

서비스율에 종속적인 수요분포 하의 공급사슬 재고정책에 대한 연구

박 상 욱* · 서 승 범** · 임 시 온**

〈目 次〉

I. 서 론	IV. 수요 분포가 이동할 때의 재고 의사 결정
II. 문헌연구	V. 결 론
III. 수요 분포가 불변할 때의 재고 의사 결정	

I. 서 론

소매점에서 이루어지는 의사결정 중 상품을 얼마나 보유하고 있어야 하는가는 가장 중요한 의사결정 중의 하나이다. 제과점의 경우 일정 기간 내에 보유하고 있는 상품을 모두 팔지 못하면 부패의 위험이 있으며, 편의점의 경우에는 공간의 제약으로 인해 어떠한 품목을 얼마나 보유하고 있어야 하는가가 매장의 수익성과 직결된다고 할 수 있다. 소매상이 보유하는 재고의 수준에 따라 고객에게 제공하는 서비스 수준이 달라지게 된다. 기존의 재고관련 연구들을 보면 보유하는 재고수준에 의해 결정되는 서비스율과 독립적으로 수요의 분포가 고정되어 있다고 가정하는 것이 일반적이다. 현실의 공급사슬을 자세히 관찰해 보면 그러한 가정이 잘못된 경우를 쉽게 찾을 수 있다. 예를 들어 저녁 늦은 시간에 귀가하다 아이들 간식으로 빵을 사기 위해 제과점에 들렸는데 원하는 빵이 다 떨어졌다는 것을 발견하는 일이 반복되는 경우, 어차피 자기가 원하는 빵을 살 수 없을 것이라고 예상하게 되므로 늦은 시간에는 제과점에 들르지 않게 되는 것은 매우 이성적인 행동이라고 할 수 있다. 즉, 낮은 고객 서비스율은 수요 분포에 직접적으로 영향을 미쳐 수요 자체를 감소시킬 수 있다는 것이다. 그러므로 이러한 서비스율에 종속적인 수요분포를 재고관리 분석에서 직접적으로 다룰 필요가 있다고 판단된다.

* 서울대학교 경영대학 교수

** 서울대학교 경영대학 석사과정

본 논문에서는 이러한 소매상의 서비스율이 수요 분포에 미치는 영향을 직접적으로 고려하는 공급사슬의 재고정책을 분석하고자 한다. 즉, 소매상의 선택된 재고정책에 따라 수요분포가 변화하는 경우를 분석한다. 분석의 대상이 되는 공급사슬은 공급자와 소매상의 두 단계로 구성된다. 특히 본 논문은 서비스율에 따라 변화하는 수요분포가 공급자와 소매상간의 조정에 미치는 영향을 분석하고자 한다. 본 연구는 다음과 같은 질문에 답하고자 한다. 서비스율에 종속적인 수요분포를 가정하는 경우 (1) 공급사슬 전체 또는 판매자 입장에서 어떤 수요 분포를 유지하는 것이 최적인가? (2) 이 경우 Revenue sharing 계약은 단순히 재고량을 최적화시키는 기능 이외에 어떤 추가적인 역할을 하는가?

본 논문의 주요 분석 결과를 요약하면 다음과 같다. (1) 높은 수요 분포와 낮은 수요 분포를 결정짓는 경계선이 최적 서비스율보다 낮으면 공급사슬 입장에서는 항상 높은 수요를 유지하는 것이 최적이다. (2) 경계선이 최적 서비스율보다 높으면 경계선 값과 수요 분포 이동량에 따라 어떤 수요 분포를 결정하는 것이 최적인지가 달라진다. (3) 선형 계약에서 판매자의 입장에서 낮은 수요 분포가 최적이지만, 공급사슬 전체 입장에서는 높은 수요가 최적인 경우가 발생할 수 있다. (4) 이 경우, revenue sharing 계약을 통해 판매자가 높은 수요를 선택하도록 유도할 수 있다.

II. 문헌연구

기존의 마케팅 분야에서의 연구들은 보통 수익 분포는 일정한 수요 분포에 의해 결정됨을 가정하고 있으며(Lilien 등, 1992), 생산관리 분야의 논문에서는 일반적으로 뉴스벤더 모델처럼 판매가격이 정해졌을 때 수요 분포는 확률분포를 따른다고 가정하고 있다. (Tsay 등, 1998). 본 연구에서는 위의 두가지 수익 분포 중 뉴스벤더 모델을 따르는 revenue sharing 계약을 통해 공급사슬 전체 또는 판매자 입장에서 어떤 수요 분포를 유지하는 것이 최적인지를 밝혔다.

