

단일 주파수 일방향 파동방정식을 이용한 중합 전 역 시간 심도 구조보정

윤광진¹⁾ · 장미경¹⁾ · 서정희¹⁾ · 신창수¹⁾ · 양승진²⁾ · 고승원²⁾ · 유해수³⁾ · 장재경³⁾

Prestack Reverse Time Depth Migration Using Monochromatic One-way Wave Equation

Yoon Kwang Jin, Jang Mi Kyung, Suh Jung Hee, Shin Chang Soo,
Yang Sung Jin, Ko Seung Won, Yoo Hae Soo and Jang Jae Kyung

요 약 : 탄성과 탐사자료의 구조보정에는 주로 Kirchhoff 및 역시간 구조보정이 이용되고 있다. 파동방정식을 이용한 역 시간 구조보정에는 양방향 및 일방향 파동방정식이 이용된다. 일방향 파동방정식을 사용한 접근법은 하향 파동장 외삽연 산자를 근사하게 계산하는 방식으로, 양방향 파동방정식을 이용한 방법에 비해, 계산량이 적고 작은 컴퓨터 주기억장치로 작업이 가능하다. 본 논문에서는 일방향 파동방정식을 이용하여 중합전 역시간 구조보정을 수행하였다. 주파수-공간영역에서 음원 파동장의 전파 및 관측 파동장의 역시간 전파에 단일주파수 일방향 파동방정식을 이용하였으며, 이 두 파동장의 영 지연 상호상관을 계산하여 구조보정하였다. 구조보정에는 초병렬 슈퍼컴퓨터(MPP, Massively Parallel Processors) CRAYT3E가 사용되었으며, 이 작업을 통해 알고리즘이 쉽게 병렬화가 가능하여 효율적으로 구조보정에 이용될 수 있음을 확인하였다.

주요어 : 중합 전 구조보정, 역 시간, 일 방향 파동방정식, 단일주파수

Abstract : In the seismic migration, Kirchhoff and reverse time migration are used in general. In the reverse time migration using wave equation, two-way and one-way wave equation are applied. The approach of one-way wave equation uses approximately computed downward continuation extrapolator, it need less amounts of calculations and core memory in compared to that of two-way wave equation. In this paper, we applied one-way wave equation to pre-stack reverse time migration. In the frequency-space domain, forward propagation of source wavefield and back propagation of measured wavefield were executed by using monochromatic one-way wave equation, and zero-lag cross correlation of two wavefield resulted in the image of subsurface. We had implemented prestack migration on a massively parallel processors (MPP) CRAYT3E, and knew the algorithm studied here is efficiently applied to the prestack migration due to its suitability for parallelization.

Keywords : Prestack migration, Reverse time, One-way wave equation, Monochromatic

서 론

반사법 탄성파자료의 자료처리과정 중 실시하는 구조보정은 자료상에 나타난 왜곡된 반사이벤트를 원래의 반사점의 위치로 이동시키는 것이다. 파동방정식의 adjoint 특성을 이용한 역 시간 구조보정은 Marfurt(1978)와 Whitmore(1983)에 의해 공통음원 반사자료에 대해 처음 적용되었다. Baysal(1982)은 zero-offset 중합단면도에 역 시간 구조보정을 적용하였으며, McMechan(1983)과 Baysal *et al.*(1983)은 역시간 구조보정을

독립적으로 개척 발전시켰다(Levin, 1984).

하향연속을 이용한 구조보정(Claerbout, 1985)은 스칼라 파동방정식을 일 방향 차분방정식으로 변환시켜 하향연속을 통해 구조보정을 하는 방법이다. 이 때 중합단면도는 $t=0$ 에서 지질경계면을 따라서 단위충격함수를 주고 지표에서 측정된상향 파동장이다(Claerbout and Doherty, 1972). 하향연속을 이용한 구조보정은 이러한 기본 개념 하에 하향연속 알고리즘으로 지표 탐사자료의 파동장을 외삽하여 $t=0$ 일 때의 초기조건을 구하는 것이다.

