마아케팅에 있어서 線型構造關係模型(LISREL)의 使用上 問題點에 관한 方法論的 研究

金 載 一

《目 次》

I. 序 論

마아케팅의 지식이 축적됨에 따라 연구방법에 있어서도 과거에 주로 사용되던 探險的 또는 敍述的 研究에서 더 나아가 변수와 변수간의 因果的 關係의 파악에 중점을 두는 因果的 方法이 보다 활발하게 사용되어 왔다. Jöreskog과 Sörbom에 의해서 개발된 線型構造關係模型(LISREL)은 이러한 因果的 關係 또는 模型을 검증할 수 있는 여러가지 통계적 기법 중의 하나로서 최근에 마아케팅 뿐아니라 經營學의 다른 분야 및 餘他의 社會科學分野(cf. Bentler 1980; James 1982)에서도 광범위하게 이용되어 왔다. 물론 經路分析 등 旣存의 통계적 모형도 因果關係를 檢證하기 위해 사용될 수 있지만, 線型構造關係模型이 이들 방법과 비교하여 가지는 몇 가지 長點으로 인해 그 사용영역이 급속히 확장되어 왔다.

線型構造關係模型이 마아케팅에 최초로 導入된 것은 Bagozzi에 의한 研究(Bagozzi, 1977, 1980)에서 비롯되었다고 할 수 있다. LISREL은 다른 통계적 모형에 비하여 비교적 최근에 개발되었고, 마아케팅에 소개된 것도 오래되지 않았기 때문에 아직까지 이 모형이 가지고 있는 有用性과 限界가 충분히 인식되지 않은 채 사용되는 경우가 많은 것 같다. LISREL도 다른 통계적 모형과 마찬가지로 여러가지 假定과 限界를 가지고 있으며, LISREL을 因果模型의 검증을 위한 道具로써 올바르게 이용하기 위해서는 이에 대한 세심한 주의가 필요하다. 만일 이러한 가정과 한계에 대한 정확한 이해가 선행되지 않고 LISREL이 사용된다면, 모형의 검증에 있어서 올바른 모형이 기각되거나(Type I 오류) 또는 잘못된 모형

筆者 : 서울大學校 經營大學 助敎授

이 받아들여질 수 있다(Type Ⅱ 오류). 예를 들어, Kenny(1979)는 LISREL 사용시 항상 오류를 범했다는 가정하에 그 결과를 여러 번 재검토할 것을 제안했다.

본 논문에서는 먼저 LISREL모형이 기존의 인과적 모형을 검토하기 위한 다른 방법들과 비교하여 갖는 몇 가지 장점들을 검토한 후, LISREL모형의 사용시 고려되어야 할 사항들 중에서 標本의 크기, 模型의 評價, 多變量正規分布, 解의 存在確認, 測定尺度, 測定殘差(residual)들간의 相關과 관련된 문제점들을 토의하고, 실증적 자료를 이용하여 논의된 바를 例示함으로써, LISREL 사용시 조사자들이 흔히 看過하기 쉬운 문제점들에 대한 주의를 환기시키고자 한다.

II. 線型構造關係模型의 有用性

前述한 바와 같이 LISREL은 인과모형의 검증에 있어서 다른 통계적 방법에 비해 優越性을 지니는데, 보통 變數와 變數 간에 인과관계가 존재한다는 것을 밝히기 위해서는 세 가지 條件들이 필요하다고 한다(Aaker and Day, 1986). 첫째, 변수들간에 높은 聯關(association)이 있어야 하며, 둘째, 독립변수가 종속변수보다 시간적으로 선행해야 하며, 세째, 다른 代替的 假說이 변수간의 관계를 설명할 수 있을 가능성이 없어야 한다. 두번째와 세번째 조건의 충족은 實驗的 方法(experimental method)에 의한 統制에 의해 가능하다.

실험적 방법이 사용되는 경우 실험자가 操作(manipulation)하는 變數(독립변수)가 다른 變數(종속변수)들에 얼마나 영향을 주었는가 하는 效果를 측정하기 위해 흔히 分散分析(ANOVA) 또는 共分散分析(analysis of covariance: ANCOVA)이 이용된다. 그러나 분산분석은 LISREL에 비해 이러한 효과의 측정에 있어서 劣等한 방법이다. 왜냐하면 분산분석을 실험적 자료를 분석하기 위해 이용할 경우 실험자는 자신이 조작하려고 하는 실험변수가 完璧하게 조작되었다고 가정한다.

예를 들어, 광고비가 매출액에 미치는 영향을 알기 위해 광고비 수준을 上, 中, 下의 세 가지 水準으로 나누어 조작하였다고 하자. 이 경우 실험자는 실험에 참가한 모든 사람들이 실험에서 계획된 대로 높은 광고비 수준은 높게, 낮은 수준은 낮게, 중간 수준은 중간으로 知覺하였다고 가정한다. 불행하게도 物理的 實驗의 경우와는 달리 人間을 被實驗者로 이용할 경우 이 가정은 흔히 맞지 않는다. 즉, 어떤 사람들은 실험자가 의도한 바와는 달리, 높은 광고비 수준을 중간 또는 낮게 認識할 수 있는 것이다.

조작된 변수의 다른 변수들에 대한 효과, 즉 인과관계를 올바르게 검증하기 위해서, 분

산분석모형은 이와 같이 實驗的 操作이 완벽하였다는 가정을 필요로 하는데 반해, LISREL은 이러한 추가적 가정을 필요로 하지 않는다. 대신에 LISREL은 실험적 조작 또는 處理(treatment), 피실험자의 처리에 대한 知覺(unobservable perception)과, 이 知覺의 측정치(actual observation)간의 관계를 모형화하여 실험의 불완전성을 감안하여 모형을 검증할 수 있다는 장점이 있다.

실험적 자료가 아닌 경우에도 LISREL은 다른 통계기법, 예를 들어 經路分析이나 相關分析에 비해 장점을 가진다. 즉, 相關分析과 經路分析은 독립변수 및 종속변수가 전혀 오류없이 측정되었다고 가정한다. 물론 要因分析을 사용하여 결과로서 얻은 要因點數(factor score)를 측정치대신 사용할 수도 있으나, 이 경우 측정의 문제와 인과관계 모형의 검증이 별개의 것으로 분리되어 조사된다. 결국 인과모형이 분석 결과 기각된다 해도, 傳統的 통계기법을 이용하는 경우 이것이 변수의 측정이 잘못되어 기각이 된 것인지, 아니면 가설적 모형에서 변수와 변수 간의 인과관계가 잘못 설정되어 발생한 것인지 검토할 길이 없다. 이에 비해 LISREL은 測定模型(measurement model)과 構造的 模型(structural model)을 동시에 推定하여 모형의 타당성을 검토하기 때문에 인과모형을 검증하기 위한 가장 유용한 방법이라고 할 수 있다.

그러나, LISREL이 언제나 유용한 것은 아니다. 예를 들어, LISREL은 그 명칭이 암시하는 바와 같이, 변수간에 線形的 關係(linear relationship)가 존재하는지를 검증하기 위한 기법이기 때문에 非線形的(non-linear) 關係가 있을 경우 이러한 비선형적 관계를 제대로 파악할 수 없는 단점이 있다. 물론 비선형적 경우에 대한 LISREL의 이용이 연구(cf. Fornell and Denison 1984)되고 있으나, 아직까지 개발단계라고 할 수 있다. 따라서, LISREL을 이용할 경우 散布度 分析을 통하여 변수 간에 비선형적 관계가 존재하는지를 먼저 검토하는 것이 바람직하다고 할 수 있다. 이와 같이 LISREL을 사용하는 경우 線型性의 가정 이외에도 여러가지 사항들이 고려되어야 하며, 이하에서는 이러한 사용상의 문제점들을 검토하기로 한다.

III. 線型構造關係模型의 使用上 問題點

1. 標本의 크기

LISREL 모형을 사용하기 위해서는 어느 정도 표본의 크기가 커야 한다. 두말할 나위없이 大標本은 小標本에 비하여 여러가지 통계적으로 바람직한 특성들을 가지고 있다. 예

를 들어 표본의 크기가 큰 경우 最小標本分散(minimum sampling variance)을 가지게 된다. 그러나, LISREL모형을 사용하기 위하여 표본의 크기가 얼마나 커야지 충분하다고 할 수 있는가 하는 것은 아직까지 학자들 간에 일치된 기준이 없다.