하나의 공급자와 하나의 구매자가 존재하고 뉴스벤더 모델처럼 고정된 판매가격에 의해 수요 분포가 결정되는 공급사슬에 적용할 수 있는 계약의 형태는 buy-back contracts (Pasternack, 1985), quantity flexibility(QF) contracts (Tsay, 1999)와 sales-rebate contracts (Taylor, 2002)등이 있다.

동일한 가정하에서 revenue sharing과 다른 계약 형태가 적용되었을 경우를 비교해 보았을 때, buy back 계약 적용시에는 revenue-sharing 계약이 적용되었을 때와 동일한 현금 흐름이 발생하여 두 계약의 성과차이가 없음을 알 수 있었고, 나머지 quantity flexibility 계약과 sales-rebate 계약을 적용했을 때는 revenue sharing과 다른 결과가 나타났다. 그러나 뉴스벤

더 모델에서처럼 수요 분포가 판매가격에 따라 다른 확률분포를 따른다고 가정했을 경우 revenue sharing과 buy-back contracts의 성과 역시 다르게 나타났다. (Cachon과 Lariviere, 2005)

전체 공급사슬 측면에서 공급자와 소매상간의 조정은 revenue sharing 계약을 적용했을 때만 가능했고, 나머지 세가지 형태의 계약이 적용 시에는 불가능함을 보였다. Bernstein과 Federgruen (2005)는 price-discount 계약에 대하여 연구하였고, 뉴스밴더 모델과 같은 가격 결정이 이루어지는 경우 revenue sharing이 아닌 다른 계약 형태를 적용해도 전체 공급사슬의 조정이 이루어질 수 있음을 밝혔다. 즉, 일반적인 buy-back 계약처럼 price-discount 계약 시에도 wholesale price와 buy-back rate을 결정하지만 여기서는 위의 두가지 계약 조건들은 판매가격과 선형 관계에 있기 때문에 전체 공급사슬의 조정이 가능한 것이다.

이러한 기본적인 모델을 바탕으로 구매자의 수익은 경쟁자의 주문량에 따라 영향을 받는 경쟁 상황을 가정하여 연구를 확장하였으며 이러한 구조는 경쟁적인 뉴스밴더 모델을 적용했다. (Lippman과 McCardle 1997). 이러한 시스템에서 wholesale price 계약을 통해 전체 공급사슬의 조정이 가능함을 보이고 있지만, (van Ryzin과 Vulcano, 2002, Bernstein과 Federgruen 2003), 이러한 조정은 단지 하나의 채널에 대한 이익 분배만이 가능하다는 단점이 있다.

Cachon과 Lariviere (2005)는 revenue-sharing 계약은 세가지 한계점을 지니고 있음을 밝혔다. 우선 구매자의 수익이 경쟁 상황에서 경쟁자의 구매량, 판매가격, 행동에 영향을 받을 때 수요 분포가 비선형이 되어 뉴스밴더 모델에서 가정한 각 구매자의 결정은 독립적이라는 가정을 위배하게 된다. Bernstein과 Federgruen (2005)은 이러한 경우에 price-discount 계약이 효과적임을 밝혔다. 둘째, revenue-sharing 계약의 실현에 있어서 요구되는 행정적 부담 요소이다. Revenue sharing 계약 하에서는 공급자가 모든 구매자가 합당한 수익을 올리도록 조정하기 위해서는 반드시 모든 구매자의 수익에 대한 관찰이 선행되어야 하지만 이는 현실적으로 너무 많은 비용을 수반한다. 이러한 단점 역시 revenue-sharing 계약에 비해 행정 비용이 적게 소요되는 wholesale price 계약을 통해 보완할 수 있다. 마지막으로 revenue sharing 계약은 수요 분포가 비영리적이고 손실을 감수하는 구매자의 영향을 받을 경우 전체 공급사슬의 조정이 어려워진다. 그러나 이러한 상황에서도 만약 그 영향이 미미할 경우에는 revenue sharing 계약을 사용하는 것이 바람직하다.

III. 수요 분포가 불변할 때의 재고 의사 결정

본 절에서는 기본적인 예시를 통하여 공급 사슬 전체의 이익을 최대화하는 재고 구매량과 선형

계약 상에서 소매상이 택하게 되는 재고량이 어떻게 차이가 나는지를 살펴보겠다. 그리고 적절하게 revenue Sharing 계약을 적용하면 소매상이 자발적으로 공급 사슬 전체의 이익에 부합하는 재고 구매량을 선택하게 된다는 것을 보일 것이다. 이는 Cachon(2003)의 2절에 나와 있는 내용에 대한 이해를 명확하게 하고 다음절에서 보일 추가적인 분석을 간편하게 하기 위해 실제 숫자를 대입한 것이다.

