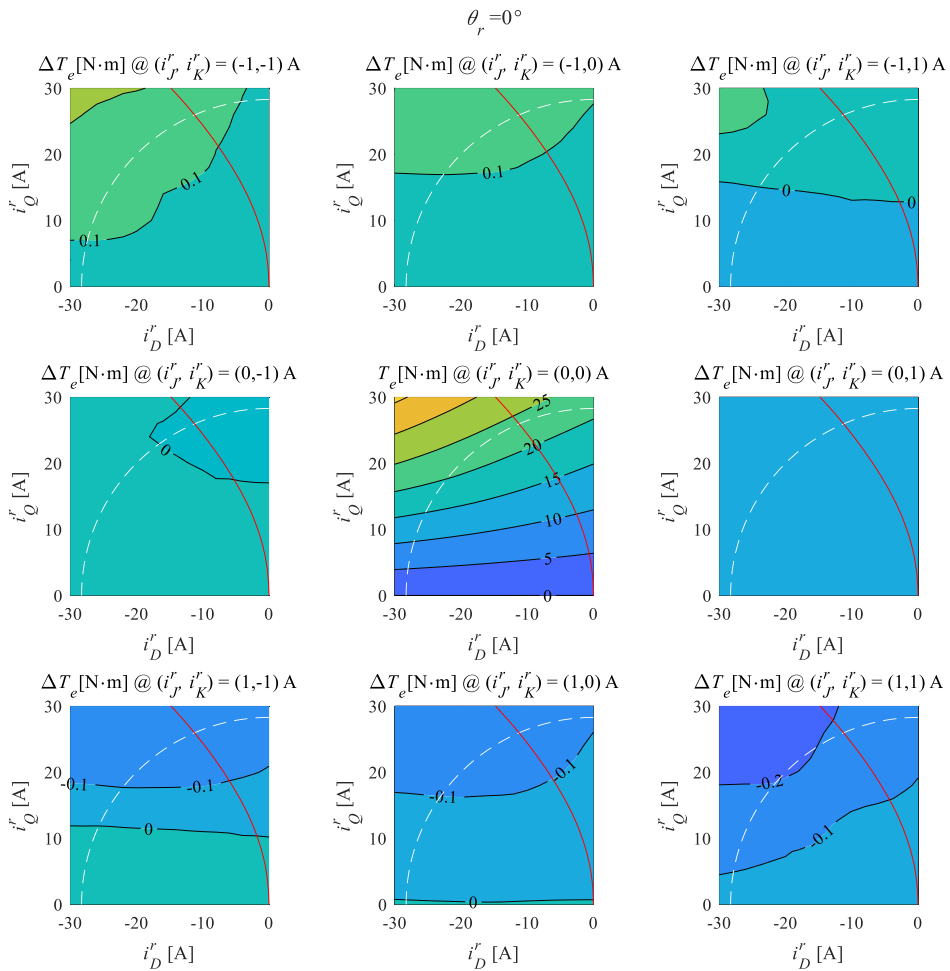


그림 2-18. 회전자 각도  $0^\circ$ 에서  $i_J^r, i_K^r$  에 따른 토크 변화

차분 전류의 크기가 작아짐에 따라 차분 전류가 토크에 미치는 영향이 줄어들며, 이중 삼상 전동기의 장점인 6고조파 토크 맥동 저감을

위해서는 차분 전류 제어가 필요함을 알 수 있다

## 2.5 이중 삼상 전동기의 토크 맥동 저감

본 절에서는 VSD 좌표계 상의 이중 삼상 전동기의 토크 수식을 통하여 토크 맥동 및 이를 저감하기 위한 전류 지령에 대해 설명한다.

전동기의 토크 맥동은 전동기의 출력 토크가 전류 뿐만 아니라 회전자 위치  $\theta_r$  에 대한 함수이기 때문에 발생한다. 따라서 모든 회전자 위치  $\theta_r$  에 대해 원하는 지령 토크를 출력하는 전류를 전동기에 인가한다면 토크 맥동을 상쇄시킬 수 있다.

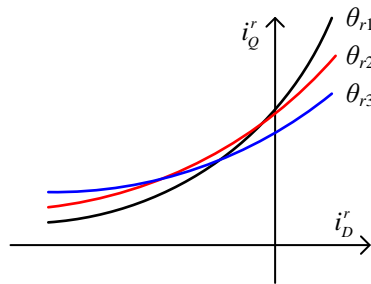


그림 2-19. 각도에 따른 등 토크 곡선 모식도

위 회전자 각도가  $\theta_{r1}$ ,  $\theta_{r2}$ ,  $\theta_{r3}$  일 때 임의의 토크  $T_{e.ref}$  를 출력하는 등토크 곡선을 전류 평면 상에서 모식화 하여 보여준다. 이때 가로축은 동기 VSD좌표계 D축, 세로축은 동기 VSD 좌표계 Q축 이라고 하자.

회전자 위치가  $\theta_{r1}$ ,  $\theta_{r2}$ ,  $\theta_{r3}$  로 변화할 때 전류 지령을 각각 검은색, 빨간색, 파란색 곡선 위의 점을 선택한다면 토크 맥동이 발생하지 않는다. 즉, 각도 변화에 따른 토크 맥동을 억제할 수 있는 전류 지령은 무수히 많은 조합이 가능하다.

여러 조합 중, 각 회전자 위치에서의 등 토크 곡선과 원의 접선, 즉 MTPA 운전점을 선택하여 각도에 따라 전류 지령을 바꾸는 운전을 순시 최소 동손 운전이라고 지칭(Instantaneously Maximum torque per Ampere, IMTPA) 한다 [39].

선행연구 [39] 에서는 각 회전자 위치마다의 MTPA 운전점을 구하기 위해 토크 오차와 전류 크기에 관한 최적화 문제를 라그랑지안 함수를 도입하여 해결한다.



주어진 회전자 위치  $\theta_r$ 에 대해 이중 삼상 전동기에서의 MTPA 운전점을 구하는 최적화 문제를 아래 식과 같이 표현할 수 있다. 이때 문제를 해결하기 위해서 4차원 공간 상의 최적 운전점을 찾아야 한다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{i}_{VSD}^r T \mathbf{i}_{VSD}^r, \\ \text{subject to} \quad & T_e^* = T_e \Big|_{\theta_r} (\mathbf{i}_{VSD}^r). \end{aligned} \quad (2.123)$$

한편, 앞 절에서 보인 바와 같이, 실제 전동기에서  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 가 평균 토크에 미치는 영향은 거의 없다. 회전자 위치에 따른 토크에서도 그림 2-18에서와 같이  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 가 1 A 인 경우를 살펴본 바, 차분 성분 전류 크기가 작을 때 토크의 변화는 미미하다.

따라서 본 연구에서는  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 를 0로 가정하여 최적화 문제의 차원을 낮춘다. 이때  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 가 0이 아닌 공간에서 식 (2.123)의 최적해가 존재할 수 있다. 다만,  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 의 크기를 증가시키며 동손을 증가할 때 얻을 수 있는 토크의 변화는 미미하기에  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 를 0으로 가정하였을 때 구한 해를 준최적해라 가정한다.

이때 주어진 회전자 위치  $\theta_r$  및  $i_j^r$ ,  $i_k^r$ 에 대해 이중 삼상 전동기에서의 MTPA 운전점을 구하는 최적화 문제를 아래 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{i}_{DQ}^r T \mathbf{i}_{DQ}^r, \\ \text{subject to} \quad & T_e^* = T_e \Big|_{\theta_r, i_{JK}^r} (\mathbf{i}_{DQ}^r). \end{aligned} \quad (2.124)$$

위의 최적화 문제는 라그랑지안 보조 변수  $\nu$ 를 도입하여 아래 식과 같이 라그랑지안 함수로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{i}_{DQ}^r, \nu) &= \mathbf{i}_{DQ}^r T \mathbf{i}_{DQ}^r + \nu \left( T_e \Big|_{\theta_r, i_{JK}^r} (\mathbf{i}_{DQ}^r) - T_e^* \right) \\ &= \mathbf{i}_{DQ}^r T \mathbf{i}_{DQ}^r + \nu \left( 3p \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{DQ}^r \\ \mathbf{i}_{JK}^r \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{DQ}^r \\ \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{JK}^r \end{bmatrix} + 3p \int_{\mathbf{0}_{4 \times 1}}^{\mathbf{i}_{VSD}^r} \boldsymbol{\gamma}_{VSD}^r(\mathbf{i}_4) d\mathbf{i}_4 + T_{e.cog} - T_e^* \right). \quad (2.125) \\ &= \mathbf{i}_{DQ}^r T \mathbf{i}_{DQ}^r + \nu \left( 3p \mathbf{i}_{DQ}^r \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{DQ}^r + 3p \int_{\mathbf{0}_{2 \times 1}}^{\mathbf{i}_{DQ}^r} \boldsymbol{\gamma}_{VSD}^r([\mathbf{i}_2, \mathbf{0}_{2 \times 1}]) d\mathbf{i}_2 + T_{e.cog} - T_e^* \right) \end{aligned}$$

식 (2.111)의 VSD 좌표계 토크 수식을 참고할 때 라그랑지안 함수를 최소화 하는 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 조건은 다음 수식과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \mathcal{L}(\mathbf{i}_{DQ}^r, \nu) &= \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{i}_{DQ}^r} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \nu} \right]^T \\ &= \begin{bmatrix} 2\mathbf{i}_{DQ}^r + \nu 3p(\mathbf{J}\boldsymbol{\lambda}_{DQ}^r - \mathbf{L}_{DQh}^T \mathbf{J}\mathbf{i}_{DQ}^r + \boldsymbol{\gamma}_{DQ}^r) \\ 3p\mathbf{i}_{DQ}^r \mathbf{J}\boldsymbol{\lambda}_{DQ}^r + 3p \int_{\mathbf{0}_{2 \times 1}}^{i_{DQ}^r} \boldsymbol{\gamma}_{VSD}^r([\mathbf{i}_2, \mathbf{0}_{2 \times 1}]) d\mathbf{i}_2 + T_{e, cog} - T_e^* \end{bmatrix}. \quad (2.126) \\ &= \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{aligned}$$

$\mathbf{i}_{DQ}^r$ 를 외적하여 보조 변수  $\nu$ 를 소거하면 MTPA 운전점은 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{DQ}^{rT} \mathbf{i}_{DQ}^r + \mathbf{i}_{DQ}^{rT} \mathbf{J} \mathbf{L}_{DQh} \mathbf{J} \mathbf{i}_{DQ}^r + \boldsymbol{\gamma}_{DQ}^{rT} \mathbf{J} \mathbf{i}_{DQ}^r = 0. \quad (2.127)$$

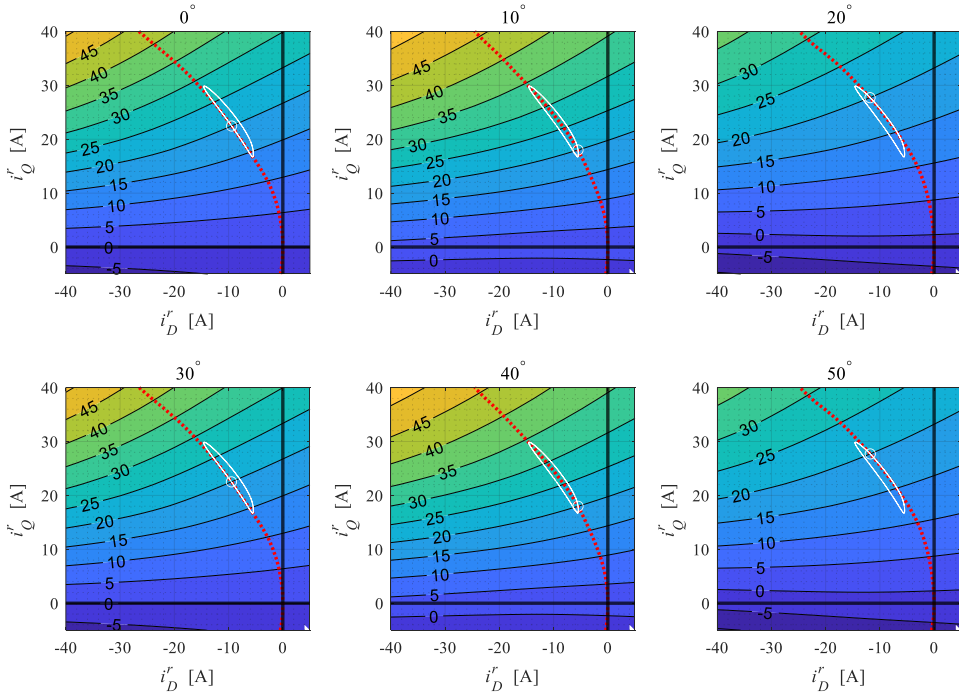


그림 2-20. 각도에 따른 대상 전동기의 MTPA 곡선 및 20 N·m IMTPA 궤적

위 그림은 회전자 위치에 따라 식 (2.127)을 만족하는 전류 궤적을 빨간색 선으로 보여준다. 각 회전자 위치에서 MTPA선은 등토크 곡선과 원의 접점을 이은 선의 형태임을 알 수 있다.

토크 지령이 20 N·m일 때를 예시로 들어보자. 그림에서 하얀색 원은 각 회전자 위치에서 MTPA선과 20 N·m 등 토크 곡선의 교점을 표시한다.

여러 각도의 하얀색 원, 즉 지령 토크에 대한 MTPA 점을 이은 지령 궤적이 하얀색 타원 형태로 나타나며, 이를 IMTPA 궤적이라 한다. 이때 회전자 위치가 변함에 따라 IMTPA 궤적 상의 전류 지령을 합성하게 되면 토크 맥동이 없이 지령 토크를 합성할 수 있다.

아래 그림 2-21은 토크별 IMTPA 궤적을 보여준다. 그림에서 토크 크기에 따라 궤적의 형태가 비 선형적으로 변화함을 알 수 있다.

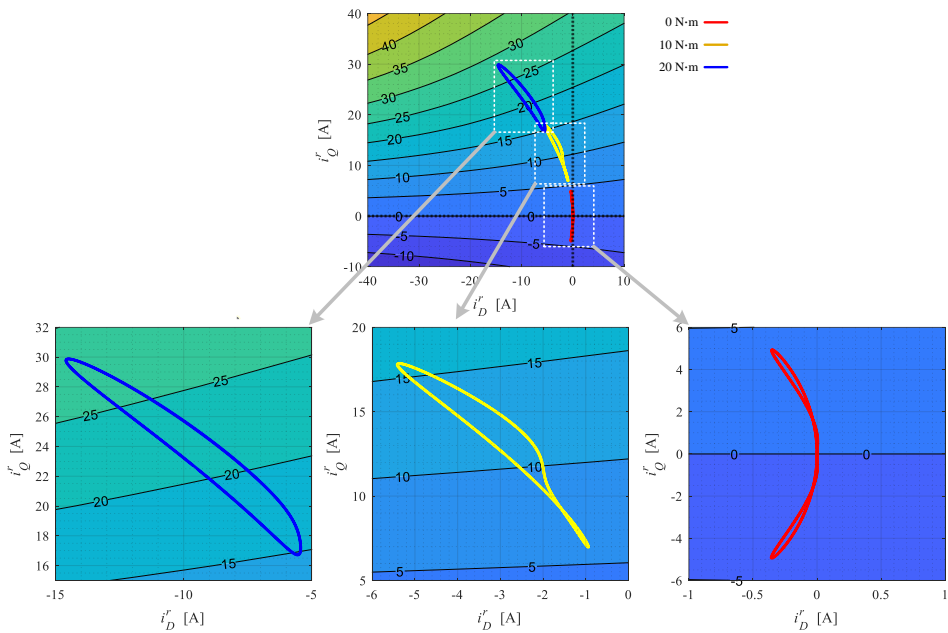


그림 2-21. 토크 별 IMTPA 궤적

위 그림의 궤적 D축 Q축 값을 각도에 따라 도시하면 아래 그림 2-22와 같다. 이때 위쪽 그림은 각도에 따른  $i_D^r$   $i_Q^r$  지령, 아래 그림은 지령의 FFT 결과이다.

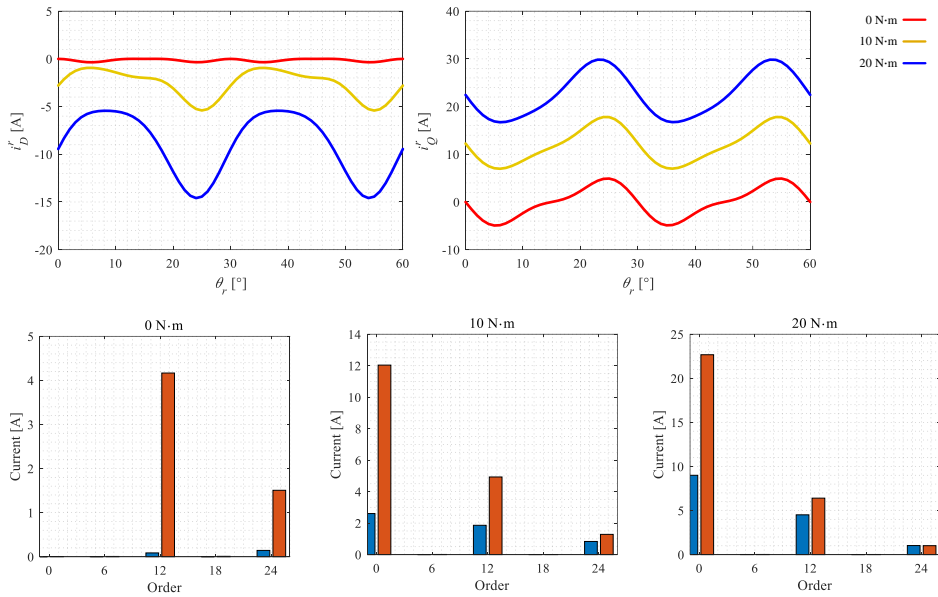


그림 2-22. 대상 전동기의 IMTPA 전류 지령 및 주파수 분석 결과

그림으로부터 IMTPA 전류 지령은 DC, 12, 24 고조파 성분으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 이는 앞선 절에서 설명한 바와 같이 이중 삼상 전동기의 토크 맥동이 12의 짝수 배수 고조파로 이루어져 있기 때문이다.

따라서 12, 24 고조파 전류를 합성한다면 대상 전동기에서 토크 맥동을 상쇄할 수 있다. 다만, 24 고조파의 경우 전동기의 속도가 증가함에 따라 그 주파수가 급격히 증가하며, 전압 합성에 사용되는 PWM 인버터가 제한된 스위칭 주파수를 가지기 때문에 토크 맥동 제어가 어렵다. 따라서 본 연구에서는 토크 맥동 저감을 위해 동기 VSD좌표계에서 기본파 및 12고조파로 이루어진 DQ축 전류 제어기를 제안한다.

## 제 3장 고조파 전류 제어에 관한 기존 연구

2장에서 이중 삼상 전동기의 고조파 전류 제어의 필요성에 대해 알아보았다. 본 장에서는 기존에 연구된 고조파 전류 제어기의 일반적인 형태와 이중 삼상 전동기에 적용된 형태, 그리고 기존 연구에서 적용한 전류 제어기의 한계에 대해 설명한다.

### 3.1 공진 제어기 기반의 고조파 전류 제어기

공진 제어기(Resonant controller, RC)는 뛰어난 정상 상태 성능과 주파수 선택 능력으로 계통 연계, 전동기 제어등의 응용 분야에서 고조파 제어에 널리 사용된다 [41].

제어 대상 주파수가  $\omega$ , 이득이  $K$ 인 공진 제어기를 연속 시간 주파수 영역(s-domain)상에서 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\mathbf{y}^s}{\mathbf{x}^s} = K \frac{s}{s^2 + \omega^2} \quad (3.1)$$

이때  $\mathbf{x}^s$  와  $\mathbf{y}^s$  는 정지 좌표계 상에서 표현된 복소 벡터이다.

아래 그림은 제어 대상 주파수가  $\omega$  가 100 Hz일 때 식 (3.1)로 표시된 전달함수의 정지좌표계 에서의 주파수 응답을 보여준다.

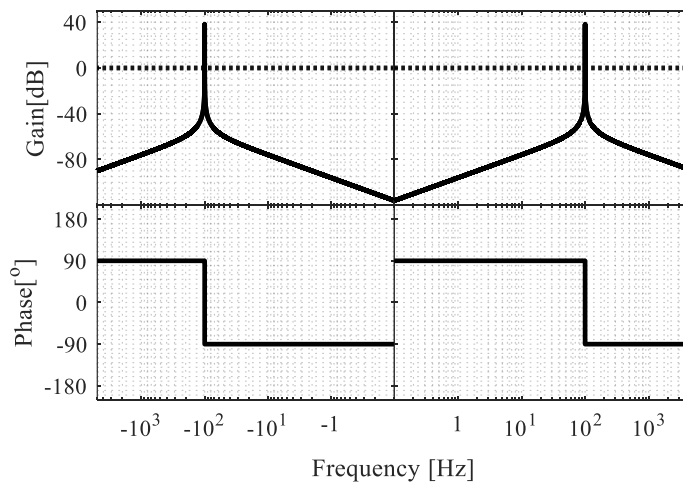


그림 3-1. 정지 좌표계에서 본 공진 제어기 주파수 응답

그림으로부터 공진 제어기는  $\omega$  크기를 갖는 양의 주파수(정상분)와 음의 주파수(역상분) 모두에서 무한대 이득을 가지는 것을 알 수 있다. 무한대의 개루프 이득은 정상 상태에서 오차가 0임을 의미하며, 공진 제어기는 정상분과 역상분 주파수 성분의 오차를 모두 제어할 수 있다.

하나의 제어기로 두 성분을 제어하는 장점 때문에 이중 삼상 전동기의 차분 성분 좌표계 6고조파 전류 제어에 공진 제어기를 적용하는 연구가 활발히 이루어져 왔다. 선행연구 [17,18,24,25]에서는 이중 삼상 전동기의 차분 성분 좌표계에 발생하는 6고조파 전류 억제를 위해 일반적인 형태의 공진 제어기를 적용하였으며 [19,20]에서는 상 전류의 최대치를 감소 시키기 위해 추가적인 6고조파를 주입하는 데에 공진 제어기를 적용하였다.

한편 식 (3.1)의 공진 제어기는 실제 구현시 아래 그림과 같이 두 개의 적분기를 이용하여 구현된다. 이때 두 개의 적분기로 구성되므로 해당 구조를 second order generalized integrator(SOGI) 라고 부른다.

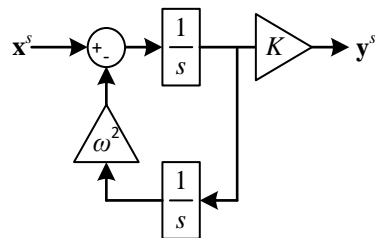


그림 3-2. SOGI를 이용한 공진 제어기 구현

SOGI를 이용한 공진 제어기를 이산 시간 영역에서 구현시 적분기의 형태 및 적절한 시지연 보상이 필요하다. 선행연구 [21,22]에서는 이중 삼상 전동기에 공진 제어기를 적용할 때 발생할 수 있는 이산화 오류에 대해 설명하며, 선행연구 [42,43]에서는 고정된 주파수를 가지는 계통 연계 컨버터에 적용 가능한 이산화 오류를 보상하는 이득 설정법에 관하여 설명한다.

한편 식 (3.1)의 공진 제어기 전달함수는 복소수  $j$ 를 이용하여 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\mathbf{y}^s}{\mathbf{x}^s} = \frac{K}{2} \left( \frac{1}{s - j\omega} + \frac{1}{s + j\omega} \right). \quad (3.2)$$

위의 전달 함수는 두 개의 전달함수로 구성되어 있으며 실제 구현시 아래 그림과 같이 구현된다. 이때 각각의 전달함수가 하나의 적분기로 구성되므로 해당 구조를 reduced order generalized integrator(ROGI) 라고 부른다.

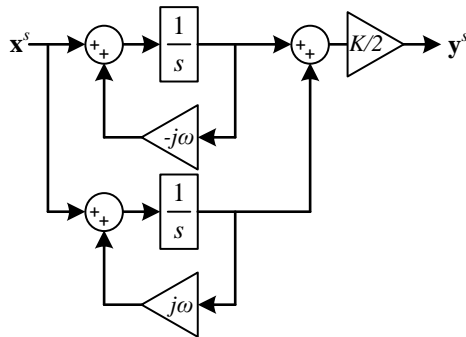


그림 3-3. ROGI를 이용한 공진 제어기 구현

ROGI는 그 특성상 하나의 전달함수가 하나의 주파수 대역을 제어하게 된다. 따라서 이산 시간 구현시 제어 시지연으로 인한 위상 보상을 SOGI에 비해 쉽게 할 수 있다는 장점이 있다.

선행연구 [44,45]에서는 ROGI를 이용한 전류 제어시 적절한 이산화 방법 및 제어기 이득에 관하여 연구하였으며, [46]에서는 좌표계에 따른 ROGI를 이용한 공진 제어기의 과도 상태 성능에 관해 연구하였다.

하지만 공진 제어기는 그 특성상 과도 응답, 제어 대역폭을 조절할 수 없으며 제어 대상 플랜트에 따라 그 특성이 정해지므로 속도 및 제정수가 변화하는 전동기에 적용시 동특성이 떨어지는 문제가 있다 [26].

아래 그림 3-4는 연속 시간 영역에서의 전동기 전류 제어 블록 다이어그램을 보여준다. 이때 전동기의 저항을  $R$ , 인덕턴스를  $L$ 로 표현하였으며 그 값은 각각  $80 \text{ m}\Omega$ ,  $120 \text{ }\mu\text{H}$ 이다. 돌극성은 없으며, 영구 자석에 의한 자속은 무시하였다.

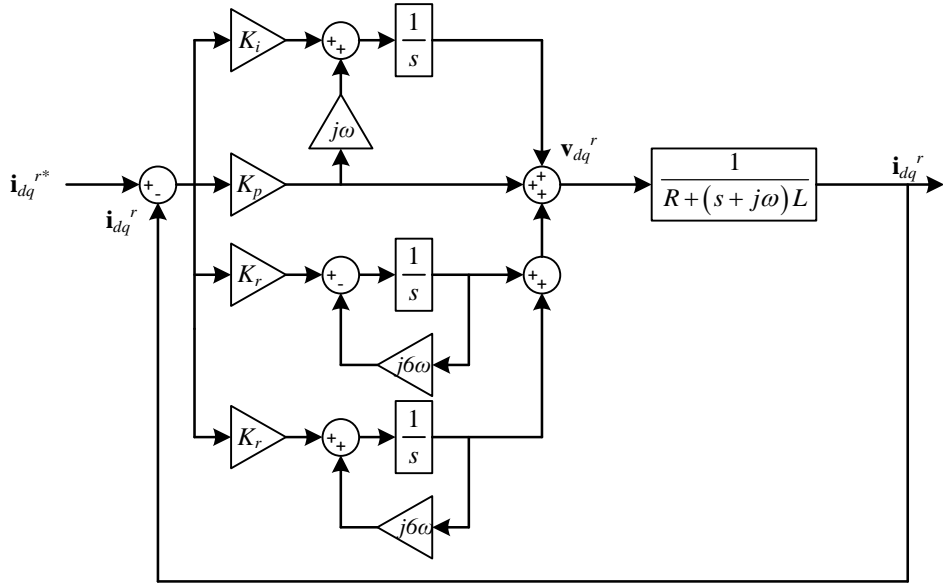


그림 3-4. 동기좌표계 기본과 및 6고조파 전류 제어 블록도

그림에서  $\mathbf{i}_{dq}^{r*}$ ,  $\mathbf{i}_{dq}^r$ ,  $\mathbf{v}_{dq}^r$  은 각각 동기좌표계 전류 지령, 전류 및 전압을 나타내며  $e^{j\theta^r}$  은 동기 좌표계에서 정지 좌표계로의 회전 변환을 의미한다. 기본과 전류 제어기로 참고문헌 [47]의 복소 벡터 방식 비례 적분(Proportional Integral, PI) 제어기를 사용하였으며 6고조파 공진 제어기는 ROGI의 형태로 구현하였다. 비례, 적분 및 공진 제어기 이득은 아래 식과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} K_p &= \omega_{cc} L \\ K_i &= \omega_{cc} R \\ K_r &= \omega_{cc} R \end{aligned} \quad (3.3)$$

위 제어기는 비례 적분 제어기 및 공진 제어기의 조합이므로 PIR 제어기라고 불린다. PIR제어기 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(s) &\triangleq \frac{\mathbf{i}_{dq}^r}{\mathbf{i}_{dq}^{r*} - \mathbf{i}_{dq}^r} \\ &= \left( K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_r}{s - 6j\omega} + \frac{K_r}{s + 6j\omega} \right) \frac{1}{R + (s + j\omega)L} \end{aligned} \quad (3.4)$$

아래 그림은 기본과 주파수  $\omega$ 가 100 Hz, 제어기 대역폭  $\omega_{cc}$ 가 100 Hz 일 때 개루프 응답을 동기좌표계에서 나타낸다.



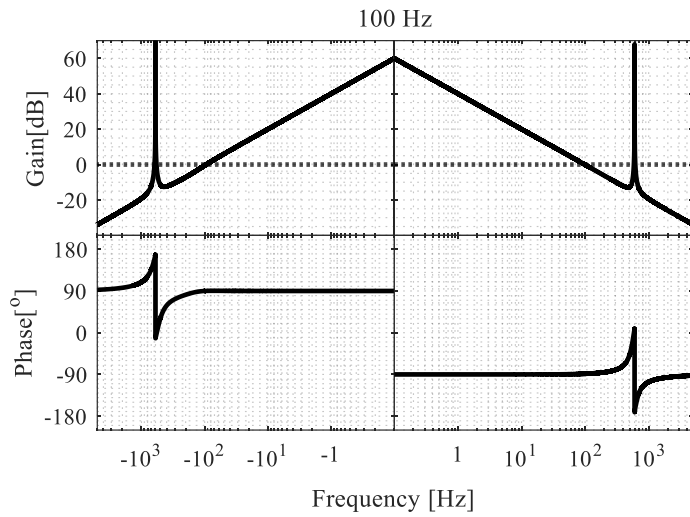


그림 3-5. 식 (3.3)의 이득을 사용하는 PIR 제어기 개루프 응답

위 그림에서 PI 제어기가 0 Hz 부근의 개루프 이득을, 공진 제어기가 정상분 6고조파, 역상분 6고조파 부근의 개루프 이득을 매우 크게 만들어, 정상 상태 전류 오차를 없앨 수 있음을 알 수 있다.

한편, 위 주파수 응답에서 6고조파 주파수에서 위상 여유가 약 10도 정도로 부족함을 알 수 있다. 부족한 위상 여유는 진동적인 제어 응답을 야기하며 이를 모의 실험을 통해 확인한 결과는 아래 그림과 같다.

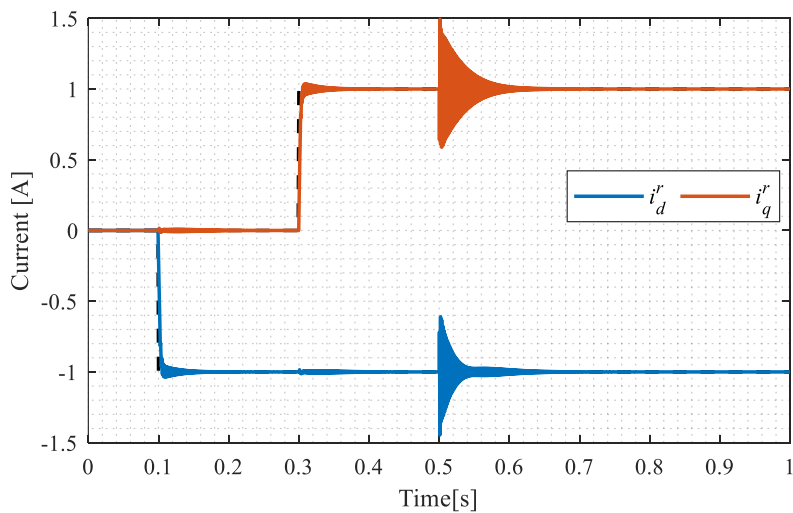


그림 3-6. 식 (3.3)의 이득을 사용하는 PIR 제어기 모의 실험 결과

$d$ 축,  $q$ 축 전류지령이 각각 0.1초, 0.3초에 0A에서 -1, 1A로 계단적으로 변화하며 0.5초에 6고조파 외란이 인가되었다.

계단 형태의 지령이 인가될 때 전류에 진동적인 응답이 약 50ms동안 지속된다. 또한  $q$ 축전류 지령이 변화할 때  $d$ 축 전류에 진동적인 응답이 나타나며, 이는 기본파 전류 제어기에 공진 제어기를 추가 함으로써 전동기의 극점 상쇄가 정확히 이루어 지지 않기 때문이다. 한편, 0.5초에 인가된 고조파 외란에 대해 약 0.2초 후 정상 상태에 도달하는 것을 알 수 있다. 이는 1차 응답 시스템 기준 약 4 Hz의 제어 대역폭과 동일하며, 빠른 동특성을 요구하는 전동기 제어에 부적합하다.

이처럼 공진 제어기는 그 구현의 간편성과 정상 상태 성능으로 계통 연계 컨버터 등에 널리 사용되지만 제어 대상에 따라 과도 응답이 달라지기 때문에 속도를 포함한 전동기 제정수가 빠르게 변화하는 이중 삼상 전동기의 고조파 전류 제어에는 동특성과 제어 안정도 측면에서 적합한 제어 성능을 제공하기 어렵다.

### 3.2 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기

앞 절에서 설명한 공진 제어기 대신 다중 동기 좌표계(Multi Synchronous Reference Frame, MSRF)기반의 고조파 전류 제어기에 대해 많은 연구가 이루어져왔다.

다중 동기 좌표계는 고조파 성분을 각 고조파 성분이 DC가 되는 고조파 동기 좌표계 상에서 제어 하는 개념이다. 이는 적분 제어기로 DC 신호에 대한 정상 상태 오차를 0으로 만들 수 있음에 착안한 것이다[31].

예를 들어 동기 좌표계 6고조파 전류를 제어하기 위해서 동기 좌표계로부터  $-6\omega$ ,  $6\omega$  의 속도로 회전하는 고조파 동기 좌표계 상에서 적분기가 포함된 제어기를 구현한다. 적분기만으로 구성된 6고조파 MSRF 제어기를 그림으로 표현하면 다음과 같다.

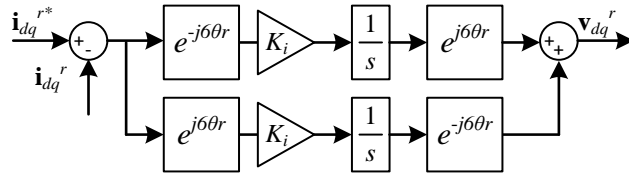


그림 3-7. 다중 동기 좌표계 상의 적분 제어기

기준 좌표계로부터  $\omega_h$ 속도로 회전하는 좌표계 상의 적분기는 기준 좌표계 상에서 다음과 같이 표현된다. 이에 대한 자세한 설명은 4.2절에 수록하였다.

$$\frac{1}{s - j\omega_h} \quad (3.5)$$

식 (3.5)를 이용하면 그림 3-7의 제어기 전달함수를 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{v}_{dq}^r}{\mathbf{i}_{dq}^{r*} - \mathbf{i}_{dq}^r} &= K_i \left( \frac{1}{s - j6\omega} + \frac{1}{s + j6\omega} \right) \\ &= 2K_i \left( \frac{s}{s^2 + (6\omega)^2} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

식 (3.6)으로부터 그림 3-7의 제어기 전달함수가 동기 좌표계 6 고조파 공진 제어기와 등가임을 알 수 있다. 선행연구 [48]에서는 이를 이용하여 계통 연계 컨버터의 6고조파 전류 제어에 MSRF상의 적분 제어기를 사용하였다.

하지만 MSRF상의 적분 제어기는 그 형태가 공진 제어기와 등가이기 때문에 여전히 앞선 절에서 설명한 동특성 및 제어 안정도 문제가 존재한다.

이러한 동특성 문제를 해결하기 위해 선행연구 [49], [50]에서는 계통 연계 컨버터를 대상으로 MSRF상의 적분기 대신 Vector Proportional Integral(VPI) 구조를 제안하였다.

위 연구에서 제안하는 VPI 구조는 고조파 좌표계 상에서 전동기 또는 RL부하의 극점을 상쇄하는 이득이며, 이는 선행연구 [47]에서 제안한 complex vector(CV) 제어기와 동일한 형태 및 개념이다. 본 연구에서는 해당 제어기를 MSRF상의 CV 고조파 전류 제어기(MSRF-CV) 라고 지칭한다.

이를 이용한 동기 좌표계 6고조파 전류 제어기 블록도는 아래와 같다.

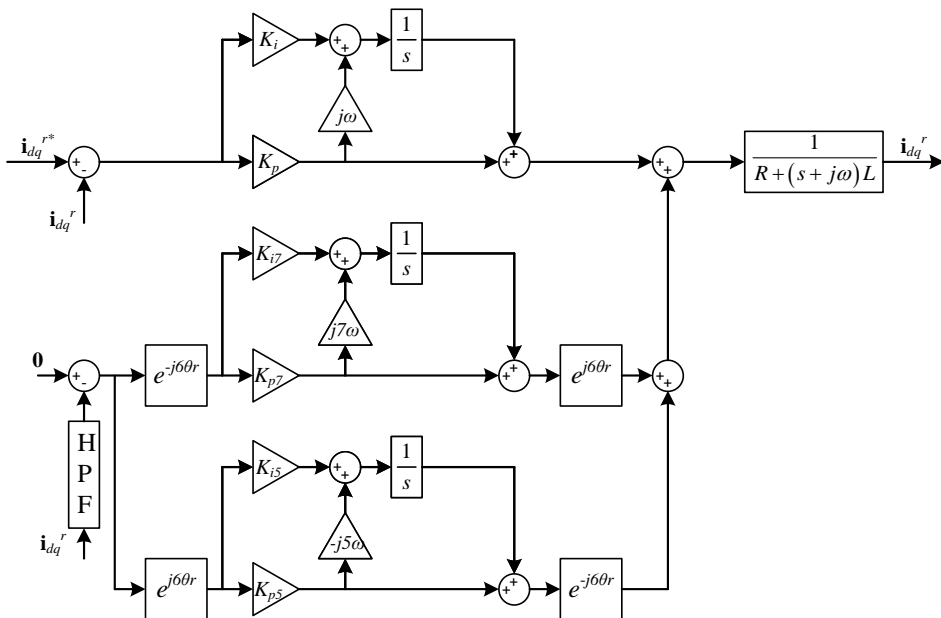


그림 3-8. 선행연구 [49]의 MSRF 상의 CV 고조파 전류 제어기

이때  $K_i$ ,  $K_p$ 는 기본과 전류 제어기 이득,  $K_{i7}$ ,  $K_{p7}$ 은 동기좌표계 6고조파, 즉 정지좌표계 7고조파 전류 제어기 이득,  $K_{i5}$ ,  $K_{p5}$ 는 동기 좌표계 -6고조파, 즉 정지좌표계 -5고조파 전류 제어기 이득을 나타낸다. HPF는 기본과 제어기와 고조파 제어기의 간섭을 막는 역할이며, 선행 연구 [49]에서는 계통 주파수가 일정임을 가정하여 차단 주파수가 계통 주파수인 4차 고역 통과 필터(HPF)를 적용하였다.

그림 3-5의 공진 제어기와 기본과 주파수와 대역폭을 동일하게 설정하였을 때 그림 3-8과 같은 MSRF-CV 전류 제어기의 개루프 응답으로 안정도를 확인할 수 있다.

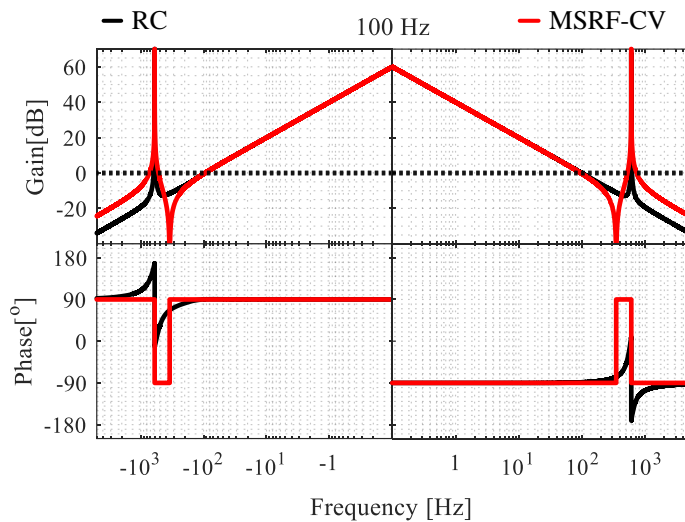


그림 3-9. MSRF-CV 전류 제어기 개루프 응답

위 그림에서 RC로 나타낸 검정색 파형은 그림 3-5의 공진 제어기를, 빨간색 파형은 MSRF-CV 고조파 전류 제어기 개루프 응답을 보여준다.

MSRF-CV는 공진 제어기와 마찬가지로 기본과 및 -6, +6고조파에서 무한대의 개루프 이득을 가지며 정상상태 오차를 제어할 수 있음을 알 수 있다. 한편 6고조파 주파수 부근에 위상 여유는 90도로 증가하여 공진 제어기의 경우보다 더 안정할 것을 예측할 수 있다. 이를 모의 실험을 통해 확인한 결과는 아래 그림과 같다.

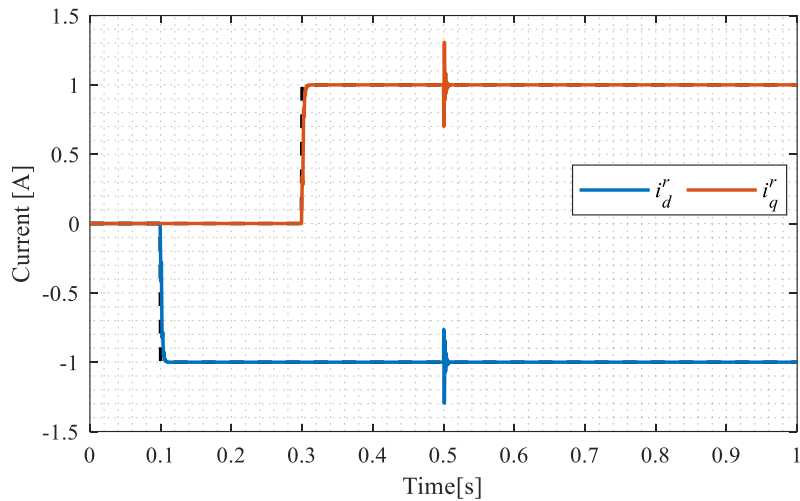


그림 3-10. MSRF-CV 전류 제어기 모의 실험 결과

그림 3-10의 모의 실험은 그림 3-6의 모의 실험과 같은 방식으로 수행되었으며, 그림 3-6의 공진 제어 방식과 비교하였을 때 MSRF-CV방식이 상호 간섭 억제 및 고조파 제어 동특성이 우수함을 알 수 있다.

이처럼 동특성이 우수한 MSRF-CV 방식을 전동기에 적용한 다수의 선행 연구들이 있다. 하지만 대부분의 연구들이 고조파 성분 분리를 위해 피드백 전류에 필터를 도입하며, 이산 시간 제어에 대한 고려와 고속 및 극 저속에서의 적용 가능성에 대한 연구가 부족하다.

선행연구 [27,28]에서는 이중 삼상 전동기의 6고조파 전류 제어를 위해 MSRF 좌표계 상에 PI 전류 제어기를 사용한다. 이때 각 고조파 성분의 분리를 위해 피드백 전류에 저역 통과 필터(LPF)가 사용된다.

선행연구 [29,30]은 이중 삼상 전동기의 6, 12 고조파 전류 제어에 MSRF-CV 고조파 제어기를 적용한다. 두 연구에서는 고조파 제어기에 입력되는 피드백 전류에 기존에 널리 사용되던 LPF 대신 시 지연을 통한 가상 좌표계 도입으로 LPF를 제거하고, 이를 통해 안정도와 제어 대역폭을 높일 수 있다고 주장한다. 하지만 가상 좌표계 구현시 측정 전류에 시 지연이 필수적이며 이로 인한 위상 지연 효과에 대한 언급은 없다. 또한 저속 및 고속 영역에서 제안된 방법의 검증이 부족하다.

선행연구 [51-53]에서는 토크 맥동 저감을 위해 MSRF 방식의 고조파 전류 제어기를 도입하였다. 앞선 연구들과 마찬가지로 피드백 전류에 필터를 적용하였으며, 다양한 속도에서의 적용 가능성에 대한 논의가 부족하다.

선행연구 [54]에서는 단일 삼상 전동기의 고조파 전류 제어에 있어 MSRF를 적용하고 고조파 분리용 필터로 LPF이외에 적용 가능한 필터에 관해 연구하였으며, 이를 기본과 주파수 500 Hz 까지 검증하였다. 다만, 이산 시간 구현에서 발생하는 문제에 관해 언급이 부족하다.

### 3.3 기존 다중 동기 좌표계 기반 제어기의 문제점

앞 절에서 설명한 바와 같이, 다중 동기 좌표계 기반 고조파 전류 제어기의 이산화 오류 및 이산 시간 제어에서 안정성, 다양한 속도에서의 적용 가능성 등에 대한 연구가 부족하였다.

본 절에서는 선행 연구들에서 제안한 필터를 사용하는 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기를 이산 시간 영역에서 구현시 발생하는 진동 및 발산 현상에 대해 설명한다.

#### 3.3.1 고속 영역에서의 이산 시간 구현으로 인한 문제

앞 절의 그림 3-8은 선행 연구 [49]에서 제안한 4차 HPF를 적용하는 MSRF-CV 고조파 제어기의 블록도를 보여준다. 이때 각 MSRF 좌표계의 적분기와 HPF는 후향 오일러(Backward Euler), 전향 오일러(Forward Euler) 또는 쌍선형(Bilinear) 변환을 통해 이산 시간 제어에서 구현될 수 있다.

