대한임상신경생리학회지 4(1):000~000, 2002 ISSN 1229-6414

내 · 외적인 자극을 받는 뇌파의 비선형 동력학적 특징

[1]충남대학교 의과대학 신경과학교실, 충남대학교 뇌과학연구소, [2]인제대학교, 카오스 및 비선형 생체동력학 연구실

정기영[1] · 김재문[1] · 유철승[2] · 이상훈[2]

Nonlinear Characterization of EEG Under the Internal and External Stimuli

Ki-Young Jung, M.D.[1], Jae-Moon Kim, M.D.[1], Cheol-Seung Yoo, M.S.[2], Sang-Hoon Yi, Ph.D.[2]

[1]Department of Neurology, Chungnam National University Hospital, Institute for Brain Research, Chungnam National University
[2]Inje University, Chaos and Nonlinear Biological Laboratory

Backgrounds and objective : EEG reflect dynamic changes of continuous neuronal activities by internal and external stimuli. The aim of this study is to quantify nonlinearly the local dynamic differences among EEG data corresponding to different states of brain.

Methods : EEG was recorded from twelve healthy normal subjects(mean age, 29.7 years; 8 men and 4 women) using digital EEG machine. 18-channel EEG data were selected during eyes closed(EC), eyes open(EO), and mental arithmetic(MA) in each subject. Correlation dimension(D2) and largest Lyapunov exponent(LLE) were calculated from three states and average value was mapped 2 dimensionally and compared with each other.

Results : The distribution of D2 was relatively symmetric and its value was higher in frontal than in parieto-occipital region during EC. These findings were reversed during EO. Bilateral centro-temporo-parietal region showed high D2 value in MA compared with those in EC, which was more prominent in left side. LLE was larger than zero in all state and showed significant differences among EC, EO and MA(p=0.000).

Conclusion : These results suggest that nonlinear analysis of EEG can quantify dynamic state of brain.

Key Words : Nonlinear analysis, EEG, correlation dimension, Lyapunov exponent

서　　론

뇌는 외부의 자극이 없더라도 끊임없는 자발적인 신경세포의 활동을 나타내고 있으며, 이러한 활동은 촉각, 청각, 시각과 같은 외부의 자극이나 암산, 사고, 인지 기능 등의 내적인 자극에 의해서 동력학적 변화를 나타내게 된다. 뇌파는 인지 기능의 평가 도구로서 많이 이용되어 왔으나, 지금까지 연구의 대부분은 스펙트럼 분석을 이용한 방법이었으며 결과도 다양하게 보고되었다.[1-4] 최근에 비선형 분석이론이 뇌파 분석에 도입되면서 다양한 방법으로 인지 기능과의 상관 관계를 파악하고 임상적으로 접목시키는 것을 시도되고 있다.

Lutzenberger 등[5]은 프랙탈 차원과 지능 지수와의 상관 관계를 보고하였으며, 다양한 인지 활동 시에도 프랙탈 차원이 의미 있게 다름을 보고하였다.[6] Ikawa 등[7]은 알츠하이머병에서 신경심리검사와 차원의 국소적인 복잡성이 잘 일치함을 보여 주어, 뇌파의 비선형 분석이 인지 기능 검사의 유용한 지표가 될 수 있다고 주장하였다.

본 실험에서는 정상 성인을 대상으로 내 · 외적으로 자극을 받고 있는 대뇌의 동력학적 상태 변화를 뇌파의 비선형 분석을 통하여 정량화 하였다. 이 실험의 목적은 정상 성인의 안정된 상태의 뇌파를 대상으로 한 비선형 분석을 통하여, 뇌파가 비선형 동력학 이론에 적합한지 여부와 다양한 자극에 대한 뇌의 반응을 시각적으로 차이가 없다 하더라도 분석을 통하여 부가적인 정보를 얻을 수 있는가를 알아 보고자 하였다.

Address for correspondence
Ki-Young Jung, M.D.
Department of Neurology,
Chungnam National University Hospital, Institute for Brain Research,
Chungnam National University

Tel : +82-42-220-7882　Fax : +82-42-252-8654
E-mail : kyjung@cnuh.co.kr

* 이논문은 2001년도충남대학교병원임상연구비에의하여수행되었음 .