계약을 다룬 대부분의 문헌과 같이 공급 사슬은 생산자와 판매자로 이루어져 있다고 가정한다. 제품의 생산가는 Kg당 2,000원이고, 판매가는 Kg당 4,000원이다. 만약 해당 기에 판매가 이루어지지 않는다면 해당 제품은 Kg당 1,500원의 잔존 가치를 지니게 된다. 수요 y 는 5Kg에서 10Kg 사이에서 균일 분포(uniform distribution)를 따른다. 판매자는 생산자로부터 구입할 재고량 q 를 결정한다. 수요가 재고량을 초과하여 원하는 만큼 구입을 하지 못하는 소비자가 발생할 때 생기는 비용은 편의상 생각하지 않기로 한다.

3.1 공급 사슬 전체 관점에서의 최적화

공급 사슬 전체의 관점에서 예상 이익을 극대화하는 재고량은 다음과 같은 분석을 통해 구할 수 있다. 재고가 수요를 초과하는지, 수요가 재고를 초과하는지에 따라 수입은 다음 표와 같이 발생한다.

상황	수입
$q \geq y$	$4,000y + 1,500(q - y)$
$q < y$	$4,000q$

어느 경우에도 재고를 생산하는 비용 $2,000q$ 이 발생한다. 임의의 재고량 q 를 선택하였을 때 이익의 기대값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \int_0^q \{4,000y + (1,500(q - y))\} \times f(y) dy + \int_q^{\infty} 4,000q \times f(y) dy - 2,000q \\
 &= \int_0^q (2,500y + 1,500q) \times \frac{1}{5} dy + \int_q^{\infty} 4,000q \times \frac{1}{5} dy - 2,000q \\
 &= -250(q^2 - 18q) - 6,250 \dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

간단한 계산을 통하여 $q = 9$ 일 때 예상 이익은 최대값인 14,000원을 달성한다는 것을 알 수 있다.

3.2 선형 계약 하에서 소매상의 의사 결정

판매자가 생산자에게 제품을 구매할 때 사용할 수 있는 가장 간단한 계약 형태는 선형 계약이다.

이는 일상 생활에서도 가장 흔히 사용하는 것으로 구입하는 제품의 양에 정비례하여 값을 지불하는 형태이다. 다른 계약에 비하여 선형 계약이 갖는 최고의 장점은 시행하기가 편리하다는 것이다. 생산자는 판매자가 구입하는 제품의 양만 관찰할 수 있으면 된다. 그러나 선형 계약은 대부분의 상황에서 판매자가 공급 사슬 전체의 이익을 최대화하는 의사 결정을 내릴 유인을 제공하지 못한다는 단점을 가지고 있다. 공급 사슬 전체가 직면하는 비용과 판매자가 직면하는 비용이 상이하기 때문에 공급 사슬 최적 의사 결정은 판매자의 입장에서 최적이지 않게 된다. 이 문제를 Spengler(1950)에 언급되었으며 'Double marginalization'이라고 불린다. 다음 예제는 이 문제를 간단한 형태로 보여준다.

판매자가 생산자에게 제품을 구매하는 비용을 도매가라고 하자. 도매가를 w' 라고 하고, 계산 상의 편의를 위해 $w' = \frac{1}{500}w$ 를 정의한다. w 값이 4보다 작다면 생산자는 손해를 보면서 판매자에게 제품을 양도하는 셈이고, w 값이 8보다 크면 판매자는 소매가보다 높은 가격을 주고 재고를 사오는 셈이다. 그러므로 $4 \leq w \leq 8$ 이 성립함을 알 수 있다. 앞서서와 마찬가지로 재고가 수요를 초과하는지, 수요가 재고를 초과하는지에 따라 수입은 다음 표와 같이 발생한다.