Boomsma(1982)는 要因分析模型에 LISREL을 사용하여 연구한 결과 표본이 200개 보다 작을 경우에 LISREL을 사용하면 잘못된 결론을 유도할 수 있기 때문에, 표본의 수가 200개 이상일 것을 권장하였다. 또한, Bagozzi(1981)는 표본의 크기에서 자유도를 차감한 數가 50을 넘으면 最大尤度推定法(maximum likelihood estimation method)을 사용할 수 있다고 보았다.

그런데, Bearden 등(1982)은 모형의 複雜性에 따라 표본의 크기가 LISREL의 결과에 미치는 영향이 달라지기 때문에, 표본수의 결정에는 모형의 복잡성이 고려되어야 한다고 하였다. 그들은 潛在變數가 2개 정도되는 비교적 單純한 모형과 潛在變數의 수를 4개로 증가시킨 보다 複雜한 모형을 선택하여, 각각의 모형에 대하여 표본의 크기를 25개에서 10,000개까지의 범위에서 변화시킨 시뮬레이션 연구를 시행하였다.

그들의 연구결과에 따르면, 단순한 모형의 경우에는 표본의 크기를 변화시켜도 분석결과에는 아무런 有意的인 차이가 나타나지 않는다고 하였는데, 이 결과는 간단한 要因分析模型을 표본의 크기가 상이한 경우에 적용한 다른 연구(Gweke and Singleton, 1980)의 결과와도 합치하는 것이다. 그러나, 복잡한 모형의 경우에는 표본의 크기가 분석결과에 영향을 미치는 것으로 나타났는데, 즉, 표본의 크기가 100개 이하의 소규모 표본에서는 LISREL 모형의 적합도를 검증하기 위해 사용되는 통계치가 χ^2분포를 취하지 않으며, 이때에 χ^2통계량을 사용하여 모형을 평가하게 되면 대체로 모형을 棄却할 확률이 더 커지는 것으로 나타났다.

Bentler와 Chou(1987)는 표본의 크기를 결정하기 위해서는 표본의 分布가 또한 고려되어야 한다고 하였다. 즉, 표본의 크기는 추정되어야할 母數의 수의 5배 내지 10배이어야 하는데, 표본이 正規分布나 準正規分布를 나타낼 경우 5배 정도, 不特定分布를 나타낼 경우 적어도 母數의 수의 10배는 되어야 한다고 하였다.

이와 같은 연구 결과에서 볼 때에 요구되는 표본의 크기는 모형의 複雜性과, 추정되어야 할 母數의 數 또는 自由度 및 標本이 취하는 分布의 모양에 따라 달라지며, 통상적으로 표본의 크기는 적어도 100개 이상은 되어야 하며, 潛在變數가 4개 이상인 복잡한 모형의 경우와 표본분포가 非正規分布를 나타낼 경우에는 표본의 크기가 추정되어야 할 母數의 수에 비해 상대적으로 클수록 더 바람직하다고 볼 수 있다. 따라서 LISREL이 분석기법의 하나로 사용될 경우에는 이러한 점을 고려하여 표본의 크기가 결정되어야 할 것이다.

2. 確認(Identification)

解의 存在에 대한 確認(Identification)은 가설적 모형에서 母數(parameter)의 추정이 가능한가를 결정짓는 것이다. Jöreskog와 Sörbom(1981)은 情報行列(information matrix)이 陽定置(positive definite)일 경우 대개 解가 있다고 간주할 수 있다고 하며, 대부분의 LISREL을 이용하는 연구자들은 LISREL프로그램이 제시하는 정보행렬의 상태에 따라 자신의 모형에 解가 存在하는가의 與否를 결정지었다. 그러나 Jöreskog와 Sörbom도 인정하는 바와 같이 LISREL은 確認에 관한 확실한 증거는 제시하지 못하며 더구나 이와 같이 자료에 따라 確認狀態(identification status)를 결정짓는 것은 잘못된 관행이다. 즉, 確認狀態를 결정짓는 것은 標本이 어떻게 抽出되었는가 하는 문제와는 무관한, 모형의 數學的 構造의 선택 및 특정 制限條件의 지정과 관련된 母集團의 문제인 것이다(cf. Bentler 1980). 따라서 엄밀히 말하여서 모형의 確認에 관한 평가는 자료와는 별개로 행해져야 한다.

確認에 대한 必要條件은 측정된 변수간의 相關係數의 수가 추정되어야 할 母數의 수보다 많거나 같아야 한다는 것이다. 이 조건이 충족되면 모형은 일단 確認에 대한 최소 기준을 충족한다. 다음으로 解가 存在한다는 것을 確認하기 위해 첫번째 해야할 일은 測定模型(measurement model)에서 각 母數가 관찰된 측정치의 分散-共分散에 의해 풀 수 있어야 한다는 것이다. 일단 測定模型이 確認되면 構造模型(structural model)에 대한 確認이 뒤따라야 한다. 이에 대한 必要充分條件은 階數에 대한 條件(rank condition)이다(Long, 1983).

行列 B를 β(內生變數의 다른 內生變數에 대한 영향)들로 이루어진 行列, I를 單位行列(identity matrix), $\boldsymbol{B}$를 (I$-B$)라고 하고, $\boldsymbol{B}^{\#}$를 確認하고자 하는 構造方程式(structural equation)에 해당하는 行을 제외시킨 후 이 제외시킨 行의 값이 零이 아닌 모든 列을 제거하여 만들어진 行列이라고 하자. 마찬가지로, Γ를 γ(外生變數의 內生變數에 대한 영향)들로 이루어진 行列, $\Gamma^{\#}$를 確認하고자 하는 構造方程式에 해당하는 行을 제외시킨 후 이 제외시킨 行의 값이 零이 아닌 모든 列을 제거하여 만들어진 行列이라고 하자. 이때에 이 構造方程式은 行列 $\boldsymbol{B}^{\#}$와 行列 $\Gamma^{\#}$를 결합하여 만든 行列$[\boldsymbol{B}^{\#}:\Gamma^{\#}]$의 階數(rank)가 構造方程式의 數에서 1을 差減한 것과 一致하면 確認되었다(identified)고 한다. 자세한 것은 실증적 자료를 이용하여 例示하고자 한다.

3. 模型의 評價

LISREL모형의 평가에는 適合度指數(goodness of fit index), 調整適合度指數(adjusted goodness of fit index), RMSR지수(root mean square residual) 및 χ^2값이 사용된다. χ^2를 제외하고는 그 분포의 모양이 알려져 있지 않아서 統計的 檢證을 실시할 수 없다는 短點이

있기 때문에, 주로 χ^2檢證의 결과가 최종적 판정치로서 이용된다. 그러나, χ^2統計量은 標本의 크기의 函數이기 때문에, 標本의 크기가 크게되면 자연적으로 그 값이 커지며 模型과 資料 間에 약간의 差異만 있어도 模型을 棄却하게 된다. 逆으로 標本의 크기를 작게하면 χ^2 값이 작아져서 잘못된 模型(false model)을 받아들일 확률이 커지며 小標本의 경우 거의 언제나 모형을 받아들이게 된다(Bentler and Bonnet, 1980).

따라서 LISREL 모형에 있어서 가설적 모형의 검증을 위해 사용하는 χ^2-test가 표본의 크기에 따라 영향을 받기 때문에 학자들은 주로 표본의 크기에 영향을 받지 않는 검증절차의 개발에 주력해 왔다. 이와 관련하여 Bentler와 Bonnet(1980)는 모수의 값을 최대로 고정시킨 모형, 즉, 변수와 변수간에 어떠한 관계도 존재하지 않는 독립적 관계를 가정한 모형을 歸無模型(null model)이라고 부르고, 이 모형을 가설적 모형과 비교할 것을 제한하였다. 예를 들어, 〈그림 1〉의 모형이 이론에 따라 구성된 構造的 模型의 예라고 한다면, 〈그림 2〉는 모든 변수간의 경로를 없다고 제한시킨 歸無模型이 된다. 즉 〈그림 1〉의 모형과 비교하여 〈그림 2〉에서는,

$$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=\lambda_5=\lambda_6=\lambda_7=\beta_1=\beta_2=0$$

이 된다.

그림 1. ξ_1과 χ_4가 두개의 外生變數, η_1이 內生變數인 構造的 模型. 관찰 불가능한 潛在變數 ξ_1, η_1이 각각 3개의 관찰가능한 지표로 표시된다.

