經營學의 計量的 接近方法論에 관한 研究

——待期行列 理論과 統計的 意思決定理論을 중심으로——

金 正 年

《目 次》

I. 序 言

現代經營學에 있어서 經營科學(management science) 또는 Operations Research 등의 名稱으로 통하는 計量的 接近方法論은, 오늘날 經營學分野의 모든 研究에 있어서 가장 대표적인 接近方法이라고 할 수 있다. 經營科學에 대한 定義는 여러가지로 내려지고 있으나, 經營學에 있어서의 그 본질적인 性格은 마치 經濟學에 있어서 數理經濟學이나 計量經濟學이란 分野가 갖는 性格과 비슷한 것이라고 생각할 수 있다.

이와 같은 計量的 接近方法論은 經營現狀과 관련된 現實의 問題들을 分析·解決하기 위한 最適의 代案을 모색하는 일련의 과정에서 純粹科學分野의 여러가지 抽象的인 理論들을 적용함으로써 많은 成果를 거두어 왔다.

1950年代로부터 오늘에 이르기까지 꾸준히 지속되어 온 OR/MS의 研究는 時間이 흐름에 따라 수 많은 종류의 理論이나 技法들이 개발되어 그 내용도 더욱 복잡하고 精緻한 것으로 발전하였다. 그러나 이를 經營學的 研究의 本來의 目的인 실제문제의 해결을 위한 有用한 수단의 제공이라는 측면에서 評價해 본다면, 예상외로 별다른 발전을 보지 못했을 뿐 아니라 지나치게 비현실적인 形式論理에 치우치는 경향도 나타나고 있다. 이러한 현상에 대해서 J. W. Forrester와 같은 學者도, "오늘날의 數理經濟學이나 經營科學은, 經濟學이나 經營學보다는 形式論的인 純粹數學에 보다 밀접하게 관련되는 경우가 빈번하다. …… 많은 專門學術誌에 발표되는 論文들이 실제문제에 대한 有用한 해답을 찾으려는 노력보다는 形式論理의 훈련

筆者: 서울大學校 經營大學 經營究研所 研究員, 서울大學校 經營大學 教授

만을 고집하는 태도를 보이고 있다"고 지적하고 있다.[(1)] 그런데 이와 같은 현상은 현재와 같은 수준의 計量的 接近方法論이 부딪치게 되는 限界點을 극복해 나아가는 과정에서의 일종의 과도기적 現狀이라고 보아야 옳을 것 같다. 오히려 현실적으로 볼 때 더욱 큰 문제라고 할 수 있는 것은 OR/MS의 理論이나 技法 및 統計學的인 方法論들이 지나치게 濫用되거나 그 내용에 대한 깊이 있는 이해가 선행되지 않은 상태에서 誤用되는 傾向이 있다는 점이다. 이러한 문제점들은 금후의 學問的인 硏究에서는 물론이거니와 實務에의 적용에 있었서도 특별히 유념해 두어야 할 것이다.

따라서 本稿에서는 經營學의 計量的 接近方法論 중에서도 특히 確率論을 應用하는 分野의 하나인 待期行列理論과, 統計的 意思決定理論의 하나인 베이즈 意思決定論의 應用問題를 중심으로 하여 현재까지 이루어진 연구의 핵심적인 내용에 관해 살펴보며, 한편으로 이러한 理論들을 현실적으로 적용함에 있어서 나타나는 문제점 내지는 限界點들을 整理해 보고자 한다. 또한 이에 앞서 美國의 企業을 대상으로 하여 調査된 OR/MS 技法의 適用實態를 통해 OR/MS 技法 및 理論을 현실적으로 적용함에 있어 야기되는 문제점에 관하여 간략하게 살펴보고자 한다.

II. 美國企業의 OR/MS 技法의 適用實態

美國의 企業에서 실제로 經營意思決定에 이용하고 있는 計量的인 技法들의 내용과 그 實態에 대한 최근의 調査結果를 간단히 살펴보기로 한다.[(2)] 調査結果는 〈表 1〉, 〈表 2〉와 같이 集約되어 있으며, 여기서 보면 分類項目에 있어서는 다소 애매한 점이 있으나, 대체로 몇가지의 흥미있는 사실들을 발견할 수 있다.

〈表 1〉에 의하면, 우선 OR 또는 기타의 計量的인 技法들이 실제의 意思決定問題에 적용되는 빈도 문제는 어떤 技法이 내용상으로 어느 정도 단순하게 전개되어 있는가 하는 점에 주목할 필요가 있을 것 같다. 그 이유는 컴퓨터 시스템의 발달로 인하여 복잡한 모델을 사용해서 最適解를 구하는 것이 쉽게 해결될 수 있다고 해도, 이와 같은 모델의 妥當性 여부를 一般經營層에게 납득시키는 것은 쉬운 일이 아닐 것이다. 한편 단순한 방법이 가장 좋은 방법이란 말과 같이, 복잡한 내용을 갖는 技法에 의해 얻은 結論이 실제로 수행(implement)되기 위해서는 현실적으로 많은 문제점들이 뒤따르는 경우도 있다. 또한 이러한 문제를 해결하기 위해 所要되는 費用이 그로부터 얻는 效率에 비해 지나치게 크다는 經

(1) Forrester, J.W., *Industrial Dynamics*, 1961, pp. 3-4.
(2) Thomas, G., and Dacosta, J., "A Sample Survey of Corporate Operations Research," *Interfaces*, Vol. 9, 1979, pp. 102-111.

