

Queueing Theory 와 Search Theory 를 이용한 Inspection Type 작업의 효율화

李冕雨

.....<目次>.....

- I. 서론
- II. 대기시간(waiting time), 가동시간(busy period)
 - 1. 작업의 특성
 - 2. Poisson arrival, Erlang service 인 경우 수리작업의 busy period
 - 3. 고장기계의 수리대기 시간
- III. 수리작업자의 수리이동거리
 - 1. 수리작업자가 고정 중심위치 ($\frac{X}{2}, \frac{X}{2}$)에서 대기할 경우
 - 2. 수리작업자가 임의 위치에서 대기할 경우
 - 3. 수리작업자가 일정한 route를 순회하며 수리할 경우
 - 4. 수리작업자가 평행배치된 기계사이를 왕복할 경우
- IV. Poisson arrival, probabilistic detect 의 매개변수
 - 1. 기계고장의 search
 - 2. Search 작업자의 정보 소요량
- V. 사례연구
 - 1. 대지공(Pirn Winder)의 작업 및 동작연구
 - 2. Queueing Model 의 설정
 - 3. Queueing Model에 의한 분업 타당성 검토
 - 4. search pattern에 따른 이동거리, 대기시간 비교
- VI. 결론

I. 서론

적절한 관리나 개선이 요구되는 system 의 문제점들의 대부분은 한가지 특정한 이론이나 기법으로 해결되기 힘들다.

기업 규모의 확장에 따라 생산성의 여러문제는 기계의 성능, 작업자의 기술에서부터 man-machine 의 system efficiency, utility 로 그 의존도가 전환되어 가는 듯하다. 이러한

man-machine system 의 예로서 다음과 같은 상황을 가정할 수 있다.

(1) semi-automatic system 으로서 기계가 대부분의 작업을 하고 인간은 기계 상태의 조정, 원료 공급, 원료 소모 상태의 파악, 불량처리등의 조정기능을 담당하는 작업이다.

(2) 한 작업자의 담당기계가 M 대($M \gg 1$)로서 작업자는 기계의 요구에 따라 조정 작업 위치를 바꾸며, 요구를 search 하기 위하여 항상 순회관측하여야 한다.

(3) 작업의 능률은, 기계의 요구빈도와 작업자의 service 를 기다리는 가동정지된 기계의 대기시간, 대기행렬을 줄임으로써 향상된다.

위의 몇가지 간단한 상황 설정에서 문제의 소재를 파악하고 또는 개선을 이루기 위하여 몇가지 현황파악이 필요하다. 즉

- (1) 기계의 가동정지는 얼마나 자주 일어나는가?
- (2) 기계에 대한 작업자의 service 능력과 그 방법은 어떠한가?
- (3) 개선이 가능하다면, 어떤 목적함수를 설정하여 개선이 이루어 지나?
- (4) 현재 또는 개선후의 system efficiency 는 무엇을 기준으로 평가하는가? 등이다. 위의 상황의 개선과정에서

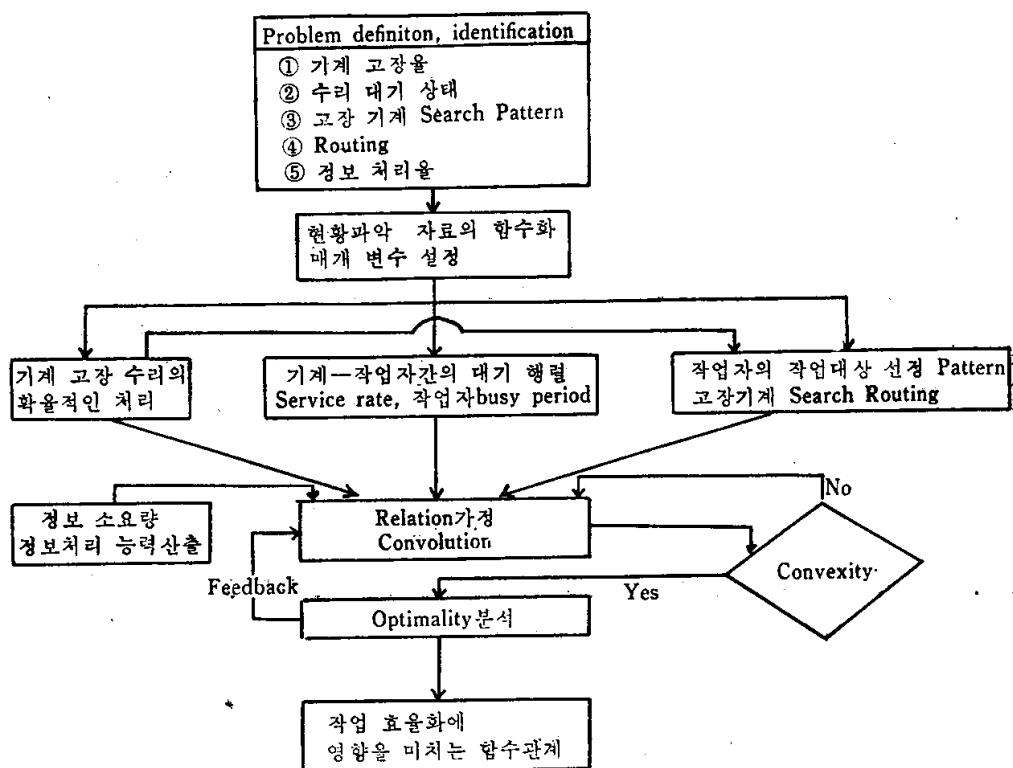
- 1) 한정된 작업인원과 작업시간
- 2) 고정된 기계배치
- 3) 작업자의 담당범위와 인접 타범위와의 협력관계
- 4) search 범위와 정지된 기계가 발견될 때까지의 지연시간과의 함수관계 등을 제약조건으로 하고, 목적함수는 다음사항중 몇개 즉,

- (1) 총 기계정지회수/단위기간
- (2) 작업자의 이동거리/기계/가동정지
- (3) 고장수리 대기시간/기계
- (4) 작업자의 이동시간, 정지된 기계에 대한 반응시간
- (5) 배치된 기계사이의 순회 route 등의 convex function 산출이 될 것이다.

위와 같은 내용의 작업은 생산공장에서 간접노동력으로 불리워지는 수리작업자, 원료공급자, 운반공, 재고 관리기간중 품질이 변동되는 물건의 가공전 품질불량 search, conveyor line 에서 행하여지는 검사작업자, 전자개발품의 성능을 검토하는 debugging process 등 queueing 과 search 가 system 운영에 중요한 매개변수가 되는 공정에서 공통적인 문제의 성격, 개선방법을 지니고 있다.

본문에서는 Poisson arrival, Erlang service 의 분포를 가진 기계 조정작업자의 가동정지,

수리에서 생기는 가동정지된 기계의 대기행렬의 응용과, 기계배치로 인한 비교적 넓은 공간에서 이루어지는, 작업자의 search의 몇 가지 형태에 따른 이동거리를 분석하여 man-machine system의 efficiency 향상을 기하는 함수관계를 분석하였다. 사례연구에 나오는 작업은 면방직공장의 위사(pirn spindle)작업으로서 실이 끊어져 정지되고, 끊어진 실을 search 한후 수리되는 경로를 반복하는 작업의 효율향상을 시도한 사례이다.



〈■ 1〉 문제 분석의 FLOW

II. 가동이 정지된 기계의 대기시간, 작업자의 수리시간

1. 작업의 특성

Service demand와 service capacity의 optimality 분석을 하는 방법으로 Queueing 이론의 arrival 비도, service rate, system의 특성이 관찰된다.

기초적인 Queueing 이론으로 M/M Queue는 그 사용이 간단하고 이미 많은 computer package가 나와 있다. random nature를 가진 분포로서 Poisson 분포, Exponential 분포는 응용 신빙도의 요구에 따라 차이는 있겠지만 매우 일반적인 분포로서 자주 사용된다. 그

러나 앞에 설정한 상황에서와 같이, 기계의 조정, 원료수급의 경우는 service demand의 arrival process는 Markov Property를 지니고 있다 하더라도 service nature의 여러 요인, 즉 기계의 service demand를 감지하는 과정(search & information processing rate), service를 하기 위하여 작업자가 필요한 이동시간(travelling, response time), service를 한 작업자가 n 대의 기계를 담당할 경우 service 우선순위(priority, random service) 등을 감안한다면 M/M Queue를 적용하였을 경우의 system optimal solution은 의문의 여지가 많게 된다. 본문에서는 arrival이 Poisson, service rate가 exponential이나, 작업자가 다수의 기계를 담당함으로써 생기는 기계 고장의 search, travelling time, random service 등을 감안한 작업의 optimal 작업 방법을 구하기 위하여 M/M/1-Queue로부터 M/G/1-Queue로 변하는 과정과 보조적 optimal criteria로서 search theory를 응용하는 과정을 다룬다.