Table 1. Mean D2 at 18 electrodes during 3 conditions: eyes closed, eyes open, and mental arithmetic with eyes closed

	EC		EO		MA	
	mean	SD	mean	SD	mean	SD
Fp1	5.149708	0.409126	5.112733	0.656325	4.953258	0.262752
F7	5.140283	0.438831	5.090058	0.472655	5.146567	0.312136
T7	5.034308	0.413753	5.354075	0.408884	5.369092	0.51829
P7	4.928175	0.408598	5.374208	0.345061	4.999242	0.424634
F3	5.213517	0.385036	5.116183	0.618237	5.060225	0.634014
C3	5.023733	0.518397	5.078817	0.511028	5.278275	0.524225
P3	4.919933	0.503777	5.308083	0.487436	5.250367	0.601703
O1	4.831358	0.417729	5.096900	0.369975	5.032633	0.367579
Fz	5.014250	0.448601	5.057850	0.433624	4.798883	0.615966
Cz	5.235967	0.426831	5.162592	0.364349	5.081550	0.609899
Fp2	4.965258	0.270140	5.176633	0.422090	4.912733	0.326237
F8	5.126100	0.543444	5.172725	0.718580	4.968142	0.504405
T8	5.247583	0.561088	5.270825	0.469782	5.359617	0.396228
P8	4.981433	0.307897	5.418758	0.379436	5.025200	0.713036
F4	5.208867	0.390406	5.047608	0.693488	4.839592	0.383932
C4	5.133742	0.526028	5.250458	0.537329	5.284433	0.631849
P4	5.154333	0.308981	5.192392	0.422635	5.249617	0.429294
O2	4.852142	0.243305	5.312875	0.381553	4.878608	0.525516
Total	5.064483	0.429877	5.199654	0.489606	5.082669	0.514569

EC; eyes closed, EO; eyes open, MA; mental arithmetic with eyes closed.

방　　법

1. 연구대상 및 방법

건강한 정상 성인 12명을 대상으로 실험을 하였다. 평균 연령은 29.7세(범위: 18~45 세)이고, 남자가 8명 여자가 4명이었다. 조용한 뇌파 검사실에서 피검자를 충분히 안정을 취할 수 있게 한 후 뇌파를 측정하였다. 32 채널 디지털 뇌파기(Vangard system, Cleveland clinic foundation, Cleveland, OH)로 뇌파 데이터를 얻었으며, 비디오-뇌파 감시장치를 가동하여, 피검자의 행동 상태를 정확히 평가할 수 있게 하였다.

전극은 Ag-AgCl 전극을 사용하여, 국제 10~20 체계에 맞춰서 18 채널(Fp1, F7, T7, P7, F3, C3, P3, O1, Fz, Cz, Fp2, F8, T8, P8, F4, C4, P4, O2)로 측정하였으며, 전극의 저항은 5 K ohm 이하가 되게 하였다. 차단여과는 0.1~70 Hz로 하였으며, 기준 전극은 근육의 영향이 가장 적은 Pz 전극으로 하였다. 각 피검자마다 충분히 이완된 각성상태에서 눈을 뜬 상태(eyes open; EO)와 눈을 감은 상태(eyes closed; EC)상태, 그리고 눈을 감고 1000에서 연속적으로 7을 빼는 암산 상태(mental arithmetic; MA)에서 적어도 30초 이상 정상성(stationarity)이 유지되도록 하여 검사 전반부와 후반부에 각 3회씩 실시하였다.

한 피검자에서 각 측정 상태(EC, EO, MA)마다 육안적으로 보았을 때 잡파가 전혀 없고, 정상성이 유지되는 부분 20초 길이를 1 epoch으로 선택하여 분석에 이용하였다. 디지털 신호로의 전환은 초당 200회의 샘플주파수에 12 bit의 해상도로 하였다.