〈表 1〉 OR/MS 技法의 適用比率(1977, 美國)

技法의 類型	適用比率(%)	技法의 類型	適用比率(%)
統計的分析	93	휴리스틱 프로그래밍	34
시뮬레이션	84	베이지안 意思決定分析	32
線型計劃法	79	動的計劃法	27
PERT/ CPM	70	危險 分析	3
在庫理論	57	整數 및 混合 計劃法	2
待期行列理論	45	Delphi 法	1
非線型計劃法	36	財務的 方法	1

資料 : Thomas, G., and Dacosta, J., "A Sample Survey of Corporate Operations Research," *Interfaces*, Vol. 9, 1979, p. 103.

〈表 2〉 OR/MS 技法의 適用分野의 變化

適用分野	1977	1964	1958	適用分野	1977	1964	1958
豫測	88	73	57	品質管理	40	51	33
生産日程計劃	70	90	47	廣告와 賣出額 調査	35	27	20
在庫統制	70	90	45	設備代替	33	27	15
資本豫算	56	39	11	維持 및 補修	28	32	16
輸送	51	54	26	會計節次	27	17	16
工場立地	42	32	15	包裝	9	7	13

資料 : *Ibid.*, p. 105.

濟的인 條件도 중요한 이유가 될 수 있다.

〈表 1〉에서 특기할 만한 것은, 첫째 휴리스틱 接近法이나 非線型計劃法의 사용빈도가 상당히 높다는 점이다. 이는 意思決定의 問題를 數學的으로 定型化함에 있어서 지나친 단순화의 假定에 의한다면 비현실적인 모델이 유도된다는 것을 시사해 주고 있다. 그러므로 이러한 假定아래서 이루어진 시스템을 分析하고 最適解를 구하기보다는, 보다 현실성을 지닌 모델로부터 近似解로 접근해가는 것이 실제의 目標達成을 위한 意思決定에 유익한 도움이 된다는 것을 의미하는 것이다.

둘째로는, 앞으로 상세히 논의해야 할 문제이나, 베이지안 意思決定分析技法의 사용빈도가 크게 증가하고 있다는 사실을 지적할 수 있다. 1969年의 調査에서는 이러한 技法은 항목 가운데 나타나지도 않았었다.(3) 말하자면, 오늘날의 意思決定分析에 있어서는 베이즈 決定理論을 토대로 한 技法이 가장 폭넓게 活用되고 있으며, 또한 압도적인 우위를 점하고 있다는 것을 알 수 있다. 그 중요한 이유는, 실제로 意思決定을 할 경우 費用의 문

(3) Turban, E., "A Sample Survey of Operations Research Activities at the Corporate Level", *Operations Res.*, 20., 1972, pp. 708-721.

제를 推論의 信賴度와 동시에 고려하고자 하는 經濟性의 原則을 반영해 줄 수 있기 때문이다.

세째로, 최근의 OR/MS 分野에서 가장 많이 연구되고 있으며, 또한 많은 論文들이 學術誌들을 통해 발표되고 있는 整數·混合計劃法이라든가, 財務理論의 分野에서 개발된 最適化理論들은 아직도 현실적으로 企業의 意思決定에 이용하기에는 많은 限界點을 지니고 있다는 것을 우선 이들의 사용빈도에서도 짐작할 수 있다.

〈表 2〉를 통해서 OR/MS 技法들의 적용대상분야의 변천을 살펴보면, 마아케팅分野에의 적용이 현저히 증가되고 있는 것을 알 수 있다. 또한 會計節次에의 적용이 증가한 것으로 나타난 것은 事務自動化 또는 MIS 등의 보급이 확산되고 있음을 의미하는 것이라고 볼 수 있다. 그리고 전통적으로 OR/MS의 전형적인 적용대상분야가 되어온 生産管理分野에서도 일상적이고 반복적인 定型化된 意思決定問題들에 비해 非日常的이며 非定型化된 문제를 높은 次元에서 적용하는 경향이 상대적으로 증가하고 있다는 것을 나타내고 있다.

이상과 같은 美國企業들의 OR/MS 技法의 사용에 관한 실태조사는 어떤 면에서는 學界와 實務界 사이의 관심의 차이를 반영하는 것이라고 볼 수도 있으나, 이는 앞으로의 理論的인 OR/MS의 연구가 나아가야 할 중요한 指針이 될 수도 있는 것이다. 다시 말해서, 항상 거론되는 문제이기는 하지만, 지나치게 비현실적인 연구를 위한 연구는 현실문제의 해결이라는 經營學의 궁극적인 目標를 指向하는 관점에서는 어느 정도 그 方向이 修正되어야 할 필요가 있음을 시사해 주는 것이라고 할 수 있다.

III. 待期行列理論의 考察

1. 待期行列理論의 硏究動向

待期行列理論은 1905年 덴마아크의 A.K. Earlang에 의해 최초로 연구된 것이며, 다른 OR/MS 理論이나 技法들에 비해 오랜 연원을 갖고 있다. 待期行列에 대한 연구는, 초기에는 주로 간단한 形態를 갖는 待期行列시스템에 대한 理論的인 解法을 구하는 데 중점이 두어졌었다. 오늘날에는 OR/MS의 발전과 더불어, 복잡한 形態의 시스템에 대한 理論的 解法의 연구와 함께 應用對象分野들에 대한 實證的인 연구도 활발히 진행되고 있다.