2. Poisson arrival, Erlang Service 인 경우 수리작업자의 Busy period

$X(t)$ 를 $(0, t)$ 동안 고장난 기계의 총수리시간이라 하면

$$X(t) = v_1 + v_2 + \dots + v_{A(t)} \quad (2-1)$$

$$\begin{aligned} A(t) &= (0, t) \text{동안의 기계 고장분포 (Poisson 분포라 가정)} \\ \text{단 } &\left\{ \begin{array}{l} v_i = i \text{번 째 기계의 수리시간} \\ dB(v) = \text{수리시간의 분포} \end{array} \right. \end{aligned}$$

이다.

일정수(M)의 기계중 시간 t 에 전체 M 대가 가동중일 확률은

$$P_M(t) = e^{-\mu t} \quad (2-2)$$

이다.

$[(M-n) < M]$ 의 가동중일 확률은

$$P_n(t) = \frac{(\mu t)^{M-n} e^{-\mu t}}{(M-n)!} \quad n=1, 2, \dots, M \quad (2-3)$$

이며 마지막으로 M 대의 기계가 전부 고장났을 확률은

$$P_0(t) = 1 - \sum_{n=1}^M P_n(t) \quad (2-4)$$

가 된다. 그러므로 고장이 난 기계가 exponential service rate μ 로 수리될 경우 수리를 기다리는 기계의 기대치는

$$\begin{aligned} E_n &= O \cdot P_M(t) + \sum_{n=1}^M n \cdot P_n(t) + M \cdot P_0(t) \\ &= \sum_{n=1}^M n \cdot \frac{(\mu t)^{M-n} e^{-\mu t}}{(M-n)!} + M \cdot \left(1 - \sum_{n=1}^M P_n(t)\right) \quad (2-5) \end{aligned}$$

이다. 그러므로 E_n 의 기계가 수리를 기다릴 때의 수리가 진행되는 시간의 d.f.는 $f(t/E_n)$ 으로 나타내어지며

$$f(t/E_n) = \frac{\mu^n t^{n-1} e^{-\mu t}}{(n-1)!} \quad t \geq 0 (\because E_n \geq 0) \quad (2-6)$$

즉 한정된 기계의 고장수리시간 분포함수는 Γ 분포로 된다.

이때에 n 은 양의 정수이므로 위식 (2-6)은 Γ 의 특수형인 Erlang 분포가 되며

$$\begin{aligned} P_r[T > t | E_n] &= \int_t^\infty f(x | E_n) dx \\ &= \int_t^\infty \frac{\mu^n x^{n-1} e^{-\mu x}}{(n-1)!} dx \\ &= \frac{\mu^n}{(n-1)!} \int_t^\infty x^{n-1} e^{-\mu x} dx \\ &= \frac{\mu^n}{(n-1)!} \left(\frac{\Gamma(n)}{\mu^n} \right) \\ &= \frac{\Gamma(n)}{(n-1)!} \end{aligned} \quad (2-7)$$

이다.

그러므로 기계의 고장이 Poisson 분포를 이루고 기계수리가 Erlang 분포를 이룰 경우의 총 소요시간 $X(t)$ 의 분포는

$$\begin{aligned} K(x, t) &= P_r[X(t) \leq x] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \cdot \frac{(\lambda t)^n}{n!} \left[\int_t^\infty \frac{(\mu t)^{M-n} e^{-\mu t}}{(M-n)!} dt + \left(1 - \sum_{n=1}^M P_n(t) \right) \right] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \cdot \frac{(\lambda t)^n}{n!} \cdot \frac{\Gamma(n)}{(n-1)!} \\ &= e^{-\lambda t} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \cdot \frac{\Gamma(n)}{(n-1)!} \end{aligned} \quad (2-8)$$

가 된다.

만일 대기형렬 system에, 고장난 기계가 1 대 이상 있을 경우 총 기계수리시간 $X(t)$ 의 L.S.T. 는

$$\begin{aligned} E\{e^{-\theta X(t)}\} &= \int_0^\infty e^{-\theta x} \cdot dx \cdot K(x; t) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \cdot \frac{(\lambda t)^n}{n!} \int_0^\infty e^{-\theta x} \cdot \frac{\mu^n x^{n-1} e^{-\mu x}}{(n-1)!} \cdot dx \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \cdot \frac{(\lambda t)^n}{n!} \cdot [\psi(\theta)]^n = e^{-\lambda t + \lambda t \psi(\theta)} \end{aligned} \quad (2-9)$$

이다.

그러므로 M 대의 기계의 고장수리를 맡은 작업자의 작업기간(고장난 기계를 다 고치는 기간) $T(X)$ 는

$$T(X) = \inf\{t \mid W(t_1)=0, W(0)=x\} \quad (2-10)$$

$$\text{즉 } \begin{cases} t=0 \text{ 때 대기시간이 } x \text{ 이고} \\ t=t_1 \text{ 때 대기시간이 } 0 \text{ 이 될 때의 } t. \end{cases}$$

그러므로 식(2-10)은

$$T(X) = \inf\{t \mid x + X(t) - t \leq 0\} \quad (2-11)$$

이 된다.

그러나 작업자가 이미 고장난 기계를 수리하고 있는 기간($t, t+At$) 동안 λAt 의 비율로 새로이 고장난 기계가 도달할 확률이 있게 된다. 그러므로

$N(X) = \text{기계수리중 새로이 고장난 기계대수} = n$ 라 정의하면

$T(X)$ 와 $N(X)$ 의 복합분포함수는

$$G_n(x, t) = P_r\{T(X) \leq t; N(X) = n\} \quad (2-12)$$

이 되며

$$dG_0(x, t) = \begin{cases} e^{-\lambda t} & (t=x) \\ 0 & (t \neq x) \end{cases} \quad (2-13)$$

$$G_0(x, t) = e^{-\lambda t} B_0(t-x) \quad (2-14)$$

$B_0(t) = \text{수리소요시간 분포함수}$

만일 수리도중 시간 τ 에 새로운 기계가 고장났다고 하면 $\lambda e^{-\lambda \tau} d\tau$ ($0 < \tau < X$)의 분포를 이루며 이 새로 고장난 기계 수리시간을 v 라 하면 대기시간은

$$w(\tau+0) = x - \tau + v \text{ 이다.}$$

그러므로

$dG_0(X, t)$ 의 n -차분포는

$$dG_n(x, t) = \begin{cases} \int_{\tau=0}^x \int_{v=0}^{t-\tau} \lambda e^{-\lambda \tau} dG_{n-1}(x-\tau+v, t-\tau) \cdot d\tau \cdot dB(v) & (t \geq x) \\ 0 & (t < x) \text{ 이다} \end{cases} \quad (2-15)$$

$n=1$ 일 때

$$\begin{aligned} dG_1(x, t) &= \int_{\tau=0}^x \int_{v=0}^{t-\tau} \lambda \cdot e^{-\lambda \tau} \cdot e^{-\lambda(t-\tau)} dB_0(t-x-v) dB(v) d\tau \\ &= e^{-\lambda t} \cdot \lambda x dB_1(t-x) \end{aligned} \quad (2-16)$$

또한

$$\int_0^\infty e^{-\theta x} \left[\frac{x}{m+n} dB_{m+n}(x) - \int_0^x \frac{v}{m} dB_m(v) dB_n(x-v) \right] = 0 \quad (\theta > 0) \quad (2-17)$$

를 이용하면 식(2-16)은

$$\int_0^x v \cdot dB_m(v) \cdot dB_n(x-v) = -\frac{mx}{m+n} dB_{m+n}(x) \quad (2-17)$$

이 된다.

$n=2$ 일 때

$$\begin{aligned} dG_2(x, t) &= \int_{\tau=0}^x \int_{v=0}^{t-x} \lambda e^{-\lambda \tau} e^{-\lambda \tau(\theta-t)} \lambda(x-\tau+v) \cdot d\tau \cdot dB_1(t-x-v) \cdot dB(v) \\ &= \lambda^2 e^{-\lambda t} \int_{v=0}^{t-x} \left(\frac{1}{2} x^2 + vx \right) dB(v) dB_1(t-x-v) \\ &= e^{-\lambda t} \cdot \frac{\lambda^2 \cdot t^2}{2} dB_2(t-x) \end{aligned} \quad (2-18)$$

가 되므로

induction에 의해

$$G_n(x, t) = \begin{cases} \int_{\tau=x}^t e^{-\lambda \tau} \cdot \frac{(\lambda \tau)^{n-1}}{n!} dB_n(\tau-x) & (t \geq x) \\ 0 & (t < x) \end{cases} \quad (2-19)$$

가 된다. 기계수리가 끝나기 직전 $t=0$ 를 $t=0$ 라 하고 원래 수리가 시작되기 직전에 i 의 기계가 대기하고 있었다 하면 $Q(O)=i$, $W(O)=x$ 가 될 것이다.

