KSAS05-2142

수중운동체 주위 이상 유동장의 압축성 해석

Compressible Analysis of Two-phase Flows around Underwater Vehicles

이경록*, 임승원 , 김종암 , 김규홍 (서울대학교)

1. 서 론

수중에서 고속으로 움직이는 수중운동체는 물속에서도 로켓 엔진으로 추진된다. 이러한 운동체 주위의 유동 예측은 수중운동체 개발에 아주 중요한 요소이지만, 실험을 통한 연구는 안정성과 비용, 얻을 수 있는 정보의 측면에서 매우 제한적이다. 따라서 최근에는 수중운동체 주위에 발생되는 이상유동(two-phase)장을 수치적으로 해석하기 위한 노력이 지속되어 왔다.

수중운동체 주위의 유동은 기체와 액체의 두 가지 상이 함께 존재하는 이상 유동장이다. 수중 운동체 선두부의 공동(cavitation) 발생 문제와 후미부의 고속 연소가스 배출 문제의 경우가 그러하다. 해수는 비압축성 영역에 가까운 반면, 일반적으로 노즐을 통과한 연소 가스는 초음속으로, 압축성 효과에 대한 고려가 반드시 필요하다. 따라서 해수의 유동을 결정하는 지배방정식과 연소가스의 움직임을 모사하는 지배방정식의 특성이 서로 달라지게 되므로, 이를 동시에 고려하여야 할 필요성이 있다.

본 연구에서는 수중 운동체의 주위의 이상유동의 정확한 해석을 목표로 하였다. 이를 위해 질량 비율(mass fraction)을 사용하여 압축성 이상 유동 지배방정식을 규성하고 넓은 마하수 영역에 대한 해석을 위하여 예조건화를 시행하였다. 또한 $k-\epsilon$ 난류 모델을 적용하여 수중 운동체 선두부의 공동 발생 문제와 후미부의 고속 연소가스 분사 문제에 적용하였다.

2. 지배방정식

2.1 이상 유동 지배방정식

원시 변수로 표현된 이상 유동에 대한 2차원 Navier-stokes 지배방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\Gamma\frac{\partial Q'}{\partial \tau}+\frac{\partial(E-E_v)}{\partial \xi}+\frac{\partial(F-F_v)}{\partial \eta}=\frac{1}{J}(S+H) \tag{1}$$

유동과 플럭스 벡터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q&=J^{-1}(\rho_m, \rho_m u, \rho_m v, \rho_m Y_1)^T \\ Q'&=J^{-1}(p, u, v, Y_1)^T \\ E&=(\rho_m U, \rho_m u U+p\xi_x, \\ &\quad \rho_m v U+p\xi_y, \rho_m Y_1 U)^T \\ E_v&=(0, \xi_x\tau_{xx}+\xi_y\tau_{yx}, \\ &\quad \xi_x\tau_{xy}+\xi_y\tau_{yy}, 0)^T \end{aligned} \tag{2}$$

하첨자 m은 혼합유체를 의미하며, Y_1은 유체 1의 질량 비율로, 혼합유체의 질량은 다음과 같이 주어진다.

$$\rho_m=\rho_m Y_1+\rho_m Y_2 \tag{3}$$

H는 축대칭 해석을 위한 생성항이다.

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{y}(\rho_m v, \rho_m uv, \rho_m v^2, \rho_m Y_1 v)^T \\ &+\frac{1}{y}(0, \tau_{xy}-\frac{2}{3}y\frac{\partial}{\partial x}(\mu_e\frac{v}{y}), \tau_{yy}-\tau_{\theta\theta} \\ &-\frac{2}{3}y\frac{\partial}{\partial y}(\mu_e\frac{v}{y})-\frac{2}{3}\mu_e(\frac{v}{y}), 0)^T \end{aligned} \tag{4}$$