2. 뇌파의 비선형 분석 파라미터

비선형 분석은 복잡하게 변하는 생체 시계열을 만들어 내는 생체동력학의 구조와 성질을 정량적, 또는 정성적으로 표현하고 조사한다.[8-10] 그런데, 생체시계열을 만드는 동력학은 현재 정확히 알려진 것이 거의 없는 블랙박스와 같으나 카오스 이론에서 발전된 위상공간 매립법을 이용하면 스칼라 생체시계열로부터 계의 동력학에 관한 많은 정보를 독립변수의 수를 계산하여 실재하는 차원을 찾아낸 후 그 공간 내에서 동력학을 끌개로서 재현한다. 이 끌개의 기하학적 구조와 시간에 따라 변화하는 성질들을 나타내는 정량적인 양인 상관차원(correlation dimension; D2), 최대 리야프노프 지수(largest Lyapunov exponent; LLE) 등을 구할 수 있다.

본 실험에서는 안정된 상태에서의 뇌파의 상태와 정신활동시의 뇌파의 상태를 분석을 하였으며, 비선형 분석지수로는 계의 복잡도를 나타내는 상관차원(D2)과 계의 카오스적인 성질을 알아보는 최대 리야프노프 지수(LLE)를 계산하였다.

결　　과

세 상태 별로 20초 분량의 뇌파 데이터(4000 data points)를 이용하여, 각 상태별로 상관차원과 최대 리야프노프 지수를 구하였고, 각 채널에서의 평균값을 2차원

Table 2. Mean LLE at 18 electrodes during 3 conditions: eye closed, eye open, and mental arithmetic with eye closed

	EC		EO		MA	
	mean	SD	mean	SD	mean	SD
Fp1	2.46E-03	1.29E-03	1.85E-03	9.74E-04	2.19E-03	9.63E-04
F7	2.16E-03	8.83E-04	1.92E-03	8.81E-04	1.77E-03	7.23E-04
T7	2.83E-03	1.40E-03	2.43E-03	7.93E-04	3.56E-03	1.54E-03
P7	2.96E-03	6.45E-04	2.37E-03	6.32E-04	2.65E-03	7.53E-04
F3	2.61E-03	1.15E-03	2.66E-03	2.66E-03	2.31E-03	6.84E-04
C3	3.03E-03	1.04E-03	2.20E-03	1.22E-03	2.34E-03	8.46E-04
P3	2.50E-03	8.72E-04	2.53E-03	9.31E-04	2.36E-03	7.96E-04
O1	2.80E-03	9.53E-04	2.06E-03	7.86E-04	2.53E-03	9.03E-04
Fz	2.38E-03	7.52E-04	1.93E-03	9.11E-04	2.06E-03	5.02E-04
Cz	2.53E-03	1.12E-03	1.90E-03	6.00E-04	2.48E-03	9.13E-04
Fp2	1.99E-03	8.02E-04	1.77E-03	7.56E-04	1.84E-03	6.26E-04
F8	2.26E-03	9.13E-04	1.33E-03	4.15E-04	1.77E-03	8.56E-04
T8	2.65E-03	1.02E-03	2.42E-03	7.28E-04	3.27E-03	1.39E-03
P8	3.25E-03	1.17E-03	2.28E-03	9.92E-04	2.74E-03	8.73E-04
F4	2.38E-03	6.27E-04	2.02E-03	5.76E-04	2.49E-03	9.32E-04
C4	2.42E-03	7.79E-04	2.47E-03	1.12E-03	2.75E-03	1.24E-03
P4	2.95E-03	5.37E-04	3.08E-03	9.18E-04	2.66E-03	9.13E-04
O2	2.80E-03	1.30E-03	2.41E-03	1.02E-03	3.05E-03	9.41E-04
Total	2.61E-03	1.00E-03	2.20E-03	1.08E-03	2.49E-03	1.02E-03

EC; eyes closed, EO; eyes open, MA; mental arithmetic with eyes closed.

적인 뇌의 모식도에 지도화(mapping)를 하여, 시각적 이해를 용이하게 하였다. 통계분석은 SPSS for Windows(Ver 10.0)을 이용하였다. EC 상태를 기본으로 하여, 눈을 떴을 때와 암산을 하였을 때의 D2와 LLE의 평균값의 차이를 일원분산분석으로 조사 하였고, 피검자의 상태(3 수준)와 채널(18 수준)의 영향에 대하여 Bonferroni 사후검정을 하였다.