즉 i 대의 고장 기계가 system에 대기하고 있을 때부터 시작될 수리공의 작업기간을 T_i 라 하면

$$N(T_i) = i + G_{n-i}(x, t) \quad (2-20)$$

= (원래 기다리던 기계 + 수리중 새로운 도달한 고장기계)이며

이때의 T_i 의 분포함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_r \{ T_i \leq t, N(T_i) = n \} &= \int_{x=0}^t dB_i(x) G_{n-i}(x, t) \\ &= \int_{x=0}^t dB_i(x) \cdot \int_{\tau=x}^t e^{-\lambda \tau} \cdot \frac{(\lambda \tau)^{n-i-1}}{(n-i)!} \cdot \lambda x dB_{n-i}(\tau-x) \\ &= \int_{\tau=0}^t e^{-\lambda \tau} \cdot \frac{(\lambda \tau)^{n-i-1}}{(n-i)!} \int_{x=0}^{\tau} \lambda x dB_i(x) dB_{n-i}(\tau-x) \\ &= \int_{\tau=0}^t e^{-\lambda \tau} \cdot \frac{(\lambda \tau)^{n-i}}{n(n-i)!} dB_n(\tau) \end{aligned} \quad (2-21)$$

실제의 경우 기계고장은 수리공에 의해 즉시 수리가 개시되므로 $i=1$ 이라 할 수 있다.

그러므로 T_i 의 분포함수

$$\begin{aligned} G(t) &= \text{marginal d.f. of } G_{n-1}(x, t) \\ &= P_r(T_1 \leq t) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\tau=0}^t e^{-\lambda \tau} \cdot \frac{(\lambda \tau)^{n-1}}{n!} dB_n(\tau) \end{aligned} \quad (2-22)$$

가 되며

T_1 기간중 수리된 기계대수 $N(T_1)$ 의 분포는

$$\begin{aligned} f_n &= P_r\{N(T_1)=n\} \\ &= \int_{t=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \cdot \frac{(\lambda t)^{n-1}}{n!} dB_n(t) \quad (n \geq 1) \end{aligned} \quad (2-23)$$

기계대수가 M 으로 한정되어 있으므로 위 결과는

$$\begin{aligned} f_n &= \int_{t=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \cdot \frac{(\lambda t)^{n-1}}{n!} \cdot \frac{\mu^n t^{n-1} e^{-\mu t}}{(n-1)!} dt \\ &= \frac{\mu}{n} \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\lambda+\mu)t} \cdot \frac{[(\lambda+\mu)t]^{n-1}}{(n-1)!} dt \\ &= \frac{\mu}{n} \cdot \frac{1}{(n-1)!} \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\lambda+\mu)t} [(\lambda+\mu)t]^{n-1} dt \\ &= \frac{\mu}{n!} \Gamma(\lambda+\mu) \quad (1 \leq n \leq M) \end{aligned} \quad (2-24)$$

이다.

3. 고장기계의 수리대기시간

시간 t 에서 관측했을 때의 고장난 기계의 수리대기시간 $W(t)$ 는

$W(t) = \text{대기기계의 수리시간의 합} + \text{초기 대기시간(if any)}$

$$= \sum_{i=1}^n v_i + \mu_D \quad (2-25)$$

M 대의 기계의 도착 \rightarrow 수리의 복합함수는 Erlang 분포를 이루고 있으므로 앞에 정의한 바와 같이 수리시간 분포를 $dB(v)$ 라 정의하자. 대기시간이란 대기하는 기계가 있어야 성립이 되므로 최초 고장기계의 대기시간은 수리시간 자체가 될 것이다. 즉 $W(t)=v$ 이다.

t_i ($i=1, 2, \dots, M$)를 각각의 수리시간이라 하면

$$W(t) = \begin{cases} W(t_n+0) - (t - t_n) & W(t_n) > t - t_n \\ 0 & W(t_n) \leq t - t_n \end{cases} \quad (2-26)$$

또한 $t=t_n$ 일 때 n 번째의 고장기계가 도착한 직후의 대기시간은

$W(t_n+0) = W(t_n) + v_n$ 이 된다.

$Y(t) = X(t) - t$ 라 정의하고

$$\text{보정 함수 } L(X) = \begin{cases} 1 & X \leq 0 \\ 0 & X > 0 \end{cases}$$

라 하면 $(0, t)$ 기간 중에 수리 작업자의 대기시간은

$$\int_0^t L(W(s)) ds \text{ 이고}$$

$$W(t) = W(0) + Y(t) + \int_0^t L(W(s)) ds \quad (2-27)$$

이고 초기에 $W(0) = 0$ 라 하면

$$W(t) = \underset{0 \leq \tau \leq t}{\text{Sup.}} [Y(t) - Y(\tau-)] \quad (2-28)$$

즉 총 대기시간은 고장기계가 고장나기 직전 순간에서부터 수리가 끝날 때까지가 된다.

그러므로 만일 고장기계가 있다고 가정하면 보정 함수 $L(X) = 0$ 이 되므로

$$W(t) = \max [\underset{0 \leq \tau \leq t}{\text{Sup.}} [Y(t) - Y(\tau-)], \mu_D + Y(t)] \quad (2-29)$$

이다. 단 이때 μ_D 는 실제로 고장난 시간으로 부터 수리시작까지의 경과기간(delay)을 가리킨다

III. 수리 작업자의 평균 수리 이동거리

기계나 public의 demand에 응하는 수리작업자 또는 공공기구의 위치와 특성에 따른 block partitioning 또는 search grid를 응용한 optimal search method가 최근에 활발히 연구, 응용되고 있다. 만일 service facility가 moving mature를 갖고 있다면(예; traveling sales man type)이 경우에는 demand-service의 지연시간이 이동거리보다 더 중요한 의미를 지니게 된다.

<기계 수리작업자의 작업 Model>

A; 관찰대상인 기계의 배치면적.

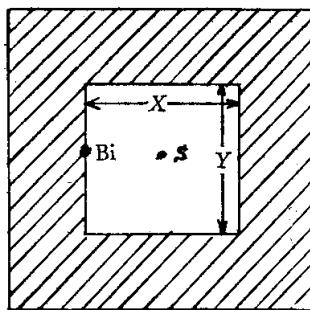
A_i ; i 기계가 차지하는 면적

B_i ; i 지역의 고장난 기계 ($i=1, 2, \dots, M$)

$E(D)$; 수리작업자의 관찰능력이 일정할 경우의 동작거리/1회관찰

S ; 수리작업자의 최초위치 = $(\frac{X}{2}, \frac{Y}{2})$

기계 배치 지역 : [|||||]



<그림 2> 사각형을 시계방향으로 회전

 $S_{X_iY_i}$; 시간 t 에 수리공의 위치라 정한다.1. 수리작업자가 고정중심위치 $(\frac{X}{2}, \frac{Y}{2})$ 에서 대기할 경우 S 에서 B_i 까지의 수리공의 평균이동거리.

$$D = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{A}{2}} \quad (\because \text{중심에서 각 기계까지의 거리가 } \sqrt{\frac{A}{2}})$$

단 $A=X \cdot Y$ 이므로

$$D = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{X \cdot Y}{2}}$$

 $X=Y$ 라 하면

$$D = \frac{2}{3} \cdot \frac{X}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} X \quad (3-1)$$

전체기계배치 면적 및 수리공의 작업면적의 합 $A=X \cdot Y=X^2=1$ 이라 하면

$$\begin{aligned} E(D) &= \sum_{i=1}^M (A_i/A) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt{\frac{A_i}{2}} \\ &= \sum_{i=1}^M (X_i Y_i / XY) \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt{\frac{X_i Y_i}{2}} \\ &= \sum_{i=1}^M (X_i^2 / X^2) \cdot \left(\frac{2X_i}{3\sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (3-2)$$

 $A_i = \frac{A}{M}$ 일 때 최소치를 얻게 되므로 A_i 내에서의 평균거리는

$$E(D_i) = \frac{2}{3} (2M)^{-\frac{1}{2}} = 0.47 / \sqrt{M} \quad (3-3)$$

윗 식의 $E(D_i)$ 는 한 수리공이 단위구역에 matrix 형의 M 개의 기계를 중심위치에서 담당했을 경우의 최소여행거리를 기계대수로 표시한 것이다. 그려므로 실제길이는 단위기계의 길이로 환산하면 된다. 만일

v =수리 작업자의 이동속도 (sec)

$E(t_{i,i+1})$ =기계의 i 번째 고장과 $i+1$ 번째 고장 사이의 시간

$\lambda=M$ 대의 기계 고장을

μ =고장기계의 수리 작업율

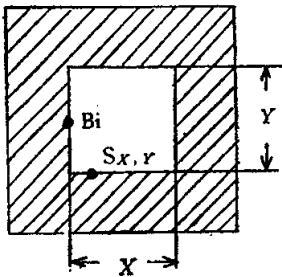
T_D =평균이동 소요시간이라 하면,

$$T_D = \frac{0.47/\sqrt{M}}{v} = \frac{0.47}{\sqrt{M}v} \text{ (sec)} \quad (3-4)$$

$$E(D) = 0.47/\sqrt{M} \quad E(t_{i,i+1}) - \frac{\mu}{\lambda} \geq T_D \text{ 때},$$

$$< 0.47/\sqrt{M} \quad E(t_{i,i+1}) - \frac{\mu}{\lambda} < T_D \text{ 때} \quad (3-5)$$

2. 수리작업자가 임의위치에서 대기할 경우



〈■ 3〉 임의위치에서 고장대기

기계고장을 담당할 수리공이 임의형태로 고장나는 기계(random breakdown)를 수리할 경우 $E(D_i)$ 를 구해보자.

