creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

**저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.**

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

工學博士學位論文

# 특징점 가시 조건 하에 깊이 정보 없이 이동 표적을 추적하기 위한 비주얼 서보잉 기법 연구

(A Position-Based Visual Servoing Approach for Tracking a Moving Target under Visibility Constraint without Depth Information)

2015년 8월

서울대학교 대학원
전기 · 컴퓨터 공학부
권 정 훈

공학박사학위심사

# 특징점 가시 조건 하에 깊이 정보 없이 이동 표적을 추적하기 위한 비주얼 서보잉 기법 연구

2015년 8월

서울대학교 대학원
전기 · 컴퓨터 공학부
권 정 훈

# 특징점 가시 조건 하에 깊이 정보 없이 이동 표적을 추적하기 위한 비주얼 서보잉 기법 연구

(A Position-Based Visual Servoing Approach for Tracking

a Moving Target under Visibility Constraint without Depth Information)

지도교수 하 인 중

이 논문을 공학박사 학위논문으로 제출함
2015년 6월

서울대학교 대학원
전기 · 컴퓨터 공학부
권 정 훈

권정훈의 공학박사 학위논문을 인준함
2015년 6월

| | | |
|---|---|---|
| 위 원 장 | 조 동 일 | (인) |
| 부위원장 | 하 인 중 | (인) |
| 위 원 | 이 경 무 | (인) |
| 위 원 | 심 형 보 | (인) |
| 위 원 | 김 규 식 | (인) |

# 초 록

본 논문에서는 표적의 깊이 정보 없이도 이동 표적에 대해 가시 조건을 만족함과 동시에 원하는 포즈로 표적을 추적할 수 있는 새로운 아이-인-핸드 위치 기반 비주얼 서보잉 기법을 제안한다.

본 논문에서 제안하고 있는 비주얼 서보잉 기법은 표적 운동에 대한 혁신적인 선형 시변이 추정기와 가시 조건 하에 이동 표적을 추적할 수 있는 비선형 비주얼 서보잉 제어기로 구성된다. 먼저, 이동 표적에 대한 에센셜 행렬의 구성 인자들을 이용하여, 표적과 카메라의 병진 운동 속도가 느리게 변한다는 가정 하에 표적 운동의 동역학 방정식을 선형 시불변 시스템 형태로 유도하였다. 또한, 유도된 표적 운동 동역학 방정식에 기반하여, 비주얼 서보잉 과정에서 요구되는 표적의 속도 정보를 제공할 수 있는 혁신적인 선형 시불변 추정기를 설계하였다. 기존의 연구 결과와는 달리, 본 논문에서 제안하는 추정기는 추정기의 수렴을 위하여 스네이킹이나 가속도 운동과 같은 특정한 형태의 카메라 운동이 요구되지 않는다. 또한, 표적의 깊이를 모르는 경우에 대해서도 수렴성을 보장할 수 있다는 장점을 가진다.

다음으로, 이동 표적에 대하여 가시 조건의 만족과 목표 포즈로의 표적 추적이 가능한 비선형 비주얼 서보잉 제어기를 제시하였다. 본 논문에서는 가시 조건의 만족을 위하여 기존의 3차원 가시 집합 개념을 도입하였다. 이 3차원 가시 집합은 볼록 집합이라는 특성을 가지며, 표적의 가시 조건을 만족하는 상태 변수의 영역을 기술하고 있다. 이는 카메라의 포즈를 나타내는 상태 변수가 3차원 가시 집합에 속하는 한, 표적의 운동과 관계 없이 항상 카메라의 시야에 표적이 속해 있음을 의미한다. 그러므로 3차원 가시 집합 내부의, 카메라의 초기 포즈와 목표 포즈에 의해 결정되는 두 점을 잇는 직선 경로를 적절히 추종할 수 있도록 카메라의 운동을 제어함으로써 가시 조건의 만족을 보장할 수 있게 된다. 또한, 본 논문에서 제안한 선형 시불변 추정기는 비선형 비주얼 서보잉 제어기가 표적이 움직이는 경우에 대해서

도 3차원 가시 집합 내부에서의 직선 경로를 근접하게 추종하는 과정에 기여를 하게 된다.

마지막으로, 표적의 깊이를 모르는 상태에서도 제안한 비주얼 서보잉 기법이 이동 표적을 목표 포즈로 신속히 추적할 수 있으며, 그 이후로 지속적으로 목표 포즈를 유지한 채 표적을 추적할 수 있음을 증명하기 위해 수학적으로 엄밀한 안정성 분석을 제공한다. 덧붙여 제안하는 비주얼 서보잉 기법의 실용성을 입증하기 위하여, 엔드-이펙터에 카메라를 부착한 6축 로봇을 이용한 다양한 실험 및 모의 실험 결과 역시 제공한다.

우리가 아는 한도 내에서는, 표적의 깊이 정보와 카메라의 특정한 운동이 요구되지 않는 상태에서 가시 조건의 만족과 동시에 이동 표적의 추적에 대한 전역적 안정성을 보장하는 결과는 기존에 제시되어 있지 않다. 따라서, 제안하는 기법은 민간 및 방위 산업계에 걸쳐 비주얼 서보잉이 필요한 분야에 널리 활용될 수 있는 결과로 판단된다.

**주요어** : 비주얼 서보잉, 컴퓨터 비전, 로보틱스, 표적 운동 추정, 가시 조건 비선형 피드백 제어

**학　번** : 2005-21327

# 목 차

**초 록** i

**목 차** iii

**그 림 목 차** v

**표 목 차** x

**제 1 장 서 론** 1

1.1 연구 배경 . . . . . 1

1.2 연구 목표 . . . . . 6

**제 2 장 비주얼 서보잉 시스템 소개** 9

2.1 카메라 모델링 . . . . . 9

2.2 영상을 이용한 표적의 3차원 정보 복원 . . . . . 13

2.3 비주얼 서보잉 문제 . . . . . 15

**제 3 장 기존 관련 연구 결과 소개** 21

3.1 영상을 이용한 표적 운동 정보 추정 기법 . . . . . 21

3.2 비주얼 서보잉 기법 . . . . . 26

**제 4 장 비평면 이동 표적의 병진 운동 정보 추정 기법** 38

4.1 표적의 운동을 고려한 에센셜 행렬 . . . . . 38

4.2 표적 병진 운동의 동역학 모델 . . . . . 43

4.3 병진 운동 정보 추정기 설계 및 안정성 분석 . . . . . 53

**제 5 장 비평면 이동 표적에 대한 비주얼 서보잉 기법** 64

5.1 좌표계 및 상태 변수 설정 . . . . . 64

5.2 이동 표적을 고려한 동역학 유도 . . . . . 76

5.3 제어기 설계 및 안정성 분석 . . . . . 82

**제 6 장 실험 및 모의 실험 결과** **101**
6.1 실험 결과 . . . . . 101
6.2 모의 실험 결과 . . . . . 126

**제 7 장 결론 및 향후 연구 과제** **158**

**참 고 문 헌** **160**

**부록 A** **168**

**Abstract** **170**

# 그 림 목 차


2.1 핀홀 카메라 모델 . . . . . 11
2.2 카메라 상의 픽셀 좌표계 설정 . . . . . 12
2.3 에센셜 행렬 . . . . . 15
2.4 비주얼 서보잉 예시 [46] - (a) 표적에 대한 카메라의 목표 포즈 (b) 표적에 대한 카메라의 초기 포즈 (c) 카메라 초기 및 목표 포즈에서의 표적 영상 . . . . . 16
2.5 비주얼 서보잉 시스템 구성 형태별 분류 . . . . . 18
2.6 가시 조건의 위배 경우 예시 [12] . . . . . 19

3.1 표적과 관측자 사이의 시선 및 시선각 설정 . . . . . 22
3.2 Chaumette Conundrum . . . . . 32

5.1 좌표계 설정 . . . . . 65
5.2 평면 $\Pi$ 구성 . . . . . 69
5.3 상대 거리 $\rho$에 대한 가시 조건 . . . . . 84
5.4 비주얼 서보잉 시스템 구성 블록 다이어그램 . . . . . 90

6.1 실험 시스템 구성 . . . . . 103
6.2 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-1a) . . . . . 110
6.3 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. $\bigcirc$, $\times$는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-1a) . . . . . 110
6.4 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-1a) . . . . . 111
6.5 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. $\bigcirc$, $\star$는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-1a) . . . . . 111
6.6 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-1a) . . . . . 112
6.7 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-1b) . . . . . 113
6.8 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. $\bigcirc$, $\times$는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-1b) . . . . . 113

6.9 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-1b) . . . . . 114
6.10 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-1b) . . . . . 114
6.11 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-1b) . . . . . 115
6.12 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-1c) . . . . . 116
6.13 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-1c) . . . . . 116
6.14 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-1c) . . . . . 117
6.15 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-1c) . . . . . 117
6.16 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-2a) . . . . . 118
6.17 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-2a) . . . . . 118
6.18 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-2a) . . . . . 119
6.19 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-2a) . . . . . 119
6.20 표적 속도의 근사치 (Case 1-2a) . . . . . 120
6.21 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-2a) . . . . . 120
6.22 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-2b) . . . . . 121
6.23 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-2b) . . . . . 121
6.24 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-2b) . . . . . 122
6.25 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-2b) . . . . . 122
6.26 표적 속도의 근사치 (Case 1-2b) . . . . . 123
6.27 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-2b) . . . . . 123
6.28 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-2c) . . . . . 124
6.29 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-2c) . . . . . 124
6.30 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-2c) . . . . . 125
6.31 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-2c) . . . . . 125

6.32 모의 실험 시스템의 Simulink 구성 . . . . . 126
6.33 표적에 대한 카메라의 초기 포즈 및 목표 포즈 (Case 2-1). 검은색 실선은 카메라의 $Z$-축에 해당 . . . . . 137
6.34 표적에 대한 카메라의 초기 포즈 및 목표 포즈 (Case 2-2, Case 2-3 공통). 검은색 실선은 카메라의 $Z$-축에 해당 . . . . . 137
6.35 시간에 따른 상태 변수 $\mathbf{p}$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 138
6.36 시간에 따른 상태 변수 $\varepsilon$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) 138
6.37 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 138
6.38 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 139
6.39 시간에 따른 표적 속도 추정치 ${}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 139
6.40 시간에 따른 상태 변수 $\mathbf{p}$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 140
6.41 시간에 따른 상태 변수 $\varepsilon$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) 140
6.42 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 140
6.43 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 141
6.44 시간에 따른 표적 속도 추정치 ${}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a) . . . . . 141
6.45 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-2a) . . . . . 142
6.46 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-2a) . . . . . 142
6.47 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-2a) . . . . . 143

6.48 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-2a) . . . . . 143
6.49 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-2a) . . . . . 144
6.50 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-2b) . . . . . 145
6.51 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-2b) . . . . . 145
6.52 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-2b) . . . . . 146
6.53 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-2b) . . . . . 146
6.54 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-2b) . . . . . 147
6.55 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-2c) . . . . . 148
6.56 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-2c) . . . . . 148
6.57 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-2c) . . . . . 149
6.58 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-2c) . . . . . 149
6.59 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-3a) . . . . . 150
6.60 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-3a) . . . . . 150
6.61 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-3a) . . . . . 151
6.62 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-3a) . . . . . 151
6.63 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-3a) . . . . . 152
6.64 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-3b) . . . . . 153

6.65 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-3b) . . . . . 153
6.66 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-3b) . . . . . 154
6.67 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-3b) . . . . . 154
6.68 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-3b) . . . . . 155
6.69 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-3c) . . . . . 156
6.70 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-3c) . . . . . 156
6.71 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-3c) . . . . . 157
6.72 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-3c) . . . . . 157

# 표 목 차

6.1 초기 및 목표 포즈에서의 상태 변수 설정 . . . . . 104
6.2 표적 특징점 좌표 (단위 : 미터) . . . . . 136

6.3 카메라 목표 포즈 및 표적 속도 데이터 . . . . . 136

# 제 1 장 서 론

## 1.1 연구 배경

로봇(Robot)은 제조 공정 자동화, 가혹 환경 작업 수행, 오지 탐사 등 인간이 수행하기 어렵거나 불가능한 작업을 대행하기 위한 목적으로 전세계 많은 학자들의 연구 대상이 되어 왔다. 이러한 로봇의 동작 정확성을 높이기 위한 시도의 일환으로 로봇 구동기의 제어 시스템 구성 과정에서 여러 가지 센서와의 접목이 시도 되어왔으며, 이 과정에서 1970년대에 Shirai, Inoue와 같은 학자들에 의해 처음 영상 정보를 활용한 로봇 자세 제어 기법이 제시되었다 [1]. 이들은 로봇 구동기 자체의 정밀도를 높이는 것만큼이나 영상 센서로부터 획득한 영상 정보를 되먹임(Feedback) 정보로 활용하여 폐루프(Closed-Loop) 형태의 제어 시스템을 구성하는 것이 로봇 구동 시의 정확성 및 강인성 제고에 효율적이라는 것임을 보임으로써 로봇 제어 과정에서 영상 센서가 도입되는 계기를 마련하였으며, 이후 J. Hill & W. T. Park에 의해 폐루프 형태의 영상 정보 기반 로봇 자세 제어 기법을 여타 다른 기법과 구분하기 위하여 비주얼 서보잉(Visual-Servoing)이라는 용어를 사용하기 시작하였고 [2], 그 이후로 영상 센서, 그 중에서도 주로 가시 광선 영역 촬영에 이용되는 카메라의 가격과 성능 면에서의 개선과 함께 현재까지 많은 연구가 이루어지고 있다.

비주얼 서보잉 기법은 일반적으로 표적의 영상 정보를 되먹임 받음으로써 로봇 구동기 엔드-이펙터(End-Effector)와 목표물 사이의 상대적인 위치/자세, 즉, 포즈를 사용자가 목표로 하는 상대 포즈를 향해 움직이도록 로봇 구동기를 제어하는 것을 목적으로 하고 있다. 이러한 비주얼 서보잉 기법은 일반적으로 영상 센서와 로봇 구동기의 시스템 구성 방식에 따라 엔드-이펙터에 영상 센서를 부착하여 영상 센서

가 로봇의 구동에 따라 엔드-이펙터와 동시에 이동하는 아이-인-핸드(Eye-in-Hand) 방식과 로봇의 작업 반경 외부에 영상 센서를 고정하여 영상 센서가 로봇 구동기와 표적을 동시에 인식하는 아이-투-핸드(Eye-to-Hand) 방식, 그리고 경우에 따라 이 둘을 결합한 협동 작업(Cooperative) 방식으로 나뉘어지게 된다. 이 중 아이-인-핸드 방식은 작업 환경 구성이 용이하며 충분한 해상도(Resolution)의 표적 영상 제공이 가능하므로 많은 비주얼 서보잉 문제에서 이 방식을 채택하여 문제를 해결하고 있다 [3].

이러한 아이-인-핸드 방식의 비주얼 서보잉은 공통적으로 비주얼 서보잉 과정에서 영상 센서로부터 획득한 영상 정보에서 목적에 따라 표적의 특징점, 특징선 [4], 혹은 이미지 모멘트(Image Moment) [5]와 같은 여러가지 형태의 표적의 특징(Feature)을 추출 및 가공함으로써 표적에 대한 정보를 제어기에 전달해주는 방식을 채택하고 있다. 따라서, 아이-인-핸드 비주얼 서보잉 방식에서는 로봇의 이동 과정에서 영상 센서의 시야(Field-of-View, FOV) 내에 표적의 영상이 항상 존재해야 한다는 이른바 가시 조건(Visibility Constraint)의 만족이 필수적이며, 표적의 영상은 로봇과 표적의 상대적인 운동에 의해 결정되므로 비주얼 서보잉 제어기의 설계 과정에서 표적의 운동에 대한 고려가 비주얼 서보잉 임무의 성공 및 가시 조건의 만족을 위한 핵심적인 역할을 하게 된다.