S는 공동 발생과 관련된 생성항이며, 본 연구에서는 Merkle이 제안한 모델을 사용하였다. 이 모델은 다음과 같다.[1]

$$S=[\ 0\ 0\ 0\ \dot{m}_l+\dot{m}_v]^T$$

$$\dot{m}_l = -\left(\frac{C_{evap}}{t_\infty}\right) Y \rho_m Min[0,\ p - p_v]$$

$$\dot{m}_v = -\left(\frac{C_{prod}}{t_\infty}\right) Y_v \rho_m (\rho_l/\rho_v) Max[0,\ p - p_v]$$

$$C_{evap}=1\ ,\ C_{prod}=80 \tag{5}$$

난류 모델은 표준 $k-\epsilon$ 난류모델을 적용하였다.

$$\rho\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i}[(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_i}]+G_k-\rho\varepsilon$$

$$\rho\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i}[(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}] + C_{1\epsilon}\frac{\epsilon}{k}G_k - C_{2\epsilon}\rho\frac{\epsilon^2}{k} \tag{6}$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

이제 위 지배방정식은 상태방정식의 도입으로 closed된다.

액체의 상태방정식은

$$\frac{p_l + p_{0l}}{p_{0l}} = (\frac{\rho_l}{\rho_{0l}})^\gamma \tag{7}$$

where, $p_{0l} = 3.3\times10^8, \rho_{0l} = 1000,\ \gamma = 7.15$ 이며,

기체의 상태방정식은

$$\frac{p_g}{p_{0g}} = (\frac{\rho_g}{\rho_{0g}})^\gamma \tag{8}$$

where, $\rho_{0g} = 1,\ \gamma = 1.4$

이다.

본 연구에서 사용한 homogeneous mixture 모델은 상의 경계면에서 역학적 평형을 가정하므로, 같은 제어체적 내에서는 $p = p_l = p_g$이다.

2.2 예조건화

Γ 는 보존벡터 Q 를 원시벡터 Q'으로 바꾸어주기 위한 변환 행렬이며, 아음속에서 β 값에 따라 예조건화 행렬이 된다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & 0 & 0 & \frac{\partial \rho_m}{\partial Y_1} \\ \frac{u}{\beta} & \rho_m & 0 & u\frac{\partial \rho_m}{\partial Y_1} \\ \frac{v}{\beta} & 0 & \rho_m & v\frac{\partial \rho_m}{\partial Y_1} \\ \frac{Y_1}{\beta} & 0 & 0 & \rho_m + Y_1\frac{\partial \rho_m}{\partial Y_1} \end{bmatrix} \tag{9}$$

이 때 β 는 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{c_m'^2} \tag{10}$$

$$\beta = \min(c_m^2, \max(U^2, U_{\min}^2))$$

3. 수치기법

3.1 AUSMPW+에서의 예조건화

제어면에서의 수치 플럭스는 AUSMPW+ 수치기법을 바탕으로 하여, 이상 유동에 맞도록 개선하였고, 저마하수 비압축성 유동해석을 위하여 예조건화를 시행하였다.

AUSMPW+ 수치기법은 다음과 같이 주어진다.[2-3]

$$F_{\frac{1}{2}} = \overline{M_L^+}C_{1/2}\Phi_L + \overline{M_L^-}C_{1/2}\Phi_R + (P_L^+P_L + P_R^-P_R) \tag{11}$$

where, $M_{1/2} \geq 0$

$$\overline{M_L^+} = M_L^+ + M_R^- \cdot [(1-\omega)\cdot(1+f_R) - f_L],$$
$$\overline{M_R^-} = M_R^- \cdot \omega \cdot (1+f_R)$$

otherwise

$$\overline{M_L^+} = M_L^+ \cdot \omega \cdot (1+f_L)$$
$$\overline{M_L^-} = M_L^- + M_R^+ \cdot [(1-\omega)\cdot(1+f_L) - f_R],$$

예조건화를 하기 위하여 지배방정식 (1)의 고유값으로부터,

$$f = \frac{\sqrt{M^2(1-M_r^2)^2 + 4M_r}}{1+M_r^2} \tag{12}$$

를 도입하고,

$$\tilde{a} = fa\ ,\quad \tilde{M} = \frac{M}{f} \tag{13}$$

로 음속과 마하수를 재정의하게 된다.