*2000년 5월 20일 접수

1) 서울대학교 지구환경시스템공학부

2) 한양대학교 지구환경건설공학부

3) 한국해양연구소 지구물리부

역 시간 구조보정(reverse time migration)은 공동 발파점 모음 자료에 대해서 실시할 수 있다. 본 연구에서는 단일주파수 일 방향 파동방정식(monochromatic one-way wave equation)을 적용한 하향 연속 알고리즘을 통해 중합 전 역 시간 구조보정을 실시하였다. 본 연구에서 연구된 역 시간 구조보정 방법에서는, 지하의 물성(속도)에 대한 편미분파동장(partial derivative wavefield)과 측정자료와의 영지연 상호상관(zero-lag cross correlation)을 계산하여 영상화를 시도하였다. 지하매질의 물성에 대한 편미분파동장을 직접 계산하는데는 많은 계산시간이 필요하므로 파동방정식의 adjoint 특성을 이용하여 편미분파동장과 측정자료간의 상호상관을 간접적으로 계산하였다. 그리고 이 상호상관을 구하는데 있어서 가상음원(virtual source)의 계산과 측정자료의 역 전파에는 단일주파수 일 방향 파동방정식을 적용하였다. 일 방향 파동방정식을 이용한 역 시간 구조보정은 두 가지 장점이 있다. (1) 편미분파동장을 간접적으로 구할 때 주 반사파만을 계산할 수 있다. 이는 다중 반사파들이 임의의 격자점의 편미분파동장과 우연히 일치하지 않으면 양 방향 파동방정식을 이용한 역 시간 구조보정보다 이중영상을 효과적으로 제거할 수 있다. (2) 일 방향 파동방정식을 이용하기 때문에 양 방향 파동방정식을 이용한 경우보다 필요한 주 기억장치의 용량과 계산량이 현저하게 줄어든다. 본 연구에서는, 각 CPU가 128 Mbytes의 주기억장치를 갖고 있는 CRAYT3E를 이용하여 적은 비용으로 신속한 구조보정을 수행할 수 있었다.

역 시간 구조보정의 이론적 배경

Claerbout(1976)에 의해 제안된 영상화 조건은 지질모형의 각 격자점에서 델타함수와 관측자료의 하향연속 파동장과의 영 지연 상호상관으로 주파수영역에서는 다음과 같이 표시된다.

$$I(x, z) = \int_{-\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} D(x, z, \omega) d\omega \quad (1)$$

여기서 $D(x, z, \omega)$ 는 지표에서 기록된 파동장의 하향연속 파동장, x 는 거리, z 는 깊이, ω 는 각주파수이며, $I(x, z)$ 는 지하의 영상이다. (1)식의 우변의 피적분함수는 $1(\delta t)$ 의 푸리에 변환과 $D(x, z, \omega)$ 의 곱이다. 이처럼 Claerbout의 영상화 조건은 델타함수와 하향연속 파동장과 영 지연 상호상관으로 정의된다. 역시간 구조보정은 점음원(point source)에 의한 지하매질의 물성에 대한 편미분파동장과 지표관측자료간의 영지연 상호상관으로 다음과 같이 정의된다(Whitmore and Lines, 1986).

$$\delta p_i = \int_0^{x_{\max}} \int_0^{x_{\max}} \frac{\partial u(x, z=0, t)}{\partial p_i} d(x, z=0, t) dx dt \quad (2)$$

여기서 δp_i 는 i^{th} 격자점에서의 지하의 영상, $\frac{\partial u(x, z=0, t)}{\partial p_i}$ 는 지하매질의 물성 p_i 에 대한 편미분파동장(Shin, 1988; 장성형 등, 1997), $d(x, z=0, t)$ 는 지표의 측정탄성파자료, $d(x, z=0, t)$