1. 상관차원 계수(D2)

전체 채널의 상관차원의 평균 값은 EC에서는 5.064, EO에서는 5.199 그리고 MA에서는 5.082로 눈을 뜬 상태가 눈을 감고 안정된 상태로 있거나, 암산을 할 때 보다 높은 차원을 나타내어(df=2, F=5.105, p=0.006), 자극의 상태에 따른 상관차원에서 차이가 있음을 알 수 있었다(table 1, fig. 1(a)). 각각의 상태에 따른 차이를 알아보기 위해 다중비교검사를 시행한 결과, EC상태는 EO 상태와 차이를 보였으나(p=0.01), MA 상태와는 차이를 보이지 않았고, EO와 MA사이에는 유의한 차이가 있었다(p=0.033).

각 채널별 분포를 보았을 때, EC 상태에서는 양측 두정엽과 후두엽 부위에서 저차원 상태를 보였고, 양측 전두부 부위에서는 상관차원 계수가 높게 나타났으며, 비교적 대칭적인 형태를 보였다. EC 상태에서 EO 상태로 전환된 경우에는, 양측 두정엽-후두엽 부위의 차원이 증가하였으며 좌측 측두엽 부위와 우측 전두엽 부위가 증가하여 나타났다. MA 상태는 상관차원 계수가 양측 측두-중심-두정엽 부위가 비교적 대칭적으로 높게 나타났으나, EC 상태와 비교해 보았을 때 주로 좌측 측두-두정엽 부위(T7, C3, P3)가 월등하게 증가된 소견을 보였다. 그러나, 일원분산분석에서 채널별 분포의 차이는 통계적 유의성은 없었다(df=17, F=1.347, p=0.158).

2. 최대 리아프노프 지수(LLE)

계의 초기조건에 대한 민감성 또는 계의 발산성을 나타내는 LLE는 모든 채널에서 양의 정수로 나타나 계가 카오스 계임을 알 수 있었고, 상태별로는 EC에서 가장 높게 나타났으며, MA, EO 순으로 나타났다(table 2). 일원분산분석에서, 세 상태별로 LLE의 값은 유의한 차이를 보였다(df=2, F=9.668, p=0.000).

EC 상태에서 LLE의 채널별 분포는(fig. 1(b)), 전체 채널의 평균값을 기준으로 하였을 때, 두정-후두엽 부위는 높게 나타났으며, 그 다음에는 측두엽-중심 부위가 그리고 전두엽 부위는 평균이하로 적게 나타났고, 전체적으로 비교적 대칭적 분포를 보였다. EO 상태에서는 EC 상태에 비해 전 채널에서 LLE값이 감소된 소견을 보였으며, 특히 F8, P8, C3, P7 등에서 두드러지게 감소하였고 좌우비대칭적인 분포를 보였다. MA 상태에서는 C3, F7, F8, P8 등에서 감소되었으나, 양측 측두엽 부위(T7, T8)에서 증가를 보였고 이러한 차이는 좌측이 좀 더 명확하였다.

각 상태에서 LLE의 값은 채널별로 유의한 수준으로 차이가 있었으나(df=17, F=4.411, p=0.000), 채널과 상태를 동시에 고려한 경우에는 차이를 보이지 않았다(df=34, F=0.867, p=0.686).

