

DS-CDMA 수신기의 입력 양자화 효과 해석

정희원 남 승 현*, 성 원 용**

Input Quantization Effects Analysis of DS-CDMA Receivers

Seung Hyeon Nahm*, Won Yong Sung** *Regular Members*

요 약

DS-CDMA (Direct Sequence Code Division Multiple Access) 수신기 설계에서 최적 A/D 변환기 단어길이의 결정은 디지털 복조부의 효율적 구현을 위해 매우 중요하다. 특히, 광대역 CDMA 시스템 등 매우 빠른 동기획득 시간을 요구하는 경우에는 정합필터 (matched filter) 구조의 수신기가 바람직한데, 이 경우 필터의 길이가 일반적으로 매우 길어야 하므로 하드웨어 비용이 많이 들고 전력 소모가 많다. 본 연구에서는 A/D 변환기 또는 정합필터의 입력 단어길이를 최적화하기 위하여, 양자화 효과가 동기획득 성능에 미치는 영향을 확률적으로 해석하였다. 양자화 잡음은 입력신호의 포화에 의한 찌그러짐과 제한된 단어길이에 의한 잡음으로 나눌 수 있는데, 전자의 찌그러짐은 입력신호와 상관관계가 크므로 매우 큰 영향을 나타낸다. 단어길이가 주어질 때 최적의 포화 한계를 구하기 위하여 수치해석 기법을 사용하였다. 본 연구의 결과는 저가 또는 저전력의 디지털 수신기 구현을 위한 지침이 될 수 있을 뿐만 아니라, 제한된 모의 실험만으로 시스템의 성능을 확인하는데 사용될 수 있다.

ABSTRACT

The wordlength optimization for the analog-to-digital converter in DS-CDMA receivers is very important for the efficient implementation of front-end digital demodulator blocks. Wideband CDMA systems require a very fast acquisition time, thus they prefer the matched filter based receiver architecture. However, the matched filter should span very long chips, and as a result, requires a large number of gates and a high-power consumption. In this paper, the quantization effects on the acquisition performance of the matched filter is analyzed stochastically. The quantization is modeled as a series of saturation and digitization procedures, because the distortion due to the saturation is signal dependent and causes very different effects when compared with that of the, random, digitization noise. Numerical results are obtained to show the optimum saturation limit of the quantizer for a given wordlength. This analysis can give a guide to low-cost and low-power digital implementations and assurance of the system performance without intensive simulations.

* 고등기술연구원 전자통신연구실

** 서울대학교 전기공학부

論文番號 : 97201-0612

接受日字 : 1997年 6月 12日

I. 서 론

코드분할 다중접속 방식 (CDMA: Code Division Multiple Access)은 디지털 휴대폰 (cellular phone)이나 개인이동통신 (PCS: Personal Communication System)과 같은 상용 통신 서비스에서 주목받고 있는 다중접속 방식이다. 직접확산 (Direct-Sequence Spread-Spectrum) 신호는 데이터 신호를 의사 잡음열 (PN sequence) 등을 이용하여 대역을 확산시킴으로써 생성한다 [1]. 최근 유선 정도의 음질과 더불어 2 Mb/s 정도의 고속 데이터 전송이 필요해짐에 따라 IMT2000으로 알려진 광대역 CDMA에 기초한 제 3세대 표준안이 개발되고 있다 [2]. 광대역을 사용하면 fading 효과를 줄일 수 있고 그에 따라 고전송률에서도 용량 (capacity)을 늘릴 수 있다.

정합필터 (matched filter) 구조의 광대역 수신기는 동기획득 (acquisition) 시간을 매우 짧게 줄일 수 있고 처리이득 (processing gain) 정도의 다중경로로부터 다중성 (diversity)을 이용할 수 있는 장점이 있다 [2]. 대역 확산 시스템의 성능을 향상시키기 위해 시간영역 다중성 (time diversity)을 이용하는 RAKE 수신기를 추가비용 없이 구현할 수 있는 것이다. 그러나, 이러한 바람직한 성질을 얻기 위해서는 Schilling의 연구 [2]에 의하면 약 8000 chip 정도의 매우 긴 정합필터가 필요하다. 그런데, 디지털 정합필터는 상관기 구조에 비해 gate 수를 많이 필요로 하고 전력 소모도 크게 되므로, 입력의 양자화를 잘 고려해서 최적화 하는 것이 중요하다.

DS-SS-CDMA의 동기획득 성능과 BER (Bit Error Rate)에 대한 선행 연구가 많이 진행되었지만, 기존의 결과들은 양자화 효과를 고려하지 않았기 때문에 디지털 구현에 그대로 적용될 수 없다 [3][4][5]. CMOS 집적회로 기술의 발달에 힘입어 송수신기를 모두 디지털 회로로 구현하는 것이 최근의 추세이지만 [6][7][8], 단어길이의 결정은 직관이나 수많은 모의실험을 통해서 하는 것이 보통이고, 이 결과도 동기획득 시간이나 BER에 대한 이론적인 확신이 부족하였다 [6]. 따라서, 시스템 복잡도와 성능간의 균형을 맞추기 위해 양자화 효과 분석이 매우 필요하다.

A/D (Analog-to-Digital) 변환 과정은 일련의 포화 (saturation) 과정과 이산화 (digitization) 과정으로 모형화할 수 있다. 기존의 양자화 모형은 독립 균일 분

포를 갖는 가산적 잡음으로 가정하는데, 이것은 포화가 발생하지 않고 양자화 잡음이 신호의 전력에 비해 매우 작은 고품질의 신호 처리 응용에 적합한 모형이다 [9]. 그런데, CDMA 시스템에서는 받고자 하는 신호의 전력이 간섭 신호에 비해 매우 작기 때문에 포화 효과가 크게 나타날 것으로 예상할 수 있다. 또한 전송신호가 몇 가지의 이산 값들 중의 하나이기 때문에 보다 정확한 확률적인 해석도 가능하다.