는 지표에서의 점음원에 의한 파동장이다. 역시간 구조보정은 (2)식에서처럼 편미분파동장을 직접 구하여 영상화를 할 수도 있으나(Gauss-Newton 구조보정(신창수 등, 1997)), 편미분파동장의 직접적인 계산은 많은 컴퓨터 계산시간을 요구한다. 반면, 파동방정식의 adjoint 성질을 이용하면 편미분파동장과 관측자료의 상호상관은 가상음원과 역 전파된 관측자료 파동장의 상호상관으로 표현된다(Mora, 1987). 즉, 역시간 구조보정은 편미분파동장과 측정탄성파자료와의 영지연 상호상관을 간접적으로 계산하여 영상화한다. 이는 다음의 과정과 같이 행렬식으로 표현된다.

(2)식의 분모를 수진기 거리에 대해 개별 적분한 다음 주파수영역에서 표시하면 다음과 같다.

$$\delta p_i = \int_{-\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} \left[\frac{\partial u_1(\vec{p}, \omega)}{\partial p_i} \frac{\partial u_2(\vec{p}, \omega)}{\partial p_i} \dots \frac{\partial u_n(\vec{p}, \omega)}{\partial p_i} \right] \begin{bmatrix} \widetilde{d_1(\omega)} \\ \widetilde{d_2(\omega)} \\ \vdots \\ \widetilde{d_n(\omega)} \end{bmatrix} d\omega \quad (3)$$

여기서 n 은 지표면의 격자수, $\frac{\partial u_i(\vec{p}, \omega)}{\partial p_i}$ 및 $d_i(\omega)(i=1, 2, \dots, n)$ 는 지표면에서 계산된 편미분파동장과 측정탄성파자료이다. 초기지하모형이 정해진 경우 편미분파동장은 모든 격자점에서 계산된다. 전체 격자의 수를 l 이라 할 때, (3)식의 우측 측정탄성파자료 벡터에 $l-n$ 개의 0을 더하여 주면 다음과 같이 표시된다.

$$\delta p_i = \int_{-\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} \left[\frac{\partial u_1(\vec{p}, \omega)}{\partial p_i} \dots \frac{\partial u_n(\vec{p}, \omega)}{\partial p_i} \dots \frac{\partial u_l(\vec{p}, \omega)}{\partial p_i} \right] \begin{bmatrix} \widetilde{d_1(\omega)} \\ \vdots \\ \widetilde{d_n(\omega)} \\ 0 \\ \vdots \\ \widetilde{d_n(\omega)} \end{bmatrix} d\omega \quad (4)$$

(4)식을 이용한 영지연 상호상관값은 파동방정식의 adjoint 특성을 이용하면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{bmatrix} \delta p_1 \\ \vdots \\ \delta p_i \\ \vdots \\ \delta p_l \end{bmatrix} = \int_{-\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} \begin{bmatrix} v_1^1 v_2^1 \dots v_i^1 \dots v_l^1 \\ \vdots \\ v_1^i v_2^i \dots v_i^i \dots v_l^i \\ \vdots \\ v_1^l v_2^l \dots v_i^l \dots v_l^l \end{bmatrix} [S^{-1}]^T \begin{bmatrix} \widetilde{d_1(\omega)} \\ \vdots \\ \widetilde{d_n(\omega)} \\ 0 \\ \vdots \\ \widetilde{d_n(\omega)} \end{bmatrix} d\omega \quad (5)$$

여기서 v_j 은 j 격자점에서의 속도 및 밀도에 대한 편미분과 동장을 계산할 때 필요한 j 격자점에서의 가상음원이다. 일반적으로 유한차분법을 이용할 경우(밀도에 대한 편미분과 동장에 국한시킬 경우), j 격자점의 가상음원만 0이 아니고 다른 격자점에서의 가상음원들은 0이 된다.