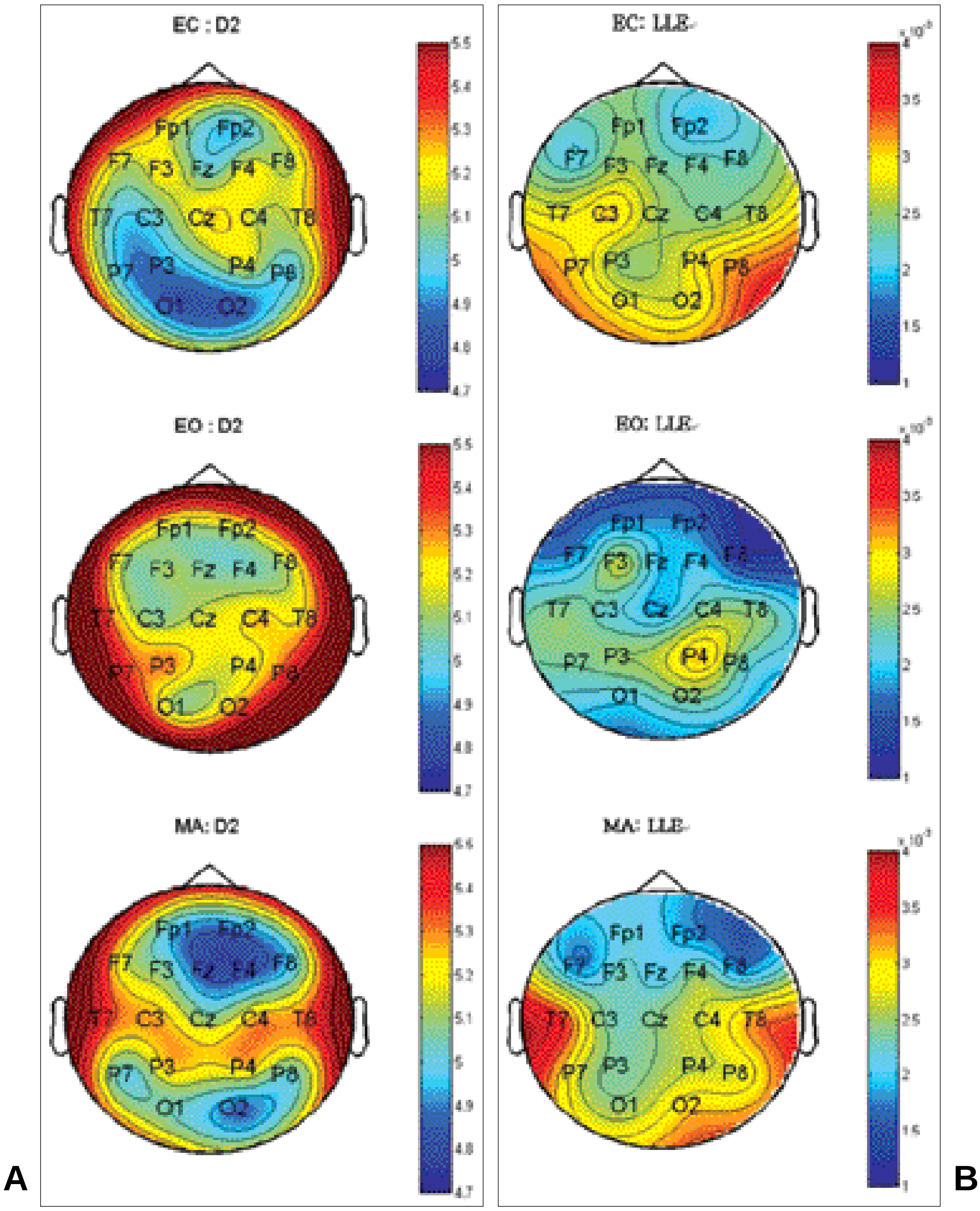

Figure 1. 2D brain map of mean D2(a) and LLE(b) of 3 states: eyes closed(EC), eyes open(EO), and mental arithmetic(MA) with eyes closed

고　　찰

최근 기능적 자기공명영상(fMRI)나 양전자방출단층촬영(PET) 같은 뇌의 기능적 영상화술이 빠르게 발전하면서, 뇌파와 같은 생리학적인 검사의 중요성이 적어지고 있으나, 순간적인 정보 처리를 수행하는 인지 기능의 평가에 있어서는 정밀한 시간 분해능을 가진 검사가 필요하다. 이러한 측면에서 뇌파는 인지 기능 검사에 필수적이라고 할 수 있으며, 최근에 도입된 비선형 분석을 통하여 보다 더 많은 정보를 제공하고 있다.

본 실험은 뇌파의 비선형 분석을 이용하여 뇌의 정적이거나 동적인 상태를 정량화 하고자 하였다. 일반적으로 상관차원이나 리아프노프 지수 값은 계산하는 알고리듬이나 매립 지수의 차이에 의해서 다양하게 나타날 수 있으므로, 다른 연구자들의 결과와 비교하기는 곤란하고, 다만 상대적인 차이만을 의미를 둘 수 있다.[22] 그러나, 대체로 정상 성인의 각성 시 안정된 뇌파의 경우에 약 4~8 정도의 차원 값을 나타내고,[23-26] 수면 중이거나 간질 발작중인 경우에는 차원이 감소되며,[27-28] 계산과 같은 복잡한 정신활동을 하는 경우에는 차원이 증가된다고 한다.[27] 상관차원은 계의 복잡도를 나타내는 것으로서 신경세포들간의 국소적인 연결망과 이들간의 동기화의 정도를 반영한다.[29]

