反復的 注文生産의 生産計劃模型

金 能 鎭

≪目 次≫

I. 研究의 目的

생산일정을 계획하는 것은 어떤 물건을 언제 얼마의 수량으로 만들 것인가를 결정하는 일인데 기업의 전반에 걸쳐 영향을 미치는 기본적인 문제가 된다. 생산일정계획은 總括的 日程計劃(aggregate scheduling)과 個別的 日程計劃의 두 가지로 크게 나누어 생각해 볼 수 있는데 앞의 것은 회사 전체의 입장에서, 생산의 능력과 생산에 부여된 부하를 중심으로 살피는 巨視的 側面을 갖는 계획이며, 뒤의 것은 個別生產品目別로 살피는 微視的인 日程計劃을 말한다.

이러한 日程計劃을 어떻게 효과적으로 수립할 것인가 하는 문제를 두고 지금까지 수많은 연구들이 발표되어 왔다. 이러한 연구들의 技法을 類型別로 나누어 보면 초기의 圖示的 技法(graphical method), 수학적 최적해를 찾고자 하는 數理的 技法, 휴리스틱 기법, 探索決定法則 등으로 크게 나눌 수 있다. 이들 중에서는 수학적 최적해를 찾는 技法들이 아직도 量的으로 압도적이고 또 부분적으로는 매우 정교한 모형들까지 개발되어 있다. 그러나 생산과정의 복잡한 현실적 문제를 한정된 수학적 알고리즘 속에 집어넣는 데는 많은 제약이 따르기 마련이어서 생산준비비용(set-up cost)과 같은 항목은 중요성이 상대적으로 경시되고 있는 것 같은 인상을 주고 있다. 이 글에서는 우리의 기업실정에서 비교적 많은 例인 反復的 注文生產에 관해서 수학적인 생산 일정계획의 모형을 만들어 보고자 하는 데 그 목적이 있다.

筆者：忠南大學校 經商大學 經營學科 專任講師.

II. 注文生產日程計劃

오늘날과 같은 대규모 공장시스템이 생겨나기 이전의 생산은 모두 注文生產이었을 것이다. 그러던 것이 產業의 發達로 標準化된 제품을 대량으로 生產해 내는 市場生產(혹은 계획생산)체제가 나타나게 되었다. 일반적으로 시장생산은 계획에 의한 連續的 生產을, 注文生產은 각 注文에 따른 継續生產을 특징으로 하고 있다. 그러나 注文生產이 특징으로 하고 있다는 전형적인 생산형태, 즉 잡·샵(job-shop)生產은 注文生產을 代表하는 극단의 例일 뿐, 모든 注文生產의 형태가 모두 잡·샵으로 이루어지고 있는 것은 아니다.[1]

잡·샵, 즉 個別注文生產形態는 生產命令이나 생산작업을 수행하는 凡用機械群으로 構成된다.[2] 여기서는 대부분의 생산이 특정고객의 주문에 따라 한번만의 생산이 되는데, 흔히 알려진 기계공장들 뿐만 아니라 건설활동, 설비보전활동 등 상당히 많은 생산시스템들이 이와 같은 형태의 생산활동을 하고 있다.

잡·샵의 일정계획 문제를 분류하는 데는 다음과 같은 4가지 要因이 있다.[3]

① 注文의 도착형태 ; 일정기간 모아서 규칙적으로 도착시키는가, 확률적 과정에 따라 간헐적으로 도착시키는가에 따라 靜的(static) 일정계획과 動的(dynamic) 일정계획으로 분류한다.

② 잡·샵을 구성하는 기계의 數와 種類 ; 많을수록 일정계획은 복잡해진다.

③ 工場 내에서 作業흐름의 形態 ; 모든 작업이 같은 흐름을 갖는가, 그렇지 않는가, 혼합되어 있는가에 따라 일정계획은 달라진다.

④ 기계와 作業者의 관계[4] ; 작업자와 기계의 수, 둘 중에서 어느 쪽이 많고 적으냐에 따라 기계제약적 시스템인가, 작업제약적 시스템인가의 區分이 된다.

生產日程計劃의 궁극적인 目的은 첫째 納期를 준수하고, 둘째 單位當 生產原價를 절감시킬 수 있게 적정재고를 유지하고 가동율을 높이는 일이다.[5] 이것을 위해서 주문생산일정

---

(1) L.A. Johnson, D.C. Montgomery, *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*, John Wiley & Sons, (1974), pp. 321-323.

(2) *Ibid.*

(3) R.B. Chase and N.J. Aquilano, *Production and Operations Management*, revised ed., (1977), Irwin Inc., pp. 305-306.

