

압축성-비압축성 극저온 캐비테이션 이상유동의 온도효과와 여러 가지 공동모델에 대한 연구

Compressible-incompressible Two-phase Research of the Cryogenic Cavitation Flow about Thermal effects and several Cavitation models

김형준¹, 김동환*¹, 민대호¹, 김종암¹
서울대학교 기계항공공학부¹

초 록

일반적으로, 극저온 유체에서의 캐비테이션 현상은 상당한 온도효과와 유체 물성치의 강한 변화를 발생시킨다. 이러한 온도효과를 이해하고 정량화 하는 것은 액체 수소와 액체 산소를 가압하는 액체로켓 터보시스템을 디자인하는데 중요하다. 이 현상을 정확하고 강건하게 시뮬레이션하기 위해서는, 수치 기법이 압축성-비압축성 이상유동장의 공존을 다룰 수 있어야하고, 극저온 유체의 상태방정식이 정확하게 모델링 되어야 한다. 본 연구에서는, 본 연구 그룹에서 개발한 강건한 압축성-비압축성 이상유동 수치 기법이 이용되었고, regression analysis를 이용하여 상태방정식을 모델링하였다. 이를 바탕으로, 액체 질소에서의 캐비테이션 현상 해석결과를 수록하였다

ABSTRACT

Generally, cavitation in cryogenic fluids generates substantial thermal effects and strong variations in fluid properties. To simulate this phenomena accurately and robustly, numerical method should be able to treat the co-existence of compressible and incompressible two-phase flow fields, and equation of state of cryogenic fluid should be accurately modeled. In this paper, a robust compressible-incompressible two-phase scheme which was developed by our research group is used and equation of state is modeled using a regression analysis. And then, numerical simulations of cavitation in liquid nitrogen are presented.

Key Words : Cryogenic Fluid(극저온 유체), Cavitation(공동), Thermal Effects(온도 효과), Compressible-incompressible Flow(압축성-비압축성 유동)

1. 서론

일반적으로, 극저온 유체의 캐비테이션 현상은 온도효과와 유체 물성치의 강한 변화로 인하여 캐비테이션 특성이 작동유체가 물일 때와는 다른 양상을 보인다. 이러한 극저온 캐비테이션 현상은 주로 액체로켓의 산화제와 연료를 가압하는 터보펌프 인두서 주변에서 발생하게 되는데, 캐비테이션이 발생하면 터보펌프가 엔진 연소부에 필요한 압력을 상승시켜주지 못하게 되어 문제가 발생하기도 하고, 주기적인 캐비테이션 진동으로 인한 구조적 문제점을 발생시키기도 한다. 따라

서 이러한 극저온 캐비테이션 현상을 정확하게 예측하는 것은 터보펌프 성능을 향상시키는 데 있어 아주 중요하다.

극저온 유체는 유체의 임계점 근처에서 작동영역을 가지게 되므로 액체와 기체의 부피비가 물에 비해서 작아지게 되고, 이에 따라 캐비테이션 발생 시 일정량의 기체를 생성하는데 물보다 더 많은 양의 액체가 필요하게 된다. 따라서 evaporation cooling effect가 현저하게 발생하여 국부적으로 유체의 온도를 하강시키게 된다. 한편, 캐비테이션과 관련된 유체의 특성 중 하나인

vaporization pressure는 온도의 함수로서 유체가 임계온도 근처에서는 온도변화에 매우 민감하게 반응한다. 따라서 전술한 국부적 온도하강은 vaporization pressure을 낮추게 되고 따라서 캐비테이션 발생이 억제되게 되는데 이를 극저온 유체 캐비테이션 온도효과라고 한다.

이러한 극저온 캐비테이션에 대한 연구는 여러 연구그룹에 의해 연구되어 왔다. Ruggeri and Moore⁽¹⁾와 이후에 Hord⁽²⁾는 다양한 형상에 대한 극저온 실험을 통하여 경계에서의 열 소산효과가 이러한 캐비테이션 억제의 주된 원인이라고 분석하였다. Cooper⁽³⁾는 에너지방정식을 고려하지 않고 비압축성 유동으로만 간주하여 해석하였다. Hosangadi *et al.*⁽⁴⁾ 연구그룹은 압축성 지배방정식을 이용하여 압축성-비압축성 동시해석이 가능한 알고리즘을 통해 해석을 수행하여 비교적 정확한 결과를 보여주고 있지만 에너지방정식에 있어 압력에 의한 일을 무시하였다.