기계고장은 임의발생(random breakdown)이므로 기계위치의 분포는 역시 기계대수 M 을 매개변수로 가진 Poisson 분포에 준하게 된다. 즉, 면적 A 에 m 개의 고장가능한 기계분포는 $P(m, A) = (MA)^m e^{-MA} / M!$ 이며 또한

$$\sum_{m=0}^M (MA)^m e^{-MA} / M! = 1 \text{ 이다.}$$

수리공이 Poisson 형태로 고장나는 기계중 $S_{X,Y}$ 에서 가장 가까운 기계에서부터 수리를 진행한다면 D_i 의 누적함수 $F_D(x)$ 는

$$F_D(x) = 1 - P_r [\sqrt{2}X(\text{대각선거리}) \text{내에 고장기계가 없을 경우}]$$

$$= 1 - P(O, x^2) = 1 - e^{-2MX^2} \quad (3-6)$$

$$E(D_i) = \frac{1}{4} \sqrt{2\pi/M} \approx 0.627/M \quad (3-7)$$

수리작업자가 고정위치에 있을 때와 마찬가지로

$$T(D_i) = 0.627 / \sqrt{M} / v = \frac{0.627}{\sqrt{M} \cdot v} (\text{sec}) \quad (3-8)$$

$$E(t_{i,i+1}) - \frac{\lambda}{\mu} \geq T_{D_i} \text{ 일 때}$$

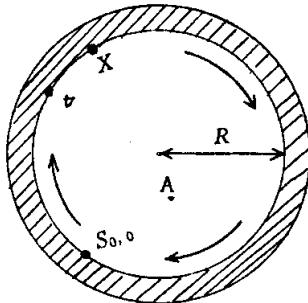
$$E(D_i) = 0.627 / \sqrt{M} \quad (3-9)$$

$$E(t_{i,i+1}) - \frac{\lambda}{\mu} < T_{D_i} \text{ 일 때}$$

$$E(D_i) < 0.627 / \sqrt{M} \quad (3-10)$$

이다.

3. 수리작업자가 일정한 route를 순회하며 수리를 경우



〈圖 4〉 순회 수리

작업자가 임의의 출발점 ($S_{0,0}$)에서 출발하여 시계 방향으로 순회하여 Poisson 분포로 발생하는 고장을 수리하는 경우를 가정한다.

만일

P_b =가동정지된 기계를 발견할 확률

λ =기계의 가동정지율/ M 대

A =기계 배치내의 면적

v =작업자의 이동속도

$m=m$ 대의 가동정지가 $(X-t)$ 에서 발생 ($m \geq 1$)

이라 하면,

$$P(m, A) = (MA)^m e^{-MA} / m! \quad (3-11)$$

고, 만일 $X-t=2(X+Y)$ 라 하면

$$\sum_{m=0}^M (MA)^m e^{-MA} / m! = 1 \quad (3-12)$$

이며, 기계 배치내의 면적 $A = \pi R^2$ 이라 하면 M 대의 기계는 $2\pi\sqrt{\frac{A}{\pi}}$ 의 선에 분포되어 있다. 기계간의 간격은 $2\pi\sqrt{\frac{A}{\pi}}/M$ 이다. 작업자의 1순회 이동주기 T_i 은

$$T_i = \frac{2\pi\sqrt{\frac{A}{\pi}}}{v} + E(T_i) \quad (3-13)$$

이다. (단 $E(T_i)$ =고장난 기계 i 대로 인한 작업자의 수리작업 시간(mean busy period)) 수리작업자는 단위 고장에 평균 $\lambda \cdot 2\pi\sqrt{\frac{A}{\pi}}$ 의 거리를 움직여야 하므로 이 경우의 평균 이동 거리는 분석의 의미가 없고 $P(m, A)$ 의 분포로 일어나는 가동정지의 위치에 따르는 기계수리 대기시간의 기대치 $E(t_w)$ 를 구하는 것이 합리적이다. 만일 작업자가 t , 가동정지가 X 에서 발생했다고 하면 수리중 새로운 가동정지

$$\begin{aligned} P(m, A) &= e^{-\lambda P_b t} \cdot \frac{(\lambda P_b t)^m}{m!} \text{에서} \\ &= e^{-\lambda P_b} \left(\frac{x-t}{v} + \frac{1}{u} \right) \cdot \frac{\lambda P_b \left(\frac{X-t}{v} + \frac{1}{u} \right)^m}{m!} \end{aligned} \quad (3-13)$$

이 된다. 그러나 작업자는 일정한 방향으로 진행하며 수리 하므로 고장기계에 대한 수리 원칙은 random service 가 되므로 Poisson arrival, Exponential service이나 queue discipline 이 random service인 대기시간이 된다. 이러한 경우 수리시간의 분포는 service time 분포의 분산(σ^2)에 의해 크게 좌우된다. Pollaczek-Khintchine 에 의하면

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(N_t) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot u_i = \lambda \cdot M + \frac{(\lambda M)^2 + \lambda^2 v_{ar}(t_k)}{2(1-\lambda M)} \quad (3-14)$$

이다.

$E(N_t)$ =시간 t 에 대기하는 기계대수

λ =가동정지율/담당구역

M =평균수리시간= $\frac{1}{\mu}$

$v_{ar}(t_k)$ =수리시간 분포의 분산= σ^2

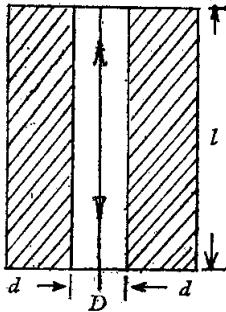
$$= \int t^2 \cdot dB(t) - (E(t))^2$$

작업자가 임의의 위치에 있을 때 가동정지 N_t 대가 대기 할 때의 평균대기시간은

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t_w) = \frac{\lambda v_{ar}(t_k)}{2(1-\lambda M)} \quad (3-15)$$

이다.

4. 수리 작업자가 평행배치된 기계사이를 왕복할 경우



<■ 5> 왕복 수리

작업자는 search 수리를 할 때 평행 2열로 배치된 기계 중심 D 선을 왕복한다. $d=unit$ 길이라 가정하면, 앞(3-3)의 경우와 마찬가지 방법으로

$$2l = 2\pi \sqrt{\frac{A}{\pi}} \text{ 이므로}$$

$$l = \pi \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$\text{그러므로 } T_l = \pi \sqrt{\frac{A}{\pi}} / v + \left(\frac{\mu}{n!} \Gamma(\lambda+u) \right) \cdot \frac{1}{u} \quad (3-16)$$

또한

$$P(m ; \lambda P_b) = e^{-\lambda P_b} \left(\frac{X-t}{v/\sqrt{2}} + \frac{1+\delta}{u} \right) \cdot \frac{\left(\lambda P_b \cdot \left(\frac{X-t}{v/\sqrt{2}} + \frac{1+\delta}{u} \right) \right)^m}{m!} \quad (3-17)$$

이 되고

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(N_t) = \lambda \cdot \alpha M + \frac{(\lambda \cdot \alpha M)^2 + \lambda^2 \cdot \beta v_{ar}(t_k)}{2(1 - \lambda \cdot \alpha M)} \quad (3-18)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t_w) = \frac{\lambda \cdot \beta v_{ar}(t_k)}{2(1 - \lambda \cdot \alpha M)} \quad (3-19)$$

이다. 단

$\alpha = l$ 의 단축과 v 의 감소로 인한 coefficient

$\beta = l$ 의 단축으로 인한 priority 변화의 감소 coefficient

$\delta =$ 단위 구간에서의 turn body, Information Processing Rate의 증가 coefficient 를 나타낸다.

IV. Poisson Arrival, Probabilistic detect 의 매개변수

1. 기계고장의 Search

기계의 가동 또는 정지상태 자체가 확률적인 분포로 표시되고, 또한 작업자의 주요작업

사항이 고장난 기계의 search, 수리인 경우, 고장난 기계를 발견하는 효과는 search 회수의 함수인 것으로 알려져 있다. 시간 T 에 대상 M 대의 기계의 가동여부를 조사하는 작업자의 경우, 그 작업자의 search 대상에 대한 지식정도는 시간 T 의 기계가동상태에 준하게 된다. 만일 시간 T 에 고장인 기계중 발견되지 않은 기계의 수를 $N(N < M)$ 이라하고 m_1, m_2, \dots, m_N 가 각각의 기계위치라 하면

$$\text{고장난 기계} = \text{고장 후 발견대수} + \text{고장 후 미발견대수}$$

$$= K + N \quad (4-1)$$

이 며

$$\text{Prob.}(고장난 기계의 발견) = 1 - Pr. (\text{전체 고장 기계중 발견치 못한 기계 대수 } N_t)$$

$$= 1 - \frac{N}{K+N} \quad (4-2)$$

일정한 정보과정과 search 를 통해 고장기계를 발견할 확률을 P_b 라 하면

(1) 기계 고장은 Poisson(λ) 분포를 이루고

(2) 발견 확률이 P_b 이므로 ($0 < P_b \leq 1$)

전체 고장중 발견될 기계 대수의 분포는 (λP_b)를 매개변수로 가진 Poisson 분포를 이루고 있다.