(4) 이 요인은 다른 것으로 주어지기도 한다. Johnson과 Montgomery는 이것 대신에 shop의 수행정도를 평가하는 기준을 네번째 요인으로 들고 있다(참조 Lynwood, A. Johnson and Douglas C. Montgomery, *op. cit.*, p. 322).

(5) 金基永, 生產管理, 法文社, (1981), p. 523.

계획에서 가장 중요한 문제는 작업의 순서에 관한 문제로 집약된다.[6] 일을 가장 잘 수행하도록 기계가 작업을 진행시킬 순서를 결정하는 것에 관한 것인데, 이는 말은 쉽지만 명쾌한 해답은 아주 힘든 문제이다. 여러가지의 순서분배결정법칙이 있으나 일반적으로는 最小工程期間을 기준으로 주문을 배분하는 것이 가장 좋은 결과를 나타낸다고 알려져 있다.[7]

작업수행의 척도로 자주 사용되는 것은 제조시간(makespan), 즉 모든 작업을 완전하게 수행하는 데 필요한 시간의 總量이다. 제조시간을 최소로 만들어 주는 일정계획절차를 개발하는 것이 목표인데 여러 다른 척도도 있긴 하지만 일정계획을 평가하는 데 자주 쓰이고 있다. 例를 들어 d_i를 i번째 작업의 납기일(due date), c_i를 작업 i의 완성기간이라 할 때 $L_i=c_i-d_i$는 작업 i의 지연에 대한 척도가 된다. 목표는 각 작업의 平均지연을 최소로 만드는 작업의 일정계획을 짜는 데 있는 것이다.[8] 그게 아니라면 각 작업의 平均지체(작업 i의 지체 ; $T_i=\max(0, L_i)$)에 더욱 관심을 가질 수도 있다. 이것 외의 척도가 되는 값들은 평균공정시간, 작업장 내의 평균작업수, 공정시간의 지연에 관한 分布의 편차, 기계와 勞動의 活用度 등이다.[9]

그런데 이러한 주문생산의 일정계획은 계획생산의 그것과 비교해 볼 때, 매우 복잡하고 어려운 것이 될 수 밖에 없다. 그 이유는 주문에 따라 생산절차가 다르며 원재료, 납기일, 작업내용, 주문품의 숫자 등이 모두 다를 경우가 대부분이어서 계획과 통제가 매 주문별로 다르게 이루어져야 하기 때문이다. 그래서 이러한 문제를 푸는 方法도 여러가지가 개발되어 있긴 하지만 部分的인 것이 아닌, 보다 根源的인 해결을 위해서는 시뮬레이션 모형과 같은 것을 적용할 수 밖에 없다.[10] 이러한 복잡성을 줄이기 위해서 만들어진 것이 폐쇄적 주문생산형태(closed job shop)와 같은 것이라고 할 수 있다.

이 글에서 분석하고자 하는 주문생산의 형태는 극단적이고 전형적인 주문생산형태 (즉 계속생산과는 정반대의 형태)는 아니다. 다시 말하면 주문을 받아서 생산을 하고 있긴 하지만 매 주문마다 그 명세가 틀리는 극단적 주문생산 형태가 아니라, 어느 한 注文者의 注文 중에는 다른 사람의 주문에서도 있을 수 있는 同一한 재화의 주문이 상당수 포함될 수 있는 주문생산시스템을 연구의 대상으로 삼고자 한다.

오늘날 우리나라의 대부분의 기업들이 규모의 차이는 있으나 주문생산에 임하고 있는 것

(6) E.S. Buffa & W.H. Taubert, *Production-Inventory Systems; Planning and Control*, (1972), Irwin, p. 398.

(7) 郭秀一, 姜錫昊, 生產管理, 博英社 (1978), p. 285.

(8) Lynwood, A. Johnson and Douglas C. Montgomery, *op. cit.*, p. 323.