동기획득 성능에 의한 용량 제한이 BER이나 SNR (Signal-to-Noise Ratio)에 의한 용량 제한보다 심하다고 알려져 있으므로 본 논문에서는 동기획득 성능의 분석에 중점을 두었다 [4]. 직접확산 신호의 양자화는 다중접속 간섭 신호들의 확률적 성질을 변화시키기 때문에 그에 따라 임계치 (threshold)와 같은 시스템 변수들도 결정되어야 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2장에서 고려하고 있는 시스템 모형을 설명하고, 제 3장에서는 동기획득 성능에 미치는 양자화 효과를 해석하였다. 제 4장에서 수치해석 결과를 보였으며, 제 5장에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

동기획득 과정을 돕기 위해 데이터가 포함되지 않은 전치신호 (preamble)가 있다고 가정하면, 받고자 하는 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r_0(t) = \sqrt{2} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \psi(t - kT_c - \tau T_c) \right) \cos(\omega_c t + \phi) \quad (1)$$

여기에서 ϕ 는 T_c 의 지속시간을 갖는 크기가 1인 사각 펄스이고, a_k 는 chip sequence이다 [3][4]. 지연시간, 즉 τT_c 는 chip 간격 T_c 의 τ 배로, 반송파의 주파수와 위상 offset은 각각 ω_c 와 ϕ 로 나타내었다. 같은 반송 주파수에 J 개의 간섭 신호들이 있다고 가정하면 모두 $J+1$ 개의 전송신호가 있게 되는데, 이 때 j 번째의 간섭 신호는 다음과 같이 주어진다.

$$r_j(t) = \sqrt{2P_j} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k^{(j)} \psi(t - kT_c - \tau_j T_c) \right) \cdot \cos(\omega_c t + \phi + \theta_j) \quad (2)$$

여기에서 P_j 와 θ_j 는 각각 원하는 신호에 대해 j 번째 간섭신호의 상대적인 전력과 반송파 위상을 나타낸다. 간섭 신호에 실려 있는 데이터는 $x_k^{(j)}$ 로 나타내었고, 지연시간 τ_j 는 chip 간격으로 나눈 나머지로 나타내서 $[0,1)$ 범위의 값을 갖는다. 따라서, 전체 가산적 간섭은

$X(t) = \sum_{j=1}^L r_j(t)$ 로 표현되고, 수신 신호는 $r(t) = r_0(t) + X(t)$ 이 된다. $\{a_k\}$ 와 $\{x_k^{(j)}\}$ 는 무작위적이고 같은 확률로 +1 또는 -1의 값을 갖는 IID (Independent and Identically Distributed) 확률변수로 가정하였다. 실제로 chip sequence는 결정되어 있는 값이지만, 정확한 chip sequence를 결정하기 전에 성능 예측을 하기 위해서는 random sequence 모형이 유효하다 [3][4].

원하는 신호의 주파수와 위상을 완전히 알고 있다면, coherent 수신기의 출력은 다음과 같다.

$$Z_k = \frac{\sqrt{2}}{T_c} \int_{kT_c}^{(k+1)T_c} r(t) \cos(\omega_c t + \phi) dt = a_{k-\tau} + X_k \quad (3)$$

여기에서 가산적 간섭 X_k 는 다음과 같다.

$$X_k = \sum_{j=1}^L \sqrt{P_j} \cos \theta_j [(1 - \tau_j) x_k^{(j)} + \tau_j x_{k-1}^{(j)}] \quad (4)$$

동기획득이란 Z_k 로부터 τ 를 추정하는 작업이다. 동기획득 작업은 0이라는 시간에서 시작되고, τ 는 $[1, T]$ 범위에서 정수 값을 갖는다고 가정하였다. 여기에서 T 는 초기시간 불확실성 (timing uncertainty) 으로서 작은 정수 값을 갖는다. 동기획득을 위한 전치신호의 길이가 고정되어 있다면, 동기획득 성능 평가 기준은 전치신호의 길이에 해당하는 시간 $T_{preamble}$ 안에 성공적으로 동기획득이 이루어질 확률이다 [3]. 본 논문에서는 임계치를 이용하는 정합필터 방식을 가정하였는데, 다른 방식들도 비슷한 과정으로 해석될 수 있다 [3]. 다중접속 간섭이 지배적인 잡음이므로 열 잡음은 무시하였으나, 본 논문에서 Gaussian 근사 방법을 사용하였으므로 간섭 잡음의 분산값을 증가시키므로써 쉽게 그 영향을 추가할 수 있다.

길이가 N 인 정합 필터의 출력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W_n = \sum_{i=0}^{N-1} h_i Z_{n-i} = \sum_{i=0}^{N-1} h_i (a_{n-i-\tau} + X_{n-i}) = \sum_{i=0}^{N-1} h_i a_{n-i-\tau} + \sum_{i=0}^{N-1} h_i X_{n-i} \quad (5)$$

여기에서 필터의 계수들은 $i=0, 1, \dots, N-1$ 에서 $h_i = a_{-i}$ 로 주어진다. 첫 번째 항은 동기획득 검사를 위해 필요한 부분이고, 두 번째 항은 간섭에 의한 것으로서 동기획득 실패를 야기시킬 수 있는 부분이다.

초기시간 불확실성이 T 일 때, 올바른 위상이 맨 마지막에 나타난다고 가정하면 최악의 동기획득 시간은 $T+N$ 으로 구할 수 있다. 여기에서 N 은 초기에 정합필터를 채우기 위해 필요한 시간이다. $T+N$ 동안에 성공적으로 동기획득이 이루어질 확률은 다음과 같이 근사할 수 있다 [3].

$$P_{SA} \approx [1 - P_f]^{T-1} [1 - P_m] \quad (6)$$

여기에서 P_f 와 P_m 은 각각 false alarm과 miss가 일어날 확률이다. 기존의 연구에서는 간섭 신호의 수 J 와 초기시간 불확실성 T 가 주어졌을 때, 동기획득에 성공할 확률을 원하는 만큼 얻기 위한 필터의 길이 N 과 임계치가 분석되었다 [3].