그러므로 N 개의 고장 미확인 기계의 분포함수는

$$A(\lambda - \lambda P_b)^N e^{-(\lambda - \lambda P_b)A} / N! \quad N=0, 1, 2, 3, \dots \quad (4-3)$$

(단 $A = \text{관찰 대상 면적}$)

이 된다.

실제 search 과정에서 기계 고장후 발견되므로 고장 기계를 발견 할 확률

$$P_b = \text{Prob.}(\text{고장기계 발견확률} / \text{기계고장 확률})$$

로 표시되어야 할 것이다.

따라서 $(T, T+\Delta T)$ 기간 동안에 N 중의 고장기계중 m_i 를 발견 할 확률은 $(\lambda P_b)m_i \Delta T$ 가 되므로 작업자의 위치와 m_i 와의 거리, ΔT 에 의해 발견 능률이 좌우된다 하겠다. 만일 시간 T 에서 $m_i P_b = \eta$, $\alpha_i = a_i P_b$ 라 한다면 전체 search 대상 M , a_M 중에서 발견된 η , α_i 의 관계는

$$P_{T+\Delta T}(\eta, \alpha | M, a_M, T)$$

만일 시간 T 에 고장기계가 0이라 가정하면 윗식은

$$P_{T+\Delta T}(\eta, \alpha | 0, T)$$

$$= [A(\lambda P_b)^N e^{-A(\lambda P_b)} / N!] \prod_{i=1}^N f(m_i | \lambda P_b, D, \Delta) \quad (4-4)$$

(단, $D = \text{작업자와 고장기계 간의 거리}, \Delta = \text{기계의 단위 면적})$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ \left[A(\lambda P_b) \left(1 - \left(\frac{A}{A + \lambda P_b T} \right)^D \right) \right]^N / m! \right\} \exp \left[-A(\lambda P_b) \right. \\
 &\quad \left. \left(1 - \left(\frac{A}{A + \lambda P_b T} \right)^D \right) \right] \cdot \left\{ \prod_{i=1}^m (1 - e^{-\lambda P_b \alpha_i T}) f(\alpha_i | D, A) \cdot \right. \\
 &\quad \left. f(\alpha_i | D, A) / \left[1 - \left(\frac{A}{A + \lambda P_b T} \right)^D \right] \right\} \quad (4-5)
 \end{aligned}$$

Search 의 효과는 회수에 함수라 하면 웃식에서부터 T_M 회 조사 이후의 각 매개변수 λP_b , D , A 등은

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda P_b(T_M) &= \lambda P_b \left[\frac{A}{A + \lambda P_b T} \right]^D \\
 D(T_M) &= D = E(D) = \text{Constant} \\
 A(T_M) &= A + \lambda P_b T_M
 \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

등으로 변할 것이다.

또한 $B = K + N$ 이라 정하면 시간 T 의 B 크기는

$$E(B) = (A \lambda P_b \cdot D / A) [A / (A + \lambda P_b T_M)]^{D+1} \quad (4-7)$$

$$V(B) = (A \lambda P_b \cdot D / A) [(D+1) / A] [A / (A + \lambda P_b T_M)]^{D+2} \quad (4-8)$$

만일 기계의 단위 면적이 균일하고 일정한 배치로 되어 있다면

$$E(B) = (A \cdot \lambda P_b \cdot E(D)) \left[\frac{1}{1 + \lambda P_b T_M} \right]^{E(D)+1} \quad (4-9)$$

$$V(B) = (A \cdot \lambda P_b \cdot E(D)) [E(D) + 1] \left[\frac{1}{1 + \lambda P_b T_M} \right]^{E(D)+2} \quad (4-10)$$

가 되며 $E(D)$ 는 앞에서 4 가지 경우에 대해 M 의 함수로 계산된 바 있다. 기계의 고장율 λ , 발견률 P_b 라 했을 때 고장기계 발견의 조건확률을 구하였으므로 m_h 발견 후 m_i 까지의 평균기간을 구할 수 있을 것이다.

이 기간은 T_M 회의 조사에서 m_h 를 발견하고 T_{M+x} 회까지 발견될 기계 m_i 가 0인 기간, 즉 $(T_M + t_i -)$ 가 되므로

$$\begin{aligned}
 P_{T+AT} &= P_{T+AT}(0 | T_M, T_M + T_i -) \\
 &= \exp \left\{ -\lambda P_b A \left[\left(\frac{A}{A + \lambda P_b T_M} \right)^D - \left(\frac{A}{A + \lambda P_b T_M + \lambda P_b T_M} \right)^D \right] \right\} \\
 &= \exp \left\{ -\lambda P_b A \left[\left(\frac{1}{1 + \lambda P_b T_M} \right)^{E(D)} - \left(\frac{1}{1 + \lambda P_b T_M + \lambda P_b T_M} \right)^{E(D)} \right] \right\} \quad (4-11)
 \end{aligned}$$

이다.

이제까지 M 대의 가동 중인 기계에서 고장 난 기계를 search 하는 데의 매개변수는

기계의 고장을.....	λ
고장후 발견율.....	P_b
작업자와 고장기계의 거리	D
기계의 고장 확인 요소.....	A
기계의 단위 고장요소의 탐지율.....	C

로 집약시킬 수 있다.

기계의 고장을 통계적인 함수로 curve fitting, regression 등으로 파악될 수 있고, 시간 개념($T+k\Delta T : k$ 는 정수)이 문제되지 않는다면 $P_b=1$ 이 될 것이다. 또한 작업자와 고장기계의 거리 D 는 앞에서 $E(D)$ 로 파악된 바 있다. 기계의 고장확인 요소 A 는 1이라 가정하였으며 단위요소 즉 $A=1$ 일 경우의 고장탐지율 C 는 작업자의 결정소요 정보량보다 불확실성(uncertainty)이 적다면 λP_b 와 동일한 상수로 생략하여도 된다.

2. Search 작업자의 정보 소요량

불확실성과 정보소요량으로 inspection type에서 information entropy가 널리 사용된다. 즉 information entropy $H(X)$ 는

$$I(X_i) = \text{변수 } X_i \text{ 의 소요정보량}$$

$$P(X_i) = \text{search 대상인 } i \text{ 기계의 가능성, 고장확률}$$

이라 하면

$$\begin{aligned} H(X) &= E[I(X_i)] \\ &= \sum_{i=1}^M P(X_i) \log_2 \frac{1}{P(X_i)} \\ &= \sum_{i=1}^M P(X_i) \log_{10} \frac{1}{0.3010 P(X_i)} \end{aligned} \tag{4-12}$$

$$\begin{aligned} H(XY) &= E[I(X_i Y_j)] \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P(X_i Y_j) \log_2 \frac{1}{P(X_i Y_j)} \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P(X_i Y_j) \log_{10} \frac{1}{0.3010 P(X_i Y_j)} \end{aligned} \tag{4-13}$$

$$\begin{aligned} H(Y|X) &= E[I(Y_j/X_i)] \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P(X_i, Y_j) \log_2 \frac{1}{P(Y_j/X_i)} \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P(X_i, Y_j) \log_{10} \frac{1}{0.3010 P(Y_j/X_i)} \end{aligned} \tag{4-14}$$

만일 X_i 가 두가지 사상 즉,

X_1 =기계가 시간(T)에 가동 \longrightarrow 시간($T+ΔT$)에 고장

X_2 =기계가 시간(T)에 가동 \longrightarrow 시간($T+ΔT$)에 가동

이라 하고 $H(X)$ 를 구한다.

Inspection 공정에서 정보량의 처리는 bits/sec로 표시된다.

따라서 단위시간(sec) 당 처리 가능한 bits를 A 라 하면 X_1, X_2 를 담당한 작업자의 경우 주어진 작업의 정보처리 과정에 소요되는 시간은

$$H(X)(\text{bits})/A(\text{bits/sec})=B(\text{sec}) \quad (4-14)$$

가 된다.

역으로, 특정 작업의 정보처리 시간이 E sec로 환경되어 있다면

$$H(X)\text{bits}/X(\text{bits/sec})=E(\text{sec}) \quad (4-15)$$

에서 X bits/sec의 정보처리 능력을 가진 작업자를 배치하거나, 기계정지신호 system을 개선하는 것이 능률을 유지하는 길이 된다. 일반적으로 속련공의 경우 5 bits/sec 정도의 정보처리가 가능한 것으로 알려져 있다. 그러므로

$$\left. \begin{array}{l} C < A \text{ bits/sec} \longrightarrow C = \lambda P_b \\ C > A \text{ bits/sec} \longleftarrow C = r = \text{주어진 작업의 특수 탐지계수로 된다.} \end{array} \right\} \quad (4-16)$$

V. 사례연구(Case Study)

현 방식 공장의 분업 타당성은 Motion and Time Study, Queueing Theory, Search Theory를 이용하여 다음의 순서 검토되었다.

첫째, 대지공(pirn winder worker)의 동작 및 작업 분석을 통한 각 동작별 표준시간 산출

둘째, 작업자가 끊어진 실을 잊는 소요시간 분포와 각 기계(pirn winder)에서 실이 끊어지는 확률 분포를 추정하여 Queueing Model 설정

세째, 앞에서 분업 타당성이 입증되면, 즉 분업에 의한 system efficiency를 향상할 수 있으면 search study를 하여서 실이 끊어진 기계를 작업자가 발견하기 위하여 겉는 방식을 몇 가지 비교하여 Queueing Model에 feed back 시켜서 종합 분석 비교를 한다.