비주얼 서보잉 기법은 전통적으로 제어기 설계 과정에서 표적의 특징 정보 활용 및 상태 변수의 설정 방법에 따라 영상 기반 비주얼 서보잉(Image-Based Visual-Servoing, IBVS)과 위치 기반 비주얼 서보잉(Position-Based Visual-Servoing, PBVS) 및 이들의 융합 기법 (Hybrid Approach)으로 나눌 수 있다. 영상 기반 비주얼 서보잉은 주로 표적의 특징점 좌표 정보를 상태 변수로 정의하고 특징점의 움직임을 제어함으로써 목표 포즈를 향해 로봇을 구동시키는 방식을 채택하고 있으며 [6], 특징점 위치를 제어하는 특성으로 인하여 가시 조건 (Visibility Constraint)을

만족하는 데에 조금 더 적합한 방식으로 알려져 있다 [46]. 반면, 위치 기반 비주얼 서보잉의 경우 현재 및 목표 로봇 포즈에서 획득한 표적의 특징점 정보를 활용하여 3차원 공간 상에서의 로봇의 포즈를 추정하고 로봇의 포즈를 상태 변수로 정의하여 목표 포즈를 향해 운동할 수 있는 제어기를 구성하는 방식을 채택하고 있으며 [22], 일반적으로 비주얼 서보잉 과정에서 특징점의 운동에 대한 제어를 고려하지 않으므로 가시 조건의 만족에 취약한 특징을 가진다 [46]. 또한, 융합 기법은 영상 기반 비주얼 서보잉과 위치 기반 비주얼 서보잉의 단점을 서로 보완하기 위해 두 기법 간의 전환 [34, 33]이나 병진 운동은 영상 기반, 회전 운동은 위치 기반 비주얼 서보잉을 적용하는 등 자유도를 분할하여 각각 다른 방식을 적용하는 등의 기법 [32]을 채택하고 있다.

이러한 비주얼 서보잉 기법들은 가시 조건의 만족을 위해 다양한 방법을 제시하고 있으며, 이는 반발 전위장(Repulsive Potential Field) 기법, 경로 계획법, 가시 집합 기법 등으로 분류할 수 있다. 먼저 기존 비주얼 서보잉 기법에서 가장 직관적인 방법으로 널리 채택되고 있는 반발 전위장의 경우, 엔드-이펙터의 운동 과정에서 표적의 영상이 영상 센서 화각의 가장자리와 가까워질수록 영상 센서가 광축 방향으로 후퇴하도록 제어기를 설계함으로써 가시 조건이 위배될 상황이 닥쳤을 때 영상 센서의 시야를 넓혀 표적의 영상이 화각을 벗어나지 않도록 로봇의 운동을 제어한다 [7], [16], [32], [35]. 또한, 경로 계획법의 경우, [9, 12, 13] 등에서는 영상 기반 경로 계획 기법(Image-Based Path Planning)을 제시하여, 로봇의 초기 포즈 및 목표 포즈의 추정 결과를 바탕으로 3차원 공간 상에서 로봇의 초기 포즈와 목표 포즈 사이의 직선 경로 상의 포즈들을 샘플링하고, 오프라인에서 각 샘플 포즈에서의 표적의 영상을 재구성함으로써 가시 조건을 만족함과 동시에 3차원 공간 상에서의 로봇의 운동 역시 자연스러운 경로를 따라 움직일 수 있는 방법을 제시하였다. 또한, [28]에서는 주변 환경의 3D 정보를 가진 상태에서 가시 조건을 만족할 수 있는

3차원 공간 상의 경로를 설계할 수 있는 기법을 제시하였다. 한편, [24], [29] 등에서는 가시 집합(Visible Set) 개념을 도입하여 가시 조건을 만족할 수 있는 상태 변수들의 집합, 즉, 가시 집합을 정의한 후, 영상 센서의 포즈를 나타내는 상태 변수가 가시 집합을 벗어나지 않도록 제어기를 구성함으로써 비주얼 서보잉 과정에서 가시 조건을 만족할 수 있는 기법을 제시하였다. 이러한 다양한 시도들은 가시 조건의 충족이라는 측면에서는 적절한 결과를 보여주고 있지만, [29]에서 제시된 가시 집합 개념을 제외한 대부분의 기법들이 표적이 정지되어 있다는 가정이 요구되며, 이동 표적으로 확장할 경우 적용이 불가능해지는 문제점을 안고 있다.

한편, 비주얼 서보잉 과정에서의 표적의 운동은 일반적으로 표적과 로봇 간의 상대적인 포즈에 대한 동역학 방정식 상에서 부가적인 외부 입력의 형태로 작용하게 되므로, 이에 대한 보상이 없을 경우 제어 성능의 저하를 가져오게 됨이 알려져 있다 [3]. 따라서, 직관적으로 보았을 때, 이동 표적에 대하여 만족할만한 비주얼 서보잉 성능을 얻기 위해서는 영상 센서를 통해 표적의 운동을 추정하고 제어기 설계 단계에서 이를 보상해주는 것이 적절한 해결책이 될 수 있다. 영상 센서를 이용한 표적 운동 추정기 설계 기법은 영상 처리 분야에서 많은 연구자들의 주목을 받아온 기법이다. 일반적으로 영상 센서를 이용한 표적 운동 추정기의 설계 과정에선 표적의 깊이 정보를 잃어버리게 되는 영상 센서의 특성으로 인하여 표적 운동과 관측치 간의 관계가 비선형 형태로 기술되는 것이 특징이다. 이 경우, 복잡한 비선형 추정기를 설계하거나 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter) 등을 채택하여 추정기를 설계하게 되며 [59], [58], 이런 점들을 개선하여 적절한 관측치 설정을 통해 선형 형태의 추정기를 설계하는 기법들도 일부 제안되어 있다 [60]. 그러나, 이러한 유형의 표적 운동 추정 기법들은 수렴성에 대한 분석 자체가 어렵거나 추정기 수렴 조건의 만족을 위해 영상 센서의 스네이킹(Snaking)이나 가속도 운동 등 특정한 양상의 움직임이 요구되는 것이 일반적이다. 한편 이러한 문제를 피해가기 위하여 표적

까지의 깊이 정보를 측정 가능하다는 가정 하에 표적 운동 추정 문제를 단순화하여 카메라의 불필요한 기동을 방지한 기법들도 제시되었다 [61], [62], [63] 통상적으로 비주얼 서보잉 기법은 가시 조건이 요구되는 상황 하에서 표적과 영상 센서의 상대적인 위치 및 자세가 상수가 되도록 영상 센서의 운동을 제어하는 것이 목적이다. 따라서, 이러한 서보잉 과정에 스네이킹(Snaking)이나 가속도 운동 등의 움직임을 추가하는 것은 작업 실패로 이어지는 위험이 따를 수 있으며, 이는 비주얼 서보잉 과정에서의 표적 운동 정보의 추정을 더욱 어렵게 만드는 요인이 된다. 또한, 표적의 깊이 측정을 가능케 하기 위해서는 추가적인 장비가 필요하므로 시스템 구성 비용을 증가시키는 요인이 된다.

나날이 수요가 늘어가고 있는 자동화 시스템에서의 제품의 검수 및 운반, 조립 등이나 최근 많은 주목을 받고 있는 모바일 로봇, 무인 비행체 등을 활용한 표적의 추적 및 감시, 편대 유지 제어 등 이동 표적에 대한 비주얼 서보잉 기법을 활용할 수 있는 영역은 점차 확대될 것으로 기대하고 있다. 이동 표적에 대한 영상 기반 로봇 제어는 그 동안 표적을 향한 시선 방향만을 제어하는 비주얼 트래킹 (Visual Tracking) 분야에서 주로 고려되어 왔으며 [37]-[40], 비주얼 서보잉에 대해서는 이동 표적을 그 대상으로 한 예가 현저히 적다 [18], [19]. 따라서, 본 논문에서는 비평면 형태의 이동 표적을 비주얼 서보잉 대상으로 설정하고 이에 대하여 비주얼 서보잉 과정에 적합한 형태의 표적 운동 추정 기법을 제안하며, 이를 이용하여 목표 포즈로의 수렴성과 서보잉 과정에서의 가시 조건을 동시에 만족할 수 있는 비주얼 서보잉 기법을 제안하도록 한다.

## 1.2 연구 목표

본 논문에서는 아이-인-핸드 구성 방식에 기반하여 단안(Monocular) 가시 광선 카메라를 영상 센서로 활용함으로써 비평면 이동 표적에 대해 전역적 안정성과 가시 조건을 동시에 만족할 수 있는 위치 기반 비주얼 서보잉 기법을 제안한다. 표적은 형태에 대한 제한을 가지지 않는 임의의 형태이며 등속으로 병진 운동만을 하고 있으며 회전 운동에 의한 자세 변화는 없다라고 가정한다.

먼저, 로봇 포즈와 관련된 상태 변수 및 표적의 운동을 추정하기 위하여 표적과 카메라가 모두 이동하는 환경을 고려한 에센셜 행렬(Essential Matrix)을 유도한다. 에센셜 행렬은 서로 다른 두 위치에서 획득한 영상에서의 표적 특징점 좌표 간의 관계를 나타내는 행렬이다. 이 행렬은 표적의 위치 및 자세와 카메라의 운동과 관련된 파라미터들을 포함하고 있으므로, 카메라나 표적의 포즈를 추정하는 문제에서 매우 유용하게 사용된다. 그러나, 기존의 에센셜 행렬의 유도 과정에서는 표적 혹은 카메라가 고정되어 있는 상황을 가정하고 있으므로, 표적과 카메라가 동시에 이동하는 상황에는 적용할 수 없다. 이에 따라 표적과 카메라의 운동 모두를 고려한 에센셜 행렬의 형태를 유도하도록 하며, 이 에센셜 행렬의 분해 결과는 영상 센서와 표적의 운동 정보를 모두 포함하고 있어 이후 표적 운동 정보 추정기와 비주얼 서보잉 제어기의 상태 변수 추정에 활용할 수 있다.

다음으로 이동 표적을 고려한 에센셜 행렬의 분해 결과와 영상 센서의 운동 정보를 바탕으로 표적 운동에 대한 동역학 방정식을 유도하도록 한다. 표적의 깊이 정보에 불확실성이 존재한다는 가정 하에 적절한 관측치(Measurement)를 설정함으로써 표적 운동에 대한 상태 방정식을 선형 시스템 형태로 기술할 수 있으며, 이를 바탕으로 루엔버거 관측기에 기반하여 표적의 병진 운동 추정기를 설계한다. 설계된 관측기는 가관측성 분석을 통해 항상 수렴이 가능함을 보장하며, 루엔버거 관측

기 형태로 인하여 계산량이 적으며, 수렴 속도 역시 사용자가 조절할 수 있는 장점을 가진다. 또한, 표적의 깊이 정보에 불확실성이 존재하는 경우에 대해 수렴성 분석을 제공함으로써 비주얼 서보잉 과정에 사용하기 적합한 추정기임을 입증하도록 한다.

다음으로, 구면 좌표계 및 조준선 좌표계 개념을 도입하여, 카메라, 혹은 로봇 구동기의 엔드-이펙터의 위치와 자세를 기술하기 위한 6자유도의 상태 변수를 정의한다. 위치 기반 비주얼 서보잉에서는 직교 좌표계를 사용하는 것이 일반적이지만 구면 좌표계와 조준선 좌표계를 사용할 경우 가시 조건과 관련된 파라미터들이 6자유도 상태 변수에 포함되며, 이에 따라 적절한 경로 계획을 통해 로봇 제어 과정에서 자연스럽게 가시 조건을 만족할 수 있도록 제어기를 설계할 수 있다. 이러한 상태 변수와 앞에서 가정한 표적의 운동 모델을 이용하여 표적의 운동을 고려한 상태 변수의 동역학 방정식을 유도하도록 한다.

또한, 표적까지의 상대 거리 및 조준선 오차를 이용한 가시 집합을 도입하도록 한다. 표적 영상의 모든 특징점이 카메라의 화각 내부에 머무름으로써 가시 조건이 만족되려면 카메라로부터 표적까지의 거리와 카메라를 기준으로 표적을 바라보는 방향이 적절히 조절이 되어야 한다. 이는 로봇의 포즈와 관련된 상태 변수 중 3개의 상태 변수에 의해 조절할 수 있으며, 이 3개의 상태 변수가 일정 집합에 속할 경우 표적의 형태나 운동에 관계 없이 가시 조건이 만족될 수 있다. 이렇게 가시 조건을 만족할 수 있는 상태 변수의 집합을 가시 집합이라 칭하며, 이 집합은 카메라의 화각과 마찬가지로 컨벡스(Convex)이다. 이러한 컨벡스 특성은 가시 조건과 관련된 상태 변수들이 가시 집합 내부에서 움직일 수 있도록 제어기를 설계하는 과정에서 유용하게 사용할 수 있는 특성이다.

마지막으로, 로봇 포즈 상태 변수와 표적 병진 운동 추정치를 이용하여 가시 집합 내부에서 상태 변수가 벗어나지 않도록 하는 상태 변수의 목표 궤적(Desired

Trajectory)을 생성하고 이를 적절히 추종할 수 있는 제어기를 설계하도록 한다. 상태 변수의 목표 궤적은 가시 집합의 컨벡스 특성을 이용하여, 간편하게 초기 및 목표 로봇 포즈에서의 상태 변수들을 직선으로 잇는 경로를 택하였다. 다음으로, 표적의 크기 정보에 불확실성이 존재할 경우를 고려하여, 설계한 제어기에 대한 안정성 분석을 수행함으로써 표적 크기 정보의 불확실성에도 불구하고 가시 조건의 만족과 목표 포즈로의 수렴이 가능함을 보였다. 본 논문에서 다루고 있는 문제는 가시 조건에 의해, 제한 조건을 가지는 비선형 시스템 제어 문제로 표현되므로, 문제 해결 과정에 높은 난이도가 요구된다. 그러나 가시 집합의 컨벡스 특성을 이용한 목표 궤적 설계와 표적 운동 추정기 오차의 특성을 이용함으로써 이를 비교적 간단한 선형 시스템 제어 문제로 변환하여 해결할 수 있다. 이동 표적에 대해 가시 조건 및 목표 포즈로의 수렴성을 만족하는 문제는 기존에 시도되지 않았던 문제이며, 이에 덧붙여 표적 크기 정보의 불확실성에 대한 강인성 역시 확보함으로써, 기존의 기법들에 비해 활용도가 높을 것으로 판단된다. 또한, 카메라와 표적의 운동을 구현한 모의 실험 환경과 6축 로봇 구동기를 이용한 실험 환경을 구축하여 앞서 언급한 결과들에 대한 종합적인 성능 평가를 수행함으로써 제안한 기법의 실용성을 입증하였다.

# 제 2 장 비주얼 서보잉 시스템 소개

이 장에서는 본 논문의 전개 과정에서 필요한 기본적인 컴퓨터 비전 관련 기술적 내용과 비주얼 서보잉 기법에서 다루는 문제들을 기술하도록 한다. 먼저, 핀홀 카메라 모델(Pin-Hole Camera Model)을 사용하여 3차원 공간 상의 특징점이 카메라에 투영되는 과정을 수학적으로 모델링함으로써 우리가 영상으로 보는 특징점과 그에 해당하는 3차원 공간 상의 특징점 간의 변환 관계를 서술하도록 한다. 다음으로, 기초 행렬의 특성을 살펴 봄으로써 영상을 이용하여 표적의 자세 및 카메라의 병진/회전 운동을 추정할 수 있는 기본적인 추정 기법 등을 소개하도록 하며, 마지막으로, 비주얼 서보잉 기법 문제 설정과 일반적인 비주얼 서보잉 기법들에서 나타나는 문제들을 소개도록 한다.