상황	수입
$q \geq y$	$4,000y + 1,500(q - y)$
$q < y$	$4,000q$

여기서 달라지는 것은 재고 q 를 확보하기 위한 비용이 $2,000q$ 가 아니라 $w'q = 500w$ 가 되었던 것이다. 이익의 기대값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \int_0^q \{4,000y + (1,500(q - y))\} \times f(y) dy + \int_q^0 4,000q \times f(y) dy - 500wq \\
 &= \int_0^q (2,500y + 1,500q) \times \frac{1}{5} dy + \int_q^0 4,000q \times \frac{1}{5} dy - 500wq \\
 &= -250\{q^2 - (26 - 2w)q\} - 6,250 \dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

위와 같은 상황에서 판매자는 $(13 - w)$ Kg의 재고를 확보하여 자신의 이익을 극대화할 것이다. 그런데 생산자가 음의 이익을 감수하지 않는다면 $500w$ 는 $2,000$ 을 초과할 것이다. 그렇지 않다면 생산자는 자신의 생산 비용보다 낮은 가격으로 제품을 공급하게 된다.

도매가가 3,000원/Kg, 즉, $w = 6$ 이라고 가정해보자. 그렇다면 판매자는 7Kg의 재고를 확보할 것이다. 이때, 판매자의 예상 이익은 6,000원이다. 한편, 공급 사슬 전체의 이익은 13,000원으로

9Kg의 재고를 확보했을 때보다 적은 것을 알 수 있다.

3.3 Revenue Sharing Contract를 통한 전체 최적 달성

위와 같이 판매자의 결정이 전체 공급 사슬의 이익을 반영하지 못하는 경우 계약의 형태를 조절함으로써 판매자의 결정을 조절할 수 있다. 특히 위와 같은 간단한 상황에서는 판매자가 완벽하게 공급 사슬의 이익을 반영하도록 만드는 것도 가능하다. 그러나 현실을 보다 정확하게 반영하기 위하여 모형을 복잡하게 만들면 완전하게 최적을 달성하는 것은 불가능해지기도 한다. 지금까지 연구가 되고 있는 계약의 형태는 여러 가지가 있는데 특히 Cachon(2003)에서는 revenue sharing contract, buy-back contract, quantity-flexibility contract, sales rebate contract가 차례하게 소개되었다. 여기서는 revenue sharing contract를 통해 어떻게 판매자의 재고 의사 결정을 하는지 알아보겠다.

Revenue sharing contract에서는 판매자가 생산자에게 제품을 구매할 때 모든 거래가 끝나지 않는다. 일단 최초 재고를 확보할 때에도 도매가를 주고, 나중에 수익이 실현되면 실현된 수익의 일부를 또 생산자에게 지급한다. Revenue sharing contract에서의 도매가를 $500w_r$, 소비자에게 제품을 판 수익 중 판매자에게 돌아가는 비율을 ϕ , 생산자에게 돌아가는 비율을 $(1-\phi)$ 라고 하자. 다음 표는 각 상황에서 판매자에게 돌아가는 수입을 보여준다.

상황	수입
$q \geq y$	$4,000y + 1,500(q - y)$
$q < y$	$4,000q$

판매자가 재고를 확보하면서 지불한 비용은 $500w_r q$ 이므로, 판매자의 예상 이익은 다음과 같다.

$$\int_0^q \{4,000y\phi + (1,500(q - y))\} \times f(y) dy + \int_q^\infty 4,000q\phi \times f(y) dy - 500w_r q$$

$$= (-400\phi + 150)(q^2 + \frac{-1,500 + 8,000\phi - w_r}{-400\phi + 150} q) - 10,000\phi + 6250$$

$-400\phi + 150 < 0$ 을 만족하고, $\frac{-1,500 + 8,000\phi - 500w_r}{-400\phi + 150} = -18$, 즉, $5w_r = 12 + 8\phi$ 을 만족할 때,

판매자는 9Kg의 재고를 유지하게 된다. $500w_r = 1,640$, $\phi = 0.55$ 의 값은 이 조건들을 모두 만족시킨다는 것을 알 수 있다. 그러므로 판매자는 9Kg의 재고를 선택하게 되고 공급 사슬 전체의 이

익은 14,000원이 된다. 한편 w , 과 ϕ 의 값을 판매자 예상 이익을 구하는 식에 대입하면 판매자의 이익은 6420원으로 계산된다. 자동적으로 생산자의 이익은 7,580원임을 알 수 있다. 앞에서 보았던 선형 계약 중 $w=6$ 인 경우와 비교할 때 생산자와 판매자의 이익이 모두 증가된 것을 알 수 있다.