디지털 구현에서 수신기의 입력신호 Z_k 는 먼저 양자화 되어, 디지털 정합필터의 입력으로 들어간다. N 이 일반적으로 매우 큰 수이므로 정합필터의 단어길이는 전체 하드웨어 비용에 큰 영향을 준다. 그림 1에 분석을 위한 DS-CDMA 시스템의 모형을 보였는데, 양자화 과정을 포화 과정과 이산화 과정으로 나누었다. 포화는 입력 신호의 동작 영역 (dynamic range)을 제한하는 과정이고 이산화는 연속된 값을 양자화 하는 과정이다. 디지털 통신 시스템에서는 경제적인 구현을 위해 포화가 허용될 수 있는데, 실제로 포화 한계는 입력신호의 이득값 (gain)으로 조절된다. 특히 CDMA 시스템에서는 원하는 신호가 간섭신호에 비해 전력이 작으므로 포화 효과에 대한 특별한 연구가 필요하다. 포화과정은 양자화기의 동작 영역을 벗어나는 입력을 제한하는데, 이것은 그 범위에서의 확률을 0으로 만들고 경계값에서의 확률을 그 만큼 높이는 것으로 해석할 수 있다. 이산화 과정은 원신호의 연속적인 확률 분포를 양자화기의 출력 값에서만 확률을 갖는 이산

적인 분포로 변형시킨다. 이러한 것들이 false alarm이 나 miss 확률을 변화시켜서 전체 동기획득 성능에 영향을 끼친다.

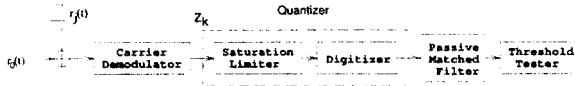


그림 1. DS/SS CDMA 동기획득 시스템 모형

간섭 신호의 수 J 와 초기시간 불확실성 T 가 주어졌을 때, 동기획득에 성공할 확률을 원하는 만큼 유지하면서 하드웨어 비용을 최소화하는 동기획득 방법의 사양을 결정하는 것이 설계 목적이다. 설계 사양은 정합필터의 길이 N 과 포화 한계, 이산화 단어길이이다.

반송파의 위상을 동기획득이 이루어지기 전에 수신부에서 알 수 없는 경우에는 noncoherent 수신기가 필요하다. 본 연구에서 개발된 분석 방법은 central limit 이론에 의해 두 가지 경우에 대해 모두 적용할 수 있으나 본문에서는 coherent인 경우에 중점을 두고, non-coherent인 경우에 대해서는 부록에서 다루었다.

III. 양자화 효과 해석

본 연구에서 DS-CDMA 수신기의 synchronous와 asynchronous 다중접속인 경우에 대해 포화, 이산화의 순서로 분석하였다. J 개의 간섭 신호들은 받고자 하는 신호와 같은 전력을 갖고 있고, 반송파와 chip의 위상이 모두 동기되어 있는 synchronous 다중접속인 경우에 대해 먼저 고려한다. 즉, $1 \leq j \leq J$ 에 대해서 $P_j = 1$, $\theta_j = 0$, $\tau_j = 0$ 이다. 이러한 가정 하에서, 간섭에 의한 정합필터의 입력은 시간 k 에서 다음과 같다.

$$X_k = \sum_{j=1}^J x_k^{(j)} \quad (7)$$

Asynchronous 다중접속인 경우의 간섭신호는 식 (4)와 같다. Synchronous인 경우에 대해 주로 설명하고 asynchronous인 경우는 바뀌는 부분을 언급하는 형식으로 설명한다.

A. 포화 과정 (Saturation)

양자화기의 동작 영역을 $[-L, L]$ 이라 하면 이 범위를 넘는 입력들은 포화되므로, Z_k 의 포화된 출력, \bar{Z}_k 는 다음과 같이 제한된다.

$$-L \leq \bar{Z}_k \leq L \quad (8)$$

따라서, \bar{Z}_k 의 확률 분포는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{\bar{Z}_k}(\bar{Z}_k) = \begin{cases} P_{Z_k}(j \geq L), & \bar{Z}_k = L \\ P_{Z_k}(\bar{Z}_k), & -L < \bar{Z}_k < L \\ P_{Z_k}(j \leq -L), & \bar{Z}_k = -L \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

여기에서 $P_{Z_k}(j)$ 는 Z_k 의 확률 분포로서 다음과 같다.

$$P_{Z_k}(j) = \left(\frac{J+1}{j+J+1} \right) \frac{1}{2^{J+1}}, \quad (9)$$

$$j = -J-1, -J+1, \dots, J-1, J+1$$

새로운 변수 $\bar{X}_k = \bar{Z}_k - a_{k-r}$ 를 정의하면, \bar{X}_k 는 a_{k-r} 에 종속되고 다음과 같이 제한된다.

$$-L - a_{k-r} \leq \bar{X}_k \leq L - a_{k-r} \quad (11)$$

\bar{X}_k 의 확률 분포는 다음과 같이 쓸 수 있다.)

$$P_{\bar{X}_k}(\bar{X}_k | a_{k-r}) = \begin{cases} P_{X_k}(j \geq L-a), & \bar{X}_k = L-a \\ P_{X_k}(\bar{X}_k), & -L-a < \bar{X}_k < L-a \\ P_{X_k}(j \leq -L-a), & \bar{X}_k = -L-a \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

여기에서 $P_{X_k}(j)$ 는 X_k 의 확률 분포로서 다음과 같다.

$$P_{X_k}(j) = \left(\frac{J}{j+J} \right) \frac{1}{2^J}, \quad j = -J, -J+2, \dots, J-2, J \quad (13)$$

1) a_{k-r} 의 아래첨자는 간단한 표기를 위해 생략하였다.

그림 2에 $J=30, L=13$ 인 경우에 간섭신호의 확률분포가 포화에 의해 변형되는 것을 보였다. 즉, 간섭신호가 원래 대칭의 분포를 가지더라도, 포화가 되는 경우는 입력과 같은 극성을 갖는 간섭 성분이 상대적으로 더 많이 제한된다. 따라서, 그림 2에서 $a=1$ 인 경우는 포화된 간섭의 확률분포가 왼쪽으로 치우쳐 있고, $a=-1$ 인 경우는 오른쪽으로 치우쳐 있는 것을 볼 수 있다.