복잡한 待期行列모델에 대한 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 近似解의 導出과 모델의 妥當性檢定 및 評價는 최근의 待期行列 연구에서 상당한 비중을 차지하게 되었다. 한편으로는 待期行列理論의 응용을 모델의 設計와 統制의 측면에서 연구하는 것이 실제문제의 해결이라는

관점에서 그 중요성이 크게 부각되고 있어, 앞으로의 待期行列시스템의 연구는 모델의 設計와 統制에 많은 비중이 두어질 것으로 전망된다.(4)

待期行列理論의 應用은 현재까지 널리 알려진 것만도 電話回線의 設計, 病院의 診療計劃, 港灣의 荷役設備, 棧橋의 길이의 設計, 空港設備, 航空機整備計劃, 댐의 建設設計, 用水配分計劃, 컴퓨터의 共同利用과 time sharing, 交通輸送의 문제, 엘리베이터의 設計, 化學工業의 工程管理, 在庫管理, 設備補修, 需要豫測 등 매우 다양하며 주로 生產시스템의 最適運用과 관련된 문제들에 대한 활용도가 높다고 할 수 있다.(5)

2. 待期行列 시스템의 解法上의 限界

1) 理論的 接近에 의한 경우

$M/M/1$型의 待期行列시스템은 마아코프 出生—死滅過程(Markovian birth-death process)과 시스템이 동일하다. 生物의 繁殖과 死滅의 過程을 待期行列理論으로 표현한다면, 個體의 출생은 고객의 到着을 의미하며, 死滅은 서어비스를 마치고 서어비스機構를 떠나는 것에 대응되는 것이므로 出生—死滅의 상태는 두개의 推移確率로 파악할 수 있다. 이것은 마아코프過程의 하나의 특수한 경우에 해당하는 것이다.

待期行列로서는 가장 간단한 $M/M/S(\infty)$型의 $S>1$의 경우도 출생—사멸과정의 해석과 동일한 방법인 平衡狀態의 差分方程式으로 해석할 수 있다. 또한 $M/M/S(N)$型과 같이 待期行列에 制限이 있는 경우나, $N=S$의 待期를 허용하지 않는 시스템도 동일한 방식에 의해 해석할 수 있다. $N=S$의 경우는 電話交換, 駐車場 등의 문제에 널리 응용되고 있으며, 이를 위한 圖表 및 數表가 완비되어 있다.

Earlang分布를 갖는 E_k/E_k型은 分布 D, M이 Earlang分布의 特殊型이라고 생각할 수 있으므로 실제적이며 그 適用範圍가 넓은 시스템이다. Earlang分布를 갖는 待期行列의 해석은 Earlang分布가 指數分布를 따르는 確率變數의 합이 되는 성질을 이용한다. 즉, phase k의 Earlang分布의 서어비스는 k개의 直列로 된 窓口로 성립되어 있으며, 각 창구 하나하나는 서어비스速度 $k\mu$의 指數分布 서어비스를 담당하고 있는 것으로 생각한다(서어비스 指數分布의 母數를 到着의 경우와 구별하기 위하여 μ로 표시함).

그리고 각각의 단계는 待期를 허용하지 않고, 全段階를 합해서 한사람의 고객 밖에 서어비스할 수 없다는 條件아래에서 최초의 창구(k번)에 고객이 도착하여 서어비스를 받고 나면 다음 창구(k-1번)로 간다. 이를 되풀이하여 최후의 창구(1번)에서 나옴으로써 전체의

(4) 森村英典, 大前義次, 「待ち行列の理論と實際」, 日科技連, 1964, p. 125.
(5) 牧野都治, 「待ち行列の應用」, 森北出版, 1969, pp. 76-79.

서어비스를 모두 받게 되는 것이 되므로, 서어비스時間은 母數 $k\mu$의 k개의 指數分布의 합이 되어 k次의 Earlang分布에 따르게 된다. 따라서 창구의 直列型시스템을 생각함으로써 Earlang分布를 가진 시스템을 해석할 수 있다. 그러나, 실제로 구체적인 결과를 얻을 수 있는 것은 $M/E_k/1$, $M/E_2/s$와 같은 단순한 경우에 한한다. $E_k/M/s$型도 같은 방식으로 풀 수 있어 구체적인 결과를 얻을 수 있다.

시스템이 실제적인 一般到着, 一般分布 서어비스로 복수창구의 $GI/G/s$型의 시스템일 경우의 해석은 매우 어렵다. 또한 몇개의 工程을 거쳐 製品化하는 라인에서 볼 수 있는 바와 같은 直列의 창구를 가진 直列型 待期行列은 Poisson到着, 指數分布 서어비스, 창구 1개의 경우 이외에는 해석이 곤란하다. 到着이나 서어비스나 모두 指數分布인 경우는 거기서 나오는 고객의 시간간격도 앞서의 到着과 동일한 指數分布에 따르며, 또한 獨立的이란 결과가 얻어진다. 따라서 第2段階 이후의 창구 앞의 待期行列은 制限이 없다면 直列型 M/M 시스템의 해석은 용이하게 된다. 그러나 그 이외의 型에서는 첫번째 창구의 서어비스 終了時의 시간간격은 指數型이 아니고 獨立性도 상실한다. $M/M/1$에서 각 단계의 待期行列에 制限이 있는 경우에 대해서는 數表가 완비되어 있다.