본 연구에서 상관차원은 단순한 시각적 정보처리(EO) 중에는 기본 상태인 EC 상태보다 증가되었고, 암산과 같은 내적인 인지 기능상태에서는 기본상태와 차이를 보이

지 않았다. Prichard와 Duke[26]는 눈을 떴을 때가 눈을 감았을 때보다 상관차원이 증가되었다고 보고하였고, Rapp 등[27]과 Stam 등[29]은 암산상태가 눈을 감은 상태보다 상관차원이 증가한다고 보고하였다. 눈을 감은 상태에서는, 양측 두정-후두엽 부위는 낮은 차원 값을, 전두부 부위에서는 높은 값을 나타냈으며, 좌우 대칭적인 소견을 보였다. 대뇌 후반부에서의 낮은 D2 값은 아마도 눈을 감은 상태에서 잘 나타나는 알파리듬의 저차원성에 기인한다고 볼 수 있다.[30]

EO 상태에서 EC 상태에 비해 양측 두정엽과 후두엽 부위에서 차원이 증가하였고, 좌측 측두엽 부위와 우측 전두엽 부위가 비대칭적으로 증가되는 양상을 보였다. 이것은 아마도 시각적인 자극에 의해 두정엽과 후두엽 부위의 활성화가 증가되어 뇌의 후반부에서 뇌의 복잡도가 증가된 것으로 생각할 수 있으며, 또한 안정시의 상태보다는 뇌의 국소적인 활동이 비대칭적으로 일어남을 유추할 수 있다. 암산 상태는 상관차원 계수가 양측 측두-두정엽 부위가 비교적 대칭적으로 높게 나타났으나, EC 상태와 비교해 보았을 때 주로 좌측 측두-두정엽 부위가 보다 더 증가된 소견을 보였다. 이런 소견은 다른 저자들[29,31]의 연구결과나, 사건유발전위 연구결과[32]와도 일치하며, 모두 좌반구가 계산에 중요한 역할을 함을 시사하였다. Tomberg[33]는 독서 시에 좌반구의 베르니케 부위의 차원이 국소적으로 증가한다고 보고하여, 본 연구와 마찬가지로 뇌파의 비선형 분석이 인지 기능 수행시의 뇌의 변화를 잘 반영한다고 주장하였다.

fMRI나 PET을 이용한 최근의 연구 결과들은, 계산 시에 양측 전전두엽(prefrontal lobe)의 측배부위와 양측 하두정엽이 동시에 활성화되며 주로 좌측이 좀 더 강하게 작용하는 분산된 피질지역의 연결망에 의해서 수행되어지는 것으로 보고하고 있다.[34-38] 본 연구에서는 주로 좌측 측두엽-두정엽부위에서의 활성이 증가되었고 전두엽부위에서의 오히려 상관차원 계수가 약간 감소하는 변화를 보였는데, 전두엽과 측두엽-두정엽간의 연결망의 상호작용에 대해서는 단순히 그 부위의 복잡성을 보여주는 상관차원보다는 두 지역간의 동력학적 결합(coupling)의 정도를 반영하는 상호차원(mutual dimension)과 같은 알고리즘을 선택해야 할 것으로 사료되었다.[29] 상관차원의 전체적인 평균값에서는 눈을 뜬 상태와는 달리, 눈을 감고 암산을 하는 경우에는 단순히 눈을 감고 안정된 상태와 통계적인 차이는 없었는데, 이는 아마도 인지 기능과 같은 내적인 자극이, 시각자극과 같은 외적인 자극에 비해 뇌를 활성화시키는데 덜 자극적이라고 생각할 수 있다.

LLE는 계의 초기 조건에 대한 민감성을 반영하는 지표로써, 본 연구에서는 눈을 감았을 때 가장 높은 값을 보였으며, 암산활동을 할 때는 중간 값, 그리고 눈을 뜬 경우에는 가장 낮은 값을 보였다. 눈을 감고 정신 활동이 적을 때는 새로운 자극이나 정보의 입력에 대하여 민감하게 반응할 수 있다는 것으로 해석할 수 있다. 반면에 내·외적인 자극으로 인하여 뇌의 활동이 증가된 상태에서는 외부의 자극에 대한 수용이나 대처가 덜 민감할 수 있다는 것을 시사하는 소견이라 할 수 있다.