IV. 수요 분포가 이동할 때의 재고 의사 결정

이번 절에서는 선형 계약 도입을 통한 판매자 의사 결정의 왜곡, revenue sharing을 통한 조정 등의 내용이 서비스율에 따라 수요 분포가 이동하는 경우 어떻게 달라지는지 알아보겠다. 앞 절에서는 수요에 미치지 못하는 재고를 가지고 있더라도 미충족 수요에 의한 손해가 없는 것으로 가정했다. 그리고 보다 일반적인 상황을 나타낸 모형에서는 미충족 수요와 비례하여 금전적 손해가 있는 것으로 가정한다.

다음 분석에서는 미충족 수요가 직접적인 금전적 손해를 끼치는 것이 아니라 수요 분포의 위치에 영향을 주는 것으로 가정한다. 서비스율 $s(q)$ 는 재고를 q 만큼 확보했을 때 발생하는 수요를 모두 충족시킬 수 있는 확률로 가정한다. 즉 수요가 5에서 10Kg까지의 균등 분포를 나타낼 때, 재고를 8Kg 확보한다면 서비스율은 60%가 되는 것이다.

일반적으로 소비자가 자신의 수요를 특정 판매자를 통해 충족시키지 못하는 현상을 자주 발견하게 되면 다른 판매자를 이용하게 된다. 소비자 이탈 현상이 전혀 없는 시장은 완전 독점 시장 밖에 없다. 그러므로 높은 서비스율을 유지할 수 있다면 수요 분포는 보다 높은 평균을 가지게 될 것이다. 이 절에서는 분석의 편의를 위해 서비스율에 따라 수요 분포 함수는 두 가지의 형태를 가진다고 가정한다. 기존 수요 분포는 균등 분포를 가정했으므로 여기서는 서비스율이 일정 수준 s_c 를 넘으면 동일한 표준편차를 가지고 있지만 평균만 a 만큼 더 높은 균등 분포를 가지게 된다고 가정한다. 즉 $[5,10]$ 의 범위를 가지고 있던 균등 분포가 $[5+a,10+a]$ 의 범위를 가지고 있는 균등 분포로 이동한다.

4.1 공급 사슬 전체 관점에서의 최적화

s_c 의 값은 임의로 정할 수 있다. 그런데 s_c 가 공급 사슬 최적 재고량에 의한 서비스율보다 크냐, 작으냐에 따라 결과는 달라진다. 전 절 예제에서 최적 재고량은 9Kg이었다. 이때 서비스율은 0.8이다. 그러므로 s_c 가 0.8을 넘는지, 넘지 않는지로 상황을 나눌 수 있다.

4.1.1 $0 < s_c < 0.8$

먼저 s_c 가 최적 서비스율인 0.8을 넘지 않는 경우를 생각해본다. 이 문제에서 최적 서비스율은 수요 분포가 이동하기 전이나 후나 동일하다.

4.1.1.1 높은 수요 분포 상에서의 최적

수요 분포를 높게 유지하기로 결정을 하고 그 제약 하에서 최적 재고 의사 결정을 한다고 하자. 높은 수요 분포에서도 최적 서비스율은 0.8이므로 이 최적 서비스율을 그대로 적용하면 $s_c \leq s(q)$ 를 만족시킨다. 균등 분포가 a 만큼 오른쪽으로 이동했으므로 최적 재고는 $9+a$ 가 된다. 높은 수요 분포 상에서의 예상 이익은 다음과 같다.

$$\int_{s_c}^q \{4,000y + (1,500(q-y))\} \times f(y)dy + \int_q^{9+a} 4,000q \times f(y)dy - 2,000q$$

$$= -250[(q-(9+a))^2 - 8a - 56] \dots\dots\dots (3)$$

위 식에 $q=9+a$ 를 대입하면 공급 사슬의 이익이 $14,000+2,000a$ 가 된다는 것을 알 수 있다.

4.1.1.2 낮은 수요 분포

낮은 수요 분포를 유지하기 위해서는 $s(q) \leq s_c$ 의 조건을 유지해야 한다. 그러므로 $s(q)=0.8$ 이 되도록 할 수가 없다. (1)에 의하면 낮은 수요 분포에서 q 값에 따른 예상 이익은 다음과 같다.

$$-250(q^2 - 18q) - 6,250$$

$q=9$ 일 때, 최대값을 가지는 이차 함수이므로 $s(q) \leq s_c$ 를 만족시키는 q 값 중 9에 가장 가까운 값을 택하면 낮은 수요 분포를 유지할 때의 최대 이익을 구할 수 있다. 즉 $q=5+5s_c$ 이고, 이 때 예상 이익은 $-250(5s_c - 4)^2 + 14,000$ 이다.