본 연구에서는 완전한 형태의 지배방정식으로부터 압축성-비압축성의 넓은 마하수를 해석할 수 있도록 예조건화를 도입하였고, 본 연구그룹에서 개발한 정확하고 안전한 이상유동 RoeM 수치기법⁽⁵⁾을 사용하였다. 또한 극저온 유체의 특징을 정확하게 묘사하기 위하여 NIST database⁽⁶⁾를 이용한 regression analysis를 하여 상태방정식을 근사하였다. 이를 바탕으로 다양한 형상에서의 캐비테이션 현상을 해석하였고, 온도효과를 분석하였다.

2. 극저온 이상유동 시스템

2.1 지배방정식

균질 혼합류 모델(Homogeneous Equilibrium Model)을 이용한 압축성/비압축성 이상유동 지배방정식은 혼합류의 질량, 운동량, 에너지 보존식과 기체상의 질량 보존식으로 구성된다. 각각의 상을 구분하는 함수로는 여러 가지 방법이 있지만 본 연구에서는 질량비율(mass fraction)을 이용하여 액체상과 기체상을 구분하였다. 예조건화된 2차원 이상유동 지배방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \Gamma \frac{\partial Q_p}{\partial \tau} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + S_{pc} \quad (1)$$

보존량 벡터 Q 와 원시변수벡터 Q_p 는 다음과 같다.

$$Q = [\rho_m, \rho_m u, \rho_m v, \rho_m E_m, \rho_m Y_1], \quad (2)$$

$$Q_p = [p, u, v, T, Y_1], \quad (3)$$

위 식에서 ρ_m 은 혼합 유체의 밀도이고, Y_1 은 기체상의 질량비율이다. 저 마하수에서의 시스템의 stiffness 문제를 해결하기 위하여 시스템을 예조건화 하였다.

한편 식 (1)에서 비점성 및 점성 플럭스 벡터는 다음과 같다.

$$E = [\rho_m u, \rho_m u^2 + p, \rho_m uv, \rho_m Hu, \rho_m Y_1 u] \quad (4)$$

$$F = [\rho_m v, \rho_m uv, \rho_m v^2 + p, \rho_m Hv, \rho_m Y_1 v] \quad (5)$$

$$E_v = [0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x, 0] \quad (6)$$

$$F_v = [0, \tau_{yx}, \tau_{yy}, u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_y, 0] \quad (7)$$

또한 상변화를 묘사하는 source항으로서 S_{pc} 는 다음과 같이 나타난다.

$$S_{pc} = [0, 0, 0, 0, \dot{m}_{evaporation} - \dot{m}_{condensation}] \quad (8)$$

sensible energy와 latent energy를 포함하는 Total internal energy에 대해 에너지 방정식을 구성하여 상변화시 발생하는 에너지 변화를 고려 할 수 있었다.

여기서 사용한 상변화 모델은 Merkle *et al.*⁽⁷⁾, Kunz *et al.*⁽⁸⁾, Singhal *et al.*⁽⁹⁾의 모델을 사용하였다.

Merkle *et al.*

$$\dot{m}_{evaporation} = \frac{C_{evaporation} \max(p_v - p) \rho_l \alpha_l}{(0.5 \rho_\infty u_\infty^2) t_\infty}$$

$$\dot{m}_{condensation} = \frac{C_{condensation} \max(p - p_v) \rho_v \alpha_v}{(0.5 \rho_\infty u_\infty^2) t_\infty}$$

Kunz *et al.*

$$\dot{m}_{evaporation} = \frac{C_{evaporation} \max(p_v - p) \rho_l \alpha_l}{(0.5 \rho_\infty u_\infty^2) t_\infty}$$

$$\dot{m}_{condensation} = \frac{C_{condensation} \rho_v \alpha_v \alpha_l^2}{t_\infty}$$