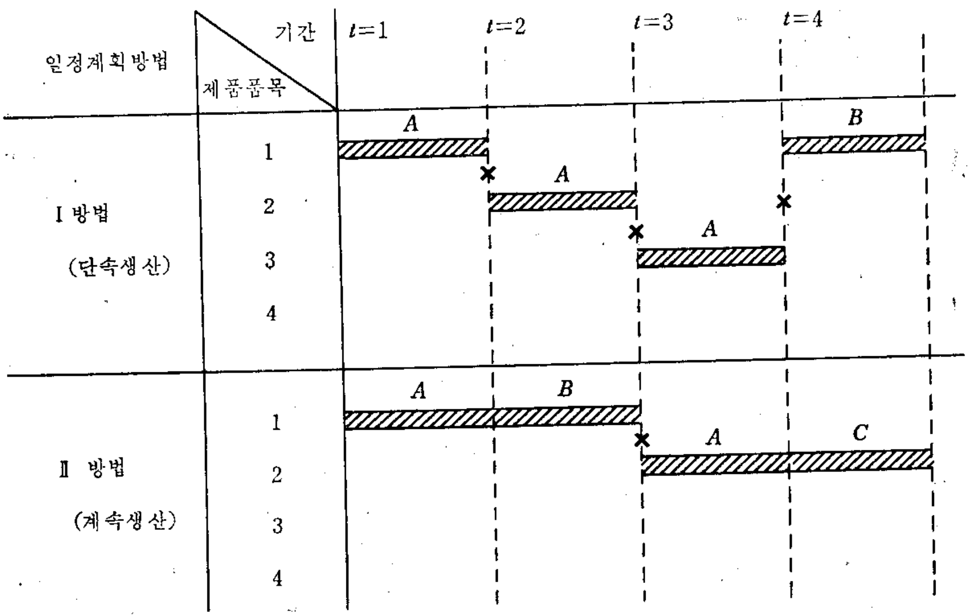
(9) *Ibid.*

(10) 郭秀一, 姜錫昊, *op.cit.*, p. 277.

〈表-1〉 도착된 주문의 例

구 매 자	구 매 품 목	구 매 수 량	선적요청일	주 문 일
A	1 2 3	200 500 400	9월 1일	5월 10일
B	2 3 4	100 300 500	9월 10일	5월 15일
C	1 3 5	300 200 600	10월 1일	5월 1일

은 사실이다. 순수한 계획생산(시장생산)형태만을 갖고 있는 기업은 극소수의 大企業에 불과할 것으로 본다. 이들 중 중간정도 이상의 기업들이 하고 있는 주문생산은 〈表 -1〉과 같은 모습을 지니고 있는 例가 많다.[11] 즉 表에서 나타난 바와 같이 注文日과 納品日은 다



〈圖-1〉 계속생산과 단속생산 일정계획[12]

(11) 이 표에서 구매수량이나 선적요청일, 주문일 등의 크기나 시간은 규칙적이 아니라는 것을 나타내는 것일뿐 아무런 의미가 없다.

(12) 이 그림은 생산수량에 따른 시간의 크기는 나타내고 있지 않고 있다. 단지 제품품목을 바꾸면 생산준비에 따르는 생산전환비용(set up cost)가 발생하게 됨을 나타내기 위해서 만들어진 그림이다. 막대위의 A, B, C 등은 특정 구매자를 나타내며 ×표시가 있는 시점에서 생산전환에 따르는 생산손실이 발생한다.

르지만 注文品目에는 同一品目들이 포함될 수도 있다는 것이다. 이런 경우에는 생산일정을 각 주문별로 관리할 것이 아니라 同一한 시간은 아니지만 어느 일정한 기간 內에서 注文, 納品될 品目들은 한꺼번에 관리하는 것이 더 效率的인 것으로 될 수 있는 가능성이 있다는 것이다.

〈圖-1〉을 보면 극단적인 두 가지 일정배정에 관해 간단한 그림으로 이를 나타내고 있다. I의 方法을 채택한다면 전형적인 주문생산시스템이 되어 繼續生産이 이루어짐으로써 재고관련비용은 감소되지만, 生産品目의 轉換에 따른 생산전환비(생산준비비, set-up cost)로 인한 生産損失은 크게 발생한다. 反面 II의 方法은 계속생산이 이루어짐으로써 생산과정에서의 損失은 감소되게 될 것이지만 주문보다 높은 수준의 생산으로 인해 재고관련비용이 증대될 것이다. 그러므로 기업의 입장에서 볼 때는 단속생산과 계속생산에 따르는 생산비용의 절감과 재고비용의 절감을 동시에 고려해야 할 입장에 있다. 물론 注文生產에 임해야 하는 企業의 처지로서는 獨自的인 생산계획을 수립하는 데는 여러가지 제약이 있을 것이고 長期的인 利潤追求를 위한 對顧客서어비스도 고려해야 할 것이므로, 계속생산과 단속생산을 어떻게 調和시킬 것인가 하는 것이 연구의 과제가 될 것이다.