Gauss-Newton 구조보정법은 편미분과 동장을 직접 계산하여 측정탄성파자료와의 영지연 상호상관값을 Hessian 행렬의 대각요소로 정규화하는 영상화 과정이다. 이외는 달리 역시간 구조보정은 편미분과 동장과 측정탄성파자료와의 영지연 상호상관을 파동방정식의 adjoint 특성을 이용하여 간접적으로 구하여 지하구조를 영상화하며, AGC를 이용하여 정규화 한다. (5)식의 가상음원을 구하는 데는 여러 가지 방법이 있다. Whitmore and Lines(1986)와 장성형 등(1997)은 음원의 위치에 점 음원(point source)을 가정하고 완전파동방정식(full wave equation)을 이용한 모델링을 실시하여 가상음원을 직접 구하여 영상화를 시도하였다. Chang and McMechan(1986), Zhu and Lines(1997)는 이러한 모델링 과정을 생략하고 가상음원을 저장하지 않는 방법을 이용하였다(파동장이 지하의 임의의 점에 이르는 시간을 파선추적법으로 계산하여 time table을 만들어 가상음원을 델타함수로 근사시켰다). 본 연구에서는 단일 주파수 일방향 파동방정식을 이용하여 측정탄성파자료의 역전파 및 가상음원 계산을 수행하였다.

일방향 파동방정식을 이용한 하향연속

본 연구에서 적용한 일방향 파동방정식을 이용한 영상화는 가상음원을 저장할 필요가 없고, 다중반사파를 효과적으로 제거할 수도 있다. 스칼라 파동방정식을 이용하면 매질의 공간적인 변화를 쉽게 다룰 수 있고 이를 이용한 구조보정이 장점도 있다(Hemon, 1978; Kosloff and Baysal, 1983). 그러나, 다중 반사파, evanescent waves 그리고 초기조건 문제 등이 스칼라 파동방정식을 지하의 영상화에 이용하는데 어려움을 주고 있어서 대부분의 구조보정은 Claerbout가 소개한 paraxial 파동방정식(single-square-root equation 또는 parabolic wave equation)을 이용하고 있다(Claerbout, 1985). Paraxial 방정식은 양방향 파동방정식을 푸리에 변환하여 구한다. 푸리에 변환에 의한 방법은 매개변수(속도, 밀도 등)의 공간적인 변화를 다룰 수 없다. 따라서 공간적으로 변화하는 매개변수를 다루기 위해서, $f-k$ 영역에서 paraxial 방정식을 구한 후 ik_x 와 ik_z 를 $\frac{\partial}{\partial x}$ 와 $\frac{\partial}{\partial z}$ 를 $\frac{\partial}{\partial z}$ 로 대치하여 공간영역의 편미분 방정식을 구한 다음 이를 유한차분법을 이용해 해를 구한다(장미경, 1999).

다음은 이차원 스칼라 파동방정식이다.

$$\frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2} \tag{6}$$

평면파 $\exp(ik_x x + ik_z z - i\omega t)$ 를 (6)식에 대입하면 다음의 분산식을 구할 수 있다.

$$k_z^2 + k_x^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \tag{7}$$

(7)식으로 부터 일방향 파동방정식의 분산관계식을 구할 수 있는데 그 중에서 하향파인 (+) 값만을 취하면

$$k_z = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}} \tag{8}$$

이다. 따라서 ik_z 는 $\frac{\partial}{\partial z}$ 에 해당하므로 다음과 같은 파동장 외삽 연산자를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 P(\omega, k_x, z)}{\partial z} = i \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}} P(\omega, k_x, z) \tag{9}$$