1. 대지공의 작업 및 동작연구

대지공이 하는 동작은

- 1) 사절시 실을 잊는 동작

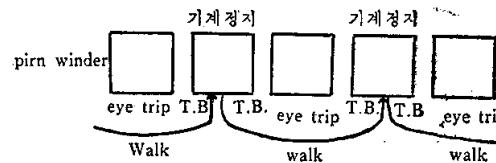
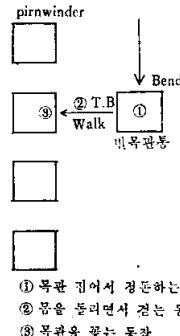
2) 빈 목판을 기계에 공급하는 동작

3) 통에 담긴 full bobbin 을 정돈하고 통을 감아주는 동작으로 나누어 진다.

이상의 세 가지 동작을 M.T.M 의 class 굽으로 분석하면 다음 <表 1> <表 2> <圖 6> <圖 7>와 같다.

다음으로 세분화된 동작의 표준 시간을 산출하기 위하여 아래의 가정이 필요하였다.

첫째, 굽수별로 작업자를 몇 사람 정하여 측정한 결과, 작업 속도에 비례하여 굽수가



(참고) T.B: turn body
eye trip: 신이 끊어진 곳을
발견하기 위하여 눈을 훑리는
동작 (정보공정)

<圖 6> 빈목판을 공급하는 동작

<圖 7> 사절시 실을 잇는 동작

<表 1> 실 잇는 동작

오른손	왼손
1 Reach(다감긴 지관으로 손을 뻗힘)	
2 Grasp(지관을 잡는다)	
3 Disassemble(지관을 peg에서 뽑는다)	
4 Move(지관을 옆으로 이동)	
5 Position(지관 놓는 곳에 위치)	
6	Reach (Stand bar에 놓인 치즈로 손을 뻗힘)
7	Grasp (치즈를 잡는다)
8	Move (치즈를 눈앞에 가져옴)
9 Search (실끝을 찾음)	
10 Grasp (실끝을 친다)	
11	Move (치즈를 peg까지 이동)
12	Assemble (peg에 뽑는다)
13	Move
14	Assemble
15	Search
16	Grasp
17	Move
18 Assemble	Assemble
19 Release	Position

〈表 2〉 동작 개선 점

현재 동작 방법	개선되어야 할 점
빈 목관을 끊어줄 pirn winder 를 찾는다	쓸데없는 빈 목관 공급회수를 줄여서 작업능률 향상
빈 목관통으로 겉는다	빈 목관의 위치를 검토하여 겉는 거리를 최소화
빈 목관을 집어서 간추린다	하고 빈 목관을 간추리는 동작을 없앤다
몸을 돌리면서 pirn winder 까지 겉는다	
빈 목관을 끊어준다.	

매겨져 있지 않으므로 작업자 평준계수(performance rating)을 현장과 협의하여 〈表 3〉과 같이 정하고

〈表 3〉 급수별 평준계수

1급	2급	3급	4급
120%	100%	80%	60%

둘째, 측정 대상 기계는 Murata KP/c 45°였으며 작업자는 1급으로 평준계수 120%로 가정하여, normal time 을 산출하여 표준 시간을 행하였다.

물론 측정 대상 작업자는 현재 표준 동작을 하며, 꾸준히 작업하는 작업자를 택하였으며 작업자와의 충분한 대화를 통하여 평상시와 같이 작업을 하게끔 하여서 작업자 개인의 변동(personal variation)을 최대한으로 줄였다.

세째, 측정회수는 30회로 하여서 Law of Large Numbers 를 실제 현장 적용에서 요구하는 30회 이상을 반복하여 95% 신뢰도를 갖는다고 가정하였다.

표준 시간을 산출한 작업자의 동작 요소는

1. 사절시 실을 잇는 동작

- 1) 치즈가 다 감겼을 때 새 치즈로 바꾸어 주고 실을 잇는 동작
- 2) peg 와 양 가이드 사이에서 실이 끊어졌을 때 잇는 동작

3) 빈 목관에 실이 감기기 시작할 때, 실 끝이 목관에서 풀어져서 잇는 동작

2. 빈 목관을 정돈하는 동작

3. 빈 목관을 기계에 끓는 동작

4. full bobbin 을 정돈하는 동작의 6가지이다.

측정 자료 〈表 4〉에서 평균과 분산을 구하고, 분산이 클수록 작업자의 allowance 가 적다고 가정하여 분산에 의한 allowance rating 을 〈表 5〉와 같이 정하였다. 동작 cycle 의

normal time 은 측정 동작 평균시간 $\times \frac{\text{측정 작업자의 평준계수}}{100\%}$ 와 같이 정의되고 표준시

〈表 4〉 작업자의 동작 시간

(단위 : sec)

측정회수	사 절 시 설 이 는 동 작			빈 목 관 정 돈 동 작	빈 목 관 꽃 는 동 작	full bobbin 정 돈 동 작
	1	2	3			
1	20.5	8.5	7.6	7.3	6.5	22.2
2	16.5	6.6	7	7.6	4.1	21.3
3	17	4.2	8.3	5.2	3.9	12.5
4	14.3	4.8	7.5	5.4	4.9	13
5	16.7	6.6	4.6	4.1	5.1	5.5
6	21	4.3	5.3	6.2	6	2.1
7	13.8	4.5	5.7	3.5	5.3	9
8	14.9	10.9	4.8	4.2	3.4	6.5
9	22	4.2	5.8	3.7	4.1	9
10	23.2	9.8	6	3.5	4	8
11	21.4	7.2	7.1	3.4	3.1	4.3
12	11.1	5.2	10.1	5	4.7	3.2
13	19.5	5.8	7.5	4.2	6.2	5.3
14	15	9.4	10	4	5.2	4.9
15	16.5	5.1	4.5	3.7	5.5	4.9
16	21	6	5.6	4.3	4.9	6.5
17	17.8	4.4	4.2	4.7	3	4.2
18	22.5	9	4.6	3.9	3.2	5.5
19	18	5.2	4.4	5.2	4.9	6.2
20	19	6.3	6	6	5.3	8
21	20.6	8.3	6.3	4.2	4	14.2
22	15.1	7.8	6.2	5.8	5.9	9.5
23	18.8	12.1	7.2	4.9	5.4	3.5
24	12.3	8.5	5.2	6.8	5.1	10.2
25	14.9	6	7.7	7.9	5	20.5
26	24	9.2	7.2	4	5.1	7.2
27	9.5	4.3	4.9	6.3	2.1	8.5
28	37.2	9.2	6.5	4	5.5	8.2
29	22.6	7.5	7.3	4.9	5.2	8.7
30	20.1	6.3	4.1	5.5	3.3	7.4

〈表 5〉 ALLOWANCE RATING

(단위 : %)

C.T.(sec)	Var	$\sqrt{X} \approx Var$	$X > Var$	$X \approx Var$	$X < Var$	$2X < V$
1~10		30	20	15	10	5
11~20		25	18	13	9	3
21~30		20	16	11	7	2
31~40		15	13	9	5	0
41~50		10	8	6	3	0
51~		8	5	0	0	0

간은 normal time $\times (1 + allowance rating)$ 으로 stop watch로 측정된 작업 data로 부터 <表 6>의 표준 동작시간을 구하였다.

<表 6> 표준 작업 시간

(단위 : sec)

	Murata					
	설 있는 동작			빈 목관 정돈동작	빈 목관 꽃는동작	full bobbin 정돈동작
	case 1	case 2	case 3			
30회 측정 평균	18.6	6.9	6.3	5.0	4.7	8.7
S ²	25.3	4.8	2.4	1.6	1.1	25.6
allowance rating	9%	20%	30%	30%	30%	5%
normal time	22.3	8.3	7.6	6.0	5.6	10.4
standard time	24.3	9.9	9.8	7.8	7.3	11.0

주 : 실 있는 동작의 case 1, 2, 3은 실이 끊어진 특성, 즉 찾기 쉬운 것, 새로 공급하는 것, 찾기 힘든 것 등의 case이다.

2. Queueing Model의 설정

1) 기계의 가동 도중 실이 끊어지는 확률 분포

확률 분포를 추정하기 위하여 기계 5대를 random sampling 한 후 5시간 측정하여 <表 7>의 자료를 얻었다.

<表 7>에서 실 끊어지는 회수/5분/5대를 구하면 <表 8>이 되며, 평균이 2.7인 Poisson 분포를 이룬다고 가정하여 χ^2 -test를 하였다. <表 7>에서 구한 평균 기계 정지율 $\lambda=2.7$ 회/5분/5대을 매개 변수로 갖는 확률 함수는 $P(m_i; 2.7) = \frac{e^{-2.7}(2.7)^{m_i}}{m_i!}$ 이 된다.