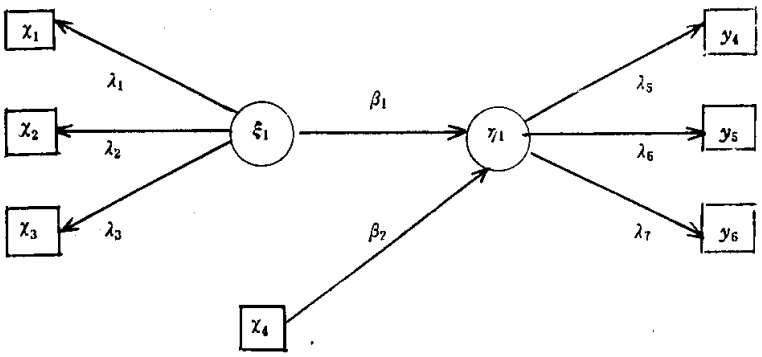
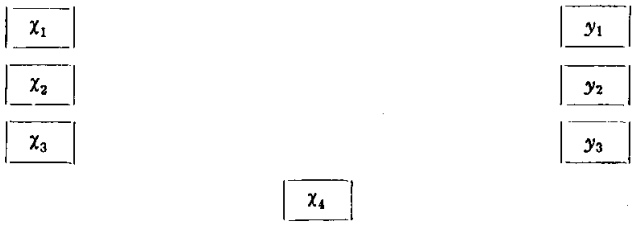


그림 2. 모든 變數의 상호간 相關關係가 전혀 없다고 가설을 세운 "歸無"模型. 이 모형은 그림 1의 모형과는 달리 變數간의 경로가 모두 제거되었다.



그들의 방법에 따르면, 歸無模型이라는 하나의 극단적 모형의 母數에 대한 제한을 점차로 완화해 나감에 따라 適合度缺如(lack-of-fit) 정도가 歸無模型과 비교하여 상대적으로 얼마나 감소하는지를 나타낼 수 있는 基準適合度指數(NFI: Normed Fit Index)를 계산하고, 이 지수의 값에 따라 假說的 模型의 가치를 평가할 수 있다는 것이다.

$$\mathrm{NFI}=\frac{F_0-F_k}{F_0}$$

여기에서, F_0, F_k는 각각 歸無模型(또는 假說的 模型과 비교하여 制限된 어떤 모형)과 假說的 模型의 適合度를 나타낸다. NFI는 자료와 가설적 모형간의 적합도가 좋으면 값이 1에 가까와지며, χ^2 檢證에서 모형이 기각된다 하더라도 실제로 모형이 얼마나 가치가 있는지 판단하기 위해 사용할 수 있다. 그러나 NFI는 평가되는 모형이 歸無模型과 비교하여 어느 정도 자유도의 감소가 있었는지를 반영하고 있지 않기 때문에, 이론으로서의 가치는 전혀 없는 어떤 모형(tautological & trivial model)에 대해서, 완벽한 적합도(perfect fit)를 나타낼 때가 있다. 이 경우, NFI의 값은 거의 1이 된다. 따라서 James, et al. (1982)는 NFI 대신에 자유도를 고려한 節約的 適合度指數(PFI: Parsimonious Fit Index)를 사용할 것을 제안하였다.

$$\mathrm{PFI}=(d_k/d_0)\{(F_0-F_k)/F_0\}$$

여기에서, d_0, d_k는 각각 歸無模型과 假說的 模型의 自由度를 나타낸다. PFI를 사용하면 NFI에서 문제가 되었던 모형의 경우, 指數의 값이 거의 "0"이 되게 하는 장점이 있다.

4. 標本分布와 推定方法

LISREL 모형에 있어서 母數의 추정은 주로 最大尤度推定法(Maximum Likelihood Estimation Method)을 사용하는데, 최대우도추정법을 사용하는 경우 한 가지 假定은, 표본자료가 多變量 正規分布(multivariate normal distribution)를 취한다는 것이다. 변수의 분포가 正規分布를 이룰 경우 평균과 분산만으로도 分布의 특징을 완전히 나타낼 수 있으며, 관찰된 측정치의 分散/共分散行列(variance-covariance matrix)에 따라 구한 추정치는 最大尤度推定値라고 할 수 있다. 그러나 자료의 분포가 非正規分布를 취하는데도 正規分布를 가정하고 모수를 추정하게 되면, 이 추정치가 관찰된 분포의 모양을 올바르게 나타내는 평균, 분산 이외의 高次積率(higher-order moments)에 포함된 정보를 고려하지 않고, 二次積率(second-order moments)에 포함된 정보만을 사용하여 결정되었기 때문에 최적의 추정치라고 할 수 없게 된다. 따라서 정규분포이론에 근거를 둔 最大尤度推定法과 같은 추정방법은 入力資料(input data)의 분포가 非正規分布일 경우에는 最大尤度推定法이 의도하는 完全情報技法(full information technique)이 아닌 制限된 情報(limited information)를 이용한

기법이 된다고 할 수 있으며, 이때에 最大尤度推定法이 얼마나 적절한 추정방법인지에 대해서는 거의 연구되어져 있지 않다.

또한, LISREL에서 주로 입력자료로 사용되는 피어슨 상관계수(pearson product moment correlation coefficient)는 변수가 連續的이고 正規分布를 취하며 변수상호간의 관계가 선형적일 때에 相關關係를 정확히 나타낸다고 알려져 있다. 이에 대해 Havlicek와 Peterson (1977)은 非正規性이 LISREL의 입력자료인 상관행렬에 미치는 영향은 크지 않은 것으로 보고 있다. 반면에, Kowalski(1972)의 연구에 따르면 相關의 分布는 非正規性에 아주 민감한 것으로 나타났다. Sharma, et al. (1989)에 따르면 자료가 비정규분포를 따를 경우, 母數의 t-ratio가 과대평가되고, χ^2통계량이 χ^2분포를 따르지 않기 때문에 最大尤度推定法을 쓰면 안된다고 한다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 자료의 비정규성을 평가하고, 이에 따라 모수의 추정방법을 선정하는 여러가지 절차들이 개발되어 왔다. 예를 들어 Bentler(1985)의 EQS model은 각 변수의 非正規性(skewness, kurtosis, multivariate kurtosis, & elliptical kurtosis)을 평가하는 절차 및 자료의 비정규성의 정도에 따른 推定方法(elliptical generalized least square & arbitrary GLS method)을 포함하고 있다. 또한 Löhmoller(1980)의 LVPLSC 프로그램은 역시 자료의 분포에 제한을 받지 않는 방법(partial least square method)을 사용하고 있다. Jöreskg과 Sörbom(1986)의 PRELIS 프로그램은 多變量尖度(multivariate kurtosis)를 평가하고, 자료가 비정규분포를 가질 때 이 자료에 대한 漸近的 共分散行列(asymptotic covariance matrix)을 계산하는 절차가 있으며, Jöreskog과 Sörbom은 LISREL-Ⅶ에서 加重的最小自乘法(weighted least square method)이라고 명명한 漸近的 分布自由推定法(asymptotic distribution-free estimation method)을 포함시킨다고 알려져 있다.

필자가 본논문을 작성할 시점까지 LISREL-Ⅴ를 제외한 다른 프로그램을 구할 수 없었기 때문에 본 논문의 실증적 부분은 LISREL-Ⅴ와 일반적 統計패키지프로그램(BMDP, ISP 등)을 이용하여 예시하고자 한다.

5. 測定尺度와 相關係數

대부분의 사회과학 연구에서 자료는 설문지를 통해 수집되는데, 이 경우 어떤 변수들은 엄밀히 보아 序列的(ordinal)이라고 할 수 있으나, 보통 자료분석시의 관행은 각 範疇(category)에 整數(integer value)를 부여하고, 실제 자료가 等間尺度(interval scale)로 측정되었으며 바람직한 분포의 특성을 갖는다고 간주한다. 이에 따라 LISREL에서 주로 입력자료로 사용되는 相關係數도 피어슨 상관계수가 사용되는데, 前述한 바와 같이, 피어슨

상관계수는 변수가 連續的일 때에 相關關係를 정확히 나타낸다고 알려져 있다. 따라서 변수가 현저히 離散性(discrete type)을 나타내거나, 兩者擇一的(dichotomous) 변수의 경우 피어슨상관계수를 사용한다는 것은 문제를 야기시킬 수 있다.

兩者擇一的 變數의 경우 2×2 分割表(contingency table)로부터의 자료를 쓸 수 있다면 Pearson(1966)은 테트라코릭(tetrachoric) 상관계수를 사용할 것을 제안하였다. 최근에 Olson (1979)은 이를 보다 일반화시켜, 離散變數와 連續變數 경우를 모두 가지고 있는 자료에 사용할 수 있도록 폴리코릭(polychoric) 및 폴리시리얼(polyserial) 상관계수를 제안했다. 폴리코릭 상관계수는 두 개의 離散變數 間의 相關을 계산하며, 폴리시리얼 상관계수는 離散變數와 連續變數間의 상관을 계산한다. 이러한 계산의 근거는, 관찰된 값은 離散的으로 나타났지만 실제 潛在變數는 연속성을 띤다는 假定下에, 관찰된 離散變數 대신에 원래의 潛在變數 間의 상관을 추정하는 것이다. 즉, 離散變數 X는 X가 어떤 잠재변수 X'으로부터 나왔다고 가정하고 연속적 변수인 X'로 변환시키게 된다.

