「타로・야마네」著

# 『統　　計　　學』

**Taro Yamane: *Statistics- An Introductory Analysis*, 1967**

Happer International Edition, pp. 919.

金　　正　　年

## I

오늘날의 統計學은 「데타」의 作成과 處理에만 그치는 것이 아니라 오히려 불확실한 條件아래서 필연적으로 요청된 『決定科學』이라는 새로운 이름으로 불리게 되었다. 이 새로운 領域에 들어 선 『決定科學』으로서의 統計學은 確率理論을 토대로 하여 성립되었다. 統計는 일찌기 社會一般現象과 밀접한 관련에서 중요한 역할을 담당하여 왔다. 특히 現代의 科學技術을 비롯한 經濟經營技術 등의 관리문제에 있어서는 統計學이 적용되는 많은 실천적인 문제를 제시하고 있다. 한편 經營者는 不確實性을 지닌 많은 문제에 당면하게 된다. 이러한 경우에 經營者로서 어떠한 意思決定을 내리지 않으면 안 된다. 이 不確實性을 合理的으로 다루기 위한 方法論이 곧 統計學이다.

이와같은 관점에서 본다면 統計的인 思考方法은 오랜 옛날부터 우리들의 주변에 깊이 존재하고 있었다. 그것은 가령 自然現象에 관한 엄밀한 法則性 또는 物理學的現象에의 應用은 물론이거니와 社會經濟現象으로서의 經濟豫測과 計劃, 經營合理化에 따르는 投資・生產計劃, 需要豫測, 販賣計劃, 市場豫測 및 調査……등에 있어서도 不可缺의 무기가 되었다.(1) 한편 統計學의 發展은 企業經營의 進展과도 밀접한 상관관계를 맺고 있다. 물론 統計學 그 자체는 企業經營의 law of randomness에서 벗어날 수 없는 상태와 또한 現代企

筆者 : 서울大學校 商科大學 附設 韓國經營硏究所 硏究員. 서울大學校 經營大學院 助敎授

(1) 計量經濟學, 計量社會學, 計量心理學 등의 分野에서는 統計的方法의 適用범위는 더욱 넓어져 간다. 計量社會學과 計量心理學分野에서는 communication의 硏究와 factor analysis 등을 들 수 있다. 한편 計量經濟學分野에서는 T. Heavelmo에 의한 確率論的 接近과 A. Wald의 確率函數方程式의 硏究 등을 들 수 있다.

T. Heavelmo, "A Probability Approach in Econometrics," *Econometrica*, Vol. 12. Supplement, 1944.

業의 行動分析과 이에 따르는 모든 政策決定面에서 더욱 확고한 理論的인 기초를 구축해 주었다. 現實의 不確實한 문제에 대한 實際的인 응용에서는 더욱 重要한 역할을 담당한다. 이러한 理由에서 곧 經濟·經營學的인 側面에서 본 效用문제, 最適性의 판정기준에 대한 문제, 數學的인 側面에서 본 理論의 정밀화에 대한 문제, 또한 실용적인 側面에서 본 실용적인 가치에 대한 요구등이 決定理論에 부여된 최대의 課題이다. 이와같은 관점에서 統計學은 새로운 領域에서 展開되는 엄밀성을 지닌 『決定科學』으로서 理解되어 가야 한다. 다시말하면 『決定科學』은 確率論의 기초 위에서만이 성립할 수 있는 科學이다. 그 理由는 간단하다. 確率論이 불확실한 事象에 대한 確實性의 理論이기 때문이다. 그러나 이와 동일한 불확실한 事象에 대한 偶然性의 질서를 確立시킨다는 것은 사실상 不可能한 일이다. 만일 가능하게 하려며는 다음의 두 가지의 條件을 필요로 한다. 즉 하나는 개개의 事象의 발생은 非決定的인 것이야 한다. 예를 들면 理論的인 確率에서 보는 銅貨를 던졌을 때 表面 혹은 裏面의 어느쪽이 나타날 것인가는 豫期할 수 없다. 다른 하나의 假定은 集團에는 規則性이 존재한다는 것이다. 이 예는 개개의 事象에 대하여서는 決定지울 수 없으나 集團的인 것 또는 長期的인 것에는 엄연한 規則性을 나타내는 事象이 반드시 존재한다는 사실을 들 수 있다. 이러한 사실은 統計學의 系譜에서 높이 평가받고 있는 John Graunt(1920—1687) 및 William Petty(1620—1687)[(2)]의 功績이다. 우리들 사회현상에 관하여 集團的인 規則性을 경험적으로 확인하려는 것이었다. 그 후에 J. Bernoulli(1654—1705)와 Abraham de Moivre(1667—1754)에 의한 「大數의 法則」(law of large number)의 확립은 이에 관한 엄밀한 數學的인 기초를 확립시키려는 위대한 試論이었다.