이상에서 간단히 살펴본 바와 같이, 복잡하거나 또는 現實의 狀態를 보다 가깝게 나타내줄 수 있는 일반적인 待期行列시스템에 대한 理論的 解法은 아직도 완전하지 못한 부분이 많이 있으며, 오늘날 많은 學者들에 의해 꾸준히 연구가 계속되어 가고 있다. 또한 理論的으로 解가 구해지는 경우에도, 그 解가 매우 복잡한 형태의 函數로서 나타내어지게 되면 실제의 數値를 代入하여 정확한 값을 얻어내는 것도 상당히 어려운 문제로 남게 된다.

2) 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 解法의 경우

理論的인 接近方式에 의해 충분히 해석할 수 없는 현상과, 또는 현실의 시스템 자체의 性格上 實驗이 經濟的으로나 時間的으로 불가능한 경우, 危險 수반에 따른 곤란한 경우, 또는 過渡解를 구하고자 할 경우에 주로 시뮬레이션의 接近方式을 취하게 된다.

待期行列시스템은 確率論的 現象이므로, 일반적으로 충분한 回數에 걸쳐서 無作爲抽出(亂數가 사용됨)을 되풀이하여, 그 결과를 集計하여 近似的인 解를 얻는 몬테칼로 시뮬레이션 (Monte-Carlo Simulation)이 적용된다.

待期行列시스템의 시뮬레이션은 시스템中心·서어비스機構中心의 分析과 고객中心의 分析의 두 종류가 있다. 전자는 待期行列의 最大値, 待期行列이 일정한 길이를 넘을 確率, 待期行列의 길이의 分布를 구한다든가, 창구의 遊休時間이나 稼動時間을 구하여, 施設의 規模, 裝置의 적정배치 등을 分析하는 데 이용된다.

이에 대하여 후자는 고객의 待期時間을 구하는 데 중점을 두어 施設의 最適利用을 문제로 삼을 경우에 이용된다.[6]

고객中心의 시스템은 待期行列의 취급규칙이 대단히 중요해지며, 待期行列에 있는 고객 한 사람 한 사람에 대하여 시간적 경과를 알 필요가 있어 리스트形으로 기록해야 하기 때문에, 그 리스트 處理를 위한 프로그램은 매우 복잡해진다.

또한 待期行列의 最大値에 대하여 리스트를 만들 수 있을 정도의 여유가 필요하기 때문에, 最大値를 推測할 필요가 있게 된다. 최대치는 단순한 推測에 따르든가, 앞서 서어비스機構中心의 시뮬레이션을 취하여 待期行列의 최대치를 알아내는 방법을 택할 수도 있다. 이와 같은 종류의 실험에서 亂數發生루틴은 같은 것을 사용하고 入力은 동일하여야 한다. 더우기 初期狀態의 영향을 받지 않도록 하기 위하여 잠시 作動시킨 후에 시뮬레이션에 들어가야 한다.

그러나 근래에는 이러한 종류의 시뮬레이션을 위해서 GPSS, SIMPL/1 등의 컴퓨터 프로그램 패키지(package)들이 개발되어 있어, 사용자는 데이터의 處理와 결과의 해석 및 적용된 모델과 방법론의 타당성 만을 검정하는 것으로서 충분하다고 하겠다.

3. 待期行列 시스템의 統計的 推論問題

일반적인 統計的 推論의 문제와 마찬가지로, 待期行列시스템에 대한 統計的 推論을 할 경우에 직면하게 되는 문제들은 크게 나누어 待期行列시스템의 母數들을 推定하는 문제와 到着 및 서어비스分布를 選擇하는 문제로 집약된다고 할 수 있다.

이들 두가지의 문제들 중에 특히 중요하고 또한 어려운 문제는 分布를 선택하는 일이라고 할 수 있다. 도착시간간격이나 서어비스시간의 分布를 데이터로부터 推定할 경우에는 다음과 같은 세가지의 중요한 문제를 반드시 고려해야 한다.

(1) 過程이 指數分布인가?

(2) 규정된 시간내에 데이터의 同質性(homogeniety)이 있는가?

(3) 데이터에 自動相關(autocorrelation)이 있는가?

위의 (1)은 Poisson/指數過程이 待期行列시스템의 解法上 중요할 뿐 아니라, 특히 閉鎖的 分析模型에 있어서 이 假定이 없으면 큰 장애가 되기 때문에 이의 검토는 꼭 필요한 일이다.

(2)는 母數나 分布가 시간의 흐름에 따라 변한다면, 分析上 특별한 주의를 기울여야 한다는 것을 의미하는 것이다.

---

(6) *Ibid.*, p. 102.

(3)은 分析者가 단순히 確率標本에서 데이타가 抽出되었다고 가정해서는 안된다는 것을 의미한다.(7)

이상의 문제점들에 대해서는, 실제의 과정에서 指數/Poisson過程인가에 관한 統計的 假說檢定을 반드시 필요로 하며, 여기에는 일반적으로 F-檢定, Kolmogorov-Smirnov 檢定, Anderson-Darling 檢定 등의 세가지 방법이 사용된다. 그런데 여기서 꼭 유의해야 할 점은, 위와 같은 檢定을 통해 分布選擇에 대하여 有意的이란 結論을 얻었다 해도 이는 妥當性을 立證하기 위한 必要條件에 불과하다는 것이다. 이러한 점을 염두에 두고서, 실제의 문제를 잘 나타내 줄 수 있는 分布를 선택하여야 할 것이다.