아래 그림 3-11은 기본파 주파수에 따른 전류 제어 개루프 전달함수의 주파수 응답을 보여준다. 제어 대역폭은 기본파 및 고조파 전류 제어에 동일하게 100 Hz로 설정되었으며, 이산 시간 제어 주기  $T_s$ 는 100  $\mu$ s (10 kHz 제어 주파수)로 설정되었다. 기본파 주파수를 50, 100, 200, 300 Hz로 변경하였다. 적분기는 후향 오일러, HPF는 쌍선형 변환을 통해 이산 시간에서 구현되었다.

그림에서 빨간색과 검은색은 각각 연속 시간, 이산 시간 영역에서의 주파수 응답을 보여준다. 기본파 주파수가 200, 300 Hz일 때 약 -300 Hz 근방 주파수에서 이득 여유가 없어 발산함을 알 수 있다.

이는 이산 시간에서 4차 LPF와 고조파 제어기가 야기하는 시지연에 의한 위상 왜곡으로 인해 전동기 극점을 상쇄하지 못하여 발생하는 문제이다.



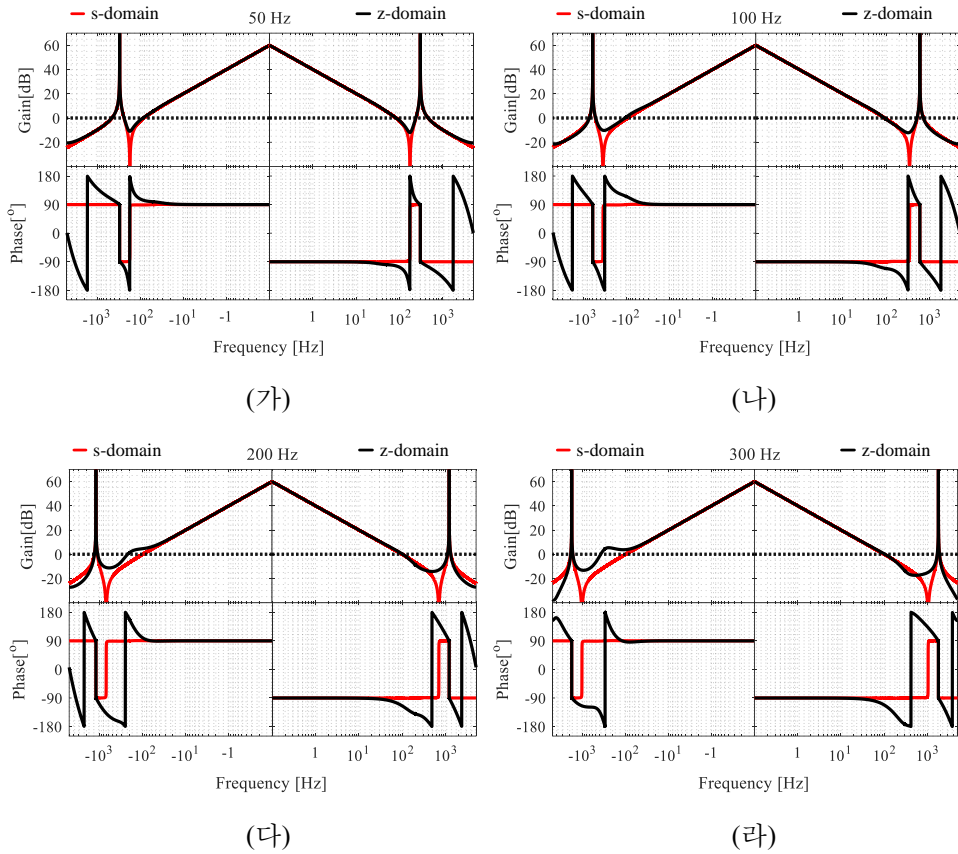


그림 3-11. 선행연구 [49]의 전류 제어기 이산 시간 개루프 응답

위에서 언급한 불안정 문제는 선행연구 [49]과 같이 고조파 제어기의 제어 대역폭을 약 5 Hz 수준으로 낮추면 해결할 수 있다. 하지만 낮은 제어 대역폭은 전동기 제어에 적합하지 않다. 고조파 제어기의 대역폭 조절 이외에도 4차 LPF의 차단 주파수, LPF의 차수 변경 등의 해결책이 있을 수 있다. 하지만 이러한 제어기 설계 요소들을 조절하는데 많은 시간적 비용이 발생한다.

### 3.3.2 전동기 제정수에 따른 안정도 차이

아래 그림은 선행연구 [27,53]등에서 사용된 LPF를 이용한 MSRF-CV 고조파 제어기의 이산 시간 모델을 보여준다.

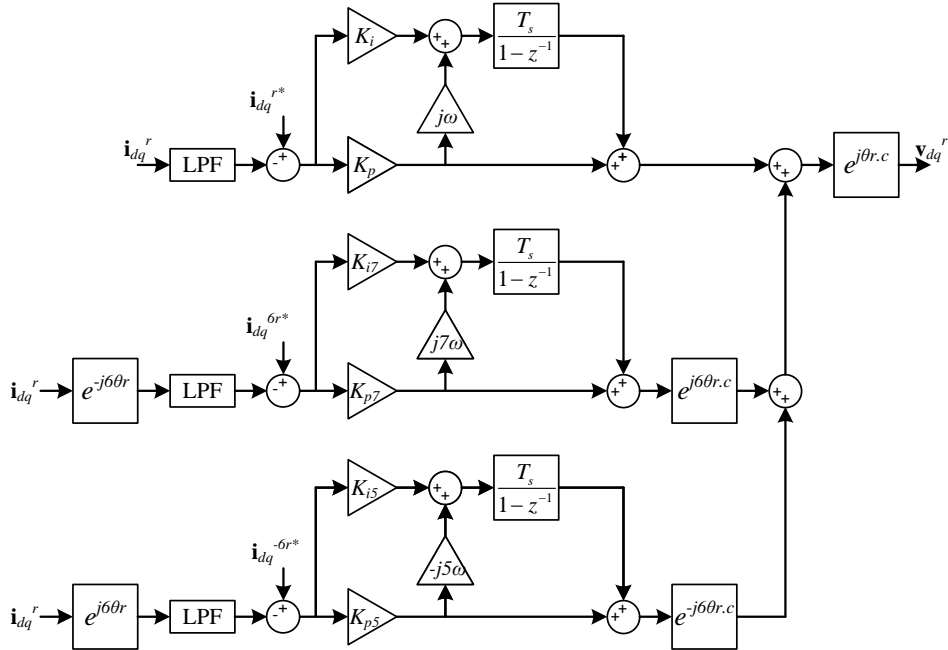


그림 3-12. 1차 LPF를 적용한 고조파 전류 제어기 이산 시간 구현

각 MSRF에서의 적분기는 후향 오일러(backward) 적분기로 변환하였으며, LPF의 경우 이산 시간 구현의 안정도를 고려하여 전향 오일러 변환을 통한 1차 LPF로 구성되었다.  $\theta_{rc}$  은 이산 시간 제어로 인한 시 지연 보상이 포함된 각도이다. [55].

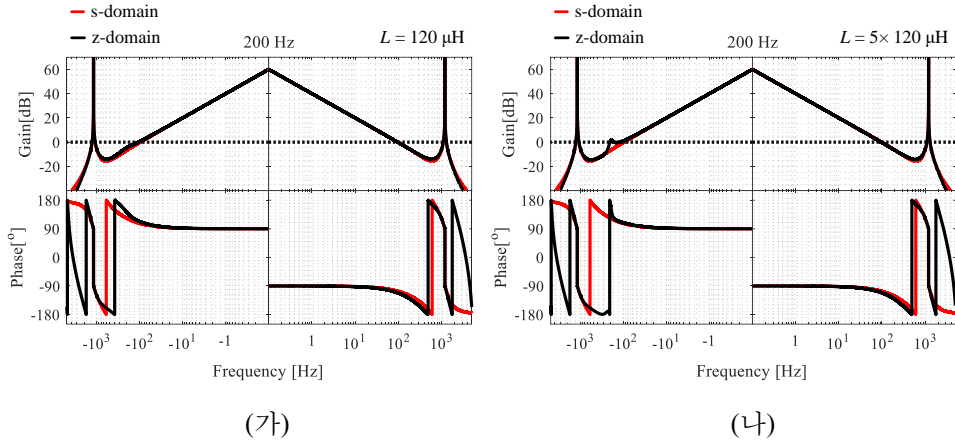


그림 3-13. 1차 LPF를 적용한 고조파 전류 제어기 이산 시간 개루프 응답

위 그림 3-13은 그림 3-12과 같이 구현된 고조파 전류 제어기를 적용하였을 때 전류 제어 개루프 전달함수의 주파수 응답을 보여준다. 모든 주파수의 전류 제어기 이득은 100 Hz로 설정하였으며, 각 좌표계에서 다른 제어기의 간섭을 차단하기 위해 LPF의 차단 주파수(Cutoff frequency)를 기본과 주파수의 2배로 설정하였다.

위 그림 (가)는 전동기 인덕턴스  $L$ 을 다른 과형들과 동일한 120  $\mu\text{H}$ 로 적용한 경우, 그림 (나)는 5배의 값인 600  $\mu\text{H}$ 을 적용한 경우를 보여준다. 전동기의 저항  $R$ 은 다른 과형들과 동일하게 80  $\text{m}\Omega$ 를 적용하였다. 이때 이득 설정에 제정수 오차는 없다. 검은 그래프와 빨간 그래프는 각각 이산 시간 응답, 연속 시간 응답을 보여주며, 인덕턴스가 600  $\mu\text{H}$ 인 경우 약 -100 Hz 근방에서 이득 여유가 부족하여 발산함을 알 수 있다.

위 그림으로부터 1차 LPF를 사용하는 경우, 4차 LPF에 비해 더 높은 속도까지 안정하지만 같은 이득 설정 및 필터 차단 주파수 방법을 사용하였음에도 전동기의 제정수가 달라지는 경우 높은 속도에서 발산할 가능성이 있음을 알 수 있다.

이처럼 기존 다중 동기 좌표계 기반 제어기를 이산 시간에서 구현시 기본과 주파수와 제어 대역폭이 낮게 설정된 경우에는 안정하나 기본과 주파수가 상승하는 경우에는 이산화 오류, 제어 대역폭을 높이는 경우에는 제어기간의 간섭으로 인해 발산할 가능성이 있다.

따라서 본 연구에서는 이산 시간 영역에서 안정하고 원하는 제어 대역폭을 만족할 수 있는 이득 설정 방법을 제시한다.

## 제 4장 다중 동기 좌표계 고조파 전류 제어기 설계

앞 장에서 이중 삼상 전동기의 고조파 전류 제어가 필요한 이유와 기존 연구들의 고조파 전류 기법에 대해 살펴보았다. 본 장에서는 이중 삼상 전동기에 적합한 고조파 전류 제어기 구조와 제어기 이득 설계 기법에 대해 설명한다.

이중 삼상 전동기에는 크게 두 가지 종류의 고조파 전류 제어가 필요하다. 하나는 JK평면에서 발생하는 동기좌표계 기준 6고조파 전류이다. JK평면의 전류는 평균 토크에 관여하지 않아 토크 관점에서는 제어할 필요가 없다. 하지만 6고조파 전류를 억제함으로써 전동기와 이를 구동하는 인버터의 추가 손실 및 토크 맥동을 저감할 수 있다. 다른 하나는 DQ평면에서의 12고조파 전류 제어로, 토크 맥동을 저감할 수 있는 최적 전류 지령을 추종하는데 사용된다. 다른 주파수의 고조파 전류 또한 제어할 수 있으나, 본 연구에서는 그 크기가 가장 큰 동기좌표계 6고조파 12고조파를 제어하는 것을 목표로 한다.

제안하는 제어기는 서로 독립적인 평면인 DQ평면과 JK평면상에서 각각의 전류 제어기로 구성된다. 각 평면의 전류제어기는 3가지 주파수의 전류를 제어한다. VSD좌표계 DQ평면에서 기본파, -11고조파 13고조파를 제어하며 JK평면에서는 기본파, -5고조파, 7고조파를 제어한다.

한편, 이중 삼상 전동기의 동기 VSD 좌표계 모델에서 DQ 인덕턴스에는 돌극성이 존재하며 JK 인덕턴스는 돌극성이 없다고 알려져있다. 따라서 돌극성을 고려한 전류 제어기를 설계하면 DQ, JK평면 전류 제어에 모두 적용 할 수 있다. 다만 돌극성이 있는 경우, 그 설계가 수식적으로 복잡하기 때문에 본 연구에서는 돌극성이 없는 경우와 있는 경우에 적용 가능한 전류 제어기를 각 각 설계한다.

## 4.1 전류 제어기 구조

그림 4-1은 이중 삼상 전동기의 전류 제어 블록도를 보여준다. 아래 그림에서 빨간색으로 음영 처리된 부분은 DQ평면 전류 제어기를 나타낸다. 제어기는 3개의 고조파 전류를 제어하며 위에서부터 정지 좌표계 기준 -11고조파, 13고조파 그리고 기본파 전류를 제어한다. 파란색으로 음영 처리된 부분은 JK평면 전류 제어기를 나타내며 마찬가지로 위에서부터 기본파, 7고조파, -5고조파 3개의 고조파 전류를 제어한다.

기존 연구에서는 각 고조파 전류 제어기의 간섭을 막기 위해 필터를 사용하였다. 하지만 필터를 사용하는 경우, 속도에 따라 응답이 다르게 나타나고 이산 시간 제어에 적용하는 경우 제어에 불안정성을 야기할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 필터 없는 구조를 채택하고, 각 고조파 제어기간 상호 간섭이 없게 하는 전류 제어기 이득 설계법을 제안한다.

앞선 절에서 MSRF상의 일반적인 ROGI 구조의 경우 공진 제어기와 등가이며 이때 응답성이 좋지 못함을 확인하였다. 이에 많은 연구에서 MSRF 상의 비례 적분 제어기 구조를 채택하였으며, 이때 상호 교차 성분을 적분 제어기로 보상하는 CV 형태 제어기를 사용하였다.

한편 제안하는 제어기 형태에서는 각 고조파 제어기 사이 필터가 없고, 이 경우 비례(P) 제어기는 모든 고조파 동기 좌표계에서 동일한 효과를 가진다. 따라서 제안하는 제어기는 비례 이득을 기본파 전류 제어기에만 적용하여 기본파 전류 제어기는 비례-적분(PI) 제어기 구조, 나머지 고조파 전류 제어기는 적분(I)제어기 구조로 이루어져있다.

이때 고조파 전류 제어기의 적분 제어기 이득이 상수인 경우, 앞서 낮은 동특성과 불안정을 보였던 공진 제어기와 동일한 형태이며 과도 응답 설계가 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 동특성과 안정도를 보장하는 고조파 전류 제어기 이득을 설계한다. 이때 설계된 전류 제어기 이득은 기본파 주파수에 따라 그 크기와 위상이 변화하는 값이다.

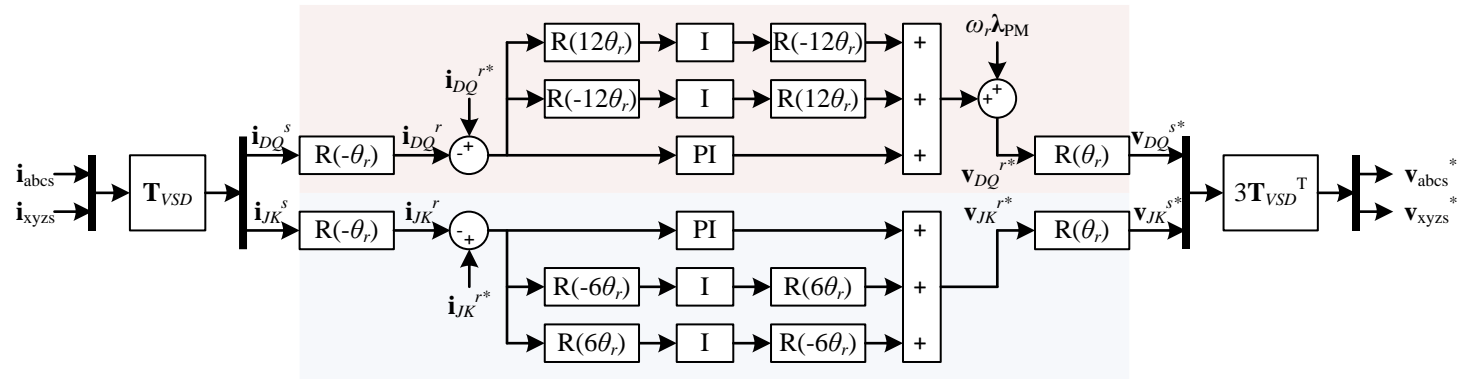


그림 4-1. 이중 삼상 전동기 전류 제어 블록도

## 4.2 돌극성이 없는 경우의 전류 제어기 이득

본 절에서는 돌극성이 없는 경우에 적용 가능한 고조파 전류 제어기 이득을 연속 시간 영역(s-domain)에서 설계한다. 연속 시간 영역에서의 전동기 모델과 제어기 모델을 구하고, 전 속도 영역에서 원하는 제어 특성을 가지도록 하는 제어기의 이득을 행렬 연산을 통해 구한다.

연속 시간 영역에서 설계한 전류 제어기는 이산화 오류 및 추가적인 딜레이로 인해 이산 시간 제어에 적용 시 불안정성을 보일 수 있다. 따라서 이산 시간 영역(z-domain)에서 전동기 모델과 제어기 모델을 구하고, 연속 시간 영역 설계와 같은 방법으로 제어기의 이득을 구한다. 각 시간 영역에서 설계한 이득을 개루프 전달 함수의 주파수 응답의 보드 선도(bode plot)를 이용하여 검증한다.

### 4.2.1 연속 시간 영역 설계

#### 4.2.1.1 플랜트 모델

이중 삼상 동기 전동기의 정지 JK 좌표계 전압 방정식을 정지좌표계 상에서 다음 수식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v_J^s \\ v_K^s \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_J^s \\ i_K^s \end{bmatrix} + L_{JK} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_J^s \\ i_K^s \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

이후의 전개에서는 일반성을 가지기 위해 J, K좌표축 대신 널리 사용되는  $d, q$  축을 이용하여 서술한다. 이때  $d, q$ 는 서로 수직인 좌표축을 의미한다.  $d, q$  축에서 식 (4.1)을 아래와 같이 다시 표현할 수 있다. 이때 윗첨자 's'는 정지 좌표계 변수임을 의미한다.

$$\begin{bmatrix} v_d^s \\ v_q^s \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \end{bmatrix} + L_s \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

위 전압 방정식에서 전압과 전류를 다음과 같이 복소 벡터 형태로 표현할 수 있다.



$$\mathbf{v}_{dq}^s \triangleq v_d^s + jv_q^s. \quad (4.3)$$

$$\mathbf{i}_{dq}^s \triangleq i_d^s + ji_q^s. \quad (4.4)$$

복소 벡터의 전압과 전류를 사용하면 전동기 모델이 단일 입/출력(Single Input and Single Output, SISO)시스템으로 아래와 같이 간단히 표현된다 [47].

$$\mathbf{v}_{dq}^s = (R_s + sL_s) \mathbf{i}_{dq}^s. \quad (4.5)$$

이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

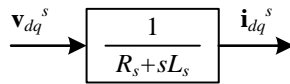


그림 4-2. 연속 시간 영역 전동기 모델

#### 4.2.1.2 제어기 모델

$\omega_r$  속도로 회전하는 회전자 기준 좌표계 상에서 임의의 복소 벡터  $\mathbf{x}^r$ 의 적분을  $\mathbf{y}^r$  이라고 하자. 이때 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\frac{d}{dt} \mathbf{y}^r = \mathbf{x}^r. \quad (4.6)$$

위 식을 각 변수의 정지 좌표계에서의 값  $\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s$ 을 이용하여 표현하면 다음 식과 같다.

$$e^{-j\theta_r} \mathbf{x}^s = \frac{d}{dt} (e^{-j\theta_r} \mathbf{y}^s). \quad (4.7)$$

이때 각도  $\theta_r$  은 회전 속도  $\omega_r$  의 적분이다. 이때  $\omega_r$  이 시간에 대해 변하지 않는다고 가정하면 식 (4.7)로 부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\mathbf{x}^s = -j\omega_r \mathbf{y}^s + \frac{d}{dt} \mathbf{y}^s. \quad (4.8)$$

위 식을 라플라스 변환을 이용하여 s-domain상에서 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{y}^s = \frac{1}{s - j\omega_r} \mathbf{x}^s. \quad (4.9)$$

이처럼  $\omega_r$  속도로 회전하는 동기 좌표계 상의 적분은 정지좌표계에서

식 (4.9)와 같이 표현 가능하다.

한편, 그림 4-1의 JK평면 전류 제어기를 정지 좌표계에서 표현하면 아래 그림과 같다.

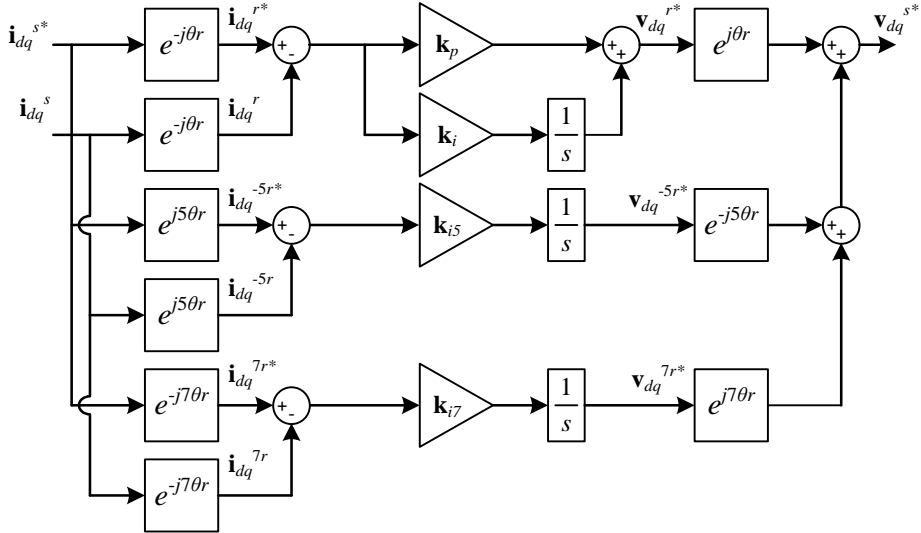


그림 4-3. 기본파와 -5,7고조파 전류 제어기 연속 시간 모델

위 그림에서  $1/s$  는 적분기의  $s$ -domain상에서의 표현이다.  $\mathbf{i}_{dq}^{s*}$  는 복소벡터로 표현한 정지 좌표계 전류 지령,  $\mathbf{i}_{dq}^s$  는 정지 좌표계 전류이며 제어기 출력은  $\mathbf{v}_{dq}^{s*}$  로 표현되어 있다.

윗 첨자  $nr$  은  $n\omega_r$  속도로 회전하는  $n$ 고조파 동기 좌표계 변수를 의미한다. 이때  $n=1$ 인 경우의 1고조파 동기 좌표계 변수는 회전자 기준 동기 좌표계를 의미하므로 첨자에서 1을 생략한다.

$e^{jn\theta r}$ 은 정지 좌표계에서  $n$ 고조파 동기 좌표계로의 회전 변환을 나타내며 임의의 복소 변수  $\mathbf{f}_{dq}$  의 정지 좌표계 에서의 값과  $n$ 고조파 동기 좌표계 에서의 값 사이에는 다음 관계식이 성립한다.

$$\mathbf{f}_{dq}^{nr} = e^{-jn\theta r} \mathbf{f}_{dq}^s . \quad (4.10)$$

위의 좌표 축에 관한 설명을 도식화 하면 다음과 같다.

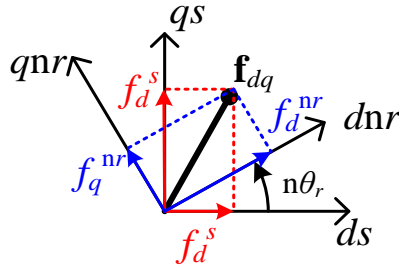


그림 4-4. 좌표축 관계

그림 4-3 의 제어기 모델을 s-domain 상에서 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_{dq}^{s*} = \left[ \mathbf{k}_p + \frac{\mathbf{k}_i}{s - j\omega_r} + \frac{\mathbf{k}_{i7}}{s - j7\omega_r} + \frac{\mathbf{k}_{i5}}{s + j5\omega_r} \right] (\mathbf{i}_{dq}^{s*} - \mathbf{i}_{dq}^s). \quad (4.11)$$

#### 4.2.1.3 고조파 전류 제어기의 주파수 응답 형태

식 (4.5)의 전동기 모델과 식 (4.11)의 제어기 모델을 아래 식처럼  $\mathbf{G}(s)$ 와  $\mathbf{C}(s)$ 라 표현 하자.

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{i}_{dq}^s}{\mathbf{v}_{dq}^s} = \frac{1}{R_s + sL_s}. \quad (4.12)$$

$$\mathbf{C}(s) \triangleq \frac{\mathbf{v}_{dq}^{s*}}{(\mathbf{i}_{dq}^{s*} - \mathbf{i}_{dq}^s)} = \left[ \mathbf{k}_p + \frac{\mathbf{k}_i}{s - j\omega_r} + \frac{\mathbf{k}_{i7}}{s - j7\omega_r} + \frac{\mathbf{k}_{i5}}{s + j5\omega_r} \right]. \quad (4.13)$$

이때 시스템의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{H}(s) \triangleq \frac{\mathbf{i}_{dq}^s}{(\mathbf{i}_{dq}^{s*} - \mathbf{i}_{dq}^s)} = \underbrace{\left( \mathbf{k}_p + \frac{\mathbf{k}_i}{s - j\omega_r} + \frac{\mathbf{k}_{i7}}{s - j7\omega_r} + \frac{\mathbf{k}_{i5}}{s + j5\omega_r} \right)}_{\mathbf{C}(s)} \cdot \underbrace{\frac{1}{R_s + sL_s}}_{\mathbf{G}(s)}. \quad (4.14)$$

많은 경우 회전자 기준 좌표계 전류 제어 전달 함수는 다음과 같은 1차 저역 통과 필터 형태를 가지도록 설계 한다 [56].

$$\frac{\mathbf{i}_{dq}^r}{\mathbf{i}_{dq}^{r*}} = \frac{\omega_{cc}}{s + \omega_{cc}}. \quad (4.15)$$

위 식에서 차단 주파수  $\omega_{cc}$  를 전류 제어 대역폭이라고 한다. 위 식을 개 루프 응답으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\mathbf{i}_{dq}^r}{(\mathbf{i}_{dq}^{r*} - \mathbf{i}_{dq}^r)} = \frac{\omega_{cc}}{s}. \quad (4.16)$$

식 (4.9)을 이용하여 위 식을 정지좌표계 상에서 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\mathbf{i}_{dq}^s}{(\mathbf{i}_{dq}^{s*} - \mathbf{i}_{dq}^s)} = \frac{\omega_{cc}}{s - j\omega_r}. \quad (4.17)$$

이때 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 가 식 (4.17)과 같은 형태를 가지도록 하는 이득은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_p &= \omega_{cc} L_s \\ \mathbf{k}_i &= \omega_{cc} (R_s + j\omega_r L_s) \\ \mathbf{k}_{i7} &= 0 \\ \mathbf{k}_{i5} &= 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

위 식에서 구한 이득은 참고문헌 [47]에서 구한 것과 같다. 하지만 이 경우 고조파 제어기의 적분기 이득  $\mathbf{k}_{i5}$ 와  $\mathbf{k}_{i7}$  이 0이므로 고조파 성분을 제어할 수 없다.

한편, n고조파 동기 좌표계 상에서 이상적인 전류 제어기의 개루프 전달함수는 회전자 기준 좌표계의 경우와 같으며 이는 다음 식과 같다.

$$\frac{\mathbf{i}_{dq}^{nr}}{(\mathbf{i}_{dq}^{nr*} - \mathbf{i}_{dq}^{nr})} = \frac{\omega_{ccn}}{s}. \quad (4.19)$$

위 식에서  $\omega_{ccn}$  은 n고조파 전류 제어기의 제어 대역폭을 의미한다.

식 (4.19)를 정지 좌표계 상에서 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\mathbf{i}_{dq}^s}{(\mathbf{i}_{dq}^{s*} - \mathbf{i}_{dq}^s)} = \frac{\omega_{ccn}}{s - n\omega_r}. \quad (4.20)$$

n=7인 경우 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 가 식 (4.20)과 같은 형태를 가지도록 하는 이득은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_p &= \omega_{cc7} L_s \\ \mathbf{k}_i &= 0 \\ \mathbf{k}_{i7} &= \omega_{cc7} (R_s + j7\omega_r L_s) \\ \mathbf{k}_{i5} &= 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

마찬가지로 n=5인 경우 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 가 식 (4.20)와 같은 형태를 가지도록 하는 이득은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_p &= \omega_{cc5} L_s \\
\mathbf{k}_i &= 0 \\
\mathbf{k}_{i7} &= 0 \\
\mathbf{k}_{i5} &= \omega_{cc5} (R_s - j5\omega_r L_s)
\end{aligned} \tag{4.22}$$

제어기 이득이 식 (4.18), (4.21), (4.22)과 같이 설정되었을 때의 정지좌표계 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 를 각각  $\mathbf{H}_1(s)$ ,  $\mathbf{H}_7(s)$ ,  $\mathbf{H}_5(s)$ 라고 하자. 이때 개루프 전달함수들을 보드 선도로 표현하면 그림 4-5와 같다. 이때 전동기 및 제어기 파라미터는 표 4-1와 같다.

표 4-1 돌극성이 없는 전동기 및 제어기 파라미터

변수	설명	값
$R_s$	저항	80 mΩ
$L_s$	인덕턴스	120 μH
$\omega_{cc}$	정지좌표계 1고조파(기본파) 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc7}$	정지좌표계 7고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc5}$	정지좌표계 -5고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_r$	회전자 전기 각속도	100 Hz
$T_s$	이산 시간 제어 주기	100 μs

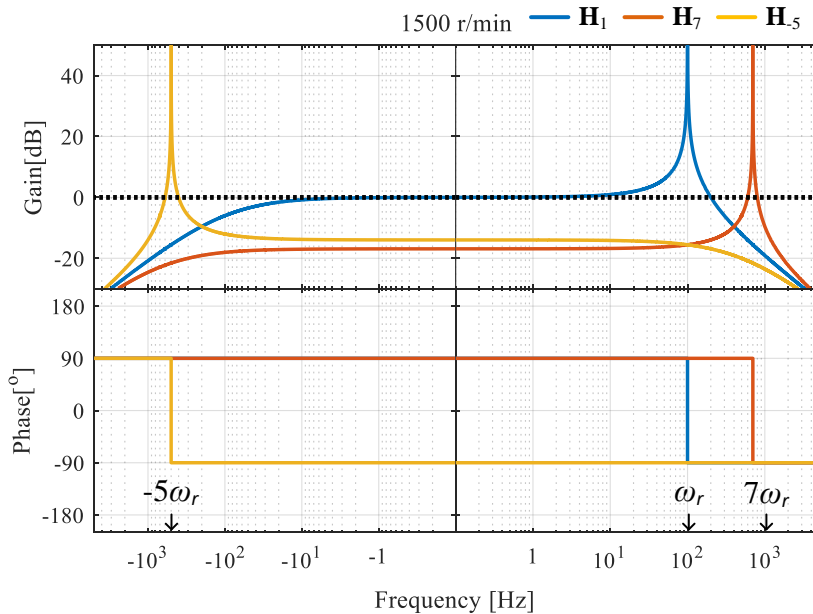


그림 4-5.  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{H}_7$ ,  $\mathbf{H}_5$ 의 주파수 응답

그림 4-5에 위쪽 그래프는 주파수 응답의 크기, 아래쪽 그래프는 위상을 나타낸다.

$\mathbf{H}_1$ 의 주파수 응답에서 주파수가 회전 각속도(기본파 주파수),  $\omega_r$ 인 지점에서 크기가 무한대임을 알 수 있다. 또한 기본파 주파수를 기준으로 전류 제어 대역폭인  $\omega_{cc}$ 만큼 떨어진 곳에서 응답의 크기가 0 dB이 된다. 따라서 식 (4.17)의 개루프 전달 함수를 만족함을 알 수 있다.

$\mathbf{H}_7$ 의 주파수 응답에서 주파수가 7고조파 주파수,  $7\omega_r$ 인 지점에서 크기가 무한대임을 알 수 있다. 또한 기본파 주파수를 기준으로 전류 제어 대역폭인  $\omega_{cc7}$ 만큼 떨어진 곳에서 크기가 0 dB이 된다. 따라서 식 (4.20)의 개루프 전달 함수를 만족함을 알 수 있다. 마찬가지로  $\mathbf{H}_5$  또한 설계한 개루프 전달 함수를 만족한다.

위 그래프에서 주파수 응답의 크기가 0 dB이상이 되는 부분의 폭이 전류 제어 대역폭임을 알 수 있다. 따라서 임의의 개루프 전달 함수  $\mathbf{H}(s)$ 의 주파수 응답이 기본파, 7고조파, -5고조파 대역에서 원하는 대역폭만큼 0 dB이상의 크기를 가진다면  $\mathbf{H}(s)$ 는 고조파 전류를 원하는 대역폭으로 제어할 수 있는 전달함수가 될 것이라 예상할 수 있다.

아래 그림 4-6은 이러한 특성을 만족하는  $\mathbf{H}(s)$ 의 한 예시를 보여준다. 이때 본 예시의 응답을 가지는  $\mathbf{H}$ 를  $\mathbf{H}_a$ 라고 표현한다.

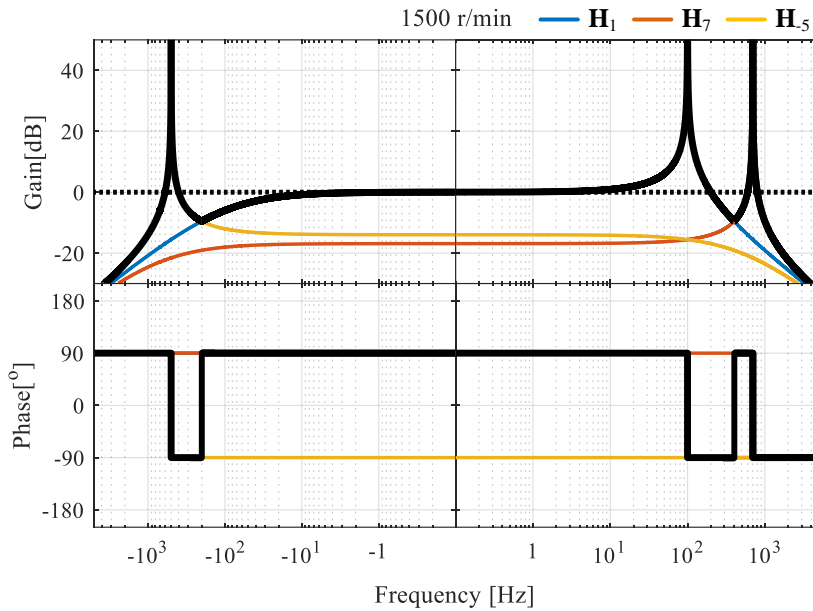


그림 4-6. 임의의 개루프 전달함수  $H_a$ 의 주파수 응답

그림에서 검은 실선 부분은  $H_a$ 의 주파수 응답을 보여준다. 이 응답은 주파수별로 3가지 개루프 전달함수중 그 크기가 가장 큰 부분을 선택한것이다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$H_a(j\omega) = \begin{cases} H_{-5}(j\omega) & -\infty < \omega \leq -2\pi \cdot 200 \\ H_1(j\omega) & -2\pi \cdot 200 < \omega \leq 2\pi \cdot 400 \\ H_7(j\omega) & 2\pi \cdot 400 < \omega < \infty \end{cases} \quad (4.23)$$

다만, 위 그림과 같은 주파수 응답을 가지는 전달함수가 되게 하는 이득이 존재하는지, 존재한다면 어떤 형태를 가지는지 알 수 없다. 따라서 다음 절에서 위와 전달함수와 유사한 개형을 가지도록 하는 이득을 구하는 법을 설명한다.

#### 4.2.1.4 행렬 연산을 이용한 고조파 전류 제어기 이득 계산

식 (4.14)의 개루프 전달함수는 4개의 제어기 이득으로부터 정해진다. 따라서 원하는 개루프 전달함수를 만드는 제어기 이득은 개루프 전달함수의 특성을 나타내는 4개의 방정식을 연립하여 구할 수 있다.

개루프 전달함수를 결정하는 방정식 중 하나는 극-영점 상쇄 조건으로부터 구할 수 있다. 식 (4.5)으로부터 제어하고자 하는 플랜트의 극점을 아래 수식과 같이 구할 수 있다.

$$s = -\frac{R_s}{L_s} \quad (4.24)$$

따라서 극-영점 상쇄를 위해 제어기는 다음과 같은 방정식을 만족해야 한다.

$$\mathbf{C}(s) \Big|_{s=-\frac{R_s}{L_s}} = 0 \quad (4.25)$$

제어기 이득은 남은 3개의 방정식을 통해 구할 수 있다. 3개의 방정식은 각각 기본파, 7고조파, -5고조파 제어 대역폭을 결정하는데 사용된다.

이때 개루프 전달함수가 각 고조파 주파수 대역에서 각 고조파 전류 제어기의 응답과 유사한 응답을 가지도록 설계한다. 이를 각 고조파 대역별로 표현해보자.

먼저 기본파 주파수 근방에서 임의의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 가 기본파 전류 제어기의 전달함수  $\mathbf{H}_1(s)$ 와 같은 응답을 보인다면  $\mathbf{H}(s)$ 는 임의의  $x$ 에 대해 다음과 같은 방정식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(s) \Big|_{s=j(\omega_r+x)} &= \mathbf{H}_1(s) \Big|_{s=j(\omega_r+x)} \\ &= \frac{\omega_{cc}}{s - j\omega_r} \Big|_{s=j(\omega_r+x)} \quad (4.26) \\ &= -j \frac{\omega_{cc}}{x} \end{aligned}$$

마찬가지로 7고조파 주파수 근방에서 임의의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 가  $\mathbf{H}_7(s)$ 과 같은 응답을 보인다면 임의의  $y$ 에 대해서  $\mathbf{H}(s)$ 는 다음과 같은 방정식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(s) \Big|_{s=j(7\omega_r+y)} &= \mathbf{H}_7(s) \Big|_{s=j(7\omega_r+y)} \\ &= \frac{\omega_{cc7}}{s - j7\omega_r} \Big|_{s=j(7\omega_r+y)} \quad (4.27) \\ &= -j \frac{\omega_{cc7}}{y} \end{aligned}$$



-5고조파 주파수 근방에서의 개루프 전달함수 또한 임의의  $z$ 에 대해 아래와 같은 방정식을 만족해야한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(s)\Big|_{s=j(-5\omega_r+z)} &= \mathbf{H}_{-5}(s)\Big|_{s=j(-5\omega_r+z)} \\ &= \frac{\omega_{cc5}}{s+j5\omega_r}\Big|_{s=j(-5\omega_r+z)} \cdot \\ &= -j\frac{\omega_{cc5}}{z} \end{aligned} \quad (4.28)$$

4개의 이득으로 결정되는  $\mathbf{H}(s)$ 가 임의의  $x, y, z$ 에 대해 식 (4.26), (4.27), (4.28)을 항상 만족할 수 있다고 할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 제안하는 제어기가 설계하고자 하는 전류 제어 대역폭을 보장하도록 가능한 여러가지의  $x, y, z$  조합중 다음 조합을 이용한다.

$$\begin{aligned} x &= -\omega_{cc} \\ y &= -\omega_{cc7} \cdot \\ z &= \omega_{cc5} \end{aligned} \quad (4.29)$$

이 조합에서는 제안하는 제어기가 고조파 주파수로부터 각 고조파 전류 제어 대역폭만큼 그 크기가 감소한 지점에서 개루프 전달함수의 이득이 0 dB가 되도록 한다.

정리하면 원하는 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 는 아래 3가지의 방정식을 만족해야 한다.

$$\mathbf{H}(s)\Big|_{s=j(\omega_r-\omega_{cc})} = j. \quad (4.30)$$

$$\mathbf{H}(s)\Big|_{s=j(7\omega_r-\omega_{cc7})} = j. \quad (4.31)$$

$$\mathbf{H}(s)\Big|_{s=j(-5\omega_r+\omega_{cc5})} = -j. \quad (4.32)$$

4개의 이득을 설정하기 위한 4개의 방정식을 식 (4.25), (4.30), (4.31), (4.32)와 같이 설정하였다. 만약 설계해야 하는 제어기 이득의 개수가 더 늘어나는 경우, 다른 조합의  $x, y, z$ 를 가지는 방정식을 추가하여 이득을 구할 수 있다.

해당 방정식들을 연립하여 다음과 같이 행렬로 표현 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}(s_1) \\ \mathbf{H}(s_2) \\ \mathbf{H}(s_3) \\ \mathbf{H}(s_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ j \\ -j \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

이때  $s_1, s_2, s_3, s_4$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s_1 &= -\frac{R_s}{L_s} \\ s_2 &= j(\omega_r - \omega_{cc}) \\ s_3 &= j(7\omega_r - \omega_{cc7}) \\ s_4 &= j(-5\omega_r + \omega_{cc5}) \end{aligned} \quad (4.34)$$

식 (4.33)의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}$ 를 제어기  $\mathbf{C}$ 와 전동기 플랜트  $\mathbf{G}$ 로 나누어 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{G}(s_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{G}(s_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{G}(s_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}(s_1) \\ \mathbf{C}(s_2) \\ \mathbf{C}(s_3) \\ \mathbf{C}(s_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ j \\ -j \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

전동기 플랜트로 이루어진 성분을 우변으로 넘기면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}(s_1) \\ \mathbf{C}(s_2) \\ \mathbf{C}(s_3) \\ \mathbf{C}(s_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (R_s + s_2 L_s) j \\ (R_s + s_3 L_s) j \\ -(R_s + s_4 L_s) j \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

위 식에서 좌변의 제어기로 이루어진 성분은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}(s_1) \\ \mathbf{C}(s_2) \\ \mathbf{C}(s_3) \\ \mathbf{C}(s_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{s_1 - j\omega_r} & \frac{1}{s_1 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_1 + j5\omega_r} \\ 1 & \frac{1}{s_2 - j\omega_r} & \frac{1}{s_2 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_2 + j5\omega_r} \\ 1 & \frac{1}{s_3 - j\omega_r} & \frac{1}{s_3 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_3 + j5\omega_r} \\ 1 & \frac{1}{s_4 - j\omega_r} & \frac{1}{s_4 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_4 + j5\omega_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_p \\ \mathbf{k}_i \\ \mathbf{k}_{i7} \\ \mathbf{k}_{i5} \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

정리하면 연립방정식의 해, 즉 원하는 형태의 개루프 전달함수를 만드는 제어기 이득들은 다음 행렬 연산을 통해 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_p \\ \mathbf{k}_i \\ \mathbf{k}_{i7} \\ \mathbf{k}_{i5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{s_1 - j\omega_r} & \frac{1}{s_1 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_1 + j5\omega_r} \\ 1 & \frac{1}{s_2 - j\omega_r} & \frac{1}{s_2 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_2 + j5\omega_r} \\ 1 & \frac{1}{s_3 - j\omega_r} & \frac{1}{s_3 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_3 + j5\omega_r} \\ 1 & \frac{1}{s_4 - j\omega_r} & \frac{1}{s_4 - j7\omega_r} & \frac{1}{s_4 + j5\omega_r} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ (R_s + s_2 L_s) j \\ (R_s + s_3 L_s) j \\ -(R_s + s_4 L_s) j \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

#### 4.2.1.5 제안하는 제어기 이득의 검증

표 4-1의 조건에서 위 식 (4.38)을 이용하여 구한 이득을 가지는  $\mathbf{H}(s)$ 의 주파수 응답은 다음과 같다.

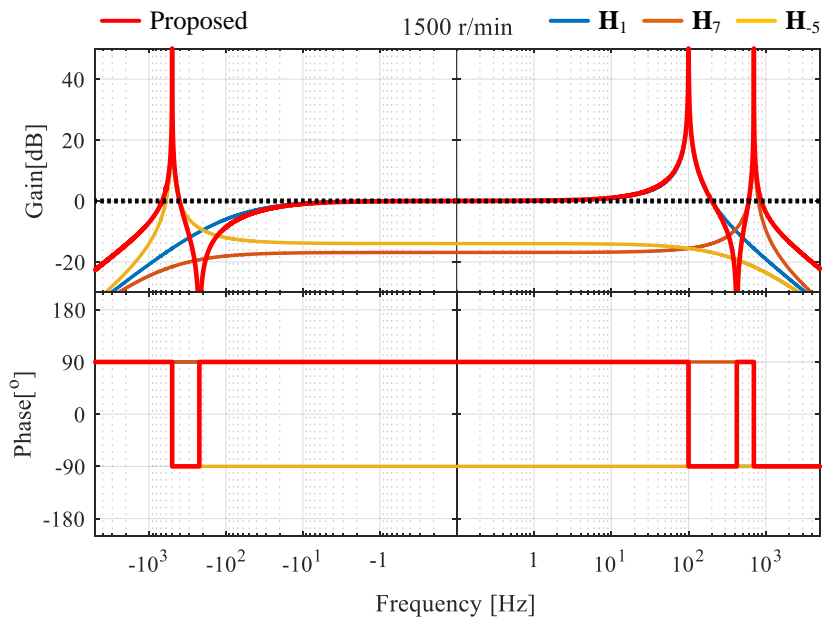


그림 4-7. 제안하는 이득의 주파수 응답

위 그림에서 제안하는 제어기 이득을 사용한 경우의 개루프 전달함수의 주파수 응답이 빨간색으로 나타난다. 주파수 응답의 크기에서 0 dB 이상이 되는 부분의 개형이  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{H}_7$ ,  $\mathbf{H}_5$  와 유사함을 알 수 있다. 따라서 제안하는 이득을 사용하는 경우, 기본과, 7고조파 - 5고조파를 모두 원하는 대역폭으로 제어할 수 있을 것이라 예상 된다.