이 두가지의 基本的인 條件을 갖춘 것을 일반적으로 stochastic[(3)]이라 한다. 이것은 중요한 역할을 담당할 뿐 아니라 이 stochastic을 표현하는 두가지의 性質중 어느 하나를 중요시 하느냐에 따라서 여러가지의 確率論에 대한 理論的인 근거가 전개된다. 確率理論은 純粹數學的인 整合性만으로서 이루어질 수 없다. 이것은 科學的인 인식에 대한 方法論的인 기초를 제공하는 것이 아니면 안된다. 이 사실은 H. Poincaré(1854—1912)의 말을 빌리면 더욱 確證될 것이다. 즉 『모든科學은 자각하지 않은 채 確率論을 適用한 것에 지나지 않

A. Wald, Berecknung und von Saison-Schwankungen, Vienna, 1936.

(2) John Graunt, *Natural and Political Observations upon the Bills of Mortality*, 1662.
William Petty, *Political arithmetic* 1671.

(3) 確率論에서는 stochastic을 數學的으로 연구하여 效果的으로 推定한다. 이 stochastic의 예를 들면 어느 製造工場에서 等質의 原料를 사용하여 생산한 製品에 대하여 조사한 特定의 量的인 性質(例: 電球의 수명시간, 베아링의 直徑등) 혹은 같은 職業人의 1人當所得, 商品別收益……등과 같다.

다. 確率論을 배제하는 것은 마치 科學을 배제하는 것과 같다.』[4]

다음은 豫測과 計劃에만 重點을 둔 과거의 事後的인 統計보다도 오늘날의 標本조사에 의한 business survey, marketing research, motivation research, 投資計劃조사, 消費者行動調査등과 같은 事前的인 統計資料를 만드는데 그 注力이 기울어져 간다는 사실을 재인식할 필요가 있다. 統計的 結論은 現象의 非決定論的인 性格을 積極的으로 고려하여 그때의 確實 또는 不確實의 크기를 確率로서 규정한다. 이것은 經驗的인 판단에 대하여 더욱 科學的인 엄밀성을 부여한다고 할 수 있다. 그러므로 統計的인 決定理論의 發展에 의하여 現代統計學은 推測의 局面에서 硏究者의 主觀性과 客觀性을 지닌 保證아래서 計劃과 管理를 위한 方法體系의 性格이 가추어 져야 할 것이다. 이 관점에서 統計的 決定理論은 不確實性을 평가함에 있어서 개인의 主觀的 確率문제를 決定理論의 입장에서 體系化시킨 Leonard J. Savage 와 對人關係에 대한 決定理論인 game 理論의 思想的 背景은 A. Wald[5] 와 David Blakwell 및 M.A. Girshich 에 의한 決定論的인 統計學의 理論的 基礎를 구축하는 방향으로 이끌어 주었다.

## Ⅱ

著者 T. Yamane 교수는 San Diego State College 와 日本의 靑山學院大學의 교수를 역임한 바 있으며 현재는 New York University 의 經濟學 客員교수로서 활약하고 있다. 本書는 近年에 이르러 統計學著書로서는 보기드물 정도의 풍부한 내용을 갖춘 勞作이라 할 수 있다. 여기에 그 내용을 간단히 소개하면 다음과 같다.

**目 次 內 容**



---

(4) H. Poincaré, *La Science et l'Hypothése* 1917. 「科學과 假說」 河野伊三郎譯, 岩波書店. p. 216.
(5) L.J. Savage, *Foundations of Statistics*, 1954. A.Wald, *Statistical Decision*, 1950. D.Blackwell and M.A. Girshick, *Theory of Games and Statistical Decisions*, 1954.