이 값은 14,000 이하의 값을 가진다. 한편 높은 서비스율을 유지하는 경우의 예상 이익은 a 값이 양이라면 무조건 14,000을 넘는 값을 가지게 된다. 그러므로 $0 < s_c < 0.8$ 의 경우 공급 사슬은 s_c 보다 높은 서비스율을 유지하는 것이 최적이라는 결론을 얻을 수 있다.

4.1.2 $0.8 \leq s_c < 1$

s_c 가 0.8을 넘는다는 것은 위의 경우와 같이 일반적인 경우의 최적 서비스율인 0.8을 가지고

높은 수요 분포를 계속 유지할 수 없다는 것을 의미한다. 그러므로 높은 수요 분포를 포기하면서 최적 서비스율을 유지할 것인지, 높은 수요 분포를 달성할 것인지 선택을 해야 한다.

4.1.2.1 높은 수요 분포

높은 수요 분포 하에서의 예상 이익은 (3)에 의해 아래와 같다.

$$-250[(q - (9 + a))^2 - 8a - 56]$$

한편 이 상태에서의 최적 재고량인 $(9 + a)$ 는 $s_c \leq s(q)$ 를 만족시키지 않기 때문에 적용할 수 없다. 그러므로 $(9 + a)$ 에 최대한 가까우면서 $s_c \leq s(q)$ 를 만족시키는 값, 즉, $5 + a + 5s_c$ 의 재고를 선택하게 된다. 이 때의 예상 이익은 아래와 같이 계산된다.

$$250\{8a - (5s_c - 4)^2\} + 14,000$$

4.1.2.2 낮은 수요 분포

낮은 수요 분포에서는 최적 재고량인 9 가 $s(q) < s_c$ 의 조건을 만족시킨다. 그러므로 3.1.에서 계산된 14,000의 이익을 달성하게 된다.

$0.8 \leq s_c < 1$ 인 경우에는 $0 < s_c < 0.8$ 인 경우에 비해 결론이 명확하지 않다. 주어진 계수의 값에 따라 낮은 수요 분포를 유지하는 것이 더 좋을 수도, 높은 수요 분포를 유지하는 것이 좋을 수도 있다. $8a > (5s_c - 4)^2$ 을 만족시킬 때는 높은 수요 분포를, $8a \leq (5s_c - 4)^2$ 을 만족시킬 때는 낮은 수요 분포를 유지하게 된다. $s_c \geq 0.8$ 이므로 s_c 값이 낮을수록, a 값이 클수록 높은 수요 분포를 유지하는 것이 유리하게 된다는 것을 알 수 있다. a 값은 높은 수요 분포를 유지할 때의 수요 증가량이므로 높을수록 높은 수요 분포 분포를 유지하는 것이 유리해지고, s_c 값은 높은 수요 곡선을 달성하기 위한 서비스율 조건이므로 낮을수록 높은 수요 분포를 달성하기가 쉬워진다. 그러므로 위의 계산된 조건은 일반적인 상식에 어긋나지 않는다고 할 수 있다.

4.2 선형 계약 하에서 소매상의 의사 결정

선형 계약에서 판매자 입장에서의 최적 재고는 $13 + a - w$ 임을 보였다. 이 때 서비스율은 $\frac{8 - w}{5}$ 이다. 그러므로 s_c 가 $\frac{8 - w}{5}$ 를 넘는지, 넘지 않는지에 따라 상황을 나눌 수 있다.

$$4.2.1 \quad 0 < s_c < \frac{8-w}{5}$$

4.2.1.1 높은 수요 분포

높은 수요 분포를 유지할 때, 판매자의 이익은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} & \int_{5+a}^q \{4,000y + (1,500(q-y))\} \times f(y) dy + \int_q^{10+a} 4,000q \times f(y) dy - 500wq \\ & = -250\{q^2 - 2(13+a-w)q + (5+a)^2\} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

최적 서비스율인 $s(q) = \frac{8-w}{5}$ 는 $s_c < s(q)$ 를 만족시키므로 $q = 13+a-w$ 을 위의 식에 대입하면 높은 수요 분포 상에서 소매상의 최대 이익을 구할 수 있다. 이는 다음과 같다.