LISREL 프로그램에서는 변수의 연속성에 대해 의심이 가는 경우 각 변수쌍에 대해 새로운 상관행렬을 계산하는 절차가 있다. 이 경우, 두 변수가 모두 연속적이면 피어슨 상관계수를 계산하고, 두 변수가 모두 離散的이면, 分割表(contingency table)을 작성하여 폴리코릭相關을 계산하며, 하나가 離散的이고 다른 하나가 連續的이면, 각 離散變數의 값에 해당하는 連續變數의 값을 먼저 계산하여 폴리시리얼相關을 추정한다. 이 결과 얻게 되는 상관행렬이 陽定置(positive definite)이면 最大尤度推定法은 사용할 수 있지만, 표준오차나 χ^2 적합도 검증은 사용되어서는 안되며, 非陽定置(non-positive definite)이면 非加重的 最小自乘法(unweighted Least Sequares: ULS)이 사용되어야 한다고 한다. 그러나, 비가중적 최소자승법에서는 카이자승검증과 같은 統計的 檢證을 실시할 수 없는 短點이 있다.

6. 測定殘差(measurement residuals)간의 相關

측정에 관한 통상적 假定(psychometric assumption)은 測定誤差가 상호간 상관이 없다는 것이다. LISREL을 이용한 검증결과가 모형을 지지하지 못하는 것으로 나타날 때에 모형이 이론적으로 잘못 설정되었을 수도 있지만 모형을 검증하는데 이용한 방법상의 문제에 기인할 수도 있다. 여러가지 가능성 중에서도 흔히 검토되는 것이 "측정오차는 相互獨立的이다"라는 가정이다. 왜냐하면 이 가정을 완화시킴으로써 적합도를 큰 폭으로 개선시킬 수 있는 경우가 많기 때문이다. 예를들어 Mackenzie 등의 연구(1986)에서 殘差行列(the matrix of residuals of the common paths)을 검토한 결과 한 쌍의 측정오차가 상관되어 있는 것으로 나타났다. 이에 따라 측정모형을 수정한 결과, 모형의 適合度를 통계적으로 유

의한 정도로 증가시켰다(카이자승감소=13, 자유도=1, $p<.01$).

그러나 測定殘差 間의 相關을 항상 인정할 수 있는 것은 아니다. 심지어 測定殘差간의 상관을 인정하는 자체에 의문을 제기하는 연구자들도 있다. 대체로 학자들간에 測定殘差간의 상관은 다음과 같은 경우에 인정되는 것으로 알려져 있다.

첫째, 同一한 資料가 長期間에 걸쳐 계속적으로 수집(longitudinal data)된 까닭에 측정에 있어서의 誤差가 서로 상관되어 있을 수 있다.

둘째, 同一한 測定方法——예를 들어 리커트척도 등——이 사용됨으로 인해 共有된 分散이 발생할 경우,

셋째, 槪念(construct) 자체가 多次元的이기 때문에 여러 요인간에 걸친 상관이 예상될 경우,

넷째, 보다 上位要因(high-order factor)이 개재되어서 요인들 내의 상관이 가능한 경우들을 들 수 있다.

그러나 Fornell(1983)은 단순히 적합도를 개선시킨다고해서 測定殘差 間의 相關이 허용되어서는 안되며, 반드시 어떤 理論的, 方法論的 根據가 있어야 하며, 잔차간의 상관을 허용하였을 때에 構造方程式에서 추정된 모수의 값이 有意的으로 변화하지 않는 경우에만 허용되어야 한다고 하였다. Bagozzi(1982)는 이에 덧붙여 測定方程式의 추정된 모수의 값을 변화시키지 않는 경우에 허용될 수 있다고 하였다. Gerbing과 Anderson(1984)도 이와 같은 前提條件이 충족되어야 한다고 하였다.

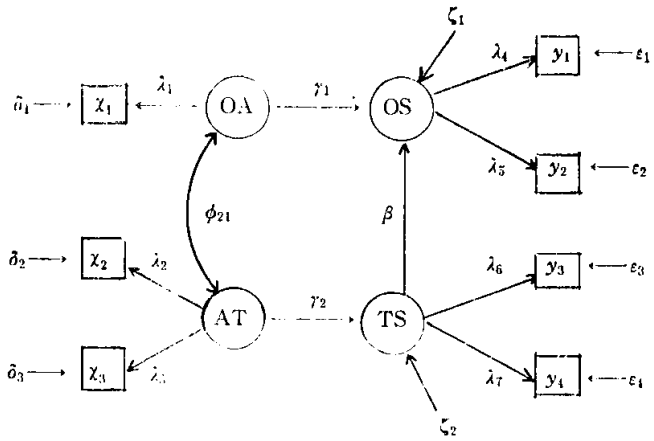
IV. 實證的 例示

1. 資料 및 因果 模型

본 논문에 사용된 자료는 미국 서부에 위치한 대학의 경영학 석사과정 학생 78명을 대상으로 대학에서 제공하는 MBA 프로그램에 대한 학생들의 態度 및 滿足度를 조사한 결과에 따른 것이다. 〈그림 3〉에 제시된 가설적 모형은 Taylor(1980)에 의해 설정되었으며 4개의 潛在的 變數(latent variables)가 사용되었다. 이 모형에서 全般的 프로그램에 대한 滿足度(OS)는 敎育에 대한 滿足度(TS)와 교육 이외의 여러가지 다른 側面에 대한 態度(OA)에 의하여 결정되며, 교육에 대한 만족도는 다시 敎育에 대한 態度(AT)에 의해 결정되는 것으로 보았다.

모형의 가설적 관계는 다음과 같은 構造方程式으로 나타낼 수 있다.

그림 3. 다른 側面에 대한 態度(OA), 敎育에 대한 態度(AT), 敎育에 대한 滿足度(TS) 및 全般的 滿足度(OS) 간의 因果模型



OA : 프로그램의 다른 側面에 대한 態度
AT : 敎育에 대한 態度
TS : 敎育에 대한 滿足度
OS : 全般的 滿足度
χ_1 : 다른 側面에 대한 態度尺度(학비보조 등 11개 항목)
χ_2 : 敎育에 대한 態度尺度 #1(16개 리커트 尺度 항목)
χ_3 : 敎育에 대한 態度尺度 #2(21개 意味差別化 尺度 항목)
y_1 : 全般的 滿足度 尺度 #1(4개 항목)
y_2 : 全般的 滿足度 尺度 #2(2개 항목)
y_3 : 敎育에 대한 滿足度 尺度 #1(2개 항목)
y_4 : 敎育에 대한 滿足度 尺度 #2(1개의 전반적 평가 항목)

$$\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & \beta\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\gamma_1 & 0\\ 0 & \gamma_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\zeta_1\\ \zeta_2\end{bmatrix}$$

여기에서 η_1, η_2는 潛在的 內生變數로서 η_1은 OA, η_2는 TS를 나타내고, ξ_1, ξ_2는 潛在的 外生變數로서 ξ_1은 OA, ξ_2는 AT를 나타낸다. 또한 η와 y 및 ξ와 χ를 연결하는 測定方程式은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\\ y_4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\lambda_4 & 0\\ \lambda_5 & 0\\ 0 & \lambda_6\\ 0 & \lambda_7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_1\\ \\ \eta_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\chi_1\\ \chi_2\\ \chi_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\\ 0 & \lambda_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \\ \xi_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\\ \delta_3\end{bmatrix}$$

마지막으로 각 潛在變數와 이들의 觀測値에 대한 分散-共分散行列은 다음과 같다.

$$\psi = \begin{bmatrix}\psi_{11} & 0\\ 0 & \psi_{22}\end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix}\phi_{11} & \phi_{12}\\ \phi_{21} & \phi_{22}\end{bmatrix}$$

$$\theta=\begin{bmatrix}\theta_{11} & & & \\ 0 & \theta_{22} & & \\ 0 & 0 & \theta_{33} & \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{44}\end{bmatrix}$$

$$\theta=\begin{bmatrix}\theta_{11} & & \\ 0 & \theta_{22} & \\ 0 & 0 & \theta_{33}\end{bmatrix}$$