Singhal *et al.*

$$\dot{m}_{evaporation} = C_{eva} \frac{u_{\infty}}{\sigma} \rho_l \rho_v (1 - Y_1) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\max(p_v - p)}{\rho_l}}$$

$$\dot{m}_{condensation} = C_{con} \frac{u_{\infty}}{\sigma} \rho_l \rho_v Y_1 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\max(p - p_v)}{\rho_l}}$$

한편 혼합류의 밀도는 다음과 같이 제어체적 내에서 각 상이 차지하고 있는 영역에 각각의 상태방정식을 적용하여 구해진다.

$$\rho_m = \frac{1}{\sum_i \frac{Y_i}{\rho_i(p, T)}} \quad (9)$$

이제 각 계산격자 내에서는 각 상의 압력과 온도가 같다는 동역학적, 열역학적 평형을 가정함으로써, 전체 2상유동의 지배방정식 시스템이 닫히게 된다.

$$p = p_l = p_v, \quad T = T_l = T_v \quad (10)$$

2.2 상태방정식

극저온 유체는 잠열이 상온의 다른 유체에 비해 훨씬 작기 때문에 작은 온도변화에도 물성치의 변화가 민감하게 나타난다. 이러한 특성 때문에 극저온 유체 유동을 해석하는데 정확한 상태방정식을 사용해야 하며 기존의 극저온 유체의 상태방정식으로 넓은 온도 및 압력 범위에서 높은 정확도를 보장하는 MEOS(Multiparameter EOS)^(10,11)가 널리 사용된다.

본 연구에서는 지배방정식을 예조건화하는 과정에서 보존변수 중 밀도를 압력으로 대체하였으나 위의 열거한 상태방정식들은 압력을 밀도와 온도의 함수로 표현하는 형태로 되어 있다. 그러므로 음속을 계산하는 과정에서 밀도를 계산하기 위해 상태방정식에 대한 비선형해법을 필요로 한다. 이러한 과정은 수치해석 과정의 효율성을 크게 감소하는 원인으로 작용하기 때문에 본 연구에서는 상태방정식의 물성치에 대한 regression analysis를 수행하여 상태방정식으로 대체하였다.

Fig 1은 Nitrogen에 대해 MEOS와 본 연구에서 적용한 상태방정식을 통해 음속, 엔탈피 등의 물

성치를 계산한 결과를 비교한 예로써, MEOS를 비선형해법을 통해 계산한 결과와 비교해 높은 수준의 정확도를 확보할 수 있음을 보여준다.

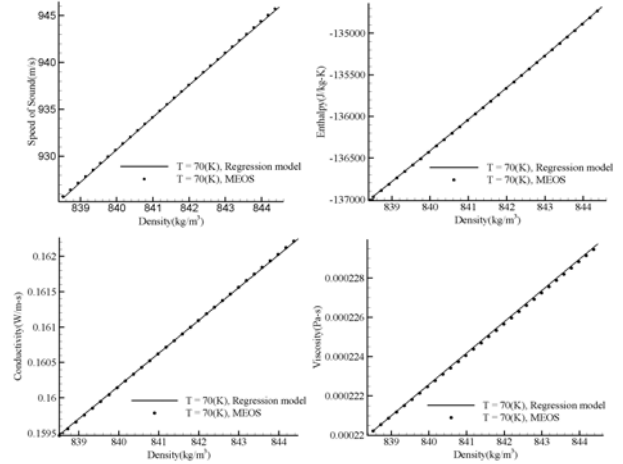


Fig 1. Comparison of MEOS and Regression model (Example : Nitrogen, 70K)

3. 수치기법

3.1 이상 유동 RoeM 수치기법

기체상에서 RoeM수치기법⁽¹²⁾을 유도하는 과정과 같이 2상 유동 Roe 수치기법으로부터 RoeM 수치기법을 유도하였다. 이때, 제어함수 f와 g에는 다음과 같이 새롭게 고안된 2상 유동 충격과 포착 항이 사용된다.