다만,  $-1$  kHz 근방과  $1$  kHz 근방 지점을 살펴보면 제안하는 이득을 사용하는 전달 함수가 의도하였던 대역폭 보다 더 벗어난 곳에서  $0$  dB이 됨을 알 수 있다. 이는 제안하는 이득이 설계하고자 한 대역폭에 비해 더 큰 대역폭으로 고조파 전류를 제어함을 의미한다.

이러한 현상은 제안하는 제어기의 자유도가 부족하기 때문에 발생한다. 식 (4.26)에서 보인 바와 같이 개루프 전달함수의 크기가  $0$  dB 되는 지점은 고조파 주파수로부터 전류 제어폭 만큼 감소한 지점과 증가한 지점 두 지점으로 존재한다.

하지만 자유도의 한계로 인해 연립 방정식을 구성할 때 고조파 주파수로부터 전류 제어폭 만큼 감소한 지점의 크기가  $0$  dB이 되게 하였으므로, 전류 제어폭 만큼 증가한 지점의 크기는  $0$  dB이 아닐 수 있다. 이는 제안하는 제어기 및 이득 설정 방법의 한계라고 할 수 있으나, 설계 대역폭과 실제 대역폭의 차이가 크지 않기 때문에 제안하는 제어기 이득 설정 방법을 사용 할 수 있다.

#### 4.2.1.6 제안하는 이득 설정 방법의 저속 한계

제안하는 이득 설정 방법은 기본과 주파수와 고조파 주파수가 충분히 떨어져 있어 각 주파수의 전류 제어기간 간섭이 없다는 가정 하에 연립 방정식을 세운다.

기본과 주파수가 10 Hz인 경우에 대해 기본과, -5고조파 7고조파 전류 제어기의 개루프 주파수 응답을 나타내면 아래와 같다.

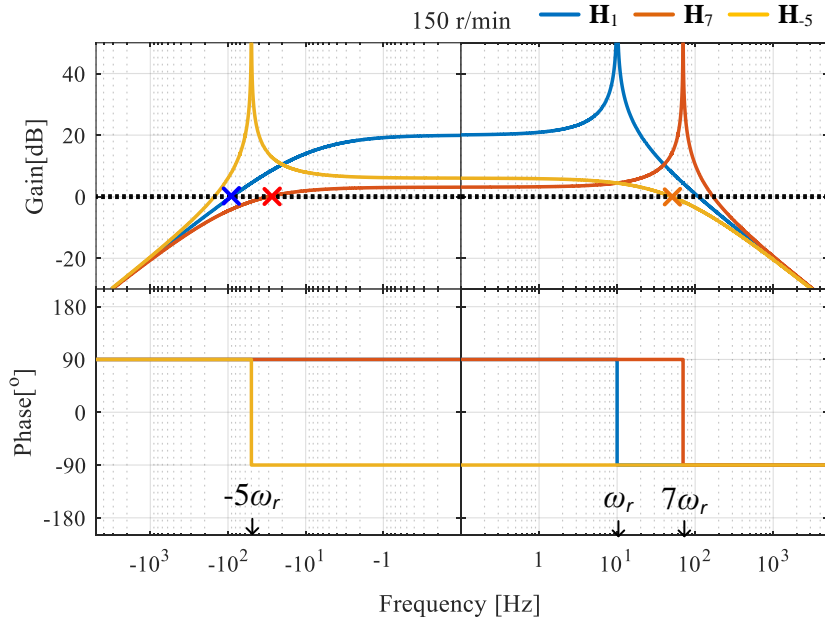


그림 4-8. 기본과 주파수가 10 Hz일 때 H<sub>1</sub>, H<sub>7</sub>, H<sub>5</sub>의 주파수 응답

식 (4.38)을 통해 구한 개루프 전달 함수가 기본과 전류 제어 대역폭을 달성하기 위해서는 그림의 파란색 십자가가 나타내는 주파수에서 설정한 위상과 이득을 가져야 한다. 마찬가지로 개루프 전달 함수가 7고조파 전류 제어 대역폭과 -5고조파 전류 제어 대역폭을 만족하기 위해서는 각각 빨간색과 노란색 십자가에 해당하는 주파수에서 해당 지점의 위상과 이득을 만족해야 한다.

하지만 개루프 전달함수가 기본과 전류 제어 대역폭을 달성하기 위해 파란색 십자가 위치에서 이득을 0으로 만든다면 -5고조파 전류 제어를 달성하지 못하게 되고, -5고조파 전류 제어 대역폭을 달성하기 위해

노란색 십자가 위치에서 이득을 0으로 만든다면 7고조파 전류 제어 대역폭을 만족하지 못함을 알 수 있다.

이처럼 제안하는 연립방정식을 통해 구한 개루프 전달함수는 제어하고자 하는 주파수로부터 대역폭 만큼 떨어진 곳에서 다른 주파수의 제어 대역폭과 만나는 경우 서로 간섭하여 원하는 전류 제어 대역폭을 만족할 수 없게 된다.

그림 4-8의 조건에서 식 (4.38)과 같은 연립 방정식을 통해 얻은 개루프 전달함수의 주파수 응답은 아래 그림과 같다.

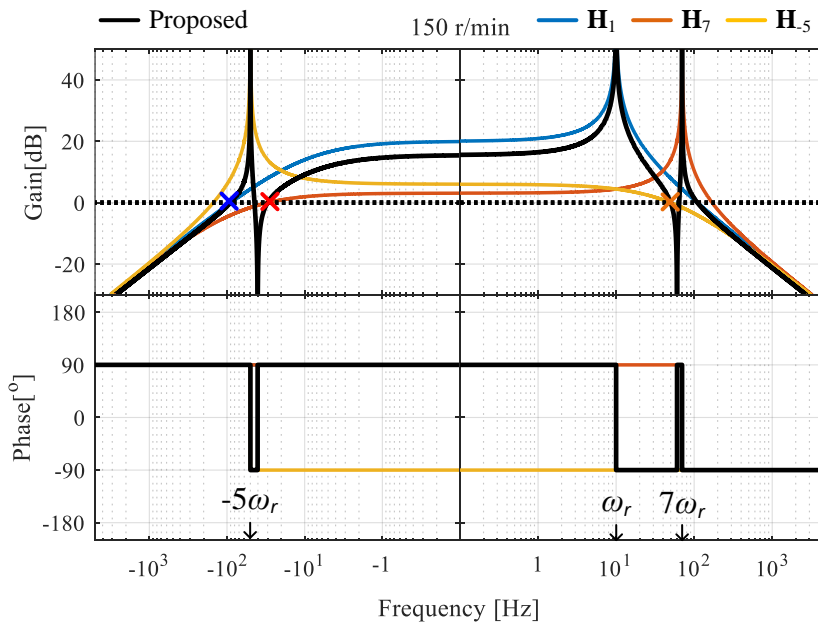


그림 4-9. 기본파 주파수가 10 Hz일 때 제안하는 이득의 주파수 응답

그림에서 검은색으로 표시된 제안하는 이득을 사용하는 경우의 개루프 주파수 응답은 십자가 표시 지점에서 설정한 위상과 이득을 가진다. 하지만 이 경우 앞서 설명한 것과 같이 각 주파수별 전류 제어 대역폭을 만족하지 못함을 알 수 있다.

이는 공진 제어를 제외한 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기가 공통적으로 가지는 문제로, 다중 동기 좌표계의 전류 제어기 설계시 각 동기 좌표계의 주파수가 충분히 멀리 떨어져 있다고 가정하고 설계하기 때문이다.

아래 그림은 공진 제어기를 적용할 때 개루프 전달함수 주파수 응답을 보여준다.

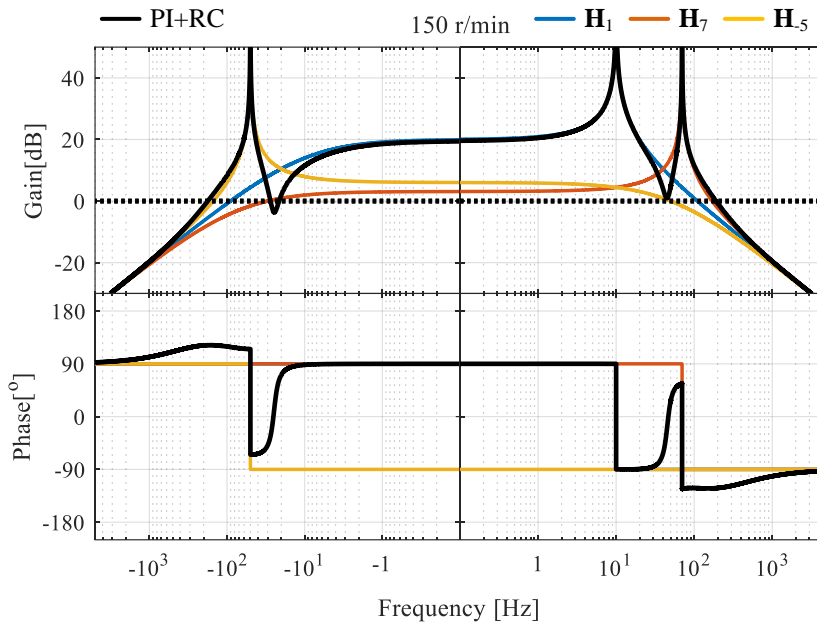


그림 4-10. 기본파 주파수가 10 Hz일 때 공진 제어기를 적용한 주파수 응답

그림에서 알 수 있듯이 저속에서 공진 제어기를 사용하는 경우 대부분의 주파수 영역에서 원하는 이득의 형태를 가짐을 알 수 있다.

이처럼 저속에서 제안하는 이득 설정 방법이 효과적으로 고조파 전류 제어를 달성하지 못하기 때문에, 저속에서는 제어 대역폭을 낮추거나 공진 제어기등을 사용함으로써 고조파 전류 제어를 수행해야 한다.

## 4.2.2 이산 시간 영역 설계

대부분의 전동기는 디지털 연산 장치와 PWM을 이용하는 전압원으로 구동된다. 이때 전동기의 속도가 증가하여 전동기 기본과 주파수 대비 샘플링 주파수의 비율, 다른 표현으로, 샘플링 주파수 비율이 작아질수록 연속 시간 영역에서의 모델과 이산 시간 영역의 실제 플랜트 및 제어기의 모델이 달라진다. [57]

따라서 연속 시간 영역에서 구한 이득을 이산 시간 제어에서 사용시 제어의 불안정성이 야기될 수 있다. 따라서 본 절에서는 이산 시간 영역에서 플랜트 및 제어기를 모델링하고 연속 시간 영역 설계와 같은 방법을 적용할 때 제어기 이득을 계산하는 방법에 대해 설명한다.

### 4.2.2.1 플랜트 모델

아래 그림은 이산 시간 영역에서의 제어 블록도를 보여준다.

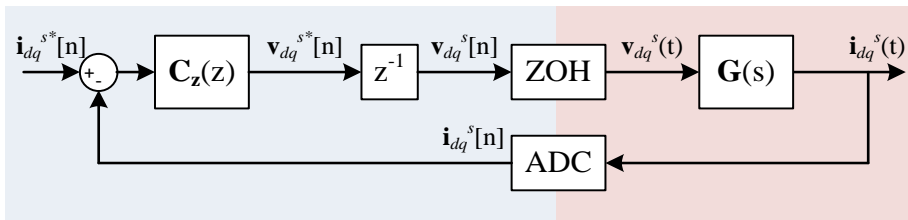


그림 4-11. 이산 시간 전동기 제어 블록도

그림에서 파란색 음영 처리된 부분은 이산 시간 영역에서 발생하는 현상을 나타내며 빨간색 부분은 연속 시간 영역에서 발생하는 현상을 나타낸다.

$C_z(z)$ 는 이산 시간 영역의 전류 제어기의  $z$ -domain상에서의 표현이다. 전류 제어기 출력  $v_{dq}^{s*}[n]$ 은 이산 시간 제어 시지연으로 인해 한 샘플 지연되어 PWM 출력인  $v_{dq}^s[n]$ 으로 전달된다. PWM 출력은 한 스위칭 주파수동안 일정하게 유지되고 이는 zero-order-hold(ZOH)로 모델링 될 수 있다.

한 샘플 시지연과 ZOH를 포함한  $z$ -domain상의 전동기 모델을  $G_z(z)$ 라



하자. 식 (4.12)의 전동기 모델  $\mathbf{G}(s)$ 를 이용하여  $\mathbf{G}_z(z)$ 는 아래 수식과 같이 구할 수 있다 [58].

$$\begin{aligned}
 \mathbf{G}_z(z) &\triangleq \frac{\mathbf{i}_{dq}^s(z)}{\mathbf{v}_{dq}^{s*}(z)} = z^{-1} \frac{\mathbf{i}_{dq}^s(z)}{\mathbf{v}_{dq}^s(z)} \\
 &= z^{-1} (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{\mathbf{G}(s)}{s} \right\} \\
 &= \frac{\left( 1 - e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}} \right)}{R_s z \left( z - e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}} \right)}.
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

이때  $T_s$ 는 샘플링 주기를 의미한다. 한편,  $\mathbf{G}_z$ 의 극점을 아래와 같이  $\rho$ 라고 정의 하자.

$$\rho \triangleq e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}} \tag{4.40}$$

이때  $\rho$ 를 이용하여 식 (4.39)를 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\mathbf{G}_z(z) = \frac{1 - \rho}{R_s z (z - \rho)}. \tag{4.41}$$

그림 4-11의 제어 블록도를 전동기 모델  $\mathbf{G}_z(z)$ 로 표현하면 아래 그림과 같다.

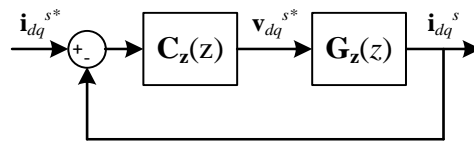


그림 4-12. 간략화된 이산 시간 전동기 제어 블록도

#### 4.2.2.2 제어기 모델

그림 4-13은 이산 시간 제어기 모델을 보여준다.

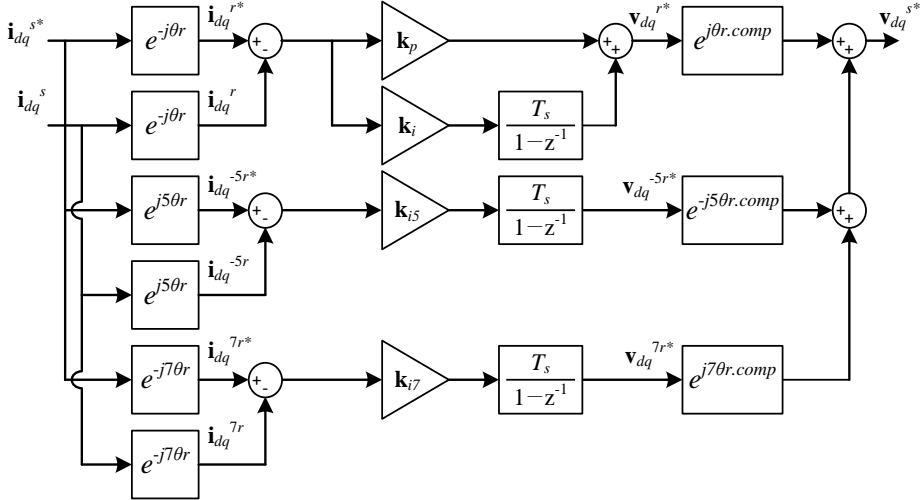


그림 4-13. 기본파와 -5, 7고조파 전류 제어기 이산 시간 모델

위 그림의 이산 시간 모델은 그림 4-3의 연속 시간 제어기의 각 동기 좌표계에서의 적분을 후향(backward) 오일러 적분기로 치환한 형태이다. 또한 한 샘플 시지연과 PWM에 의한 시지연을 보상하기 위해 아래 식의  $\theta_{r.comp}$ 를 이용하여 제어기 출력을 정지 좌표계로 변환한다 [55].

$$\theta_{r.comp}[n] = \theta_r[n] + 1.5T_s\omega_r[n]. \quad (4.42)$$

회전자 동기 좌표계 상에서 적분기 입력을  $x^r$ , 출력을  $y^r$ 라 할 때 후향 오일러 적분은 다음 식과 같이 표현 할 수 있다.

$$y^r[n] = y^r[n-1] + T_s x^r[n]. \quad (4.43)$$

위 식을 정지 좌표계 변수로 표현하면 다음과 같다.

$$e^{-j\theta_r[n]} y^s[n] = e^{-j\theta_r[n-1]} y^s[n-1] + T_s e^{-j\theta_r[n]} x^s[n]. \quad (4.44)$$

따라서 회전자 동기 좌표계 상에서의 후향 오일러 적분은 정지 좌표계 상에서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} y^s[n] &= e^{j\theta_r[n]} e^{-j\theta_r[n-1]} y^s[n-1] + T_s x^s[n] \\ &= e^{j(\theta_r[n] - \theta_r[n-1])} y^s[n-1] + T_s x^s[n] \end{aligned} \quad (4.45)$$

위 식으로부터 속도  $\omega_r$  이 일정하다는 가정하에 회전자 동기 좌표계상의 후향 오일러 적분은 정지 좌표계 상에서 다음 식과 같은 전달 함수로 표현된다.

$$\mathbf{Y}^s(z) = \frac{T_s}{(1 - e^{j\omega_r T_s} z^{-1})} \mathbf{X}^s(z). \quad (4.46)$$

이를 일반화 하면  $n\omega_r$  의 속도로 회전하는 동기 좌표계에서의 후향 오일러 적분은 정지 좌표계 상에서 다음과 같다.

$$\mathbf{Y}^s(z) = \frac{T_s}{(1 - e^{jn\omega_r T_s} z^{-1})} \mathbf{X}^s(z). \quad (4.47)$$

이를 그림으로 표현하면 다음과 같다.

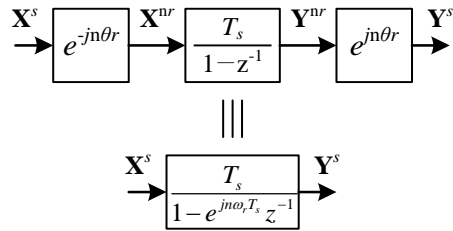


그림 4-14. 동기 좌표계 후향 오일러 적분의 정지 좌표계 표현

식 (4.47)을 이용하여 그림 4-13의 제어기 모델을 z-domain상에서 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_z(z) &\triangleq \frac{\mathbf{v}_{dq}^{s*}}{(\mathbf{i}_{dq}^{s*} - \mathbf{i}_{dq}^s)} \\ &= \left[ e^{j1.5\omega_r T_s} \left( \mathbf{k}_p + \frac{\mathbf{k}_i T_s}{1 - e^{j\omega_r T_s} z^{-1}} \right) + \frac{e^{j1.5\omega_r T_s} \mathbf{k}_{i7} T_s}{1 - e^{j7\omega_r T_s} z^{-1}} + \frac{e^{-j1.5\omega_r T_s} \mathbf{k}_{i5} T_s}{1 - e^{-j5\omega_r T_s} z^{-1}} \right]. \end{aligned} \quad (4.48)$$

이를 이용하여 시스템의 개루프 전달 함수  $\mathbf{H}_z$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_z(z) &\triangleq \frac{\mathbf{i}_{dq}^s}{(\mathbf{i}_{dq}^{s*} - \mathbf{i}_{dq}^s)} = \mathbf{C}_z(z) \mathbf{G}_z(z) \\
&= z^{-1} \frac{\left(1 - e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}}\right)}{R_s \left(z - e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}}\right)} \cdot \left[ e^{j1.5\omega_s T_s} \left( \mathbf{k}_p + \frac{\mathbf{k}_i T_s}{1 - e^{j\omega_s T_s} z^{-1}} \right) + \frac{e^{j1.57\omega_s T_s} \mathbf{k}_{i7} T_s}{1 - e^{j7\omega_s T_s} z^{-1}} + \frac{e^{-j1.55\omega_s T_s} \mathbf{k}_{i5} T_s}{1 - e^{-j5\omega_s T_s} z^{-1}} \right]. \quad (4.49)
\end{aligned}$$

#### 4.2.2.3 행렬 연산을 이용한 전류 제어기 이득 계산

4.2.1.4절에서 4개의 연립 방정식을 통해 고조파 전류 제어기의 4개의 이득을 계산하는 법에 대해 설명하였다. 본 절에서도 같은 방법론을 사용하는 이득 계산 방법에 대해 설명한다.

극-영점 상쇄를 위해 제어기는 다음과 같은 방정식을 만족해야 한다.

$$\mathbf{C}_z(\rho) = 0. \quad (4.50)$$

선행 연구 [58]에는 극-영점 상쇄를 위해 기본파 전류 제어기 이득을 아래 식과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_p &= K e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}} \\
\mathbf{k}_i T_s &= K e^{j\omega_s T_s} - \mathbf{k}_p
\end{aligned} \quad (4.51)$$

이때 식 (4.51)의 이득은 식 (4.50)을 만족함을 알 수 있다.

한편, 연속 시간 영역에서 이상적인 전류 제어기의 개루프 전달함수 식 (4.19)와 같이 이득의 크기가 제어 대역폭과 같은 적분기라 하였다. 따라서 이산 시간 영역에서 전류 제어기의 개루프 전달함수는 연속시간 전달 함수  $1/s$ 의 이산 시간 변환을 통해 구할 수 있다.

대표적인 변환 방법에는 전향 오일러(Forward Euler) 변환, 후향 오일러(Backward Euler) 변환, 또는 특정 주파수에서 위상과 크기를 보장하는 bilinear 변환 기법등 있다. 개루프 전달함수를 정하는 다른 방법으로 제어기의 영-극점을 z-plane 상에서 임의로 배치하여 원하는 주파수 특징을 가지도록 하는 방법이 있다.

본 연구에서는 위에서 설명한 기법들 대신 이산 시간 개루프

전달함수와 연속 시간 개루프 전달함수의 주파수 응답이 원하는 주파수에서 같은 크기와 위상을 가지도록 한다. 이를 수식적으로 표현하면 원하는 주파수  $\Omega$ 에 대해 다음 식이 성립한다.

$$\mathbf{H}_z(z)|_{z=e^{j\Omega T_s}} = \mathbf{H}(s)|_{s=j\Omega}. \quad (4.52)$$

연속 시간 영역에서의 기본과 전류 제어기가 만족해야 하는 식 (4.30)을 참고할 때 이산 시간 영역에서의 기본과 전류 제어기는 다음 수식을 만족해야 한다.

$$\mathbf{H}_z\left(e^{j(\omega_r - \omega_{cc})T_s}\right) = j. \quad (4.53)$$

다른 고조파 전류 제어기에 대해서도 동일한 방법을 적용할 때  $\mathbf{H}_z(z)$ 는 다음 두가지 조건 또한 만족해야 한다.

$$\mathbf{H}_z\left(e^{j(7\omega_r - \omega_{cc7})T_s}\right) = j. \quad (4.54)$$

$$\mathbf{H}_z\left(e^{j(-5\omega_r + \omega_{cc5})T_s}\right) = -j. \quad (4.55)$$

따라서 이산 시간 제어기 이득을 구하기 위한 연립 방정식을 다음과 같이 행렬로 표현 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_z(\rho) \\ \mathbf{H}_z(z_1) \\ \mathbf{H}_z(z_2) \\ \mathbf{H}_z(z_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ j \\ -j \end{bmatrix}. \quad (4.56)$$

이때  $z_1, z_2, z_3$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_1 &= e^{j(\omega_r - \omega_{cc})T_s} \\ z_2 &= e^{j(7\omega_r - \omega_{cc7})T_s} \\ z_3 &= e^{j(-5\omega_r + \omega_{cc5})T_s} \end{aligned} \quad (4.57)$$

식 (4.56)의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}_z$ 를 제어기  $\mathbf{C}_z$ 와 전동기 모델  $\mathbf{G}_z$ 로 표현하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_z(\rho) \\ \mathbf{C}_z(z_1) \\ \mathbf{C}_z(z_2) \\ \mathbf{C}_z(z_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\mathbf{G}_z(z_1)} j \\ \frac{1}{\mathbf{G}_z(z_2)} j \\ -\frac{1}{\mathbf{G}_z(z_3)} j \end{bmatrix}. \quad (4.58)$$

위 식에서 좌변의 제어기로 이루어진 행렬은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_z(\rho) \\ \mathbf{C}_z(z_1) \\ \mathbf{C}_z(z_2) \\ \mathbf{C}_z(z_3) \end{bmatrix} = e^{j1.5\omega T_s} \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega T_s} \rho^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega T_s} \rho^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega T_s} \rho^{-1}} \\ 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega T_s} z_1^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega T_s} z_1^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega T_s} z_1^{-1}} \\ 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega T_s} z_2^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega T_s} z_2^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega T_s} z_2^{-1}} \\ 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega T_s} z_3^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega T_s} z_3^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega T_s} z_3^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_p \\ \mathbf{k}_i \\ e^{j1.5-6\omega T_s} \mathbf{k}_{i7} \\ e^{-j1.5-6\omega T_s} \mathbf{k}_{i5} \end{bmatrix}. \quad (4.59)$$

정리하면 연립방정식의 해, 즉 원하는 형태의  $\mathbf{H}_z$ 를 만드는 제어기 이득들은 다음 페이지의 식 (4.60)을 통해 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_p \\ \mathbf{k}_i \\ \mathbf{k}_{i7} \\ \mathbf{k}_{i5} \end{bmatrix} = \frac{R_s e^{-j1.5\omega_s T_s}}{1-\rho} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j1.5 \cdot 6\omega_s T_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{j1.5 \cdot 6\omega_s T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega_s T_s} \rho^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega_s T_s} \rho^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega_s T_s} \rho^{-1}} \\ 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega_s T_s} z_1^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega_s T_s} z_1^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega_s T_s} z_1^{-1}} \\ 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega_s T_s} z_2^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega_s T_s} z_2^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega_s T_s} z_2^{-1}} \\ 1 & \frac{T_s}{1-e^{j\omega_s T_s} z_3^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{j7\omega_s T_s} z_3^{-1}} & \frac{T_s}{1-e^{-j5\omega_s T_s} z_3^{-1}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ z_1(z_1 - \rho)j \\ z_2(z_2 - \rho)j \\ -z_3(z_3 - \rho)j \end{bmatrix}. \quad (4.60)$$

표 4-1의 조건을 사용할 때 식 (4.60)을 이용하여 구한 이득을 가지는  $H_z(z)$ 의 주파수 응답은 다음과 같다.

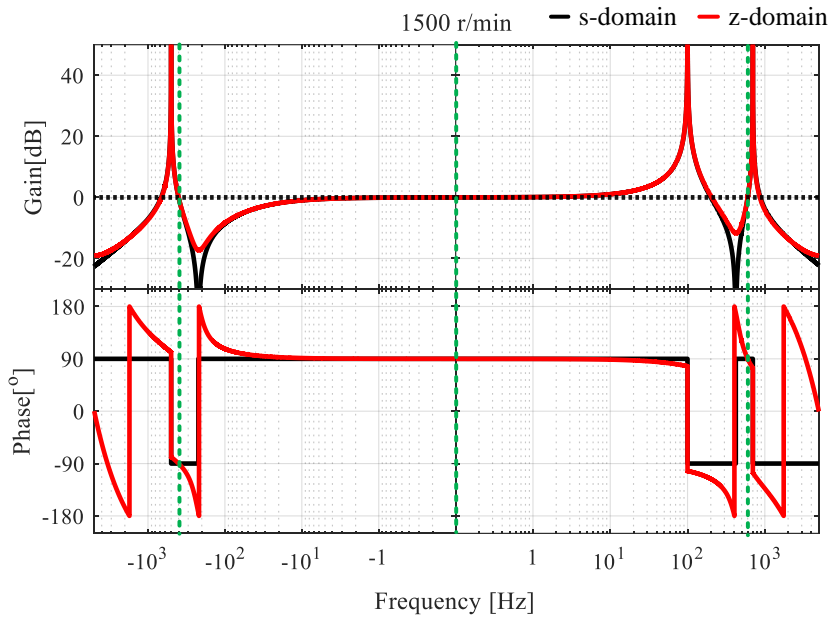


그림 4-15. 이산 시간 영역에서 제안하는 이득의 주파수 응답

위 그림에서 식 (4.60)을 사용한 이산 시간 개루프 전달함수는 빨간색, 식 (4.38)을 사용한 연속 시간 개루프 전달함수는 검은색 선으로 표시되어 있다. 그림으로부터 연속 시간 전달함수와 이산 시간 전달함수의 이득 개형이 유사함을 알 수 있다.

초록 점선은 식 (4.53), (4.54), (4.55)에서 대역폭 설정에 사용되었던 주파수를 나타낸다. 해당 지점에서 주파수 응답이 원하는 크기와 위상을 가진다. 따라서 제안하는 이득 설계 방식이 이산 시간에서도 적용 가능함을 알 수 있다.

다만 이산 시간의 경우 주파수 응답의 위상이 180도가 되는 지점이 존재한다. 따라서 샘플링 주파수가 더 작아지거나, 제어기 대역폭이 증가하는 경우 불안정해질 가능성이 있다.

아래 그림은 같은 조건에서 샘플링 주기  $T_s$  를  $200 \mu\text{s}$  (= 5 kHz 샘플링)로 바꾼 경우의 주파수 응답을 비교하여 보여준다.



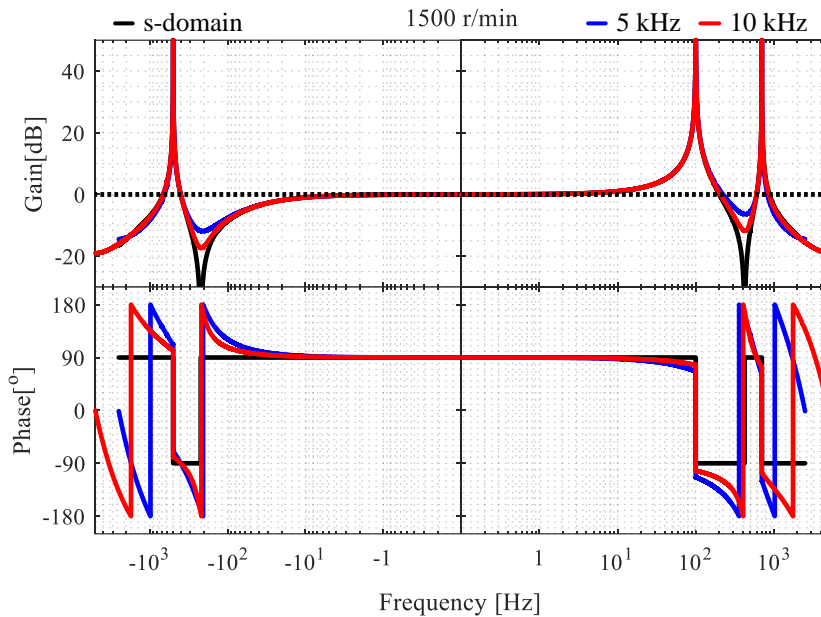


그림 4-16. 샘플링 주파수에 따른 개루프 전달 함수의 주파수 응답

위 그림에서 볼 수 있듯이 샘플링 주파수가 낮아질수록 위상 여유와 이득 여유가 부족해짐을 알 수 있다. 이 경우 파라미터 오차나 외란에 따라 시스템이 불안정해 질 수 있다. 이는 이산 시간 제어의 한계이므로, 샘플링 주파수에 따라 제어 대역폭 조절이 필요 하다.

#### 4.2.3 능동 저항을 포함한 이산 시간 고조파 전류 제어기

선행연구 [59]에서 이산 시간 제어의 불안정 응답이나 진동 응답을 능동 저항(Active damping, Active resistance)를 도입하여 억제하였다. 능동 저항은 그 값을 설정해 줄 수 있으므로 실제 플랜트의 파라미터 오차에 대해 강인한 제어를 달성할 수 있고, 능동 저항에 지지연을 보상한 전류를 사용하는 경우 고속 영역에서의 제어 안정도를 개선할 수 있음이 알려져있다.

본 절에서는 능동 저항을 포함한 제어 시스템을 모델링하고 이에 맞는 고조파 전류 제어기 이득 설정 방법에 대해 설명한다.

#### 4.2.3.1 전류 예측과 능동 저항을 포함한 플랜트 모델

능동 저항을 포함할 때 그림 4-11의 제어 블록도는 다음 그림과 같이 표현된다. 이때 능동 저항값은  $R_a$ 로 표현하였으며 이득  $K_1$ ,  $K_2$ 는 이전 샘플의 전압을 이용한 전류 예측을 위한 이득이다[59,60].

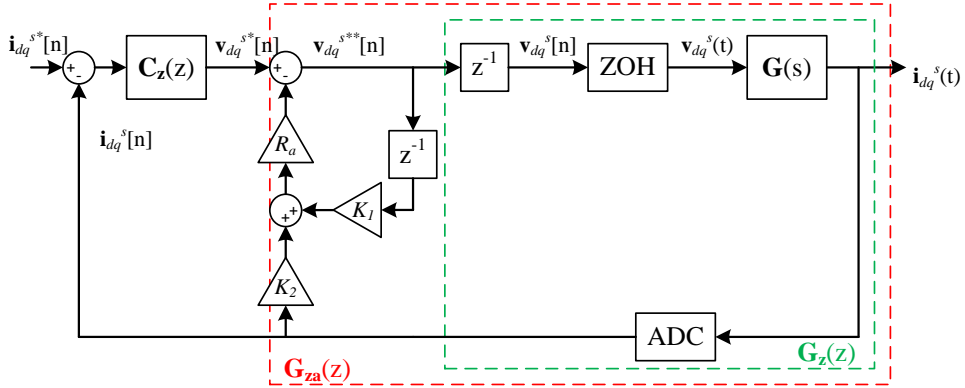


그림 4-17. 능동 저항을 포함한 이산 시간 전동기 제어 블록도

위 그림에서 새로운 전동기 모델을  $\mathbf{G}_{za}$  라 하자. 이때 아래 식과 같이  $\mathbf{G}_{za}$ 를 식 (4.41)의 능동 저항이 없을때의 모델  $\mathbf{G}_z$ 으로 표현 할 수 있다. 새로운 전동기 모델은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{za}(z) &\triangleq \frac{\mathbf{i}_{dq}^s(z)}{\mathbf{v}_{dq}^{s*}(z)} = \frac{1}{\frac{(1 + R_a K_1 z^{-1})}{\mathbf{G}_z} + R_a K_2} \\ &= \frac{(1 - \rho)}{R_s(z - \rho)(z + R_a K_1) + R_a K_2(1 - \rho)} \quad (4.61) \\ &= \frac{(1 - \rho)}{R_s} \frac{1}{(z - \rho)(z + R_a K_1) + r K_2(1 - \rho)} \end{aligned}$$

위 수식에서  $r$ 은  $R_s$ 와  $R_a$ 의 비율이며 다음과 같이 정의된다.

$$r \triangleq \frac{R_a}{R_s} \quad (4.62)$$

전동기 모델에 따라 다음 샘플의 전류는 아래 수식과 같이 계산된다.

$$\mathbf{i}_{dq}^s[n+1] = \rho \mathbf{i}_{dq}^s[n] + \frac{(1 - \rho)}{R_s} \mathbf{v}_{dq}^s[n] \quad (4.63)$$

따라서  $K_1, K_2$ 는 다음과 같이 정해진다.

$$K_1 = \frac{(1-\rho)}{R_s} \quad (4.64)$$

$$K_2 = \rho$$

제정수를 정확하게 안다고 가정하고 위의  $K_1, K_2$ 를 대입하여 식 (4.61)을 정리하면 아래 식과 같다.

$$G_{za}(z) = \frac{(1-\rho)}{R_s} \frac{1}{z(z-\gamma)} \quad (4.65)$$

이때 위 식의 극점  $\gamma$ 는 다음과 같다.

$$\gamma = \rho \left( 1 - r \frac{(1-\rho)}{\rho} \right) \quad (4.66)$$

위 식으로부터 능동 저항의 비율  $r$ 이 어느 정도 증가할수록 전동기 모델의 극점이  $\rho$ 에서 원점 방향으로 이동함을 알 수 있다. 다만 비율이 10을 넘어 커지면 다시 원점에서 멀어진다.

아래 그림은 표 4-1의 조건에서 능동 저항 비율에 따른 극점  $\gamma$ 의 이동을 보여준다.

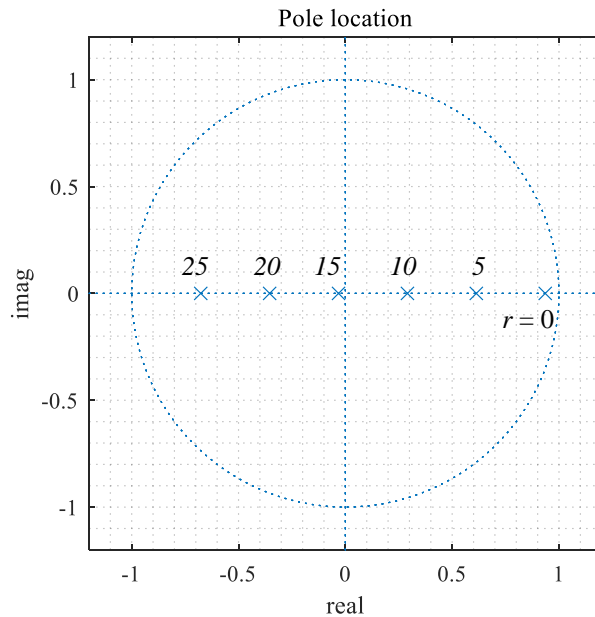


그림 4-18. 능동 저항 비율에 따른 모델 극점  $\gamma$  변화

능동 저항이 추정 저항의 0배에서 25배까지 변화함에 따라 극점이 좌측으로 이동함을 알 수 있다. 또한 능동 저항이 25 이상으로 커지면 단위 원 밖으로 극점이 이동하여 모델이 불안정해짐을 알 수 있다. 따라서 적절한 크기의 능동 저항을 사용해야 한다.

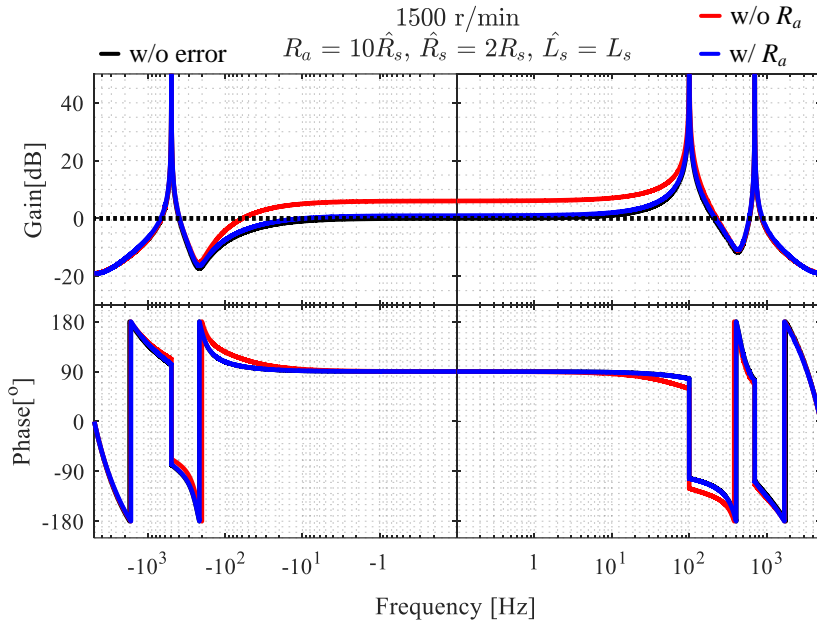
#### 4.2.3.2 행렬 연산을 이용한 고조파 전류 제어기 이득 계산

식 (4.65)의 능동 저항을 포함한 플랜트의 전달함수를 식 (4.41)의  $\mathbf{G}_z$ 와 비교할 때 능동 저항은 모델의 극점을  $\rho$ 에서  $\gamma$  로 정의된 극점으로 수정하는 효과를 가짐을 알 수 있다.

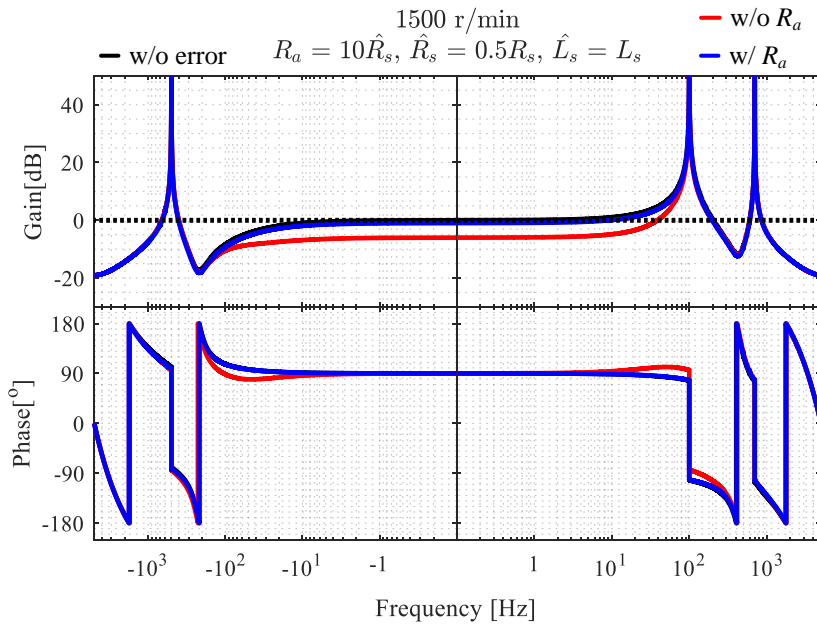
따라서 식 (4.60)에서 극점  $\rho$ 만 바꾸어 표현하면 능동 저항을 포함한 모델의 제어기 이득을 다음과 같이 계산할 수 있다. 이때 아래 식의  $z_1, z_2, z_3$ 는 식 (4.57)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_p \\ \mathbf{k}_i \\ \mathbf{k}_{i7} \\ \mathbf{k}_{i5} \end{bmatrix} = \frac{R_s e^{-j1.5\omega_r T_s}}{(1-\rho)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-j1.5 \cdot 6\omega_r T_s}}{T_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e^{j1.5 \cdot 6\omega_r T_s}}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{1-e^{j\omega_r T_s} \gamma^{-1}} & \frac{1}{1-e^{j7\omega_r T_s} \gamma^{-1}} & \frac{1}{1-e^{-j5\omega_r T_s} \gamma^{-1}} \\ 1 & \frac{1}{1-e^{j\omega_r T_s} z_1^{-1}} & \frac{1}{1-e^{j7\omega_r T_s} z_1^{-1}} & \frac{1}{1-e^{-j5\omega_r T_s} z_1^{-1}} \\ 1 & \frac{1}{1-e^{j\omega_r T_s} z_2^{-1}} & \frac{1}{1-e^{j7\omega_r T_s} z_2^{-1}} & \frac{1}{1-e^{-j5\omega_r T_s} z_2^{-1}} \\ 1 & \frac{1}{1-e^{j\omega_r T_s} z_3^{-1}} & \frac{1}{1-e^{j7\omega_r T_s} z_3^{-1}} & \frac{1}{1-e^{-j5\omega_r T_s} z_3^{-1}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ z_1(z_1 - \gamma)j \\ z_2(z_2 - \gamma)j \\ -z_3(z_2 - \gamma)j \end{bmatrix}. \quad (4.67)$$

아래 그림은 제어 이득 계산에 사용되는 저항값과 실제 저항값에 차이가 있을 때의 개루프 전달함수의 주파수 응답을 보여준다. 이때 능동 저항값  $R_a$ 는 추정 저항값  $\hat{R}_s$ 의 10배로 설정되었다.



(가) 추정 저항 값이 실제 저항의 2배 일 때



(나) 추정 저항 값이 실제 저항의 0.5배 일 때

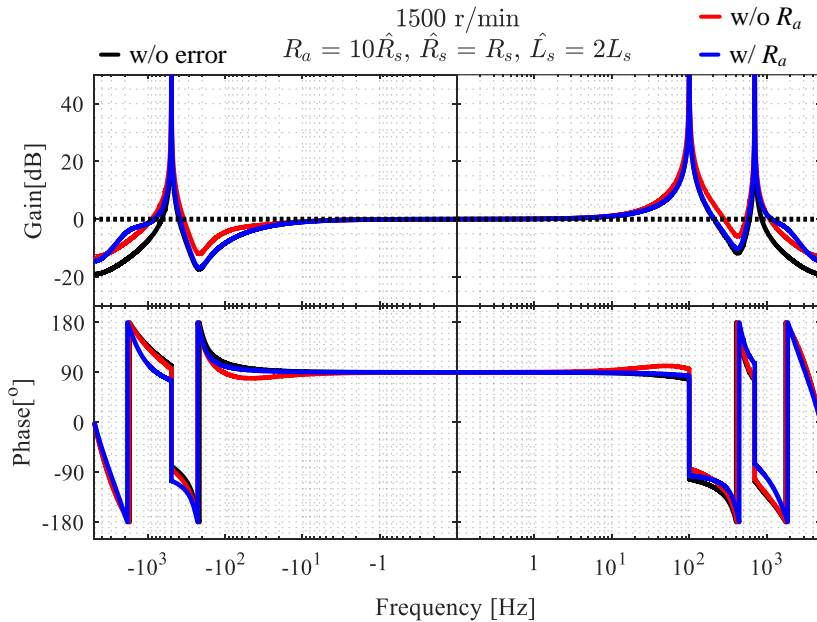
그림 4-19. 저항 오차 시 능동 저항 유무에 따른 주파수 응답

위 그림에서 검은색 그래프는 제정수 오차가 없을 때의 개루프 주파수 응답을 보여준다. 빨간색 그래프는 제정수 오차가 있고 능동 저항이 적용 안 된 경우, 파란색 그래프는 제정수 오차가 있고 능동 저항이 적용 된 경우의 주파수 응답이다.