각 潛在變數들을 각각의 觀測値 중의 하나와 동일한 測定單位로 놓기 위하여 다음과 같은 값이 고정되었다. 즉,

$$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_4=\lambda_6=1.000.$$

이에 덧붙여, 潛在變數 중 단지 하나의 觀測値로 측정된 것의 誤差項은 다음과 같이 지정되었다. 즉,

$$\delta_1=0.000.$$

2. 標本의 크기

가설적 모형은 4개의 潛在變數를 포함하는 비교적 복잡한 모형이기 때문에 최소한 표본의 크기는 100개 이상은 되어야 할 것이다. 사용된 자료의 總標本의 크기는 78개 이나, 20개 이상의 未取得資料(missing points)를 포함하고 있는 표본 4개를 제외한 74개의 표본이 최종 분석에 사용되었다. 따라서, 본 자료는 표본의 크기에 있어서 이상적 표본의 크기에 미치지 못하며, 추가로 자료를 수집하여 표본의 크기를 적어도 100개 이상으로 증가시켜야 할 것이다. 이에 덧붙여, 자료에 산발적으로 퍼져있는 나머지 未取得資料(missing points)에 대하여는 계속적 분석을 위해 段階的 回歸分析(stepwise regression)을 사용하여 예측하려고 하였으나, 미취득자료(missing points)의 예측을 위해 段階的 回歸分析의 결과로 추출된 변수들이 예측되어야할 변수와는 무관한 변수가 대부분이었기 때문에 대신 각 변수의 평균값을 代入하는 방법이 사용되었다.

3. 確　認

7개의 관찰치로부터 얻을 수 있는 相關係數의 수는 21개 이고 추정되어야 할 母數의 수는 λ_3, λ_5, λ_7, δ_2, δ_3, ε_1, ε_2, ε_4, σ_1, σ_2, β, ψ_{11}, ψ_{22}, ϕ_{11}, ϕ_{21}의 15개 이기 때문에 이 모형은 確認(identification)의 최소 기준을 충족한다. 실제 모형의 확인상태(identification status)를 평가하기 위하여 이용할 수 있는 정보는 7개의 관찰된 변수로부터 얻는 28개의 分散-共分散 이며 LISREL 프로그램을 이용하기 전에 먼저 測定模型의 각 母數와 潛在變數間의 分散-共分散들이 觀察된 변수 간의 分散-共分散에 의해 풀 수 있다는 것을 나타내어 보여야 한다. 실제로 측정된 변수의 분산-공분산을 이용하여 잠재변수 간의 분산-공분산을 풀어본 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

	ξ_1	ξ_2	η_1	η_2
ξ_1	단일			
ξ_2	복수	단일		
η_1	복수	단일	단일	
η_2	단일	복수	복수	단일

따라서, 가설적 모형은 部分的으로 過大確認된 모형(partially overidentified model)이라고 할 수 있다.

구조적 모형에 대하여도 階數에 대한 條件(rank condition)을 사용하여 평가한 결과 각 構造方程式에 대한 解가 存在함을 確認할 수 있었다. 구체적 계산과정은 뒤에 첨부된 계산과정에서 서술하였다.

4. 正規性 評價

LISREL 모형에서 사용하는 最大尤度推定法(ML)에 따른 適合化函數(fitting function)는 관찰된 변수가 多變量 正規分布를 나타낸다는 가정하에 유도된 것이다. 여기에서 適合化函數는, $F=\log|\Sigma|+tr(S\Sigma^{-1})-\log|S|-|p+q|$로서, 결국 LISREL에서는 초기 추정치로 부터 출발해서 점차로 추정치를 개선시켜 나감으로서 F값을 최소화하는 反復的 節次(iterative procedure)를 사용하고 있는데, 최종적으로 얻게 되는 추정치는 결국 가설적 모형으로부터 유도된 공분산이 표본의 공분산과 유사하게 되도록 만드는 추정치가 된다. 이때에 S와 Σ가 같게 되면 $F=0$가 되며, 適合化函數는 최소가 된다.

아직까지 모수의 추정치가 다변량정규성에 합치하지 못한 자료에 대해 얼마나 영향을 받는지에 대한 결론이 이루어지지 않은 상태이나 점차로 LISREL모형 및 기타의 공분산구조분석(covariance structure analysis) 모형을 이용하는 경우, 정규성을 평가하고 그 결과에 따라 추정방법을 선택하는 것이 일반화되어 가고 있다. 그러나, 아직까지도 대부분의 연구자들은 자신들이 사용하고 있는 자료가 다변량 정규분포에서 크게 벗어나지 않을 것이라는 기대하에서 最大尤度推定法(ML)을 사용하는 것이 일반적 관행이었다.

다변량 정규성을 평가하는 방법에는 여러가지가 있으나 본 논문에서는 Gnanadesikan (1977)이 제시한 一般化距離自乘尺度(squared generalized distance measure: SGDM)를 사용하여 평가하고자 한다. 또한 非對稱度(skewness)와 尖度(kurtosis) 및 D'Agostino-Pearson의 방법을 사용하여 周邊的 正規性(marginal normality)를 평가한다. 덧붙여서 正規確率圖

(normal probability plot)가 각 변수에 대해 검토된다.

非對稱度와 尖度는 個個 變數의 正規性(univariate normality)를 평가하기 위해 사용되는 가장 보편적인 방법인데, 非對稱度와 尖度를 구하기 위한 공식은 각각

$$\sqrt{b_1}=\frac{\sqrt{n}\,\Sigma(X_i-\bar{X})^3}{\{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\}^{3/2}},\quad b_2=\frac{n\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^4}{\{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X}^2)\}^2}$$

이다.

BMDP 통계 패키지를 이용하여 表 1에 나타난 값을 구하였다. Pearson과 Hartley(1966, pp. 207-208)의 통계표에 나타난 값을 補間法(interpolation)에 의해 이 두 통계량의 5%, 1%의 값을 구한 결과는 다음과 같다.

$\sqrt{b_1}$:

5%	1%
.443	.648

b_2 :

upper		lower	
1%	5%	1%	5%
4.59	3.87	2.27	2.08

이 두값은 다음과 같은 공식에 의해 한 개의 검증통계량(omnibus test static)으로 결합될 수 있다.

$$X^2(\sqrt{b_1})+X^2(b_2)$$

이것은 자유도 2의 χ^2 분포라고 할 수 있는데(D'Agostino and Pearson, 1973), 여기에서

表 1. 非對稱度 및 尖度의 檢證

Measure \ Var	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	X_1	X_2	X_3
skewness	.49	.48	.16	.34	.17	.02	.73
$\sqrt{b_1}$/SE	1.73	1.67	.34	1.19	.59	.06	2.55
sig. level	<.05	<.05	insig	insig	insig	insig	<.01
kurtosis	−.10	.11	−.53	−.50	.03	−.44	.46
b_2/SE	−.17	.19	−.93	−.88	.05	−.76	.81
sig. level	insig	insig	<.01	<.05	insig	<.05	≃.05

表 2. D'Agostino-Pearson 檢證

Measure \ Var	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	X_1	X_2	X_3
$X(\sqrt{b_1})$	1.79	1.75	.38	1.27	.64	.08	2.55
$p(b_2)$	.55	.70	.18	.18	.65	.23	.87
$X(b_2)$	.12	.53	−.91	−.91	.39	−.74	1.13
$\chi^2_{(2)}$	3.2185	3.3434	.9725	2.441	.5617	.554	7.7794
sig. level	insig	insig	insig	insig	insig	insig	≃.02

$$X^2(\sqrt{b_1})=\delta \sin h^{-1}(\sqrt{b_1}/\lambda)$$

이고, $X(b_2)$는 확률 $P(\underset{\sim}{b_2}\leq b_2|n=n_0)$에 상응하는 標準正規偏差이다. 여기에서 확률은 D'Agostino-Pearson(1973)의 그래프에서 外挿法을 이용(extrapolating)하여 얻었다. 그 결과가 표 2에 요약되어 있다. 이 결과들에 따르면 변수 y_1, y_2, χ_3의 분포는 비대칭도를 보이고 있으며, 변수 y_3, y_4, χ_2, χ_3은 첨도의 징조를 보인다. omnibus D'Agostino-Pearson test를 실시한 결과는 단지 χ_3만이 통계적으로 유의한 것으로 나타났다.