$$f = \begin{cases} 1 & , \quad \hat{u}^2 + \hat{v}^2 = 0 \\ |\hat{M}|^h & , \quad \hat{u}^2 + \hat{v}^2 \neq 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$g = \begin{cases} 1 & , \quad \hat{M} = 0 \\ |\hat{M}|^{1-\Pi_{1/2}^*} & , \quad \hat{M} \neq 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$h = 1 - \min(\Pi_{1/2}^*, \Pi_{L,1/2}^*, \Pi_{L,-1/2}^*, \Pi_{R,1/2}^*, \Pi_{R,-1/2}^*) \quad (13)$$

최종적으로 접촉 불연속면을 정확히 포착하면 서도 팽창영역의 불안전성을 제거하기 위해 signal velocity b1과 b2를 도입하고, 최종 형태에서 음속과 마하수를 재조정하는 방식에 따라 시스템 고유값을 속도의 차수로 재조정된 예조건화된 2상 유동 RoeM 수치기법은 다음과 같이 정리된다.⁽⁵⁾

$$E_{1/2} = \frac{1}{b_1^* - b_2^*} [b_1^* \times E_L - b_2^* \times E_R + b_1^* \times b_2^* \times (\Delta Q^* - \frac{g}{1+|\hat{M}^*|} B \Delta Q^{**})], \quad (14)$$

$$Q^* = [\rho_m, \rho_m u, \rho_m v, \rho_m H, \rho_m Y_1]^T, \quad (15)$$

$$B\Delta Q^{**} = (\Delta\rho_m - f\frac{\Delta p}{D^2}) \begin{pmatrix} 1 \\ \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{H} \\ \hat{Y}_1 \end{pmatrix} + \hat{\rho}_m \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta u - n_x \Delta U \\ \Delta v - n_y \Delta U \\ \Delta H \\ \Delta Y_1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\tilde{M}^* = \text{sign}(\hat{M}^*) \times \min(1, |\hat{M}^*|), \quad \hat{M}^* = \hat{U}' / \hat{D}, \quad (17)$$

여기서

$$\begin{aligned} b_1^* &= \max(\hat{U}' + \hat{D}, U_L' + \hat{D}, 0), \\ b_2^* &= \min(\hat{U}' - \hat{D}, U_R' + \hat{D}, 0) \end{aligned} \quad (18)$$

3.2 이상유동 LU-SGS 시간적분법

LU-SGS⁽¹³⁾는 Block diagonal solver가 필요 없는 내재적 시간 적분 기법으로, 효율성이 좋기 때문에 널리 사용되고 있다. 본 연구에서는 예조건화 행렬을 포함하는 비정상 2차원 점성 문제에 대해, 비점성항과 점성항 모두를 내재적으로 처리한 LU-SGS를 사용하였고, 다음과 같다.

$$\text{Lower sweep: } L\Delta Q_p^* = RHS, \quad (19)$$

$$\text{Upper sweep: } U\Delta Q_p^* = D\Delta Q_p^*. \quad (20)$$

$$\begin{aligned} L = & \left[\frac{\Gamma_{C,i,j}}{J\Delta\tau} - A_{p,i-1,j}^+ - B_{p,i,j}^+ \right. \\ & \left. - r_{Mv,i-1,j} \Gamma_{e,i-1,j} - r_{Mv,i,j-1} \Gamma_{e,i,j-1} \right], \end{aligned} \quad (21)$$

$$D = \frac{\Gamma_{C,i,j}}{J\Delta\tau}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} U = & \left[\frac{\Gamma_{C,i,j}}{J\Delta\tau} + A_{p,i+1,j}^- + B_{p,i,j+1}^- \right. \\ & \left. - r_{Mv,i+1,j} \Gamma_{e,i+1,j} - r_{Mv,i,j+1} \Gamma_{e,i,j+1} \right], \end{aligned} \quad (23)$$

위 식은 block diagonal solver가 필요하지 않으며, 주어진 계산 격자에서 단순한 $(\Gamma + \alpha\Gamma_e)x = b$ 형태에 대한 solver만을 필요로 한다. 그런데 $\Gamma + \alpha\Gamma_e$ 는 결정된 형태이므로, 본 연구에서는 x에 대한 일반해를 미리 구해 이용하였다. 따라서 시간적분 과정에서 실질적인 matrix solver는 사용되지 않았다. 본 연구에서는 이러한 LU-SGS를 바탕으로 해석을 수행하였다.