8. Testing Hypotheses
9. Decision Theory
10. Estimation
11. Index Numbers
12. Time Series—Trend Line
13. Seasonal and Cyclical Movement
14. Linear Regression Analysis
15. Correlation Analysis
16. Random Variables and Probability Distribution
17. The **T** Distribution
18. The Bionomial Distribution
19. The Poisson Distribution
20. The Chi—Square Distribution
21. The **F** Distribution
22. Multiple Linear Regression
23. Time Series(Ⅱ)

本書의 序文에도 언급되어 있는 것과 같이 著者가 經濟學者인 만큼 經營經濟學을 위주로 한 응용문제들이 현저하게 눈에 뜨인다. 1~15章은 주로 초보적인 연구자를 위한 大學課程의 수준으로서 세심하게 논의되어있다. 나머지의 16章 이후의 各章은 1~15章의 내용과 관련시켜서 더욱 정밀하게 다루고 있다. 이 수준은 專門家 또는 大學院의 統計學「코스」를 대상으로 하고 있다. 따라서 이 내용은 各 수준에 따라 한 學期間에 충분히 完讀할 수 있으며 또한 폭넓고 짜임새있는 내용을 갖춘 것이 곧 本書의 커다란 특징이다. 특히 統計的인 處理과정에서 흔히 計算作業의 難關에 빠지기 쉬운 점을 지적하였으며 이에 대하여 假說的인 例題를 많이 다루어 준다. 일반적으로 統計學은 記述統計學과 確率理論을 土台로 한 推計統計學으로 區分하고 있다. 本書에서도 1~4章의 내용은 記述統計學이며 5~10章은 確率論에 입각한 統計的 推定論의 내용으로 되어 있다.

著者는 確率論은 決定理論의 입장에서 본 統計學과의 연관성을 지니고 있다는 문제점을 극히 강조한다. 確率論에서는 確率의 解釋과 이의 計算을 구분하여 前者를 方法論으로서 다루고 있다. 특히 이 確率의 解釋문제에 있어서는 두가지의 견해가 있다는 것을 지적한다. 즉 objective school(objectivist)과 subjective school(subjectivist)로 나누며 후자는 決定科

學으로서의 統計學에 이르는 不確實에 대한 개인의 主觀的 確率論者인 L.J.Savage 교수와 R. Schloifer 교수(*Probability and Statistics for Business Divisions*, N.Y. McGraw-Hill, 1959. T. Yamane, *Statistics*, p. 227)에 의하여 새로운 관점에서 주장 되였다. 確率의 계산문제는 確率의 기본적인 定理에서 얻어진 것을 數學的인 演繹法(mathematical deductions) 즉 確率의 乘法定理에서 다룬다. objective approach to probability 에서는

① The princlple of insufficient reason(principle of indifference)을 「스위스」의 數學者인 Jacob Bernoulli(1654~1705)와 「불란서」의 數學者인 P.S. Laplace(1749—1827)의 理論에 의하여 소개한다.

② The first frequency theory approach to probability 에서는 「러시아」의 A.N. Kolmogorov (*Foundations of the theory of probability*, translated by N. Morison. N.Y. 1956)

③ The second frequency theory approach to probability 등으로 되어있다.

7章은 標本分布理論에 관한 기초적인 개념을 論議한다. 즉 母集團으로부터 뽑은 標本에 대한 確率의 크기와 標本特性値인 統計量의 標本分布의 개념을 다룬다. 이 標本分布의 特性値를 central limit theorem 에 의하여 설명한다. 여기서 母集團으로부터 뽑은 標本에 대한 가장 단순한 確率計算의 방법과 초보자와 실무가를 위하여 標本分布의 理論을 조심스럽게 다루어 준다. 8章의 Testing Hypotheses 는 null hypotheses 를 case I, II 로 나누어 經濟·經營學의 실제문제에 치중한다. 9章의 Decision Theory 는 이의 소개한 R.Schloifer 교수의 企業行動에 관한 統計的決定理論의 개요를 예제에 의하여 소개한다.(6)

12章의 Time Series (trend line)에서는 經濟·經營學에서 많이 活用되는 回歸分析의 freehand method, method of moving averages, method of least squares, 등의 手法을 구체적인 예제에 의하여 설명한다. 13章의 Seasonal and Cyclical Movement 는 12章과 관련 시켜서 trend seasonal variation, business cycle irregular variations 의 手法을 실제의 「데타」에 의하여 분석한다. 14章의 線型回歸分析은 사실상 經濟·經營分析에서 가장 많이 이용되는 手法이다. 이러한 理由에서 인지는 모르나 本書에서는 방대한 범위에 걸쳐 單純回歸