4. 시뮬레이션 모델의 妥當性檢定問題

일단 시뮬레이션 모델이 設定되어 證明이 되면, 그 모델의 妥當性과 信賴度를 檢定해야 한다. 시뮬레이션에 의해 얻어진 결과로부터 실제의 시스템에 대하여 推論의 절차를 밟기 위해서는, 그 모델이 실제의 시스템을 妥當性있게 표현할 수 있어야 함은 물론이다.

妥當性檢定의 과정은 매우 단순한 것 같으나, 완전한 妥當性檢定은 매우 어려운 일이다. 어떤 경우에는 시뮬레이션되는 代替案들 중의 일부가 실제의 시스템에 나타나지 않는 경우도 있다. 이러한 경우는, 전체적으로 새로운 시스템이 設計되어야 하며, 또한 設計된 代替案들 중에서 선택해야 할 경우도 때때로 발생하게 된다. 만약, 고려 대상이 되는 실제의 시스템이나 이와 유사한 시스템을 사용할 수가 있다면, 시뮬레이션 시스템과 일련의 條件들에 대한 한두가지 代案에 대하여 시뮬레이션된 결과가 실제 시스템의 이미 알려져 있는 成果와 크게 어긋나지 않는다는 점을 보임으로써, 妥當性에 관하여 어느 정도의 확신을 얻을 수는 있다.

그러나 어떤 모델이 어느 정도의 妥當性을 갖고, 일련의 條件 아래에서 檢定結果로부터 有意的이라는 결론이 얻어졌다 할지라도 그 모델의 信賴度에 대하여 어떤 단정을 내릴 수는 없다. 즉, 항상 제한된 條件아래서 이루어진 檢定結果에서 도출된 結論에는 불확실성이 존재한다는 점을 이해해둘 필요가 있다.

시뮬레이션 모델이 어느 정도로 상세하게 設定되어야 할 것인가의 결정은 모델이 어떤 식으로 意思決定에 이용될 것인가에 달려있다. 즉, 시뮬레이션의 주요한 目的은 모델에 적용된 데이터가 실제 시스템의 것과 일치하는가를 나타내 줄 수 있는 成果尺度를 선택하는 데 있는 것이다. 따라서 일단 成果尺度가 선택되면, 시뮬레이션으로부터 얻어진 데이터를 실제 시스템에서 관찰된 데이터와 비교하는 과정은 χ^2-檢定 등의 適合度檢定을 통해 이루

(7) Coveyou, P.R., "Serial Correlation in the Generation of Pseudo-Random Numbers", *Journal of the Association for Computing Machinery* 7, 1960, pp. 72-74.

어지게 되는 것이다.

IV. 베이지안 決定理論의 考察

1. 베이지안 決定理論의 硏究動向

1763年에 베이즈(Bayes, T.)에 의하여 유명한 베이즈의 定理가 발표된 이래, 이 理論이 과연 統計的 推論의 문제를 해결함에 있어서 새로운 근거를 제시해 줄 수 있는가에 대한 讚反의 논란은 상당히 오랫동안 지속되어 왔었다. 그러나 최근에 들어서는 여러 學者들의 계속적인 연구에 의해 그 價値가 새롭게 認識됨은 물론, 統計學의 理論 및 應用의 分野에서도 이 槪念을 바탕으로 하여 새로운 分析體系가 놀랄만한 발전을 이룩했다. 또한 經營學에서도 베이즈 接近法(Bayesian approach)을 도입한 意思決定모델들이 많은 事例에 적용되어 그 成果를 인정받게 되었다. 따라서 이는 1970年代 이후의 OR/MS分野에서의 가장 성공적인 발전으로 손꼽힐 만하다.

일반적으로 베이즈接近法의 가장 중요한 특징이라고 할 수 있는 것은 종래의 古典統計學—베이지안決定理論을 연구하는 學者들이 과거의 標本理論에 근거한 傳統的인 接近方法에 의해 구성된 理論을 指稱한 것임—에서 사용되어온 頻度極限의 槪念에 입각한 客觀的 確率과는 대립되는 관점을 갖고 있는 主觀的 確率의 存在를 인정한다는 점이다. 主觀的 確率에 대하여 數値를 부여하는 근거는, 흔히 잘못 생각되기 쉬우나, 결코 恣意的인 것은 아니며, 不確實性下의 개인의 行動에 관한 公理로부터 論理的으로 歸結된 것이다.

이와 같은 公理論的 接近方向에 면밀한 理論構成을 함으로써 베이즈接近法의 발전에 가장 큰 공헌을 한 學者로는 L.J. Savage를 들 수 있다. 또한 이러한 公理論的 展開와 병행하여 나타난 理論으로서, 베이즈 接近法을 논할 때 빠뜨릴 수 없는 다른 側面이 있다. 그것은 決定理論, 특히 Wald를 始初로 하여 Blackwell, Girshick 등에 의하여 발전된 統計的 決定理論(Statistical Decision Theory)이며, 그 방향은 구체적인 決定問題에 대해서 베이즈 接近法의 技術的인 側面을 구성하는 것이다. 최근에는 종래의 게임理論의 考察 및 베이즈 定理의 應用에 덧붙여 情報의 槪念을 理論構造에 도입한 Raiffa, Schlaifer 등의 공헌으로 베이지안 接近法의 적용범위가 급속히 확대되고 있다.