모든 변수가 각각 정규분포를 갖는다면 변수들이 다변량 정규성을 가질 확률은 높아지게 되지만, 單一變量 正規性(univariate normality)이 多變量 正規性(multivariate normality)를 보장하지는 못한다. 따라서 結合 正規性(joint normality)를 평가하는 것이 필요했다. 본 논문에서는 一般距離自乘(squared generalized distance)를 사용하여 結合 正規性(joint normality)을 評價하는 方法을 사용하였는데, 一般距離自乘(squared generalized distance)를 구하는 공식은,

$$d_j^2=(X_i-\bar{X})'S^{-1}(X_j-\bar{X})$$
$$j=1,2,\cdots,n.$$

이 평가방법은 $(X-\mu)'\Sigma^{-1}(X-\mu)$가 자유도가 P(=변수의 數)인 χ^2분포를 가지며, 이때에 X는 $N_p(\mu,\Sigma)$의 분포를 갖는다.

따라서 모집단이 다변량정규분포이고, n과 $(n-p)$가 모두 25 또는 30보다 크면, 각 距離自乘(squared distance)은 χ^2 확률변수(random variable) 처럼 행동해야 한다. 원래는 이 방법을 사용하는 경우 χ^2圖를 그리고, 이 圖가 직선을 이루는가 하는 것을 검토해야 되지만 본 논문에서는 캘리포니아 버클리 대학의 Shaffer 교수가 제시한 보다 단순화된 방법을 사용하기로 한다.

첫째, 距離自乘(squared distance), d_j^2를 제일 작은 것부터 제일 큰 것까지 순서대로 배열한다. 즉, $d_1^2\leq d_2^2\leq\cdots\leq d_n^2$.

둘째, χ^2 분포를 똑같은 크기를 갖는 k개로 나누고, $\chi_p^2(1/k),\cdots,\chi_p^2((k-1)/k)$의 값을 얻는다.

셋째, χ^2의 값에 따라 순서대로 배열한 d_i^2를 k개로 분류한 후, 각각에 대해 통계량 $(O_i-E_i)^2/E_i$=(관찰빈도−기대빈도)^2/(기대빈도)를 구하여, 검증기준으로서 모든 값의 합인 $\chi^2_{k-1}=\Sigma(O_i-E_i)^2/E_i$를 사용한다. 결과는 표 3에 제시되어 있다. 이 결과에 따르면 관찰된 χ^2의 값이 필수(critical) χ^2 값보다 작기 때문에 귀무가설을 기각할 수 없으며 자료의 다변량정규성을 인정하게 된다.

表 3. 距離自乘檢證(Squared Distance Test)

χ^2 value	O_i(observed)	E_i(Expected)	$(O_i-E_i)^2/E_i$
≤ 3.3	11	74/7	.017
≤ 4.5	11	〃	.017
≤ 5.75	15	〃	1.855
≤ 7.1	9	〃	.234
≤ 8.6	9	〃	.234
≤11.1	7	〃	1.207
>11.1	12	〃	.1931

觀測値 : $\chi^2=3.7568$
檢證値 : $\chi^2_{.05}(6)=12.592$

表 4. 最大尤度推定法과 非加重最小自乘法에 의한 結果의 比較

	ML	ULS
λ_1	1.000	1.000
λ_2	0.813	1.000
λ_3	0.667	0.607
λ_4	1.000	1.000
λ_5	1.254	1.339
λ_6	1.000	1.000
λ_7	1.216	1.100
β	0.509	0.455
γ_1	0.303	0.307
γ_2	0.610	0.558
φ_{11}	0.181	0.166
ϕ_{22}	0.101	0.260
ϕ_{11}	1.000	1.000
ϕ_{22}	1.000	1.000
ϕ_{12}	0.260	0.257
$\theta_{11}^{(\varepsilon)}$	0.553	0.581
$\theta_{22}^{(\varepsilon)}$	0.297	0.249
$\theta_{33}^{(\varepsilon)}$	0.527	0.429
$\theta_{44}^{(\varepsilon)}$	0.300	0.309
$\theta_{22}^{(\delta)}$	0.000	0.000
$\theta_{22}^{(\delta)}$	0.339	0.000
$\theta_{33}^{(\delta)}$	0.556	0.631
Y 변수에 대한 決定係數	0.919	0.940
X 변수에 대한 결정계수	0.719	1.000
구조 모형에 대한 결정계수	0.856	0.706
적합도	0.916	0.982
조정적합도	0.803	0.961
RMSR 지수	0.065	0.068

그러나 가장 결정적인 정보는 正規確率圖(normal probability plot)의 검토로 부터 얻어졌다. 정규확률도를 검토한 결과 대부분의 변수는 값이 충분히 분포되어 있지 않으며, 어떤 것들은 도저히 변수가 연속적인 값을 갖는다고 생각할 수 없을 정도였다. 이 경우 변수에 대한 정규성 검증 자체를 불필요하게 만들며, 最大尤度推定法을 사용하는 것은 불가능하게 되었다.

따라서, 입력자료를 LISREL-V 프로그램에 입력시켜서, 離散變數 간의 상관에 대하여는 폴리코릭 상관계수를, 離散變數와 連續變數 간의 상관에 대하여는 폴리시리얼 상관계수를 계산하였다. 예를 들어, Y_1과 Y_4는 각각 7점 및 5점 척도로 측정되었으나, 실제 측정치들의 분포에 따르면 3점 또는 4점 척도로 측정된 것처럼 나타났다. 따라서 이 두 변수들을 離散變數로 간주하여 상관계수를 구한 결과 그 값이 0.2591에서 0.277로 증가하였다.

5. 기 타

潛在變數들 중 ξ_1은 단지 하나의 측정치로 측정되었다. Jöreskog(1982)에 의하면, 잠재변수의 관측치가 1개인 경우, 단순히 이 관측치가 잠재변수를 완전히 측정하는 것으로 표시하기 이전에 관측치와 잠재변수 간의 경로를 표시하는 값을 조정하는 것이 필요하다고 하였다. 여기서는 관측치를 구하기 위해 11개 항목이 사용되었기 때문에, 이 11개의 항목 Cronbach의 신뢰도를 구해 관측치와 잠재변수 간의 관계를 조정해 주는 것이 필요하다. 11개 항목의 alpha 값을 구한 결과는 $\alpha=0.5618$이었다. 이에 따라 신뢰도가 모수의 추정치 뿐 아니라 표준오차에도 영향을 미친다고 보고 다음과 같이 θ_{11}^{δ}의 값을 조정하였다. 즉,

$$\theta_{11}^{\delta}=(1-.5618)\times 18.58(=X_1\text{의 분산})=8.1417.$$

그러나, 자료를 분석한 결과에 따르면, 이러한 신뢰도에 의한 조정이 적합도의 제고에는 별로 영향을 미치지 못한 것으로 나타났다.

그리고, 잔차간의 상관을 허용한다거나, 다른 제한을 추가함으로써, 적합도를 높일 수 있는지 검토하기 위해 修正指數(modification index)를 조사하였다. 결과에 따르면 最大修正指數는 2.99이며 適合度의 추가적 제고에 크게 도움이 되지 않는 것으로 나타났으며, 적합도의 개선은 어려운 것으로 나타났다.

6. 資料의 分析 및 結果의 討議

이미 언급한 바와 같이 몇몇 變數가 非正規的, 離散變數였기 때문에 最大尤度推定法을 사용하는 대신에 비가중적 최소자승법(ULS method)를 사용하였다. 비가중적 최소자승법의 適合化函數는 $F=1/2\mathrm{tr}[(S-\Sigma)^2]$이며, 관찰된 변수의 분포에 대한 가정은 필요로 하지 않지만, 카이자승검증과 같은 통계적 검증절차를 사용할 수 없는 것이 단점이다. 비가중적

최소자승법에 의한 조정적합도지수(adjusted GFI)는 0.803에서 0.961로 크게 증가했으며, 이것은 가설적 모형과 자료간에 적합도가 좋다는 것을 나타낸다. 또한 이산변수들에 대해 새로 구한 상관행렬을 LISREL 프로그램의 입력자료로 사용하여 보았다. 결과에 따르면, 전반적인 적합도의 제고에는 영향을 미치지 못했지만 구조 방정식의 결정계수는 0.694에서 0.967로 크게 증가했다.

본 논문에서 사용한 가설적 모형 및 자료는 단지 LISREL 사용에 관련된 문제점들을 예시하기 위한 목적으로 제시되었으며, 가설적 모형에 제시된 인과관계가 잘 설정되었다거나 자료의 신뢰도, 타당성이 높기 때문에 선정된 것은 아니다. LISREL 결과에 따르면 수집된 자료는 변수의 離散性 문제뿐아니라, 모형을 검증하기에 적절하지 않은것으로 나타났다. 이것은 X-변수들에 대한 결정계수가 때때로 陰의 값을 보이는 것으로부터도 알 수 있다. LISREL에서는 이 경우 適切하지 못한 解(improper solution)라고 규정하고 있으며, 그 원인으로는, 測定模型의 문제, LISREL 프로그램 適用過程上의 문제, 상대적으로 複雜한 模型에 비해 적은 標本의 使用 등이 제시될 수 있을 것이다. 따라서, 논문의 목적이 가설적 모형을 검증하기 위한 것이라면 추가적 자료를 수집하여 이 문제점들이 특정자료의 이용에 따른 것인지 아니면 특정 모형과 관련된 것인지 다시 검토해 볼 필요성이 있겠지만 이것은 본논문의 목적이 아니기 때문에 논외로 하였다.