따라서, 실제 AUSMPW+에 사용하는 좌, 우 마하수는 다음과 같이 재정의 된다.

$$\overline{M_L}=\frac{1}{2}[(1+M_r^{2\frac{1}{2}})\widetilde{M_L}+(1-M_r^{2\frac{1}{2}})\widetilde{M_R}] \qquad (14a)$$

$$\overline{M_R}=\frac{1}{2}[(1+M_r^{2\frac{1}{2}})\widetilde{M_R}+(1-M_r^{2\frac{1}{2}})\widetilde{M_L}] \qquad (14b)$$

3.2 시간 적분 및 고차 정확도

시간 적분 방법으로 3차 정확도의 TVD-RK를 사용하였다. [4] 고차 정확도의 해를 얻기 위해 MUSCL을 minmod 제한자와 함께 사용하였으며, 공동해석 문제의 경우 Kunz가 사용한 dissipation sensor를 MUSCL에 함께 사용하였다.

4. 수치해석

4.1. 공동 발생 문제

압력이 증기 압력 이하로 떨어지게 되면 액체가 기체로 기화하게 되며 이를 공동 현상이라고 한다.

Cavitation number σ는 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma=\frac{P-P_v}{\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2} \qquad (15)$$

C_p가 $-\sigma$보다 작을 경우에 공동이 생기기 시작한다.

선두부의 모양이 반구(Hemisphere)와 원뿔(Cone) 모양인 수중운동체에서 발생하는 공동 현상을 해석하였다. O(-3)인 낮은 마하수의 비압축성 이상 유동을 예조건화된 압축성코드로 해석하였다.

1) 반구 (Hemisphere)

$Re=1.36\times10^5$ 일 때 공동이 발생하지 않는 $\sigma=1.0$인 경우와, 공동이 발생하는 $\sigma=0.4$, $\sigma=0.3$ 의 경우에 대하여 해석하였고, 결과를 Rouse등의 실험치와 비교하였다.[5]

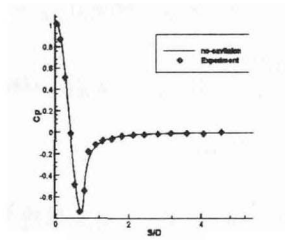

그림 1. $\sigma=1$일 때 Cp 곡선
(공동현상이 발생하지 않는 경우)

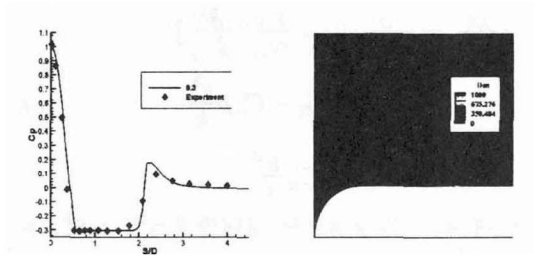

그림 2. $\sigma=0.3$ 일 때 Cp 곡선과 밀도 분포

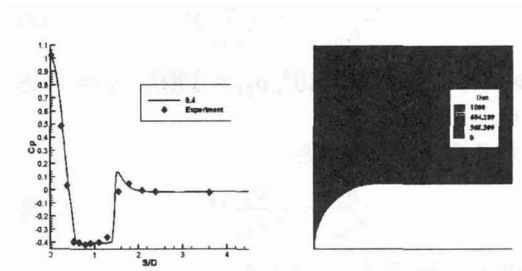

그림 3. $\sigma=0.4$ 일 때 Cp 곡선과 밀도 분포

그림 1-3의 결과로부터 해석 결과가 실험치와 잘 맞는다는 것을 확인할 수 있다.

2) 원뿔 (Cone)

반구의 경우와 마찬가지로 $Re=1.36\times10^5$ 일 때 공동이 발생하지 않는 $\sigma=1.0$인 경우와, 공동이 발생하는 $\sigma=0.5$ 경우에 대하여 해석하였다. 결과는 Rouse 등의 실험치 및 Kunz의 수치해석 결과와 비교하였다.