III. 生產日程計劃模型

1. 일반적인 일정계획모형

생산일정계획기법은 계속생산을 기본전제로 하여 발전해 왔다. 단속적 주문생산의 경우에도 여러가지의 優先順位決定法則이나 할당법과 같은 해결방법들이 있긴 하지만 수요의 예측에 한계가 있기 때문에 문제를 부분적으로만 해결하고 있는 느낌을 준다. 생산일정계획은 物的 設備들이 계획기간동안 固定되어 있다는 假定아래, 전체비용을 최소화시켜 줄 수 있는 最適의 조합(combination)을 추구하는 것이다.[13] 이에 관해 널리 알려진 방법으로는 圖示法, 수학적 최적해를 찾고자 하는 여러가지 線型計劃法, 홀트(C.C. Holt), 모딜리아니(F. Modigliani) 등 소위 HMMS의 L.D.R.(線型決定法則), 터버트(W.H. Taubert)의 S.D.R.(Search Decision Rule) 등이 代表的이다.

圖示法은 쉬운 反面 모형이 靜的이어서 最適解를 제시할 수 없다는 결점을 가지고 있고, L.P의 분배모형은 생산변화비용에 대한 고려가 없고 또 모형의 신축성이 결여되어 있으며,[14]

(13) James L. Riggs, *Production Systems: Planning, Analysis, and Control,* 2nd ed., Wiley & Sons, (1976), p. 180.

(14) E.S. Buffa, *Modern Production Management,* 5th ed., (1977), Wiley & Sons, pp. 345-354.

L.P의 심플렉스(simplex)모형도 복잡한 경영현실에 대해서는 충분히 접근하지 못하고 있고 특히 생산준비비용(set-up cost)에 대한 처리를 할 수 없다는 결점을 지니고 있다.

특히 L.P의 심플렉스모형은 1960년에 한스만(Hanssmann)과 헤스(Hess)에 의해 개발된 것으로, 실용적인 측면에서 큰 효과를 보였다는 HMMS의 L.D.R과도 필적할 만한 훌륭한 수학적 모형으로 평가받고 있으나 노동력의 크기, 생산율, 외부하청의 활용 등과 같은 경영의사결정변수를 직접적으로 취급하지 않는다는 결점과 함께 多品種製品의 日程計劃에 있어서 생산준비비에 대한 처리를 할 수 없다고 하는 큰 단점을 가지고 있는 것이다.[15]

따라서 이제 생산준비비용과 재고비용만을 고려한 새로운 수학적 모형을 만들어 보기 위해 이들 비용에 관한 두 가지 非線型費用模型을 살피고자 한다.

2. 메인(Alan S. Manne)의 模型

선형계획법을 중심으로 한 총괄일정계획기법의 重要한 약점의 하나는 多數品目을 생산할 때 발생하는 생산준비비용을 고려할 수 없었다는 것이다. 생산준비비용이란 한 품목에서 다른 품목으로 생산작업을 轉換할 때의 기계전환비용을 말한다. 이러한 限界點을 극복하기 위해 개발된 모형이 메인의 모형인데 多品種生産의 로트크기를 결정하기 위한 첫 연구로서 의의가 있다.[16] 그는 하나의 作業場에서 T期동안 n個의 品種을 생산하는 계획을 模型化했는데 유일한 制約資源은 勞動이었다. 各 品種과 期間에 수요(D_{it})가 주어지며 재고고갈은 허용되지 않는다. 비용은 생산노동비용 뿐이며 재고유지비용은 무시되고 노동비를 제외한 모든 생산비용은 생산계획과는 무관하다.[17]

X_{it}를 t期 i品種의 생산수량이라고 하면 t期에 i제품에 요구되는 勞動을 人時(man-hours)로 表示하면 다음과 같다.[18]

$$l_{it}=a_i\cdot\delta(X_{it})+v_i\cdot X_{it} \qquad (1)$$

$$a_i>0,\ \ v_i>0$$

$$\delta(X_{it})=\begin{cases}0, & X_{it}=0\text{일 때}\\ 1, & X_{it}>0\text{일 때}\end{cases} \qquad (2)$$

X_{it} : t期에 i品種의 生産量

a_i : i品種의 생산준비비

v_i : t期, i제품의 變動費(단위당 人件費)

l_{it} : t期, i제품에 요구되는 勞動量

(15) 金基永, *op. cit.*, p. 471.
(16) *Ibid* pp. 476-480.
(17) L.A. Johnson and D.C. Montgomery, *op. cit.*, pp. 247-254.
(18) *Ibid.*

이와 같은 자료를 가지고 만든 잔업시간을 최소화시키는 모형은[19]