V. 結　論

본논문에서는 LISREL의 사용과 관련된 몇 가지 問題點들을 토의하고 實證的 資料를 이용하여 논의된 바를 例示하였다. 아직까지 LISREL 이용자들이 흔히 이용하는 ML에 의한 推定方法은 표본의 正規性을 가정하고 있지만 이용자들은 아무런 주의 없이 ML을 이용하고 있다. 또한, 관행에 따라 피어슨 相關係數를 통상적으로 入力資料로 사용하고 있다. 본 논문에서 사용된 자료는 正規性에 있어서 문제점을 가지며, 어떤 변수들은 離散的인 것으로 나타났기 때문에 이에 적합한 상관계수를 새로 구하였고, 모수의 추정방법에 있어서도 最大尤度推定法 대신에 非加重最小自乘法을 사용하였다. 最大尤度推定法이 비정규적 자료에 얼마나 민감한지는 충분한 연구가 이루어지지 않았으며 미래의 연구에서는 이에 대한 검토가 이루어져야할 것이다. 그리고, 이러한 문제점을 해결하기 위해 여러가지 共分散構造分析을 위한 새로운 소프트웨어가 많이 개발되었기 때문에 이들을 사용하여 상호간의 長短點이 비교되어야 할 것이다.

또한 본 논문에서는 모형설정상의 誤謬에 대해서는 전혀 토의가 되지 않았지만, 실제 이러한 方法論的 問題보다 더욱 중요한 것은 모형이 좋은 理論에 근거하여 설정되어야 한다는 것이다(Cliff, 1983). 설사 모형의 適合度가 낮다하더라도 모형을 수정하기 위해서는 설정된 모형의 기반이 되는 理論에 대한 충분한 이해가 없이는 제대로 모형이 改善될 수가 없다고 할 것이다. 따라서 LISREL모형을 잘 활용하려면 이 모형이 가지는 統計的 假定에 대한 주의 뿐만 아니라 모형을 설정하기 위해 사용된 理論에 대한 폭넓고 깊은 理解가 또한 중요하다할 것이다.

參 考 文 獻

Aaker, D. and Day, G.S., *Marketing Research*, John Wiley & Sons, 1986.

Bagozzi, R.P., "Structural Equation Models in Experimental Research," *Journal of Marketing Research*, 14, May 1977, 209-226.

Bagozzi, R.P., *Causal Models in Marketing*, John Wiley & Sons, 1980.

Bagozzi, R.P., "Evaluating Structural Equation Models with Unobservable variables and Measurement Error: A Comment," *Journal of Marketing Research*, vol. 81, pp. 375-381, Aug. 1981.

Bagozzi, R.P., "Issues in the Application of Covariance Structural Analysis: A Further Comment," *Journal of Consumer Research*, vol. 9, pp. 449-450, Mar. 1982.

Bagozzi, R.P. and Y. Yi, "On the Evaluation of Structural Equation Models," *Academy of Marketing Science*, Vol. 16, pp. 74-94.

Bearden, W.O., S. Sharma, and J.E. Teel, "Sample Size Effects on Chi Square and Other Statistics Used in Evaluating Causal Models," *Journal of Marketing Research*, Nov. 1982.

Bentler, P.M., "Multivariate Analysis with Latent Variables: Causal Modeling," *Annual Review of Psychology*, Vol. 31, pp. 419-456.

Bentler, P.M. and D.G. Bonett, "Significance Tests and Goodness of Fit in the Analysis of Covariance Structures," *Psychological Bulletin*, 1980, 88, 588-606.

Bentler, P.M., *Theory and Implementation of EQS: A Structural Equations Programs*, Los Angeles: BMDP Statistical Software, 1985.

Bentler, P.M., and Chou, C. "Practical Issues in Structural Modeling," *Sociological Methods and Research*, 16, 1987, 78-117.

Boomsma, A., "The Robustness of LISREL against Small Sample Sizes in Factor Analysis Models," in *Systems Under Indirect Observation: Causality, Structure, Prediction*, K.G. Jöreskog and H. Wold, eds., Amsterdam: North Holland, 1982.

Cliff, N., "Some Cautions Concerning the Application of Causal Modeling Methods," *Multivariate Behavioral Research*, 1983, 18, 115-126.

James, L.R., S.A. Mulaik, and J.M. Brett, *Causal Analysis: Assumptions, Models, and Data*, Beverly Hills, Calif.: Sage, 1982.

D'Agostino, R. and E.S. Pearson, "Test for Departure from Normality," *Biometrika*, vol. 60, 1973.

Dixon, W.J., *BMDP Statistical Software*, L.A., Calif.: University of California Press, 1981.

Fornell, C., "Issues in the Application of Covariance Structure Analysis: A comment," *Journal of Consumer Research*, vol. 9, pp. 443-448, 1983.

Fornell, C. and Denison, D.R., "A New Approach to Nonlinear Structural Modeling by Use of Confirmatory Multidimensional Scaling," *in A Second Generation of Multivariate Analysis; Methods*, C. Fornell, 1984.

Gerbing, D.W. and J.C. Anderson, "On the Meaning of Within-Factor Correlated Measurement Errors," *Journal of Consumer Research*, 11, June 1984, 572-80.

Gnanadesikan, R., *Methods for Statistical Data Analysis of Multivariate Observations*, New York: John Wiley & Sons, 1977.

Gweke, J.F. and K.J. Singleton, "Interpreting the Likelihood Ratio Statistic in Factor Models When Sample Size is Small," *Journal of the American Statistical Association*, 75, March 1980, 133-7.

Jöreskog, K.G. and D. Sörbom, "Recent Developments in Structural Equation modeling," *Journal of Marketing Research*, vol. 19, Nov. 1982.

Jöreskog, K.D. and D. Sörbom, *PRELIS: A Program for Multivariate Data Screening and Data Summarization*, Mooresville, IN: Scientific Software, 1986.

Kenny, D.A., *Corrleation and Causality*, New York: John Wiley & Sons, 1979.

Long, J. Scott, *Covariance Structure Models: An Introduction to LISREL*, Beverly Hills, California: Sage Publications, Inc., 1983.

Löhmoller, J., *LVPLS 1.6: Latent Variables Path Analysis with Partial Least Squares Estimation*, Forschungsbericht 81.04 Hochschule der Bundeswehr, Munich, 1981.

MacKenzie, R., J. Lutz, and G.E. Belch, "Ad as a Mediator of Advertising Effectiveness: A Test of Competing Explanations," *Journal of Marketing Research*, May 1986.

Olson, U., "Maximum Likelihood Estimation of the Polychoric Correlation Coefficient," *Psychometrika*, vol. 44, pp. 443-460, 1979.

Pearson, E.S. and H.O. Hartly, *Biometrika Tables for Statisticians and Biometricians*, 1966.

Sharma, S., S. Durvasula, and W.R. Dillon, "Some Results on the Behavior of Alternate Covariance Structure Estimation Procedures in the Presence of Non-Normal Data," *Journal of Marketing Research*, vol. 26, May 1989, 214-21.

Taylor, R., *Student Attitudes Towards Teaching: An Application of Linear Structural Equation Modeling and the LISREL Program*, Berkeley, California: University of California, 1980.

첨부 : 確認(Identification)을 위한 計算過程

In the measurement model, the following assumptions are made.

1. Each of the variables is assumed to be measured as a deviation from its mean:

$E(x)=E(\delta)=0$ $\qquad$ $E(\xi)=0$

$E(y)=E(\varepsilon)=0$ $\qquad$ $E(\eta)=0$

2. Within each equation, the common factor and unique factor are assumed to be uncorrelated:

$E(\xi\delta')=0$ or $E(\delta\xi')=0$

$E(\eta\varepsilon')=0$ or $E(\varepsilon\eta')=0$

$E(\xi\varepsilon')=0$ or $E(\varepsilon\xi')=0$

$E(\eta\delta')=0$ or $E(\delta\eta')=0$

3. Unique factors are uncorrelated across equation: $E(\delta\varepsilon')=0$ or $E(\varepsilon\delta')=0$

From the fact that

$x_1=\lambda_1\xi_1+\delta_1$ where δ_1 is a known constant.