4. 수치해석 결과

4.1 Hord hydrofoil cryogenic cavitation problem

Hord 연구그룹에서 수행한 hydrofoil 실험 결과와, 같은 problem에 대한 Hosangadi 연구그룹의 해석결과와 비교하여 cryogenic cavitation solver의 성능을 검증하고, cavitation model에 따른 수치해

석 결과를 관찰한다. 격자계는 Fig 2와 같고, 유동조건은 Table 1과 같다.

Table 1. Cryogenic fluid flow condition (N_2)

Run Number	T_∞	u_∞	Ca	Re_D
290C	83.06	23.9	1.70	1.13×10^6

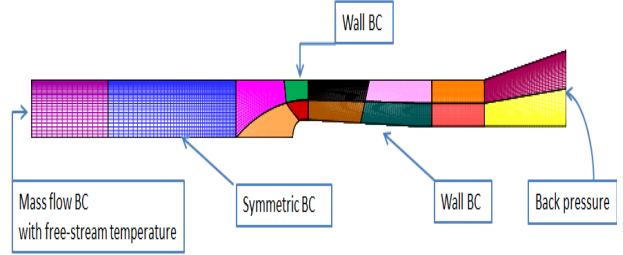


Fig 2. Grid system for Hord hydrofoil

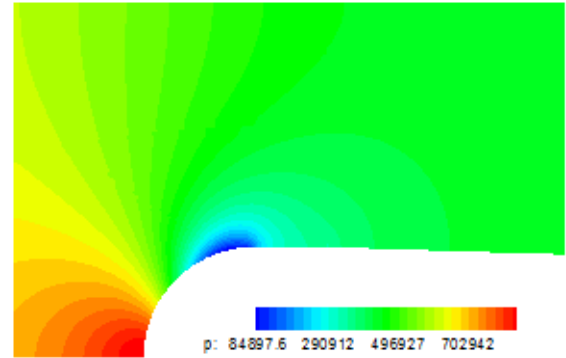


Fig 3. 1-phase pressure contour

Fig 4을 보면 contour에서 나타나는 액체와 기체의 경계가 표면에 수직하게 분포하는 것을 알 수 있다. 이것은 작동유체를 물로 하였을 때와는 다른 결과로, 극저온 유체를 이용했을 때 나타나는 캐비테이션 억제현상이다. 극저온 유체는 물에 비해 기체상과 액체상의 부피비가 작기 때문에 같은 부피의 기체상으로 변하기 위해 더 많은 액체가 필요하게 되고, 이에 따른 잠열로 인해 국부적으로 온도가 낮아진다. 그에 따라 vaporization pressure가 낮아져 캐비테이션 현상이 억제되는 것으로 나타난다. 이는 온도를 나타낸 Fig 5을 통해 알 수 있다.

또한 Fig 6을 보면 극저온 유체에서의 캐비테이션 현상은 Mach number변화가 1.5에 달하는 상당한 압축성 효과를 동반하고 있는 것을 알 수 있다. 또 기체상과 액체상의 경계면이 유선과 일

치하지 않아 경계면을 통과하여 유동이 진행되는 특성을 확인 할 수 있다.

Fig 8과 Fig 9을 보면 실험치에 비해 pressure와 temperature 모두 expansion을 더 크게 예측하고 있음을 알 수 있다. Hosangadi 그룹의 결과와 비교하면 세 모델 모두 cavitation길이를 더 길게 예측하고 있고, Merkle model이 액체와 기체의 경계면을 다른 model에 비해 날카롭게 잡아내고 있다. Singhal model의 경우는 closure region에서의 급격한 압력회복을 예측하지 못하고 있다. 전체적으로, Hosangadi 그룹에 비해 실험치에 근접한 결과를 나타내고 있음을 확인 할 수 있었다.