목적함수 $MIN \quad Z=\sum_{t=1}^{T}O_t$ ··· (3)

제약조건 $\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}[a_i\delta(X_{it})+v_iX_{it}]-O_t\leq W_t$ ··· (4)

$O_t\leq W_t'$ ··· (5)

$\sum_{k=1}^{t}(X_{ik}-D_{ik})\geq 0$ ··· (6)

$X_{it}\geq 0,\ O_t\geq 0$ ··· (7)

$\delta(X_{it})=\begin{cases}0, & X_{it}=0\text{일 때}\\ 1, & X_{it}>0\text{일 때}\end{cases}$ ··· (8)

여기서 W_t : 정규작업시간능력(人時)

W_t' : 허용된 잔업시간(overtime)

O_t : t期의 잔업계획량

D_{it} : t期에 i品目의 수요량

위의 數理的인 模型은 0-1(zero-one)계획법까지 포함되어 있으므로 매우 많은 計算부담을 야기시키게 된다. 대규모계획을 세워야 할 경우에는 물론 문제가 되겠으나 주문생산의 일정계획은 여러가지 要因으로 인해 변수가 많지 않기 때문에 상대적으로 작은 규모의 생산모형의 일정계획수립에는 좋은 결과를 갖고오게 되는 적절한 알고리즘이다[20]. 이에 관한 더욱 일반적인 비용함수는 메인(Manne)의 연구를 이어받은 덴즈러(D.R. Denzler)에 의해서 응용이 가능하도록 만들어졌다.[21]

제약조건 (6)은 t期의 末에 있어서 제품 i에 대한 기말재고 I_{it}가 非負(nonnegative)이어야 함을 나타낸다. 메인(Manne)은 제품 i에서 고려해야 할 필요가 있는 유일한 계획은 제약조건 (6), (7)과 더불어 $I_{i,t-1}X_{it}=0$의 성격을 갖는다고 했다. 즉 계획은 수요의 要求에 부응해야 할 것이고 유지재고가 바닥이 났을 때 생산이 진행된다고 보았다.

위의 모형은 0-1정수계획을 포함하는 非線型計劃이므로 이를 線型으로 옮길 필요가 있을 경우를·대비하여 다음과 같은 새로운 개념을 제시하고 있다.[22]

(19) *Ibid.*
(20) *Ibid.* p. 248.
(21) *Ibid.*
(22) *Ibid.* p. 253.

$X_i=(X_{i1}, X_{i2}, X_{iT})$; 제품 i에 대한 시간일정(time-phased production shedule)

V_i : 제품 i에 대해 최대의 효과를 내는 일정계획(the set of dominant schedule)

$V_i=\{X_i \mid X_i$는 (6)과 (7)을 만족하고 $I_{i,t-1}\ X_{it}=0,\quad t=1,2,\cdots T\}$ ……………(9)[23]

또한 $X_{ij}(j=1,2,\cdots J_i)$; V_i의 j번째 요소.

X_{ijt}; 계획 X_{ij}가 사용되는 경우 t에서 i의 生產量

l_{ijt}; 계획 X_{ij}가 사용되는 경우 t에서 i의 생산에 요구되는 노동량

$$\theta_{ij}=\begin{cases}1 & (X_i=X_{ij}\text{를 선택할 때})\\ 0 & (\text{그외의 경우})\end{cases}$$

θ_{ij}는 V_i의 집합 중에서 어느 생산일정계획이 쓰여질 것인가를 지적해 주는 지시변수이다. 이러한 변수의 수가 매우 많을 것이기 때문에 0-1정수계획법의 알고리즘은 적당하지 못한 때가 많다. 이런 경우에 메인(Manne)은 $\theta_{ij}=1$ 또는 0 대신에

$\theta_{ij}\geq 0$

로 교체하여 L.P.문제로 모형을 풀어 나가는 方法을 提示하였다. 이렇게 되면 어떤 $\{\theta_{ij}\}$에 대해 분수값을 얻게 될 수도 있는데 이는 우리가 풀고자 하는 모형의 상황에서는 의미가 없으므로

$$X_i'=\sum_{j=1}^{J_i}\theta_{ij}X_{ij} \quad\cdots\cdots(10)$$

가 V_i의 집합 안에 없을 경우도 있을 것이다. 그러나 $\{\theta_{ij}\}$의 대부분이 0 혹은 1의 값을 갖는다면 그러한 답을 최적해와 거의 비슷하다고 받아들일 수 있는 답으로 고려할 수도 있다.