## 2.1 카메라 모델링

### 2.1.1 투사 사영법 - 카메라 외부 인자

카메라, 즉, 카메라의 모델은 렌즈를 거쳐 촬상 소자에 상이 맺히는 방식에 따라 핀홀 (Pin-Hole) 카메라 모델, 어안 렌즈(Fish-Eye) 카메라 모델, 전방향(Omni-directional) 카메라 모델 등 다양한 방식으로 분류할 수 있다. 이 중 본 논문에서 사용할 핀홀 카메라 모델은 투사 사영법(Perspective Projection)을 통해 모델링할 수 있는 형태의 카메라이며, 가장 일반적으로 널리 사용되고 있는 카메라들이 이 범주에 속하게 된다. 이 핀홀 카메라 모델은 카메라 좌표계의 중심 원점과 3차원 공간 상의 점들 사이를 잇는 직선들이 중심 원점에서 일정 거리에 위치한 이미지 평면과 만나 영상을 구성하는 형태의 모델링 방식이다. 먼저, 카메라 좌표계를 $\mathcal{C}$라 하였을 때, 그림 2.1와 같이 좌표계 $\mathcal{C}$의 중심 원점 $O_C$에 대하여 광축 방향으로 초점 거리

$f$만큼 떨어진 위치에 이미지 평면이 위치해 있다고 가정하도록 한다. $O_C$와 3차원 공간 상의 한 점 ${}^C\mathbf{p} = [X \;\; Y \;\; Z]^T$ 사이를 잇는 직선이 이미지 평면과 만나는 점, 즉, ${}^C\mathbf{p}$가 이미지 평면 위로 사영된 점을 ${}^C\mathbf{m} = [fx \;\; fy \;\; f]^T$라 할 때, ${}^C\mathbf{m}$은 다음과 같이 나타낼 수 있다 [36].

$$\begin{aligned} {}^C\mathbf{m} &= \frac{f}{Z}\,\mathbf{M}\,{}^C\mathbf{P} \\ &= f\left[\tfrac{X}{Z} \;\; \tfrac{Y}{Z} \;\; 1\right]^T \end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서 $\mathbf{M} \triangleq [\mathbf{I}_3 \;\; 0_{3\times1}] \in \mathbb{R}^{3\times4}$은 사영 행렬(Projection Matrix)를 의미하며, ${}^C\mathbf{P} \triangleq [\; {}^C\mathbf{p}^T \;\; 1 \;]^T$은 ${}^C\mathbf{p}$의 호모지니어스 좌표(Homogeneous Coordinate)이다. 이후의 기술 과정에서는 편의를 위하여 ${}^C\mathbf{m}$과 ${}^C\mathbf{p}$을 각각 특징점의 이미지 좌표, 공간 좌표라 줄여 호칭하도록 한다.

한편, 일반적으로 3차원 공간 상의 한 점의 좌표를 카메라 좌표계를 이용하여 직접 표현하기는 어려운 경우가 많다. 이를 대신하여 공간 상에 또 다른 좌표계, 예를 들어 표적의 중심 혹은 로봇의 기저부 등을 기준으로 한 $\mathcal{B}$ 를 설정하여 이를 기준으로 점 $\mathbf{p}$의 좌표를 기술한 후 좌표계 $\mathcal{C}$와 좌표계 $\mathcal{B}$간의 변환 관계를 이용하는 것이 더 효율적일 수 있다. 이 경우, ${}^C\mathbf{m}$과 ${}^B\mathbf{P}$ 간의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다 [36].

$${}^C\mathbf{m} = \frac{f}{Z}\,\bar{\mathbf{M}}\,{}^B\mathbf{P} \tag{2.2}$$

여기서 $\bar{\mathbf{M}} \triangleq \left[{}^CR_B \;\; {}^CO_B\right] \in \mathbb{R}^{3\times4}$이며 $\bar{\mathbf{M}}$에 포함된 ${}^CR_B$와 ${}^CO_B$를 가리켜 카메라 외부 인자(Extrinsic Parameters)라 칭한다. 이 카메라 외부 인자는 기준 좌표계 $\mathcal{B}$로부터 카메라 좌표계 원점의 위치 및 카메라 좌표계의 자세를 결정할 수 있는 인자들이다. ${}^B\mathbf{P} \triangleq [\; {}^B\mathbf{p}^T \;\; 1 \;]^T$는 ${}^B\mathbf{p}$의 호모지니어스 좌표이다. (2.4)와 같은 관계는 이후의 전개 과정에서 설정하게 될 각종 좌표계 간의 변환 관계를 이용해 표적 특

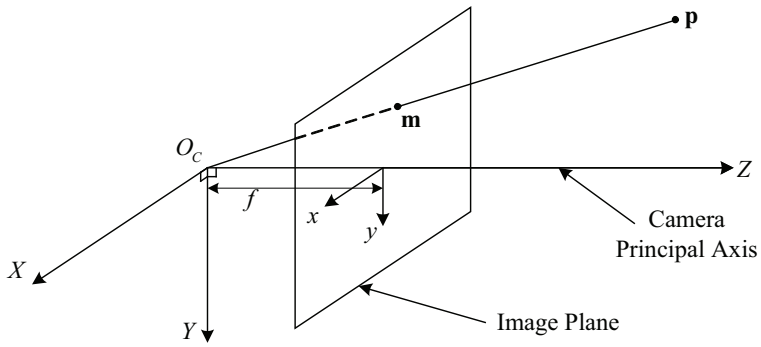



그림 2.1: 핀홀 카메라 모델

징점의 이미지 좌표를 계산하는 과정에서 매우 유용하게 사용된다.

### 2.1.2 카메라 내부 인자

2.1.1절에서 기술한 특징점의 이미지 좌표 ${}^{C}\mathbf{m}$는 ${}^{C}\mathbf{p}$가 카메라 상에 사영되는 위치를 모델링한 것이긴 하지만 우리가 직접 보는 영상을 기준으로 나타낸 특징점의 좌표와는 그 의미가 다르다. 일반적으로 카메라의 카메라는 촬상 소자로 사용되는 CCD (Charged Coupled Device) 혹은 CMOS (Complementary Metal-Oxide Semiconductor) 소자가 가로세로로 수백만에서 수천만개 이상이 배열된 형태로 구성되어 있다. 각각의 소자는 렌즈를 통과하여 온 빛을 일정 주기 동안 받아 전기 신호로 바꾸어 주는 역할을 하며, 이 신호를 적절히 양자화된 수치로 기록하여 모음으로써 하나의 영상을 구성하는 것이다. 하나의 소자는 우리가 실제로 관찰할 수 있는 영상 상의 한 픽셀(Pixel)에 대응되어 있으며, 우리가 영상에서 획득한 특징점의 좌표는 이 픽셀의 가로 및 세로 방향 갯수를 기준으로 구성한 픽셀 좌표를 사용하고 있으므로, 특징점의 픽셀 좌표와 이미지 좌표 간의 관계를 명확히 밝혀둘 필요가 있다.

먼저, 일반적인 픽셀 좌표계는 영상의 좌상단의 모퉁이 지점을 원점으로 오른쪽 방향을 $x$-방향, 아래쪽 방향을 $y$-방향으로 설정한다. 따라서, 그림 2.2을 참조하면,

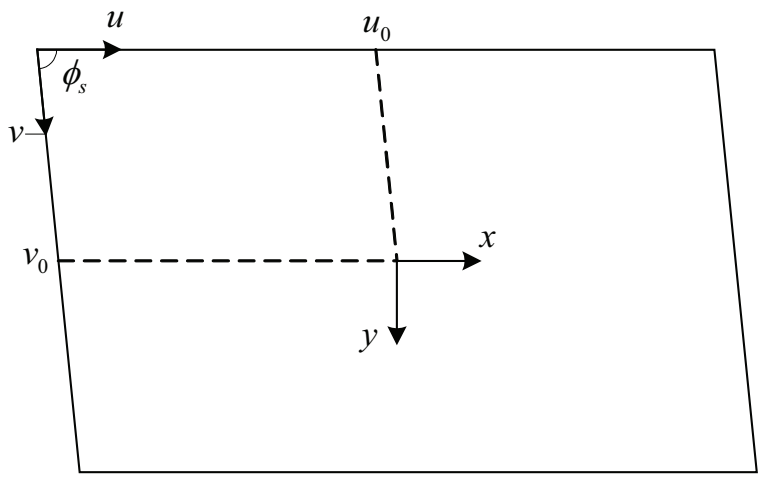



그림 2.2: 카메라 상의 픽셀 좌표계 설정

하나의 특징점에 대한 픽셀 좌표 ${}^{C}\mathbf{q} = [u \;\; v \;\; 1]^T$와 이미지 좌표 ${}^{C}\mathbf{m} = [x \;\; y \;\; 1]^T$간의 관계는 다음과 같은 선형 방정식 형태로 나타낼 수 있다 [32].

$$
\begin{aligned}
{}^{C}\mathbf{q} &= \mathbf{K}{}^{C}\mathbf{m} \\
&= \begin{bmatrix} fk_u & -fk_u \cot\phi_s & u_0 \\ 0 & fk_v/\sin\phi_s & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^{C}\mathbf{m}
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

여기서 $\mathbf{K}$를 카메라 내부 인자 (Camera Intrinsic Parameters) 행렬이라 한다. 카메라 내부 인자는 총 다섯가지 수치로 나타나며 각각의 의미는 다음과 같다. $u_0$, $v_0$는 각각 이미지 평면 $x$, $y$-방향으로의 오프셋을, $k_u$, $k_v$는 단위 길이 당 픽셀의 갯수를, $\phi_s$는 카메라의 가로 및 세로 축이 이루는 각도를 의미한다. 현대의 카메라 제작 과정은 고도로 정밀화되어 있는 관계로 일반적으로 $\phi_s$는 $90°$로 간주할 수 있으며, 본 논문에서도 이를 따르기로 한다. 또한, 초점 거리 $f$는 편의상 1로 설정하도록 한다.

카메라 내부 인자 및 외부 인자는 특징점의 픽셀 좌표와 이미지 좌표 및 공간 좌표를 서로 연결시켜 주는 역할을 한다는 데에서 그 의미가 중요하다고 할 수 있다. 특히 카메라 내부 인자는 가상의 좌표인 픽셀 좌표를 실제 공간 상의 좌표인 이미지 좌표와 연결시켜 주는 역할을 하므로 각종 컴퓨터 비전 관련 기법에선 카메라 내부 인자에 대한 추정 과정을 기본적으로 거치게 된다. 지금까지 기술한 카메라 내부 인자 및 외부 인자를 이용하면 특징점 픽셀 좌표와 공간 좌표 간의 관계는 아래와 같이 기술할 수 있다.

$$ {}^{C}\mathbf{q} = \frac{f}{Z}\,\mathbf{K}\bar{\mathbf{M}}\,{}^{B}\mathbf{P} \tag{2.4} $$

또한, 여러 개의 특징점 좌표 정보를 이용하여 위 식을 기반으로 카메라 내부 인자를 추정할 수 있는 카메라 캘리브레이션(Camera Calibration)기법들이 제시되어 있으므로 [41], 본 논문에서도 이러한 기법들을 적용하여 카메라 내부 인자를 추정하도록 하며, 이에 따라 특징점의 이미지 좌표는 알 수 있다고 가정하도록 한다.

## 2.2 영상을 이용한 표적의 3차원 정보 복원

본 절에서는 2개 이상의 다른 위치에서 카메라를 이용하여 획득한 정지 표적의 영상으로부터 에센셜 행렬을 이용하여 카메라의 위치 및 자세 변화를 추정하는 방법에 대해 기술하도록 한다. 먼저 3차원 공간 상에서의 한 점 $\mathbf{p}$에 대하여, 두 개의 카메라 좌표계 $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$에서 나타낸 $\mathbf{p}$의 공간 좌표를 ${}^{C_1}\mathbf{p} = [X_1 \;\; Y_1 \;\; Z_1]^T$, ${}^{C_2}\mathbf{p} = [X_2 \;\; Y_2 \;\; Z_2]^T$라 할 때, 각각에 대응되는 이미지 좌표를 ${}^{C_1}\mathbf{m} = [x_1 \;\; y_1 \;\; 1]^T$, ${}^{C_2}\mathbf{m} = [x_2 \;\; y_2 \;\; 1]^T$, 픽셀 좌표를 ${}^{C_1}\mathbf{q} = [u_1 \;\; v_1 \;\; 1]^T$, ${}^{C_2}\mathbf{q} = [u_2 \;\; v_2 \;\; 1]^T$라 하자. 그러면, 다

음과 같은 관계가 성립하는 행렬 $\mathbf{E}, \mathbf{F} \in \mathbb{R}^{3\times3}$가 존재함이 알려져 있다 [52].

$$
\begin{aligned}
{}^{C_2}\mathbf{q}^T\mathbf{F}\,{}^{C_1}\mathbf{q} &= 0 && (2.5)\\
{}^{C_2}\mathbf{m}^T\mathbf{E}\,{}^{C_1}\mathbf{m} &= 0 && (2.6)
\end{aligned}
$$

여기서, $\mathbf{F}$와 $\mathbf{E}$를 각각 펀더멘탈 행렬, 에센셜 행렬이라 칭한다. 한편, (2.3)를 이용하면 (2.5)와 (2.6)로부터 다음의 관계를 알 수 있다.

$$\mathbf{E} = \mathbf{K}^T\mathbf{F}\mathbf{K} \tag{2.7}$$

따라서, 카메라 내부 인자를 알고 있고, 픽셀 영상으로부터 펀더멘털 행렬 $\mathbf{F}$를 계산해낼 수 있다면 이미지 좌표 간의 관계인 에센셜 행렬 $\mathbf{E}$를 알 수 있다. $\mathbf{E}$ 혹은 $\mathbf{F}$는 스케일을 제외하면 8개의 자유도를 가지므로 8개 이상의 특징점 픽셀 좌표 혹은 이미지 좌표를 획득할 수 있을 경우 그 값을 계산해낼 수 있다. 에센셜 행렬의 계산과 관련된 여러 가지 기법들은 [36]의 11장에 잘 소개 되어 있으며, 본 논문의 전개 과정에서도 이 기법들을 받아들여 에센셜 행렬을 계산하도록 한다.

한편, 이 에센셜 행렬의 유도 과정을 분석해 보면 에센셜 행렬은 다음과 같이 카메라의 운동과 관련된 정보들을 포함하고 있음을 알 수 있다 [36].

$$\mathbf{E} = \left[{}^{C_2}O_{C_1}\right]_\times {}^{C_2}\mathbf{R}_{C_1} \tag{2.8}$$

또한, [42], [43] 등에서 제시된 기법들을 통해 에센셜 행렬을 적절히 분해함으로써 ${}^{C_2}\mathbf{R}_{C_1}$, $\frac{{}^{C_2}O_{C_1}}{\|{}^{C_2}O_{C_1}\|}$을 획득할 수 있다. 여기서 주목할 것은 카메라의 병진 운동을 나타내는 ${}^{C_2}O_{C_1}$는 직접 얻을 수 없으며, 항상 카메라의 이동 방향에 대한 정보만을 얻을 수 있다는 것이다. 이는 투사 사영에 의한 영상 획득 과정에서 특징점의 깊이 정보를 잃어버리는 특성에 의한 것이며, 따라서, 정확한 병진 운동 정보를 알기 위

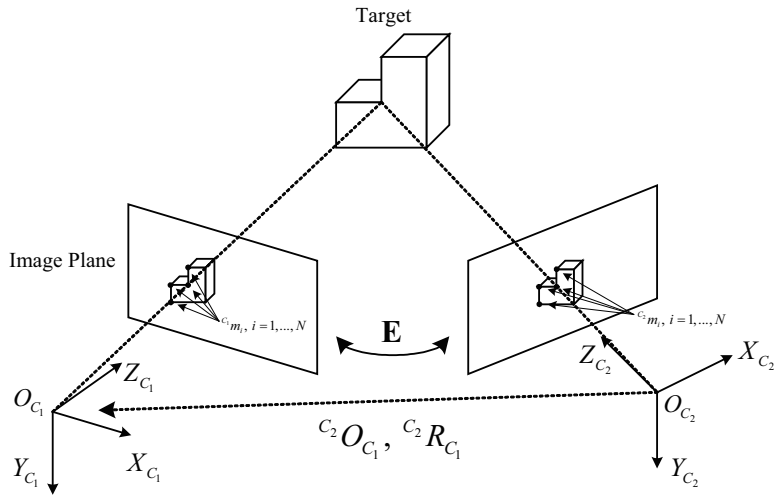



그림 2.3: 에센셜 행렬

해서는 특징점의 깊이, 혹은 특징점 간의 거리와 관련된 인자들에 대한 정보를 사전에 알고 있거나 혹은 별도로 추정하는 과정이 필요하다. 또한, 주의해야 할 것은 (2.8)에 기술되어 있는 에센셜 행렬의 분해식은 정지 표적을 가정하였을 때에만이 성립한다는 것이다. 표적이 카메라와 마찬가지로 이동을 하게 될 경우, (2.8)은 더 이상 성립하지 않으며, 표적의 운동과 관련된 인자들이 에센셜 행렬의 분해식에 나타나게 된다. 이와 관련된 유도 과정 및 결과는 4.1절에서 다루도록 한다.