(9)식은 $v=v(z)$ 로 속도가 깊이 z 만의 함수인 경우이다. ik_z 를 $\frac{\partial}{\partial z}$ 로 대치하여 (9)식을 공간좌표로 변환하면 미분연산자의 제곱근 형태가 발생하므로, 이 제곱근을 다른 형태로 근사시켜야 한다. 이 제곱근의 근사법은 Taylor 급수 전개방식과 범 분수 전개(continued fraction expansion: Claerbout, 1985; Yilmaz, 1987)가 있으며 분수 근사법이 가장 많이 쓰이고 효과적이라 알려져 있다. (8)식의 분수식 근사를 위해 $X = \frac{vk_x}{\omega}$, $R = \frac{vk_z}{\omega}$ 라 하면 (8)식은 다음과 같다.

$$R = \sqrt{1 - X^2} \tag{10}$$

(10)식의 n 차 분수근사식은 $R_{n+1} = 1 - \frac{X^2}{1 + R_n}$ 의 반복관계식으로 주어지며, 짝수차수 근사식인 경우 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다(Lee and Suh, 1985).

$$R_{2n} = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i X^2}{1 - \beta_i X^2} \tag{11}$$

Table 1. 최적화된 분수근사식 일방향 파동방정식의 계수들(Lee and Suh, 1985)

order	degree of accuracy	α_i	β_i
2	65	0.478242060	0.376369527
4	80	0.040315157	0.873981642
		0.457289566	0.222691983
6	87	0.004210420	0.972926132
		0.081312882	0.744418059
		0.414236605	0.150843924
8	90	0.000523275	0.994065088
		0.014853510	0.919432661
		0.117592008	0.614520676
		0.367013245	0.105756624
10	90	0.000153427	0.997370236
		0.004172967	0.964827992
		0.033860918	0.824918565
		0.143798076	0.483340757
		0.318013812	0.073588213

Lee and Suh(1985)는 최소자승법을 이용해 (10)식와 (11)식의 오차를 최소화 하는 계수들을 계산하였으며, 그 결과에 따르면 (11)식에 대한 10차 항까지의 각각의 경사각과 그때의 계수는 Table 1과 같다. 속도가 깊이와 거리에 따라 변하는 매질에 대해서 파동장 외삽연산자를 구할 경우에는 분수근사식으로 (9)식의 제곱근을 근사시킨 후에 $(ik_x)^2 = \frac{\partial}{\partial x^2}$ 으로 대치하여 공간주파수 영역에서 공간영역으로 변환하고, 이 변환된 식에 유한차분법을 적용한다. 본 연구에서는 Table 1의 계수들을 이용하여 속도의 수직 및 수평적 변화를 허용하는 65° 근사 파동장 외삽연산자를 구하고, 이를 이용한 하향연속 알고리즘을 통해 영상화를 시행하였다.

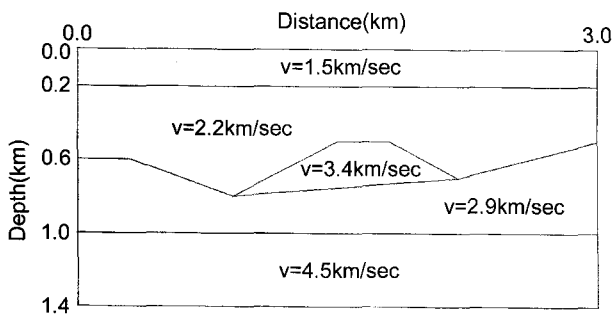


Fig. 1. Two dimensional velocity model used to generate synthetic seismograms. Migration of synthetic data is implemented using this model.

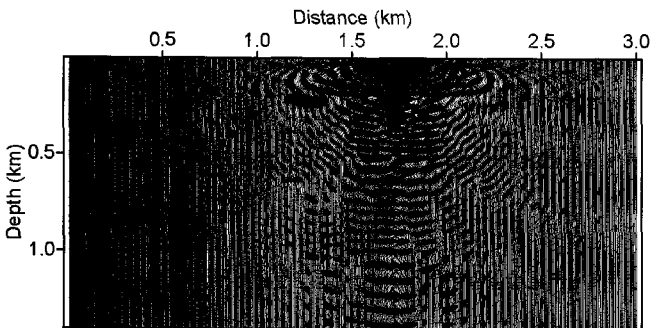


Fig. 2. Monochromatic image at the frequency of 30 Hz of a shot gathered synthetic seismogram.