$$250(w^2 - 26w - 2aw + 16a + 144)$$

4.2.1.2 낮은 수요 분포

낮은 수요 분포에서는 최적 서비스율인 $\frac{8-w}{5}$ 이 $s(q) \leq s_c$ 를 만족시키지 않으므로 최대한 $\frac{8-w}{5}$ 에 근접한 값을 택해야 한다. 이는 $5+5s_c$ 이다. 낮은 수요 분포에서 판매자 이익은 (2)에 의해 $-250\{q^2 - (26-2w)q - 6250\}$ 이므로 이에 $q = 5+5s_c$ 를 대입한 값은 다음과 같다.

$$250(80 - 10w - 10ws_c - 25s_c^2 - 80s_c)$$

높은 수요 분포일 때의 최대 예상 이익과 낮은 수요 분포일 때 최대 예상 이익의 차는 다음과 같이 계산된다.

$$250\{(w-8-a+5s_c)^2 + 160s_c + 10as_c - a^2\}$$

가정상 $5s_c < 8-w$ 이므로 $(w-8-a+5s_c)^2 - a^2 > 0$ 이 성립하고 따라서 높은 수요 분포를 유지하는 것이 언제나 낮은 수요 분포를 유지하는 것보다 높은 이익을 가져온다.

$$4.2.2 \quad \frac{8-w}{5} \leq s_c < 1$$

4.2.2.1 높은 수요 분포

높은 수요 분포에서는 최적 서비스율인 $\frac{8-w}{5}$ 이 $s(g) \geq s_c$ 를 만족시키지 않으므로 최대한 $\frac{8-w}{5}$ 에 근접한 값을 택해야 한다. 이때 재고량은 $5+a+5s_c$ 이다. (4)에 이를 대입하면 예상 이익은 다음과 같이 계산된다.

$$250(80+80s_c-25s_c^2+16a-10w-2aw-10ws_c)$$

4.2.2.2 낮은 수요 분포

낮은 수요 분포에서는 최적 서비스율인 $\frac{8-w}{5}$ 을 적용할 수 있다. 이때 재고량은 $(13-w)$ 이고 (2)에 이를 대입하면 예상이익은 다음과 같다.

$$250\{(13-w)^2-25\}$$

그러므로 $a > \frac{64+w^2-8w+25s_c^2+10ws_c-80s_c}{16-2w}$ 을 만족시키면 판매자는 높은 수요 분포를 유지하게 된다.

한편 공급사슬 전체의 관점에서는 $8a > (5s_c-4)^2$ 를 만족시킬 때, 높은 수요 분포를 유지하는 것이 최적이라는 것을 알고 있다.

$$\frac{(5s_c-4)^2}{8} < a < \frac{64+w^2-8w+25s_c^2+10ws_c-80s_c}{16-2w}$$

계수들이 위의 조건을 만족시킨다면, 공급사슬 전체의 입장에서는 높은 수요를 유지하는 것이 최적이지만 판매자 입장에서는 낮은 수요를 유지하는 것이 최적이다. 한편, (5)는 $w < 8$ 을 만족시킬 경우 (6)과 동치이다.

$$\frac{(5s_c-4)^2}{8} < \frac{64+w^2-8w+25s_c^2+10ws_c-80s_c}{16-2w} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{25(w-4)}{4} s_c^2 + w^2 - 4w + 32 > 0 \dots\dots\dots (6)$$

$w > 4$ 이므로 (6)은 항상 성립함을 알 수 있다. 그러므로 어떤 w 와 S_c 에 대해서도 공급사슬 전체 입장에서는 높은 수요 분포가 최적이지만, 판매자 입장에서는 낮은 수요 분포가 최적인 a 값의 범위가 존재한다.

3절에서 살펴보았듯이 revenue sharing 계약을 사용하면 공급사슬 전체의 이익을 최적화하는 재고량을 판매자가 선택하도록 유도할 수 있다. 수요 분포의 이동이 존재하는 경우에도 동일한 방법을 이용하여 공급사슬 전체의 이익 최적화를 따르도록 계약을 조정할 수 있음을 쉽게 보일 수 있다. 그러므로 수요 분포의 이동이 있는 경우, revenue sharing 계약을 이용하여 판매자는 공급사슬 이익을 최대화하는 수요 분포를 선택하게 되고, 이는 수요 분포가 이동하지 않음을 가정한 경우와 비교했을 때 추가적인 효과라고 볼 수 있다.