## 2.3 비주얼 서보잉 문제

본 절에서는 비주얼 서보잉 기법의 일반적인 목적과 그에 수반되어 나타나는 문제들에 대해 다루도록 한다.

비주얼 서보잉이란 영상 기반 로봇 제어 기법의 한 종류로서, 영상 센서로부터 되먹임 받은 표적의 정보를 활용하여 로봇의 운동을 제어하는 형태의 기법이다. 비주얼 서보잉은 일반적으로 많은 산업용 로봇들이 수행하고 있는 표적 물체의 획득이나 이동을 위해 로봇의 엔드-이펙터를 특정한 위치로 이동시키는 형태의 작업에

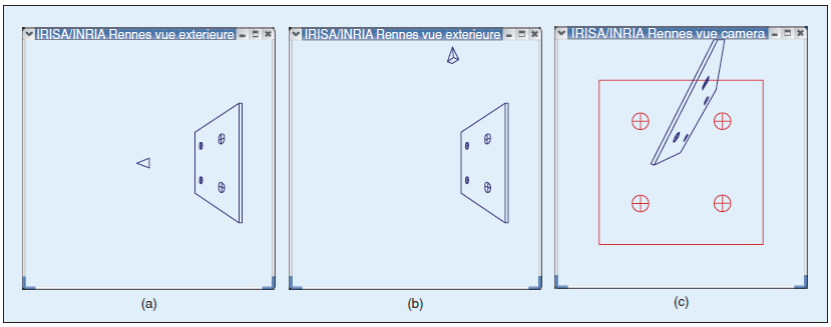



그림 2.4: 비주얼 서보잉 예시 [46] - (a) 표적에 대한 카메라의 목표 포즈 (b) 표적에 대한 카메라의 초기 포즈 (c) 카메라 초기 및 목표 포즈에서의 표적 영상

대하여 로봇 동작의 정확성을 높이기 위한 목적으로 개발되기 시작하였다. 영상 센서 도입 초기에는 영상 센서 시스템과 로봇 제어 시스템이 서로 분리되어 영상 센서가 표적과 관련된 정보를 일방적으로 제공하는 개루프 형태의 시스템을 구성함으로써 전체적인 성능 향상은 크지 않았으나, [1]에서 영상 센서로부터 얻은 표적의 위치 오차 정보를 로봇 제어기에 되먹임하는 폐루프 시스템을 구성하여 로봇의 자세 제어 성능이 개선될 수 있음을 실험적으로 증명함으로써 비주얼 서보잉 기법이 점차 많은 연구자들의 각광을 받게 되었다.

비주얼 서보잉의 목적은 영상 센서를 이용하여 다음과 같이 로봇 엔드-이펙터와 표적 사이의 상대적인 포즈를 사용자가 원하는 목표 포즈와 일치하도록 로봇을 자동으로 제어하는 것이다.

$$\lim_{t\to\infty} {}^{C}R_{T}^{T\,C^*}R_{T^*} = \mathbf{I}_3 \tag{2.9}$$

$$\lim_{t\to\infty} \left\| {}^{C}O_T - {}^{C^*}O_{T^*} \right\| = \mathbf{0}_{3\times 1} \tag{2.10}$$

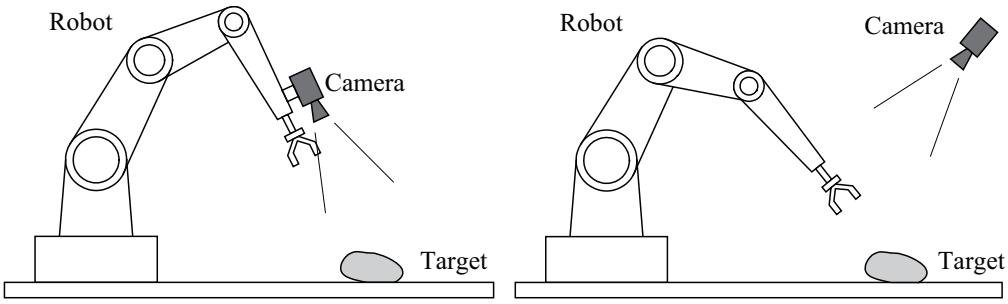
여기서, $({}^{C}R_T, {}^{C}O_T)$와 $({}^{C^*}R_{T^*}, {}^{C^*}O_{T^*})$ 은 각각 카메라 좌표계를 기준으로 나타낸 표적의 현재, 목표 상대 포즈를 나타내며, 자세한 정의는 이후에 소개하도록 한다. 일반적으로, 비주얼 서보잉 제어기는 이러한 목적 달성을 위하여 표적과 로봇 엔

드-이펙터 사이의 상대 포즈를 기술할 수 있는 상태 변수 $\mathbf{x}$를 적절히 설정함으로써 (2.9), (2.10)의 문제를 변형하여 다음과 같은 형태의 오차를 최소화하는 것을 목표로 제어기를 설계하게 된다 [3].

$$\mathbf{e} \triangleq \mathbf{x}\left(\mathbf{m}(t), \mathbf{A}\right) - \mathbf{x}^{*} \tag{2.11}$$

여기서, $\mathbf{m}(t)$는 특징점, 특징선, 이미지 모멘트와 같이 영상으로부터 비주얼 서보잉의 대상을 대표해서 나타낼 수 있는 특징 정보들을 의미하며, $\mathbf{A}$는 카메라의 내, 외부 파라미터 등의 비주얼 서보잉 시스템의 환경적 요인들을 담고 있는 파라미터를 의미한다. $\mathbf{x}\left(\mathbf{m}(t), \mathbf{A}\right)$는 특징점, 특징선 등 영상 특징들의 집합 혹은 3차원 공간 상에서의 위치/자세 정보 등으로 구성되어 로봇과 표적 사이의 상대적인 포즈를 결정 지을 수 있는 상태 변수로서 비주얼 서보잉 기법에 따라 다양한 형태로 정의되며, $\mathbf{x}^{*}$는 사용자가 원하는 목표 상태 변수를 의미한다. 통상적인 비주얼 서보잉 시스템에선 $\mathbf{x}^{*}$는 사용자가 직접 개입하여 비주얼 서보잉 시스템에 제공하는 것이 아니며, 목표 포즈에 위치한 카메라를 이용하여 해당 포즈에서의 표적 영상을 촬영하여 비주얼 서보잉 시스템에 제공하는 과정을 거치게 된다. 그 후, 비주얼 서보잉 시스템에서는 서보잉 시작 시점에서 현재 영상과 표적 영상을 분석함으로써 $\mathbf{x}^{*}$을 자동으로 추정해내는 작업을 수행하게 되며 여기서 얻은 $\mathbf{x}^{*}$를 기준으로 로봇이 목표 포즈로 이동해 갈 수 있도록 로봇을 제어하게 된다. 이를 일반적으로 'Teach by Showing'이라 하며, 많은 비주얼 서보잉 시스템은 'Teach by Showing'에 기반을 두고 설계되고 있다. 그림 2.4에 그 예를 나타내었다.

앞서 언급한 비주얼 서보잉 목적을 달성하기 위하여 카메라와 로봇을 결합한 비주얼 서보잉 시스템을 구성하는 과정에서는 먼저 카메라의 활용 용도에 대한 문제가 선결되어야 한다. 이 과정에서 비주얼 서보잉 기법은 카메라의 고정 위치에 따라 그림 2.5와 같이 아이-인-핸드 비주얼 서보잉 구성과 아이-투-핸드 비주얼 서보




(a) 아이-인-핸드 비주얼 서보잉 (b) 아이-투-핸드 비주얼 서보잉

그림 2.5: 비주얼 서보잉 시스템 구성 형태별 분류

잉 구성 및 두 기법의 협력 구성으로 나뉘어지게 된다 [39]. 각각의 구성 방법은 카메라의 고정 위치 차이에 의해 카메라가 감지해야 하는 대상에도 차이를 보이게 된다. 먼저, 아이-인-핸드 비주얼 서보잉의 경우, 카메라가 로봇의 엔드-이펙터에 부착되어 카메라의 운동이 로봇의 운동에 연동되어 움직이는 형태로 구성된다. 따라서, 카메라는 표적 영상을 로봇 제어 시스템에 전달하는 역할을 하게 된다. 아이-인-핸드 비주얼 서보잉 시스템은 기본적으로 구성 과정에서 공간적인 요구 조건이 크지 않으며, 카메라가 주로 엔드-이펙터에 부착되는 형태를 하게 되므로, 거리가 적절할 경우 충분한 해상도의 표적 영상을 제공할 수 있어 영상 정보 분석 과정에서의 정확성을 높일 수 있다는 특징을 가진다. 한편, 아이-투-핸드 비주얼 서보잉의 경우, 카메라는 로봇의 작업 공간 외부의 고정된 위치에서 로봇과 표적을 동시에 촬영하는 형태로 구성된다. 따라서, 고정된 위치에서 넓은 영역의 영상을 제공함으로써 표적의 가시 조건 만족에 대한 고려가 필요 없다는 특징이 있다. 그러나 구성 과정에서의 요구 공간이 넓어지게 되며, 표적과 로봇의 영상을 동시에 분석하여 분리하는 과정이 필요하다는 점, 표적과의 거리가 고정되어 표적 영상의 정밀도가 제한적일 수 있다는 점 등이 단점으로 작용하고 있어, 많은 비주얼 서보잉 시스템에서는 구성이 간편하고 표적의 해상도를 충분히 높일 수 있는 아이-인-핸드 구성을 택하고 있다.

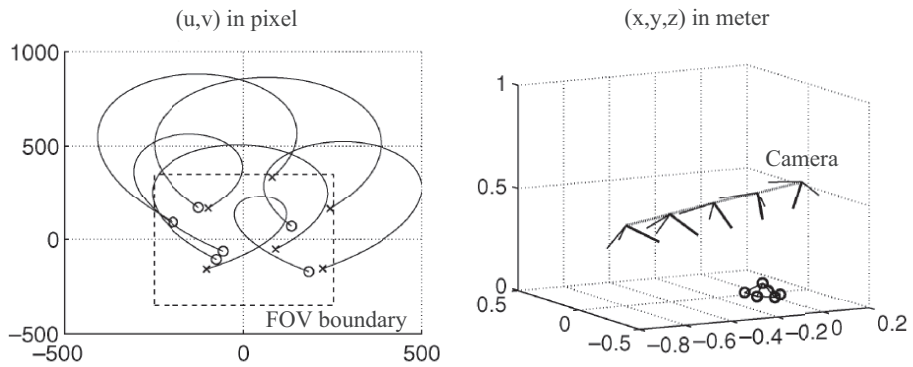



그림 2.6: 가시 조건의 위배 경우 예시 [12]

아이-인-핸드 구성이 여러 면에서 아이-투-핸드 방법에 비해 장점을 가지기는 하지만 아이-인-핸드 구성 자체의 특징들로 인하여 발생하는 문제들 역시 존재하며, 가장 대표적인 문제로 가시 조건의 만족 여부를 들 수 있다. 비주얼 서보잉 과정에서는 카메라가 로봇의 눈 역할을 담당하게 되므로 비주얼 서보잉 작업을 완수하기 위해서는 항상 표적의 영상 정보를 로봇 제어 시스템에 제공할 수 있어야 한다는 전제가 따르게 된다. 이는 바꿔 말하면 비주얼 서보잉 과정에서는 표적이 카메라의 시야에서 벗어나지 않아야 함을 의미하며, 이를 일반적으로 가시 조건이라 칭하고 있다. 앞서 기술한 바와 같이 아이-인-핸드 구성 방식은 카메라의 운동이 로봇 운동의 지배를 받는 형태이기 때문에 로봇이 이동하는 과정에서 표적의 영상이 지속적으로 변화하게 된다. 이 과정에서 그림 2.6의 예시와 같이 카메라의 시야에서 표적

의 영상이 벗어나 가시 조건을 만족할 수 없게 되면, 로봇 제어기 입장에서는 더 이상 영상 처리를 통해 표적과 관련된 정보를 얻을 수 없게 되며 이는 비주얼 서보잉 작업의 실패로 이어지게 된다 [45].

한편, 카메라가 로봇과 연동되어 운동을 하게 되는 아이-인-핸드 구성의 특성으로 인하여, 영상 정보 상에서 추출하게 되는 특징점이나 특징선 등과 같이 일반적으로 사용되는 표적의 특징 정보는 로봇의 운동과 표적의 운동에 의존하는 함수로 나타나게 된다 [47]. 따라서, 표적이 이동을 하는 경우, 카메라와 표적이 동시에 이동하는 상황이 발생함으로 인하여 가시 조건의 만족이 더욱 더 어려워지는 난점이 발생하게 된다. 먼저 가시 조건의 만족을 위하여 가장 널리 사용되고 있는 반발 전위장의 경우, 비주얼 서보잉 과정에서 표적의 영상이 화각의 가장자리에 접근하게 되면, 카메라를 광축 방향으로 후퇴함으로써 표적의 영상이 화각의 중앙으로 이동하도록 유도하는 방식을 취한다. 그러나, 이러한 방법은 표적이 반드시 정지되어 있어야만 카메라의 후퇴가 표적 영상이 화각 중앙으로 이동하는 것을 보장할 수 있으며, 표적이 이동하는 경우엔 더 이상 이를 보장할 수 없다는 것이 큰 단점으로 작용하게 된다. 또한, [9]의 영상 기반 경로 계획법이이나, [24]의 가시 집합은 표적이 정지되어 있다는 가정하에 가시 조건을 만족할 수 있는 카메라의 포즈를 미리 계산하는 방식이므로 이 역시 표적이 이동할 경우 이용이 불가능하다.

따라서, 이러한 난점 하에서 가시 조건을 만족함과 동시에 (2.11)의 오차를 최소화 하기 위한 제어 명령 생성을 위해서는 표적의 운동에 대한 보정이 필요하지만, 기존의 비주얼 서보잉 기법에서는 일반적으로 정지 표적으로 그 대상을 한정함으로써 이러한 문제를 완화시키고 있다. 그러나, 비주얼 서보잉의 적용 범위를 넓히기 위해서는 자연히 그 대상 표적을 이동 표적으로 확장하는 시도가 필요할 것으로 보이며, 이러한 시도의 일환으로 본 논문에서도 이동 표적에 대해 가시 조건을 만족할 수 있는 비주얼 서보잉 기법을 제안하도록 한다.

# 제 3 장 기존 관련 연구 결과 소개

본 장에서는 영상을 이용한 표적 운동 정보 추정 기법과 비주얼 서보잉 기법에 대한 간략한 설명 및 그와 관련된 기존 연구 결과들을 소개하도록 한다.

## 3.1 영상을 이용한 표적 운동 정보 추정 기법

표적의 추적과 관련된 많은 제어 문제에서 센서를 통해 들어오는 정보를 이용하여 표적의 운동 정보를 추정하는 일은 매우 중요하게 다루어지고 있다. 일반적으로 표적의 운동은 3차원 공간 상에서의 회전과 병진 운동이 혼합된 6자유도 운동의 형태로 나타나게 된다. 이러한 표적의 운동을 추정하기 위하여 고전적으로 적외선 탐지기(Infrared Seeker)나 소나(Sonar)와 같은 센서들을 이용하여 표적의 병진 운동 정보 등을 효과적으로 추정할 수 있었지만 표적을 하나의 점 형태로 대표하게 되는 특성으로 인하여 성능에 한계를 보여 왔다. 한편, 카메라의 경우, 표적의 형상이나 색상, 위치 방향 등의 풍부한 정보을 제공해줄 수 있다는 장점으로 인해 다양한 분야에서 주목을 받아 왔으며, 카메라들의 성능 향상과 비용 저감 등에 힘입어 영상 센서를 이용한 표적의 운동 정보 추정 기법 역시 많은 발전을 이루어 왔다.