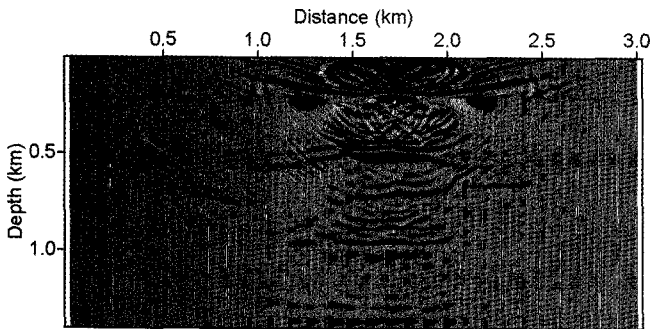


Fig. 3. Depth migrated image of a shot gathered synthetic seismogram.

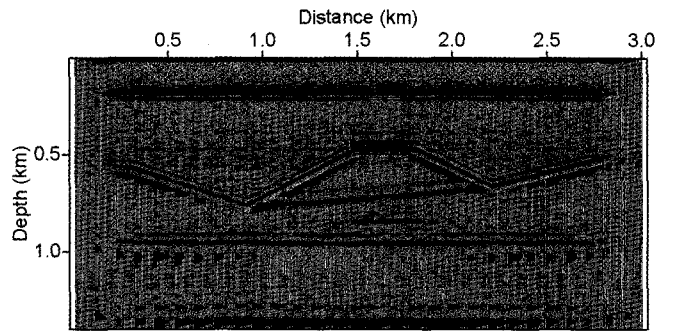


Fig. 4. Prestack depth migrated image of synthetic seismograms.

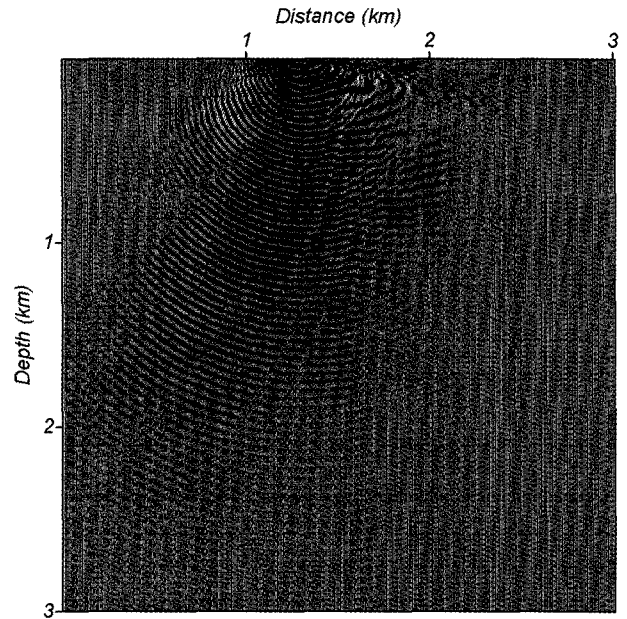


Fig. 5. Monochromatic image at the frequency of 30 Hz of a shot gathered seismogram.