뇌파는 신경세포의 전기적인 활성을 직접적으로 반영하며 시간 분해능이 우수하므로 뇌의 기능을 평가하는데 이용할 수 있으나 공간적인 해상도에서 제한점이 있어, 공간적인 해상도를 확장시키고자 하는 시도[39]와 함께 공간적인 해상도는 우수하나 시간 분해능이 저조한 fMRI나 PET 또는 MRI와 접목하는 기술이 최근 많이 연구되고 있으며,[40] 향후 지향해야 할 방향이라고 생각한다.

결론적으로, 뇌파의 비선형 분석은 뇌의 정적인 상태나 동력학적 상태를 정량적으로 특성화 할 수 있음을 보여주고 있다. D2는 뇌 동력학의 정적인 변화나 상태를 반영하는 반면, LLE는 내·외적인 자극에 대한 역동적인 변화를 알아 보는데 유용할 것으로 사료되었다.[28]

REFERENCES

1. Duffy FH, McAnulty GB, Jones K, Als H, Albert M. Brain electrical correlates of psychological measures: Strategies and problems. Brain Topogr 1993;5(4):399-412.
2. Gundel A, Wilson G. Topographical changes in the ongoing EEG related to the difficulty of mental tasks. Brain Topogr 1992;5(1):17-25.
3. Leuchter AF, Cook IA, Newton TF, Dunkin J, Walter DO, Rosenberg-Thompson S, Lachenbruch PA, Weiner H. Regional differences in brain electrical activity in dementia: use of spectral power and spectral ratio measures. Electroencephalogr Clin Neurophysiol 1993;87(6):385-393.
4. Pozzi D, Petracchi M, Sabe L, Golimstock A, Garcia H, Starkstein S. Quantified electroencephalographic correlates of neuropsychological deficits in Alzheimer's disease. J Neuropsychiatr Clin Neurosci 1995;7:61-67.
5. Lutzenberger W, Birbaumer N, Flor H, Rockstroh B, Elbert T. Dimensional complexity of the human EEG and intelligence. Neurosci Lett 1992;143:10-14.
6. Lutzenberger W, Elbert T, Birbaumer N, Ray WJ, Schupp H. The scalp distribution of the fractal dimension of the EEG and its variation with mental tasks. Brain Topogr 1992;5(1):27-34.
7. Ikawa M, Nakanishi M, Furukawa T, Nakaaki S, Hori S, Yoshida S. Relationship between EEG dimensional complexity and neuropschological findings in Alzheimer's disease. Psychiatry Clin Neurosci 2000;54:537-541.
8. 김상락. 비선형시계열 분석과예측. 수원: 경기대학교연구교류처, 1998.
9. 이상훈. 비정상 생체시계열의 비선형 분석방법 소개. 새물리 1998;38:S170-183.
10. Hegger R, Kantz H, and Schreiber T. Practical implementation of nonlinear time series methods. Chaos 1999;9:413.
11. Broomhead DS, and King GP. Extraction qualitative

dynamics from experimnetal data. Physica D 1986;20:217-236.