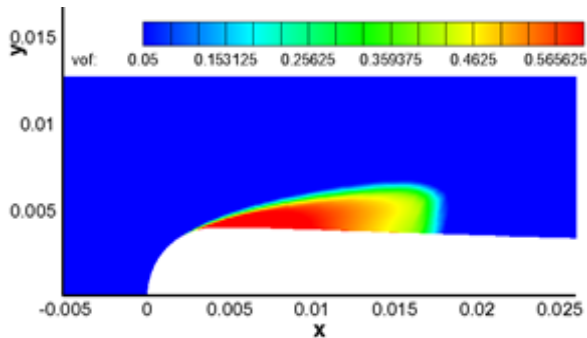


Fig 4. VOF contour for cryogenic cavitation

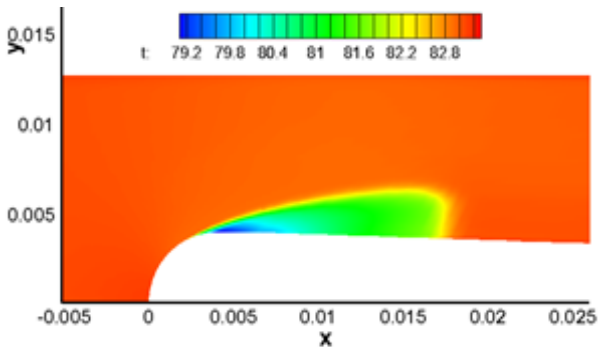


Fig 5. Temperature contour for cryogenic cavitation

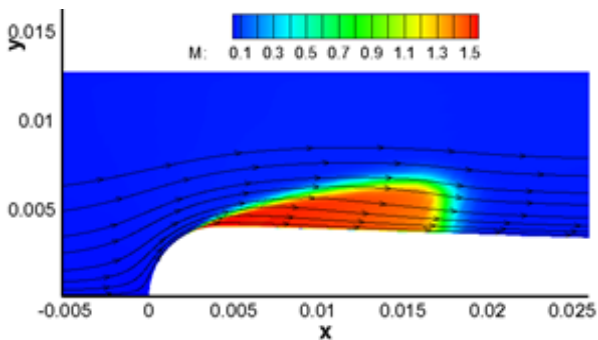


Fig 6. Mach contour for cryogenic cavitation

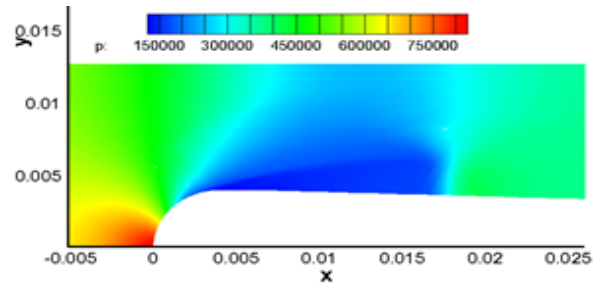


Fig 7. Pressure contour for cryogenic cavitation

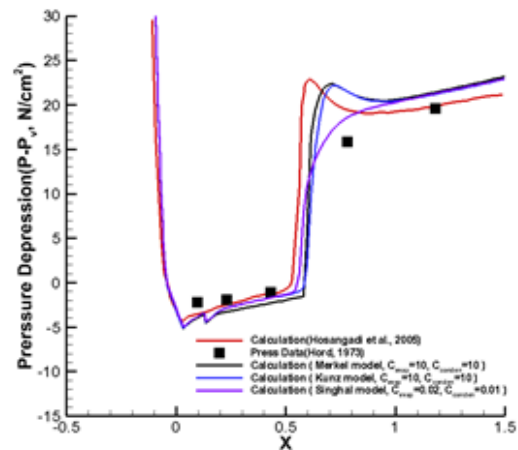


Fig 8. Pressure depression comparison

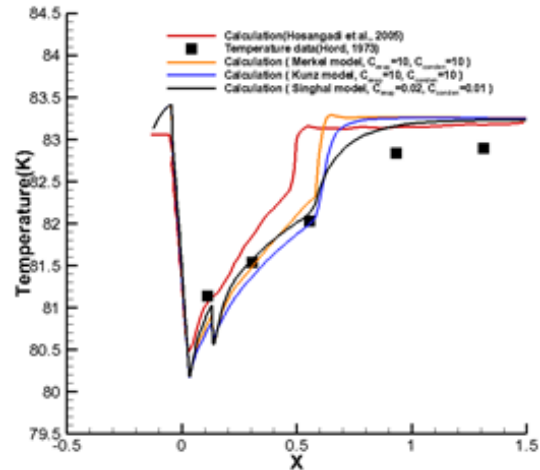


Fig 9. Temperature depression comparison

5. 결론

액체로켓 터보펌프 등에서 발생하는 극저온 유체의 캐비테이션 현상을 해석하기 위하여 온도효과를 모사할 수 있는 지배방정식 및 상태방정식을 구성하였고, 본 연구그룹에서 개발된 비압축성에서 압축성에 이르는 넓은 범위의 마하수에서 정확하고 안정적으로 작동하는 수치기법을 사용하여 물과 극저온 유체의 캐비테이션 현상을 해

석하였다. 작동유체의 차이로 인하여 극저온 유체에서는 물과는 다른 캐비테이션 특성, 즉 온도 효과에 의한 캐비테이션 억제 효과가 발생하였고, 이로 인하여 압력계수의 형태도 현저한 차이가 나타났다. 또한 물과는 달리 압축성 영역에 해당하는 유동이 나타남으로 인하여 압축성-비압축성 동시해석의 중요성을 확인 할 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국연구재단을 통해 교육과학기술부의 우주기초원천기술개발 사업(NSL, National Space Lab, 과제번호 20090091724), 2011년도 2단계 두뇌한국21사업 및 항공우주신기술연구소의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Ruggeri, R. S., and Moore, R. D., 1969, "Method for Prediction of Pump Cavitation Performance for Various Liquids, Liquid Temperature, and Rotation Speeds", *NASA, TN D-5292*
- (2) Hord, J., 1973, "Cavitation in Liquids Cryogenics II- Hydrofoil", *NASA CR-2156*
- (3) Cooper, P., 1967, "Analysis of Single and Two-Phase Flows in Turbopump Inducers", *J. Eng. Power*, 89, pp. 577-588
- (4) Ashvin Hosangadi and Vineet Ahuja, 2005, "Numerical Study of Cavitation in Cryogenic Fluids", *J. Fluids Engineering*, 127, pp. 267-281