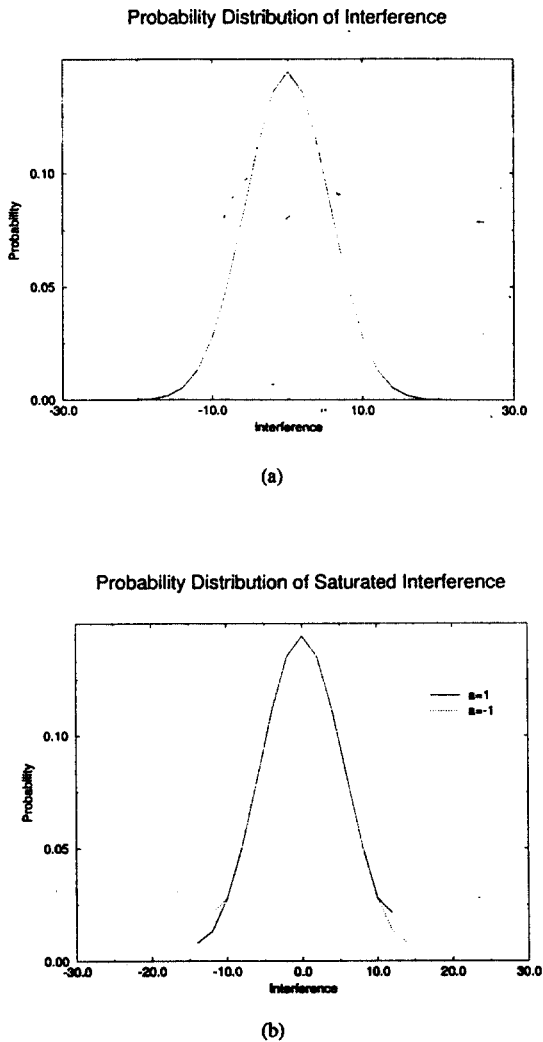


그림 2. 포화에 의한 간섭신호의 확률분포의 변형: (a) 간섭신호 (b) 포화된 간섭신호

정합필터의 출력은 다음과 같이 \bar{X}_k 를 사용하여 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{W}_n &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i \bar{Z}_{n-i} = \sum_{i=0}^{N-1} h_i (a_{n-i-r} + \bar{X}_{n-i}) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i a_{n-i-r} + \sum_{i=0}^{N-1} h_i \bar{X}_{n-i} \end{aligned} \quad (14)$$

첫 번째 항은 n 에 따른 결정적인 (deterministic) 부분이고 두 번째 항은 간섭신호에 의해 동기획득 실패를 야기시킬 수 있는 부분이다. 변수 $\bar{Y}_n = \sum_{i=0}^{N-1} h_i \bar{X}_{n-i}$ 을 정의하면, $\bar{W}_r = N + \bar{Y}_r$ 이고, $n \neq r$ 일 때 $\bar{W}_n = \bar{Y}_n$ 이다. N 이 클 때 \bar{Y}_n 은 central limit 이론을 써서 해석할 수 있는데, CDMA 시스템에서는 높은 처리이득을 위해 일반적으로 N 이 매우 큰 수이다 [10]. 또한, \bar{X}_k 가 a_{k-r} 에 종속되어 있기 때문에 \bar{Y}_n 은 n 에 따라 다른 확률 분포를 갖는다.

$n \neq r$ 일 때, $h_i \bar{X}_{n-i}$ 중 $N/2$ 개는 확률 분포 $P_{\bar{X}}(\bar{X}|a=1)$ 를 갖고, 나머지 $N/2$ 개는 확률 분포 $P_{\bar{X}}(\bar{X}|a=-1)$ 를 갖는다. 그러므로 \bar{Y}_n 의 평균과 분산은 다음과 같이 유도할 수 있다.²⁾

$$\mu_{\bar{Y}_n} = 0 \quad (15)$$

$$\sigma_{\bar{Y}_n}^2 = \frac{N}{2} [\sigma_{\bar{X}|a=1}^2 + \sigma_{\bar{X}|a=-1}^2] = N\sigma_{\bar{X}}^2 \quad (16)$$

Central limit 이론을 이용하면, false alarm 확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_f = P[\bar{Y}_n \geq aN] \approx Q\left(\frac{\alpha\sqrt{N}}{\sigma_{\bar{X}}}\right) \quad (17)$$

여기에서 αN ($\alpha \in [0, 1]$)은 동기획득을 위한 임계치이다.

한편, $n=r$ 일 때, 모든 $h_i \bar{X}_{r-i}$ 는 다음과 같이

2) $\sigma_{\bar{X}|a=1}^2 = \sigma_{\bar{X}|a=-1}^2 = \sigma_{\bar{X}}^2$ 임을 이용한다.

확률 분포 $P_{\bar{X}}(\bar{X}|a=1)$ 를 갖는다.³⁾

$$P(h; \bar{X}_{r-i}) = P_{\bar{X}}(a_{-i}; \bar{X}_{r-i}|a_{-i}) = P_{\bar{X}}(\bar{X}_{r-i}|a=1) \quad (18)$$

그러므로, \bar{Y}_n 의 평균과 분산은 다음과 같이 유도된다.

$$\mu_{\bar{Y}_n} = N\mu_{\bar{X}|a=1} \quad (19)$$

$$\sigma_{\bar{Y}_n}^2 = N\sigma_{\bar{X}|a=1}^2 = N\sigma_{\bar{X}}^2 \quad (20)$$

Central limit 이론을 사용하여 miss 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_m = [N + \bar{Y}_n < aN] = P\{\bar{Y}_n < -(1-a)N\} \quad (21)$$

$$\approx Q\left(\frac{(1-a + \mu_{\bar{X}|a=1})\sqrt{N}}{\sigma_{\bar{X}}}\right)$$

Asynchronous 다중접속 시스템에서는, X_k 가 연속 확률 변수 θ_j , τ_j 와 이산 확률 변수 $x_k^{(j)}$ 의 함수이다. θ_j 는 $[-\pi, \pi]$ 의 범위에서, τ_j 는 $[0,1)$ 의 범위에서 균일 분포를 가지며, $x_k^{(j)}$ 는 백색 이진열이다. X_k 의 정확한 확률 밀도 함수는 이론적으로 구하기가 매우 어려우므로, central limit 이론을 다시 적용하였다. 모든 간섭 신호들이 받고자 하는 신호와 같은 전력을 갖도록 제어되어 있다고 가정하면, X_k 의 분산은 $J/3$ 가 된다. X_k 의 확률 밀도 함수는 다음과 같은 Gaussian 분포로 근사할 수 있다.

$$f_{X_k}(X) \approx \sqrt{\frac{3}{2\pi J}} e^{-3X^2/2J} \quad (22)$$

포화된 간섭 신호 \bar{X}_k 의 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$f_{\bar{X}_k}(\bar{X}_k|a_{k-r}) = \begin{cases} \delta(\bar{X}_k - L + a) \int_{L-a}^{\infty} f_X(X) dX, & \bar{X}_k = L - a \\ f_{X_k}(\bar{X}_k), & -L - a < \bar{X}_k < L - a \\ \delta(\bar{X}_k + L + a) \int_{-\infty}^{-L-a} f_X(X) dX, & \bar{X}_k = -L - a \end{cases} \quad (23)$$

3) $P_X(j)$ 가 대칭이므로 $P_{\bar{X}}(\bar{X}_k|a_{k-r}=1) = P_{\bar{X}}(-\bar{X}_k|a_{k-r}=-1)$.