$x_2=\lambda_2\xi_2+\delta_2$

$x_3=\lambda_3\xi_2+\delta_3$

$y_1=\lambda_4\eta_1+\varepsilon_1$

$y_2=\lambda_5\eta_1+\varepsilon_2$

$y_3=\lambda_6\eta_2+\varepsilon_3$

$y_4=\lambda_7\eta_2+\varepsilon_4$

and $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_4=\lambda_6=1.000.$

The variances of the observed variables are:

$$\begin{aligned}\sigma_{x_1x_1}&=E(\xi_1+\delta_1)(\xi_1+\delta_1)\\&=\lambda_1\mathrm{Var}(\xi_1)+\mathrm{Cov}(\delta_1,\xi_1)+\mathrm{Var}(\delta_1)\\&=1\cdot\mathrm{Var}(\xi_1)+\mathrm{Var}(\delta_1)=\mathrm{Var}(\xi_1)+\mathrm{constant}\end{aligned}\quad\cdots\cdots①$$

Similarly,

$$\sigma_{x_2x_2}=\lambda_2\ \mathrm{Var}(\xi_2)+\theta_2^{\delta}=\mathrm{Var}(\xi_2)+\theta_2^{\delta}\quad\cdots\cdots②$$

$$\sigma_{x_3x_3}=\lambda_3\ \mathrm{Var}(\xi_2)+\theta_3^{\delta}\quad\cdots\cdots③$$

$$\sigma_{y_1y_1}=\lambda_4\ \mathrm{Var}(\eta_1)+\theta_1^{\varepsilon}\quad\cdots\cdots④$$

$$\sigma_{y_2y_2}=\lambda_5\ \mathrm{Var}(\eta_1)+\theta_2^{\varepsilon}\quad\cdots\cdots⑤$$

$$\sigma_{y_3y_3}=\lambda_6\ \mathrm{Var}(\eta_2)+\theta_3^{\varepsilon}\quad\cdots\cdots⑥$$

$$\sigma_{y_4y_4}=\lambda_7\ \mathrm{Var}(\eta_2)+\theta_4^{\varepsilon}\quad\cdots\cdots⑦$$

The covariances among the observed variables are:

$\sigma_{x_1y_1}=E(\xi_1+\delta_1)(\lambda_4\eta_1+\varepsilon_1)=\lambda_4\ \mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_1)=\mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_1)$ ⑧

$\sigma_{x_1y_2}=\lambda_5\ \mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_1)$ ⑨

$\sigma_{x_1y_3}=\lambda_6\ \mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_2)=\mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_2)$ ⑩

$\sigma_{x_1y_4}=\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_2)$ ⑪

$\sigma_{x_2y_1}=E(\lambda_2\xi_2+\delta_2)(\lambda_4\eta_1+\varepsilon_1)=\lambda_2\lambda_4\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)=\mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)$ ⑫

$\sigma_{x_2y_2}=\lambda_2\lambda_5\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)=\lambda_5\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)$ ⑬

$\sigma_{x_2y_3}=\lambda_2\lambda_6\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)=\mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)$ ⑭

$\sigma_{x_2y_4}=\lambda_2\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)=\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)$ ⑮

$\sigma_{x_3y_1}=\lambda_3\lambda_4\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)=\lambda_3\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)$ ⑯

$\sigma_{x_3y_2}=\lambda_3\lambda_5\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)=\lambda_3\lambda_5\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)$ ⑰

$\sigma_{x_3y_3}=\lambda_3\lambda_6\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)=\lambda_3\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)$ ⑱

$\sigma_{x_4y_4}=\lambda_3\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)=\lambda_3\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)$ ⑲

$\sigma_{x_1x_2}=\lambda_1\lambda_2\ \mathrm{Cov}(\xi_1,\xi_2)=\mathrm{Cov}(\xi_1,\xi_2)$ ⑳

$\sigma_{x_1x_3}=\lambda_1\lambda_3\ \mathrm{Cov}(\xi_1,\xi_2)=\lambda_3\ \mathrm{Cov}(\xi_1,\xi_2)$ ㉑

$\sigma_{x_2x_3}=\lambda_2\lambda_3\ \mathrm{Var}(\xi_2)=\lambda_3\ \mathrm{Var}(\xi_2)$ ㉒

$\sigma_{y_1y_2}=\lambda_4\lambda_5\ \mathrm{Var}(\eta_2)=\lambda_5\ \mathrm{Var}(\eta_2)$ ㉓

$\sigma_{y_1y_3}=\lambda_4\lambda_6\ \mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)=\mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)$ ㉔

$\sigma_{y_1y_4}=\lambda_4\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)=\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)$ ㉕

$\sigma_{y_2y_3}=\lambda_5\lambda_6\ \mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)=\lambda_5\ \mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)$ ㉖

$\sigma_{y_2y_4}=\lambda_5\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)=\lambda_5\lambda_7\ \mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)$ ㉗

$\sigma_{y_3y_4}=\lambda_6\lambda_7\ \mathrm{Var}(\eta_1)=\lambda_7\ \mathrm{Var}(\eta_1)$ ㉘

From these variances and covariances of the observed variables:

$\mathrm{Var}(\xi_1)=\sigma_{x_1x_1}$(①) and $\mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_1)=\sigma_{x_1y_1}$ (from ⑧)

$\lambda_5=\sigma_{x_1y_2}/\sigma_{x_1y_1}$(⑧, ⑨)

$\mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_2)=\sigma_{x_1y_3}$(⑩) and $\lambda_7=\sigma_{x_1y_4}/\sigma_{x_1y_3}$

Since $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$ are identified,

$\mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_1)=\sigma_{x_2y_1}$(⑫)

$\mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_1)=\sigma_{x_1y_1}\cdot\sigma_{x_2y_2}/\sigma_{x_1y_2}$(⑬)

$\mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)=\sigma_{x_2y_3}$(⑭)

$\mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)=\sigma_{x_2y_4}\cdot\sigma_{x_1y_3}/\sigma_{x_1y_4}$

Note that $\mathrm{Cov}(\xi_2,\eta_2)$ can be identified in two different ways.

Five different values of λ_5 can be identified from ⑯, ⑰, ⑱, ⑲ & ㉑.

Also, $\mathrm{Cov}(\xi_1,\xi_2)=\sigma_{x_1x_2}$(⑳)

$\mathrm{Cov}(\xi_1,\xi_2)=\sigma_{x_1x_3}/\lambda_3$(㉑)

and $\mathrm{Var}(\xi_1)=\sigma_{x_2x_3}/\lambda_3$(㉒)

$\mathrm{Var}(\eta_2)=\sigma_{y_1y_2}/\lambda_5$(㉓)

Also, $\mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)$ can be identified from ㉔, ㉕, ㉖ and ㉗.

and $\mathrm{Var}(\eta_1)=\sigma_{y_3y_4}/\lambda_7$(㉘)

To summarize,

	ξ_1	ξ_2	η_1	η_2
ξ_1	unique			
ξ_2	multi	unique		
η_1	multi	unique	unique	
η_2	unique	multi	multi	unique

That is, $\mathrm{Cov}(\xi_1,\xi_2)$, $\mathrm{Cov}(\eta_1,\xi_1)$, $\mathrm{Cov}(\xi_1,\eta_2)$ & $\mathrm{Cov}(\eta_1,\eta_2)$

can be identified in several ways.

Since Variance-Covariance matrix of ξ_1, ξ_2, η_1, η_2 are identified (whether multiple or unique), $\theta_2^{(\delta)}$, $\theta_3^{(\delta)}$, $\theta_1^{(\varepsilon)}$, $\theta_2^{(\varepsilon)}$, $\theta_2^{(\varepsilon)}$, $\theta_3^{(\varepsilon)}$, and $\theta_4^{(\varepsilon)}$ are identified.

A necessary and sufficient condition for identification of the structural part of structural equation model is the rank condition.

To test the rank condition for the equation for η_1, fiirst construct B^* and Γ^*.

$$B^*=\begin{bmatrix}1 & -\beta\\ 0 & 1\end{bmatrix} \qquad \Gamma^*=\begin{bmatrix}\gamma_1 & 0\\ 0 & \gamma_2\end{bmatrix}$$

Accordingly, $[B^*|\Gamma^*]$ equals $[\gamma_2]$.

The rank of $[B^*|\Gamma^*]$ will equal one unless γ_2 is equal to zero in the population.

While this cannot be known with certainty, it is unlikely that γ_2 is equal to zero, and we can reasonably conclude that the equation for η_1 is identified.

As the equation for η_2 is identified in a similar way, we can conclude that the structural part of the model is identified.