Examples

단일주파수 일방향 파동방정식을 이용한 역 시간 구조보정을 인공합성자료에 대해 적용해 보았다. Fig. 1의 2차원 모델에 대하여 주파수영역 유한요소법 파동방정식 모델링을 이용하여 인공탐사자료를 작성하였다. 구조보정에 사용한 속도모델은 Fig. 1의 모델을 이용하였다. Fig. 2는 한 음원 모음 자료를 30 Hz 단일 주파수를 사용하여 심도 영상화 한 것이다. Fig. 3은 0~50 Hz의 주파수에 대해 Fig. 2와 같은 각 주파수의 영상을 구하고 전체 영상을 더한 것이다. Fig. 4는 전체 341개 음원모음 자료의 영상들을 더한 최종 심도 단면도이다. Fig. 1의 구조가 잘 나타나고 있음을 알 수 있다.

다음은 대륙붕 탄성과 자료를 구조보정한 결과들이다. 구조보정에는 간단한 수평 다층구조 모델을 이용하였다. Fig. 5은 한 음원모음 자료를 30 Hz 단일 주파수를 사용하여 구조보정한 결과이다. Fig. 6은 한 음원 모음 자료에 대한 구조보정 결과이며, Fig. 7은 298개 음원을 사용한 영상단면도이다. 이 작

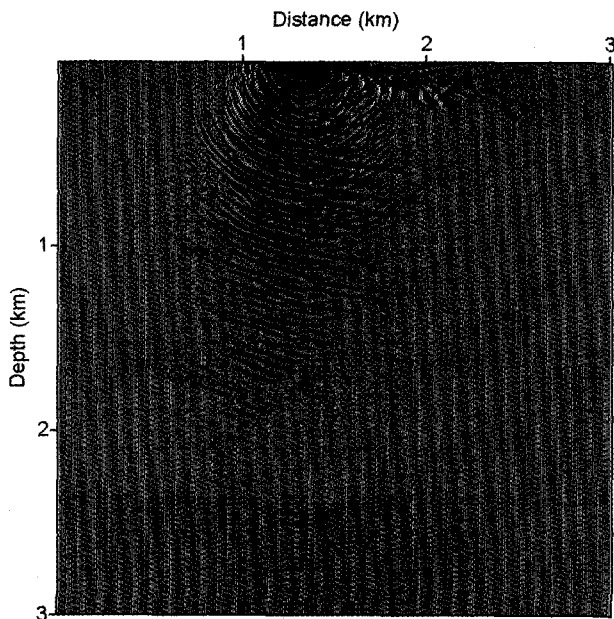


Fig. 6. Depth migrated image of a shot gathered seismogram.

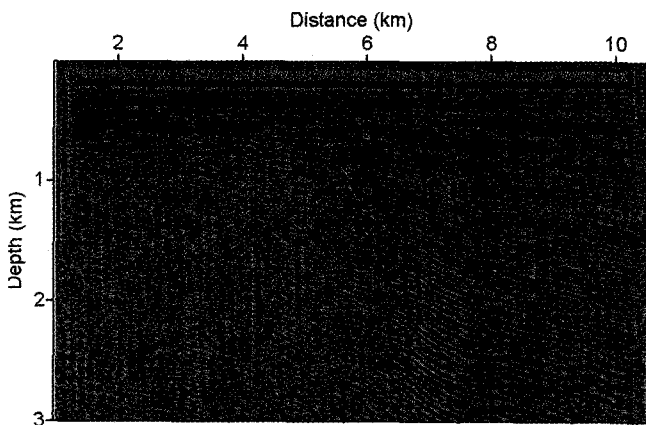


Fig. 7. Prestack depth migrated image.

업은 CRAYT3E를 이용하였으며, 0~50 Hz의 주파수 대역에 대해 1/4 Hz 간격으로 영상화를 수행하였다. 한 음원 모음 자료를 구조보정하는데 약 31분의 CPU 시간이 소요되었고, 16개의 CPU를 이용하여 작업하였을 때, 7시간 정도가 소요되었다.