따라서 위의 모형을 바꾸면 최적 $\{\theta_{ij}\}$를 찾는 다음과 같은 선형 계획모형을 만들 수 있다[24]

$$\text{최소화 } Z=\sum_{t=1}^{T} O_t \quad\cdots\cdots(11)$$

제약조건(모든 i와 t에 대해)

$$\sum_{j=1}^{J_i}\theta_{ij}=1 \quad\cdots\cdots(12)$$

(23) 식⑨로 나타낸 최대의 효과를 나타내는 집합의 특성은 非線型 모델 식③부터 ⑧까지를 等價의 線型모델로 나타낼 수 있게 한 것이다. 식⑨에 관한 자세한 내용은 A.S. Manne의 "Dominance Theorem"으로 알려져 있다. (참고. Alan S. Manne, "Programming of Economic Lot Sizes," *Management Science*, 4(2), (1958), pp. 115-135.)

(24) L.A. Johnson and D.C. Montgomery, *op. cit.*, pp. 253-254.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} l_{ijt}\theta_{ij}-O_t\leq W_t \quad\cdots\cdots(13)$$

$$O_t\leq W_t' \quad\cdots\cdots(14)$$

$$\theta_{ij}\geq 0,\ O_t\geq 0 \quad\cdots\cdots(15)$$

3. 재고관련비용을 생각한 모형

라스돈(L.S. Lasdon)과 터룽(R.C. Terjung)은 메인의 모형을 어떤 큰 企業의 4개 공장의 생산계획에 응용하여 적용하였다.[25] T기간 동안 n가지의 제품이 계획되어야 하는데 제품품목별, 기간별 수요는 주어진다고 假定하며 모형의 관련비용요소는 재고유지비용, 재고고갈비용, 생산비용 등이다. 단위생산비용은 일정계획의 양상과 무관하며 단지 기계전환비용(machine changeover cost)이 모형에 포함되었다[26]. 즉 제품은 어떤 품종의 것이든지 同一한 기계에서 제조되지만 각 제품마다 제품틀[27]이 되는 특유의 기계부착물을 필요로 한다. 새로운 제품의 생산을 하려면 이 틀을 교환시켜 기계를 준비(set-up)해야 한다. 모든 기계가 각각 어떤 제품이든 생산할 수 있고 기계전환비용은 제품품종에 관계없이 일정하다고 본다.

b_t : t기에 이용가능한 기계臺數

D_{it} : t기에 i품목의 수요

ρ_i : i품목을 생산하는 기계의 생산율

N_i : i품목에 유용한 제품틀의 수

A : 기계 전환비용

m_{it} : t기에 i를 생산하도록 할당된 기계의 數

$M_i=(m_{i1}, m_{i2}, \cdots m_{iT})$: i제품의 계획

I_{it} : t기말의 i제품 재고

$H_{it}(I_{it})$: 재고관련비용(기말재고의 함수)

L_{it} : t기에 재고의 上限

L_{it}' : t기에 재고의 下限

Z : 생산전환비용과 재고비용의 合(계획기간중의)

문제는 식⑯을 최소화시키는 $M_1, M_2, \cdots M_n$을 찾는 일이다.

$$Z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left[A(m_{it}-m_{i,t-1})^{+}+H_{it}(I_{it})\right]\quad\cdots\cdots(16)$$

---

(25) *Ibid.* pp. 250-252. (cf. L.S. Lasdon and R.C. Terjung, "An Efficient Algorithm for Multi-item Scheduling," *Operations Research*, 19(4), (1971), pp. 946-969.)

(26) 여기서의 기계전환비용은 생산전환비용, 생산준비비용, setup cost 등과 의미가 같다고 본다.

(27) die 혹은 mold라고 부르는 것으로 음각된 제품의 "본"이다.

제약조건

$$I_{it}=I_{i,t-1}+\rho_i m_{it}-D_{it} \quad \cdots\cdots (17)$$

$$L_{it}'\leq I_{it}\leq L_{it} \quad \cdots\cdots (18)$$

$$m_{it}\leq N_i \quad \cdots\cdots (19)$$

$$m_{it}=0, 1, 2, \cdots\cdots N_i \quad \cdots\cdots (20)$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_{it}\leq b_t \quad \cdots\cdots (21)$$

$(m_{it}-m_{i,t-1})^+$項은 $t-1$期부터 t期까지 제품 i를 생산하는 機械數의 增加를 나타낸다. 시작조건 $\{m_{i0}\}$는 주어져야 한다.