### 3.1.1 시선각을 이용한 표적 운동 정보 추정 기법

시선각을 이용한 표적 추적 기법 (Bearings-Only Tracking)은 관측자를 기준으로 표적을 바라본 시선각(Line-of-Sight Angle)을 이용하여 표적의 병진 운동 정보를 추정하는 기법이다. 표적의 운동은 일반적으로 3차원 공간상에서의 회전 및 병진 운동으로 나타낼 수 있으며, 각각의 운동은 3개의 자유도를 가지므로 표적의 운동은 총 6개의 자유도로 표현할 수 있다. 시선각 이용한 표적 추적 기법은 적외선 센서,

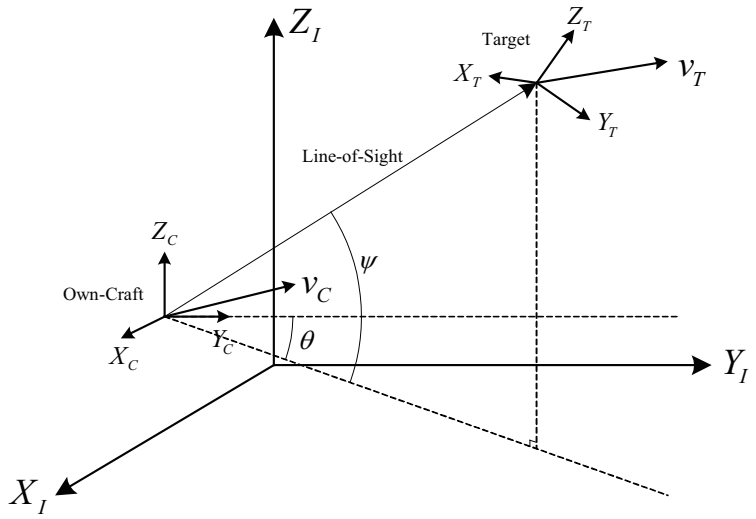



그림 3.1: 표적과 관측자 사이의 시선 및 시선각 설정

소나 등의 표적 탐색기 센서로부터 획득한 정보를 통해 표적의 6자유도 운동 중 병진 운동 정보를 추정하는 기법으로써 수중 음향 탐지 분야, 미사일 유도 제어 분야 등에서 방위각 추적 기법(Bearings-Only Tracking)의 형태로 주로 사용되어 왔다 [48], [49]. 방위각 추적 기법은 삼각 측량 기법에 기반을 두고 표적을 하나의 점으로 인식하여 관측자가 표적을 바라보는 방향 정보를 바탕으로 표적의 병진 운동 위치/속도를 추정하는 기법으로서, 적외선 탐지기나 소나와 같은 기본적인 수동형 센서로 구성되어 있을 경우 매우 유용한 방법이다. 그림 3.1에서와 같이 표적을 향한 방향 정보 $\theta, \psi$ 를 관측치로 사용하므로 표적의 운동에 대한 상태 방정식이 비선형 형태로 나타나는 것이 일반적이며, 추정기의 설계가 난해해지는 특징이 있다. 그에 따라 [48], [50]와 같은 기존 연구에서는 관측자와 표적 사이의 상대 위치 벡터와 삼각 함수 사이의 관계식을 이용하여 상태 방정식의 출력 방정식을 선형 형태로 변환하고 전체 상태 방정식을 선형 시변이 시스템(Linear Time-Varying System)처럼 다루게 됨으로써 표적 운동 추정기의 설계를 용이하게 하고 가관측성의 분석 또한 가능하게 하는 기법을 제시하였다. 방위각 추적 기법에서의 가관측성의 성립은

표적 운동 추정기의 존재성과 연결되는 문제이며, 일반적으로 $N$차 동역학을 가지는 운동 표적에 대하여 관측자가 바라본 표적의 상대 위치 벡터를 $\mathbf{r}(t) \in \mathbb{R}^3$라 할 때, $\mathbf{r}(t)$가 다음의 조건을 만족할 경우 방위각 추적 기법에서의 가관측성이 성립됨이 알려져 있다 [51].

$$\mathbf{r}(t) \neq \alpha(t) \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{N} a_{1k} t^k \\ \sum_{k=0}^{N} a_{2k} t^k \\ \sum_{k=0}^{N} a_{3k} t^k \end{bmatrix}, \forall a_{jk} \in \mathbb{R}, j = 1, 2, 3, k = 1, ..., N. \tag{3.1}$$

여기서 $\alpha(t)$는 임의의 스칼라 함수이다. 따라서, 가관측성이 성립하기 위해서는 관측자가 특별한 형태의 움직임을 해야할 필요가 있다. 특히, 관측자가 표적 시선 방향으로 이동하는 경우엔 가관측성이 성립하지 않게 되어 표적 운동 정보 추정에 실패할 수 있으며, 가관측성의 개선을 위하여 관측자의 스네이킹(Snaking)과 같은 특수한 형태의 기동을 첨가하는 기법들이 제시되어 있다 [50]. 이러한 상황은 비주얼 서보잉과 같이 이미지 평면 상에서 표적의 영상을 특정한 위치에 고정하려는 목적과는 배치될 수 있으며, 또한, 표적을 하나의 점으로 대표하여 나타내기 때문에 표적의 병진 운동만을 추정할 수 있어, 표적의 자세 변화에 따른 표적 탐지 위치 변경을 병진 운동 추정 과정에서 감지해낼 수 없다는 한계점도 지니고 있다.

### 3.1.2 영상 정보를 이용한 표적 운동 정보 추정 기법

영상 센서의 경우, 센서로 투사된 표적의 영상 정보를 활용하여 표적이나 영상 센서의 운동 정보를 추정하는 기법은 오래 전부터 연구가 이루어져 현재까지도 활발하게 다뤄지고 있는 주제이기도 하다. 잘 알려져 있는 방법으로는 두 장의 표적 영상 사이의 호모그래피 행렬(Homography Matrix) 혹은 에센셜 행렬 등을 구하여 그로부터 영상 센서의 시점 변화나 표적의 자세 등을 추정하는 기법들이 소개되어 있다 [52], [53]. 호모그래피 행렬과 에센셜 행렬은 두 개의 영상 상에서 서로 정합되는

특징점들의 관계를 각각 선형(Linear), 이차식(Quadratic) 형식으로 나타낼 수 있는 행렬들이며, 영상 센서의 운동 정보를 포함하고 있다. 따라서, 호모그래피 행렬과 에센셜 행렬의 분해를 통하여 이러한 카메라의 운동 정보를 분리해낼 수 있음이 알려져 있다 [52], [42]. 이러한 기법들은 필요한 영상 정보의 양이 적고 구현이 용이하다는 장점이 있지만, 표적 영상 정보에 존재하는 노이즈에 크게 영향을 받는 단점이 있다. 한편, 표적 운동 정보 추정 결과의 정확성 제고를 위하여 여러 장의 영상 시퀀스(Image Sequence)를 활용하여 표적의 운동 정보를 추정하는 기법들이 소개 되었다. [54], [55]에서는 일정 개수 이상의 특징점들의 위치를 관측치로 활용하고 칼만 필터(Kalman Filter)를 적용함으로써 표적의 위치/속도를 추정할 수 있는 기법을 제안하였다. 또한, [56]에서는 이미지 모멘트(Image Moment)를 관측치로 사용하여 표적의 위치/자세를 추정할 수 있는 기법을 제안하였으며, 가관측성에 대한 분석을 제공함으로써 참값으로의 수렴이 가능함을 보이고 있다. 일반적으로 이러한 기법들은 단일 영상 센서로부터 간단하면서도 효과적으로 표적의 위치, 자세 등을 추정할 수 있어 높은 활용도를 가지고 있다. 그러나, 대상으로 하는 표적이 정지 표적으로 한정되어 있거나 영상 센서가 정지해 있어야 하는 등의 제한 조건이 필요하기 때문에 영상 센서와 표적의 이동을 동시에 고려해야하는 상황에는 적합하지 않다. 따라서, 이와 같이 표적과 영상 센서의 이동을 고려한 것으로서, 무인 비행체(Unmanned Aerial Vehicle)의 편대 비행을 제어하는 문제에 대한 최근 연구 결과로 단일 이동 카메라의 영상으로부터 리더기의 위치, 속도 등을 추정하는 기법이 제안되었다. 이 방법은 방위각 추적 기법에 새로운 추정치로 영상에 투사된 표적의 크기인 중심각(Subtended Angle)을 추가하여 표적의 위치를 추정하는 기법이다 [57]. 영상에 나타난 표적의 크기가 고려되었기 때문에 방위각 추적 기법과는 달리 표적과 영상 센서가 시선방향으로 동일하게 이동하더라도 표적의 위치/속도 등을 추정할 수 있는 장점을 가진다. 그러나, 표적의 회전을 고려하지 않고 있기 때문에

측정치의 수학적 모델이 부정확하며, 그에 따라 표적의 위치 추정 결과 또한 부정확해질 수 있어 표적의 대략적인 위치 정보만을 제공해줄 수 있는 한계가 있다. 또한, 여전히 영상 센서의 움직임에 따라 가관측성이 성립하지 않을 수 있으나 이에 대한 정확한 분석이 부족하다. 한편, [58], [60]에서는 표적과 영상 센서가 모두 이동하는 상황에서 표적의 회전 및 병진 운동 속도를 추정하는 기법을 제안하였다. [58]에서는 [32]에서 제시한 표적의 운동과 관측치의 변화량 간의 관계를 바탕으로 표적의 회전 및 병진 운동 속도 추정기를 설계하였으나, 표적의 일정 부분의 실제 길이와 추정 초기의 영상 센서와 표적 좌표계 사이의 회전 변환 행렬을 미리 알고 있어야 한다는 점, 영상 센서 노이즈에 대한 고려가 없으며 오히려 노이즈가 존재할 시 추정치 오류가 증폭된다는 점 등이 한계점으로 작용하고 있다. [60]에서는 영상 센서와 표적의 운동을 고려한 호모그래피 행렬을 유도하고 이 행렬의 분해 결과를 측정치로 사용함으로써 비선형으로 나타나던 표적의 운동 상태 방정식을 선형 시변이 시스템 형태로 표현하고 가관측성이 개선됨을 보였다. 그러나, $\mathbf{y} = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}$의 형태로 나타나는 측정 방정식에서 $\mathbf{C}(t)$ 행렬이 영상 잡음에 의해 영향을 받게 되면서 추정 성능이 저하되는 단점이 존재하며, 이를 극복하기 위해서는 큰 가속도가 필요하게 되므로 궁극적으로 표적과 동일한 운동을 하는 것이 목적인 비주얼 서보잉에 적용하기는 적합하지 않다.

## 3.2 비주얼 서보잉 기법

비주얼 서보잉은 기본적으로 영상 정보의 되먹임을 통해, 로봇 엔드-이펙터의 위치 및 자세와 관련된 상태 변수 $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{q}(t), \mathbf{K})$를 우리가 목표로 하는 목표 상태 변수 $\mathbf{x}^*$로 수렴하도록 로봇의 운동을 제어하는 것을 목적으로 한다. 여기서 $\mathbf{q}(t)$는 시간에 따른 특징점들의 픽셀 좌표 벡터를 나타내며, (2.4)로부터 카메라와 표적의 상대적인 위치/자세 관계에 의해 결정됨을 알 수 있다. 따라서, 로봇의 운동을 제어하기 위하여 상태 변수 $\mathbf{x}$를 무엇으로 설정하여 제어기를 설계하는가에 대한 해답으로 크게 영상 기반 비주얼 서보잉 기법과 위치 기반 비주얼 서보잉 기법의 두 가지 갈래가 제시되어 왔으며, 두 가지 기법의 특성을 적절히 혼합시킨 융합 기법들도 선보이고 있다.

### 3.2.1 영상 기반 비주얼 서보잉 기법

영상 기반 비주얼 서보잉 기법은 로봇의 제어를 위한 상태 변수로 표적 특징점의 이미지 좌표를 활용하는 형식의 비주얼 서보잉 기법들을 총칭한다. 고전적인 영상 기반 비주얼 서보잉은 주로 표적의 특징점 좌표 정보를 상태 변수로 정의하고 특징점의 움직임을 제어함으로써 목표 포즈를 향해 로봇을 구동시키는 방식을 채택하고 있다 [6]. 로봇의 속도와 표적 특징점의 속도 간의 변환 관계인 이미지 자코비언(Image Jacobian)을 계산하고 표적의 특징점이 현재 포즈에서 획득한 표적의 특징점과 목표 포즈에서 획득한 표적의 특징점 사이를 잇는 직선 경로를 따라 움직일 수 있도록 로봇의 속도 명령을 생성해내는 방식이다. 이러한 방식은 로봇의 운동이 표적의 특징점을 영상 센서의 화각 내부에 머물러 있게 하는 방향으로 진행되므로 가시 조건 (Visibility Constraint)을 만족하는 데에 조금 더 적합한 방식이다. 그러나 로봇의 제어 과정에서 특징점이 영상 상에서의 직선 경로를 따라 움직이기 위하여 로봇의 운동이 과도하게 큰 움직임을 보이거나 경우에 따라서는 로봇이 작

업 반경의 한계를 넘어서는 움직임을 보여 작업 수행을 할 수 없는 가능성도 존재한다. 또한, 이미지 자코비언의 특성으로 인하여 지역적 안정성(Local Stability)만이 보장되므로 초기 포즈와 목표 포즈 사이에 차이가 큰 경우에는 적용하기 어려운 단점도 가지고 있다 [46].

기본적인 영상 기반 비주얼 서보잉 기법은 다음과 같다. 먼저, 3차원 공간 상의 $N_f$개의 표적 특징점들 ${}^{C}\mathbf{p}_i = \left[{}^{C}X_i \;\; {}^{C}Y_i \;\; {}^{C}Z_i\right]^T, i = 1, \ldots, N_f$ 및 그에 대응되는 특징점 이미지 좌표 ${}^{C}\mathbf{m}_i = \left[{}^{C}x_i \;\; {}^{C}y_i \;\; 1\right]^T, i = 1, \ldots, N_f$에 대하여 일반적으로 영상 기반 비주얼 서보잉 기법에서의 제어 대상이 되는 상태 변수 $\mathbf{x}$는 다음과 같다.

$$\mathbf{x} \triangleq \left[\mathbf{x}_1^T \;\; \ldots \;\; \mathbf{x}_{N_f}^T\right]^T \tag{3.2}$$

$$\mathbf{x}_i \triangleq \left[{}^{C}x_i \;\; {}^{C}y_i\right]^T, \; i = 1, \ldots, N_f. \tag{3.3}$$

여기서 1차적으로 가정해야 할 것은 상태 변수 $\mathbf{x}$에 의해 로봇 엔드-이펙터의 위치 및 자세가 유일하게 결정된다는 것이며, 이는 일반적으로 하나의 직선에 속하지 않은 4개 이상의 특징점 좌표를 알고 있을 경우 성립한다고 알려져 있다 [45].

특징점의 이미지 좌표는 표적과 카메라 간의 상대적인 위치/자세에 의해 결정되므로, 이미지 좌표의 동역학은 미분을 통해 아래와 같이 카메라의 운동과 관련된 식으로 나타낼 수 있다 [46].