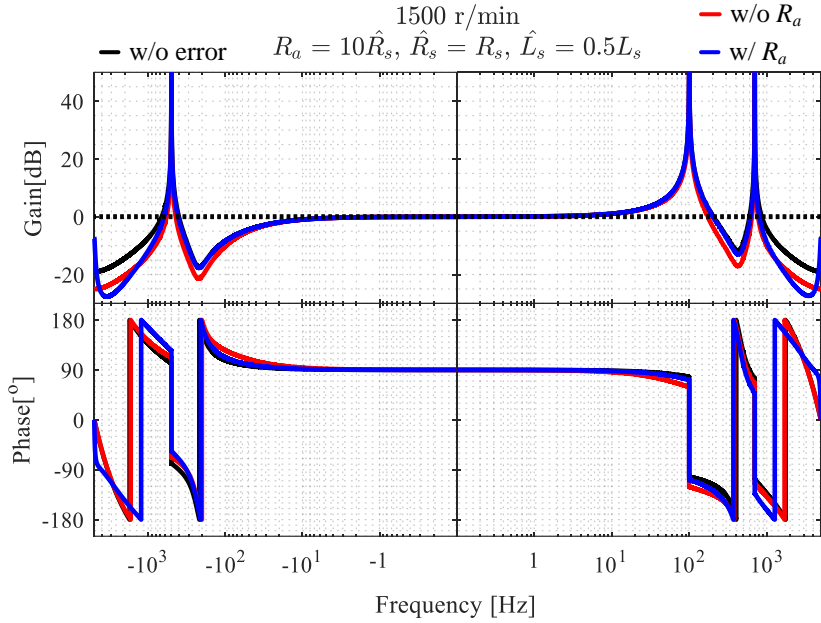
그림에서 저항을 2배 크게 추정했을 때와 작게 추정한 경우, 능동 저항을 적용하지 않으면 검은색 그래프인 원하는 응답과 떨어짐을 알 수 있다. 반면 능동 저항을 적용한 경우, 검은색 그래프인 원하는 응답과 유사한 응답을 보인다.

따라서 제안하는 이득 설정 방법이 능동 저항을 적용한 경우에도 유효함을 확인할 수 있다. 또한 능동 저항을 적용함으로써 저항 오차에 강인한 제어기를 설계할 수 있음을 보여준다.

아래 그림은 제어 이득 계산에 사용되는 인덕턴스값과 실제 인덕턴스값에 차이가 있을 때의 개루프 전달함수의 주파수 응답을 보여준다.



(가) 추정 인덕턴스 값이 실제 인덕턴스의 2배 일 때

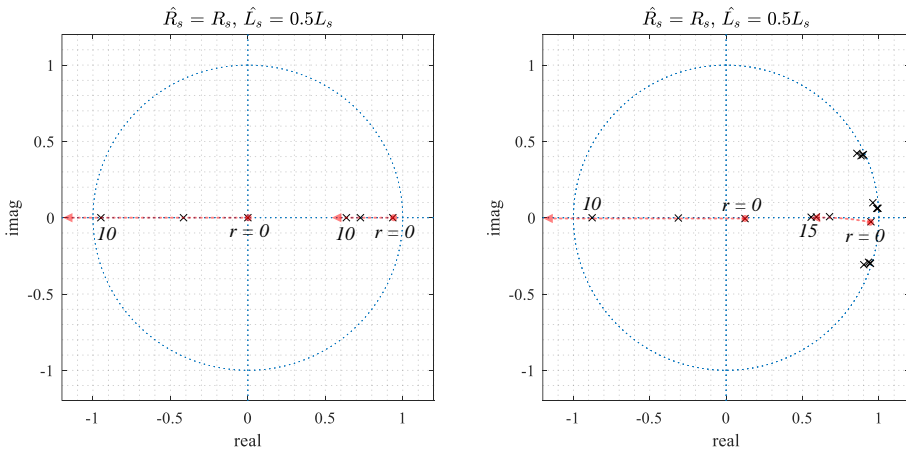


(나) 추정 인덕턴스 값이 실제 인덕턴스의 0.5배 일 때

그림 4-20. 인덕턴스 오차 시 능동 저항 유무에 따른 주파수 응답

위 그림에서 저항 오차의 경우와 마찬가지로 능동 저항을 적용한 경우 인덕턴스 오차에도 불구하고 오차 없는 경우와 유사한 응답을 보임을 알 수 있다. 다만 인덕턴스 값이 2배로 추정됐을 때 높은 주파수 영역에서 능동 저항을 적용한 경우의 이득 여유가 부족함을 관찰할 수 있다. 이 현상은 플랜트의 극점이 체정수 오차에 따라 변화하기 때문이다.

아래 그림은 인덕턴스 오차가 있을 때 능동 저항 비율에 따른 모델과 페루프 전달함수 극점의 이동을 보여준다.





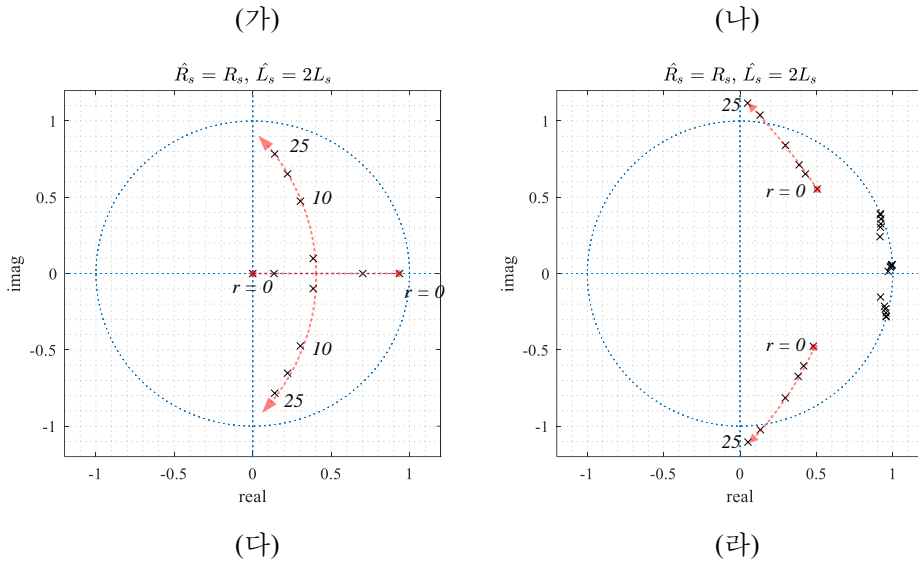


그림 4-21. 인덕턴스 오차 조건에서 능동 저항 비율에 따른 모델과 폐루프 전달함수 극점 변화

그림 4-21 (가)와 (나)는 각각 추정 인덕턴스가 실제 인덕턴스의 절반일 때의 모델과 폐루프 전달함수의 극점을 보여준다. 그림에서 능동 저항이 커짐에 따라 플랜트의 극점이 단위원에 가까워지고 10 이상의 능동 저항을 사용하면 시스템이 불안정해짐을 예상할 수 있다.

그림 4-21 (다)와 (라)는 각각 추정 인덕턴스가 실제 인덕턴스의 두 배일 때의 모델과 폐루프 전달함수의 극점을 보여준다

실제보다 큰 인덕턴스를 사용하는 경우에도 능동 저항이 커짐에 따라 시스템이 진동적인 응답을 보이다가 불안정해짐을 예상할 수 있다.

따라서 인덕턴스의 오차가 더 커지거나 능동 저항의 값이 더 커지는 경우 제안하는 제어가 발산할 가능성이 있기에 능동 저항의 값을 적정 수준으로 설정할 필요가 있다.

#### 4.2.4 모의 실험을 통한 제안하는 제어기 이득 검증

본 절에서는 제안하는 제어기 이득을 이산 시간 제어 모의 실험을 통해 검증한다.

아래 그림은 돌극성이 없는 전동기의 모의 실험 블록도를 보여준다. Controller는 전류 제어기를 의미하며 내부는 회전변환과 그림 4-13의 고조파 전류 제어기로 구성된다. SMPMSM은 돌극성이 없는 전동기 모델을 의미한다. 영구자속에 의한 자속은 생략하였으며 시뮬레이션 조건은 표 4-1와 같다. 또한 파라미터 오차는 없다고 가정하였으며, 능동 저항 또한 생략하였다.

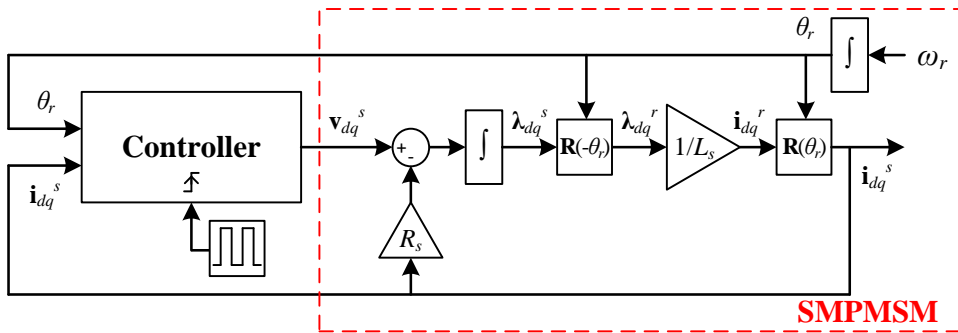


그림 4-22. 돌극성이 없는 전동기 모의 실험 블록도

아래 그림은 기본과 전류에 대한 계단 응답을 보여준다.  $d$ 축,  $q$ 축 전류지령이 0.1초에 각각 0A에서 -1, 1A로 계단적으로 변화한다.

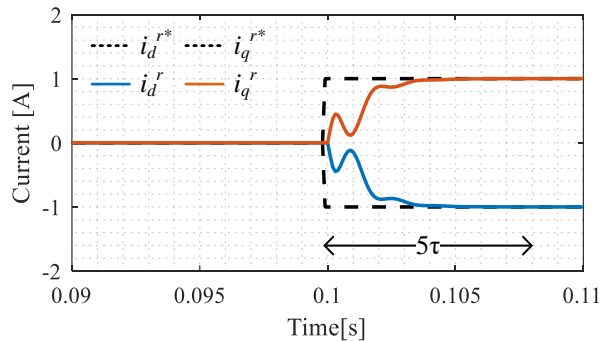


그림 4-23. 기본과 전류 제어 계단 응답

설계한 기본파 전류 제어 대역폭은 100 Hz로 99% 수렴시간,  $5\tau$ 는 8 ms이다. 위 그림에서 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려한 경우  $d$ 축  $q$ 축 전류의 수렴 시간이 설계치와 유사함을 확인할 수 있다.

아래 그림 4-24, 그림 4-25은 계단 형태의 고조파 전류 지령에 따른 전류 응답을 보여준다. 그림 4-24은  $\omega_r$ 의 속도로 회전하는 동기 좌표계에서의 정상분 6고조파, 즉 정지좌표계에서  $7\omega_r$ 의 속도로 회전하는 7고조파 전류 지령에 대한 계단 응답을 보여주며 그림 4-24은 역상분 6고조파, 즉 정지좌표계에서  $-5\omega_r$ 의 속도로 회전하는 5고조파 전류 지령에 대한 계단 응답을 보여준다.

각 그림에서 위쪽 파형은 전류 지령과 응답을 동기 좌표계에서 관측하였을때, 아래 쪽 파형은 전류 지령과 응답을 고조파 좌표계에서 관측한 결과를 보여준다. 이때 그림 4-23와 마찬가지로 고조파 좌표계에서의  $d$ 축,  $q$ 축 전류지령이 0.1초에 각각 0A에서 -1, 1A로 계단적으로 변화한다.

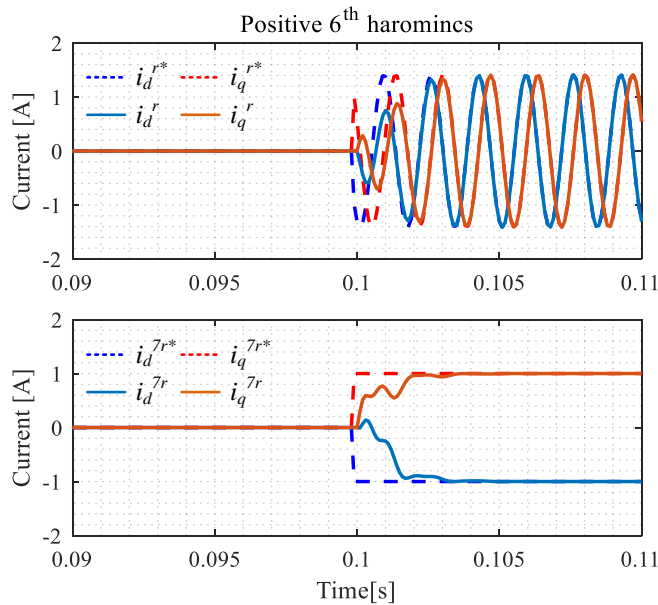


그림 4-24. 7고조파 전류 제어 계단 응답

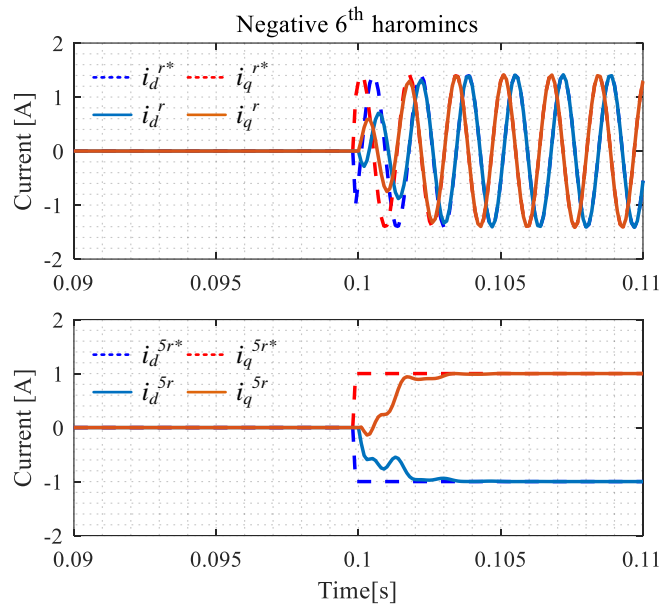


그림 4-25. -5고조파 전류 제어 계단 응답

위 모의 실험 결과로부터 제안하는 이득을 사용하는 경우에 기본파, 정상분 6고조파, 역상분 6고조파가 모두 원하는 제어 대역폭으로 안정하게 제어됨을 확인할 수 있다.

### 4.3 돌극성이 있는 경우의 제어기 이득

본 절에서는 인덕턴스에 돌극성(saliency)이 존재하는 전동기에 적용 가능한 고조파 전류 제어기 이득을 연속 시간 영역과 이산 시간 영역에서 설계한다. 각 시간 영역에서의 전동기 모델과 제어기 모델을 구하고, 전 속도 영역에서 원하는 제어 특성을 가지도록 하는 제어기의 이득을 행렬 연산을 통해 구한다. 각 시간 영역에서 설계한 이득은 개루프 전달 함수의 주파수 응답의 보드 선도(Bode plot)를 이용하여 검증한다.

#### 4.3.1 연속 시간 영역 설계

##### 4.3.1.1 플랜트 모델

4.2절에서 다룬 돌극성이 없는 모델과 달리 돌극성이 있는 경우 전동기 모델을 정지 좌표계에서 표현하는 경우 인덕턴스 행렬이 전동기 회전자 위치에 따라 변화하는 문제가 있다. 따라서 이 경우 동기 좌표계에서 전동기를 모델링하는 것이 수식 전개 상 유리하다.

전동기의 전압 방정식을 동기 좌표계 상에서 다음 수식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v_d^r \\ v_q^r \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} + \omega_r \mathbf{JL} \begin{bmatrix} i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{PM} \end{bmatrix}. \quad (4.68)$$

위 전압 방정식에서 행렬  $\mathbf{R}$ 과  $\mathbf{L}$ 은 각각 저항과 인덕턴스 행렬을 의미하며 다음과 같다.

$$\mathbf{R} \triangleq \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \\ \mathbf{L} \triangleq \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 \\ 0 & L_{qs} \end{bmatrix}. \quad (4.69)$$

이때 전동기에 상호 교차 인덕턴스가 존재하는 경우 위 식의  $\mathbf{L}$ 의 반 대각 성분에 상호 교차 인덕턴스를 추가하여 이득 계산에 해당

인덕턴스를 고려할 수 있다.

위 전압 방정식에서 전압과 전류 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{dq}^r &\triangleq \begin{bmatrix} v_d^r \\ v_q^r \end{bmatrix} \\ \mathbf{i}_{dq}^r &\triangleq \begin{bmatrix} i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.70)$$

전압 행렬과 전류를 이용하여 식 (4.68)을 입력이 전압행렬이고 출력이 전류 행렬인 다중 입/출력(Multi Input and Multi Output, MIMO)시스템으로 표현 할 수 있다.

$$\mathbf{i}_{dq}^r = (\mathbf{R} + (s\mathbf{I} + \omega_r \mathbf{J})\mathbf{L})^{-1} \mathbf{v}_{dq}^r \quad (4.71)$$

위 식에서 전동기 임피던스  $\mathbf{Z}$ 와 전동기 전달 함수  $\mathbf{G}$ 를 아래 식과 같이 정의한다..

$$\mathbf{Z}(s) = (\mathbf{R} + (s\mathbf{I} + \omega_r \mathbf{J})\mathbf{L}) \quad (4.72)$$

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{Z}(s)^{-1} = (\mathbf{R} + (s\mathbf{I} + \omega_r \mathbf{J})\mathbf{L})^{-1} \quad (4.73)$$

#### 4.3.1.2 제어기 모델

$\omega_r$  속도로 회전하는 회전자 기준 좌표계 상에서 행렬로 나타낸 변수  $\mathbf{x}^r$ 의 적분을  $\mathbf{y}^r$  이라고 하자. 이때 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\begin{bmatrix} x_{ds}^r \\ x_{qs}^r \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{ds}^r \\ y_{qs}^r \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

회전 속도  $\omega_r$ 의 적분을 회전 각  $\theta_r$ 라 하자.  $\omega_r$ 이 시간에 대해 변하지 않는다고 가정하면 식 (2.34)의 회전 변환 행렬  $\mathbf{R}(\theta_r)$ 을 이용하여 식 (4.74)를 정지 좌표계에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_{ds}^r \\ x_{qs}^r \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{ds}^r \\ y_{qs}^r \end{bmatrix} \\
 &= \frac{d}{dt} \left( \mathbf{R}(-\theta_r) \begin{bmatrix} y_{ds}^s \\ y_{qs}^s \end{bmatrix} \right) \\
 &= \mathbf{R}(-\theta_r) \left( -\omega_r \mathbf{J} \begin{bmatrix} y_{ds}^s \\ y_{qs}^s \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{ds}^s \\ y_{qs}^s \end{bmatrix} \right)
 \end{aligned} \tag{4.75}$$

위 식을 라플라스 변환을 이용하여 s-domain상에서 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{x}^s = (s\mathbf{I} - \omega_r \mathbf{J}) \mathbf{y}^s \tag{4.76}$$

마찬가지 방법으로  $n\omega_r$  속도로 회전하는 n차 고조파(n<sup>th</sup> harmonic) 기준 좌표계 상에서의 변수  $\mathbf{x}^{nr}$ 의 적분  $\mathbf{y}^{nr}$ 은 정지 좌표계 상에서 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{x}^s = (s\mathbf{I} - n\omega_r \mathbf{J}) \mathbf{y}^s \tag{4.77}$$

한편, 그림 4-1의 DQ평면 전류 제어기를 회전자 기준 동기 좌표계에서 표현하면 아래 그림과 같다.

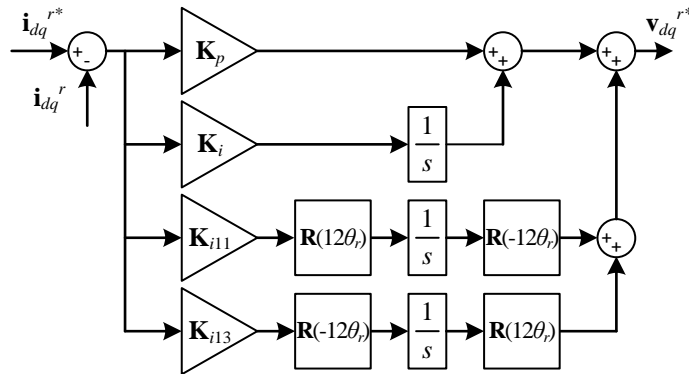


그림 4-26. 기본파와 -11, 13 고조파 전류 제어기 연속 시간 모델

위 그림에서  $1/s$  은 적분기의 s-domain상에서의 표현이다.  $i_{dq}^{r*}$  는 회전자 동기 좌표계 전류 지령,  $i_{dq}^r$  는 회전자 동기 좌표계 전류이며 제어기 출력은  $v_{dq}^{r*}$  로 표현되어 있다. 이때 전류 지령과 전압 지령은 다음과 같이 정의된 행렬이다.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{dq}^{r*} &\triangleq \begin{bmatrix} v_d^{r*} \\ v_q^{r*} \end{bmatrix} \\ \mathbf{i}_{dq}^{r*} &\triangleq \begin{bmatrix} i_d^{r*} \\ i_q^{r*} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.78)$$

$\mathbf{K}_p$ 와  $\mathbf{K}_i$ 는 회전자 동기 좌표계에서의 비례 이득과 적분 이득이다.  $\mathbf{K}_{i11}$ 은 회전자 기준 좌표계에서 -12고조파에 적용되는 적분 이득이다. 이때 회전자 기준 좌표계의 -12고조파는 정지좌표계의 -11고조파와 같다. 마찬가지로  $\mathbf{K}_{i13}$ 은 회전자 기준 좌표계에서 12고조파에 적용되는 적분 이득이며 회전자 기준 좌표계의 12고조파는 정지좌표계의 13고조파이다. 이때 고조파 제어기 적분 이득의 위치가 회전 변환 앞에 있음에 유의해야 한다.

식 (4.77)을 이용하여 고조파 동기 좌표계에서의 적분을 회전자 동기 좌표계로 변환하면 그림 4-26의 전류 제어기 모델을 다음과 같은 개루프 전달함수로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{v}_{dq}^{r*} = \underbrace{\left( \mathbf{K}_p + (s\mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}_i + (s\mathbf{I} - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \mathbf{K}_{i13} + (s\mathbf{I} + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \mathbf{K}_{i11} \right)}_{\mathbf{C}(s)} (\mathbf{i}_{dq}^{r*} - \mathbf{i}_{dq}^r) \quad (4.79)$$

#### 4.3.1.3 행렬 계산을 이용한 전류 제어기 이득 계산

4.2.1절에서 돌극성이 없는 SISO 시스템 이득 설계 방법에 대해 설명하였다. 본 절에서는 이를 MIMO 시스템으로 확장하여 설명한다.

식 (4.71)의 전동기 전달함수  $\mathbf{G}(s)$ 와 식 (4.79)의 제어기 전달함수  $\mathbf{C}(s)$ 의 곱을 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 라고 하자.

$$\mathbf{H}(s) \triangleq \mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s). \quad (4.80)$$

이때 식 (4.71)의 전동기 전달함수  $\mathbf{G}(s)$ 를 고려했을 때 극-영점 상쇄를 위해 제어기  $\mathbf{C}(s)$ 는 다음 식을 만족한다.

$$\mathbf{C}(s) \Big|_{s=-\omega_r \mathbf{J} - \mathbf{R}\mathbf{L}^{-1}} = \mathbf{0}. \quad (4.81)$$

이를 정리하면 다음 식과 같다.



$$\mathbf{K}_p + (-\mathbf{RL}^{-1} - \omega_r \mathbf{J})^{-1} \mathbf{K}_i + (-\mathbf{RL}^{-1} - 13\omega_r \mathbf{J})^{-1} \mathbf{K}_{i13} + (\mathbf{RL}^{-1} + 11\omega_r \mathbf{J})^{-1} \mathbf{K}_{i11} = \mathbf{0} \quad (4.82)$$

한편, 교차 결합 성분이 없는 이상적인 기본과 전류 제어기의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}_1(s)$ 는 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\mathbf{H}_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{\omega_{cc}}{s} & 0 \\ 0 & \frac{\omega_{cc}}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.83)$$

이때  $\omega_{cc}$  는 기본과 전류 제어기의 대역폭을 나타낸다.

4.2.1.4절에서 설명한 개념을 확장하여 적용할 때 설계하고자 하는 개루프 전달함수의 주파수 응답은 동기좌표계의 0 주파수 부근에서  $\mathbf{H}_1(s)$ 의 주파수 응답과 같다. 이때 다음 수식이 성립한다.

$$\mathbf{H}(s) \Big|_{s=-j\omega_{cc}} = \mathbf{H}_1(s) \Big|_{s=-j\omega_{cc}} = j\mathbf{I}. \quad (4.84)$$

마찬가지로 고조파 전류 제어에 있어서도 다음 식이 성립한다.

$$\mathbf{H}(s) \Big|_{s=j(12\omega_r - \omega_{cc13})} = j\mathbf{I}. \quad (4.85)$$

$$\mathbf{H}(s) \Big|_{s=j(-12\omega_r + \omega_{cc11})} = -j\mathbf{I}. \quad (4.86)$$

이때  $\omega_{cc13}$  과  $\omega_{cc11}$  은 각각 13 고조파와 -11 고조파 전류 제어기의 대역폭을 나타낸다.

4개의 이득 행렬을 설정하기 위한 4개의 행렬 방정식을 식 (4.82), (4.84), (4.85), (4.86)과 같이 설정하였다.

해당 방정식들을 연립하여 다음과 같이 행렬로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}(s_1) \\ \mathbf{H}(s_2) \\ \mathbf{H}(s_3) \\ \mathbf{H}(s_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{I} \\ j\mathbf{I} \\ -j\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (4.87)$$

위 식에서  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_4$ 은 아래와 같이 정의된 행렬이다.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1 &= -\omega_r \mathbf{J} - \mathbf{RL}^{-1} \\ \mathbf{s}_2 &= -\omega_{cc} j\mathbf{I} \\ \mathbf{s}_3 &= (12\omega_r - \omega_{cc13}) j\mathbf{I} \\ \mathbf{s}_4 &= (-12\omega_r + \omega_{cc11}) j\mathbf{I} \end{aligned} \quad (4.88)$$

이때 임의의 전달함수에 대해 표현  $\mathbf{X}(\mathbf{s})$ 는 전달 함수  $\mathbf{X}(s)$ 에서  $s\mathbf{I}$ 부분에 행렬  $\mathbf{s}$ 를 대입함을 의미한다.

식 (4.87)의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}$ 를 제어기  $\mathbf{C}$ 와 플랜트  $\mathbf{G}$ 로 나누어 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}(\mathbf{s}_2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}(\mathbf{s}_3) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}(\mathbf{s}_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{s}_1) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_2) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_3) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{I} \\ j\mathbf{I} \\ -j\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (4.89)$$

위 식을 전동기 임피던스를 이용해 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{s}_1) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_2) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_3) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}(\mathbf{s}_2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}(\mathbf{s}_3) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}(\mathbf{s}_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{I} \\ j\mathbf{I} \\ -j\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (4.90)$$

위 식에서 좌변의 제어기 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}(\mathbf{s}_1) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_2) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_3) \\ \mathbf{C}(\mathbf{s}_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{s}_1^{-1} & (\mathbf{s}_1 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_1 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{s}_2^{-1} & (\mathbf{s}_2 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_2 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{s}_3^{-1} & (\mathbf{s}_3 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_3 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{s}_4^{-1} & (\mathbf{s}_4 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_4 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p \\ \mathbf{K}_i \\ \mathbf{K}_{i13} \\ \mathbf{K}_{i11} \end{bmatrix}. \quad (4.91)$$

식 (4.90)과 (4.91)을 이용하면 원하는 이득 행렬은 아래 행렬 연산을 통해 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_p \\ \mathbf{K}_i \\ \mathbf{K}_{i13} \\ \mathbf{K}_{i11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{s}_1^{-1} & (\mathbf{s}_1 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_1 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{s}_2^{-1} & (\mathbf{s}_2 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_2 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{s}_3^{-1} & (\mathbf{s}_3 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_3 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{s}_4^{-1} & (\mathbf{s}_4 - 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} & (\mathbf{s}_4 + 12\omega_r \mathbf{J})^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{Z}(\mathbf{s}_2) \\ j\mathbf{Z}(\mathbf{s}_3) \\ -j\mathbf{Z}(\mathbf{s}_4) \end{bmatrix}. \quad (4.92)$$

#### 4.3.1.4 제안하는 제어기 이득의 검증

먼저 제안하는 이득 설정 방법을 통해 구한 이득과 일반적으로 알려진 기본과 전류 제어를 위한 이득을 비교하여 제안하는 이득 설정 방법을 검증한다.

고조파 전류 제어기가 없고 기본과 전류만 제어하는 경우 식 (4.92)는

다음과 같이 간략히 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_p \\ \mathbf{K}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & s_1^{-1} \\ \mathbf{I} & s_2^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{Z}(s_2) \end{bmatrix}. \quad (4.93)$$

식 (4.93)을 정리하면 아래식과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p \\ \mathbf{K}_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{L}(\mathbf{R} + \omega_r \mathbf{J}\mathbf{L})^{-1} \\ \mathbf{I} & \frac{j}{\omega_{cc}} \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ (\mathbf{R} + \omega_r \mathbf{J}\mathbf{L}) - \omega_{cc} j\mathbf{L} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \omega_{cc} \mathbf{L} \\ \omega_{cc} (\mathbf{R} + \omega_r \mathbf{J}\mathbf{L}) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.94)$$

위 식의 결과는 일반적으로 알려진 전류 제어기의 이득과 같다. 이를 통해 제안하는 행렬 연산을 이용한 이득 계산 방법이 기본과 전류 제어에 대해 적용 가능함을 알 수 있다.

아래 표의 파라미터를 가지는 전동기 및 제어기에 대한 대해 돌극성을 고려한 이득을 계산한다.

표 4-2 돌극성이 있는 전동기 및 제어기 파라미터

변수	설명	값
$R_s$	저항	80 mΩ
$L_d$	$d$ 축 인덕턴스	430 μH
$L_q$	$q$ 축 인덕턴스	1490 μH
$\omega_{cc}$	정지좌표계 1고조파(기본파) 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc13}$	정지좌표계 13고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc11}$	정지좌표계 -11고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_r$	회전자 전기 각속도	100 Hz
$T_s$	이산 시간 제어 주기	100 μs

그림 4-27은 개루프 전달함수  $\mathbf{H}(s)$ 의 회전자 기준 동기 좌표계에서의 주파수 응답을 나타낸다. 그림 4-27의 (가)는  $d$ 축 전류 오차에 대한  $d$ 축 전류 응답, (나)는  $q$ 축 전류 오차에 대한  $d$ 축 전류 응답, (다)는  $d$ 축 전류 오차에 대한  $q$ 축 전류 응답, (라)는  $q$ 축 전류 오차에 대한  $q$ 축 전류 응답을 나타낸다. 이후부터 각 응답을  $d \rightarrow d$ ,  $q \rightarrow d$ ,  $d \rightarrow q$ ,  $q \rightarrow q$  기호를

이용하여 간단히 표현한다.

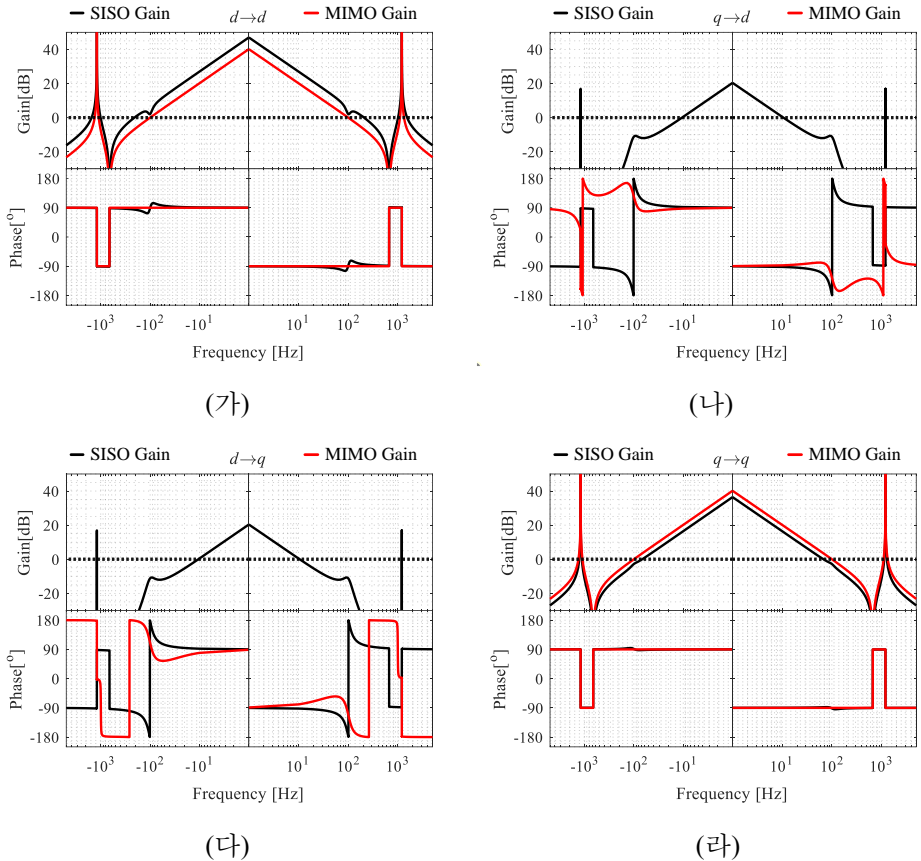


그림 4-27. 돌극성을 고려한 제안하는 이득의 주파수 응답

그림의 빨간색 그래프는 돌극성을 고려한 식 (4.92)의 이득을 적용한 경우의 개루프 응답을 보여준다. 검은색 그래프는 돌극성을 고려하지 않고 식 (4.38)의 이득 설정 방법을 이용한 경우의 주파수 응답을 나타낸다. 이때 인덕턴스는  $d$ 축과  $q$ 축 인덕턴스의 평균값을 사용하였다.

그림 4-27의 (가)의  $d \rightarrow d$  응답에서 돌극성을 고려하지 않은 경우 영-극점 상쇄가 되지 않아 약 100 Hz 근방에서 비 이상적인 응답을 보임을 알 수 있다. 또한 해당 응답에서 설정한 전류 대역폭 보다 더 큰 전류 대역폭을 가진다. 이는  $d$ 축 인덕턴스가 평균 인덕턴스보다 작기 때문이다. 반면 돌극성을 고려한 빨간색 그래프는 설정한 대역폭을 만족하며 영-극점 상쇄도 잘 이루어졌음을 확인할 수 있다. 그림 4-27의 (라)의  $q \rightarrow q$  응답에서 돌극성을 고려하지 않은 경우 설정한 전류 대역폭

보다 더 큰 작은 대역폭을 가지며. 이는  $q$ 축 인덕턴스가 평균 인덕턴스보다 크기 때문이다. 반면 돌극성을 고려한 경우는 설정한 대역폭을 만족한다.

그림 4-27(나)와 (다)의 상호 결합 성분인  $q \rightarrow d$  응답과  $d \rightarrow q$  응답을 살펴보면 돌극성을 고려하지 않은 경우 주파수 응답의 크기가 0 dB 이상인 지점이 존재함을 알 수 있다. 이는 해당 대역폭에서  $d$ 축과  $q$ 축 전류가 상호 간섭함을 의미한다. 반면 돌극성을 고려하여 이득을 설정하면 모든 주파수 영역에서 개루프 이득의 크기가 -40 dB 이하로 비간섭 제어가 잘 이루어짐을 알 수 있다.

### 4.3.2 이산 시간 영역 설계

4.2.2절에서 설명한 바와 같이 연속 시간 영역에서 구한 이득을 이산 시간 제어에서 사용시 제어의 불안정성이 야기될 수 있다. 따라서 본 절에서는 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려한 전동기 플랜트를 모델링하고 이에 맞는 제어기 이득 계산 방법에 대해 설명한다.

#### 4.3.2.1 플랜트 모델

식 (4.68)의 전동기 전압 방정식을 동기좌표계 자속  $\lambda_{dq}^r$  에 대해 표현하면 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{d}{dt} \lambda_{dq}^r = \mathbf{v}_{dq}^r - \mathbf{R} \mathbf{i}_{dq}^r - \omega_r \mathbf{J} \lambda_{dq}^r \quad (4.95)$$

위 식에서 전류를 자속과 인덕턴스에 대해 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \lambda_{dq}^r = \mathbf{v}_{dq}^r + (-\mathbf{R} \mathbf{L}^{-1} - \omega_r \mathbf{J}) \lambda_{dq}^r \quad (4.96)$$

PWM에 의해 한 스위칭 주기동안 유지되는 전압은 동기 좌표계 전압이다. 따라서 식 (4.96)을 정지 좌표계 전압  $\mathbf{v}_{dq}^s$  에 대해 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{d\lambda_{dq}^r(t)}{dt} = \mathbf{A} \lambda_{dq}^r(t) + e^{-\theta_r(t) \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s(t) \quad (4.97)$$

위 식에서  $e^{\theta_r \mathbf{J}}$ 와  $\mathbf{A}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e^{\theta_r \mathbf{J}} &= \cos \theta_r \mathbf{I} + \sin \theta_r \mathbf{J} \\ &= \mathbf{R}(\theta_r) \end{aligned} \quad (4.98)$$

$$\mathbf{A} = -\mathbf{R} \mathbf{L}^{-1} - \omega_r \mathbf{J} \quad (4.99)$$

식 (4.97)을 z-domain상에서 동기좌표계 전류와 전압에 관한 전달함수로 표현하면 아래 식과 같다. 자세한 설명은 부록 B에 수록하였다.

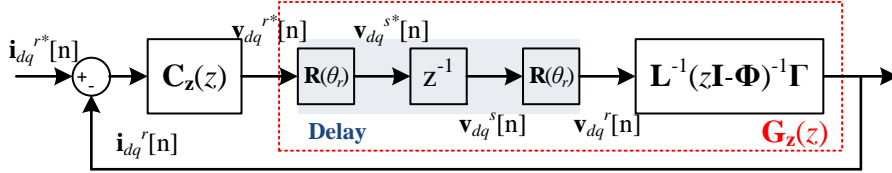
$$\mathbf{i}_{dq}^r = \mathbf{L}^{-1} (\mathbf{z} \mathbf{I} - \mathbf{\Phi})^{-1} \mathbf{\Gamma} \mathbf{v}_{dq}^r \quad (4.100)$$

위 식에서  $\mathbf{\Phi}$ 와  $\mathbf{\Gamma}$ 는 다음과 같이 정의된다.

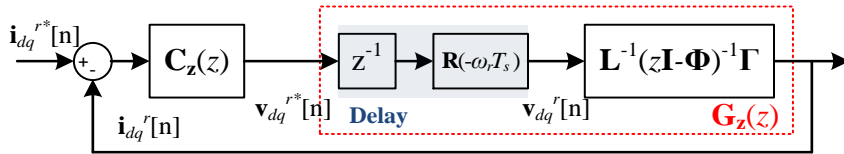
$$\Phi = e^{AT_s} \quad (4.101)$$

$$\Gamma = e^{AT_s} \int_0^{T_s} e^{-A\tau} e^{-\omega_s J \tau} d\tau \quad (4.102)$$

이를 이산 시간 영역에서의 제어 블록도로 나타내면 다음과 같다.



(가)



(나)

그림 4-28. 이산 시간 전동기 제어 블록도

위 그림에서 전압과 전류는 앞선 절의 그림 4-11와 달리 동기 좌표계 변수로 표현되어있다. 이때  $G_z$  는 이산 시간 제어 시지연까지 포함한 전동기의 전달 함수를 나타낸다.

그림 4-28 (가)의 파란색으로 음영 처리된 부분은 전동기의 이산 시간 제어 시지연을 나타낸다. PWM 컨버터의 특성상  $z^{-1}$ 로 표현된 이산 시간 지연이 정지 좌표계에서 작용함에 유의해야한다.

한편, 전류 제어기  $C_z(z)$ 의 출력인 동기 좌표계 전압 지령과 정지 좌표계 전압 지령 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\mathbf{v}_{dq}^s[n] = e^{\theta_s[n] \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^r[n] \quad (4.103)$$

$n$ 번째 샘플링 시점에서 전동기에 인가되는 정지 좌표계 전압  $\mathbf{v}_{dq}^s[n]$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_{dq}^s[n] = \mathbf{v}_{dq}^s[n-1] = z^{-1} \mathbf{v}_{dq}^s[n] \quad (4.104)$$

따라서  $n$ 번째 샘플링 시점에서 전동기에 인가되는 동기 좌표계 전압  $\mathbf{v}_{dq}^r[n]$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_{dq}^r[n] &= e^{-\theta_r[n]\mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s[n] \\
&= e^{-\theta_r[n]\mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s[n-1] \\
&= e^{-\theta_r[n]\mathbf{J}} e^{-\theta_r[n-1]\mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^{r*}[n-1] \\
&= e^{-\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^{r*}[n-1] \\
&= e^{-\omega_r T_s \mathbf{J}} z^{-1} \mathbf{v}_{dq}^{r*}[n]
\end{aligned} \tag{4.105}$$

식 (4.105)을 이용하여 그림 4-28 (가)를 그림 4-28 (나)의 형태로 간략화할 수 있다. 또한 이를 통해 이산 시간 영역에서 모델  $\mathbf{G}_z$ 는 다음 식과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathbf{G}_z(z) = \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{z}\mathbf{I} - \mathbf{\Phi})^{-1} \mathbf{\Gamma} e^{-\omega_r T_s \mathbf{J}} z^{-1} \tag{4.106}$$

한편 위 식에서  $\mathbf{\Phi}$ 와  $\mathbf{\Gamma}$ 는 무한 등비 급수의 형태로 그 계산이 일반적으로 쉽지 않기에 많은 연구에서 해당 값을  $T_s$ 에 대해 2차 근사하여 사용한다[60]. 본 연구에서는 컴퓨터를 이용하여 정확한 값을 계산하여 전동기의 전달 함수를 구한다.

#### 4.3.2.2 제어기 모델

아래 그림은 이산 시간 제어기 모델을 보여준다.

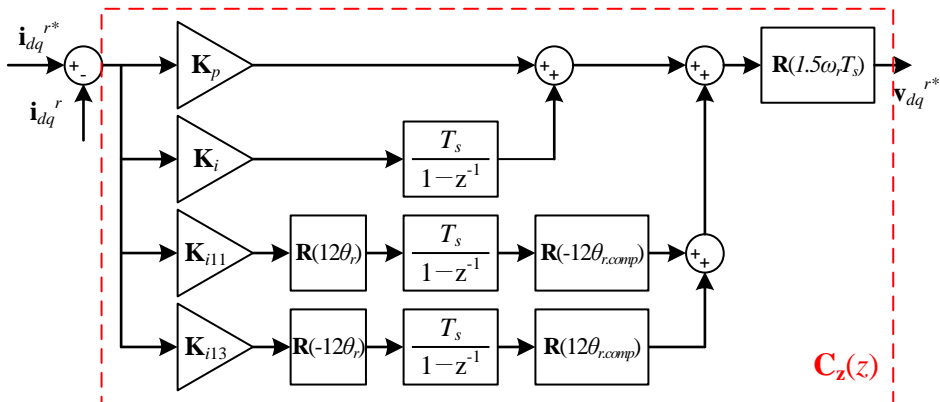


그림 4-29. 기본파와 -11, 13 고조파 전류 제어기 이산 시간 모델

위 그림의 이산 시간 모델은 그림 4-26의 연속 시간 제어기의 각 동기 좌표계에서의 적분을 후향 오일러 적분기로 치환한 형태이다. 한 샘플 시지연과 PWM에 의한 시지연은 4.2.2.2에서 설명한 바와 같이 식 (4.42)



의  $\theta_{r,comp}$  을 이용하여 보상한다. 한편 세가지 동기 좌표계 제어기의 출력의 합은 다시  $1.5T_s\omega_r$  만큼 회전시켜 각 주파수에서 이산 시간 지연 및 PWM의 한 주기 평균 효과로 인한 위상 지연을 보상한다.

$\omega_r$  의 속도로 회전하는 회전자 동기 좌표계 상의 적분기 입력 행렬을  $\mathbf{x}^r$  출력 행렬을  $\mathbf{y}^r$  로 표현할 때 후향 오일러 적분은 다음과 같다.

$$\mathbf{y}^r [n] = \mathbf{y}^r [n-1] + T_s \mathbf{x}^r [n] \quad (4.107)$$

위 식을 회전 변환 행렬을 이용하여 정지 좌표계 변수로 표현하면 다음과 같다.

$$e^{-\theta_r[n]\mathbf{J}} \mathbf{y}^s [n] = e^{-\theta_r[n]-\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{y}^s [n-1] + e^{-\theta_r[n]\mathbf{J}} T_s \mathbf{x}^s [n] \quad (4.108)$$

이를 z-domain상에서 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{y}^s [n] = (\mathbf{I} - e^{\omega_r T_s \mathbf{J}} z^{-1} \mathbf{I})^{-1} T_s \mathbf{x}^s [n] \quad (4.109)$$

이를 일반화 하면  $n\omega_r$  속도로 회전하는 동기 좌표계에서의 후향 오일러 적분은 정지 좌표계 상에서 다음과 같다.

$$\mathbf{y}^s [n] = (\mathbf{I} - e^{n\omega_r T_s \mathbf{J}} z^{-1} \mathbf{I})^{-1} T_s \mathbf{x}^s [n] \quad (4.110)$$

따라서 그림 4-29의 제어기는 z-domain상에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{C}_z(z) = e^{1.5\omega_r T_s \mathbf{J}} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p \\ +T_s (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}_i \\ +e^{1.5 \cdot 12\omega_r T_s \mathbf{J}} T_s (\mathbf{I} - e^{12\omega_r T_s \mathbf{J}} z^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}_{i13} \\ +e^{-1.5 \cdot 12\omega_r T_s \mathbf{J}} T_s (\mathbf{I} - e^{-12\omega_r T_s \mathbf{J}} z^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}_{i11} \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

이를 이용하여 시스템의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}_z$  를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_z(z) &= \mathbf{G}_z \mathbf{C}_z \\ &= \mathbf{L}^{-1} (z\mathbf{I} - \Phi)^{-1} \Gamma z^{-1} e^{1.5\omega_r T_s \mathbf{J}} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p \\ +T_s (\mathbf{I} - z^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}_i \\ +e^{1.5 \cdot 12\omega_r T_s \mathbf{J}} T_s (\mathbf{I} - e^{12\omega_r T_s \mathbf{J}} \cdot z^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}_{i13} \\ +e^{-1.5 \cdot 12\omega_r T_s \mathbf{J}} T_s (\mathbf{I} - e^{-12\omega_r T_s \mathbf{J}} \cdot z^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{K}_{i11} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.112)$$

### 4.3.2.3 행렬 연산을 이용한 전류 제어기 이득 계산

앞선 4.2.2절에서 돌극성이 없는 SISO 시스템에서의 이산 시간 제어기 이득 설정 방법에 대해 설명하였다. 4.3.1절에서는 돌극성을 고려한 MIMO시스템에서의 연속 시간 제어기 이득 설정 방법에 대해 설명하였다. 앞선 두 절에서 설명한 이득 설정 방법을 동일하게 적용하면 이득 계산에 필요한 방정식은 다음과 같다.