그러나 앞에서도 언급한 바와 같이, 베이지안 決定理論과 古典的 推定理論사이에는 현재도 많은 논란이 지속되고 있으며, 이는 주로 다음과 같은 세가지 側面에 관한 것이다. 즉, 主觀的 確率의 認定問題, 假說檢定時의 有意水準의 選擇에 관한 문제, 그리고 經濟性의 문

제에 관한 論爭들이다. 이것은 理論上의 內容에서 그 優劣을 가릴 수는 없으며, 다만 不確實性下의 情報를 다루는 現代意思決定理論에, 情報의 結合手段으로서 중요한 위치를 차지하고 있는 베이즈定理가 도입되어 발전하는 것은 당연한 일이라 하겠다.

여기서는, 現代統計學에 있어서의 베이즈 決定理論에 의한 베이즈 推定量의 性格을 古典統計學의 경우와 간단히 비교해 보고, 經營學에서의 가장 代表的인 應用例라고 할 수 있는 拔取檢査에의 適用에 대하여 간단히 언급하기로 한다.

2. 베이즈 推定量의 性格

統計的 推論에서의 標本理論(sampling theory)에 의한 推論과 베이즈 推論(Bayesian inference)의 差異는 바로 베이즈 推定量의 성격을 살펴봄으로써 알 수 있다. 標本理論에서의 母數는 고정된 것으로 가정하고, 이에 대한 推論은 推定量이라고 불리워지는 특별히 선택된 觀察値들의 函數의 標本抽出上의 性質(sampling properties)을 考察함으로써 이루어진다. 그러나 베이즈 推論에 있어서는 母數들은 確率變數로 간주되며, 고정된 데이타에 근거한 이들의 條件附分布를 考察함으로써 推論이 이루어진다.

최근의 몇몇 學者들에 의해, 먼저 베이즈 方式에 의해 접근을 시도한 후에 標本理論의 방향으로 전환하는 兩面的인 接近方法도 시도되고 있다.[8] 특히, 베이즈 事後分布가 얻어졌다고 해도 직접 推論을 하지 않고, 推定量으로서 사용되기에 적절한 데이타의 函數를 제시하는 방법이 채택되기도 한다. 그런 후에 이들 베이즈 推定量의 標本抽出上의 性質을 고려함으로써 推論하게 된다.

이러한 방법에 대해서 Box 등의 學者들은, 推定量들은 분명히 어떤 有用한 目的(예를 들어, 統計的分析의 評價단계에서의 殘差의 계산에서와 같이)에 사용될 수는 있지만, 그들의 標本抽出上의 性質이 科學的 推論과 직결된다고 보기는 어렵다는 견해를 表明하고 있다.[9]

有效한 推定量을 구함에 있어서는, 傳統的인 방법에 의하는 경우와 意思決定論的 接近方法을 적용하는 경우가 있음은 주지의 사실이다. 推定量을 선택하는 문제의 해결방법에 대해서는 많은 論議가 있어 왔으나, 初期에는 觀察値벡터 y의 線型函數로서 우선 不偏性을 갖고 그리고나서 最小의 分散을 갖는 것을 찾아내는 것이 일반적으로 받아들여진 방법이었다.

이러한 要件은 단순한 最小化節次에 따라 定義로부터 "最良"推定量(best estimator)이 얻어질 수도 있다는 잇점이 있다. 예를 들어, 有限의 平均값 φ와 有限의 分散을 갖는 母集團으로부터 구한 크기 n의 確率標本에 있어서, 標本平均 $\bar{y}$는 이들 要件을 만족하는 φ의

(8) Mood, A.M., Graybill, F.A., et al., *Introduction to the Theory of Statistics*, McGraw-Hill, 1974, pp. 339-344.

(9) Box, G.E.P., and Tiao, G.C., "Bayesian Estimation of Means for the Random Effect Model," J. Amer. Statist. Assoc. 63, 1968, p. 174.

最良推定量인 것이다. 그렇지만 偏倚를 갖는 推定量도 不偏推定量보다 작은 平均平方誤差 (mean squared error)를 가질 수도 있다는 점이 인식된 이후, 보통 不偏性의 要件은 제외되고, 最小分散의 要件 대신에 平均平方誤差의 基準이 적용되기도 한다.

그 한 예로서, 指數分布 $f(y)=\varphi^{-1}e^{-y/\varphi}$, $(y>0,\ \varphi>0)$의 경우를 들 수 있다. 여기서, 線型函數 $n\bar{y}(n+1)$은 偏倚를 가지고 있기는 하나, φ를 推定함에 있어서 標本平均 φ보다는 작은 平均平方誤差를 갖는 推定量인 것이다. 더우기, 베이즈 理論의 입장에서 본다면, 非線型推定量도 쉽게 얻어질 수 있다고 가정하고, 이것이 φ의 모든 값들에 대해 最良線型推定量보다 작은 平均平方誤差를 갖는다고 한다면, 線型推定量이란 概念도 有效한 推定量을 구함에 있어 필수적인 要件은 더 이상 될 수 없음을 알 수 있다(이러한 경우는 多變量解析에 있어서 블럭디자인과 一元配置法 등에서 나타나게 된다). (10)