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{L}_i \mathbf{v} \tag{3.4}$$

여기서 $\mathbf{v} \triangleq \left[{}^{C}\mathbf{v}_C^T \;\; {}^{C}\boldsymbol{\omega}_C^T\right]^T$이며, ${}^{C}\mathbf{v}_C$, ${}^{C}\boldsymbol{\omega}_C$는 각각 카메라 좌표계를 기준으로 나타낸 카메라의 병진 및 회전 속도를 나타낸다. $\mathbf{L}_i$는 이미지 자코비언(Image Jacobian) 혹은 인터랙션 행렬(Interaction Matrix) 등으로 불리우며 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\mathbf{L}_i \triangleq \begin{bmatrix} -\frac{1}{{}^C Z_i} & 0 & \frac{{}^C x_i}{{}^C Z_i} & {}^C x_i {}^C y_i & -(1+{}^C x_i^2) & {}^C y_i \\ 0 & -\frac{1}{{}^C Z_i} & \frac{{}^C y_i}{{}^C Z_i} & 1+{}^C y_i^2 & -{}^C x_i {}^C y_i & -{}^C x_i \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

따라서, 각각의 특징점에 대한 이미지 자코비언을 수집하여 하나의 행렬로 만들면, 다음과 같은 전체 상태 변수 $\mathbf{x}$에 대한 동역학을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}\mathbf{v} \tag{3.6}$$

$$\mathbf{L} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{L}_{N_f} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

영상 기반 비주얼 서보잉 기법은 위 동역학 식을 바탕으로 다음과 같이 정의되는 오차 $\mathbf{e}$를 최소화하는 방향으로 제어기를 구성하고 있다.

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}({}^C\mathbf{q}, \mathbf{K}) - \mathbf{x}^* \tag{3.8}$$

위 식과 (3.6)을 이용하면 오차에 대한 동역학은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{L}\mathbf{v} \tag{3.9}$$

여기서, 비주얼 서보잉 시에는 로봇이 충분히 느리게 움직이고 각 관절 구동기의 대역폭이 충분히 빨라 속도 명령 $\mathbf{v}^*$에 대하여 근사적으로 $\mathbf{v} \simeq \mathbf{v}^*$이 성립한다고 가정하는 것이 일반적이다. 따라서, 아래와 같은 로봇 구동기 제어기를 설계할 수 있다면,

$$\mathbf{v}^* = -\lambda \mathbf{L}^{-1}\mathbf{e} \tag{3.10}$$

오차 동역학을 다음과 같은 1차 선형 미분 방정식 형태로 만들 수 있으므로 결

과적으로 오차가 감소하여 0으로 수렴함으로써 제어 목적을 달성할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{e} \tag{3.11}$$

그러나, 여기서의 문제점은 4개 이상의 특징점 좌표를 사용해야 하기에 이미지 자코비언 $\mathbf{L}$이 정방행렬이 될 수 없으며, (3.5)에서 볼 수 있듯이 ${}^{C}Z_i$, 즉, 각 특징점의 깊이 정보를 필요로 한다는 점이다. 따라서, 기본적인 영상 기반 비주얼 서보잉 기법에서는 깊이 정보를 알고 있거나 별도의 알고리즘을 통해 추정이 가능하다라는 가정하에, $\mathbf{L}$의 의사 역행렬(Pseudo Inverse Matrix)에 대한 추정치 $\hat{\mathbf{L}}^{+} = (\hat{\mathbf{L}}^{T}\hat{\mathbf{L}})^{-1}\hat{\mathbf{L}}^{T}$을 이용하여 제어기를 다음과 같은 형태로 구성하는 것이 일반적이며,

$$\mathbf{v}^{*} = -\lambda \hat{\mathbf{L}}^{+}\mathbf{e} \tag{3.12}$$

그에 따른 오차 동역학은 아래와 같다.

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{L}\hat{\mathbf{L}}^{+}\mathbf{e} \tag{3.13}$$

그러나 위 오차 동역학은 $\mathbf{L}\hat{\mathbf{L}}^{+}\mathbf{e}$이 가지는 비선형성 및 랭크 조건에 의해 일반적으로 $\mathbf{e} = 0$ 근처의 국소적 영역에서의 안정성만을 보장하며, 따라서 영상 기반 비주얼 서보잉은 일반적으로 전역적 안정성을 보장하기 어려운 기법으로 알려져 있다 [46]. 또한, 이러한 영상 기반 비주얼 서보잉 기법은 특징점의 움직임을 직접 제어한다는 특성 때문에 가시 조건을 만족하기에 적합한 형태이지만 전역적 안정성을 보장하지 못하는 문제 외에도 여러가지 문제점들을 안고 있다.

먼저, 영상 기반 비주얼 서보잉 기법은 특징점의 움직임을 제어하려는 특성으로 인하여 3차원 공간 상에서의 로봇의 운동에 뜻하지 않은 동작이 나타남으로써 가시 조건이 위배되거나 제어 목적을 달성하기 어려워지는 경우가 발생한다. 특히 후자

에 대한 대표적인 예로 Chaumette Conundrum이라 불리우는 카메라 후퇴 현상이 있다 [7]. 그림 3.2와 같이 카메라의 목표 영상이 초기 영상에서 위치 변동 없이 오로지 광축, 즉, $Z$-축을 기준으로 180도 회전만을 요구하는 경우에 대하여 (3.12)의 제어기를 적용할 경우, 특징점의 운동이 초기 및 목표 특징점을 직선으로 잇는 경로를 따라 움직이는 경향을 띄도록 로봇 엔드-이펙터의 운동이 결정되므로 결과적으로 로봇 엔드-이펙터가 광축 방향으로 무한히 후퇴하는 결과를 낳게 된다. 이는 당연히 비주얼 서보잉 작업의 실패로 귀결되게 된다.

[7]에서는 카메라 운동의 $Z$-성분을 다른 성분들과 분리하여 개별적으로 제어함으로써 영상 자코비언(Image Jacobian)의 형태에 의해 발생하는 영상 특이점을 회피할 수 있는 기법을 제안하였으며, 이 과정에서 카메라 시야의 경계와 특징점 이미지 좌표들 간의 거리를 기준으로 반발 전위장을 적용하여 비주얼 서보잉 과정에서의 가시 조건 만족 가능성을 높이고 있다. [8]에서는 카메라의 위치와 자세 제어를 분리하여 순차적으로 수행하는 기법을 제시하여 영상 특이점을 회피하고 가시 조건의 만족을 도모하였다. 또한, [9]∼[13]에서는 이미지 평면 상에서의 적절한 특징점 궤적 설계 기법을 바탕으로 가시 조건의 만족과 동시에 3차원 공간 상에서의 로봇 엔드-이펙터의 움직임 역시 제어할 수 있는 방법이 제시되기도 했다. 이와 유사하게 [14]∼[16]에서는 비주얼 서보잉 과정에서 가시 조건의 만족과 함께 3차원 공간 상에서의 로봇의 움직임을 자연스럽게 하기 위하여 공간 상에서 직선 경로를 따라 움직일 수 있도록 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적을 설계하는 기법을 제시하기도 하였다.

또 다른 문제점으로는 제어 과정에서 이미지 자코비언의 형태에서 비롯되는 국지적 최소점(Image Local Minima)으로의 수렴 및 영상 특이점(Image Singularity)에 의한 제어 명령 생성 실패 등을 들 수 있다. 국지적 최소점 문제는 다음과 같은 경우에 발생한다.

$$\mathbf{e} \in Null(\hat{\mathbf{L}}^{+}), \quad \mathbf{e} \neq 0 \tag{3.14}$$

여기서 $Null(\hat{\mathbf{L}}^{+})$는 $\hat{\mathbf{L}}^{+}$의 널 스페이스(Null Space)를 의미한다. 0이 아닌 오차 $\mathbf{e}$가 $\hat{\mathbf{L}}^{+}$의 널 스페이스에 속하게 될 경우 (3.13)를 이용하면 결과적으로 $\dot{\mathbf{e}} = 0$이 되어 실제로는 상태 변수 오차가 존재하지만 더 이상 오차를 줄이기 위한 제어 명령이 생성되지 않는 상황이 발생하게 된다. 이런 경우, 로봇 엔드-이펙터는 사용자가 목표로한 포즈와는 동떨어진 곳으로 수렴하게 되므로 비주얼 서보잉 작업은 실패하게 된다. 또한, 로봇 엔드-이펙터가 이동하는 과정에서 특징점의 이미지 좌표는 지속적으로 변화하며, 그 과정에서 이미지 좌표의 구성에 따라 이미지 자코비언 $\mathbf{L}$이 특이점을 가져 풀 랭크(Full Rank)가 되지 못하는 경우가 발생한다. 이러한 특이점을 영상 특이점(Image Singularity)라 칭하며 앞서 기술하였던 Chaumette Conundrum은 이 영상 특이점과 관련된 문제이기도 하다. 영상 특이점이 발생하게 될 경우, $\hat{\mathbf{L}}^{+}$의 계산이 불가능해져 결과적으로 제어 명령의 계산 자체가 실패하는 결과를 가져온다. 이러한 국지적 최소점 및 영상 특이점 등은 특징점의 위치 구성이 어떻게 변하느냐에 따라 발생 조건이 천차만별이므로 이론적으로 완벽하게 밝히기는 어려우며, 이를 간접적으로 해결하기 위한 노력들이 이어지고 있다.

[8]에서는 이를 해결하기 위하여 비주얼 서보잉 과정을 병진 운동 제어와 회전 운동 제어로 나누어 순차적으로 제어하도록 제어기를 구성함으로써 영상 특이점의 발생을 최소화할 수 있는 방법을 제시하였다. 그러나, 국지적 극소점으로의 수렴에 대한 문제는 여전히 남아 있으며, 카메라의 광축이 표적 평면에 항상 수직이라는 가정이 필요하므로 범용성 면에서 효율적이지 못하다. 또한, [11]에서는 이미지 평면 상에서의 경로 계획법을 통해 국지적 극소점 문제를 피함과 동시에 불확실한 카메라 내부 인자 추정 결과에 대해서도 가시 조건과 전역적 안정성을 보장할 수 있는 비주얼 서보잉 기법을 제시하였다. 그러나 여기서는 영상 특이점에 대한 고려가 미

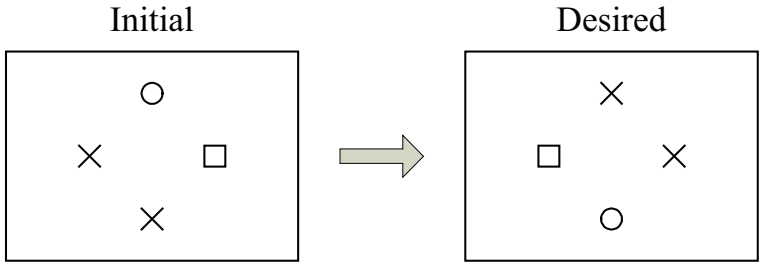



그림 3.2: Chaumette Conundrum

진한 실정이다.

또한, 앞서 열거한 기법들의 경우는 암묵적으로 정지 표적을 고려하고 있다는 한계점이 있으며, 이동 표적에 대한 비주얼 서보잉 기법으로는 [18], [19] 정도가 제안되었다. [18]에서는 로봇의 기구학적 정보와 카메라의 내,외부 인자에 대한 정보 없이, 표적의 현재 영상에서의 특징점과 목표 영상에서의 특징점 사이의 오차로부터 로봇 관절각 변화에 대한 자코비언을 추정하는 방식을 제안하고, 재귀적 최소 자승법(Recursive Least Squares Method)를 이용하여 특징점 오차를 최소화할 수 있는 관절각 명령을 생성하는 기법을 제안하였다. 그러나, 목표 포즈로의 수렴성이나 가시 조건이 만족에 대한 분석을 제공하고 있지 않으며, 관절각에 대한 특징점 오차가 비선형 형태로 표현되므로 국지적 극소점으로 수렴할 수 있는 가능성이 존재한다. 한편 [19]에서는 양안(Binocular) 카메라를 이용하여 표적 특징점의 깊이를 계산하고, 이를 이용하여 표적의 속도를 추정하여 비주얼 서보잉 제어기 구성 과정에서 이를 보상해 주는 형태의 비주얼 서보잉 기법을 제안하였다. 표적의 깊이를 정확히 알고 있으므로 속도의 추정이 매우 간편해지는 장점이 있으나, 서로 다른 시야를 가지고 있는 두 카메라에 대해 가시 조건을 만족해야 하므로 결과적으로 카메라의 시야가 좁아지는 효과를 가져오게 되며, 가시 조건의 만족에 대한 고려가 없는 것이 한계점으로 작용한다.

### 3.2.2 위치 기반 비주얼 서보잉 기법

위치 기반 비주얼 서보잉 기법은 로봇의 포즈를 결정하는 인자들을 직접 로봇의 제어를 위한 상태 변수로 설정하여 활용하는 형식의 비주얼 서보잉 기법들을 총칭한다. 일반적으로 현재 및 목표 로봇 포즈에서 획득한 표적의 특징점 정보를 활용하여 3차원 공간 상에서의 로봇의 포즈를 추정하고 로봇의 포즈를 상태 변수로 정의하여 목표 포즈를 향해 운동할 수 있는 제어기를 구성하는 방식을 채택하고 있다 [22]. 따라서, 로봇의 제어 명령 생성 측면에서 보았을 때, 현재 로봇의 포즈를 바탕으로 제어 명령을 생성하는 방식이므로 영상 기반 비주얼 서보잉에 비하여 산업 로봇 구동기의 제어기 구성에 더 적절한 방식으로 알려져 있다 [28]. 또한, 로봇의 포즈를 직접 제어하기 때문에 영상 기반 비주얼 서보잉과 비교하였을 때 3차원 공간상에서의 로봇의 운동을 제어하기 훨씬 용이하며, 일반적으로 전역적 안정성(Global Stability)을 보장할 수 있다는 장점을 가진 기법이다. 그러나, 오로지 로봇의 포즈만을 기준으로 로봇의 운동을 제어하기 때문에 영상 상에서의 특징점의 움직임을 제어할 수 없으며, 특징점의 운동에 대한 제어가 고려되지 않기 때문에 가시 조건의 만족 측면에서 영상 기반 비주얼 서보잉 기법에 비해 취약한 면모를 보인다. [46].

위치 기반 비주얼 서보잉에서의 상태 변수 $\mathbf{x}$는 로봇의 포즈를 기술할 수 있는 6자유도의 변수로서 다양한 방법으로 설정할 수 있다. 그러나, 병진 운동과 관련된 상태 변수는 보통 ${}^{C}O_{C^*}$ 혹은 ${}^{C}O_{T}$의 두 가지 방식으로 설정하는 것이 일반적이다. 병진 운동 상태 변수로 ${}^{C}O_{C^*}$을 사용할 경우 목표 상태가 0에 해당하므로 로봇 포즈 추정 과정에서 병진 운동의 스케일에 대한 추정 결과 정확성에 대한 부담을 어느 정도 덜 수 있다. 그러나, 가시 조건의 만족 측면에서는 ${}^{C}O_{T}$을 상태 변수로 설정하는 것이 더 효율적이라고 알려져 있으며 [25], 따라서 본 절에서는 ${}^{C}O_{T}$을 상태 변수로 이용한 기본적인 위치 기반 비주얼 서보잉 기법에 대해 소개를 하도록 한다.