(6) R.Schloifer 교수의 著書의 序文을 다음과 같이 인용한다. (T.Yamane, *op*., p. 228)
"When the consequences of various possible courses of action depend on same unpredictable event, the practical way of choosing the 'best' act is to assign values to conseguences and probabilities to events and then to select the act with highest expected value"—R. Schloifer.
This approach may be shown schemalically
as fallows;

| | | |
|---|---|---|
| EVENTS ⟶ | ACT ⟶ | CONSEQUENCES |
| uncertainty | | values, profits, cost |
| probability | | opportunity loss |

分析에 관한 예제를 중심으로 기초적인 計測方法을 다루고 있다. 本章의 마지막 部分에서의 回歸分析에 관한 6가지의 세심스러운 commet는 독자들의 실제응용에 커다란 도움이 될 것으로 믿는다. 초보자를 위한 마지막의 15章은 相關分析의 내용이다. 여기서는 各種의 相關係數의 計測은 물론이거니와 相關分析의 活用方法도 理論的으로 충분히 다루어져 있다.

16章 이후에는 1~15章과 관련시켜서 전문가 위주의 내용으로 되어있다. 그런관계로 本章은 統計學에서도 커다란 難關이라 할 수 있는 確率變數와 確率分布理論을 취급하고 있다. 여기서는 G. Cantor(1845—1918)에서 시작되어 F. Hausdroff의 set theory의 도입과정과 sample space, random variable 確率에 관한 公理와 確率分布의 개념을 다룬다. 한편 이를 중심으로 다시 Bayes' theory에서 條件附確率論에로 옮겨진다. 이와 관련되어 원래 推計統計學의 全部라고 할 수 있는 分布論을 다룬 17~21章에서는 各各 $T$—分布, 二項分布, Poisson 分布, Chi—Square 分布, $F$—分布에 관한 論理的인 구성과 이들 各分布 間의 관련성 및 이들의 응용을 광범하게 다루고 있다. 특히 本書에서 커다란 「웨이트」를 차지한 것은 R.A.Fisher에 의하여 전개된 $F$分布에 관한 내용이다. 그뿐아니라 이처럼 큰 「웨이트」를 차지한 理由의 하나는 오늘날의 經濟·經營學分野, I.E. 分野, 農業문제분석, 社會·心理學分野 등에서 광범하게 活用되는 새로운 統計的方法으로서의 『分散分析』을 강조하는데 있다고 지적 할 수 있다. 22章은 14章의 單一回歸「모델」分析과는 일단 區分한 Multiple Linear Regression 分析이 논의된다. 여기서는 主로 有名한 M.Ezekiel과 K.A. Fox에 의한 curvilinear regression 分析이다[(7)]. 사실상 이 部分은 經濟·經營學分析의 現實的인 應用과정(計量經濟學的接近, 計量的管理分野)에서 가장 많이 이용된다고 하여도 과언은 아니다. 특히 數値解析에서는 線型代數學의 metrix를 附錄을 利用하여 다루고 있다. 끝으로 23章은 Time Series(II)이며 11 및 13章과 연관시켜서 second-degree parabola, exponential logarithmic, trend line, modified exponential trend, logistic curve와 移動平均法이 세밀히 다루어져 있다.

## Ⅲ

이상의 주요내용을 綜合的으로 정리하면 아래와 같다.

---

(7) M.Ezekiel and K.A. Fox, *Methods of correlation and Regression Analysis*, N.Y. John Wiley & Sons, Inc., 1959.
K.A. Fox. *Econometric Analysis for public policy*. I.S.C.P., 1958.

첫째 本書는 방대한 내용으로서 초보적인 연구자와 전문적 연구자와의 各各의 수준을 適切하게 調節하여 細部的이고 實際的인 應用力을 기르게 하는데 커다란 努力을 기울이고 있다. 이 초보적 연구자는 전문적인 연구에로 그리고 전문적인 연구자는 統計學一般에 관한 實際와 理論은 정리할 수 있게끔 융통성있게 구성되어 있다.

둘째 數學에 익숙하지 않은 분들을 위하여 특별히 고려되어 있다. 그러나 고등학교 文科 정도의 數學知識을 한번 되풀이 정리 해둔다면 理解에 만족할 것이다.

셋째 本書는 최근의 統計學에 관한 새롭고 중요한 文獻 및 論文을 거의 참조하였으며 確率의 理論的인 문제와 실제적인 분야에 있어서는 다른 文獻에서 볼 수 없을 정도의 努力과 情熱을 집중시켰다고 할 수 있다. 특히 確率理論에 관한 歷史的背景은 讀者들의 理解에 커다란 도움이 될 줄로 믿는다.