이 확률 밀도 함수로부터 false alarm과 miss 확률을 synchronous 시스템의 경우와 같은 방법으로 구할 수 있다.

B. 이산화 (Digitization)

양자화기의 출력은 $B+1$ bit로 2의 보수 표현법을 사용하는 것을 가정하였는데, 양자화기의 대칭성을 위해 $[-2^{B+1}, 2^{B-1}]$ 의 범위만 사용한다. \bar{Z}_k 를 이산화한 결과를 \hat{Z}_k 라 하면, \hat{Z}_k 의 확률 분포는 다음과 같이 된다.

$$P_{\hat{Z}_k}(\hat{Z}_k) = P_{\bar{Z}_k}(\hat{Z}_k - \Delta \leq \bar{Z}_k < \hat{Z}_k + \Delta) \quad (24)$$

여기에서 Δ 는 다음과 같은 양자화 오차의 한계이다.

$$\Delta = \frac{L}{2(2^{B-1})} \quad (25)$$

새로운 변수 $\hat{X}_k = \hat{Z}_k - a_{k-r}$ 를 정의하면, 그 확률 분포는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{\hat{X}_k}(\hat{X}_k|a_{k-r}) = P_{\bar{X}_k}(\hat{X}_k - \Delta \leq \bar{X}_k < \hat{X}_k + \Delta|a_{k-r}) \quad (26)$$

여기에서 \hat{X}_k 는 $\hat{Z}_k - a_{k-r}$ 에 의해 제한되는 값을 갖는 이산 확률 변수이다. Asynchronous 다중접속의 경우는 식 (23)에 주어진 \bar{X}_k 의 확률분포를 이용하여 마찬가지로 다음과 같이 \hat{X}_k 의 확률분포를 구할 수 있다.

$$P_{\hat{X}_k}(\hat{X}_k|a_{k-r}) = \int_{\hat{X}_k - \Delta}^{\hat{X}_k + \Delta} f_{\bar{X}_k}(\bar{X}_k|a_{k-r}) d\bar{X}_k \quad (27)$$

그림 3에 asynchronous 다중접속의 경우 $J=30$, $L=13$, $B=2$ 에 대하여 간섭 신호의 확률분포가 이산화에 의해 영향을 받는 형태를 보였다. 연속확률분포를 갖는 간섭신호가 $\hat{Z}_k - a_{k-r}$ 의 값을 갖는 이산 확률분포로 변형되었다. 그러므로, false alarm이나 miss 확률은 여기에서부터 포화 과정에서와 마찬가지로 구해낼 수 있다.

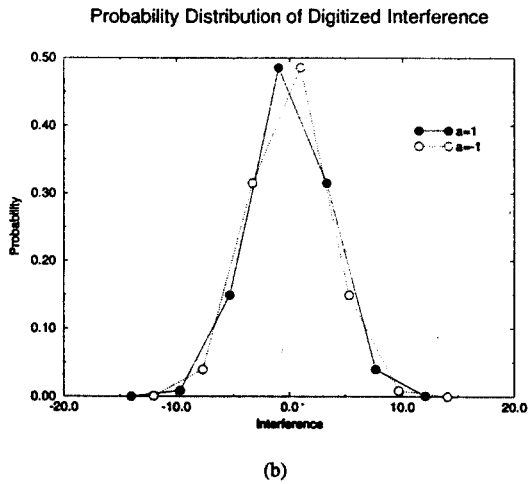
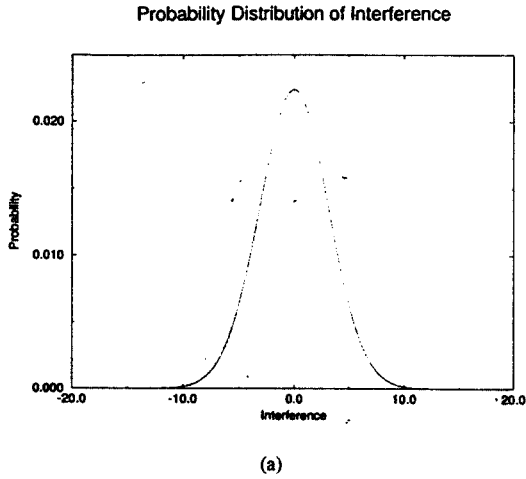


그림 3. 이산화에 의한 간섭신호의 확률분포의 변형: (a) 간섭신호 (b) 이산화된 간섭신호

정합필터의 출력은 \hat{X}_k 를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{W}_n &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i \hat{Z}_{n-i} = \sum_{i=0}^{N-1} h_i (a_{n-i-r} + \hat{X}_{n-i}) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i a_{n-i-r} + \sum_{i=0}^{N-1} h_i \hat{X}_{n-i} \end{aligned} \quad (28)$$

변수 $\hat{Y}_n = \sum_{i=0}^{N-1} h_i \hat{X}_{n-i}$ 을 정의하여 포화 효과의 해석에서와 같이 central limit 이론을 적용하면, 다음과 같이 false alarm 확률을 구할 수 있다.

$$P_f = P[\hat{Y}_n \geq aN] \approx Q\left(\frac{a\sqrt{N}}{\sigma_\chi}\right) \quad (29)$$

Miss 확률도 다음과 같이 구해진다.

$$P_m = P[\hat{Y}_n \leq -(1-a)N] \approx Q\left(\frac{(1-a+\mu_\chi|_{a=1})\sqrt{N}}{\sigma_\chi}\right) \quad (30)$$

IV. 수치 해석 및 토의

이론적인 해석을 응용하는 예로서 coherent asynchronous 다중접속 시스템에 대해 수치 해석 결과를 보인다. 그림 4에 $J=30$, $T=20$, $N=128$, $\alpha=0.6$ 인 경우에 포화 한계가 false alarm과 miss 확률에 미치는 영향을 보였다. False alarm 확률은 포화 한계가 작아질수록, 즉 입력신호를 많이 포화시킬수록, 줄어드는 것을 볼 수 있는데, 이것은 포화 과정에 의해 간섭신호의 분산이 줄어들기 때문이다. 그러나, miss 확률은 늘어나는데, 이것은 포화 과정에 의해 간섭신호가 더욱 편향됨으로써 평균값을 증가시키기 때문이다. 이 두 가지 확률이 균형을 이룬 최적의 점에서 동기확득