메인의 경우처럼 여기에서도

$V_i=\{M_i|M_i$는 (17)에서 (20)까지의 조건을 만족하는 값$\}$

으로 정의하고 집합(set)의 j번째 요소를 M_{ij}로 表示했다. 따라서 M_{ij}란 제품품종 i의 가능한 생산계획이다. 모든 m_{it}가 정수값을 가지며 그것도 제한되어 있으므로 가능한(feasible) 생산계획의 수도 제한된 숫자이다.

(16)의 목적함수는 다음과 같이 표시될 수도 있다.

$$Z=\sum_{i=1}^{n} Z_i(M_i)$$

이때 $Z_i(M_i)$는 함축된 의미를 가지며 $Z_{ij}=Z_i(M_{ij})$라고 하고

$$\theta_{ij}=\begin{cases}1, & M_i=M_{ij}\text{일 때}\\ 0, & \text{기타}\end{cases}$$

라고 정의한다면 위의 모형은 아래와 같은 L.P.모형으로 바꾸어 표시될 수 있다. 다음의 모형은 목적함수 (22)를 최소로 만드는 $\{\theta_{ij}\}$를 선택하는 모형이 된다.[28]

$$\text{최소화} \quad Z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} Z_{ij}\theta_{ij} \quad \cdots\cdots (22)$$

제약조건

$$\sum_{j=1}^{J_i}\theta_{ij}=1, \quad (i=1, 2, \cdots n) \quad \cdots\cdots (23)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} m_{ijt}\theta_{ij}\leq b_t, \quad (t=1, 2, \cdots T) \quad \cdots\cdots (24)$$

$$\theta_{ij}\geq 0 \quad \cdots\cdots (25)$$

---

(28) *Ibid.*

실질적인 문제에 이 모형을 적용하는 데는 附加的 제약조건이 첨가된다.

어떤 期間內의 총기계전환숫자에 대한 제약은 그러한 전환을 일차적으로 가능하게 하는 人力 및 장비의 有用性에 관한 제약과 관련이 있다. 또한 어느 기간 내에서 가능한 기계전환의 수는 先後工程의 生產技術的인 문제라는 제약을 받는다 또한 $t-1$期에 생산하던 제품을 t期에는 생산하지 않는 것도 여러가지 면에서 관련비용에 관계될 것이다. 어쨌든 이러한 제약조건의 첨가는 M_{ij}사이에 부가적인 의존관계를 부과하게 되므로 모형에 첨가될 수록 좋은 것이다.

IV. 새로운 模型의 決定

數學的 最適解를 찾고자 하는 數理的 模型들을 살펴보면 人力과 관계되는 값들에 특별히 큰 중요성을 부여하고 있음이 관심을 끈다. 그러나 우리의 경영현실은 西歐의 經營狀況보다 아직까지는 人力에 관한 비용의 相對的인 比重이 크지 않다는 사실을 부정할 수 없을 것이다. 더구나 눈을 좁혀 이 글에서 分析하고자 하는 狀況을 놓고 볼 때 위에 나열된 많은 變數들은 모형의 핵심을 보다 명확하게 하기 위하여 대부분 제거될 수 밖에 없다.

이미 적은 메인(Alan S. Manne)의 모형 및 라스돈(L.S. Lasdon)과 터룽(R.C. Terjung)의 모형에서 우리가 관심을 가지고 생각하고자 하는 재고관련비용 및 생산준비비용(set-up cost)에 관한 項을 찾을 수 있다. 두가지 모형을 비교해서 생각해 본다면

메인(Alan S. Manne)의 모형은

첫째, 재고관련비용을 완전히 무시했고,

둘째, 단일의 제약조건으로 노동만을 고려했으며,

셋째, 비용 역시 생산노무비만을 고려하고 있다.

한편 라스돈(Lasdon)과 터룽(Terjung)의 모형은

첫째, 제품품목에 관계없이 생산준비비용이 일정하고

둘째, 생산준비비는 同一한 製品品目에 대한 期間別 投入機械臺數의 증가에 대한 것만을 고려하고 있다. 우리가 分析하고자 하는 상황과 비교하여 볼 때 이상과 같은 단점들을 두가지 모형이 각각 지니고 있으므로 이 두가지 모형을 합하여 생산준비비용과 재고유지비용에 대한 項目만을 살린 새로운 또 하나의 모형을 생각해 볼 수 있다. 이상의 두 가지 모형이 모두 注文生產은 염두에 두지 않은 것들이므로 주문에 따른 調達期間이나 每期別로 變하는

生產能力[29]에 관한 고려 등 주문생산형태에서만 갖는 특별한 제약은 당연히 모형에 추가로 포함시켜야 할 것이다. 새로운 생산일정계획 모형은 아래와 같이 나타낼 수 있을 것이다.