12. Taken F. Detecting strange attractors in turbulance, dynamical systems and turbulance. In: Rand, DA; Young, LS. Eds. Lecutre Notes in Mathematics. Vol 898. Berlin: Springer, 1981;366-381.
13. Hegger R, and Kantz H. Improved false nearest neighbor method to detect determinism in time series data. Phys Rev E 1999;60:4970.
14. Packard NH, Crutchfield JP, Farmer JD, and Shaw RS. Geometry from a time series. Phys Rev Lett 1980;45(9):712-716.
15. Fraiser AM, and Swinney HL. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. Phys Rev A 1986;33:1134.
16. Grassberger G, and Procaccia I. Characterization of strange attractors. Phys Rev Lett A 1994;50:346.
17. Grassberger P, and Procaccia I. Dimensions and entropies of strange attractors from a fluctuating dynamic approach. Physica D 1984;13:34-54.
18. Iasemidis LD, Sackellares JC, Zaveri HP, and Williams WJ. Phase space topography and the Lyapunov exponent of electrocorticograms in partial seizures. Brain Topogr 1990;2(3):187-201.
19. Fell J, Roeschke J, and Beckmann P. Deterministic chaos and the first positive Lyapunov exponent: a nonlinear analysis of the human electroencephalogram during sleep. Biol Cybern 1993;69:139-146.
20. Wolf A, Swift JB, Swinney HL, and Vastano JA. Determining Lyapunov exponent from a time series. Physica D 1985;16:285-317.
21. Rosenstein MT, Collins JJ, and Luca JD. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from data sets. Physica D 1993;65:117.
22. Layne S, Mayer-Kress G, Holzfuss J. Problems associated with the dimensional analysis of electroencephalogram data. In: Eds. Dimensions and entropies in chaotic systems. Berlin: Springer-Verlag, 1986;246-256.
23. Babloyantz A, and Lourenco C. Brain chaos and computation. Int J Neural Syst 1996;7(4):461-471.
24. Pradhan N, and Dutt DN. A nonlinear perspective in understanding the neurodynamics of EEG. Comput Biol Med 1993;23(6):425-442.
25. Rey M, and Guillemant P. Contribution of nonlinear mathematics(chaos theory) to EEG analysis. Neurophysiol Clin 1997;27(5):406-428.
26. Pritchard WS, and Duke DW. Measuring “chaos” in the brain: a tutorial review of EEG dimension estimation. Brain Cogn 1995;27(3):353-397.
27. Rapp PE, Bashore ThR, Martinerie JM, Albano AM, Zimmerman ID, and Mees AI. Dynamics of brain electrical activity. Brain Topogr 1989;2:99-118.
28. Gallez D, and Babloyantz A. Predictability of human EEG: a dyanmical approach. Biol Cybern 1991;64(5):381-391.
29. Stam CJ, van Woerkom TCAM, and Prichard WS. Use of nonlinear measures to characterized EEG changes during mental activity. Electroenceph Clin Neurophysiol 1996;99(3):214-224.
30. Prichard WS. The brain in fractal time: 1/f-like power spectrum scaling of the human electroencephalogram. Int J Neuroscience 1992;66:119-129.
31. Innouye T, Shinosali K, Iyama A, and Matsumoto Y. Localization of activated areas and directional EEG patterns during mental arithmetic. Electroenceph Clin Neurophysiol 1993;86:224-230.
32. Chwilla DJ, and Brunia CHM. Effects of emotion on event-related potentials in an arithmetic task. Psychophysiol 1992;6:312-332.
33. Tomberg C. Focal enhancement of chaotic strange attractor dimension in the left semantic(Wernicke) human cortex during reading without concomitant change in vigilance level. Neurosci Lett 1999;263:177-180.
34. Burbaud P, Camus O, Guehl D, Bioulac B, Caille J, Allard M. Influence of cognitive strategies on the pattern of cortical activation during mental subtraction. A functional imaging study in human subjects. Neurosci Lett 2000;287(1):76-80.
35. Burbaud P, Camus O, Guehl D, Bioulac B, Caille JM, Allard M. A functional magnetic resonance imaging study of mental subtraction in human subjects. Neurosci Lett 1999;273(3):195-199.
36. Pesenti M, Zago L, Crivello F, Mellet E, Samson D, Duroux B, Seron X, Mazoyer B, Tzourio-Mazoyer N. Mental calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and medial temporal areas. Nat Neurosci 2001;4(1):103-107.
37. Rickard TC, Romero SG, Basso G, Wharton C, Flitman S, Grafman J. The calculating brain: an fMRI study. Neuropsychologia 2000;38(3):325-335.
38. Rueckert L, Lange N, Partiot A, Appollonio I, Litvan I, Le Bihan D, Grafman J. Visualizing cortical activation during mental calculation with functional MRI. Neuroimage 1996;3(2):97-103.
39. Oostenveld R, Praamstra P. The five percent electrode system for high-resolutionEEG and ERP measurements. Clin Neurophysiol 2001;112:713-719.
40. Dale AM, Halgren E. Spatiotemporal mapping of brain activity by integration of multiple imaging modalities. Curr Opin Neurobiol 2001;11:202-208.