결 론

파동방정식을 이용한 역 시간 구조보정은 급경사나 복잡한 구조에 대해 정확한 영상을 구할 수 있지만 많은 계산비용을 필요로 한다. 단일 주파수 일 방향 파동방정식을 이용하여 역 시간 구조보정 알고리즘을 모형 및 현장자료에 적용해 본 결과 필요한 주 기억장치 및 보조기억장치가 대폭 감소되었다. 또한 음원 또는 주파수 별로 쉽게 병렬화가 가능하여 국내에

서 가동중인 CRAYT3E를 이용하여 효과적인 작업을 할 수 있었다. 구조보정 단면도의 천부 영상을 향상시킬 수 있는 연구가 필요하다고 판단되나, 주 반사와 탄을 고려하므로 다중반사파의 제거에는 효과적일 것으로 판단된다.

사 사

본 연구는 1998년 해양수산부의 해양수산연구개발사업중 배타적 경제수역 해양자원조사사업의 연구비 지원에 의해 이루어짐

참고문헌

- 신창수, 신성렬, 서정희, 1997, 탄성과 파형역산: 한국자원공학회지, **34**, 206-217.
- 장미경, 1999, 일 방향 파동방정식을 이용한 역 시간 구조보정: 석사학위논문, 서울대학교.
- 장성형, 신창수, 양승진, 고진석, 1997, 편미분파동장과 가상음원을 이용한 지하지질구조 영상화: 한국자원공학회지, **34**, 592-600.
- Baysal, E., 1982, Modeling and migration by the Fourier transform method: Ph. D. thesis, Univ. of Houston.
- Baysal, E., Kosloff, D. D., and Sherwood, J. W. C., 1983, Reverse time migration: *Geophysics*, **48**, 1514-1524.
- Chang, W., and McMechan, G. A., 1986, Reverse-time migration of offset vertical seismic profiling data using the excitation-time imaging condition: *Geophysics*, **51**, 67-84.
- Claerbout, J. F., 1976, Fundamentals of geophysical data processing: New York, McGraw-Hill Book Co., Inc.
- Claerbout, J. F., 1985, Imaging the earth's interior: Blackwell Scientific Publ.
- Claerbout, J. F., and Doherty, S. M., 1972, Downward continuation of move-out corrected seismograms: *Geophysics*, **37**, 741-768.
- Hemon, C., 1978, Equation d'onde et modeles: *Geophys. Prosp.*, **26**, 790-821.
- Kosloff, D. D., and Baysal, E., 1983, Migration with full acoustic wave equation: *Geophysics*, **48**, 677-687.
- Lee, M., and Suh, S., 1985, Optimization of one-way wave equations: *Geophysics*, **50**, 1634-1637.
- Levin S. A., 1984, Principle of reverse-time migration: *Geophysics*, **49**, 581-583.
- Marfurt, K. J., 1978, Elastic wave equation migration-inversion: Ph. D. dissertation, Columbia Univ. Graduate School of Arts and Science.
- McMechan, G. A., 1983, Migration by exploration of time dependent boundary values: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **71**, 613-628.
- Mora, P., 1987, Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multiOffset seismic data: *Geophysics*, **52**, 1211-1228.
- Shin, C., 1988, Nonlinear elastic wave inversion by blocky parameterization: Ph. D thesis, Tulsa Univ., Oklahoma.
- Whitmore, N. D., 1983, Iterative depth migration by backward

- time propagation: 53rd Ann. Int'l. Mtg.: Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 827-830.
- Whitmore, N. D., and Lines, L. R., 1986, Vertical seismic profiling depth migration of salt dome flank: *Geophysics*, **51**, 1087-1109.
- Yilmaz, Ö., 1987, Seismic data processing: Soc. Expl. Geophys.
- Zhu, J., and Lines, L. R., 1997, Implicit interpolation in reverse-time migration: *Geophysics*, **62**, 906-917.
- Zhu, J., and Lines, L. R., 1998, Comparison of Kirchhoff and reverse-time migration methods with applications to prestack depth imaging of complex structures: *Geophysics*, **63**, 1166-1176.