먼저 식 (4.106)의 전동기 전달함수  $\mathbf{G}_z(z)$ 를 고려했을 때 극-영점 상쇄를 위해 제어기  $\mathbf{C}_z(z)$ 는 다음 식을 만족한다.

$$\mathbf{C}_z(z)\Big|_{z=\Phi} = \mathbf{0}. \quad (4.113)$$

앞선 절에서 설명한 개념을 적용할 때 기본파 및 고조파 전류 제어기 대역폭을 만족하기 위한 조건은 아래 식과 같다.

$$\mathbf{H}_z(e^{-j\omega_c T_s}) = j\mathbf{I}. \quad (4.114)$$

$$\mathbf{H}_z(e^{j(12\omega_r - \omega_{c13})T_s}) = j\mathbf{I}. \quad (4.115)$$

$$\mathbf{H}_z(e^{j(-12\omega_r + \omega_{c11})T_s}) = -j\mathbf{I}. \quad (4.116)$$

따라서 위 식을 연립할 때 4개의 이득 행렬  $\mathbf{K}_p$ ,  $\mathbf{K}_i$ ,  $\mathbf{K}_{i13}$ ,  $\mathbf{K}_{i11}$ 을 구하기 위한 행렬 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_z(\mathbf{z}_1) \\ \mathbf{H}_z(\mathbf{z}_2) \\ \mathbf{H}_z(\mathbf{z}_3) \\ \mathbf{H}_z(\mathbf{z}_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{I} \\ j\mathbf{I} \\ -j\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (4.117)$$

위 식에서  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{z}_3, \mathbf{z}_4$ 은 아래와 같이 정의된 행렬이다.

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= \Phi \\ \mathbf{z}_2 &= e^{-j\omega_c T_s} \mathbf{I} \\ \mathbf{z}_3 &= e^{j(12\omega_r - \omega_{c13})T_s} \mathbf{I} \\ \mathbf{z}_4 &= e^{j(-12\omega_r + \omega_{c11})T_s} \mathbf{I} \end{aligned} \quad (4.118)$$

이때 임의의 전달함수에 대해 표현  $\mathbf{X}(\mathbf{z})$ 는 전달 함수  $\mathbf{X}(z)$ 에서  $z\mathbf{I}$ 부분에 행렬  $\mathbf{z}$ 를 대입함을 의미한다.

식 (4.112) 의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}_z$ 를 제어기  $\mathbf{C}_z$ 와 플랜트  $\mathbf{G}_z$ 로 나누어 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_z(\mathbf{z}_2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_z(\mathbf{z}_3) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_z(\mathbf{z}_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_z(\mathbf{z}_1) \\ \mathbf{C}_z(\mathbf{z}_2) \\ \mathbf{C}_z(\mathbf{z}_3) \\ \mathbf{C}_z(\mathbf{z}_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{I} \\ j\mathbf{I} \\ -j\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

위 식에서 제어기  $\mathbf{C}_z$  부분을 이득 행렬로 표현할 때 원하는 이득은 아래 행렬 연산을 통해 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_p \\ \mathbf{K}_i \\ \mathbf{K}_{i13} \\ \mathbf{K}_{i11} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_s} \begin{bmatrix} \frac{1}{T_s} \mathbf{I} (\mathbf{I} - \mathbf{z}_1^{-1})^{-1} e^{1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{j2\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_1^{-1})^{-1} e^{-1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{-j12\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_1^{-1})^{-1} \\ \frac{1}{T_s} \mathbf{I} (\mathbf{I} - \mathbf{z}_2^{-1})^{-1} e^{1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{j2\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_2^{-1})^{-1} e^{-1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{-j12\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_2^{-1})^{-1} \\ \frac{1}{T_s} \mathbf{I} (\mathbf{I} - \mathbf{z}_3^{-1})^{-1} e^{1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{j2\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_3^{-1})^{-1} e^{-1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{-j12\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_3^{-1})^{-1} \\ \frac{1}{T_s} \mathbf{I} (\mathbf{I} - \mathbf{z}_4^{-1})^{-1} e^{1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{j2\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_4^{-1})^{-1} e^{-1.5j2\omega_r T_s \mathbf{J}} (\mathbf{I} - e^{-j12\omega_r T_s \mathbf{J}} \mathbf{z}_4^{-1})^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j(\mathbf{G}_z(\mathbf{z}_2) e^{1.5\omega_r T_s \mathbf{J}})^{-1} \\ j(\mathbf{G}_z(\mathbf{z}_3) e^{1.5\omega_r T_s \mathbf{J}})^{-1} \\ -j(\mathbf{G}_z(\mathbf{z}_4) e^{1.5\omega_r T_s \mathbf{J}})^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.120)$$

#### 4.3.2.4 제안하는 제어기 이득의 주파수 영역 검증

제안하는 이득을 표 4-2의 파라미터를 가지는 전동기 및 제어기에 대해 적용해본다.

먼저 전동기의 전달함수를 표현하는 두 행렬  $\Phi$ 와  $\Gamma$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = -(\omega_r \mathbf{J} + \mathbf{R}\mathbf{L}^{-1}) = \begin{bmatrix} -186.05 & 628.32 \\ -628.32 & -53.691 \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

$$\Phi = e^{\mathbf{A}T_s} = \begin{bmatrix} 0.980 & 0.062 \\ -0.062 & 0.993 \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

$$\Gamma = e^{\mathbf{A}T_s} \int_0^{T_s} e^{-\mathbf{A}\tau} e^{-\omega_r \mathbf{J}\tau} d\tau = T_s \cdot \begin{bmatrix} 0.989 & 0.062 \\ -0.063 & 0.995 \end{bmatrix} \quad (4.123)$$

이를 식 (4.120)에 대입하여 얻은 제어기 이득은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_p &= \begin{bmatrix} 0.743 & 0.080 \\ -0.024 & 2.604 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} -0.075 & -0.003 \\ 0.004 & -0.257 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_i &= \begin{bmatrix} 0.005 & -0.059 \\ 0.017 & 0.005 \end{bmatrix} T_s + j \begin{bmatrix} -0.001 & 0.014 \\ -0.004 & -0.001 \end{bmatrix} T_s \\ \mathbf{K}_{i13} &= \begin{bmatrix} 0.052 & -0.752 \\ 0.216 & 0.170 \end{bmatrix} T_s + j \begin{bmatrix} -0.005 & 0.007 \\ -0.002 & -0.015 \end{bmatrix} T_s \\ \mathbf{K}_{i11} &= \begin{bmatrix} 0.045 & 0.641 \\ -0.184 & 0.146 \end{bmatrix} T_s + j \begin{bmatrix} -0.004 & -0.006 \\ 0.002 & -0.013 \end{bmatrix} T_s \end{aligned} \quad (4.124)$$

위의 계산 결과에서 계산된 제어기 이득에 허수가 존재함을 알 수 있다. 해당 이득을 식 (4.112)에 대입해 보면 원하는 주파수 지점,  $-\omega_{cc}$ ,  $12\omega_r - \omega_{cc13}$ ,  $-12\omega_r + \omega_{cc11}$ 에서 식 (4.117)과 같이  $j\mathbf{I}$ ,  $j\mathbf{I}$ ,  $-j\mathbf{I}$ 의 응답을 가짐을 알 수 있다.

허수 이득은 디지털 시지연으로 구현할 수 있다. 따라서 제안하는 제어기 형태에서 추가적인 시지연 보상이 필요함을 의미한다. 하지만 허수 이득을 구현하기 위해 주파수에 따라 인가해야하는 시지연의 정도가 다르고 인가하더라도 제어기의 전달함수가 식 (4.111)와 달라지므로 이는 가능한 구현 방법이 아니다.

한편 식 (4.124)의 계산 결과를 살펴보면 허수부의 크기가 실수부의 크기에 비해 약 1/10정도로 작은 것을 알 수 있다. 계산된 이득의

실수부만 취하여 식 (4.112)에 대입한 결과는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_z(\mathbf{z}_1) \\ \mathbf{H}_z(\mathbf{z}_2) \\ \mathbf{H}_z(\mathbf{z}_3) \\ \mathbf{H}_z(\mathbf{z}_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ j\mathbf{I} \\ j\mathbf{I} \\ -j\mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \begin{bmatrix} 0.11 & 0.00 \\ 0.00 & 0.11 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.10 & 0.00 \\ 0.00 & 0.01 \end{bmatrix} j. \quad (4.125)$$

본 결과로부터 계산된 결과의 실수값만 취하더라도 영-극점 상쇄와 고조파 전류 제어기의 대역폭은 만족함을 확인할 수 있다. 다만 기본과 대역의 주파수 응답의 크기는 유사하나 위상이 설계값인 90도와 달라진다. 다만 위상의 오차가 45도 미만으로 위상 여유를 확보할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 계산된 결과의 실수값만 취하여 근사화된 이득을 사용하며 근사화된 이득을 사용한 개루프 응답이 bodeplot 상에서 어떻게 나타나는지 확인한다.

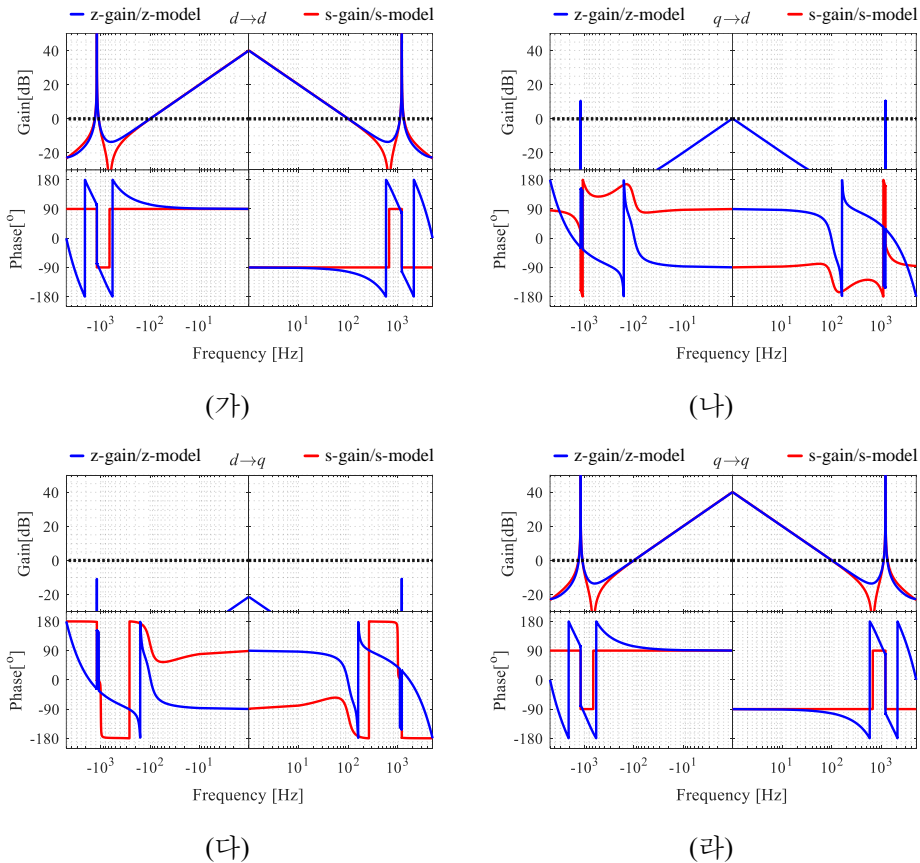


그림 4-30. 제안하는 이득을 사용한 개루프 전달 함수 주파수 응답

그림 4-30은 식 (4.112)로 정의된  $\mathbf{H}_x(z)$ 의 회전자 기준 동기 좌표계에서의 주파수 응답을 나타낸다. 그림 4-30의 (가), (나), (다) (라)는 각각 그림 4-27 에서 설명한  $d \rightarrow d, q \rightarrow d, d \rightarrow q, q \rightarrow q$  응답을 보여준다.

각 응답에서 z-gain/z-model로 표시된 파란색 그래프는 이산 시간 전동기 모델을 고려하여 식 (4.120)을 통해 계산된 이득 행렬을 이산 시간 모델에 사용한 경우의 개루프 응답을 보여준다.

s-gain/s-model로 표시된 빨간색 그래프는 그림 4-27의 빨간색 그래프와 동일한 것으로 연속 시간 영역에서 설계된 이득을 연속 시간 모델에 적용한 경우의 개루프 응답이다.

두 주파수 응답을 비교할 때 설계 주파수 대역에서 그 응답이 서로 일치하며 설계값을 따름을 알 수 있다. 다만 이산 시간 응답의 상호 결합 성분( $q \rightarrow d, d \rightarrow q$ )의 크기가 0 dB 근처인 주파수 대역이 존재한다. 반면 연속 시간 영역의 응답은 모든 주파수 대역에서 그 크기가 -40 dB 이하로 상호 결합성분이 잘 제어됨을 알 수 있다.

이는 이산 시간 시지연으로 인해 발생하는 상호 결합 성분이며 제안하는 제어기가 시지연을 설계 주파수에서만 보상하기 때문에 발생하는 한계점이다.

식 (4.112)의 개루프 전달함수  $\mathbf{H}_z(z)$ 로부터 폐루프 전달 함수  $\mathbf{CL}_z(z)$ 를 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{CL}_z(z) = (\mathbf{I} + \mathbf{H}_z(z))^{-1} \mathbf{H}_z(z). \quad (4.126)$$

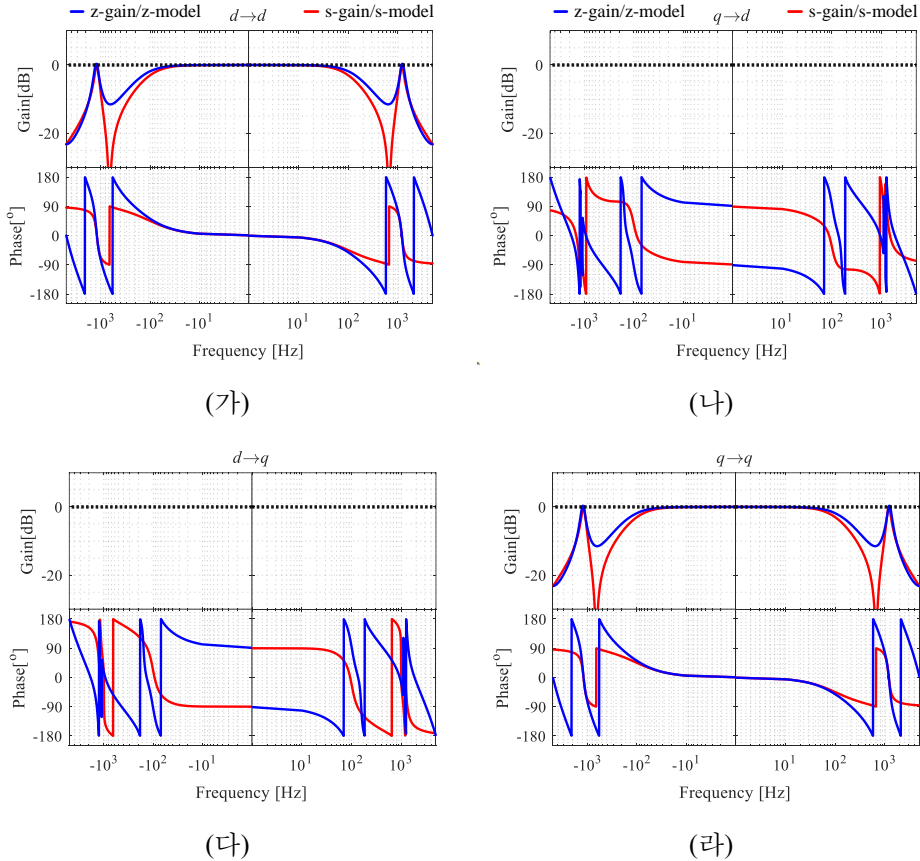
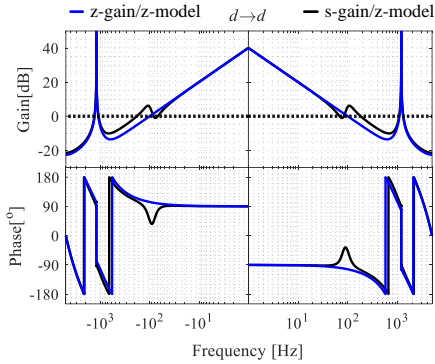


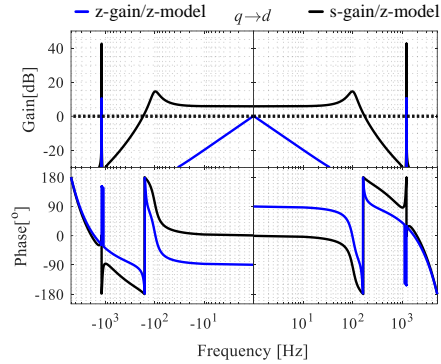
그림 4-31. 제안하는 이득을 사용한 폐루프 전달 함수 주파수 응답

위 그림 4-31 은 (4.126)로 정의된 폐루프 전달함수  $\mathbf{CL}_z$ 의 회전자 기준 동기 좌표계에서의 주파수 응답을 나타낸다. 그림 4-30의 개루프 응답에서는 상호 교차 성분이 존재 하였지만, 폐루프 응답에서는 상호 교차 성분의 크기가 -20 dB보다 현저히 작음을 알 수 있다. 따라서 이산 시간 영역 설계시 근사화된 이득을 사용하는 경우에도 연속 시간 영역과 동일한 전류 제어 성능을 가질 수 있음을 알 수 있다.

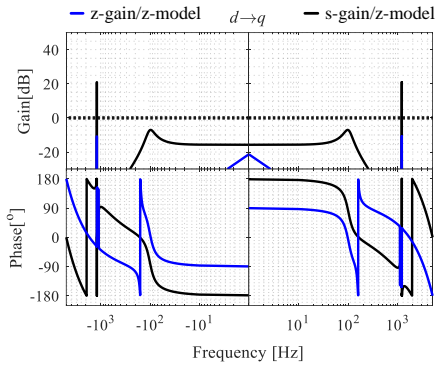




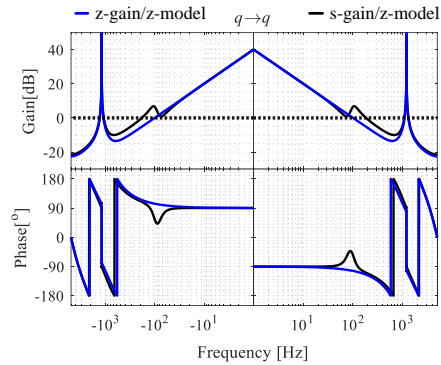
(가)



(나)



(다)



(라)

그림 4-32. 이산 시간 영역과 연속 시간 영역에서 설계된 이득 비교

그림 4-32의 (가), (나), (다) (라)는 연속 시간 영역과 이산 시간 영역에서 설계한 이득을 사용한 경우의 이산 시간 영역 개루프  $d \rightarrow d$ ,  $q \rightarrow d$ ,  $d \rightarrow q$ ,  $q \rightarrow q$  응답을 보여준다.

각 응답에서 z-gain/z-model로 표시된 파란색 그래프는 이산 시간 영역에서 설계된 이득을 적용한 것으로 그림 4-30의 파란색 그래프와 동일하다. 반면 s-gain/z-model로 표시된 검은색 그래프는 연속 시간 영역에서 설계된 이득을 이산 시간 모델에 적용한 경우의 개루프 응답이다.

두 주파수 응답을 비교할 때 연속 시간 영역에서 설계한 이득을 사용한 경우  $d \rightarrow d$ ,  $q \rightarrow q$  응답에서 100 Hz 근방에서 비 이상적인 응답이 나타남을 알 수 있다. 이는 연속 시간 영역의 이득이 이산 시간 모델의 극점을 정확히 상쇄 하지 못하기 때문이다. 한편 상호 간섭 응답중  $q \rightarrow d$

응답에서 그 크기가 0 dB 이상인 영역이 저 주파수 근처에 존재하며 100 Hz 근방에서 이득 여유가 매우 부족함을 알 수 있다. 따라서 다른 속도나 파라미터 오차가 있는 경우 연속 시간 영역의 이득을 사용할 시 발산할 수 있다.

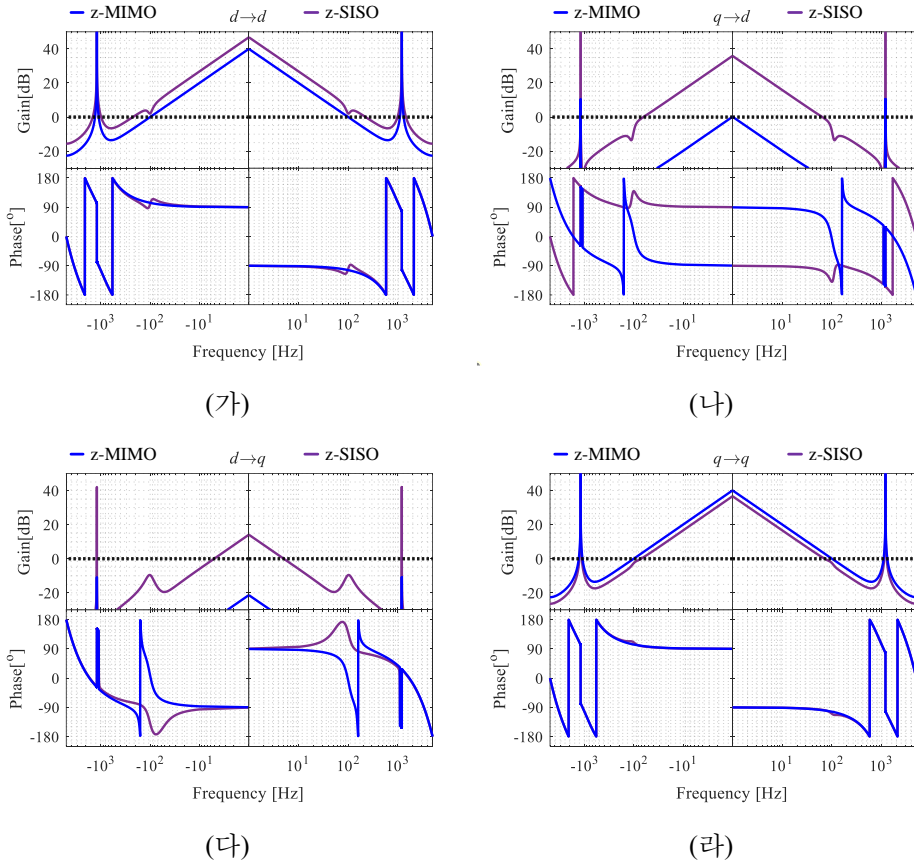


그림 4-33. 돌극성을 고려한 이득과 고려하지 않은 이득의 비교

그림 4-33의 (가), (나), (다) (라)는 이득 계산시 돌극성을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 이산 시간 영역 개루프  $d \rightarrow d$ ,  $q \rightarrow d$ ,  $d \rightarrow q$ ,  $q \rightarrow q$  응답을 보여준다.

z-MIMO로 표시된 파란색 그래프는 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려하여 설계한 이득을 적용한 것으로 그림 4-30, 그림 4-32의 파란색 그래프와 같다. z-SISO로 표시된 보라색 그래프는 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려하지 않고  $d, q$ 축 인덕턴스의 평균을 식 (4.60)에 대입하여 얻은 이득을 사용한다.

돌극성을 고려하지 않는 경우 그림 4-27에서 설명한 것과 동일하게 영-극점 상쇄가 되지 않고  $d$ 축  $q$ 축의 전류 제어 대역폭이 모두 설계값과 다른 값이다. 또한 각 상호 간섭 성분이 충분히 억제 되지 않는다. 특히 위 그래프에서 0 Hz, 즉 기본파 주파수의 상호 간섭 성분의 크기가 크다. 또한 표 4-2의 조건보다 돌극성이 더 커지는 경우 발산의 가능성이 있다.

### 4.3.3 모의 실험을 통한 제안하는 제어기 이득 검증

본 절에서는 제안하는 제어기 이득을 이산 시간 제어 모의 실험을 통해 검증한다.

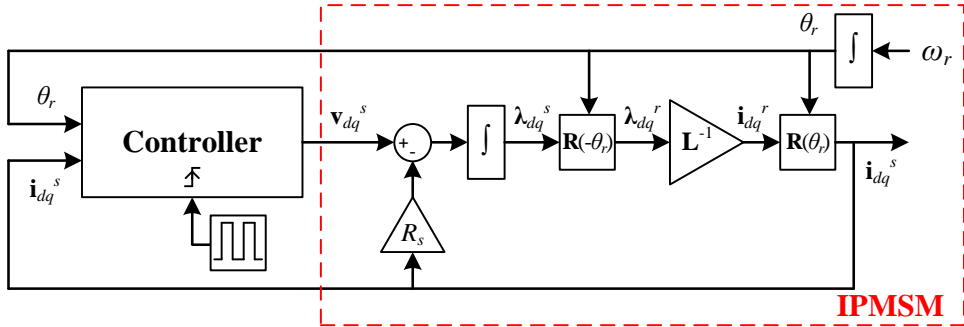


그림 4-34. 돌극성이 있는 전동기 모의 실험 블록도

그림 4-34은 모의 실험의 블록도를 나타낸다. 위 그림에서 Controller는 전류 제어기를 의미하며 내부는 회전변환과 그림 4-29의 고조파 전류 제어기로 구성된다.

IPMSM은 돌극성이 있는 전동기 모델을 의미한다. 영구자속에 의한 자속은 생략하였으며 시뮬레이션 조건은 표 4-2와 같다.

### 4.3.3.1 이득 설정 방법에 따른 응답 비교

아래 그림은 기본과 전류에 대한 계단 응답을 보여준다. 전동기 기본과 주파수는 100 Hz로 설정하였으며,  $d$ 축,  $q$ 축 전류지령이 각각 0.1초, 0.2초에 0A에서 -1, 1A로 계단적으로 변화한다.

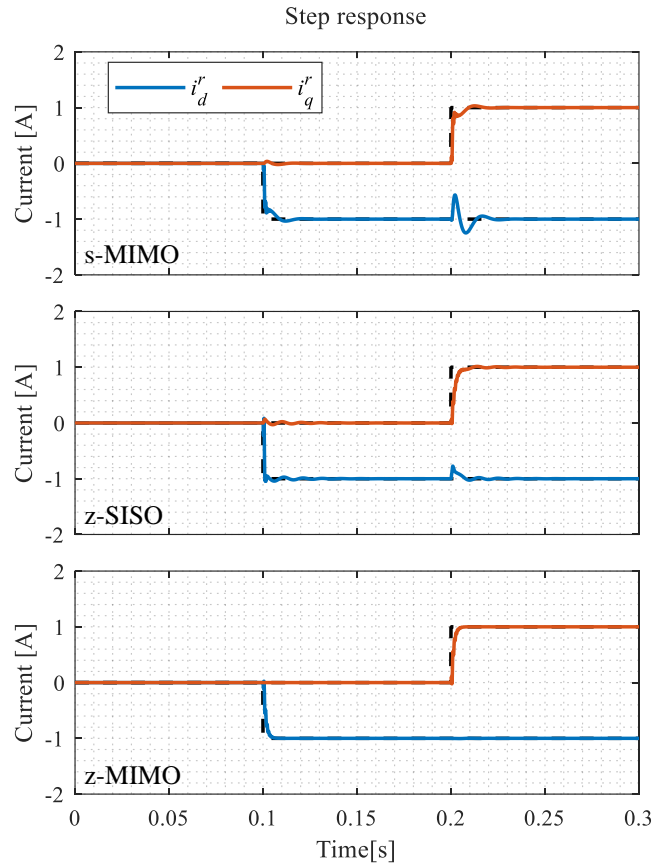


그림 4-35. 계단 형태의 전류 지령 변화에 따른 전류 응답

위 그림에서 s-MIMO는 4.3.1절에서 구한 연속 시간 영역에서 돌극성을 고려한 이득을 사용한 결과를 의미한다. 이는 그림 4-32의 s-gain/z-model로 명명된 것과 동일하다. z-SISO는 그림 4-33에서와 마찬가지로 4.2.2절에서 구한 이산 시간 영역에서 돌극성을 무시한 이득을 사용한 결과를 의미한다. z-MIMO는 그림 4-33에서와 마찬가지로 본 절에서 구한 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려한 이득을 사용한

결과를 의미한다. 이후의 설명에서 이득 설정 방법에 따른 구분을 추가적인 설명없이 s-MIMO, z-SISO, z-MIMO로 표현하겠다.

검은 점선은 전류 지령을 나타내며  $i_d^r$ ,  $i_q^r$ 은 각각 회전자 기준 동기 좌표계에서 나타낸  $d$ 축  $q$ 축 전류이다. 위 그림으로부터 연속시간 영역에서 설계한 경우(s-MIMO) 상호간섭 성분이 크게 발생함을 알 수 있다.

이산 시간 영역에서 돌극성을 고려하지 않고 설계한 경우(z-SISO),  $d$ 축 전류 응답과  $q$ 축 전류 응답의 수렴 시간이 다름을 확인할 수 있다.

이산 시간 영역에서 돌극성을 고려한 경우(z-MIMO) 상호 간섭이 억제되어 전류 변화에 따라 다른 축의 전류에 변화가 없음을 알 수 있다. 한편, 설계한 기본과 전류 제어 대역폭은 100 Hz로 99% 수렴시간은 8 ms이다. 위 그림에서 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려한 경우  $d$ 축  $q$ 축 전류의 수렴 시간이 모두 설계치와 유사함을 확인할 수 있다.

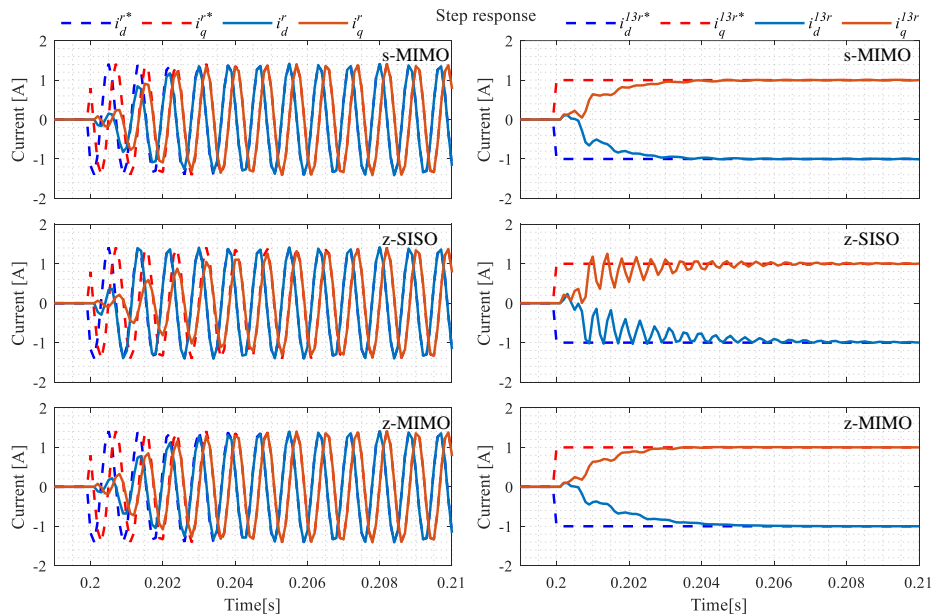


그림 4-36. 계단 형태의 13 고조파 전류 지령 변화에 따른 전류 응답

위 그림은 위와 동일한 조건에서 정지좌표계 13 고조파 전류 지령 변화에 대한 계단 응답을 보여준다. 13고조파  $d$ 축 전류 지령,  $i_d^{13r*}$ 과  $q$ 축

전류 지령,  $i_q^{r*}$ 이 0.2 초에 각각 -1A, 1A로 계단적으로 인가된다.

왼쪽 파형은 전류 지령과 제어된 전류를 회전자 동기 좌표계 상에서, 오른쪽 파형은 전류 지령과 제어된 전류를 13고조파 동기 좌표계 상에서 보여준다.

모든 경우 약 8 ms안에 전류 제어가 수렴하였음을 알 수 있다. 다만 z-SISO의 경우 진동적인 응답이 나타난다.

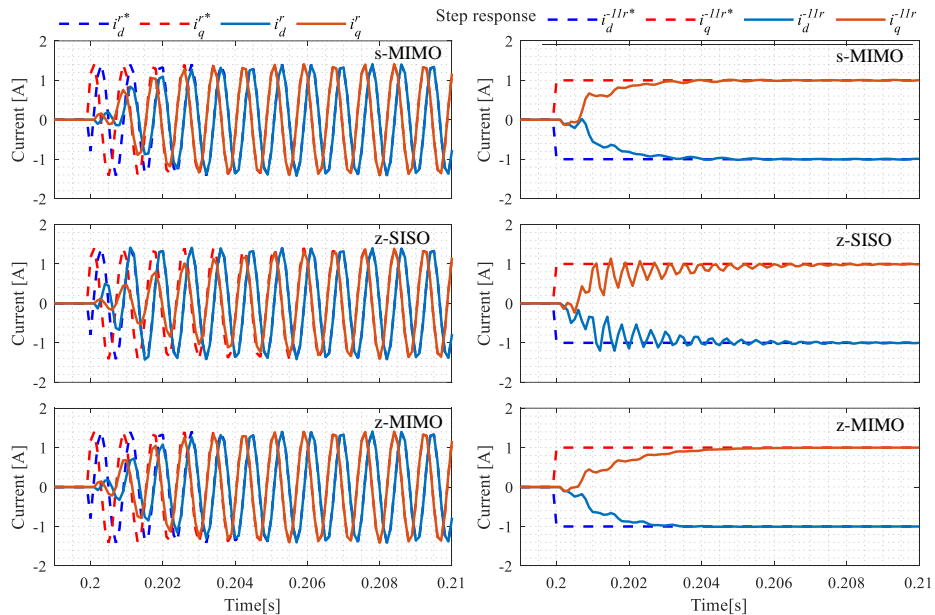


그림 4-37. 계단 형태의 -11 고조파 전류 지령 변화에 따른 전류 응답

위 그림은 정지좌표계 -11 고조파 전류 지령 변화에 대한 계단 응답을 보여준다. -11고조파  $d$ 축 전류 지령과  $q$ 축 전류 지령이 0.2s 에 각각 -1A, 1A로 계단적으로 인가된다.

왼쪽 파형은 전류 지령과 제어된 전류를 회전자 동기 좌표계 상에서, 오른쪽 파형은 전류 지령과 제어된 전류를 -11고조파 동기 좌표계 상에서 보여준다. 13고조파의 경우와 마찬가지로 모든 경우 약 8 ms안에 전류 제어가 수렴하며 z-SISO의 경우 진동적인 응답이 나타난다.

그림 4-30부터 그림 4-37까지 주파수 및 시간 영역에서 제안하는 이득 설정 방법을 검증하였다.

검증 결과 표 4-2의 조건에 대해 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려하고 계산한 이득 행렬을 사용( $z$ -MIMO)한 경우가 제어기 대역폭, 극점 상쇄 및 상호 간섭 억제 측면에서 다른 방식에 비해 더 이상적인 개루프 주파수 응답을 보임을 확인하였다.

다만 해당 방식의 경우 이산 시간 전동기 모델링에 있어 복잡한 컴퓨터 계산이 필요하며 MIMO 시스템의 이득을 구하는데 있어 8차 역행렬을 구해야 한다. 따라서 동작 속도, 샘플링 주파수, 돌극성의 비율에 따라 실제 제어에 적용시 앞선 절에서 설명한 더 간단한 이득 설정 방법인  $s$ -MIMO,  $z$ -SISO 등을 이용할 수도 있다.



#### 4.3.3.2 제정수 오차에 따른 응답 비교

제안하는 이득 설정 방법은 전동기의 저항 및 인덕턴스 정보가 정확할 경우에만 영-극점 상쇄 및 원하는 제어 대역폭을 만족할 수 있다. 실제 전동기의 저항 및 인덕턴스를 정확하게 알 수 없고, 또한 저항 및 인덕턴스가 운전 조건에 따라 변화할 수 있으므로, 제정수 변동에 대해 제안하는 이득을 사용하는 제어기가 안정함을 확인할 필요가 있다.

전류 제어기 이득은 앞선 절에서 설명한 이산 시간 영역에서 돌극성을 고려한, z-MIMO 방식으로 설계하였으며, 0.1초 0.2초에  $d$ 축  $q$ 축 전류 지령이 각각 -1, 1A로 계단적으로 변화하였다. 이때 제정수 오차가 없는 경우의 계단 응답은 아래 그림과 같다.

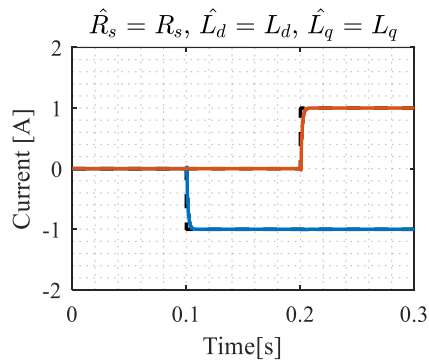
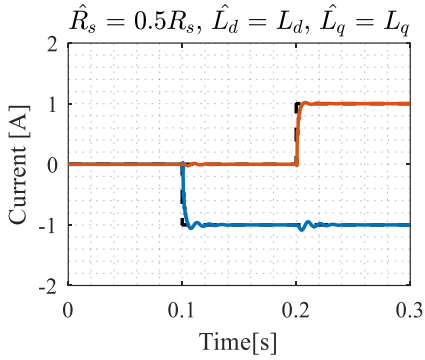


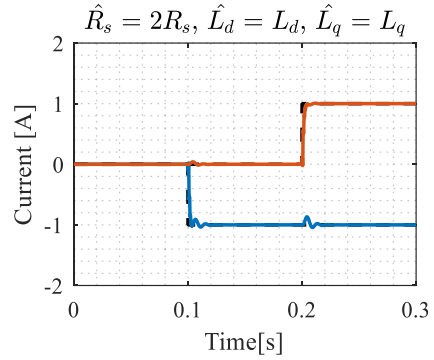
그림 4-38. 제정수 오차가 없는 경우

아래 그림은 제정수 오차가 있는 경우의 계단 응답을 보여준다. 이때 검은 점선은 전류 지령을, 빨간색 실선과 파란색 실선은 각각  $q$ 축 전류와  $d$ 축 전류를 나타낸다.

그림으로부터 제안하는 이득을 사용하는 경우 제정수가 변화함에 따라 상호 간섭 성분이 나타나며 수렴 시간, 즉 제어 대역폭이 달라지는 것을 확인할 수 있다. 하지만 제정수가 0.5배, 2배 변하는 경우에도 발산하지 않음을 확인하였다. 이외의 제정수 변동에 대해서는, 다음 5장에 실제 전동기에 적용한 실험에서 응답을 확인하여 검증한다.



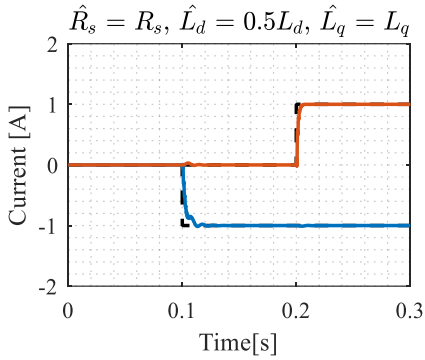
(가)



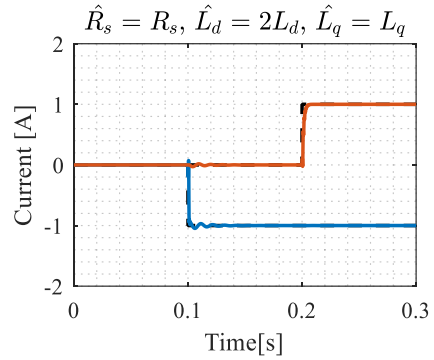
(나)

그림 4-39. 저항 오차가 있는 경우.

(가) 추정 저항이 실제값의 0.5배. (나) 추정 저항이 실제값의 2배.



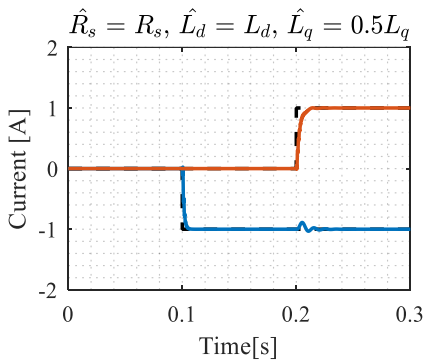
(가)



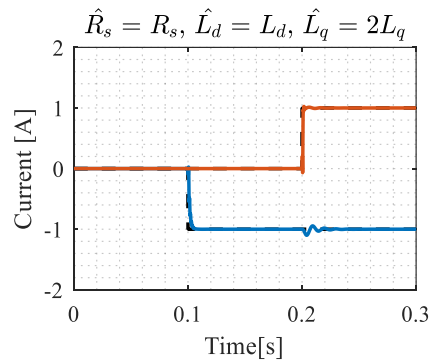
(나)

그림 4-40. d축 인덕턴스 오차가 있는 경우.

(가) 추정값이 실제값의 0.5배. (나) 추정값이 실제값의 2배.



(가)



(나)

그림 4-41. q축 인덕턴스 오차가 있는 경우.

(가) 추정값이 실제값의 0.5배. (나) 추정값이 실제값의 2배.

#### 4.3.4 모의 실험을 통한 선행 연구의 제어기와 비교

본 절에서는 선행 연구에서 제안한 제어기와의 응답 비교를 위해 앞선 3.2절에서 설명한 선행 연구의 다중 동기 좌표계를 돌극성이 있는 이산 시간 전동기 제어 모델에 적용한 모의 실험 결과를 나타낸다. 선행 연구 [27]에서 제안한 제어 블록도는 그림 3-12와 같으며 1차 저역 통과 필터의 차단 주파수는 기본과 주파수의 3배로 설정하였다.

한편, 기존 연구에서 돌극성을 고려하는 경우 기본과 제어기의 비례 이득과 적분 이득은 다음과 같이 설정된다.

$$\mathbf{K}_p = \omega_{cc} \begin{bmatrix} \hat{L}_d & 0 \\ 0 & \hat{L}_q \end{bmatrix} \quad (4.127)$$

$$\mathbf{K}_i = \omega_{cc} \begin{bmatrix} \hat{R}_s & 0 \\ 0 & \hat{R}_s \end{bmatrix} \quad (4.128)$$

이때 돌극성이 있는 인덕턴스 행렬은 회전자 동기 좌표계 이외의 좌표계에서는 각도에 따라 변화하는 행렬이 된다. 따라서 고조파 전류 제어에 기본과 제어기와 동일한 형태의 이득을 사용하는 경우 전류에 추가적인 고조파 성분이 발생하게 된다.

따라서 돌극성을 고려한 이득을 적용하기 위해서는 비례, 적분 이득을 그림 4-28의 제안하는 제어기와 같이 회전 변환 전에 적용하여야 한다. 하지만 이 경우 저역 통과 필터를 적용하는 위치가 모호해지고 선행 연구의 제어기 형태와 달라지게 되므로 본 비교 모의 실험에서는 고조파 전류 제어기의 이득 설정시 인덕턴스에 돌극성이 없다고 가정하고, 인덕턴스 값으로  $d$ 축과  $q$ 축 인덕턴스의 평균값을 사용한다.

아래 그림은 기본과 전류 지령이 계단적으로 변화할 때의 전류 응답을 보여준다. 이때 0.1초 0.2초에  $d$ 축  $q$ 축 전류 지령이 각각 -1, 1A로 인가되었다.

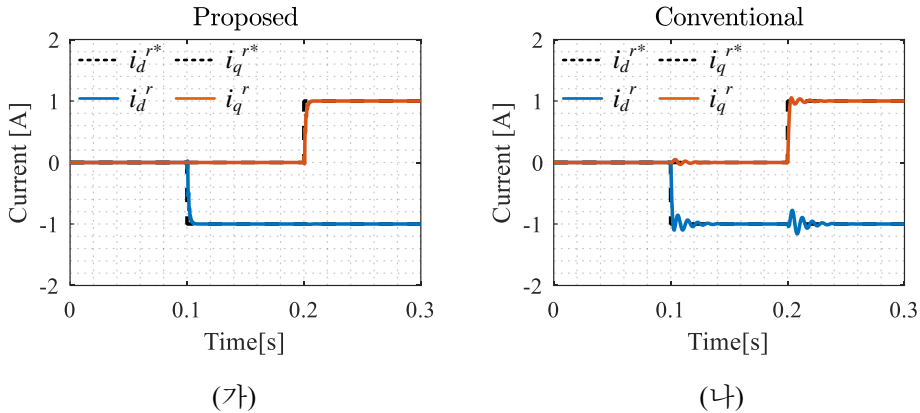


그림 4-42. 기본과 전류 제어 계단 응답.