- (5) Ihm, S. and C. Kim, 2008, "Computations of Homogeneous Equilibrium Two-Phase Flows with Accurate and Efficient Shock-Stable Schemes", *AIAA journal*, 46(12), pp. 3012-3037
- (6) "NIST Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties Database(REFPROP): version 8.0," NIST standard Reference Database 23[online database], <http://www.nist.gov/srd/nist23.htm>
- (7) Merkle, C. L., Feng, J. Z., and Buelow, P.E.O, 1998, "Computational Modeling of the Dynamics of Sheet Cavitation", *Proceedings of the 3rd International Symposium on Cavitation*, Grenoble, France, April 7-9
- (8) Robert F. Kunz, David A. Boger, David R. Stinebring, Thomas S. Chyczewski, Howard J. Gibeling, 1999, "A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction" *AIAA journal*, pp. 3329-3341
- (9) Ashok K. Singhal, Mahesh M. Athavale, Huiying Li, Yu Jiang, 2002, "Mathematical basis and validation of the fill cavitation model", *Journal of fluids engineering*, Vol. 124, pp. 617-624
- (10) Roland Span, Eric W. Lemmon, Richard T Jacobsen, 2000, "A reference equation of state for the thermodynamic properties of nitrogen for temperature from 63.151 to 1000K and pressures to 2200Mpa", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Vol 29, pp.1361-1433
- (11) J. W. Leachman, R. T Jacobsen, S. G. Penoncello, E. W. Lemmon, 2009, "Fundamental equation of state for parahydrogen, normal hydrogen, and ortho hydrogen", *J. Phys. Chem. Ref. Data* Vol 38, pp. 721-748
- (12) Kim, S.-s., Chongam Kim, 2003, "Cures for the shock instability: Development of a shock-stable Roe scheme" *Journal of Computational Physics*, 185(2): pp. 342-374
- (13) Yoon, S. and A. Jameson, 1988, "Lower-upper symmetric-Gauss-Seidel method for the Euler and Navier-Stokes equations". *AIAA journal*, 26(9): pp. 1025-1026