넷째 本書의 不足感을 찾는다면 초보적 연구자를 위하여 附錄을 이용하여서라도 數式의 展開과정을 친절하게 記述해 주었으면 하는 마음이 아쉽다.

끝으로 本書와는 관계없이 統計學의 硏究者를 위하여 正規分布函數(normal distribution function)를 전개해 두고저 한다.

二項分布의 $r$ 번째를 $y_r$ 로서 표시하면 다음과 같다.

$$y_{r+1}={}_nC_{np+r}p^{np+r}q^{nq-r}$$

$$y_{r+2}={}_nC_{np+r+1}p^{np+r+1}q^{nq-r-1}$$

$$\therefore \frac{y_{r+2}}{y_{r+1}}=\frac{n!}{(np+r+1)!\,(n-np-r-1)!}\cdot\frac{(np+r)!\,(n-np-r)!}{n!}\cdot\frac{p}{q}$$

$$=\frac{n-np-r}{np+r+1}\cdot\frac{p}{q}=\frac{nq-r}{np+r+1}\cdot\frac{p}{q}$$

$$=\frac{npq-pr}{npq+rq+q}=\frac{1-\dfrac{r}{nq}}{1+\dfrac{r}{np}+\dfrac{1}{np}}$$

$$\therefore l_ny_{r+2}-l_ny_{r+1}=-\frac{r}{nq}-\frac{r}{np}-\frac{1}{np}=-\frac{pr}{npq}-\frac{qr}{npq}-\frac{q}{npq}$$

$$=-\frac{1}{npq}[(p+q)r+q]=-\frac{(r+q)}{npq}$$

$l_n(1+x)$를 전개하면

$$\therefore (l_ny)=-\frac{(r+q)}{npq}$$

$$\therefore \delta(l_ny)=-\frac{(r+q)}{npq}\delta r.$$

$x=\dfrac{r}{\sqrt{n}},\ \sigma=\dfrac{\sqrt{npq}}{\sqrt{n}} \longrightarrow \sigma^2=pq$, 이를 原式에 대입

$$\delta(l_n y)=-\frac{(x\sqrt{n}+q)\sqrt{n}\,\delta x}{n\sigma^2}=-\frac{(xn+q\sqrt{n})}{n\sigma^2}\delta x$$

$$=-\left(\frac{xn}{n\delta^2}+\frac{q\sqrt{n}}{\sqrt{r}\,\sigma^2}\right)\delta x.$$

$$=-\left(\frac{x}{\sigma^2}+\frac{q}{\sqrt{n}\,\sigma^2}\right)\delta x$$

그러므로 $d(l_n y)=-\dfrac{xdx}{\sigma^2}$

$$\therefore\ l_n\,y=\int-\frac{x}{\sigma^2}dx=-\frac{\frac{1}{2}x^2}{\sigma^2}+c=-\frac{x^2}{2\sigma^2}+c$$

$\therefore\ y=Ae^{\ -x2/2\sigma2}$

이 때 A는 curve 아래의 전체면적에 의하여 決定되며 총도수는 unity이다.

$$A\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x2/2\sigma2}dx=2A\int_0^{\infty}e^{-x2/2\sigma2}dx=1.$$

$\underbrace{\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\overset{\text{let}}{=}t^2}$를 原式에 대입

⟶미분 $\dfrac{x\cdot dx}{2\sigma^2}=t\cdot dt,$

$$\frac{(dx)^2}{2\sigma^2}=(dt)^2$$

$(dx)^2=2\sigma^2(dt)^2$

$\therefore\ dx=\sqrt{2}\,\sigma dt.$

$$\therefore\ \int_0^{\infty}e^{-x2/2\sigma2}\,dx=\sqrt{2}\,\sigma\int_0^{\infty}e^{-t2}dt.$$

이 때 $\int_0^{\infty}e^{-t2}\,dt$를 계산하기 위하여

$$I=\int_o^a e^{-x2}\,dx=\int_o^a e^{-y2}\,dy$$

$I^2=\int_o^a\int_o^a e^{-(x2+y2)}dxdy$를 계한다.