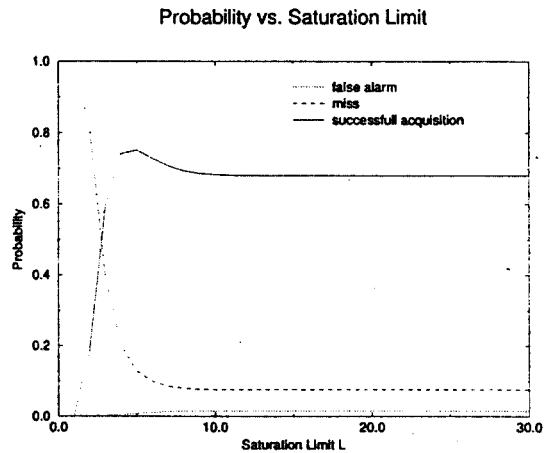


그림 4. 포화 한계에 따른 확률의 변화

성공확률이 최대가 된다. 동기획득을 위한 임계치 α 를 작게 함으로써 miss 확률을 감소시켜서 포화 효과를 보상할 수 있으리라고 예상할 수 있는데, 그림 5에서 이러한 효과를 관찰할 수 있다. 그림 5는 $J=30$, $T=20$, $N=256$ 인 경우에 몇 가지 α 값에 대해 포화 한계에 따른 동기획득 성공 확률을 나타낸다. 포화 한계가 충분히 클 때는 최적의 α 값이 0.6이지만, 7 보다 작을 때는 포화 한계가 작을수록 최적의 α 값이 작아진다.

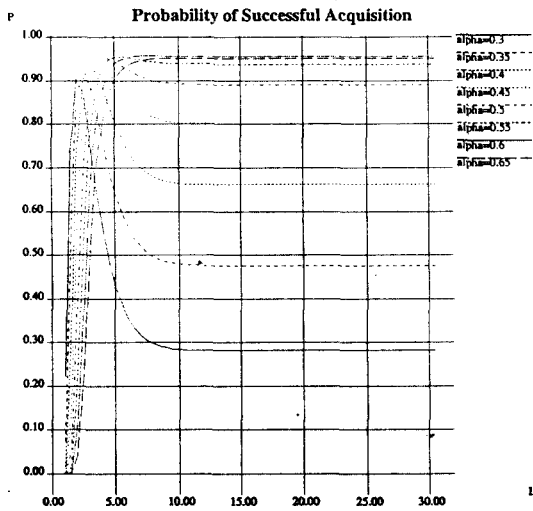


그림 5. 포화 한계에 따른 동기획득 성공 확률의 변화

이산화는 간섭 신호의 성질을 이산 확률 변수로 변환시키는데, 이에 의해 분산이 원 신호보다 크게 된다. 포화 한계가 작을 때는, 포화된 신호의 확률 분포가 좁기 때문에 상대적으로 이산화가 미치는 영향이 작아지고, 따라서 이 현상이 false alarm과 miss 확률에 별 영향을 끼치지 못한다. 하지만, 포화 한계가 클 때는, 단어길이가 작아질수록 분산이 커지는 경향이 눈에 띄게 된다. 그림 6에 이산화가 동기획득 성공 확률에 미치는 영향을 몇 가지 포화 한계에 대해 나타내었다. 여기에서 α 는 0.6으로 고정되었다. 단어 길이가 작아질수록 동기획득 성공 확률이 작아지는 것을 관찰할 수 있는데, 포화 한계가 클수록 이 경향이 심해진다. 여기에서 α 가 0.6인 경우, A/D 변환기가 4 비트 이상이면, 동기획득 성공 확률에 별 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

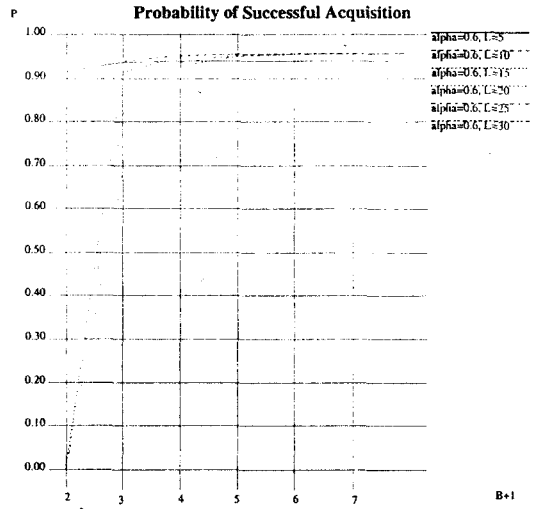


그림 6. 이산화에 따른 동기획득 성공 확률의 변화

그림 7은 bit error가 발생할 확률에 미치는 양자화 효과를 나타낸다. 이 확률도 앞에서 설명한 방법으로 쉽게 구할 수 있다. 여기에서도 포화 한계가 클수록 이산화에 의한 영향이 커지는 것을 볼 수 있다. 그림 7에 의하면, A/D 변환기가 3 비트인 경우는 포화한계가 좁은 영역에서만 작은 BER을 가지는 것을 알 수 있다.