V. 결 론

소비자가 원하는 만큼 재고를 확보하지 못한다면 이는 향후 수요에 안 좋은 영향을 끼칠 가능성을 크다. 재고 관리와 계약을 다루는 일반적인 문헌에서는 이때 발생하는 비용을 goodwill cost로 반영하여 재고 의사 결정에 반영한다. 본 논문에서는 서비스율이 낮아서 생기는 수요가 적어지거나 서비스율이 높아서 수요가 많아지는 현상을 직접 수요 분포가 이동하는 것으로 반영하여 분석을 했다. 결론적으로 공급사슬 전체의 관점에서는 높은 수요를 유지하는 것이 바람직한 상황이지만, 판매자의 입장에서는 높은 수요 분포를 포기하는 것이 더 이익인 상황이 발생할 수 있음을 알 수 있다. 한편 가격이 이미 주어져 있고, 판매자의 추가적인 판매 노력 등을 생각하지 않는 기본적인 상황에서는 revenue sharing 계약이 공급사슬 전체 이익을 극대화하는 방향으로 판매자를 유도할 수 있다는 것이 알려져 있고, 이것은 본 논문의 3절에서 간단한 예제를 통해서도 보여졌다. 그러므로 수요 분포가 이동하는 상황에서 revenue sharing은 판매자가 높은 수요 분포를 확보할지 낮은 수요 분포로 만족할지의 결정을 적절하게 내릴 수 있게 유도함을 알 수 있다. 즉, 기존 문헌에서 밝혀진 계약의 효용이 더 증가한다는 것이다.

본 논문은 수요 분포의 이동을 보여주기 위해 일정한 경계선을 설정하고 이보다 서비스율이 높을 때와 낮을 때를 가정해서 분석을 했다. 이는 계산을 간편하게 하기 위해서이기도 하지만 실제 상황에서도 어느 정도의 역치를 넘어설 때 소비자가 서비스율에 대해 인식하고 구매 행위에 변화를 줄 것이라는 가정에 의해서이기도 하다. 그렇지만 제품의 특성에 따라 수요 분포의 이동이 하나의 경계점을 기점으로 일어나는 것이 아니라 연속적인 이동이 일어날 수도 있다. 그런 모형을 만들어서 분석을 하면 어떤 변화가 일어나는지도 추가적으로 분석을 할 수 있을 것이다.

마지막으로 실제 상황에서는 대부분의 수요의 변화는 수요 자체가 사라졌다기 보다는 다른 판매자에게 넘어갔기 때문에 생긴 것이다. 본 논문의 모형에서는 그 상황을 단순히 수요 분포가 이동하는 것으로 설정했는데 실제로는 경쟁자의 서비스율이 어떻게 되는지에 따라서 자신의 수요 분포가 이동하는 정도도 다를 것이다. 한 명의 경쟁자가 있는 상황, 여러 명의 경쟁자가 있는 상황 등을 분석하면 어떻게 재고 의사 결정이 달라지고 이 상황에서 revenue sharing 계약의 효과는 어떻게 변할지도 분석이 가능할 것이다.

참 고 문 헌

1. Bernstein, F., A. Federgruen. (2003). Pricing and replenishment strategies in a distribution system with competing retailers. *Operations Research*, Vol. 51, Issue 3, p409-426.
2. Bernstein, F., A. Federgruen. (2005). Decentralized supply chains with competing retailers under demand uncertainty. *Management Science*, Vol. 51, No. 1, p18-29.
3. Cachon, G.. (2003). Supply chain coordination with contracts. Ch.6 in Graves and Kok (2003).
4. Graves, S., T. de Kok (eds.) (2003). Handbooks in Operations Research and Management Science, 11: Supply chain management : Design, coordination, and operation. North-Holland, Amsterdam, The Netherlands.
5. Lilien, G., P. Kotler, K. S. Moorthy. (1992). *Marketing Models*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
6. Pasternack, B. (1985). Optimal pricing and returns policies for perishable commodities. *Marketing Science*, Vol. 4, No. 2, p166-176.
7. Spengler, J. (1950). Vertical integration and antitrust policy. *Journal of Political Economy*. 347-52.
8. Taylor, T. (2002). Supply chain coordination under channel rebates with sales effort effects. *Management Science*, Vol. 48, No. 8, p992-1007.
9. Tsay, A., S. Nahmias, N. Agrawal, eds. (1998). Modeling supply chain contracts: A review. *Quantitative Models for Supply Chain Management*. Kluwer, Boston,

- MA. p300-336.
10. Tsay, A. (1999). Quantity-flexibility contract and supplier-customer incentives. *Management Science*, Vol. 45, No. 10, p1339-1358.
 11. van Ryzin and Vulcano. (2002). Optimal Auctioning and Ordering in an Infinite Horizon Inventory-Pricing System, *Operations Research*, Vol. 52, Issue 3, p346-367.