(가) 제안하는 이득 (나) 선행 연구[27]

위 그림에서 검은 점선은 전류 지령을, 빨간색 실선과 파란색 실선은 각각  $q$ 축 전류와  $d$ 축 전류를 나타낸다. 그림 (나)의 선행 연구 제어기 형태를 사용하는 경우 상호 교차 성분으로 인해  $d$ 축 전류 지령 변화시  $q$ 축 전류에,  $q$ 축 전류 지령 변화시  $d$ 축에 진동적인 응답이 나타남을 확인할 수 있다.

아래 그림은 정지 좌표계 기준 13 고조파 전류 지령이 계단적으로 변화할 때의 전류 응답을 보여준다. 0.1초에 13 고조파 좌표계의  $d$ 축  $q$ 축 전류 지령이 각각 -1, 1A로 인가되었다.

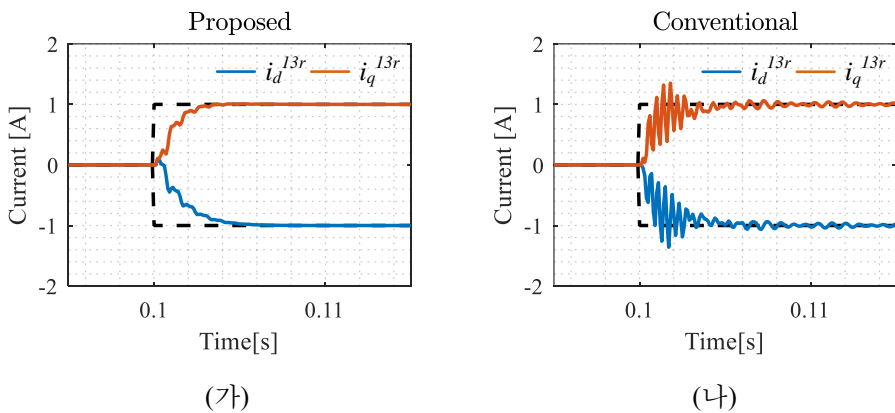


그림 4-43. 13 고조파 전류 제어 계단 응답.

(가) 제안하는 이득 (나) 선행 연구[27]

검은 점선은 전류 지령을, 빨간색 실선과 파란색 실선은 각각 13

고조파 좌표계에서의  $q$ 축 전류와  $d$ 축 전류를 나타낸다. 그림 (나)의 선행 연구 제어기 형태를 사용하는 경우 계단 형태의 전류 지령 변화에 대해 진동적인 응답을 보이며, 수렴 시간이 지난 후에도 진동 성분이 존재함을 알 수 있다. 반면 제안하는 이득을 사용하는 경우 시정수의 5배로 정의되는 99% 수렴 시간인 8ms에 맞춰 제어 됨을 확인할 수 있다.

아래 그림은 정지 좌표계 기준 역상분 11 고조파 전류 지령이 계단적으로 변화할 때의 전류 응답을 보여준다. 0.1초에 -11 고조파 좌표계의  $d$ 축  $q$ 축 전류 지령이 각각 -1, 1A로 인가되었다. 검은 점선은 전류 지령을, 빨간색 실선과 파란색 실선은 각각 -11 고조파 좌표계에서의  $q$ 축 전류와  $d$ 축 전류를 나타낸다.

그림 4-43에서와 마찬가지로 제안하는 이득을 사용하는 경우에는 진동 없이 설정한 대역폭을 만족하는 반면 선행 연구의 제어기를 사용하는 경우에는 진동적인 응답을 보임을 알 수 있다.

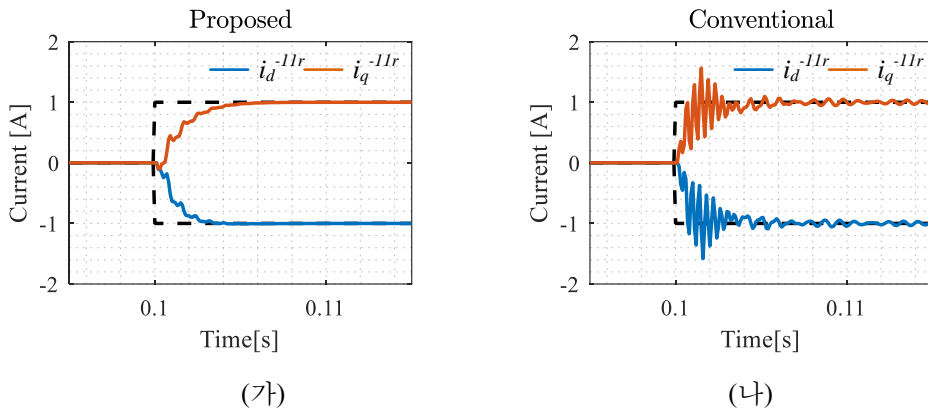


그림 4-44. 11 고조파 전류 제어 계단 응답.

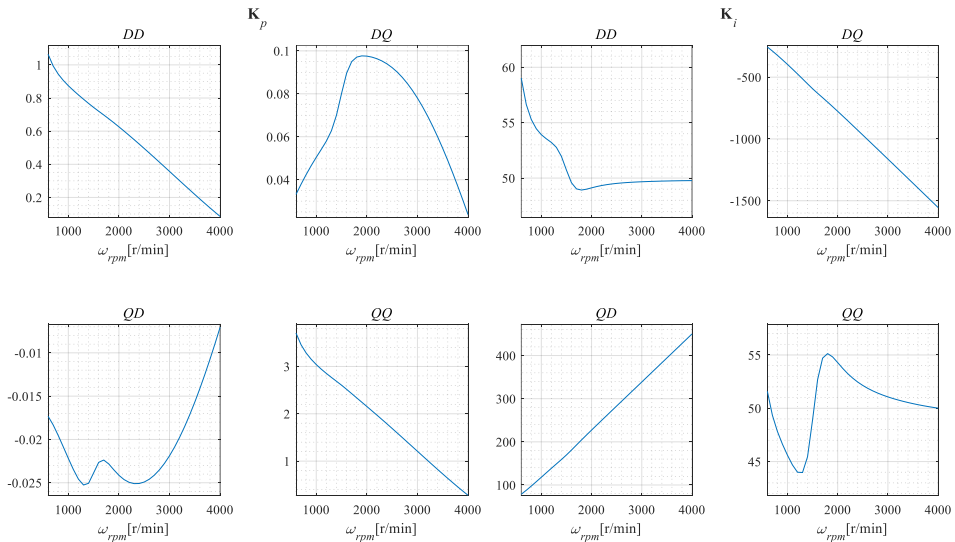
(가) 제안하는 이득 (나) 선행 연구[27]

### 4.3.5 속도에 따른 전류 제어기 이득 및 속도에 따른 근사화

앞선 절에서 식 (4.120)로 원하는 대역폭을 가지는 전류 제어기 이득을 구할 수 있음을 확인하였다. 다만 식 (4.120)을 풀기 위해서는 8차 행렬의 역행렬 및 곱셈이 필요하며 전동기의 속도가 변함에 따라 매번 수식을 계산해야 한다.

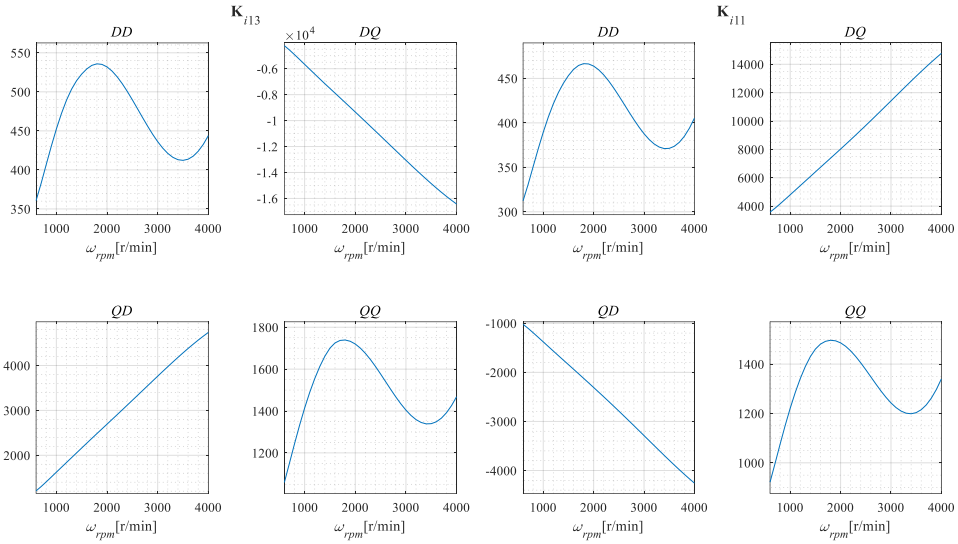
대부분의 전동기는 제한된 코어 및 동작 속도를 가지는 DSP를 통해 제어 되는데 이러한 연산 장치로 8차 행렬의 역행렬 및 곱셈을 계산하는 것은 많은 시간적 비용이 발생한다. 따라서 실제 전동기 제어에 제안하는 이득을 사용하기 위해서 속도에 따른 제어기 이득 참조표를 구성해 놓고 속도에 따라 참조표 값을 보간하여 이득을 구하는 방법이 가능하다.

식 (4.120)에 의해 구해진 전류 제어기 이득을 전동기 속도 600 r/min 부터 4000 r/min 까지 속도에 따라 도시하면 아래 그림과 같다.



(가)

(나)



(다)

(라)

그림 4-45. 속도에 따른 이득.

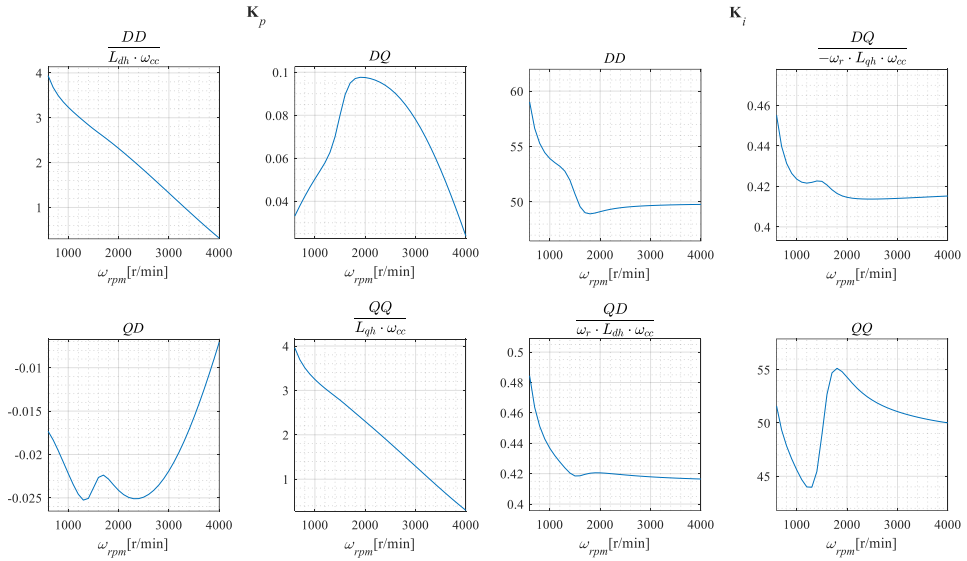
(가) 비례 이득. (나) 기본과 적분 이득.

(다) 13 고조파 적분 이득. (라) -11 고조파 적분 이득

이때 DD, DQ, QD, QQ는 임의의 2행 2열의 이득 행렬  $\mathbf{K}$ 의 1행 1열, 1행 2열, 2행 1열, 2행 2열 성분을 의미한다.

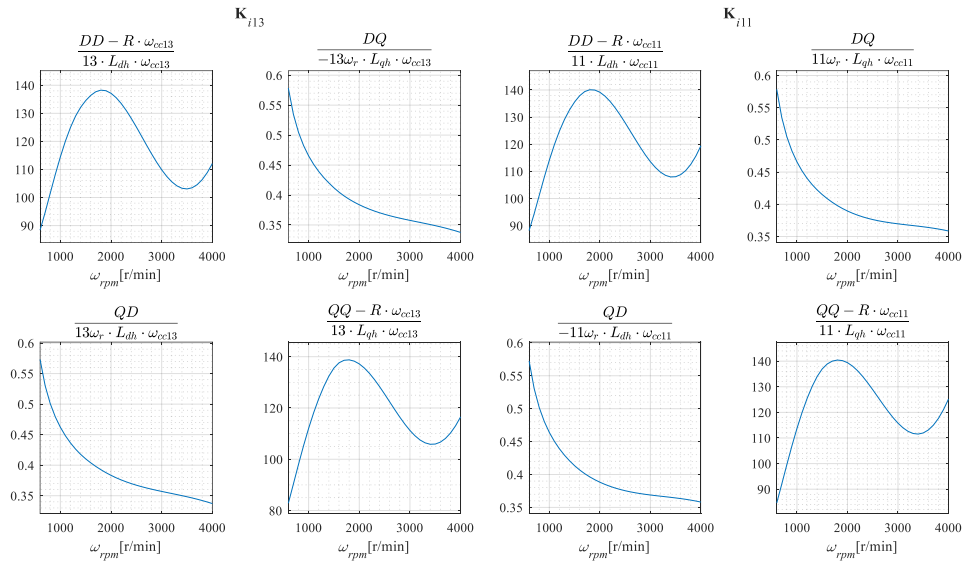
그림에서 알 수 있듯이 식 (4.120)에 의해 구해진 전류 제어기 이득은 속도에 따라 비 선형적으로 변화하며, 실제 전동기 구동에 적용시 위에서 구한 속도별 이득을 참조표로 저장하여 제어에 사용할 수 있다.

한편, 일반적으로 알려진 전동기의 비례 이득과 적분 이득의 형태를 고려하였을 때 그림 4-45의 이득의 각 성분을 전동기 속도, 저항, 인덕턴스 및 고조파 차수의 정보를 이용하여 변형 시키면 아래 그림과 같이 표현된다. 이때 변형 식은 각 그래프의 위쪽에 나타내었다.



(가)

(나)



(다)

(라)

그림 4-46. 변형된 속도에 따른 이득.

(가) 비례 이득. (나) 기본과 적분 이득.

(다) 13 고조파 적분 이득. (라) -11 고조파 적분 이득

위 그림 4-46(가)는 비례 이득의 대각 성분을 인덕턴스와 제어 대역폭으로 나눈 결과를 나타낸다. 그림으로부터 대각 성분을 각각 d축



인덕턴스와  $q$ 축 인덕턴스로 나눈 결과의 개형이 유사하며, 이는 대각 성분중 한 성분의 속도에 따른 변화만 참조표로 구성하면, 다른 대각 성분은 인덕턴스의 비율을 통해 역산하여 근사할 수 있음을 의미한다. 또한 나머지 한 성분의 참조표도 속도에 따른 1차 근사를 통해 간략히 나타낼 수 있다.

그림 4-46(나)는 적분 이득의 반 대각 성분을 인덕턴스와 전동기 속도 및 제어 대역폭으로 나눈 결과를 나타낸다. 마찬가지로 반 대각 성분의 개형이 유사하며 비례 이득과 유사한 방식으로 참조표의 크기를 줄일 수 있다.

적분 이득의 대각 성분이 저항과 제어 대역폭의 곱임에 착안하여 그림 4-46(다)와 (라)는 고조파 적분 이득의 대각 성분에서 저항 성분을 빼고 이를 고조파 차수와 인덕턴스의 곱으로 나눈 결과를 보여준다. 또한 반 대각 성분은 인덕턴스와 전동기 속도, 제어 대역폭 및 고조파 차수를 나누어 표현하였다.

그림 4-46(다)와 (라)의 모든 반 대각 성분이 유사한 개형을 가지므로 4개의 참조표 대신 1개의 참조표를 이용하여 근사화된 이득을 사용할 수 있다. 또한 나머지 하나의 참조표도 속도에 따라 2차 근사를 통해 간략히 나타낼 수 있다. 그림 4-46(다)와 (라) 대각 성분 또한 서로 유사한 개형 및 값을 가지며, 적절한 근사를 통해 4개의 참조표 대신 1개의 참조표로 참조표의 수를 줄일 수 있다.

## 제 5장 제안하는 고조파 전류 제어를 적용한 이중 삼상 전동기 운전

본 장에서는 제안하는 고조파 전류 제어기를 이용하여 이중 삼상 전동기 제어 실험 결과를 나타낸다. 먼저 1절에서는 JK평면에서 발생하는 6고조파 차분 전류 제어 실험을 설명하고 2절에서는 DQ좌표계 12 고조파 전류 제어를 통한 토크 맥동 저감 실험에 대해 설명한다.

실험에 사용된 전동기, 인버터 및 실험 세트의 구조는 부록 C에 수록하였으며 대상 전동기의 제정수는 아래 표와 같다.

아래 표 5-1의 인덕턴스 값은 전동기가 정격 전류 운전점에서의 유한 요소 해석 결과값이며 철심의 포화와 유한 요소 해석의 오차를 고려할 때 실제 전동기 제정수와 운전점에 따라 차이가 있을 수 있다.

아래 표의 제정수 중 고정자 권선 저항과 D, Q축 인덕턴스를 식 (4.120)에 대입하여 DQ좌표계 기본파 및 12 고조파 전류 제어기 이득을 속도별로 계산한 결과를 참조표로 구성하여 실험에 사용하였다. 마찬가지로 권선 저항과 JK축 인덕턴스를 식 (4.120)에 대입하여 JK좌표계 기본파 및 6고조파 전류 제어기 이득을 속도별로 계산한 결과를 참조표로 구성하였다.

표 5-1 대상 전동기 제정수

변수	설명	값
$pp$	극쌍수	4
$I_{s.rated}$	정격 전류	17 A <sub>rms</sub>
$T_{e.rated}$	정격 토크	20 N·m
$\omega_{rpm.base}$	기저 속도(직류단 300V)	6000 r/min
$\lambda_{PM}$	영구 자석 자속	68.9 mWb·t
$R_s$	고정자 권선 저항	165 mΩ
$L_D$	VSD 좌표계 D축 인덕턴스	580 μH
$L_Q$	VSD 좌표계 Q축 인덕턴스	1590 μH
$L_J$	VSD 좌표계 J축 인덕턴스	120 μH
$L_K$	VSD 좌표계 K축 인덕턴스	30 μH

## 5.1 JK평면 6고조파 차분 전류 저감

### 5.1.1 고조파 전류 제어 미 적용시 대상 전동기의 전류

아래 그림은 출력 토크가 0 N·m, 전동기의 속도는 750 r/min(전기각 주파수 50 Hz), 1500 r/min(전기각 주파수 100 Hz) 인 경우에 대해 고조파 전류 제어를 하지 않을 때 대상 전동기 전류를 보여준다. 이때 DQ전류와 JK전류는 각각의 동기 좌표계 기본파 전류 제어만 수행하였으며 그 대역폭은 100 Hz이다.

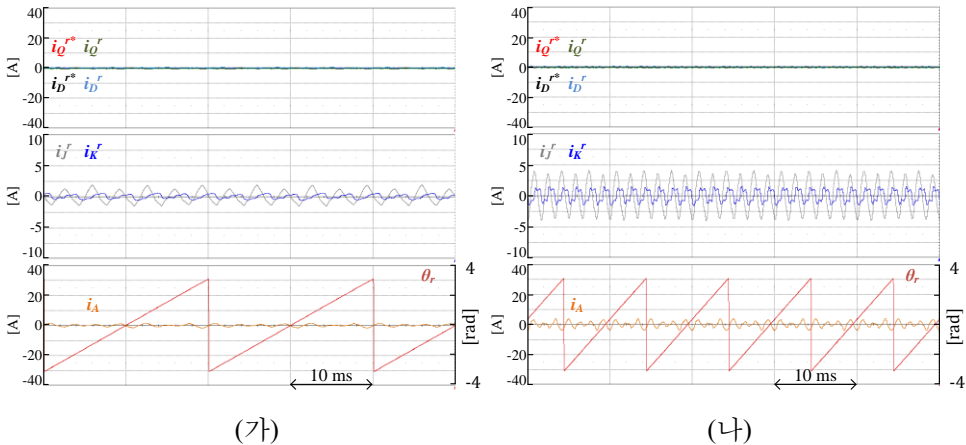
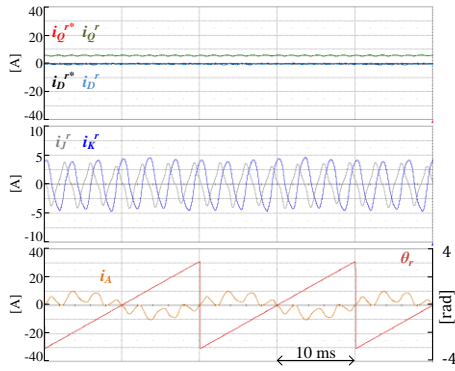


그림 5-1. 0 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.

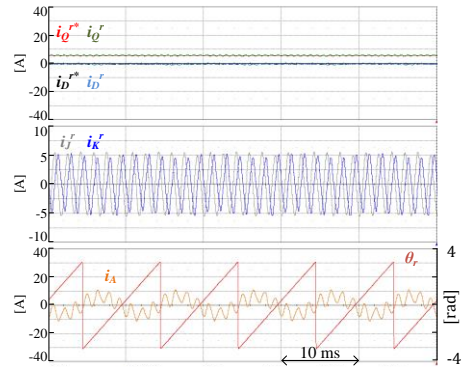
그림에서 가장 윗 부분은 전동기의 동기 좌표계 DQ전류,  $i_d^*$ ,  $i_q^*$ 과 전류 지령,  $i_d^*$ ,  $i_q^*$ 을, 가운데 파형은 전동기의 동기좌표계 JK전류,  $i_j^*$ ,  $i_k^*$ 를, 아랫 부분은 전동기의 A상 상전류,  $i_A$  와 회전자 각도,  $\theta_r$ 을 나타낸다.

$i_j^*$ ,  $i_k^*$  를 살펴보면 6고조파 차분 전류가 발생함을 알 수 있다. 또한 (가)와 (나)를 비교하였을 때 전동기의 속도가 증가함에 따라 차분 전류의 크기가 증가한다. 이는 차분 전류를 발생시키는 외란 전압이 속도에 따라 증가하였기 때문이다.

그림 5-2, 그림 5-3, 그림 5-4는 각각 전동기의 지령 토크가 5, 10, 20 N·m인 경우에 대해 그림 5-1과 동일한 조건으로 전동기의 전류를 측정된 결과이다.

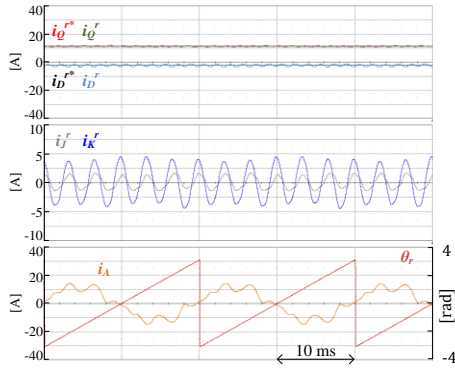


(가)

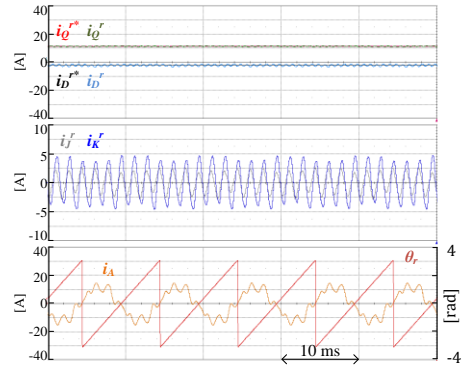


(나)

그림 5-2. 5 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.

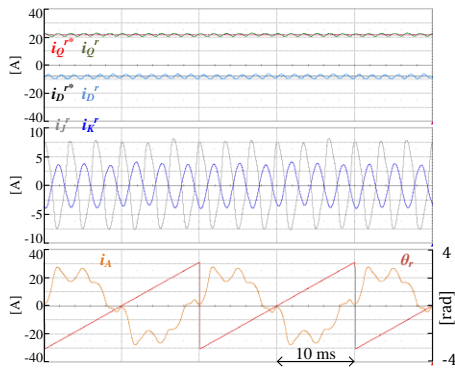


(가)

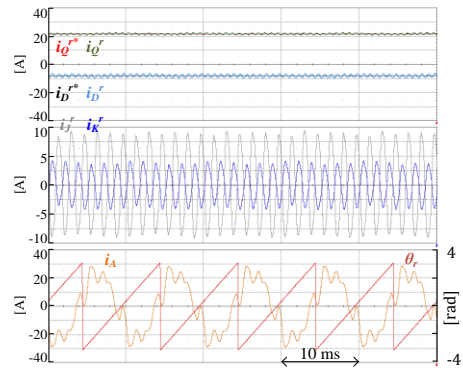


(나)

그림 5-3. 10 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.



(가)



(나)

그림 5-4. 20 N·m 고조파 제어 미 적용시 전류. (가) 750 r/min. (나) 1500 r/min

그림 5-1부터 그림 5-4를 비교하였을 때 전동기의 토크가 변함에 따라 차분 전류의 고조파 크기가 달라짐을 알 수 있다. 이는 2.4절에서 살펴본 바와 같이 포화의 효과로 인해 전동기의 차분 성분 인덕턴스와 영구자속에 의한 고조파 자속이 전류의 크기에 따라 변화하기 때문이다.

그림 5-3의 10 N·m 결과를 살펴보면 DQ좌표계 전류의 크기가 약 10 A일 때 차분 전류의 고조파 성분 크기가 약 5 A임을 알 수 있다. 차분 전류는 동손을 발생 시키므로 이 차분 성분으로 인해 동손이 25% 증가한다. 또한 높은 주파수의 고조파 전류가 추가적인 철손을 야기할 수 있다.

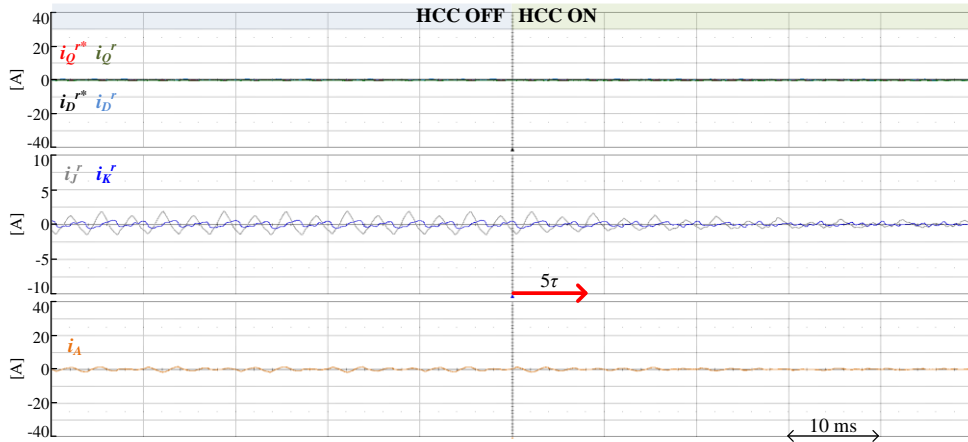
이처럼 이중 삼상 전동기의 경우 전동기에 따라서 과도한 차분 전류가 발생하는 경우가 있으며, 이는 추가적인 손실을 야기하기 때문에 고조파 전류 제어를 통해 차분 전류를 억제해야 함을 실험적으로 확인하였다.

### 5.1.2 선행 연구의 고조파 전류 제어

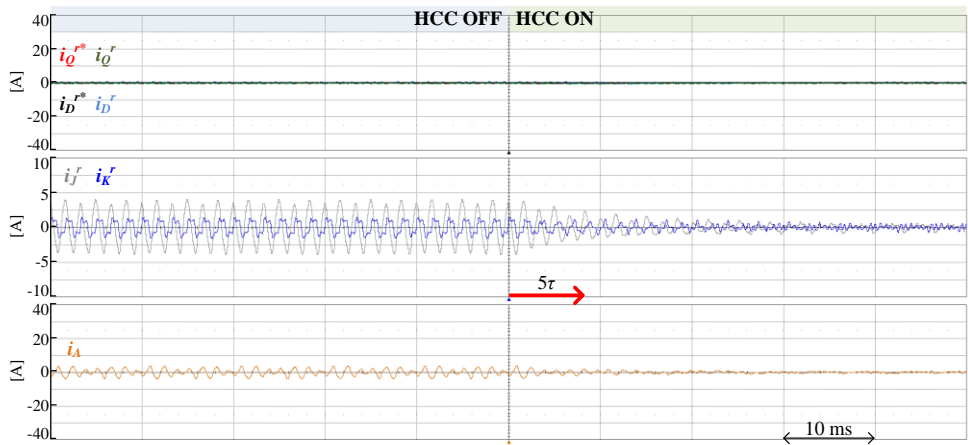
본 절에서는 기존 연구의 고조파 전류 제어를 적용할 때 대상 전동기 과도 상태 전류 실험 결과를 도시한다. 이때 DQ전류는 동기 좌표계 기본파 전류 제어만 수행하였으며 JK전류는 기본파, -5고조파, 7고조파 전류를 그림 3-12와 같은 저역 통과 필터를 사용하는 기존 연구의 고조파 전류 제어기로 제어하였다. 저역 통과 필터의 차단 주파수는 전동기 기본파 주파수의 3배로 설정하였으며 제어기 이득 설정에 사용된 제정수는 아래 표 5-2와 같다.

표 5-2 JK평면 전류 제어기 제정수

변수	설명	값
$\omega_{cc}$	기본파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc7}$	7고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc5}$	-5고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$T_s$	이산 시간 제어 주기	100 $\mu$ s



(가)



(나)

그림 5-5. 기존 연구의 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 0 N·m  
(가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.

위 그림은 출력 토크가 0 N·m, 전동기의 속도가 750 r/min, 1500 r/min일 때 과도 응답을 보여준다.

그림에서 파란색으로 강조된 HCC OFF 영역은 JK평면에서 고조파 전류 제어(Harmonic current control, HCC)가 적용 되지 않을 때의 전류 파형을 보여주며 초록색으로 강조된 HCC ON 영역은 JK평면에서 고조파 전류 제어가 적용된 순간부터의 전류 파형을 보여준다.

그림에서 가운데 빨간색 화살표의 시점은 고조파 전류 제어가 적용된



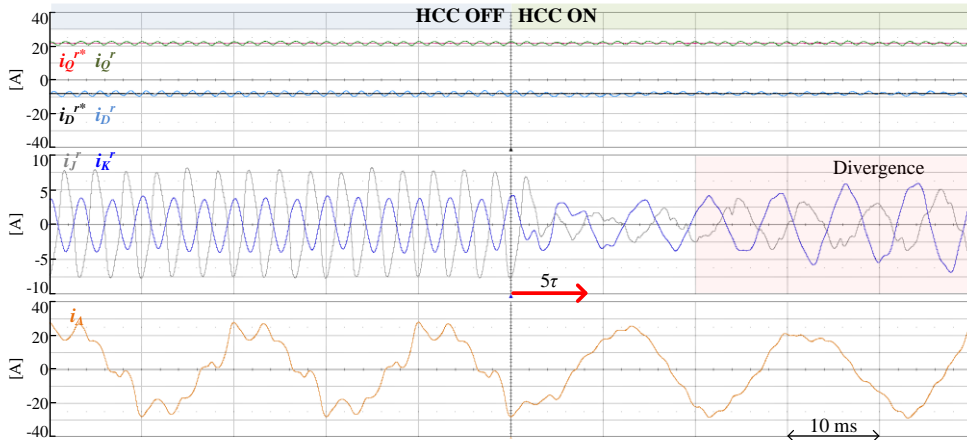
시점을 나타내며, 화살표의 끝은 설계한 고조파 전류 제어 대역폭 시정수의 5배( $5\tau$ ) 지점을 나타낸다. 이때 시정수의 5배는 8 ms이다.

그림에서 가장 윗 부분은 전동기의 동기 좌표계 DQ전류,  $i_d'$ ,  $i_q'$ 과 전류 지령,  $i_d^{*}$ ,  $i_q^{*}$ 을, 가운데 파형은 전동기의 동기 좌표계 JK전류,  $i_j'$ ,  $i_k'$ 를, 아랫 부분은 전동기의 A상 상전류,  $i_a$  를 나타낸다.

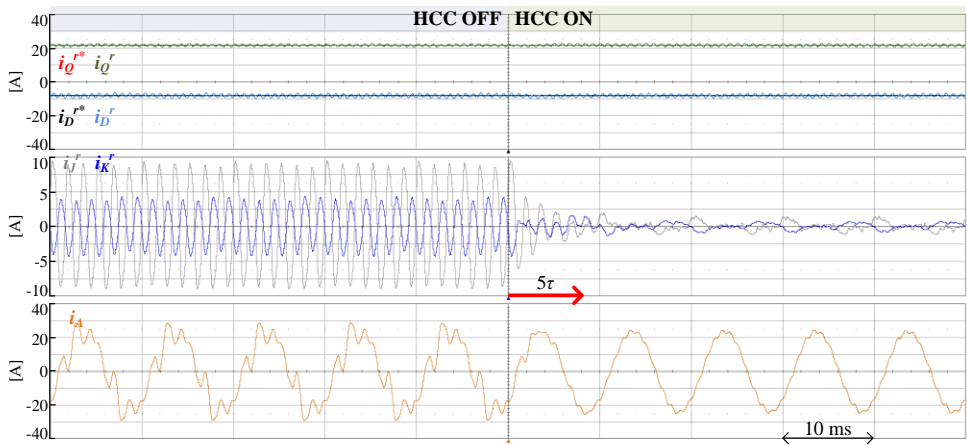
고조파 전류 제어가 적용 되기 전 약 2.5A 크기로 유지되던 6고조파 차분 전류가 고조파 전류 제어가 적용된 후 정상상태에서 효과적으로 억제됨을 알 수 있다.

다만 두 속도의 경우 모두 설계한 99% 수렴 시간,  $5\tau$  후에도 고조파 전류 성분이 남아 있다. 이는 선행 연구의 고조파 전류 제어기는 돌극성을 고려하지 않았기 때문에 전류 제어기의 전달함수가 설계한 제어 대역폭과 달라지며 발생하는 현상이다. 또한 그림 (가)의 전동기 속도가 750 r/min(기본파 주파수 50 Hz) 일 때 정상 상태 수렴에 더 오랜 시간이 걸리는데, 이는 각 고조파 제어기간 간섭을 막기 위해 추가한 150 Hz 1차 저역 통과 필터가 고조파 제어를 왜곡하였기 때문이다.

아래 그림은 출력 토크가 20 N·m인 경우의 그림 5-5와 동일한 실험 결과를 보여준다.



(가)



(나)

그림 5-6. 기존 연구의 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 20 N·m

(가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.

그림 5-6 (가)의 전동기 속도가 750 r/min 인 경우의 빨간색으로 강조된 부분을 살펴보면, 고조파 전류 제어기가 적용 된 후 차분 전류의 고조파 성분의 크기가 지속적으로 증가하며 고조파 전류 제어가 발산함을 알 수 있다. 반면 그림 (나)의 상대적으로 고속인 1500r/min에서는 안정하게 제어가 된다.

선행 연구의 고조파 제어기에서 간섭을 막기 위한 저역 통과 필터는 차단 주파수와 고조파 제어기의 제어 대역폭이 가까워지면 고조파

제어기를 왜곡하게 된다. 이때 개루프 전달함수의 위상, 이득 여유가 줄어들게 되고 고부하 영역에서의 JK 좌표계의 인덕턴스 변화로 인한 제정수 불일치로 인해 고조파 제어기가 발산한다.

아래 그림은 그림 5-6의 (가)와 동일한 조건에서 고조파 전류 제어 대역폭을 100 Hz에서 10 Hz로 낮췄을 때의 결과를 보여준다.

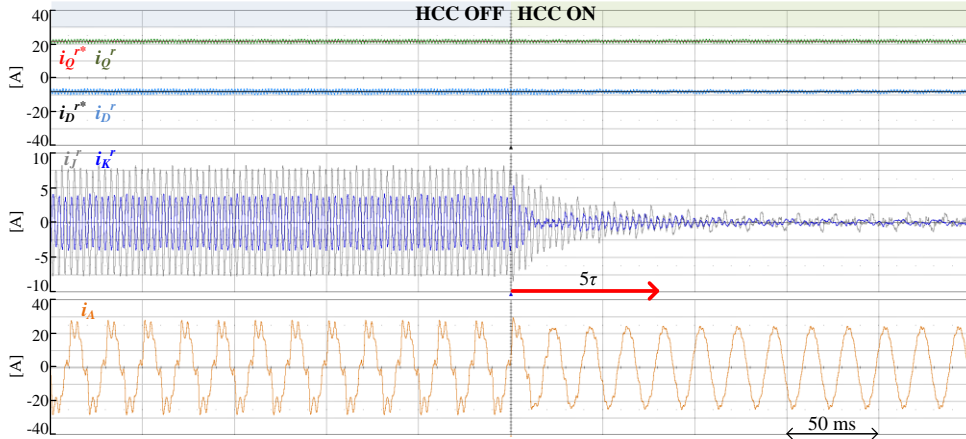


그림 5-7. 기존 연구의 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 고조파 전류 대역폭 10 Hz

제어 대역폭이 낮아짐에 따라 제어기의 위상, 이득 여유가 증가하고 제정수 불일치에도 발산하지 않고 고조파 전류 제어가 수렴함을 알 수 있다. 이처럼 선행 연구의 제어기는 설계 대역폭을 높이는 경우 발산 가능성이 있으며, 제어 안정성을 위해 설계 대역폭과 적용 속도를 제한할 필요가 있다. 다만 설계 대역폭을 제한하는 경우 아래 그림과 같이 계단 형태의 부하 변화에 대해 고조파 전류 제어 수렴 시간이 오래 걸리게 된다.

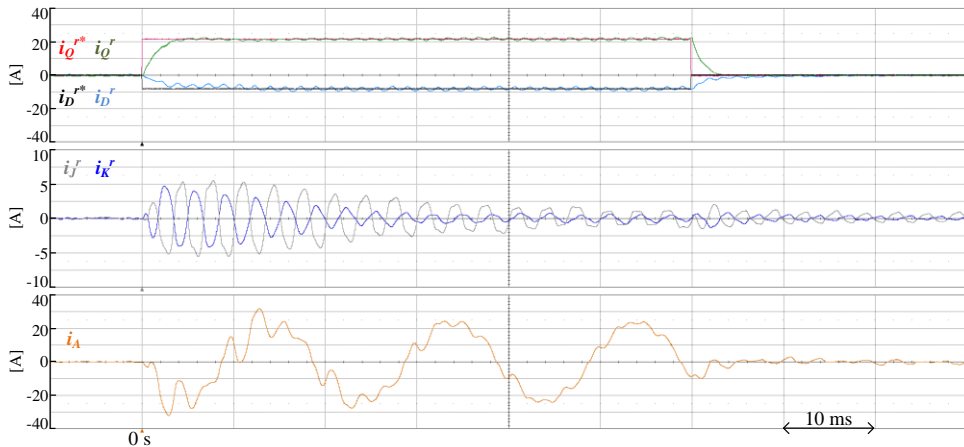


그림 5-8. 토크 지령 20 N·m 계단 변화에 대한 과도 응답.

위 그림 5-8은 전동기 속도가 750 r/min인 경우에 토크 지령이 0 s에 0 N·m 에서 20 N·m로 계단적으로 변화 하였을 때 전류 제어 과도 응답을 보여준다. 토크 지령 변화 전 후로 JK축 고조파 전류 제어기가 적용되었으며 고조파 전류 제어 대역폭은 10 Hz로 설정하였다.

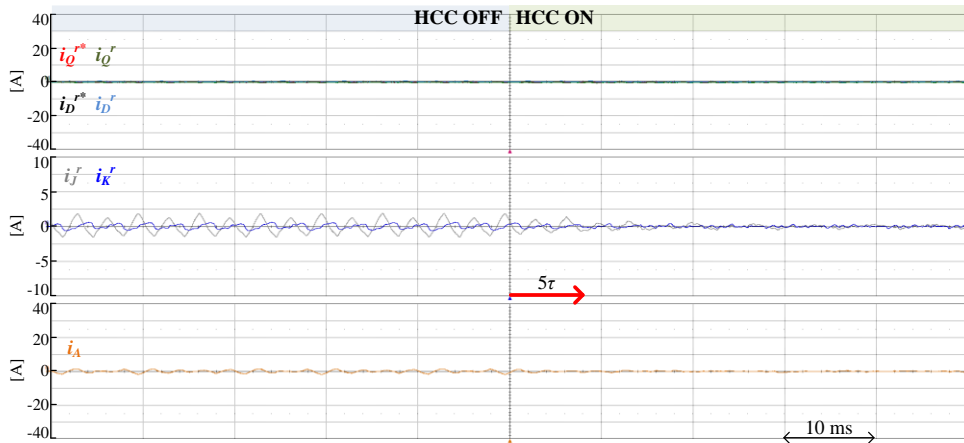
그림에서 DQ전류가 변화함에 따라 JK축 고조파 전류가 발생함을 알 수 있다. 이는 JK축 고조파 전류를 발생시키는 고조파 자속이 DQ전류에 따라 변화하기 때문이다. 한편 DQ 전류 변화로 인해 발생한 고조파 전류는 설정한 제어 대역폭 시정수의 5배, 약 80 ms, 후에 완전히 억제되는데 그 이전에 부하가 변동하면 또다시 고조파 전류가 발생함을 알 수 있다.

이처럼 고조파 전류 제어 대역폭이 낮은 경우 기존 연구에서 제안한 고조파 전류 제어기도 발산하지 않고 동작하지만 부족한 수렴시간으로 인해 빈번한 부하 변동에 대해 고조파 전류를 효과적으로 억제할 수 없다는 한계가 있다.

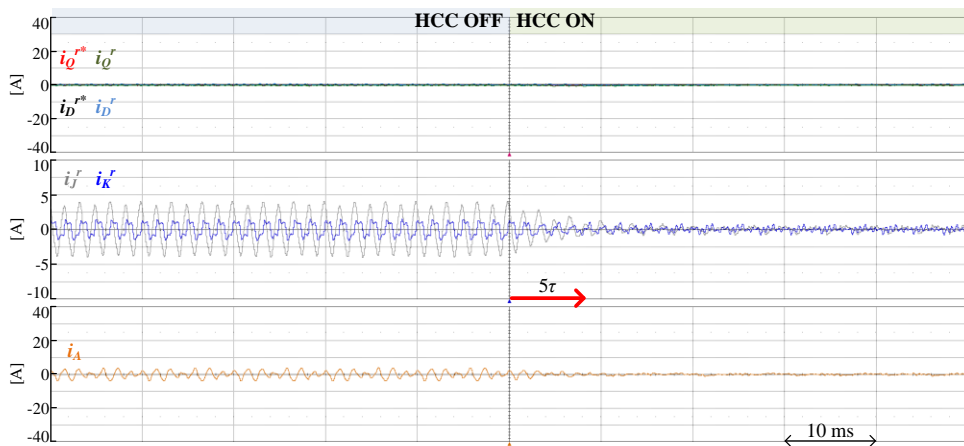
### 5.1.3 제안하는 고조파 전류 제어

#### 5.1.3.1 고조파 전류 제어 적용에 따른 과도 응답

본 절에서는 제안하는 고조파 전류 제어를 적용할 때 대상 전동기 과도 상태 전류 실험 결과를 도시한다. 이때 DQ전류는 동기 좌표계 기본파 전류 제어만 수행하였으며 JK전류는 기본파, -5고조파, 7고조파 전류를 그림 4-29과 같은 돌극성을 고려한 고조파 전류 제어기를 통해 제어하였다. 제어기 이득 설정에 사용된 제정수는 표 5-2와 같다.



(가)



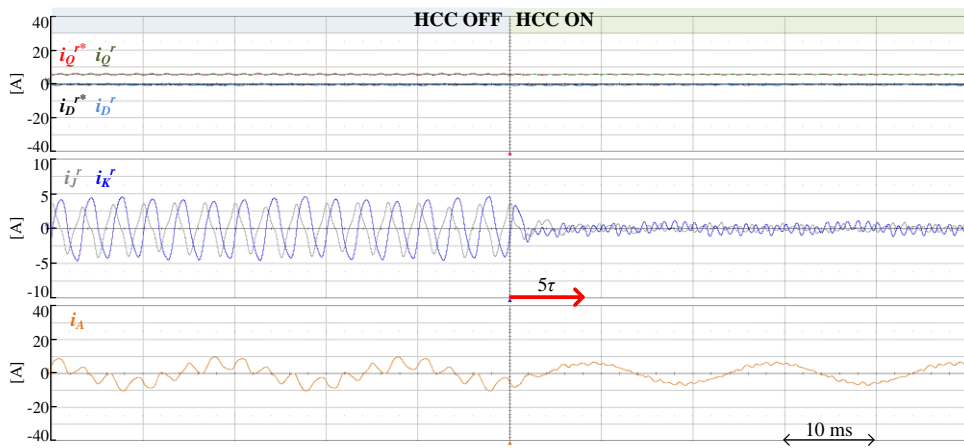
(나)

그림 5-9. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 0 N·m

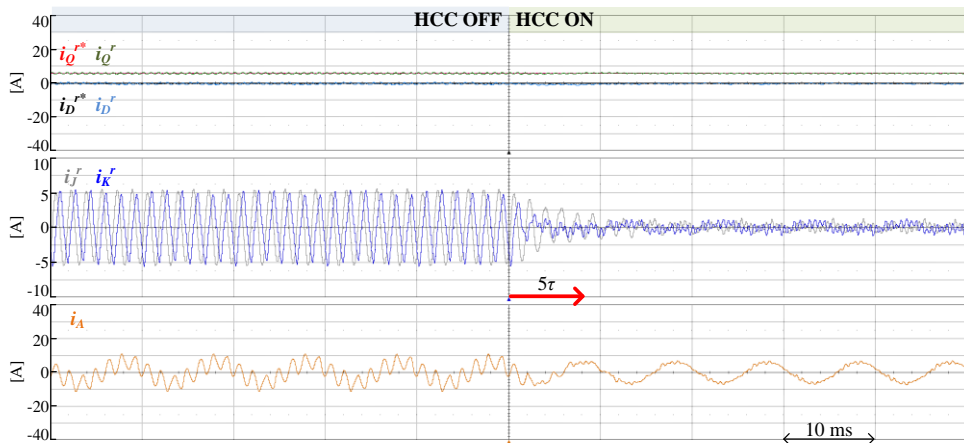
(가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.