<表 7> 단위시간당 기계의 실 끊어지는 회수

(단위시간 : 5분)

Machine No. 회수	M ₂₂	M ₂₁	M ₁₆	M ₁₅	M ₁₄	합 계
—	—	—	—	1	1	2
1	—	—	1	—	1	3
—	—	—	—	1	1	2
—	1	—	—	1	—	2
—	2	—	—	—	2	4
—	1	1	—	1	1	4
1	1	—	—	1	1	4
—	1	—	—	—	1	2
—	1	—	1	—	1	2
1	—	—	—	1	1	3
—	1	—	—	2	2	5
합 계	3	8	3	9	12	35

	—	1	1	3	1	—	4
	1	—	1	2	—	—	3
	1	—	1	—	—	—	4
	—	—	1	1	2	—	2
	—	1	—	1	—	—	5
	—	—	—	—	—	—	3
	—	—	1	2	—	—	3
	1	—	1	—	—	—	0
	1	—	—	2	—	—	3
	—	2	—	1	1	—	3
합 계	7	5	9	10	4	35	
	1	—	—	—	—	—	1
	1	1	1	—	1	—	4
	—	1	—	—	—	—	1
	1	1	—	2	1	—	5
	2	—	1	1	1	1	5
	—	1	1	1	1	1	4
	—	—	2	—	—	—	3
	2	—	1	—	—	—	3
	1	—	—	1	—	—	2
	1	—	—	—	—	—	1
	1	—	—	—	1	—	2
	—	—	1	—	2	—	3
합 계	10	4	7	5	8	34	
	—	—	1	—	—	—	1
	1	—	—	1	1	—	3
	—	1	—	—	—	1	2
	1	—	—	—	—	—	1
	—	1	—	—	—	1	2
	1	—	—	—	—	1	2
	2	1	—	—	—	1	4
	1	—	—	—	—	—	2
	1	1	—	—	—	1	3
	—	1	—	—	—	2	3
	—	—	1	—	—	1	2
	2	1	—	—	—	1	4
합 계	8	6	2	2	10	29	
	1	—	—	—	1	—	1
	1	1	1	2	—	—	6
	—	1	1	1	—	—	3

	—	2	1	—	—	—	3
1	—	—	—	2	—	—	3
—	—	—	1	—	—	1	0
1	—	—	—	1	—	—	4
—	—	—	—	—	—	—	0
—	—	2	—	—	—	2	2
—	—	1	1	—	—	—	3
1	—	—	2	—	—	—	3
합계		5	7	7	8	3	29

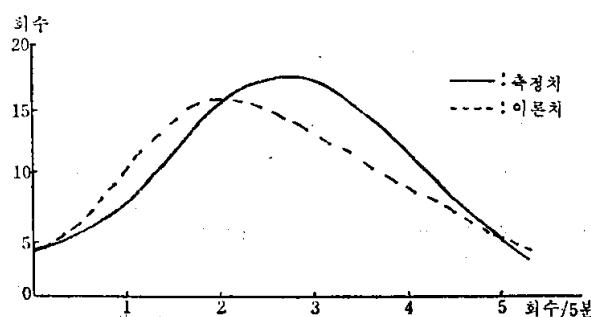
〈表 8〉 실이 끊어지는 회수

회수/5분	frequency	이론적 frequency
0	3	4.02
1	7	10.85
2	16	14.63
3	18	13.19
4	11	8.92
5	5	8.39

평균 : 2.7

〈表 9〉 기계 한대당 실이 끊어지는 회수

회수	M ₂₂	M ₂₁	M ₁₆	M ₁₅	M ₁₄
0	30	34	36	34	29
1	26	22	21	19	25
2	4	4	2	7	6
3 회 이상	0	0	1	0	0
평균	0.57	0.50	0.47	0.53	0.62

〈■ 8〉 기계 고장 arrival의 이론치, 축정치($P_0(2.7)$)의 분포

〈表 8〉의 확률 분포의 검정을 χ^2 -criterion 을 이용하여 추정접근도(closeness of fit)를 판단하면, calculated χ^2 (χ^2 (유의수준 5%, 자유도=4) 즉 $\frac{(3-4.02)^2}{4.02} + \frac{(7-10.85)^2}{10.85} + \frac{(16-14.63)^2}{14.63} + \frac{(18-13.19)^2}{13.19} + \frac{(11-8.92)^2}{8.92} + \frac{(5-8.39)^2}{8.39} < 9.49$ 가 되어서 신뢰도 95% level로 〈表 8〉이 평균이 2.7인 Poisson 분포라는 가정이 검증되었다.

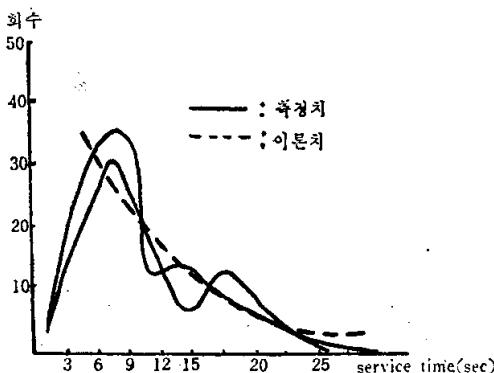
다음으로 각각의 기계가 평균 0.54회/5분 ($=\frac{2.7}{5}$) 인 Poisson 분포를 가지는 기계 모집단에 속하는지를 검증한다.

Poisson 분포를 갖는 모집단에서 random sampling 한 sample의 평균도 또한 Poisson 분포를 나타낸다는 통계 이론을 사용하여, 〈表 9〉를 5% 유의수준으로 검증하면 신뢰도 95% level로 각각의 기계가 평균 0.54회/5min인 Poisson 분포의 기계 모집단에 속한다는 가정을 받아 들인다.

이로서 실 끊어지는 확률 분포는 평균이 0.54회/5분인 Poisson 분포를 이루고 있음을 알 수 있다.

2) 대지공의 실 잇는 소요시간의 확률 분포

측정 자료 〈表 10〉를 curve fitting 하면 평균이 10.0초인 exponential 분포를 이룬다. 120% 작업자의 1회 실 잇는 데 필요한 소요시간은 평균 19초이며, 이는 〈表 11〉에서 실제 실 잇는 소요 시간 10초 실 잇기 위하여 겸는 시간 6초, allowance(turn body+personal allowance) 3초의 합이다.



〈图 9〉 service time의 측정치, 이론치

이제 100% 작업자 즉 표준 작업자가 실 잇는 데 필요한 소요 시간을 산출하면, 속력도(평균 계수)에 영향을 받는 실제 실 잇는 시간은 $10\text{초} \times \frac{120\%}{100\%} = 12\text{초}$, 실 잇기 위하여 겸는 속도와 allowance는 속력도에 관계없이 일정하므로 $12\text{초} + 6\text{초} + 3\text{초} = 21\text{초}$ 이다.

〈表 10〉 실잇는 소요시간별 분포 (단위 : frequency)

측정회수	시간	분포								합 계
		0~3초	3초~6	6~9초	9~12초	12~15초	15~20초	20~25초	25초이상	
1	1	30	36	11	14	11	5	3	111	
2	2	25	30	16	7	15	4	7	106	
3	3	51	21	8	8	9	2	4	106	
4	3	34	35	5	10	7	3	6	103	
5	0	29	25	10	4	9	6	3	86	
6	0	32	24	9	10	3	7	—	85	
7	0	47	15	15	5	7	6	3	98	
합 계		9	248	186	74	58	61	33	26	695

〈表 11〉 작업자 실 있는 회수 및 소요시간 (단위 : 초)

측정회수	실잇는회수	실잇는시간	Allowance	걸는시간
1	111회	1175	297	328
2	106회	1266	284	250
3	106회	949	284	567
4	103회	978	276	546
5	86회	892	230	680
6	85회	757	228	815
7	98회	928	263	609
합 계	675회	6945	1862	3795
평 균	96회	992	266	542

측정 단위 시간; 30분

3. Queueing Model에 의한 분업타당성 검토

이상에서 실이 끊어지는 분포는 Poisson 분포이고, 실을 잇는 소요 시간의 분포는 Exponential 분포를 갖는 M/M/1-Limited Source-FIFO Model 이 정립되었다.

작업자 수를 고정하여 15대 기계를 1명이 맡아서 작업할 경우(Case 1)와 30대 기계를 2명이 맡아서 분업을 할 경우(Case 2)의 대기행렬, 대기시간을 산출하여 system efficiency 를 비교하였다.

Case 1.

작업자가 15대 기계를 맡아서 기계 가동에 필요한 모든 동작을 할 때, 1회 실잇는 동작에 소요되는 시간을 〈表 12〉에서 구하면 42초이다. 따라서 service rate 1.43회/분, arrival rate 0.108회/분인 M/M/1-Limited Source (15대 기계)-FIFO Queueing Model 에서 〈表 13〉을 얻는다.

Case 2.

〈表 12〉 분업전의 작업자 소요동작(실잇기 동작이외)

동작 종류	동작회수	소요시간
목관공급동작	120회	1800초
full bobbin 정돈동작	45회	500초
통을 잘아주는동작	15회	150초
견는동작	160회	500초

full bobbin 80개 생산에 필요한 동작별 소요시간

2명의 작업자가 30대 기계를 맡아서 분업할 경우 arrival rate가 0.18회/분 service rate가 2.9회/분인 Queueing Model에서 〈表 13〉을 얻는다.