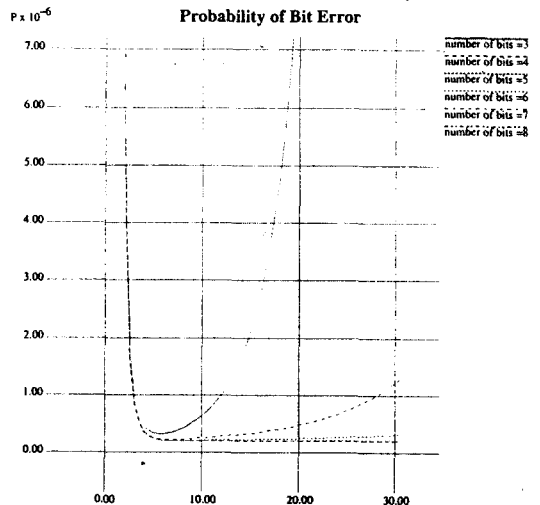


그림 7. 포화 한계에 따른 비트 오류 확률의 변화

수치 해석 결과에 의하면, 성능에 큰 영향을 주지 않고도 양자화기의 단어길이를 3 내지 4 bit 까지 줄일 수 있다. 하지만, 단어길이가 작을 때는, 최적의 포화 한계의 범위가 매우 좁다. 즉, 허용되는 단어길이가 충분히 큰 경우는, 포화에 의한 성능 저하가 이산화에 의한 것보다 심각하므로, 양자화 간격을 줄이기 보다는 포화 한계 또는 동작 영역에 여유를 두고 설계하는 것이 바람직하다. 이산화 잡음은 거의 random 하다고 볼 수 있는데 반해 포화 과정에 의한 잡음은 신호에 종속적이므로, random한 잡음에 강한 CDMA 시스템의 성능은 이산화에 의해 크게 영향받지 않는다고 해석할 수 있다. 이러한 특성은 보통의 신호처리 응용 분야에서의 양자화 효과와 크게 구별된다.

V. 결 론

DS-CDMA 수신기의 디지털 구현시 비용과 전력소모를 최소화하기 위하여, 제한된 단어길이가 동기획득 성능에 미치는 영향을 해석하였다. 단어길이를 매우 작게 줄이기 위해서 단어길이에 의한 영향은 물론 신호에 종속적인 포화의 영향이 해석적으로 모형화되었다. 수치해석 결과에 따르면, 포화 한계와 임계치를 적절히 조절하면, 성능을 크게 저하시키지 않고도 양자화기의 단어길이를 3 비트 내지 4 비트로 매우 작게 줄일 수 있다.

또한, 본 결과에 따르면, 포화 한계에 따라 적용적으로 변화하는 임계치를 사용해 양자화기의 단어길이를 더욱 줄이는 것이 가능하다. 포화 한계도 AGC(Automatic Gain Controller)에 의해 역시 적용적으로 조절하는 것이 가능하다. 본 논문에서 사용된 양자화 효과 해석 방법은, 디지털 통신 시스템에서는 사용하는 신호가 몇 가지로 제한되어 있다는 성질을 이용한 것으로서 DS-CDMA 이외에 다른 시스템에도 유용하게 적용할 수 있다.

부 록

Noncoherent 수신기의 경우도 복잡하기는 하지만, 비슷한 방법으로 해석할 수 있다. Noncoherent 처리에 의한 직교 성분 샘플은 다음과 같다 [3].

$$Z_{k,c} = \frac{\sqrt{2}}{T_c} \int_{kT_c}^{(k+1)T_c} \chi(t) \cos(\omega_c t) dt = a_{k-\tau} \cos \phi + X_{k,c} \quad (\text{A.1})$$

$$Z_{k,s} = \frac{\sqrt{2}}{T_c} \int_{kT_c}^{(k+1)T_c} \chi(t) \sin(\omega_c t) dt = a_{k-\tau} \sin \phi + X_{k,s} \quad (\text{A.2})$$

여기에서 간섭 신호들은 다음과 같다.4)

$$X_{k,c} = \sum_{j=1}^J \sqrt{P_j} \cos \theta_j [(1-\tau_j)x_k^{(j)} + \tau_j x_{k-1}^{(j)}] \quad (\text{A.3})$$

$$X_{k,s} = \sum_{j=1}^J \sqrt{P_j} \sin \theta_j [(1-\tau_j)x_k^{(j)} + \tau_j x_{k-1}^{(j)}] \quad (\text{A.4})$$

$X_{k,c}$ 와 $X_{k,s}$ 의 확률밀도함수는 coherent인 경우와 마찬가지로 식 (22)로 근사할 수 있다. 동기획득을 위해 다음과 같은 값을 계산한다.

$$W_n = \left[\left(\sum_{i=0}^{N-1} h_i Z_{n-i,c} \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{N-1} h_i Z_{n-i,s} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

새로운 변수 A_c 와 A_s 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} A_c &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i Z_{n-i,c} = \sum_{i=0}^{N-1} h_i (a_{n-i-\tau} \cos \phi + X_{n-i,c}) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i a_{n-i-\tau} \cos \phi + \sum_{i=0}^{N-1} h_i X_{n-i,c} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} A_s &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i Z_{n-i,s} = \sum_{i=0}^{N-1} h_i (a_{n-i-\tau} \sin \phi + X_{n-i,s}) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i a_{n-i-\tau} \sin \phi + \sum_{i=0}^{N-1} h_i X_{n-i,s} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

이 두 변수는 central limit 이론에 의해 Gaussian 분포를 갖는다고 근사할 수 있다. 그러면, W_n 은 n 에 따라 Rician이나 Rayleigh 분포를 갖게 되고 반송파 위상 offset ϕ 에 독립된 값을 갖게 된다 [10][11][12]. 따라서 false alarm이나 miss 확률을 다음의 Marcum의 Q 함수를 사용하여 나타낼 수 있다.

$$Q_M(x, y) = \int_y^\infty t e^{-(t^2+x^2)/2} I_0(tx) dt \quad (\text{A.8})$$

여기에서 where $I_0(\cdot)$ 는 0차의 수정된 Bessel 함수이다 [3].

양자화 과정이 들어가는 경우 W_n 의 확률적 특성은

4) 간섭신호들의 반송파 위상이 원하는 신호에 대해 상대적으로 나타내었다.

매우 달라지게 된다. $Z_{k,c}$ 와 $Z_{k,s}$ 가 포화 과정을 거치면, 포화된 간섭 신호들 $\bar{X}_{k,c}$ 와 $\bar{X}_{k,s}$ 는 각각 $a_{k-r}\cos\phi$, $a_{k-r}\sin\phi$ 에 종속되어서 다음과 같은 확률 밀도함수를 갖는다.