최소화

$$Z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left[a_i\delta(X_{it})+H_{it}(I_{it})\right] \quad \cdots\cdots (26)$$

제약조건

$$I_{it}=I_{i,t-1}+X_{it}-D_{it} \quad \cdots\cdots (27)$$

$$\delta(X_{it})=\begin{cases}0, & (X_{it}=0 \text{ 일 때})\\ 1, & (X_{it}>0 \text{ 일 때})\end{cases} \quad \cdots\cdots (28)$$

$$C_{it}\geq X_{it} \quad \cdots\cdots (29)$$

$$I_{i,t-1}\geq D_{it} \quad \cdots\cdots (30)$$

$$X_{it}, I_{it}, D_{it}, L_{it}, C_{it}, a_i\geq 0 \quad \cdots\cdots (31)$$

여기서

C_{it} : 每期間의 品目別 生產能力

마지막 두 개의 제약조건은 이 글이 注文生產의 경우를 가정하고 있으므로 첨가된 제약조건이다. 즉 주문생산이므로 특별한 사정에 따라, 총괄적 일정계획에 의하지 아니하고 최소공정시간과 같은 分配決定法則[30]에 의해 우선적으로 배분될 경우 各 期間의 生產能力은 그것을 除外한 값으로 計劃되어야 한다. 위의 모형에서 나온 기호는 앞의 모델에서 사용되었던 것과 동일하다.

식(26)을 목적함수로 하고 (27)에서 (31)까지를 제약조건으로 하는 위의 모형은 우리가 분석하고자 하는 경영상황을 나타내어 주는 비교적 단순한 수리적 모형이라고 말할 수 있다.

V. 模型의 問題點

위의 모형은 계획의 제약조건을 포함하고 있어서 변수의 수가 많아질 때는 계산이 매우

(29) 여러가지로 일정치 않은 주문도착 형태, 주문의 내용 등에 따라서 계획에 포함시킬 수가 없이 특급작업으로 처리해야 할 주문이 자주 있을 수 있다. 따라서 生產設備의 能力은 항상 일정하다 하더라도 이런 작업이 포함되는 기간에는 생산능력이 줄어 들 수 밖에 없어서 시간에 따른 생산능력은 이런 경우에 일정하지 못한 값을 갖게 된다.

(30) 郭秀一, 姜錫昊, *op. cit.*, pp. 280-281. 분배결정법칙이란 많은 주문이 있을 때 어느 것을 먼저 처리해야 할 것인가를 결정하는 법칙인데, 최소공정시간, 최소여유시간, 선입선출, 예견, 최소납기, 무작위 등등 6~10가지의 결정기준이 있다. Y.R. Nanot의 연구에 의하면 이 중에서 최소공정시간에 의한 분배결정이 가장 효율적인 것으로 밝혀졌다.

복잡하게 되겠지만 예상되는 상황자체가 계산이 불가능할 정도로 방대한 크기를 가질 것으로는 생각되어지지 않는다. 또 모형이 커질 경우에는 일반화되어 있는 컴퓨터 프로그램을 利用할 수도 있을 것이다.

위의 모형이 갖는 문제점 중의 하나는 식(28)에 있다고 본다. 〈圖 -1〉에 의하면 品種을 바꾸지 않고 同一한 品種을 계속생산할 때는 생산준비비(a_i)는 계산되지 않아야 한다. 이 문제는 기간(t)를 조정하여 相異한 注文者에 의한 同一品種의 注文에 관한 생산을 하나의 X_{it}로 본다면 해결될 수 있을 것이다. 아니면 식(28)의 0-1계획은 다음과 같이 바뀌어져야 論理的으로 타당성을 지닐 것이다.

$$\delta(X_{it})=\begin{cases} 0, & \begin{cases} X_{it}=0 \text{ 이거나} \\ X_{it}>0 \text{ 이고 } X_{i,t-1}>0 \text{ 일 때} \end{cases} \\ 1, & (X_{it}>0 \text{ 이고 } X_{i,t-1}=0 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

결론적으로 덧붙인다면 注文형태의 복잡성에 비추어 주문생산의 일정계획에 관한 모든 것을 수학적 알고리즘으로 표시하려고 시도하기 보다는, 휴리스틱(heuristic)적 방법에 의해 해결할 것은 우선적으로 해결한 이후에 수리적 모형을 만들어 나가는 것이 보다 현명한 접근방법일 것이라는 사실이다.