먼저, 상태 변수 $\mathbf{x}$는 다음과 같이 설정한다.

$$\mathbf{x} \triangleq \begin{bmatrix} {}^{C}O_T & \mathbf{u}\theta \end{bmatrix}^T \tag{3.15}$$

여기서, $\mathbf{u}\theta$는 로봇의 현재 자세 및 목표 자세의 자세 차이에 대한 회전축($\mathbf{u}$)/회전각($\theta$) 표현이다. 이 회전축과 회전각은 앞서 기술한 호모그래피 행렬의 분해 기법과 같은 카메라 포즈 추정 기법으로부터 ${}^{C^*}R_C$를 추정할 수 있을 경우 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \cos^{-1}\left(\frac{tr\left({}^{C^*}R_C\right) - 1}{2}\right) \tag{3.16}$$

$$\theta = \frac{1}{2\sin\theta}\begin{bmatrix} \left({}^{C^*}R_C\right)_{32} - \left({}^{C^*}R_C\right)_{23} \\ \left({}^{C^*}R_C\right)_{13} - \left({}^{C^*}R_C\right)_{31} \\ \left({}^{C^*}R_C\right)_{21} - \left({}^{C^*}R_C\right)_{12} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

이 경우, 상태 변수 $\mathbf{x}$에 대한 동역학 식은 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}_p\mathbf{v} \tag{3.18}$$

자코비언 $\mathbf{L}_p$는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{L}_p \triangleq \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_3 & [{}^{C}O_T]_\times \\ 0_{3\times3} & \mathbf{L}_\omega \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

$$\mathbf{L}_\omega \triangleq \mathbf{I}_3 - \frac{\theta}{2}[\mathbf{u}]_\times + \left(1 - \frac{\mathrm{sinc}\theta}{\mathrm{sinc}^2\frac{\theta}{2}}\right)[\mathbf{u}]_\times^2 . \tag{3.20}$$

한편, 상태 변수 오차를 $\mathbf{e} \triangleq \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$이라 하면 오차에 대한 동역학은 위의 동역학 식으로부터 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{L}_p \mathbf{v} \tag{3.21}$$

이러한 오차 동역학을 기반으로, 영상 기반 비주얼 서보잉 기법에서 기술한 바와 같이 $\mathbf{v} \simeq \mathbf{v}^*$이라 가정할 때, 제어기는 일반적으로 다음과 같은 형태로 구성하게 된다.

$$\mathbf{v}^* = -\lambda \hat{\mathbf{L}_p}^{-1} \mathbf{e} \tag{3.22}$$

여기서, $\lambda \in \mathbb{R}^+$이다. 이 제어기를 적용함에 따라 아래와 같은 오차 동역학을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{L}_p \hat{\mathbf{L}_p}^{-1} \mathbf{e} \tag{3.23}$$

$\mathbf{L}_p$는 그 구성 상 로봇 포즈와 관련된 파라미터들을 포함하고 있기 때문에 제어기의 설계 과정에서는 $\mathbf{L}_p^{-1}$에 대한 추정치인 $\hat{\mathbf{L}_p}^{-1}$을 사용하고 있다. 따라서, 로봇의 포즈 추정이 완벽할 경우, $-\lambda \mathbf{L}_p \hat{\mathbf{L}_p}^{-1} = \mathbf{I}_6$이 되어 (3.23)의 오차 동역학 식이 단순한 1차 선형 시스템으로 변모하게 됨으로써 전역적 안정성을 보장할 수 있게 된다.

위치 기반 비주얼 서보잉 기법은 제어기의 설계 과정에서도 볼 수 있듯이 영상 기반 비주얼 서보잉 기법에서 나타나던 국지적 극소점 문제나 영상 특이점과 같은 문제점들이 존재하지 않으며, 전역적 안정성을 보장할 수 있다는 장점으로 인하여 많은 연구자들의 주목을 받았다. 그러나, 제어기 설계 과정에서 볼 수 있듯이 제어 대상이 오로지 로봇의 포즈에만 국한되어 있기 때문에 로봇이 운동하는 과정에서 표적 특징점이 카메라의 화각에서 벗어나 가시 조건이 위배되는 상황을 피하기가 어려우며, 제어기 설계 과정에서 로봇의 포즈에 대한 추정이 필요하므로 포즈 추정 결과의 정확성에 비주얼 서보잉 성능이 크게 좌우되는 단점을 가지고 있기 때문에,

위치 기반 비주얼 서보잉에 기반을 두고 있는 많은 기존 결과들이 이와 관련된 문제들을 해결하는 데에 초점을 맞추고 있다.

[23]에서는 로봇 엔드-이펙터의 병진 운동과 회전 운동에 대한 제어를 서로 분리하고, 표적의 중심에 대응되는 특징점의 이미지 좌표가 이미지 평면 내에서 목표 이미지 좌표까지의 직선 경로를 따라 움직이도록 제어기를 구성함으로써 가시 조건을 만족할 수 있는 위치 기반 비주얼 서보잉 기법을 제시하였다. 그러나 표적의 중심에 대응되는 특징점 이외의 다른 특징점의 가시 조건에 대한 완벽한 보장은 어려운 특성을 가진다. 또한, [26]에서는 [23]에서와 같이 병진 운동과 회전 운동에 대한 제어를 분리하고 카메라 후퇴와 관련된 제어기를 추가하여 가시 조건이 위배될 상황이 닥쳤을 때 각각의 제어기를 적절히 스위칭하는 방법을 통해 가시 조건을 만족할 수 있는 기법이 제시되었다. 이 기법은 가시 조건의 만족 측면에서는 효율적이나 스위칭 과정에서의 채터링(Chattering) 발생에 의한 제어 성능 저하를 피할 수 없는 측면이 있다. [27]에서는 3차원 공간상에서 원호와 유사한 이동 경로를 설계함으로써 가시 조건을 만족할 수 있는 경로 계획법 기반의 비주얼 서보잉 기법을 제안하였다. 원호에 가까운 경로를 설계함으로써 표적과의 거리를 일정 수준 이하가 되지 않도록 유지함과 동시에 로봇 엔드-이펙터의 자세를 항상 표적을 바라보도록 적절히 제어함으로써 가시 조건을 만족시키는 방식을 채택하고 있다. 그러나, 목표 포즈 근방의 국지적 영역에 대해서만 안정성 분석을 수행하고 있으며, 그 과정에서 병진 운동과 회전 운동의 결합 효과(Coupling Effect)를 무시하고 있다. 또한, [24], [29]에서는 가시 집합 개념을 이용하여 카메라의 위치 및 자세를 나타내는 상태 변수가 비주얼 서보잉 과정에서 가시 집합 내부에서 운동할 수 있도록 제어기를 구성함으로써 가시 조건을 만족하는 기법을 제안하였다.

### 3.2.3 기타 융합 비주얼 서보잉 기법들

이전 절에서 살펴본 것과 같이 영상 기반 비주얼 서보잉 기법과 위치 기반 비주얼

서보잉 기법은 각각이 가지고 있는 장단점이 확연히 다르므로 이 두 가지 기법을 모두 활용하여 각자가 가지고 있는 단점을 보완하려는 시도들 또한 이어져 왔다. 일례로 [32]에서 제시된 2-1/2 D 비주얼 서보잉 이라 불리는 기법의 경우, 로봇의 병진 운동은 영상 기반 비주얼 서보잉 기법을, 회전 운동은 위치 기반 비주얼 서보잉 기법을 활용함으로써 두 가지 기법의 장점을 잘 살린 비주얼 서보잉 기법이다. 병진 운동과 관련된 상태 변수를 영상 기반 비주얼 서보잉 기법을 응용하여 설정함으로써 로봇 포즈의 스케일을 추정해야하는 부담을 덜 수 있으며, 표적까지의 깊이 정보와 카메라 내부 인자의 추정치가 정확하지 않은 경우에도 강인하게 로봇을 제어할 수 있음을 증명함으로써 범용성을 제고시킨 기법이다. 그러나 표적의 중심에 해당하는 특징점의 가시 조건만을 만족시킬 수 있으며, 가시 조건의 만족 을 위해서 반발 전위장 기법을 사용하고 있으므로, 이동 표적에 대해 적용하기는 어려울 것으로 보인다. 또한, [33], [34]에서는 영상 기반 비주얼 서보잉 제어기와 위치 기반 비주얼 서보잉 제어기를 모두 활용하여 일정 기준에 따라 양 제어기를 교환하여 사용함으로써 두 제어 기법에서 발생하던 문제들을 피해가려는 시도를 하기도 하였다. 이러한 스위칭 기법들의 경우 안정성을 이론적으로 분석하기가 매우 어려우며, 정지 표적에 대해서도 스위칭 과정에서 발생하는 과도한 이동 거리 증가 및 그에 따른 작업 수행 불가 가능성이 존재하는 등의 과제가 여전히 남아 있는 실정이기도 하다.

# 제 4 장 비평면 이동 표적의 병진 운동 정보 추정 기법

본 장에서는 비평면 이동 표적의 운동을 고려한 에센셜 행렬의 특성을 고찰하고, 이를 바탕으로 비평면 이동 표적의 병진 운동(위치/속도)을 추정할 수 있는 기법을 제안하도록 한다. 비주얼 서보잉 시스템의 구성은 아이-인-핸드 (Eye-in-Hand) 구성을 채택하였으며, 표적과 관련된 정보 획득은 오로지 로봇 엔드-이펙터(Robot End-Effector)에 부착된 영상 센서를 통한 표적 영상 촬영에 의해서만 이루어지도록 구성하였다. 따라서, 표적의 위치/속도의 기술 과정에서는 카메라 좌표계와 표적 좌표계에 대한 설정이 필요하다. 먼저, 카메라 좌표계와 표적 좌표계는 각각 $\mathcal{C}$, $\mathcal{T}$ 혹은 $(X_C, Y_C, Z_C)$, $(X_T, Y_T, Z_T)$로 표시하도록 하며, 표적 운동 추정에 대한 초기 시간인 $t = 0$에서의 카메라와 표적의 좌표계는 특별히 구분하여 $\mathcal{C}_0$, $\mathcal{T}_0$으로 표기하도록 한다. $\mathcal{C}$, $\mathcal{T}$의 원점은 각각 $O_C$, $O_T$으로 나타내도록 한다. 또한, $\mathcal{C}$, $\mathcal{T}$를 기준으로 나타낸 3차원 공간 상의 한 점 $\mathbf{p}$를 각각 ${}^C\mathbf{p}, {}^T\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$으로 표기하도록 한다. 다음으로, 좌표계 $\mathcal{C}$를 기준으로 나타낸 좌표계 $\mathcal{T}$의 원점의 좌표는 ${}^CO_T \in \mathbb{R}^3$로 표기하도록 하며, 좌표계 $\mathcal{C}$을 기준으로 좌표계 $\mathcal{T}$의 자세를 나타내는 회전 변환 행렬은 ${}^CR_T \in \mathbb{R}^{3\times3}$으로 표기하도록 한다.

## 4.1 표적의 운동을 고려한 에센셜 행렬

먼저, 카메라의 영상 획득 과정은 투사 사영 (Perspective Projection)으로 모델링하도록 한다. 3차원 공간 상의 한 점 $\mathbf{p}$에 대하여, 두 개의 서로 다른 카메라 좌표계 $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$에서 나타낸 $\mathbf{p}$의 공간 좌표 ${}^{C_1}\mathbf{p}$, ${}^{C_2}\mathbf{p}$와 이들이 카메라의 이미지 평면 상에 투사

사영된 점을 나타내는 $\mathbf{p}$의 이미지 좌표 ${}^{C_1}\mathbf{m}$, ${}^{C_2}\mathbf{m}$를 고려하면 각각의 공간 좌표와 이미지 좌표 간의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{C_i}\mathbf{m} &= \frac{{}^{C_i}\mathbf{p}}{({}^{C_i}\mathbf{p})_3} \\ &= [u_i \;\; v_i \;\; 1]^T, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \tag{4.1}$$

여기서 $(\mathbf{x})_j$는 벡터 $\mathbf{x}$의 $j$번째 원소를 의미한다.

일반적으로 서로 다른 두 시점에서 획득한 특징점의 공간 좌표 혹은 이미지 좌표들 간에는 아래와 같은 에피폴라 제한 조건(Epipolar Constraint)을 만족하는 행렬 $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{3\times3}$이 존재함이 알려져 있다 [42].

$${}^{C_2}\mathbf{p}^T\mathbf{E}{}^{C_1}\mathbf{p} = 0. \tag{4.2}$$

혹은, (4.1)을 이용하면

$${}^{C_2}\mathbf{m}^T\mathbf{E}{}^{C_1}\mathbf{m} = 0. \tag{4.3}$$

위 (4.2), 혹은, (4.3)의 $\mathbf{E}$ 행렬을 에센셜 행렬(Essential Matrix)이라 부르며, 하나의 표적에 대한 두 개의 영상 상에서 서로 정합되는 특징점들 간의 관계를 나타내어주는 행렬이다. 정지 표적인 경우, [42]에 제시되어 있는 바와 같이 이 에센셜 행렬을 분해함으로써 두 카메라 좌표계 사이의 상대적인 위치 및 자세 정보를 획득할 수 있다. 그러나, 이러한 에센셜 행렬의 분해 결과는 오로지 정지 표적에 한해 적용이 가능하며, 본 논문에서 다루고자 하는 이동 표적에 적용하기 위해서는 표적의 운동을 고려한 에센셜 행렬의 유도 과정이 선행되어야 한다. 따라서, 이를 위하여 먼저 다음을 가정하도록 한다.

**가정 1.** 표적은 강체(Rigid Body) 운동을 한다.

다음으로, 표적에서 $N_f$개의 특징점 $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \ldots, N_f$을 선택하도록 한다. 그리고, 각각의 $i = 1, 2, \ldots, N_f$에 대하여 ${}^{C}\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$과 ${}^{T}\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$을 좌표계 $\mathcal{C}$와 좌표계 $\mathcal{T}$를 기준으로 나타낸 $i$번째 특징점의 좌표로 표기하도록 한다. 그러면, 가정 1에 의해 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$ {}^{T}R_C {}^{C}\mathbf{p}_i + {}^{T}O_C = {}^{T}\mathbf{p}_i, \quad i = 1, 2, \ldots, N_f. \tag{4.4} $$

또한, 가정 1에 의해 표적의 운동에 관계 없이 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$ {}^{T}\mathbf{p}_i = {}^{T_0}\mathbf{p}_i, \quad i = 1, 2, \ldots, N_f. \tag{4.5} $$

이제 (4.4)과 (4.5)를 이용하면, ${}^{C}\mathbf{p}_i$과 ${}^{C_0}\mathbf{p}_i$의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$ {}^{C}\mathbf{p}_i = {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}\mathbf{p}_i - {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}O_{T_0} + {}^{C}O_T \tag{4.6} $$

한편, (4.6)의 양변에 ${}^{C}O_T - {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}O_{T_0}$와의 외적(Cross Product)을 취하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$ \begin{aligned} &\left[{}^{C}O_T - {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}O_{T_0}\right]_\times {}^{C}\mathbf{p}_i \\ &\qquad = \left[{}^{C}O_T - {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}O_{T_0}\right]_\times {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}\mathbf{p}_i \end{aligned} \tag{4.7} $$

여기서, $[\mathbf{z}]_\times \in \mathbb{R}^{3\times 3}$은 $\mathbf{z} \triangleq [a\ b\ c]^T$에 대한 왜대칭행렬(Skew-Symmetric Matrix)을 의미하며, 다음과 같이 정의된다.

$$ [\mathbf{z}]_\times \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix} \tag{4.8} $$

또한, 외적의 정의로부터 다음의 관계를 알고 있으며,

$$ {}^{C}\mathbf{p}_i \perp \left[{}^{C}O_T - {}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0}\right]_\times {}^{C}\mathbf{p}_i \tag{4.9} $$

(4.9)과 내적의 정의에 의해 아래의 식이 성립함을 알 수 있다.

$$ {}^{C}\mathbf{p}_i^T \left[{}^{C}O_T - {}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0}\right]_\times {}^{C}\mathbf{p}_i = 0 \tag{4.10} $$

그리고, (4.7)과 (4.10)을 이용하면, 최종적으로 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$ {}^{C}\mathbf{p}_i^T \left[{}^{C}O_T - {}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0}\right]_\times {}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}\mathbf{p}_i = 0 \tag{4.11} $$

따라서, 초기 카메라 좌표계 $\mathcal{C}_0$와 현재 카메라 좌표계 $\mathcal{C}$에서 획득한 표적의 영상 간의 에센셜 행렬을 $\mathbf{E}_0(t)$이라 정의할 때, (4.2)의 에피폴라 조건과 (4.11)를 비교하면 $\mathbf{E}_0(t)$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$ \mathbf{E}_0(t) = [\boldsymbol{\tau}(t)]_\times \mathbf{R}_M(t) \tag{4.12} $$

여기서

$$ \mathbf{R}_M(t) \triangleq {}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0} \tag{4.13} $$

$$ \boldsymbol{\tau}(t) \triangleq {}^{C}O_T - {}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0} \tag{4.14} $$

이제, [42] 혹은 [43]에 제시된 에센셜 행렬의 분해 기법을 사용하면 $\mathbf{E}_0$으로부터 $\mathbf{R}_M$과 $\boldsymbol{\tau}$의 방향 성분인

$$ \bar{\boldsymbol{\tau}}(t) \triangleq \frac{\boldsymbol{\tau}(t)}{\|\boldsymbol{\tau}(t)\|} \tag{4.15} $$

의 정보를 획득할 수 있다. 여기서 주의해야 할 것은, 표적의 영상 획득 과정에서는 투사 사영에 의해 표적의 깊이 정보를 잃어버리게 되므로 $\mathbf{E}_0$으로부터 깊이 정보가

포함된 $\boldsymbol{\tau}$를 정확히 분리해낼 수는 없으며, 방향 성분인 $\bar{\boldsymbol{\tau}}$만을 알 수 있다는 사실이다 [42]. 따라서, 이동 표적의 운동을 정확하게 추정하기 위해서는 표적의 크기나 깊이 등과 관련된 정보가 추가적으로 필요하며, 이에 대해서는 추후에 논의하기로 한다.