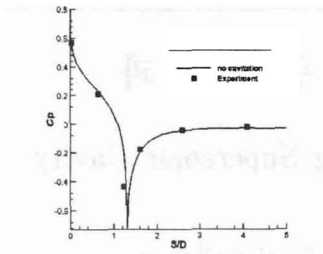

그림 4. $\sigma = 1$일 때 Cp 곡선
(공동현상이 발생하지 않는 경우)

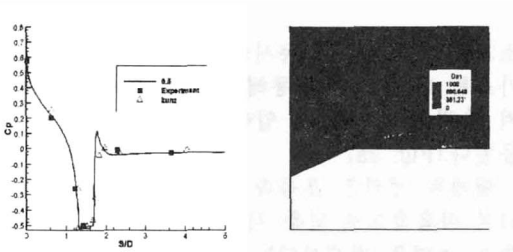

그림 5. $\sigma = 0.5$ 일 때 Cp 곡선과 밀도분포

전두부가 원뿔 형상인 경우에 대해서도 예조건화된 압축성 해석 코드가 비압축성 유동을 잘 해석하고 있음을 확인 할 수 있다.

4.2 수중 고속연소가스 분사 문제

이상의 공동 해석 문제에서 이상 유동 해석 코드가 검증된 것으로 보고, 수중에서 고속의 압축성 연소가스가 분사되는 문제에 적용하였다. 이 문제는 실험치나 정확한 다른 수치 해석 결과를 얻기 어려운 문제이다.

액체인 물의 유속은 25m/s로 마하수가 O(-2)의 비압축성 유동이며, 분사되는 가스는 M=3인 압축성 유동이다. 따라서 비압축성과 압축성 영역을 동시에 해석하여야 한다.

유동조건은 수심 10m 상황을 가정하여 2기압 조건에서 해석하였다. y=0.25 이하를 연소가스로 하되 노즐각을 15°로 가정하고 속도분포를 타원형으로 주었다. y=0.25 이상이 속도가 25m/s로 일정한 해수이다.

그림 6 에서 수중으로 분사된 연소가스가 수면에 부딪혀 충격파가 생성되는 모습을 확인할 수 있다.

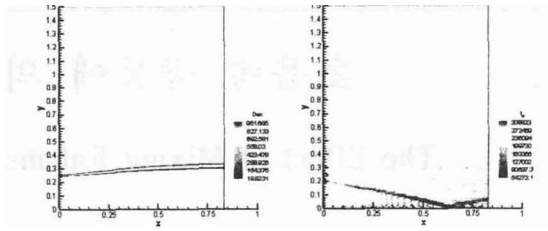

그림 6. 수중 연소가스 분사문제 밀도와 압력 분포

5. 결론

수중운동체 주위의 유동은 압축성과 비압축성이 혼재되어있는 이상 유동이다. 이를 해석하기 위해서는 압축성과 비압축성을 동시에 해석할 수 있는 방법이 필요하다. 본 연구에서는 질량비율에 기반한 예조건화된 이상 유동 압축성 코드를 개발하였다. 이는 $k-\epsilon$난류 모델을 적용하였으며, 개발된 코드가 수중운동체 주위의 이상 유동장의 해석에 적합함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

1) Merkle, C.L., Feng, J., Buelow, P.E.O, "Computational Modeling of the Dynamics of Sheet Cavitation," 3rd International Symposium on Cavitation, Grenoble, France

2) K. H. Kim, C. Kim, O.-H. Rho, "Method for the Accurate Computations of Hypersonic Flows I. AUSMPW+ Scheme," J. Comput. Phys., Vol. 174, pp.38-80, 2001.

3) K. H. Kim, J. H. Lee, O. H. Rho, "An Improvement of AUSM Schemes by Introducing the Pressure-Based Weight Functions," Computers & Fluids, Vol. 27(3), pp.311-346, 1998.

4) S. Gottlieb, C. W. Shu, "Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes," Mathematics of Computation, Vol. 67(221), pp.73-85, 1998.

5) Rouse, H., McNown, J. S., "Cavitation and Pressure Distribution, Head Forms at Zero Angle of Yaw." Studies in Engineering, Bulletin 32, State university of Iowa