이 式을 극좌표로 변화시키면

$(x,\ y)$의 극좌표 $(r,\ \theta)$

$\sqrt{x^2+y^2}=r$

$\therefore\ x^2+y^2=r^2$

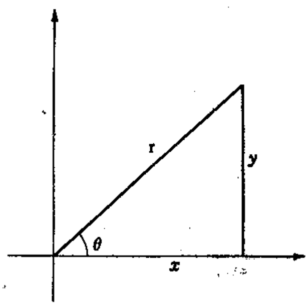
$x=r\ \cos\theta$

$y=r\ \sin\theta$

$dx=\cos\theta\ dr-r\ \sin\theta\ d\theta$

$dy=\sin\theta\ dr+r\ \cos\theta\ d\theta$

아래의 그림에서 $\theta=90^\circ$ 이다.




$\therefore\ dx=dr$

$dy=rd\theta$

$\therefore\ dx\cdot dy=rdr\cdot d\theta$

$\therefore\ I^2=\int_o^a\int_o^a e^{-r^2}\ rdrd\theta$

$I^2$는 아래와 같다.

$$\left.\begin{array}{l}\int_o^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_o^a e^{-r^2}rdrd\theta\\[2ex]\int_o^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_o^{a\sqrt{2}}e^{-r^2}rdr\end{array}\right\}\cdots\cdots\text{Line}(I)$$

Line(I)에서 $\int_o^{\pi/2}d\theta\int_o^a e^{-r^2}\ rdrd\theta$를 계산하면

$\int_o^{\frac{\pi}{2}}d\theta=\left(\theta\right)_o^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}$

$\int_o^a e^{-r^2}r\cdot dr$

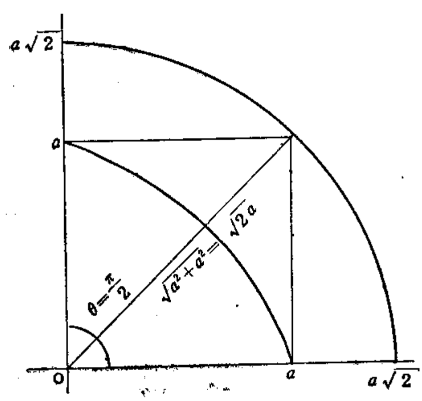
$=\int_o^a e^{-x^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot dx$

$\left(\begin{array}{c}\text{let}\\ r^2=x\\ 2r\cdot dr=dx\\ \therefore\ r\cdot dr=\frac{1}{2}dx\end{array}\right)$

$=\frac{1}{2}\int_o^a e^{-x^2}dx \longrightarrow$ 에서 $x=r^2$을 대입

$=\frac{1}{2}\int_o^a e^{-r^2}\ dr^2=-\frac{1}{2}\left(e^{-r^2}\right)_o^a$

$=-\frac{1}{2}\left(e^{-a^2}-1\right)=\frac{1}{2}\left(1-e^{-a^2}\right)$




$\therefore\ \int_o^{\frac{\pi}{2}}\ d\theta\int_o^a e^{-r^2}rdrd\theta=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}\left(1-e^{-a^2}\right)\cdots\cdots\cdots$ ⓐ

$\int_o^{\pi/2}d\theta\int_o^{\sqrt{2}a}e^{-r^2}rdr$은 윗 식의 계산에서 $a$대신에 $\sqrt{2}a$를 투입시키면 아래

와 같다.

$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2}\left((1-e^{-2a2}\right) \cdots\cdots\cdots$ ⓑ

ⓐ, ⓑ 두식에서 $a \to \infty$

ⓐ, ⓑ$=\frac{\pi}{4}$

$\therefore$ $I^2$은 ⓐ, ⓑ 사이에 있으며 ⓐ, ⓑ는 $\pi/4$ 이다.

$I^2=\frac{\pi}{4} \quad \therefore \; I=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

그러므로 $\int_0^\infty e^{-x2/2\sigma2}\,dx=\sigma\sqrt{2}\int_0^\infty e^{-t2}\,dt$ 에서.

$I=\int_0^\infty e^{-t2}\,dt$ 이므로 $I=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$를 투입한다.

$2A\int_0^\infty e^{-x2/2\sigma2}\,dx=2A\sigma\sqrt{2}\int_0^\infty e^{-t2}dt$

$=2A\sigma\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2}=A\sigma\sqrt{2}\sqrt{\pi}$

$2A\int_0^\infty e^{-x2/2\sigma2}\,dx=1$ 이므로

$A\sigma\sqrt{2}\cdot\sqrt{\pi}=1$

$\therefore \; A=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$

$\therefore \; y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-x2/2\sigma2}$