위 그림은 출력 토크가 0 N·m, 전동기의 속도가 750 r/min(50 Hz), 1500 r/min(100 Hz)일 때 과도 응답을 보여준다. 이때 과형의 주석은 앞선 절의 그림 5-5와 같다. 두 속도 모두 기존 연구와 달리 고조파 전류 제어가 적용된 시점으로부터 설정된 수렴 시간, 8 ms 후에 약 4 A의 6고조파 전류가 0 A로 억제됨을 알 수 있다.

동일한 방법으로 전동기의 지령 토크가 5, 10, 20 N·m인 경우에 대해 고조파 전류 제어 과도 응답을 실험적으로 확인하였으며 그 결과는 다음 그림과 같다.



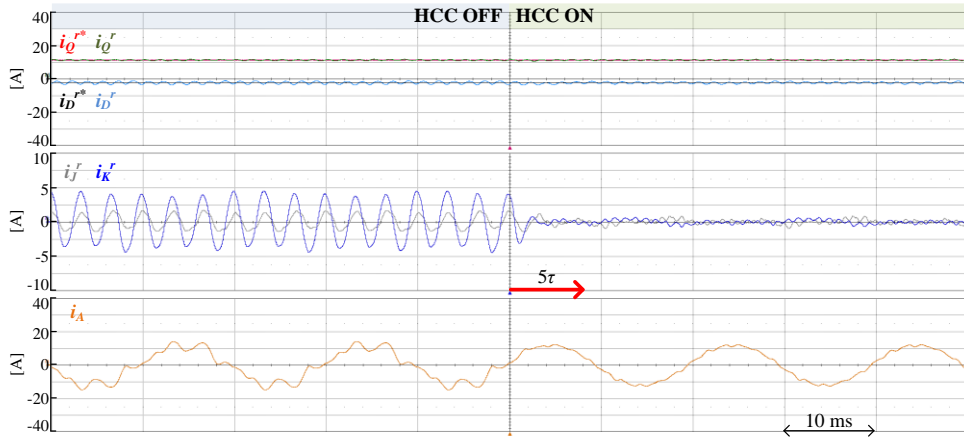
(가)



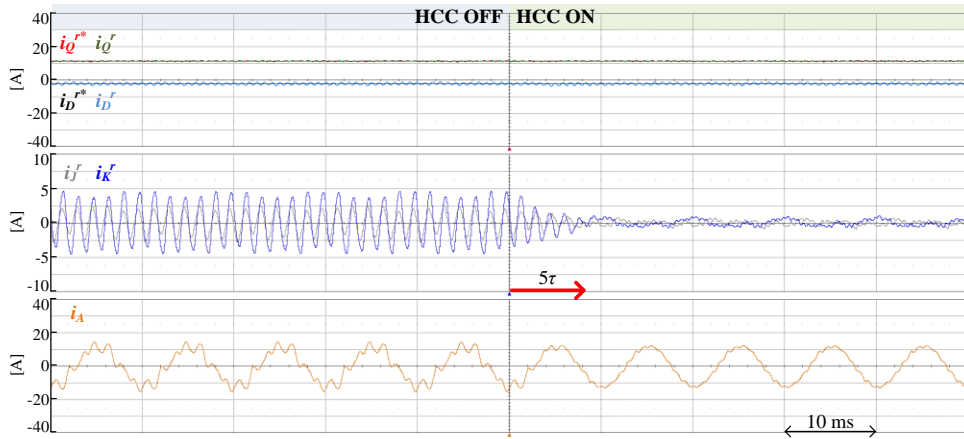
(나)

그림 5-10. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 5 N·m

(가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.



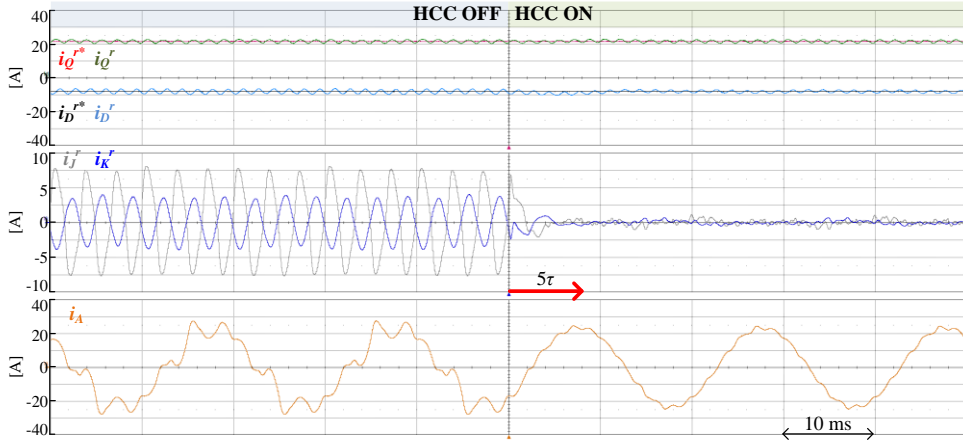
(가)



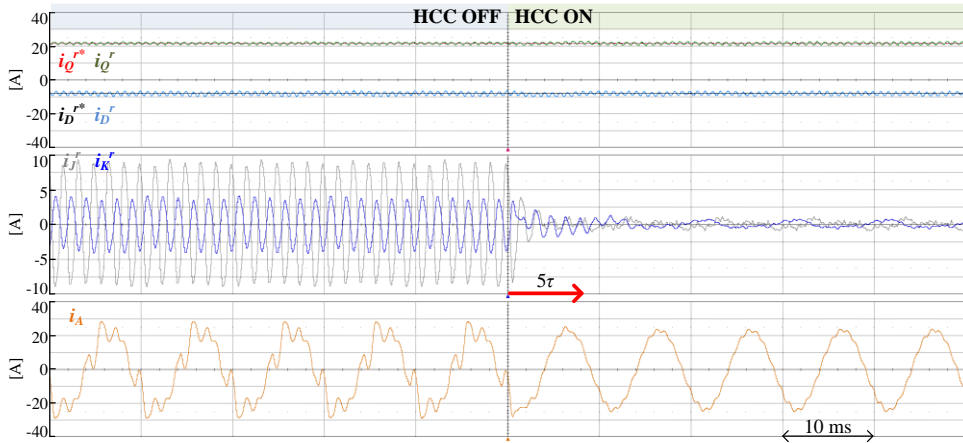
(나)

그림 5-11. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 10 N·m

(가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.



(가)



(나)

그림 5-12. 제안하는 JK축 고조파 전류 제어 과도 응답. 20 N·m

(가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.

그림 5-10 부터 그림 5-12의 실험 결과를 통해 여러 부하 조건에서 제안하는 고조파 전류 제어기의 과도 상태 응답을 확인 할 수 있다. 0 N·m의 경우와 마찬가지로 대부분의 경우 설계된 수렴 시간 이내에 고조파 전류가 억제됨을 확인할 수 있다. 다만 그림 5-12의 (나)의 경우 설계된 수렴 시간을 초과하여 고조파 전류가 억제됨을 알 수 있다. 이는 해당 실험 조건에서 전류로 인해 포화도가 변화하여 JK축 인덕턴스가 표 5-2의 설계 조건과 달라졌기 때문이라 예상된다.

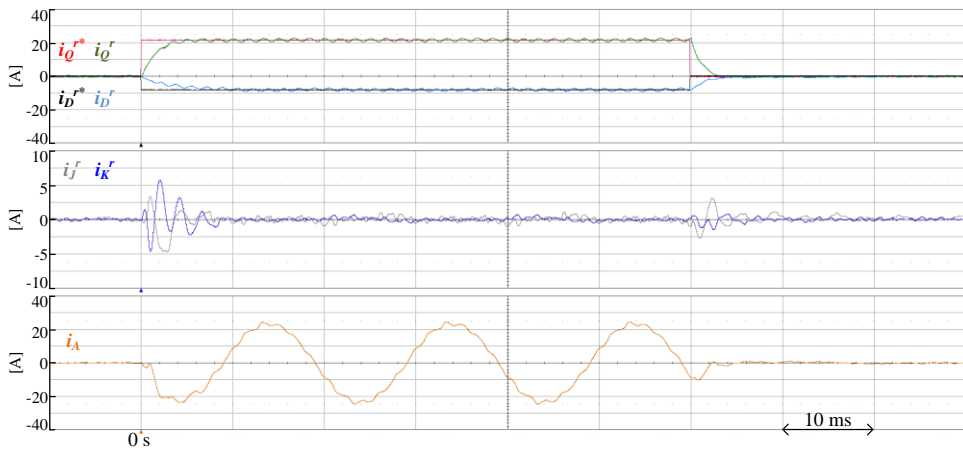
한편 그림 5-12의 (나)로부터 제안하는 제어기는 선행 연구의 고조파



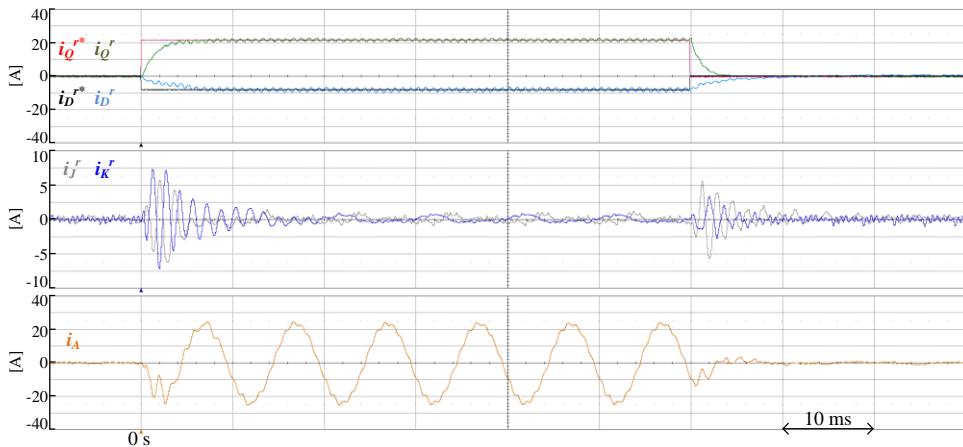
전류 제어와 달리 750 r/min의 고부하 영역에서도 안정하게 작동함을 알 수 있다. 이는 제안하는 제어기에 저역 통과 필터가 없어 저속에서 작동 가능하며 각 고조파 제어기간의 간섭이 없도록 제어기 이득을 설계하여 충분한 위상, 이득 여유를 확보함으로써 전동기 제정수 변동에 강인하기 때문이다.

### 5.1.3.2 계단적인 토크 변동에 따른 과도 응답

아래 그림은 제안하는 고조파 전류 제어기를 적용하였을 때 그림 5-8과 같이 계단적인 토크 지령 변화에 대한 전류 과도 응답을 기본과 주파수 50 Hz(750 r/min), 100 Hz(1500 r/min)인 경우에 대해 보여준다. 이때 토크 지령 변화 전 부터 고조파 전류 제어기가 작동하여 고조파 전류를 억제하였으며, 고조파 전류 제어기의 이득 설정에 사용된 제정수는 앞선 실험들과 마찬가지로 표 5-2과 같다.



(가)



(나)

그림 5-13. 계단적인 토크 지령 변화에 대한 과도 응답. 20 N·m

(가) 750 r/min. (나) 1500 r/min.

그림 5-13의 실험 결과를 통해 DQ축 전류가 변화함에 따라 JK축에

고조파 전류가 발생하지만 제안하는 제어기는 설계된 대역폭 8 ms 근방에서 고조파 전류를 효과적으로 억제함을 알 수 있다.

### 5.1.3.3 속도 변동에 따른 고조파 전류 제어

제안하는 전류 제어기는 속도가 변화하지 않는다고 가정하고 구한 이득이므로 속도 변화에 따라 전류 제어기 성능이 달라질 수 있다.

아래 그림은 제안하는 고조파 전류 제어기를 적용하였을 때 기본과 주파수를 750 r/min(50 Hz)에서 3000 r/min(200 Hz) 까지 1.4 (kr/min)/s의 가속도로 증가시킨 실험 파형이다. 실험으로부터 제안하는 고조파 제어기를 적용할 때 전동기 속도가 변화함에도 불구하고 JK평균 6고조파 전류 제어가 잘 수행됨을 알 수 있다.

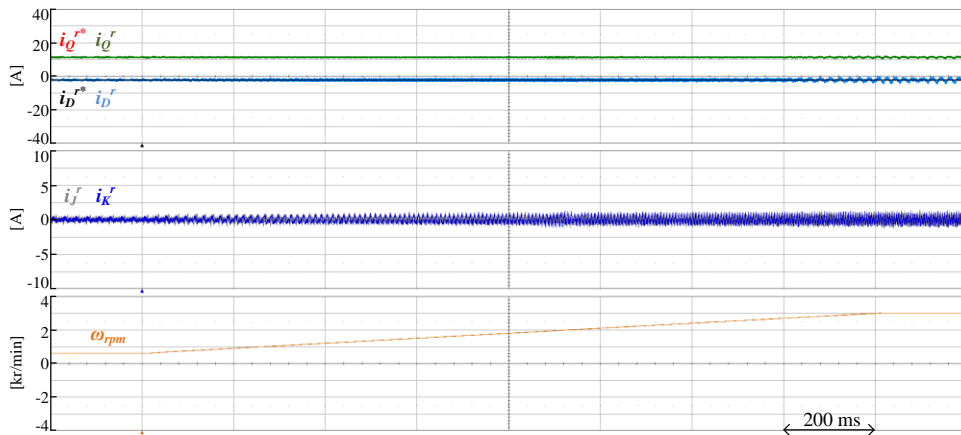


그림 5-14. 속도 변동에 따른 고조파 전류 제어

#### 5.1.3.4 고조파 전류 제어시 필요한 추가 전압

본 절에서는 JK평면 6 고조파 전류 제어시 필요한 추가 전압을 비교한 실험 파형을 도시한다. 앞선 2.4.1.3절에서 대상 전동기의 고조파 자속 크기를 FEA 분석을 통해 알아보았다. 이때 이중 삼상 전동기의 JK평면 인덕턴스 특성상 고조파 자속의 크기가 작은 경우에도 JK평면에는 큰 고조파 전류가 흐르게 된다고 설명하였는데, 이는 JK평면에서 고조파 전류 제어를 억제하는데 필요한 전압 크기 또한 작다는 것을 의미한다.

아래 그림 5-15은 대상 전동기를 3000 r/min (200 Hz)로 회전시키면서 지령 토크가 0 N·m인 경우에 대해 고조파 전류 제어를 수행 하지 않았을때와 수행 하였을때의 JK평면 전류와 정지좌표계 전압 지령을 나타낸다.

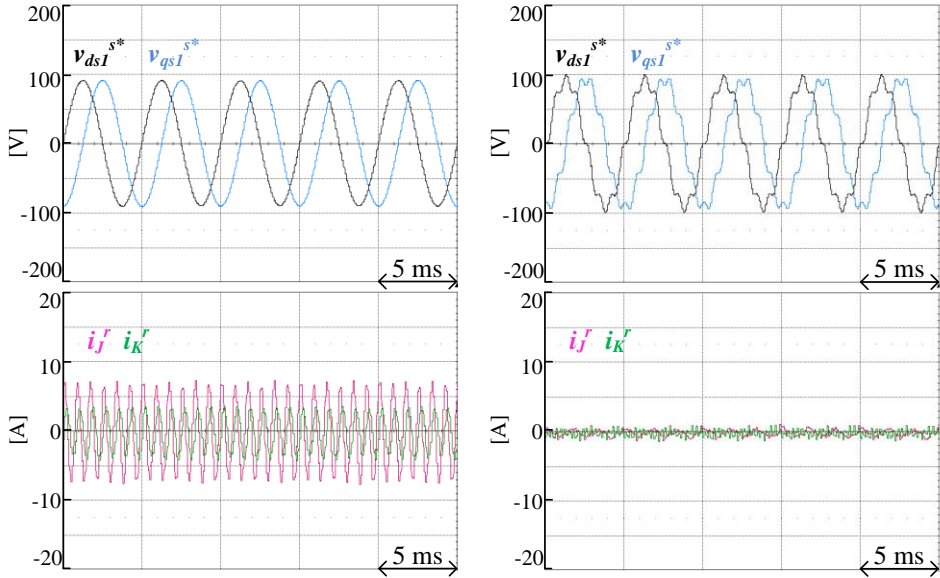
그림에서  $v_{ds}^{s*}$ 과  $v_{qs}^{s*}$ 는 식 (2.68)을 이용해 구한 DRF좌표계상에서의 전압 지령이며, 해당 전압이 SVPWM을 통해 이중 삼상 전동기를 구동하는 두 개의 인버터중 하나의 전압 지령으로 인가 된다. 그림 (가)는 고조파 전류 제어를 적용 하지 않았을 때 시간 영역에서의 전압 지령과 JK평면 전류를, 그림 (나)는 고조파 전류 제어를 적용하였을 때의 전압 지령과 전류를 나타낸다.

고조파 전류 제어를 적용하지 않았을 때 고조파 전류가 약 8 A 발생하였으며 고조파 전류 제어를 적용하는 경우 0 A로 제어됨을 알 수 있다. 이때 그림 (가)와 (나)의 전압 지령을 비교해보면 고조파 전압 성분이 정지 좌표계 전압 지령에 포함되었음을 알 수 있다.

그림 (가)와 (나)의 전압 지령을 리사주 파형으로 나타내면 각각 그림 (다)와 (라)의 파란색 그래프와 같다. 그림 (다), (라)에서 검은색 육각형은 300 V 직류단 전압을 가지는 인버터의 전압 합성 제한을 나타내며 그림 (라)의 빨간색 점선은 고조파 전류 제어를 적용하지 않았을 때의 전압 지령 궤적을 나타낸다.

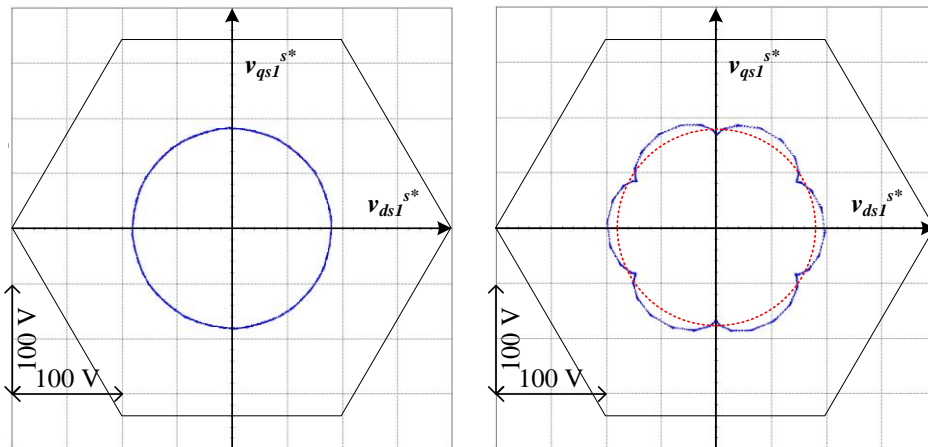
그림으로부터 고조파 전압 합성으로 인해 전압 지령의 크기가

증가하였음을 알 수 있다. 또한 속도가 더 증가함에 따라 고조파 전류 제어를 적용하는 경우 더 낮은 속도에서 전압 제한에 의해 출력 전압 지령이 합성 되지 못한다.



(가)

(나)

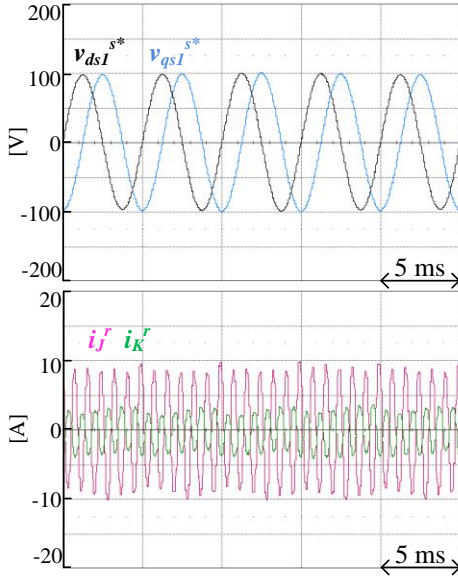


(다)

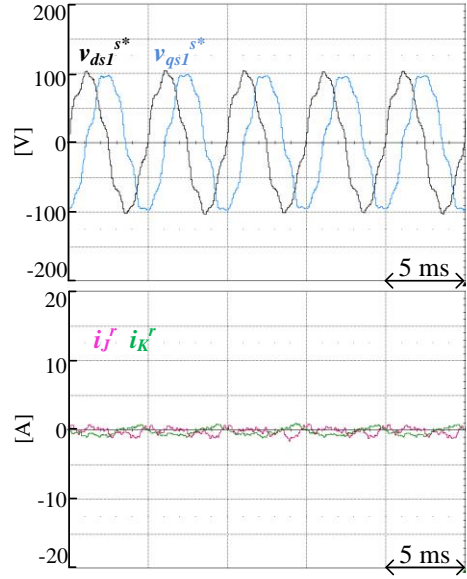
(라)

그림 5-15. 3000 r/min, 0 N·m 운전시 정지 좌표계 전압 지령

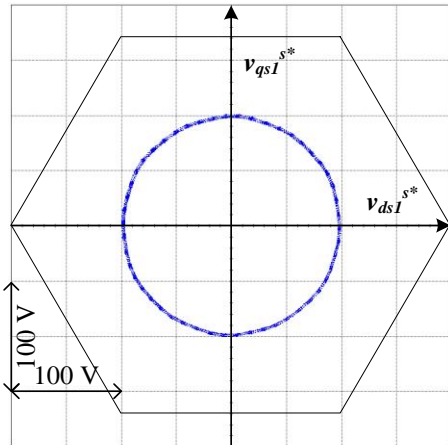
아래 그림은 그림 5-15와 동일한 실험을 지령 토크가 20 N·m인 경우의 파형을 나타낸다.



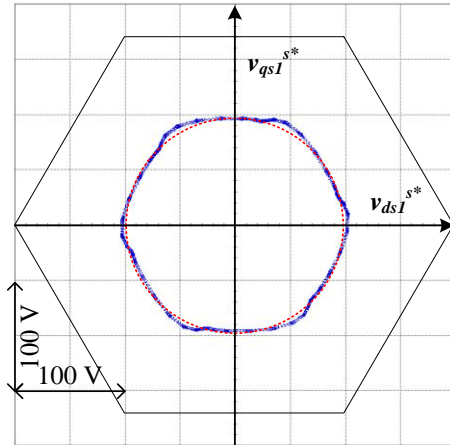
(가)



(나)



(다)



(라)

그림 5-16. 3000 r/min, 20 N·m 운전시 정지 좌표계 전압 지령

그림 5-15에서와 마찬가지로 고조파 전류 제어를 적용함으로써 고조파 전류를 약 10 A 감소시켰으며 그림 (라)로부터 전압의 크기가 더 증가하였음을 알 수 있다. 다만 20 N·m의 경우 고조파 전류 제어에 필요한 전압의 크기가 작고, 또한 전압의 형태가 인버터의 합성 가능한 전압 육각형과 동상으로 변화하는 것을 알 수 있다.

이를 일반화할 수는 없으나, 대상 전동기에 대해 고 토크 영역에서

고조파 전류 제어를 위해 추가 되는 전압은 무시할 수 있을 만큼 작음을 확인할 수 있다.

## 5.2 DQ평면 12 고조파 전류 제어를 통한 토크 맥동 저감

### 5.2.1 대상 전동기의 토크

2.4.2절에서 FEA를 이용해 대상 전동기의 평균 전류, 차분 전류, 그리고 회전자 위치에 따른 토크를 알아보았다. 본 절에서는 실험적으로 측정된 대상 전동기의 토크에 대해 살펴보고 대상 전동기의 토크 맥동과 토크 맥동을 저감할 수 있는 IMTPA제적에 대해 살펴본다.

#### 5.2.1.1 DQ평면에서의 각도별 및 각도 평균 토크

2.4.2절에서 살펴본 바와 같이 대상 전동기의 토크는 차분 전류,  $i_d^r, i_q^r$ 에 따라 바뀐다. 본 연구에서는 차분 전류를 0으로 제어 하는 것이 최소 동손 제어의 준 최적해라 가정하였으므로 실험적으로 대상 전동기의 토크를 측정할 때는 차분 전류를 0A로 제어하였다.

아래 그림은 토크 맵 추출 시험 시 전류 파형을 보여준다. 평균 전류,  $i_d^r, i_q^r$ 는 각각 -20 A ~ 6 A, -6 A ~ 20 A범위를 2 A간격으로 변경하였으며 전류의 크기가 정격 전류인 20 A 를 넘는 부분에서는 토크를 측정하지 않았다.

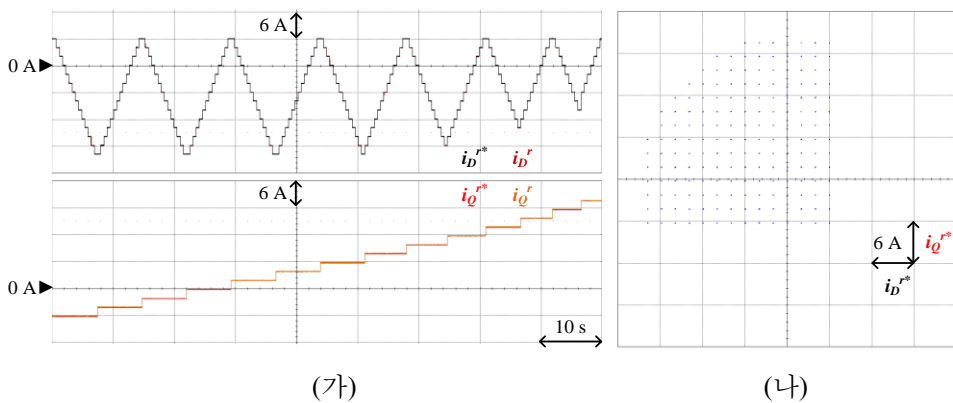


그림 5-17. DQ전류 평면 토크 맵 추출 파형.(가) 시간 영역 파형.(나) 전류 지령 리사주 파형



대상 전동기의 토크 맥동 고조파는  $i_d^r, i_q^r$  가 0 A인 경우 12의 배수 고조파로 이루어져 있으므로 전동기의 회전자 위치는  $0^\circ$  부터  $27^\circ$  까지 전기각  $3^\circ$  간격으로 변화시키면서 그림 5-17의 시험을 반복하여 토크를 측정하였다.

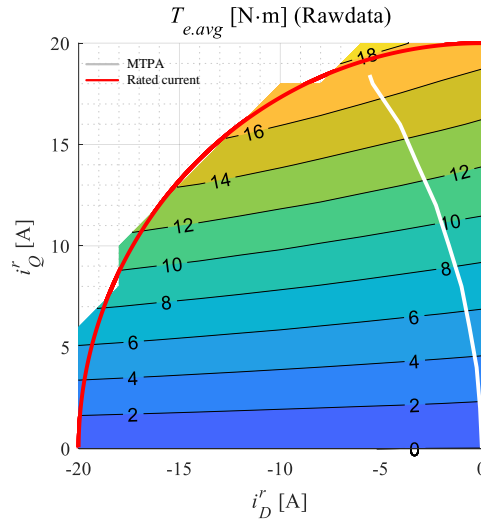


그림 5-18. DQ전류 평면 각도 평균 토크

위 그림은 DQ전류 평면 상에서 회전자 각도에 따른 평균 토크를 보여준다. 그림에서 빨간색 선은 정격 전류 제한원, 하얀색 선은 MTPA 궤적을 나타낸다. 실험으로 측정한 평균 토크가 그림 2-16의 FEA를 통해 얻은 평균 토크와 유사함을 알 수 있다.

그림 5-19는 각 회전자 각도에서의 토크를 보여준다. 그림에서 하얀색 선은 각 회전자 각도에서의 MTPA 운전점을 도시한다. 그림으로부터 회전자 각도에 따라  $(i_d^r, i_q^r) = (0,0)$  [A] 인 지점에서의 토크, 즉 코깁 토크가 변동하며 또한 회전자 각도에 따라 MTPA 궤적이 변화함을 알 수 있다.

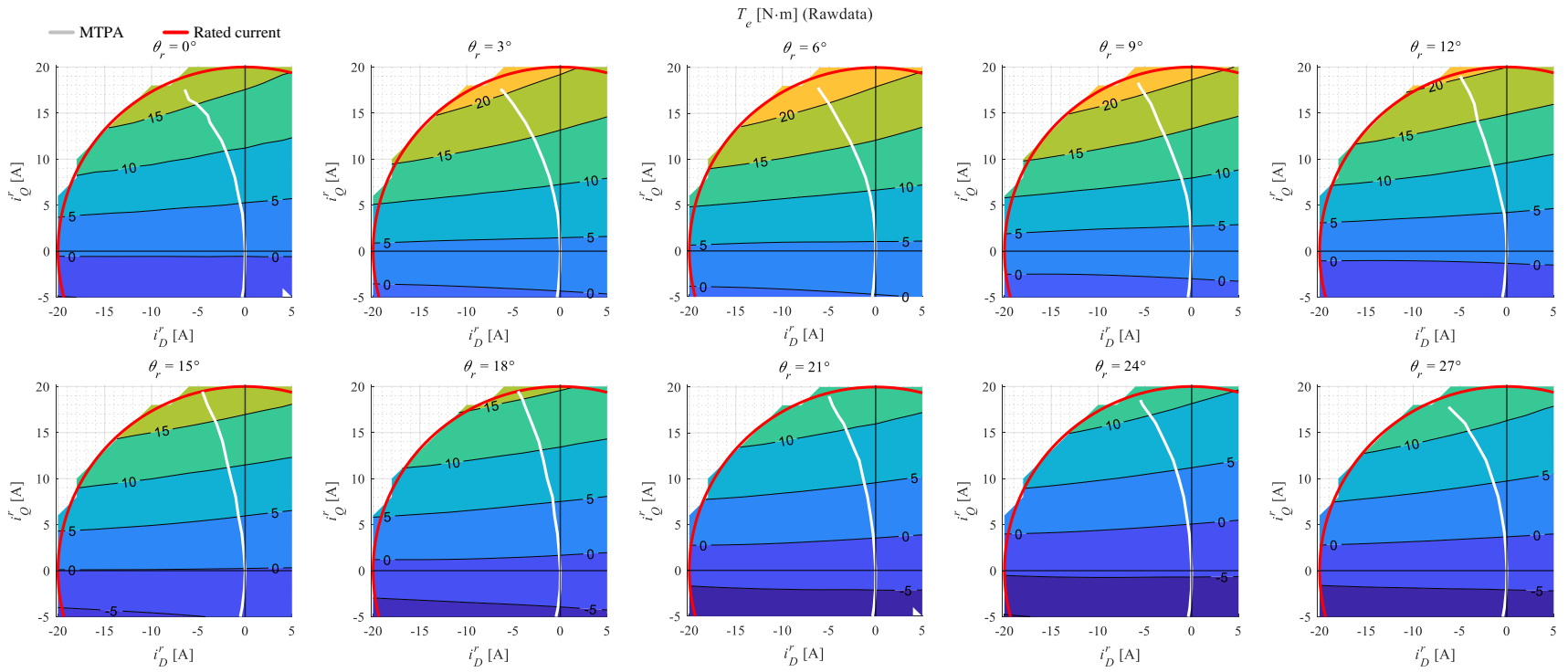


그림 5-19. 회전자 각도에 따른 DQ평면에서의 토크

### 5.2.1.2 대상 전동기의 토크 맥동

아래 그림은 그림 5-18의 각도별 평균 토크에 해당하는 MTPA 전류 운전점을 유지하였을 때 회전자 각도에 따른 토크, 즉 토크 맥동을 보여준다.

토크 맥동은 12의 배수 고조파로 이루어져있으며, 평균 토크가 0, 10 N·m인 경우 토크 맥동의 진폭이 약 5 N·m로 토크 맥동 저감이 꼭 필요함을 알 수 있다.

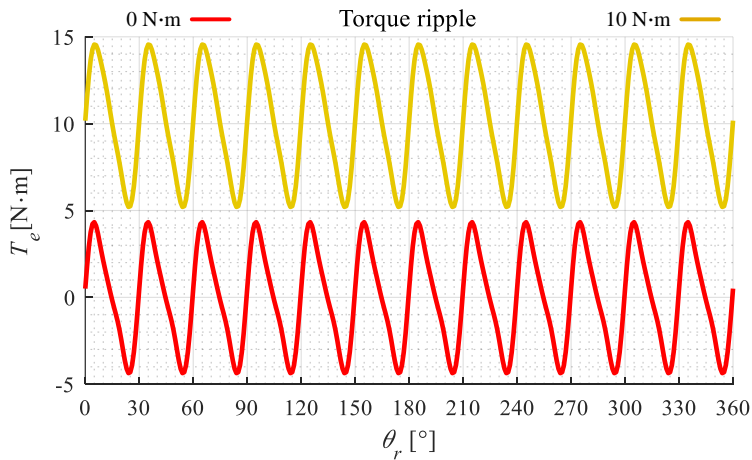


그림 5-20. 토크 맵으로 복원한 대상 전동기의 토크 맥동

전동기 회전 시에는 공간 고조파와 전류 제어기의 대역폭 한계로 인해 고조파 전류가 발생하고, 이때 전동기의 토크 맥동이 달라지게 된다. 아래 그림은 전동기가 10 N·m의 토크로 300, 600 r/min으로 회전 시 전동기의 DQ축 전류와 회전자 각도, 토크를 보여준다. 속도가 증가함에 따라 12고조파 DQ축 전류가 발생하지만 이 경우에도 그림 5-20과 유사한 5 N·m 진폭의 토크 맥동이 발생함을 알 수 있다.

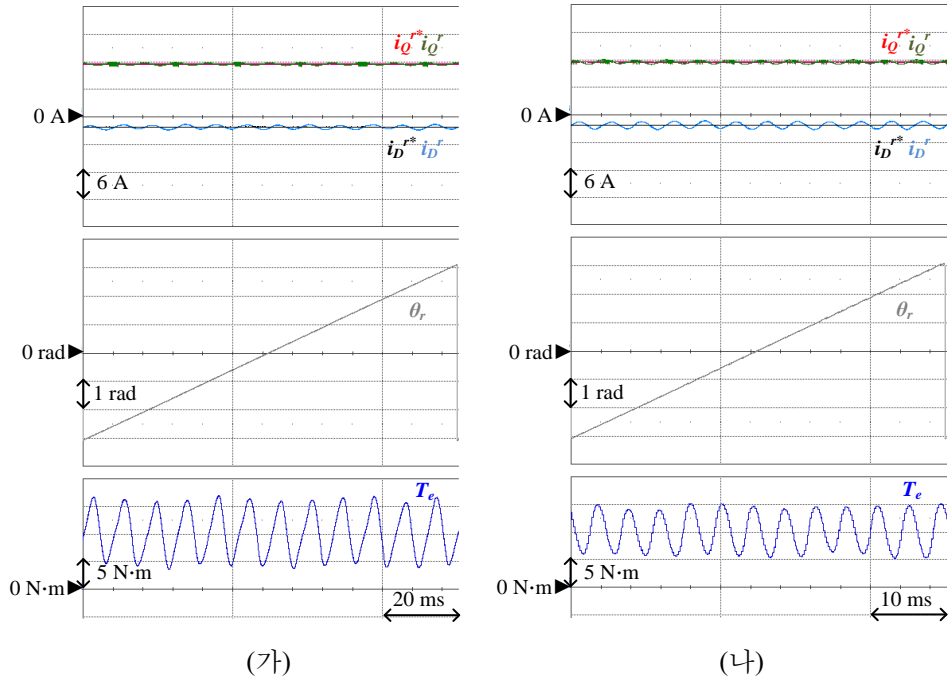


그림 5-21. 정속 운전시 대상 전동기의 토크 맥동.  
(가) 300 r/min, (나) 600 r/min

## 5.2.2 토크 맥동 저감 운전

### 5.2.2.1 대상 전동기의 IMTPA 지령 및 궤적

그림 5-19의 회전자 위치별 토크 맵을 기반으로 얻은 IMTPA 전류 지령을 아래의 그림과 같이 나타낼 수 있다. 이때 그림 (가)는 DQ평면에서의 IMTPA 궤적을, 그림 (나)는 회전자 위치에 따른  $i_d^*$ ,  $i_q^*$  지령을 나타낸다. 실험적으로 얻은 IMTPA 지령이 그림 2-22의 FEA를 이용한 대상 전동기의 IMTPA 궤적과 유사함을 확인하였으며, 12의 배수 고조파로 이루어진 IMTPA 전류 지령 중 12 고조파 전류 제어를 통해 토크 맥동을 저감한다.

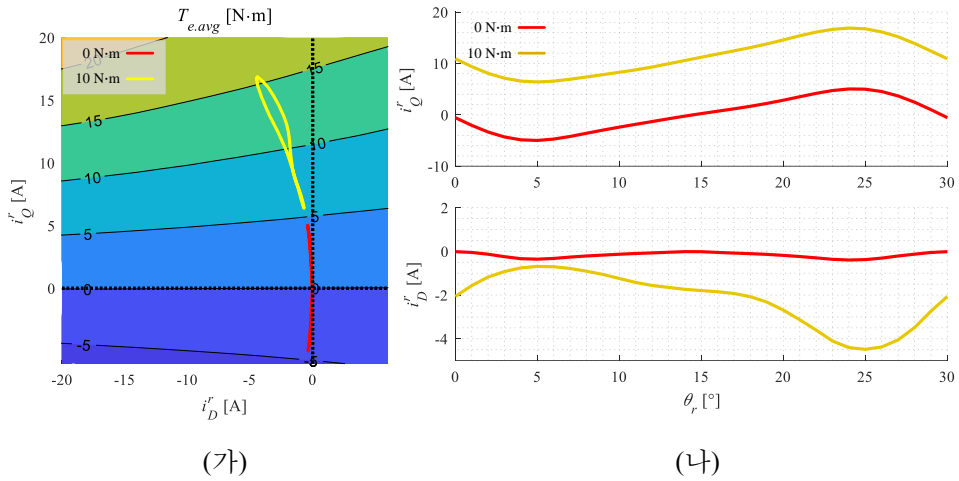


그림 5-22. 대상 전동기의 토크 별 IMTPA특성

### 5.2.2.2 제안하는 전류 제어기를 이용한 토크 맥동 저감 운전

토크 맥동 저감을 위한 전류 지령 합성을 위해 DQ평면에서 12 고조파 전류 제어기를 적용하였다. 이때 고조파 전류 제어기에 사용된 제정수는 다음과 같다.

표 5-3 DQ평면 전류 제어기 제정수

변수	설명	값
$\omega_{cc}$	기본파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc13}$	13고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$\omega_{cc11}$	-11고조파 전류 제어 대역폭	100 Hz
$T_s$	이산 시간 제어 주기	100 $\mu$ s

아래 그림은 전동기의 속도가 600 r/min(40 Hz)이고 지령 토크가 0 N·m 일 때 토크 맥동 저감 운전 적용 전 후의 전류 및 토크 파형을 보여준다. 이때 DQ평면 12 고조파 전류 제어기 및 JK평면 6 고조파 전류 제어기는 토크 맥동 저감 운전 전 후 모두 적용되었다.

그림에서 파란색으로 강조된 MTPA 영역은 전동기 각도에 관계없이 동일한 전류 지령을 가지는 기존 MTPA 적용 결과를 나타내며 초록색으로 강조된 IMTPA 영역은 전동기 각도에 따라 그림 5-22와 같은

전류 지령을 따라 제어한 결과이다.

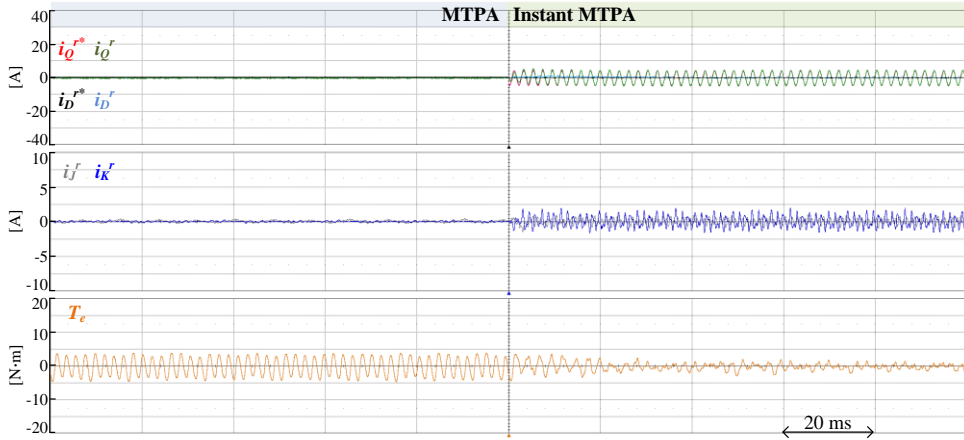


그림 5-23. 600 r/min, 0 N·m IMTPA 제어 파형

그림에서 IMTPA를 적용함과 동시에 DQ평면 전류 지령에 12 고조파가 추가되고 적용 후 약 10 ms 이내에 제안하는 전류 제어기가 전류 지령을 추종함을 알 수 있다. 이때 IMTPA를 적용하기 전 진폭이 약 5 N·m이던 토크 맥동은 IMTPA가 적용되고 난 후 진폭이 1/3 이하로 줄어 들었고 대부분의 12 고조파 맥동은 사라졌음을 알 수 있다. 다만 제어된 전류가 IMTPA 전류 지령을 추종한 이후에도 토크 맥동이 남아 있는걸 알 수 있는데, 이는 토크 센서 뒷단에 부착된 커플링의 탄성으로 인해 발생하는 M-G세트의 공진으로 인해 발생하는 현상이다. 해당 현상의 자세한 분석은 부록 C에서 설명한다.

한편 IMTPA 제어시 JK축 전류에 18 고조파 맥동이 발생하게 된다. 이는 DQ평면과 JK평면 사이에 상호 간섭 인덕턴스가 6, 12, 18 고조파 성분을 가지기 때문이다.

아래 그림은 그림 5-23과 동일한 실험을 지령 토크가 10 N·m일 때 수행한 결과를 보여준다.

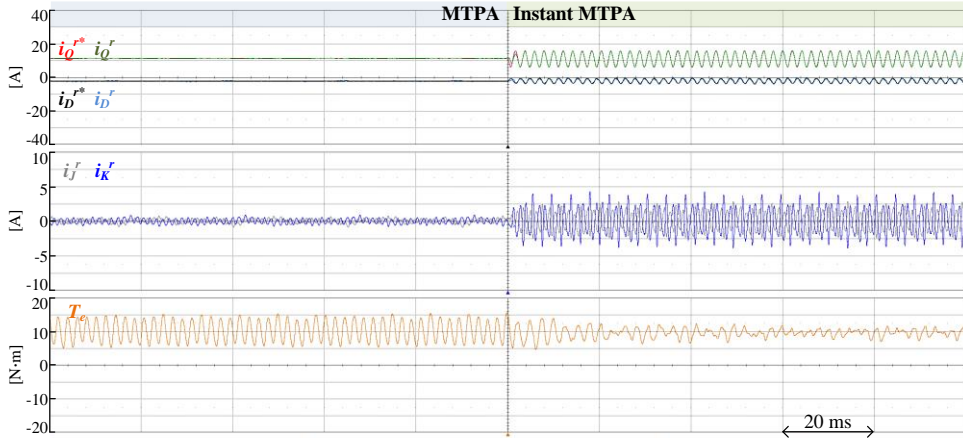


그림 5-24. 600 r/min, 10 N·m IMTPA 제어 파형

그림 5-23의 결과와 같이 10 N·m 지령 토크에 대해서도 IMTPA 제어를 통해 토크 맥동을 저감할 수 있다.

전동기 속도가 1500 r/min(100 Hz)이고 지령 토크가 0 N·m 일 때 IMTPA 제어를 적용한 결과는 아래 그림과 같다.

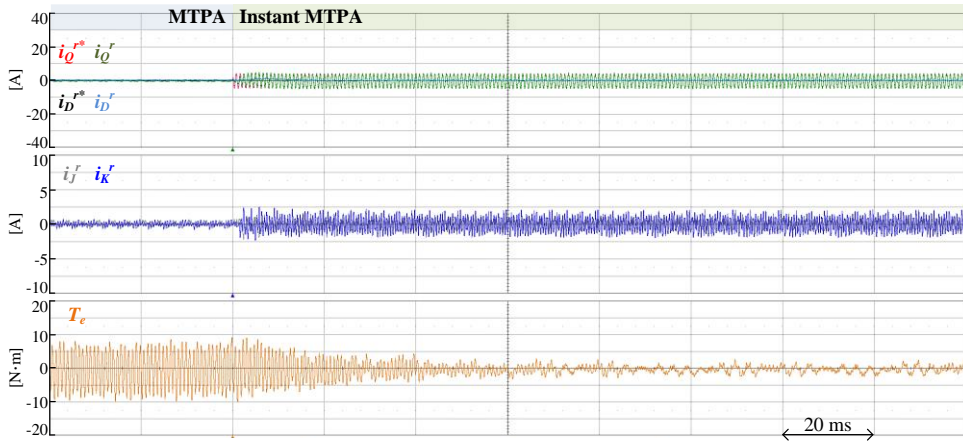


그림 5-25. 1500 r/min, 0 N·m IMTPA 제어 파형

1500 r/min의 경우 12고조파 주파수가 1.2 kHz로 스위칭 주파수의 약 1/8배 수준에 불과함에도 저속에서의 경우와 마찬가지로 IMTPA 제어를 통해 토크 맥동이 저감됨을 알 수 있다. 한편 이중 삼상 전동기의 DQ평면 인덕턴스는 JK평면 인덕턴스보다 그 값이 크기 때문에 IMTPA

전류 제어를 위한 전압 크기가 JK평면에서 6고조파 전류 제어를 할 때보다 클 것을 예상할 수 있다. 아래 그림은 그림 5-25의 실험에서 IMTPA 적용 전 후의 전압 지령과 전압 지령의 리사주 파형을 나타낸다. 이때 그림의 주석은 이전 절의 그림 5-15와 같다.