〈表 13〉에 나타난 바와 같이 분업을 하는 경우 대기행렬 15.4%, 대기시간 26%의 system efficiency 증가를 가져오므로 분업은 타당하다.

〈表 13〉 분업전후 대기행렬, 대기시간

	평균 대기 대수	대기시간
Case 1 (분업않을 경우)	2.6대 (15대 중에서)	125초/대
Case 2 (분업 할 경우)	4.4대 (30대 중에서)	99초/대

4. Search Pattern 변화

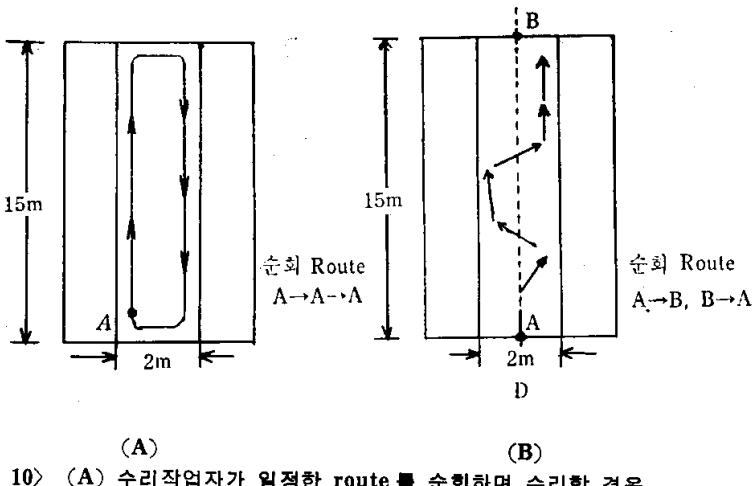
V-3에서 분업 타당성이 입증되었으므로 다음에 (■-3) 수리작업자의 수리 이동거리(W) Poisson arrival, Probabilistic detect의 매개 변수에서 분석된 결과를 응용하여 search area의 배치와 작업자 route 변화에 의한 이동거리, 이동시간의 결과를 〈表 14〉에 나타내었다.

이동거리는 가동정지 1대에 도달하기 위한 이동거리의 평균을 순회에 의한 방법과 평행배치 내에서 zig-zag 하는 방법에서 각각 구하여 단위시간 (5분기준)에 움직인 총 연장 거리로 곱하여 나타내었다. 이동거리에서 기계 앞에 이르러 turn body 또는 사소한 step에 소요되는 거리는 무시되었다(圖 10의 A,B 참조).

〈表 14〉 Search 방법에 따른 작업자 보행거리 및 보행주기

(3-3) 작업자가 일정한 route 를 순회, 수리할 경우	(3-4) 작업자가 평행배치된 기계사 이 이를 왕복, 수리할 경우
작업자 평균이동거리 $E(D)$	114.8m/5min
1회순회에 소요되는시간(T_s)	78.2sec/1cycle
	68.2m/5min
	56.4sec/1cycle

■-3, ■-4에서 diagram으로 분석된 이동거리는 mean service time의 variance가 감안되지 않았으므로, 실제 응용의 경우 약간의 차이를 포함하고 있을 것이다. 즉 작업자가 i 기계를 지나 즉시 가동이 정지 되었다면, 식에서의 Δt 는 이러한 미소시간 변화를 반영하



〈図 10〉 (A) 수리작업자가 일정한 route를 순회하며 수리할 경우
 (B) 수리작업자가 평행 배치된 기계사이를 왕복할 경우

지 못하므로 순회의 경우 완전히 1회전을 하여야 고장이 수리되는 셈이다(FIFO에서 random으로 변환을 의미).

1회 순회에 소요되는 시간은 작업자의 평균 보행속도(100~120보/min)를 측정하고, 이를 기준으로 각 순회에서의 max λ 와 min λ 분포의 mean value를 구하여 보행 속도로 나눈 값을 나타낸다.

다음 search 방법에 따라 고장 발견의 소요 정보량, 대기행렬, 대기시간, 기계 1대 고장 수리 중 도달하는 busy period T_1 등이 계산되었다.

V-3에서 일차 분업 타당성을 유추하기 위해 M/M/1 Queue Limited Source-FIFO Model을 사용하였으나, service의 priority가 random이므로, M/G/1 Queue를 이용하여 대기행렬, 대기시간이 계산되었다. search 방법에 따른 대기행렬, 대기 시간의 해답은 Pollaczek-Khintchine formula를 이용하였고 Var(t_k)는 기계 배치가 spacial independent이고 작업자를 중심으로 Poisson 분포를 이룬다고 가정하여, service discipline의 random-

〈表 15〉 Search Pattern Queue System에 따른 비교

	(1) 작업자가 일정한 route 를 순회, 수리 할 경우	(2) 작업자가 평행 배치된 기계 사이를 왕복 할 경우	비 교
소 요 정 보 량 $H(X)$	14.64 bits	17.69 bits	5대 석 별기준 ②의 경우 conditional $H(Y Y)$
정 보 처 리 시 간 (sec)	2.9 sec	3.6 sec	②의 경우 eye travel time 생략
고 장 기 계 의 대 기 행렬 $E(N)$	4.6 대	4.1 대	/5대/5분의 대기 대수기준
고 장 기 계 의 대 기 시 간 $E(N_t)$	56.7 sec	24.4 sec	②의 경우 $\mu=10\%$ 증가, $V_{ar}(t_k)=\frac{V_{ar}(t_k)}{2\sqrt{2}}$
작업자의 busy period $E(T_1)$	28.1 sec	24.0 sec	

ness 를 구하였다. 그 결과는 〈表 15〉에 나타나 있다.

소요 정보량과 정보 처리시간은 계산치의 차이는 크지 않으나 현장 작업자의 숙달에는 세심한 준비와 communication 이 전제되어야 한다.

실제로 현장에서 Ⅲ-3와 Ⅲ-4의 방법을 실험해 본 결과 순회하는 경우, 임의로 선정된 가동 정지 기계의 대기시간이 66초(산출 결과 56.7초), 평행 배치의 zig-zag 경우 22초(산출 결과 24.4초)를 나타내었다(表 15참조).

VII. 결 론

기계 의존도가 큰 작업의 능률은 system 의 구조에 따라 상당히 변한다. 특히 사례 연구에 나타난 면 방적 공장 예와 같이 작업자가 고정배치된 기계 사이를 고정된 방향으로 진행하며, sequential search 를 할 경우, 가동이 정지된 기계의 대기시간의 variance 는 능률에 많은 저하를 가져온다.

Variance 가 크다는 것은 control 방식의 개선 여지가 있음을 나타내며, 본 연구의 경우 개선은 search method 의 변화에 따라, 작업자의 어느 지점 통과 전후를 기준으로 기계 상태의 prior distribution, posterior distribution 의 mean queue length, mean waiting time 을 얻는 방법을 통하여 이루어졌다.

Case study 에서 산출 비교된 결과 중 위사 작업의 경우

- 1) 분업이 효과적이고
- 2) Zig-zag search 가 기계의 가동 시간을 증가시킨다.

는 것이 판명되었다. 만일 zig-zag route 를 통하여 가동 정지된 기계를 수리할 경우, system 의 능률 저하 요인은 작업자의 motivation, mental fatigue 등이 될 듯하다.

현장에서 가동 정지된 기계를 찾는 과정은 visual perception 에 의하여 이루어진다. 만일 가동이 정지된 기계에 전기식 또는 음향식 신호 장치를 부착시킬 수 있다면, search pattern 은 현재의 작업(discovered breakdown+undiscovered breakdown)에서 all discovered breakdown 으로 변하게 되며 더욱 다양하고 효과적인 search 를 연구 분석 할 수 있을 것이다.

M/G/1 Queue 와 search 에서 산출된 계산치는 table 또는 직접 계산된 결과이나, 앞으로 computer program 을 만들면 Customer 고정-Server 이동(도시 공공 시설, service, 소방시설등)의 routing 이나 혹은 Inspection-immediate-repair 의 성격을 가진 다른 작업에 큰 효과를 기대 할 수 있을 것이다.

참 고 문 험

- R.W. Conway, W.L. Maxwell, L.W. Miller, *The Theory of Scheduling*, Addison-Wesley 1967.
L. Cooper, D. Steinterg, *Introduction to Methods of Optimization*, Saunders, 1970.
N.U. Prabhu, *Queues & Inventories*, J. Wiley, 1965.
D.J. Wilde, *Optimum Seeking methods*, Prentice Hall, 1964.
W. Feller, *Introduction to Probability Theory and Its Applications*, J. Wiley, 1968.
F.S. Hillier, G.J. Lieberman, *Introduction Operations Research*, Holden Day, 1967.
D.R. Cox, H.D. Miller, *The Theory of Stochastic Processes*, J. Wiley, 1968.
R.C. Larson, K.A. Stevenson, "Urtan Redistricting and Facility Location" O.R.S.A. 20. 3. (1972)
p.p. 597-599.
U.N. Bhat, "Two Measures for Describing Queue Behavior," O.R.S.A. 20. 2 (1972). p.p. 363-371.
이면우, "통계적 방법을 이용한 작업의 분업화" 새기술, (1970.1). p.p. 40-45.