$$f_{\bar{X}_{k,c}}(\bar{X}_{k,c}|a_{k-r}\cos\phi) = \begin{cases} \delta(\bar{X}_{k,c}-L+a\cos\phi) \int_{L-a\cos\phi}^{\infty} f_X(X) dX, & \bar{X}_{k,c} = L-a\cos\phi \\ f_X(\bar{X}_{k,c}), & -L-a\cos\phi < \bar{X}_{k,c} < L-a\cos\phi \\ \delta(\bar{X}_{k,c}+L+a\cos\phi) \int_{-\infty}^{-L-a\cos\phi} f_X(X) dX, & \bar{X}_{k,c} = -L-a\cos\phi \end{cases} \quad (A.9)$$

$$f_{\bar{X}_{k,s}}(\bar{X}_{k,s}|a_{k-r}\sin\phi) = \begin{cases} \delta(\bar{X}_{k,s}-L+a\sin\phi) \int_{L-a\sin\phi}^{\infty} f_X(X) dX, & \bar{X}_{k,s} = L-a\sin\phi \\ f_X(\bar{X}_{k,s}), & -L-a\sin\phi < \bar{X}_{k,s} < L-a\sin\phi \\ \delta(\bar{X}_{k,s}+L+a\sin\phi) \int_{-\infty}^{-L-a\sin\phi} f_X(X) dX, & \bar{X}_{k,s} = -L-a\sin\phi \end{cases} \quad (A.10)$$

그러므로 \bar{A}_c 와 \bar{A}_s 의 확률 분포가 반송파 위상 offset ϕ 에 종속되고 그들의 분산도 서로 다르다. $n \neq \tau$ 일 때,

$$\mu_{\bar{Y}_{n,c}} = 0 \quad \sigma_{\bar{Y}_{n,c}}^2 = \frac{N}{2} [\sigma_{\bar{X}_{n,c}|a=1}^2 + \sigma_{\bar{X}_{n,c}|a=-1}^2] = N\sigma_{\bar{X}_c}^2 \quad (A.11)$$

$$\mu_{\bar{Y}_{n,s}} = 0 \quad \sigma_{\bar{Y}_{n,s}}^2 = \frac{N}{2} [\sigma_{\bar{X}_{n,s}|a=1}^2 + \sigma_{\bar{X}_{n,s}|a=-1}^2] = N\sigma_{\bar{X}_s}^2 \quad (A.12)$$

$n = \tau$ 일 때,

$$\mu_{\bar{Y}_{\tau,c}} = N\mu_{\bar{X}_{\tau,c}} \quad \sigma_{\bar{Y}_{\tau,c}}^2 = N\sigma_{\bar{X}_{\tau,c}}^2 = N\sigma_{\bar{X}_c}^2 \quad (A.13)$$

$$\mu_{\bar{Y}_{\tau,s}} = N\mu_{\bar{X}_{\tau,s}} \quad \sigma_{\bar{Y}_{\tau,s}}^2 = N\sigma_{\bar{X}_{\tau,s}}^2 = N\sigma_{\bar{X}_s}^2 \quad (A.14)$$

$\mu_{\bar{X}_{n,c}}$, $\mu_{\bar{X}_{n,s}}$, $\sigma_{\bar{X}_c}$, $\sigma_{\bar{X}_s}$ 는 모두 ϕ 에 종속되어 있다. 결과적으로 \bar{W}_n 는 Rician이나 Rayleigh 분포를 갖지도 않고 ϕ 에 종속되게 된다. 실제로 반송파 위상 offset을 수신부에서 알 수 없으므로, 확률은 ϕ 에 대해서 평균을 취함으로써 구할 수 있다. False alarm

과 miss 확률을 Marcum의 Q 함수와 같이 알려져 있는 함수로 간단히 표현할 수는 없지만 수치해석기법을 사용하면 확률과 성능을 계산할 수 있다 [13].

참고 문헌

1. Andrew J. Viterbi, *CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication*, Addison Wesley, 1995.
2. Donald L. Schilling, "A matched filter based wide-band CDMA implementation," in *Proc. The 2nd International Workshop on Multi-Dimensional Mobile Communications*, July 1996, pp. 229-233.
3. Upamanyu Madhow and Michael B. Pursley, "Mathematical modeling and performance analysis for a two-stage acquisition scheme for direct-sequence spread-spectrum CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 9, pp. 2511-2520, Sept. 1995.
4. Upamanyu Madhow and Michael B. Pursley, "Acquisition in direct-sequence spread-spectrum communication networks: An asymptotic analysis," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, no. 3, pp. 903-912, May 1993.
5. Andreas Polydoros and Charles L. Weber, "A unified approach to serial search spread-spectrum code acquisition-part II: A matched-filter receiver," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-32, no. 5, pp. 550-560, May 1984.
6. Bong-Young Chung, Charles Chien, Henry Samuelli, and Rajeev Jain, "Performance analysis of an all-digital BPSK direct-sequence spread-spectrum IF receiver architecture," *IEEE J. Selected Areas Commun.*, vol. 11, no. 7, pp. 1096-1107, Sept. 1993.
7. Rajeev Jain, Henry Samuelli, Paul T. Yang, Charles Chien, Gloria G. Chen, Linda K. Lau, Bong-Young Chung, and Etan G. Cohen, "Computer-aided design of a BPSK spread-spectrum chip set," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 27, no. 1, pp. 44-58, Jan. 1992.
8. STANFORD TELECOM, *Digital, Fast Acquisition, Spread Spectrum Burst Processor STEL200A*, ASIC Custom Products Division, 1993.
9. Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schaffer, *Di-*

- crete-Time Signal Processing*, Prentice Hall, 1989.
10. Athanasios Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, 1984.
 11. Jr. Peyton Z. Peebles, *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*, McGraw-Hill, 1993.
 12. Harry L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, New York: Wiley, 1968.
 13. William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery, *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1992.

남 승 현(Seung Hyeon Nahm) 정회원

1969년 2월 22일생

1991년 : 서울대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)

1993년 : 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)

1998년 : 서울대학교 대학원 전기공학부 졸업(공학박사)

1997년 10월 ~ 현재 : 고등기술연구원 전자통신연구실 선임연구원

*주관심분야: 디지털 신호처리, 디지털 통신 시스템의 구현

e-mail : naamsh@iae.re.kr

성 원 응(Won Yong Sung) 정회원

1978년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1980년 2월 : 한국과학원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사)

1980년 ~ 1983년 : 금성사 중앙연구소

1987년 7월 : 미국 University of California, Santa Barbara 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학박사)

1989년 2월 ~ 현재 : 서울대학교 전기공학부 및 반도체 공동연구소 부교수

1993년 ~ 1994년 : Comdisco Systems (현 Alta Group) 기술 고문, 반도체공동연구소 설계 연구 부장

*주관심분야: 병렬처리 컴퓨터, VLSI를 이용한 고속 신호 처리

e-mail : wysung@dsp.snu.ac.kr