그러면, 결국 마지막으로 생각해야 할 문제는 最小의 平均平方誤差라는, 어떻게 보면 임의적일 수도 있는 基準을 완전히 떠나서 推定量을 선택하고자 할 경우에 대한 것이 된다. 이 경우에는 點推定이란 개념 자체를 완전히 떠나서 推論의 目的을 위한 事後分布를 이용해야 하는 것이다. 觀察値들의 線型函數라는 要件을 필수적인 選擇條件으로 고려하지 않고서 推定量을 선택하는 한가지 방법은 Fisher의 最尤法(method of maximum likelihood)이다. 이에 의한 推定量은 尤度의 最頻값(mode)이며, 일정한 條件下에서는 적어도 漸近的으로는 推定量이 正規分布를 갖고 最小의 平均平方誤差를 갖게 되는 것이다. 그러나 어떤 學者들은 最尤法 자체가 특정의 目的에 지나치게 한정된 것이라는 見解를 표명하고 있다.

따라서 意思決定論的 接近方法에 의할 경우에 관심의 초점이 되고 있는 것은 事後分布에 있어서의 平均값(mean)인 것이다. 그러면, 意思決定論的 接近方法에 의한 대표적인 例인 베이즈理論에 의한 推定量決定節次를 간단히 살펴보면 다음과 같다.

$\hat{\varphi}$을 損失函數 $L(\hat{\varphi},\varphi)$와 관련하여 未知의 φ에 대한 意思決定者의 "最良"의 推測이라고 하자. 그렇다면, 이른바 "베이즈 推定量"이란 事後期待損失

$$\underset{\varphi|y}{E}:L(\hat{\varphi},\varphi)=\int_{-\infty}^{\infty}L(\hat{\varphi},\varphi)P(\varphi|y)\,d\varphi$$

을 最小로 하는 推測値를 의미하는 것이다. 특히, 損失函數가 平方誤差 $L_1(\hat{\varphi},\varphi)=(\hat{\varphi}-\varphi)^2$이라면, 베이즈 推定量은 그 값이 존재한다고 하면 事後平均이 되지만, 損失函數를 적당히 변경함으로써 事後最頻값이나 事後中央값도 얻어질 수 있다. 즉, 損失函數,

(10) Tiao, G.C., and Draper, N.R., "Bayesian Analysis of Linear Models with Two Random Components, with Special Reference to the Balanced Incomplete Block Design," *Biometrika* 55., 1968, p. 101.

$$L_2(\hat{\varphi}, \varphi) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\hat{\varphi}-\varphi| > \varepsilon \\ 0 & \phantom{\text{for }} |\hat{\varphi}-\varphi| < \varepsilon \end{cases}$$ (단, 여기서 $\varepsilon < 0$은 임의의 작은 常數)

에 대한 베이즈 推定量은 事後分布의 最頻값이다. 또한, $L_3(\hat{\varphi}, \varphi) = |\hat{\varphi} - \varphi|$로 놓으면, 이에 대한 베이즈 推定量은 事後中央값이 된다.

실제로 損失函數를,

$$L_0(\hat{\varphi}, \varphi) = \begin{cases} a_1|\hat{\varphi}-\varphi| & \text{for } \hat{\varphi} < \varphi \\ a_2|\hat{\varphi}-\varphi| & \phantom{\text{for }} \hat{\varphi} > \varphi \end{cases}$$

와 같이 나타내면, a_1과 a_2를 적절히 택함으로써 事後分布의 어떠한 값도 φ에 대한 推定量이 될 수 있다.[11]

일반적인 베이즈 意思決定分析(Bayesian decision analysis)에서 본, 損失函數는 選擇可能한 行動과 관련된 실제의 超過損失을 나타내는 것으로 假定한 것에 불과하다.

3. 베이지안 샘플링 플랜(Bayesian sampling plan)의 考察

오늘날 經營學分野에서 베이즈 決定理論을 응용한 가장 대표적인 경우로서 베이즈 拔取檢査計劃을 들 수 있다. 원래 拔取檢査는 샘플링 플랜이란 用語가 의미하는 대로 標本理論 자체를 그대로 현실의 品質檢査에 적용시킨 것이었으나, 經濟性의 문제를 함께 다룰 수 있는 決定理論的 接近方法을 이에 도입한 것이 베이지안 샘플링 플랜이라고 볼 수 있으며, 이것은 A. Hald 등에 의해 괄목할 만한 발전을 이룩하였다.

지금까지 베이즈 拔取檢査法에 관해서는 매우 精緻한 理論들이 多數 발표되었고, 현재도 연구가 계속되고 있다. 이러한 理論들이 그 根幹을 이루고 있는 내용상의 核心에 관해 요약해 보면 다음과 같다.

베이지안 샘플링 플랜이란 간단히 말하면, 檢査 및 受容과 拒否에 따르는 費用으로 구성된 平均費用을 最小化할 수 있도록 作成된 拔取檢査計劃을 의미한다고 할 수 있다. 여기서 費用函數 자체를 어떠한 形態로 구성할 것인가의 문제가 대두되는데, 일반적으로는 다루기에 편리한 線型의 費用函數를 假定한다.