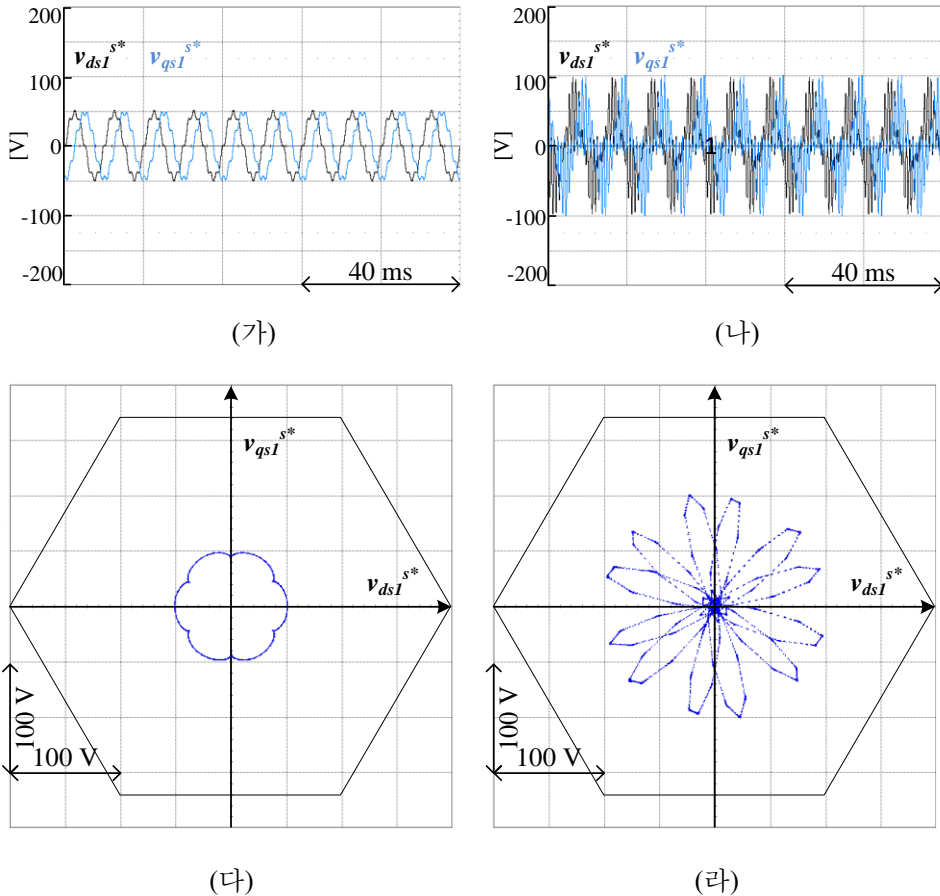


그림 5-26. 1500 r/min, 0 N·m IMTPA 운전시 정지 좌표계 전압 지령

그림 (가)와 (나)는 IMTPA를 적용하지 않았을 때의 전압지령을, (나)와 (라)는 IMTPA를 적용하였을 때의 전압 지령을 나타낸다. 그림 (다)와 (라)의 리사주 파형을 비교하였을 때 IMTPA를 적용함으로써 필요한 전압의 크기가 약 2배가 됨을 알 수 있다. 따라서 IMTPA 제어를 적용할 때 그렇지 않은 경우에 비해 더 낮은 속도에서 출력 전압 지령이 직류단 전압에 의해 제한된다. 이는 고속에서의 IMTPA의 한계점이지만



고속에서의 토크 맥동 저감은 저속에서의 경우보다 그 중요도가 낮고 스위칭 주파수의 한계로 인해 합성 가능한 고조파 전압의 주파수가 제한되므로 대상 전동기 및 다른 이중 삼상 전동기에 대해서도 적절한 속도에서 IMTPA를 비 활성화 시킴으로서 전압 부족 문제를 회피할 수 있다.

아래 그림은 지령 전류가 10 N·m인 경우에 대해 그림 5-25, 그림 5-26과 동일한 실험 결과를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 IMTPA 제어를 통해 10 N·m 지령 토크에서 토크 맥동을 약 10·Nm 감소 시킬 수 있다.

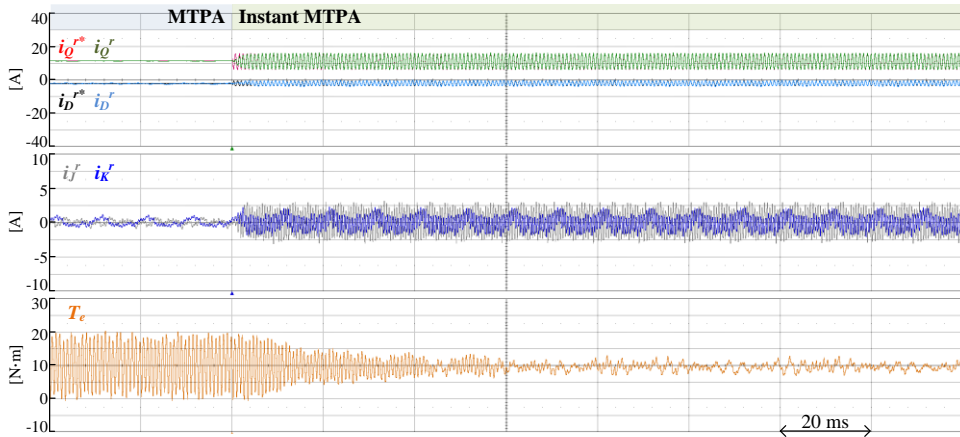
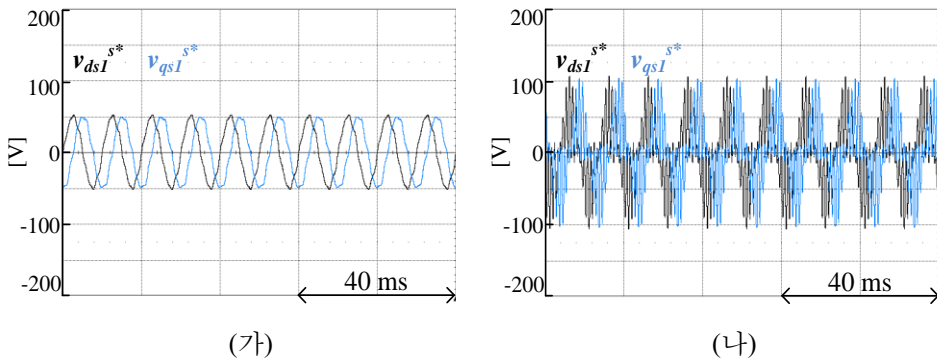
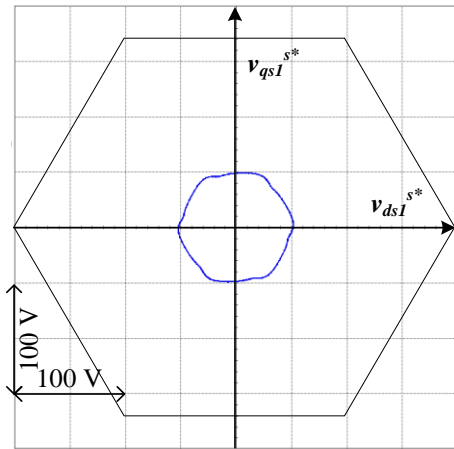
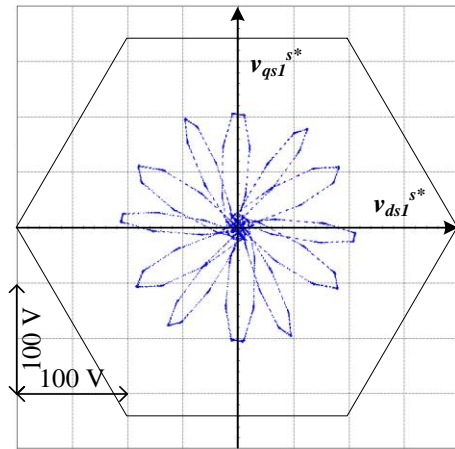


그림 5-27. 1500 r/min, 10 N·m IMTPA 제어 파형





(다)



(라)

그림 5-28. 1500 r/min, 10 N·m IMTPA 운전시 정지 좌표계 전압 지령

## 제 6장 결론

### 6.1 연구 결과

본 논문에서는 이중 삼상 영구 자석 동기 전동기의 고조파 전류 제어에 관해 연구하였다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 이중 삼상 영구 자석 전동기의 비 이상적 특성 분석

유한 요소 해석을 이용해 이중 삼상 영구 자석 전동기의 비 이상적 특성을 분석하였다. 그 중 VSD기반 모델링에서 차분 성분 좌표계의 두 인덕턴스가 일반적으로 알려진 것과 달리 돌극성을 가짐을 규명하였다.

또한 전동기의 회전자 각도별 출력 토크 해석을 통해 전동기의 토크 맥동 저감을 위한 최적 전류 운전 지령에 대해 분석하였다.

- 추가적인 필터가 없는 다중 동기 좌표계 기반 고조파 전류 제어기의 이득 설정 방법에 관한 연구

동특성과 안정도 개선을 위해 추가적인 필터가 없는 다중 동기 좌표계 기반의 고조파 전류 제어기를 제안하였다. 제안하는 구조에 적합한 이득 설정 방법에 대해 분석하였으며 돌극성의 유무, 이산 시간 제어의 유무에 따라 4가지 이득 설정 방법을 제시하였다. 이 중에서 이산 시간 제어에서 돌극성이 있는 전동기의 고조파 전류 제어 모의 실험을 통해 제안하는 이득 설정 방법이 선행 연구에 비해 다중 동기 좌표계간 간섭을 효과적으로 억제하면서 동시에 원하는 대역폭과 안정도를 확보함을 확인하였다.

- 제안하는 제어기를 이용한 6 고조파 전류 저감

제안하는 고조파 전류 제어기를 VSD 차분 성분 좌표계에 적용하여 차분 성분 6 고조파 전류 억제 성능을 확인하였다. 제안하는 제어기는 부하 변동에 따른 전동기의 제정수 변화에 기존 연구의 고조파 전류

제어기보다 강인함을 실험적으로 확인하였으며 다양한 부하 및 속도 조건에서 제안하는 제어기가 안정함을 확인하였다.

- 제안하는 제어기를 이용한 12 고조파 토크 맥동 저감

제안하는 고조파 전류 제어기를 VSD 평균 성분 좌표계에 적용하여 토크 맥동 저감을 위한 12 고조파 전류 제어에 사용하였다. 제안하는 토크 맥동 저감 방법을 통해 1.2 kHz 주파수의 전류를 제어함으로써 토크 맥동을 저감할 수 있음을 실험적으로 확인하였다.

## 6.2 향후 연구 과제

본 연구를 토대로 다음과 같은 후속 연구가 진행될 수 있다.

- 제안하는 이득의 실시간 계산 방법

이산 시간 영역에서 돌극성을 고려하는 경우 8차 역행렬 계산을 통해 원하는 이득을 구할 수 있다. 하지만 이러한 이득 계산은 제한된 연산 능력을 가지는 DSP상에서 실시간으로 수행되기에 어려움이 있다. 이때 제안하는 이득을 전동기의 제정수와 속도 및 고조파 차수의 선형 식으로 근사화 함으로써 DSP상에서 실시간 이득 계산을 할 수 있으며 제정수나 고조파 차수를 변경할 수 있다. 앞선 4.3.5에서 수행한 근사화를 바탕으로 일반적으로 성립 되는 제어기 이득 근사화에 대한 연구가 수행될 수 있다.

- 제안하는 제어기에 적용 가능한 약자속, 과변조 및 anti-windup 기법

전동기 속도가 증가함에 따라 합성 가능한 전압의 여유가 부족하게 되고 이때 출력 전압 지령이 전압 제한에 걸리게 될 때 과변조가 일어난다. 과변조가 발생할 때 적절한 anti-windup 방법에 관한 많은 선행 연구들을 참조하여 본 제어기 구조에서 적용 가능한 과변조 및 anti-windup 방법에 관한 연구가 수행되어야 한다.

과변조가 발생하는 속도 이상으로 전동기의 속도가 올라가는 경우 약자속 운전을 통해 전동기를 운전하게 된다. 이때 고조파 전압 합성을 위해 과도하게 약자속 운전을 하게 된다면, 고조파 전류를 저감함으로써 얻는 동손의 이득보다 약자속 운전을 함으로써 발생하는 동손의 양이 증가할 수 있다. 따라서 손실 최적화 약자속 운전 기법에 대한 연구가 필요하다.

## 부 록

### A. DRF 좌표계 인덕턴스 모델링

#### A.1 기본과 인덕턴스

$$\mathbf{L}_{6\text{ph}} = (L_{1s} + L_0)\mathbf{I}_6 + L_2 \begin{bmatrix} \mathbf{C}(\theta_r) & \mathbf{C}(\theta_r - 15^\circ) \\ \mathbf{C}(\theta_r - 15^\circ) & \mathbf{C}(\theta_r - 30^\circ) \end{bmatrix} + \frac{L_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ -1 & -1 & 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & -1 & -1 \\ -\sqrt{3} & \sqrt{3} & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -\sqrt{3} & \sqrt{3} & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

아래 수식을 이용하면 동기 DRF 좌표계 인덕턴스를 구할 수 있다.

$$\mathbf{L}_{DRF} = \mathbf{R}_{DRF}(-\theta_r) \underbrace{\mathbf{T}_{DRF} \mathbf{L}_{6\text{ph}} \mathbf{T}_{DRF}^{-1}}_{\mathbf{L}_{DRF}^s} \mathbf{R}_{DRF}(\theta_r) \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{DRF}^s &= (L_{1s} + L_0)\mathbf{I}_6 + L_2 \mathbf{T}_{DRF} \begin{bmatrix} \mathbf{C}(\theta_r) & \mathbf{C}(\theta_r - 15^\circ) \\ \mathbf{C}(\theta_r - 15^\circ) & \mathbf{C}(\theta_r - 30^\circ) \end{bmatrix} \mathbf{T}_{DRF}^{-1} \\ &+ \frac{L_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{DRF} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_3(-\theta_r) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_3(-\theta_r) \end{bmatrix} \mathbf{L}_{DRF}^s \begin{bmatrix} \mathbf{R}_3(\theta_r) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_3(\theta_r) \end{bmatrix} \\ &= L_{1s} \mathbf{I}_6 + \frac{3}{2} L_0 \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \vdots & \mathbf{I} & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{I} & \vdots & \mathbf{I} & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \vdots & \mathbf{I}_p & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{I}_p & \vdots & \mathbf{I}_p & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## A.2 DRF 좌표계 고조파 인덕턴스

상 고조파 인덕턴스 수식은 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_{6\text{ph}} = (L_{ls} + L_0)\mathbf{I}_6 + \frac{L_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ -1 & -1 & 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} & 0 & -1 & -1 \\ -\sqrt{3} & \sqrt{3} & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -\sqrt{3} & \sqrt{3} & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{n=2,4,6,\dots} L_n \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r) & \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r - 15^\circ) \\ \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r - 15^\circ) & \mathbf{C}_{(n)}(\theta_r - 30^\circ) \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}(n, \theta_r)}. \quad (\text{A.4})$$

상 고조파 인덕턴스의  $\mathbf{C}(n, \theta_r)$ 을 몇가지 짝수  $n$ 에 대해 구하면 다음과 같다.

Case 1.  $n=24k+2$ 일 때. 이때  $k=0$  이면 이 경우는 기본파 자속에서 모델링 한 바와 같이 돌극성을 나타내는 인덕턴스 항을 표시한다.

$$\mathbf{C}(2, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Case 2.  $n=24k+4$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{J}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{J}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

이 때  $\mathbf{J}_p = [0 \ 1; 1 \ 0]$ ;

Case 3.  $n=24k+6$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 \ 0 & 2\cos(n\theta_r) & 0 \ 0 & 2\sin(n\theta_r) \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 \ 0 & 2\sin(n\theta_r) & 0 \ 0 & -2\cos(n\theta_r) \end{bmatrix}.$$

Case 4.  $n=24k+8$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{J}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ -\mathbf{J}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

Case 5.  $n=24k+10$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ -\mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Case 6.  $n=24k+12$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\cos(n\theta_r) & 0 & 0 & -2\cos(n\theta_r) \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\cos(n\theta_r) & 0 & 0 & 2\cos(n\theta_r) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Case 7.  $n=24k+14$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ -\mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Case 8.  $n=24k+16$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{J}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ -\mathbf{J}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

Case 9.  $n=24k+18$ 일 때.



$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\cos(n\theta_r) & 0 & 0 & -2\sin(n\theta_r) \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\sin(n\theta_r) & 0 & 0 & -2\cos(n\theta_r) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Case 10.  $n=24k+20$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{J}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{J}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots & -\mathbf{I}_p \mathbf{R}(-(n-2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

Case 11.  $n=24k+22$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots & \mathbf{I}_p \mathbf{R}((n+2)\theta_r) & \vdots \\ \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

Case 12.  $n=24k$ 일 때.

$$\mathbf{C}(n, \theta_r) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\cos(n\theta_r) & 0 & 0 & 2\cos(n\theta_r) \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ \mathbf{0}_2 & 0 & \mathbf{0}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\cos(n\theta_r) & 0 & 0 & 2\cos(n\theta_r) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

## B. 돌극성을 가지는 전동기의 이산 시간 모델

전동기의 동기좌표계 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r = \mathbf{v}_{dq}^r - \mathbf{Ri}_{dq}^r - \omega_r \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r. \quad (\text{B.1})$$

위 식을 전동기의 자속을 상태 변수로 하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r = \mathbf{v}_{dq}^r + \underbrace{(-\mathbf{RL}^{-1} - \omega_r \mathbf{J})}_{\mathbf{A}} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r. \quad (\text{B.2})$$

PWM에 의해서 한 스위칭 주기동안 유지되는 전압은 정지 좌표계 전압이므로 위 식을 정지 좌표계 전압에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r = \mathbf{A} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r + e^{-\theta_r \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s. \quad (\text{B.3})$$

선형 시스템 이론에 따르면 위 식의 상태 변수  $\boldsymbol{\lambda}_{dq}^r$  는 행렬  $\mathbf{A}$  가 상수임을 가정할 때 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{dq}^r &= \mathbf{A} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r + e^{-\theta_r \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s \\ e^{-\mathbf{A}t} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{dq}^r - e^{-\mathbf{A}t} \mathbf{A} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r &= e^{-\mathbf{A}t} e^{-\theta_r \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s \\ e^{-\mathbf{A}t} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{dq}^r - \mathbf{A} e^{-\mathbf{A}t} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r &= e^{-\mathbf{A}t} e^{-\theta_r \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{d}{dt} \left( e^{-\mathbf{A}t} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r \right) = e^{-\mathbf{A}t} e^{-\theta_r \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s$$

PWM에 의해 정지좌표계 전압  $\mathbf{v}_{dq}^s$  가 시간  $t_k$ 부터  $t_{k+1}$ 까지 스위칭 주기  $T_s$  동안 유지된다고 가정하자. 이때 식 (B.4)로부터  $t_{k+1}$  시점의 자속을 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} e^{-\mathbf{A}\tau} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r \Big|_{t_k}^{t_{k+1}} &= e^{-\mathbf{A}t_k} \left( \int_0^{T_s} e^{-\mathbf{A}\tau} e^{-\omega_r \tau \mathbf{J}} d\tau \right) e^{-\theta_r (t_k) \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s (t_k) \\ e^{-\mathbf{A}t_{k+1}} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r (t_{k+1}) - e^{-\mathbf{A}t_k} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r (t_k) &= \left( e^{-\mathbf{A}t_k} \int_0^{T_s} e^{-\mathbf{A}\tau} e^{-\omega_r \tau \mathbf{J}} d\tau \right) e^{-\theta_r (t_k) \mathbf{J}} \mathbf{v}_{dq}^s (t_k) \quad (\text{B.5}) \\ \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r (t_{k+1}) &= e^{\mathbf{A}T_s} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r (t_k) + e^{\mathbf{A}T_s} \int_0^{T_s} e^{-\mathbf{A}\tau} e^{-\omega_r \tau \mathbf{J}} d\tau \cdot \mathbf{v}_{dq}^s (t_k) \end{aligned}$$

아래와 같이 행렬  $\Phi$ 와  $\Gamma$ 를 정의하자.

$$\begin{aligned}\Phi &= e^{A T_s} \\ \Gamma &= e^{A T_s} \int_0^{T_s} e^{-A \tau} e^{-\omega_r J \tau} d\tau.\end{aligned}\tag{B.6}$$

행렬  $\Phi$ 와  $\Gamma$ 를 이용하여 식 (B.5)을 z-domain상의 자속에 대해 표현하면 다음과 같다.

$$z\hat{\lambda}_{dq}^r = \Phi \lambda_{dq}^r + \Gamma \mathbf{v}_{dq}^r.\tag{B.7}$$

이를 전류에 대해 표현하면 아래와 같다.

$$z\mathbf{L}\mathbf{i}_{dq}^r = \Phi \mathbf{L}\mathbf{i}_{dq}^r + \Gamma \mathbf{v}_{dq}^r.\tag{B.8}$$

따라서 전동기의 전달 함수는 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{i}_{dq}^r = \mathbf{L}^{-1} (z\mathbf{I} - \Phi)^{-1} \Gamma \mathbf{v}_{dq}^r.\tag{B.9}$$

## C. 실험 세트 구성

아래 그림 C- 1은 실험에 사용된 제어 보드 및 인버터를 보여주며 그림 C-2는 실험에 사용된 M-G세트 및 토크 센서를 나타낸다.

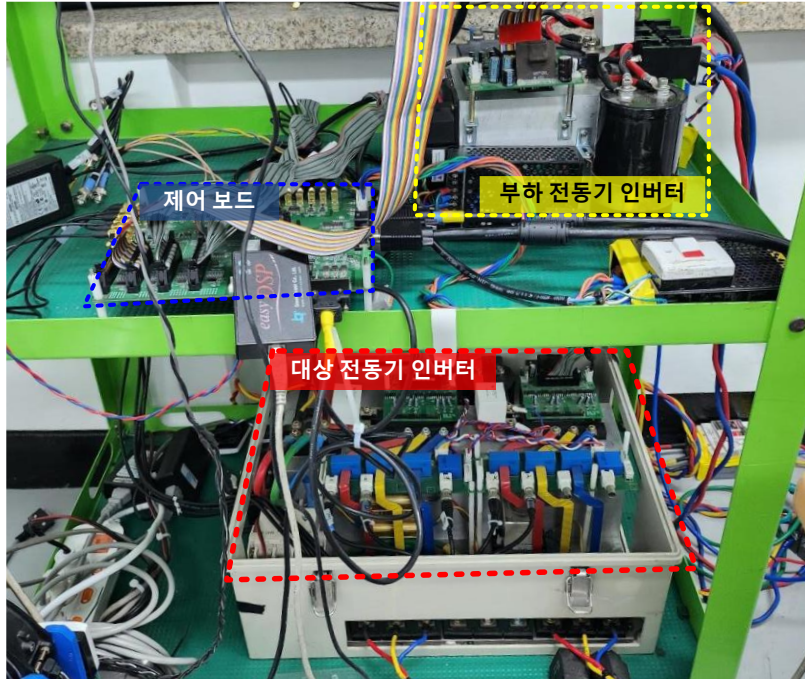


그림 C-1. 제어 보드 및 인버터

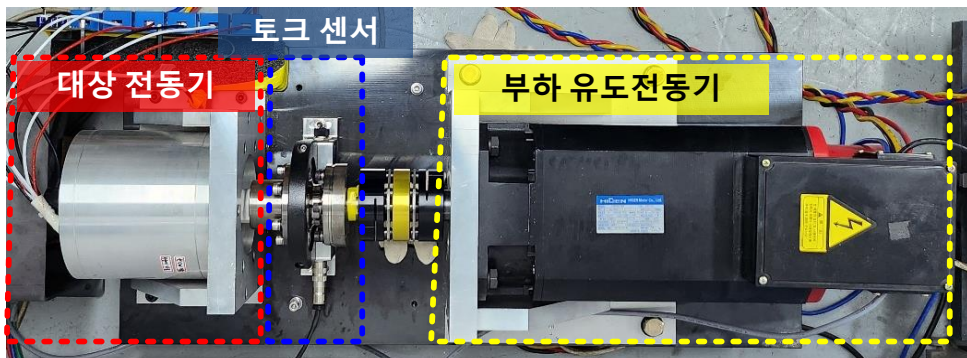


그림 C-2. M-G 세트

대상 전동기 인버터의 스위칭 소자로는 미즈비시社의 PM75CL1A120 소자가 사용되었다. 제어 보드의 DSP는 TI社의 TMS320F28377D가 사용되었으며 전류 센서는 LEM社의 LA-20p 제품이 사용되었다.

토크 센서는 HBM社의 T40B-100N·m 제품이며 제조사에서 보증하는 측정 대역폭은 3 kHz이다. 토크 센서의 출력 신호는 주파수 변조 된 신호이므로 사용하는 제어 보드의 EQEP 기능을 이용하여 토크 센서의 출력 주파수를 복조하여 토크 값을 읽는다.

부하 전동기는 HIGEN社의 11kW 스피들 유도기를 사용하며 대상 전동기는 한양대학교 미래자동차공학과 ECAD 연구실에서 제작한 이중 삼상 전동기이다. 대상 전동기의 직류단 전압 300 V에서 능력 곡선은 아래 그림과 같다.

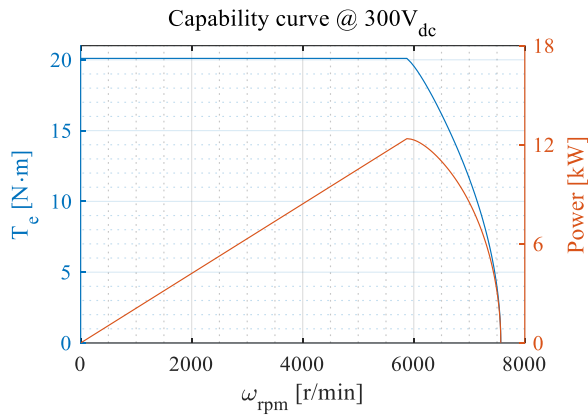


그림 C-3. 대상 이중 삼상 전동기의 능력 곡선

제작된 M-G 세트는 토크센서와 부하 유도 전동기 사이의 커플링으로 인해 기계적인 공진점을 가진다. 커플링을 비틀림 상수를 가지는 스프링으로 모의하였을 때 다음과 같은 그림으로 모식화 할 수 있다.

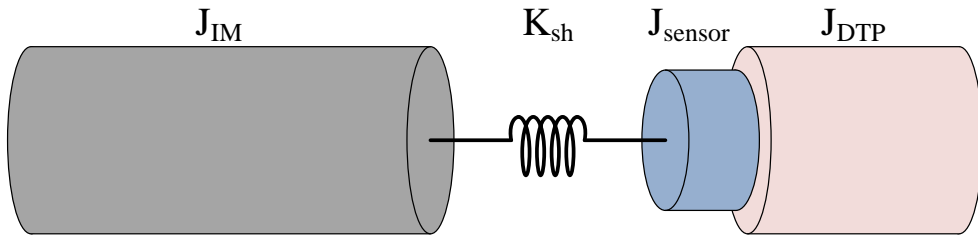


그림 C-4. M-G세트 모식도

위 그림에서  $J_{IM}$   $J_{sensor}$   $J_{DTP}$  는 각각 부하 유도전동기, 토크 센서, 대상

이중 삼상 전동기의 관성을 의미하며  $K_{sh}$  는 커플링의 비틀림 상수를 의미한다. 각각의 제정수는 다음과 같다.

표 C-1 M-G세트 기계 제정수

변수	설명	값
$J_{IM}$	부하 유도 전동기 관성	0.0275 [kg·m <sup>2</sup> ]
$J_{sensor}$	토크 센서 관성	0.001 [kg·m <sup>2</sup> ]
$J_{DTP}$	대상 이중 삼상 전동기 관성	0.0037 [kg·m <sup>2</sup> ]
$K_{sh}$	커플링 비틀림 계수	3.54·10 <sup>4</sup> [N·m/rad]

그림 C- 4의 기계 시스템에서의 이론적 기계 공진 주파수는 다음 수식과 같이 표현 된다.

$$\omega_{res} = \sqrt{K_{sh} \frac{J_{IM} + J_{DTP} + J_{sensor}}{J_{IM} (J_{DTP} + J_{sensor})}} \quad (C.1)$$

표 C- 1의 제정수를 대입할 때 이론적인 공진 주파수는 약 470 Hz로 계산된다.

시스템의 정확한 공진점을 측정하기 위해 다양한 속도에서의 두 관성체 사이에 인가되는 토크를 주파수 분석하여 waterfall 형태로 나타내었다. 이때 토크 맥동을 무시할 수 있는 부하 유도 전동기로 일정 속도 제어를 하였으며, 전동기 기본과 주파수의 범위는 5 Hz에서 130 Hz로 설정하였다.

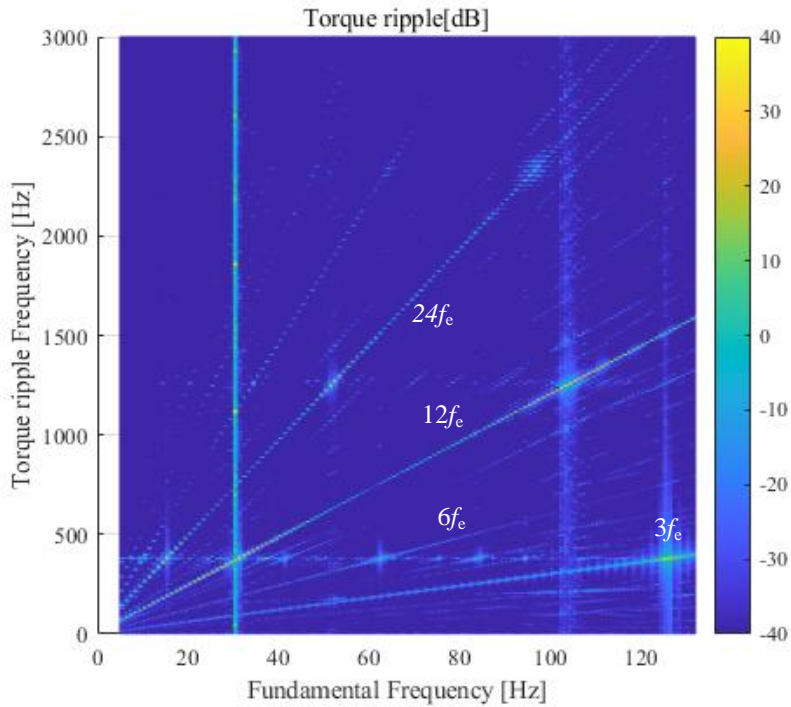


그림 C- 5. M-G세트 공진 분석 실험 결과

그림으로부터 360 Hz와 1230 Hz 근처에서 토크 맥동이 크게 나타남을 알 수 있으며 대상 M-G세트의 공진점이 해당 주파수 근처에 존재함을 의미한다.

한편, 전동기 속도가 30 Hz인 경우에 전 주파수 영역의 토크 맥동이 크게 나타난다. 해당 속도는 대상 이중 삼상 전동기의 주 토크 맥동 고조파인 12 고조파 토크 맥동이 전동기의 공진점과 만나는 경우이다. 마찬가지로 전동기 기본과 주파수가 100 Hz인 경우에 12 고조파 토크 맥동이 두번째 공진점(1230 Hz)에 인접하며, 이 경우에도 전 주파수 영역에서의 토크 맥동이 증가함을 알 수 있다.

## 참고 문헌

- [1] E. Levi, "Multiphase electric machines for variable-speed applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 5, pp. 1893-1909, 2008
- [2] M. A. Abbas, R. Christen, and T. M. Jahns, "Six-phase voltage source inverter driven induction motor," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-20, no. 5, pp. 1251-1259, 1984
- [3] K. Gopakumar, V. T. Ranganathan, and S. R. Bhat, "Split-phase induction motor operation from pwm voltage source inverter," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 29, no. 5, pp. 927-932, 1993
- [4] Z. Yifan and T. A. Lipo, "Space vector pwm control of dual three-phase induction machine using vector space decomposition," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, no. 5, pp. 1100-1109, 1995
- [5] D. Yazdani, S. Ali Khajehoddin, A. Bakhshai, and G. Joos, "Full utilization of the inverter in split-phase drives by means of a dual three-phase space vector classification algorithm," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 1, pp. 120-129, 2009
- [6] J. Prieto, E. Levi, F. Barrero, and S. Toral, "Output current ripple analysis for asymmetrical six-phase drives using double zero-sequence injection pwm," in *IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 7-10 Nov. 2011 2011, pp. 3692-3697
- [7] W. Xueqing, Z. Wang, J. Chen, M. Cheng, and X. Liang, "Direct torque control of dual three-phase pmsm drives based on two-step voltage vector synthesis svm," in *2016 IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia)*, 22-26 May 2016 2016, pp. 641-647
- [8] C. Zhou, G. Yang, and J. Su, "Pwm strategy with minimum harmonic distortion for dual three-phase permanent-magnet synchronous motor drives operating in the overmodulation region," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 2, pp. 1367-1380, 2016
- [9] Z. Liu, Z. Zheng, Z. Peng, Y. Li, and L. Hao, "A sawtooth carrier-based pwm for asymmetrical six-phase inverters with improved common-mode voltage performance," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, no. 11, pp. 9444-9458, 2018
- [10] S. Paul and K. Basu, "Overmodulation techniques of asymmetrical six-phase machine with optimum harmonic voltage injection," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 6, pp. 4679-4690, 2021
- [11] A. G. Yepes and J. Doval-Gandoy, "Simple carrier-based pwm for prolonged high dc-link utilization for symmetrical and asymmetrical  $n$ -phase ac drives," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 8, pp. 8696-8712, 2021
- [12] S. Paul and K. Basu, "A three-phase inverter based overmodulation strategy of asymmetrical six-phase induction machine," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 5, pp. 5802-5817, 2021
- [13] B. Shao *et al.*, "Torque ripple reduction for direct torque control of dual three-phase pmsm based on multiple virtual voltage vectors," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, pp. 1-12, 2022
- [14] D. Keller, A. Karayel, and N. Parspour, "Comparison of two different winding sets for dual three-phase permanent magnet machines," in *2019 9th International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, 3-4 Dec. 2019 2019, pp. 1-6
- [15] D. Keller, M. Kuenzler, A. Karayel, Q. Werner, and N. Parspour, "Potential of dual three-phase pmsm in high performance automotive powertrains," in *2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 23-26 Aug. 2020 2020, vol. 1, pp. 1800-1806
- [16] W. Cao, B. C. Mecrow, G. J. Atkinson, J. W. Bennett, and D. J. Atkinson, "Overview of electric motor technologies used for more electric aircraft (mea)," *IEEE Transactions*



- on *Industrial Electronics*, vol. 59, no. 9, pp. 3523-3531, 2012
- [17] H. S. Che, E. Levi, M. Jones, W. P. Hew, and N. A. Rahim, "Current control methods for an asymmetrical six-phase induction motor drive," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 1, pp. 407-417, 2014
- [18] Y. Hu, Z. Q. Zhu, and K. Liu, "Current control for dual three-phase permanent magnet synchronous motors accounting for current unbalance and harmonics," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 2, no. 2, pp. 272-284, 2014
- [19] Y. Hu, Z. Q. Zhu, and M. Odavic, "Torque capability enhancement of dual three-phase pmsm drive with fifth and seventh current harmonics injection," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 53, no. 5, pp. 4526-4535, 2017
- [20] G. Feng, C. Lai, M. Kelly, and N. C. Kar, "Dual three-phase pmsm torque modeling and maximum torque per peak current control through optimized harmonic current injection," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 66, no. 5, pp. 3356-3368, 2019
- [21] M. Hu, W. Hua, W. Huang, and J. Meng, "Digital current control of an asymmetrical dual three-phase flux-switching permanent magnet machine," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 67, no. 6, pp. 4281-4291, 2020
- [22] Y. Zhu, W. Gu, K. Lu, and Z. Wu, "Vector control of asymmetric dual three-phase pmsm in full modulation range," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 104479-104493, 2020
- [23] M. Hu, W. Hua, G. Ma, S. Xu, and W. Zeng, "Improved current dynamics of proportional-integral-resonant controller for a dual three-phase fspm machine," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 12, pp. 11719-11730, 2021
- [24] Y. Hu, Y. Li, X. Ma, X. Li, and S. Huang, "Flux-weakening control of dual three-phase pmsm based on vector space decomposition control," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 7, pp. 8428-8438, 2021
- [25] S. Liu, Z. Song, Y. Liu, Y. Chen, and C. Liu, "Flux-weakening controller design of dual three-phase pmsm drive system with copper loss minimization," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 38, no. 2, pp. 2351-2363, 2023
- [26] H. Kim, Y. Han, K. Lee, and S. Bhattacharya, "A sinusoidal current control strategy based on harmonic voltage injection for harmonic loss reduction of pmsms with non-sinusoidal back-emf," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 56, no. 6, pp. 7032-7043, 2020
- [27] J. Karttunen, S. Kallio, J. Honkanen, P. Peltoniemi, and P. Silventoinen, "Partial current harmonic compensation in dual three-phase pmsms considering the limited available voltage," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 2, pp. 1038-1048, 2017
- [28] G. Feng, C. Lai, W. Li, Z. Li, and N. C. Kar, "Dual reference frame based current harmonic minimization for dual three-phase pmsm considering inverter voltage limit," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 7, pp. 8055-8066, 2021
- [29] L. Yan *et al.*, "Suppression of major current harmonics for dual three-phase pmsms by virtual multi three-phase systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 69, no. 6, pp. 5478-5490, 2022
- [30] L. Yan *et al.*, "Multiple synchronous reference frame current harmonic regulation of dual three phase pmsm with enhanced dynamic performance and system stability," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 69, no. 9, pp. 8825-8838, 2022
- [31] P. L. Chapman and S. D. Sudhoff, "A multiple reference frame synchronous estimator/regulator," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 15, no. 2, pp. 197-202, 2000
- [32] 권용철, "분수 슬롯 집중권을 가지는 매입형 영구 자석 동기 전동기의 인덕턴스 분석 및 수식화," 박사학위논문, 서울대학교, 2017.
- [33] L. Yongjae and H. Jung-Ik, "High efficiency dual inverter drives for a pmsm considering field weakening region," in *Proceedings of The 7th International Power Electronics and Motion Control Conference*, 2-5 June 2012 2012, vol. 2, pp. 1009-1014
- [34] M. L. Woldesemayat, H. Lee, S. Won, and K. Nam, "Modeling and verification of six-

- phase interior permanent magnet synchronous motor," *IEEE Transactions on Power Electronics*, pp. 1-1, 2017
- [35] G. C. Lim, J. Choi, G. Noh, Y. Han, and J. I. Ha, "Decoupling control method of asymmetric dual three-phase pmsm with mutual coupling inductance," in *2021 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 14-17 June 2021 2021, pp. 2194-2199
- [36] S. Kallio, M. Andriollo, A. Tortella, and J. Karttunen, "Decoupled  $d$ - $q$  model of double-star interior-permanent-magnet synchronous machines," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 6, pp. 2486-2494, 2013
- [37] J. Karttunen, S. Kallio, P. Peltoniemi, P. Silventoinen, and O. Pyrhonen, "Decoupled vector control scheme for dual three-phase permanent magnet synchronous machines," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 5, pp. 2185-2196, 2014
- [38] J. R. Melcher and H. H. Woodson, "Electromechanical dynamics," *Part I: Discrete Systems; John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, NJ, USA*, 1968
- [39] H. J. Cho, Y. C. Kwon, and S. K. Sul, "Torque ripple-minimizing control of ipmsm with optimized current trajectory," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 57, no. 4, pp. 3852-3862, 2021
- [40] Z. Li, G. Feng, C. Lai, W. Li, and N. C. Kar, "Machine parameter-independent maximum torque per ampere control for dual three-phase pmsms," *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 5, no. 4, pp. 1430-1440, 2019
- [41] A. G. Yepes, F. D. Freijedo, J. Doval-Gandoy, L. Ó, J. Malvar, and P. Fernandez-Comesaña, "Effects of discretization methods on the performance of resonant controllers," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 25, no. 7, pp. 1692-1712, 2010
- [42] D. Perez-Estevez, J. Doval-Gandoy, A. G. Yepes, and O. Lopez, "Positive- and negative-sequence current controller with direct discrete-time pole placement for grid-tied converters with lcl filter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 9, pp. 7207-7221, 2017
- [43] C. A. Busada, S. G. Jorge, and J. A. Solsona, "Resonant current controller with enhanced transient response for grid-tied inverters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 4, pp. 2935-2944, 2018
- [44] C. A. Busada, S. G. Jorge, A. E. Leon, and J. A. Solsona, "Current controller based on reduced order generalized integrators for distributed generation systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 7, pp. 2898-2909, 2012
- [45] C. Xie, X. Zhao, K. Ki, D. Liu, J. M. Guerrero, and J. C. Vasquez, "Phase compensated reduced order generalized integrators for grid-tied vscs with harmonics compensation capability," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 54, no. 3, pp. 2568-2578, 2018
- [46] M. Liserre, R. Teodorescu, and F. Blaabjerg, "Multiple harmonics control for three-phase grid converter systems with the use of pi-res current controller in a rotating frame," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 21, no. 3, pp. 836-841, 2006
- [47] F. Briz, M. W. Degner, and R. D. Lorenz, "Analysis and design of current regulators using complex vectors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 36, no. 3, pp. 817-825, 2000
- [48] J. Moriano, M. Rizo, E. Bueno, J. R. Sendra, and R. Mateos, "Distortion-free instantaneous multifrequency saturator for thd current reduction," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 66, no. 7, pp. 5310-5320, 2019
- [49] C. Lascu, L. Asiminoaei, I. Boldea, and F. Blaabjerg, "High performance current controller for selective harmonic compensation in active power filters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 5, pp. 1826-1835, 2007
- [50] C. Lascu, L. Asiminoaei, I. Boldea, and F. Blaabjerg, "Frequency response analysis of current controllers for selective harmonic compensation in active power filters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 2, pp. 337-347, 2009
- [51] J. Qu, J. Jatskevich, C. Zhang, and S. Zhang, "Torque ripple reduction method for

- permanent magnet synchronous machine drives with novel harmonic current control," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, no. 3, pp. 2502-2513, 2021
- [52] G. Feng, C. Lai, J. Tian, and N. C. Kar, "Multiple reference frame based torque ripple minimization for pmsm drive under both steady-state and transient conditions," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, no. 7, pp. 6685-6696, 2019
- [53] B. Guan, Y. Zhao, and Y. Ruan, "Torque ripple minimization in interior pm machines using fem and multiple reference frames," in *2006 1st IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, 24-26 May 2006 2006, pp. 1-6
- [54] G. Liu, B. Chen, K. Wang, and X. Song, "Selective current harmonic suppression for high-speed pmsm based on high-precision harmonic detection method," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 15, no. 6, pp. 3457-3468, 2019
- [55] B. Bon-Ho and S. K. Sul, "A compensation method for time delay of full-digital synchronous frame current regulator of pwm ac drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, no. 3, pp. 802-810, 2003
- [56] 설승기, *전기기기 제어론*. 홍릉과학출판사, 2016.
- [57] 임정식, "고속 전동기 구동용 전류 제어 시스템의 안정도 및 샘플링 오차 개선," 박사학위논문, 서울대학교, 2009.
- [58] H. Kim, M. W. Degner, J. M. Guerrero, F. Briz, and R. D. Lorenz, "Discrete-time current regulator design for ac machine drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 46, no. 4, pp. 1425-1435, 2010
- [59] J.-S. Yim, S.-K. Sul, B.-H. Bae, N. R. Patel, and S. Hiti, "Modified current control schemes for high-performance permanent-magnet ac drives with low sampling to operating frequency ratio," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 45, no. 2, pp. 763-771, 2009
- [60] M. Hinkkanen, H. Awan, Z. Qu, T. Tuovinen, and F. Briz, "Current control for synchronous motor drives: Direct discrete-time pole-placement design," *IEEE Transactions on Industry Applications*, pp. 1-1, 2015

## Abstract

A dual three-phase motor, comprising two stator windings with a phase difference, is widely used as a traction motor in ships, aircraft, and vehicles due to its high torque density and fault tolerance. Extensive research has focused on this motor type, owing to its low torque ripple and high torque density.

In the case of a dual three-phase motor with a phase difference, a 6th order harmonic current is induced due to non-ideal harmonic flux. Therefore, there is much research on harmonic current regulation using resonance controllers and proportional integral controllers on a multi-synchronous reference frame.

However, such a controller exhibits instability, and the dynamic characteristics of the harmonic current controllers are suboptimal. To address these issues, this study investigates a novel method for designing the gain of the proposed harmonic current regulator, which is composed of an integral controller implemented on a multi-synchronous reference frame without an additional filter.

Before determining the controller gain, the non-ideal characteristics of a dual three-phase permanent magnet synchronous motor are investigated by using finite element analysis (FEA). The analysis reveals the presence of inductance saliency in the target motor with the vector space decomposition (VSD) modeling.

This research provides a comprehensive explanation of the gain design method suitable for the proposed harmonic current controller, considering discrete-time or continuous-time control and the presence or absence of inductance saliency. For each case, the ideal frequency response of the open-loop transfer function is determined, and the corresponding current controller gain is calculated by solving simultaneous equations.

In the experimental setup, 6th harmonic current reduction and the 12th harmonic current control for torque ripple reduction are conducted to verify the proposed harmonic current regulator design method. The results verify the effectiveness of the proposed design method under various torque and speed conditions.

**Keywords: Dual three-phase motor, Permanent magnet synchronous motor(PMSM), Vector space decomposition, harmonic current control, discrete-time current control, multi-synchronous reference frame**

**Student Number: 2018-21146**