線型費用函數를,

$$\begin{cases} nS_1 + xS_2 + (N-n)A_1 + (X-x)A_2 & \text{for } x \leqq c \\ nS_1 + xS_2 + (N-n)R_1 + (X-x)R_2 & \phantom{\text{for }} x > c \end{cases}$$

단, N; 롯트의 크기

n; 샘플의 크기

(11) Raiffa, H., and Schlaifer, R., *Applied Statistical Decision Theory*, 1961, p. 66.

X; 롯트內의 不良品의 갯수
x ; 샘플內의 不良品의 갯수
c ; 許容되는 不良品의 갯수
S_1, S_2 ; 샘플링과 관련된 檢査費用
A_1, A_2; 受容時에 발생하는 費用
R_1, R_2; 拒否時에 발생하는 費用

과 같이 나타낼 수 있다고 할 때,

$$P = plim(X/N)$$

의 平均不良率을 갖는 製品에 대한 平均費用은 受容의 경우,

$$n(S_1+S_2P)+(N-n)(A_1+A_2P)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 受容될 確率을 $P(p)$로 나타내면, 受容과 拒否의 경우를 함께 나타내는 平均費用은

$$K(p)=n(S_1+S_2p)+(N-n)\{(A_1+A_2p)P(p)+(R_1+R_2p)(1-P(p))\}$$

으로 나타내어진다. 그러므로 費用母數와 拔取檢査計劃이 決定되면, $K(p)$는 品質水準의 函數로서 롯트당 平均費用을 나타내게 된다.

品質水準 p의 事前分布를 $W(p)$라고 하면, 이와 관련한 全般的인 平均費用은,

$$K=\int_0^1 K(p)\,dW(p)$$

가 된다. 따라서 주어진 費用母數와 事前分布에 대하여 K를 最小化하는 것이 베이지안 1回 拔取檢査計劃이라고 정의할 수 있다. 이와 동일한 原理로서, 多回數 또는 逐次拔取檢査計劃에 대해서도 期待總費用을 最小化하는 베이지안 解法을 정의할 수 있다. 그러므로 베이지안 接近法에 의한 解는 費用函數, 事前分布 및 OC 函數 사이의 相互作用에 의존한다고 볼 수 있다.

이러한 베이지안 接近法에 의한 拔取檢査計劃은 理論的으로는 흥미있는 것이나, 事前分布를 항상 安定的인 것으로 보고, 또한 특별히 例外的인 경우는 존재하지 않는 것으로 假定한 점을 감안한다면, 실제로 이를 적용함에 있어서는 有用한 것이 되기 어렵다. 특히 롯트의 規模가 작은 경우, 判別力은 상당히 떨어질 우려가 있다는 短點이 있다. 따라서 이를 해결하기 위해 OC函數에 대해 事前에 制約을 주는 制約된 베이지안 샘플링 플랜(restricted Bayesian sampling plan)에 대한 硏究도 활발히 진행되고 있다.[12]

이상과 같은 베이지안 拔取檢査計劃은, 그 연원이 실로 20年 이상을 헤아리는 오랜 것이지만, 事前分布 및 費用函數 등을 확정하기 위한 假定이 매우 非現實的이라는 점이 지적되

(12) Hald, A., *Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes*, 1981, p. 153.

고 있다. 이것은 실제의 적용과정에서 결정적인 限界點이 될 수 있다. 따라서 이 分野에서의 연구도 다른 OR/MS 分野의 연구와 마찬가지로 이러한 非現實的인 假定들을 現實化하면서, 한편으로 이에 따라 복잡해지는 解의 計算을 가능하게 해주는 컴퓨터 앨고리즘의 개발도 아울러 이루어져야 할 것이다.

參考文獻

1. Box, G.E.P., and Tiao, G.C., *Bayesian Inference in Statistical Analysis* (1973), Addison-Wesley.
2. Gross, D., and Harris, C.M., *Fundamentals of Queueing Theory* (1974), John Wiley & Sons.
3. Hald, A., *Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes* (1981), Academic Press.
4. Hildreth, C., "Bayesian Statisticians and Remote Clients", *Econometrica* 32., 1963, p. 422.
5. Kobayashi, H., *Modeling and Analysis* (1978), Addison-Wesley.
6. Ladany, S.P., "A Practical Meaning of the Bayesian Decision Making Approach to Acceptance Sampling", *Journal of Quality Technology*, Vol. 8, No. 3, July 1976, pp. 127-132.
7. Lee, A.M., *Applied Queueing Theory* (1966), McMillan Company.
8. Mood, A.M., and Graybill, F.A., *Introduction to the Theory of Statistics* (1963), McGraw-Hill.
9. Prabhu, N.U., *Queues and Inventories* (1965), John Wiley & Sons.
10. Raiffa, H., and Schlaifer, R., *Applied Statistical Decision Theory* (1961), Harvard University Press.
11. Raiffa, H., *Decision Analysis* (1968), Addison-Wesley.
12. Thomas, G., and Dacosta, J., "A Sample Survey of Corporate Operations Research," *Interfaces*, Vol. 9, No. 4, August 1979, pp. 102-111.
13. Turban, E., "A Sample Survey of Operations Research Activities at the Corporate Level," *Operations Research* 20, 1972, pp. 708-721.

14. Wald, A., *Sequential Analysis* (1947), Wiley.

15. 森村英典，大前義次，「待ち行列の理論と實際」，日科技連，1964.

16. 牧野都治，「待ち行列の應用」，森北出版，1969.