한편, 표적이 정지해있을 경우, ${}^{T}R_{T_0} = \mathbf{I}_3$, ${}^{T}O_{T_0} = \mathbf{0}_{3\times1}$을 (4.13)과 (4.14)에 대입하여 계산하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{R}_M = {}^{C}R_{C_0} \tag{4.16}$$

$$\boldsymbol{\tau} = {}^{C}O_{C_0} \tag{4.17}$$

이는 표적이 정지해 있을 경우, (4.12)의 $\mathbf{E}_0$는 이미 잘 알려져 있는 정지 표적에 대한 에센셜 행렬과 동일한 형태임을 보여준다.

## 4.2 표적 병진 운동의 동역학 모델

우리가 사용할 수 있는 이동 표적과 관련된 정보는 오직 영상 센서에서 들어오는 표적의 영상 시퀀스 뿐이지만, 표적 영상에는 표적과 카메라의 운동 정보가 서로 혼재되어 있는 관계로 오로지 영상 정보만을 이용하여 표적의 운동 정보를 완전히 추정하는 것은 불가능하다. 따라서, 다음의 가정과 함께 이후의 전개 과정을 진행하도록 한다.

**가정 2.** 카메라의 변위 벡터 ${}^{C_0}O_C$와 회전 변환 행렬 ${}^{C_0}R_C$은 측정 가능하다.

로봇은 일반적으로 각 관절부에 부착되어 있는 인코더를 통해 관절의 회전각을 알 수 있으므로, 로봇의 기구학적 정보와 결합하여 로봇 엔드-이펙터의 병진 운동 및 회전 운동을 알 수 있다. 또한, 모바일 로봇이나 비행체의 경우 탑재된 관성 항법 장치(Inertial Navigation System)을 이용하면 이와 같은 정보를 획득할 수 있으며, ${}^{C_0}O_C$와 ${}^{C_0}R_C$은 두 위치에서의 상대적인 포즈, 즉, 상대적인 위치/자세들을 의미하므로 관성 항법 장치의 편중 오차(Bias Error)나 $t = 0$에서의 전파 오차(Propagation Error)에 크게 영향을 받지 않는다. 따라서, 가정 2는 합당하다고 볼 수 있다.

또한, 표적 운동 추정 문제의 간략화와 비주얼 서보잉 기법의 특성을 고려하기 위하여 카메라와 표적의 운동에 대해 다음과 같은 가정을 하도록 한다.

**가정 3.** 카메라와 표적의 병진 운동은 속도가 느리게 변하는 (Slowly-Varying) 운동이며, 표적의 자세는 변하지 않는다.

위 가정은, 카메라와 표적의 병진 운동 속도가 샘플링 주기나 추정기의 대역폭(Bandwidth) 보다 충분히 느릴 경우 타당한 가정이다. 또한, 표적의 자세 변화가 추정기의 대역폭보다 느릴 경우 표적의 자세에 대한 가정 역시 타당하다. 한편, 비

주얼 서보잉 문제의 특성 상, 표적이 로봇 엔드-이펙터가 낼 수 있는 한계 이상의 속도를 가질 경우에는 추적 자체가 불가능하므로 비주얼 서보잉 문제가 성립이 되지 않는다. 따라서, 카메라와 표적의 속도 벡터를 각각 $\mathbf{v}_C(t)$, $\mathbf{v}_T(t) \in \mathbb{R}^3$라 표기할 때, $\mathbf{v}_C(t)$, $\mathbf{v}_T(t)$에 대해 다음과 같은 가정을 하도록 한다.

**가정 4.** 카메라의 속도 $\mathbf{v}_C(t)$와 표적의 속도 벡터 $\mathbf{v}_T(t)$에 대하여 다음을 만족하는 양수 $B_v$가 존재한다.

$$\|\mathbf{v}_C(t)\| \leq B_v, \quad t \geq 0, \tag{4.18}$$

$$\|\mathbf{v}_T(t)\| \leq B_v, \quad t \geq 0. \tag{4.19}$$

또한, 카메라와 표적의 가속도 벡터를 각각 $\mathbf{a}_C(t)$, $\mathbf{a}_T(t) \in \mathbb{R}^3$라 표기할 때, 가정 3의 느리게 변하는 속도 가정을 위하여 $\mathbf{a}_C(t)$, $\mathbf{a}_T(t)$에 대해 다음과 같은 가속도의 제한과 관련된 가정을 하도록 한다.

**가정 5.** 카메라의 가속도 $\mathbf{a}_C(t)$와 표적의 가속도 $\mathbf{a}_T(t)$에 대하여 다음을 만족하는 양수 $B_a$가 존재한다.

$$\|\mathbf{a}_C(t)\| \leq B_a, \quad t \geq 0 \tag{4.20}$$

$$\|\mathbf{a}_T(t)\| \leq B_a, \quad t \geq 0 \tag{4.21}$$

이제, 이동 표적의 운동 정보 추정을 위한 선결 과정으로 카메라에 대한 표적의 상대적인 운동 방정식을 유도하도록 한다. 여기서, 4.1절에서 언급하였듯이, 표적의 운동 정보를 정확하게 추정하기 위해서는 표적의 크기, 혹은, 깊이에 대한 정보

가 필요하므로 깊이에 대한 추정치를 미리 설정하거나 별도의 추정기를 설계하여 표적의 운동 정보 추정과 함께 동시에 추정하는 과정이 필요하다. 따라서, 표적 운동 동역학 방정식의 전개 과정에서는 표적의 깊이에 대한 정보가 주어지지 않은 경우와 주어진 경우로 나누어 각각의 경우에 대해 표적의 운동과 관련된 상태 변수를 설정하고 그에 따른 동역학 방정식을 유도하도록 한다.

먼저, 표적의 특징점 $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \ldots, N_f$ 중 $\mathbf{p}_i$들의 무게 중심에 가장 가까운 특징점을 $\mathbf{p}_n = [X_n \; Y_n \; Z_n]^T$이라 표기하도록 하며, 표적 좌표계의 원점 $O_T$는 $\mathbf{p}_n$에 위치시키도록 한다. 또한, 좌표계 $\mathcal{C}$에 대한 $\mathbf{p}_n$의 공간 좌표와 이미지 좌표는 다른 특징점들과의 구분을 위하여 각각 ${}^{C}\mathbf{p}_n = [{}^{C}X_n \; {}^{C}Y_n \; {}^{C}Z_n]^T$, ${}^{C}\mathbf{m}_n = [{}^{C}x_n \;\; {}^{C}y_n \;\; 1]^T$이라 표기하도록 한다. 한편, 카메라와 표적이 모두 이동하는 상황을 가정하고 있으므로, 표적의 동역학을 기술하는 과정에서는 기준이 되는 고정된 좌표계가 필요하며, 그에 따라, 여기서는 초기 카메라 좌표계인 $\mathcal{C}_0$를 기준으로 표적 좌표계 $\mathcal{T}$의 원점 ${}^{C_0}\mathbf{p}_n = {}^{C_0}O_T$의 운동을 기술하도록 한다.

먼저, 표적의 운동을 기술하기 위하여 초기 카메라 좌표계 $\mathcal{C}_0$를 기준으로 나타낸 표적의 위치 벡터 ${}^{C_0}O_T(t) \in \mathbb{R}^3$와 속도 벡터 ${}^{C_0}\mathbf{v}_T(t) \in \mathbb{R}^3$를 이용하여 다음과 같은 상태 변수를 정의하도록 한다.

$$\mathbf{x}_T(t) \triangleq \left[{}^{C_0}O_T^T(t) \;\; {}^{C_0}\mathbf{v}_T^T(t)\right]^T \tag{4.22}$$

그러면, 가정 3으로부터 표적 병진 운동의 동역학 모델은 $\mathbf{x}_T(t)$를 이용하여 다음과 같은 간단한 선형 시불변 시스템 (Linear Time-Invariant System) 형태로 쓸 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}_T = \mathbf{A}_T\mathbf{x}_T + \mathbf{B}_T{}^{C_0}\mathbf{a}_T, \; t \geq 0 \tag{4.23}$$

여기서, ${}^{C_0}\mathbf{a}_T(t) \in \mathbb{R}^3$는 좌표계 $\mathcal{C}_0$에서 나타낸 표적의 가속도를 의미하며,

$$\mathbf{A}_T \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

$$\mathbf{B}_T \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

이다. 한편, (4.23)와 같은 동역학을 가지는 표적의 운동을 추정하기 위해서는 지속여기(Persistent Excitation) 조건이나 가관측성(Observability) 조건의 만족을 위하여 카메라가 충분한 가속도를 가져야 함이 알려져 있다 [51], [60]. 그러나, 가시 조건을 만족해야 하는 비주얼 서보잉 기법의 특성 상, 일반적으로 카메라는 큰 가속도를 내기는 어려우며, 목표 포즈에 이르러서는 표적과의 상대 속도를 0으로 만드는 것이 목적이므로 이 단계에서의 카메라의 속도는 등속으로 간주할 수 있게 된다. 이러한 상황 하에서는 영상 획득 과정에서의 크기 모호성(Scale Ambiguity)에 의해 표적 운동의 방향과 크기 모두를 추정하는 것은 불가능하며 오로지 표적의 크기 혹은 깊이에 대한 표적 속도의 비율만을 추정 가능하다 [42], [59]. 따라서, 이러한 사실을 고려하여, 표적의 깊이 ${}^{C_0}Z_n$으로 정규화된 표적의 위치와 속도를 나타내는 상태 변수를 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\mathbf{x}_T^s(t) \triangleq \begin{bmatrix} \dfrac{{}^{C_0}O_T^T(t)}{{}^{C_0}Z_n} & \dfrac{{}^{C_0}\mathbf{v}_T^T(t)}{{}^{C_0}Z_n} \end{bmatrix}^T \tag{4.26}$$

또한, 표적의 깊이 ${}^{C_0}Z_n$로 정규화된 표적의 가속도를 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\mathbf{a}_T^s(t) \triangleq \frac{{}^{C_0}\mathbf{a}_T(t)}{{}^{C_0}Z_n} \tag{4.27}$$

그러면, 가정 3과 (4.23)을 참고하면, $\mathbf{x}_T^s(t)$의 동역학 방정식은 다음과 같이 쓸 수

있다.

$$\dot{\mathbf{x}}_T^s = \mathbf{A}_T \mathbf{x}_T^s + \mathbf{B}_T \mathbf{a}_T^s,\ t \geq 0 \tag{4.28}$$

한편, $\boldsymbol{\tau}_Y(t)$를 다음과 같이 정의할 때,

$$\boldsymbol{\tau}_Y(t) \triangleq \frac{{}^{C_0}O_C(t)}{{}^{C_0}Z_n} + {}^{C_0}R_C(t)\boldsymbol{\tau}_z(t) \tag{4.29}$$

$$\boldsymbol{\tau}_z(t) \triangleq \bar{\boldsymbol{\tau}}(t)\frac{\|\boldsymbol{\tau}(t)\|}{{}^{C_0}Z_n} + \mathbf{R}_M(t){}^{C_0}\mathbf{m}_n \tag{4.30}$$

표적의 정규화된 위치 $\frac{{}^{C_0}O_T(t)}{{}^{C_0}Z_n}$는 $\boldsymbol{\tau}_Y$를 이용하여 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\frac{{}^{C_0}O_T(t)}{{}^{C_0}Z_n} = \boldsymbol{\tau}_Y(t) \tag{4.31}$$

이를 확인하기 위하여, 먼저, 좌표계 변환을 이용하여 ${}^{C_0}O_T$을 다음과 같은 형태로 나타내도록 한다.

$$\begin{aligned} {}^{C_0}O_T &= {}^{C_0}O_C + {}^{C_0}R_C{}^{C}O_T \\ &= {}^{C_0}O_C + {}^{C_0}R_C{}^{C}O_T \\ &\quad + {}^{C_0}R_C{}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0} - {}^{C_0}R_C{}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0} \end{aligned} \tag{4.32}$$

위 (4.32) 식은 (4.16)과 (4.17)을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^{C_0}O_T &= {}^{C_0}O_C + {}^{C_0}R_C\left({}^{C}O_T - {}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0}\right) \\ &\quad + {}^{C_0}R_C{}^{C}R_T{}^{T_0}R_{C_0}{}^{C_0}O_{T_0} \\ &= {}^{C_0}O_C + {}^{C_0}R_C\left(\boldsymbol{\tau} + \mathbf{R}_M{}^{C_0}O_{T_0}\right) \end{aligned} \tag{4.33}$$

여기서, 공간 좌표와 이미지 좌표의 관계로부터

$$\begin{aligned} {}^{C_0}O_{T_0} &= {}^{C_0}\mathbf{p}_n \\ &= {}^{C_0}Z_n {}^{C_0}\mathbf{m}_n \end{aligned} \tag{4.34}$$

임을 알고 있으며, (4.15)과 (4.30), (4.34)을 이용하면, (4.33)은 다시 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^{C_0}O_T &= {}^{C_0}O_C + {}^{C_0}R_C \boldsymbol{\tau}_z {}^{C_0}Z_n \\ &= \boldsymbol{\tau}_Y {}^{C_0}Z_n \end{aligned} \tag{4.35}$$

이제, 위 식의 양변을 ${}^{C_0}Z_n$으로 나누면 (4.31)의 관계식을 얻을 수 있다. 또한, (4.26)의 $\mathbf{x}_T^s$의 정의를 이용하면, $\frac{{}^{C_0}O_T}{{}^{C_0}Z_n}$은 $\mathbf{x}_T^s$을 이용하여 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{{}^{C_0}O_T}{{}^{C_0}Z_n} = \mathbf{C}_T \mathbf{x}_T^s \tag{4.36}$$

여기서

$$\mathbf{C}_T \triangleq [\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_{3\times 3}]\,. \tag{4.37}$$

따라서, (4.31)과 (4.36)을 비교하면 (4.29)의 $\boldsymbol{\tau}_Y$는 다음과 같이 $\mathbf{x}_T^s$에 대한 선형 방정식 형태로 표현할 수 있음을 알 수 있으며,

$$\boldsymbol{\tau}_Y = \mathbf{C}_T \mathbf{x}_T^s \tag{4.38}$$

위 식은 표적 운동 상태 방정식의 출력 방정식으로 활용이 가능하다. 여기서 확인해 보아야 할 것은 (4.29)의 $\boldsymbol{\tau}_Y$을 구성하고 있는 각각의 요소들인 ${}^{C_0}R_C$, ${}^{C_0}O_C$, $\boldsymbol{\tau}_z$, ${}^{C_0}Z_n$이 표적 영상과 카메라의 운동 정보 등의 주어진 정보로부터 접근이 가능한지의 여부이다.

먼저, 가정 2로부터 ${}^{C_0}R_C$, ${}^{C_0}O_C$이 접근 가능함은 쉽게 확인할 수 있다. 다음으로 (4.30)의 $\boldsymbol{\tau}_z$의 경우, $\mathbf{R}_M$과 $\bar{\boldsymbol{\tau}}$는 (4.12)의 에센셜 행렬 $\mathbf{E}_0$을 분해함으로써 알 수 있다. 한편, $\frac{\|\boldsymbol{\tau}\|}{{}^{C_0}Z_n}$의 경우, 다음과 같은 과정을 통해 계산할 수 있다. 먼저, (4.1)과 (4.6)을 이용하면,

$$ {}^{C}Z_n {}^{C}\mathbf{m}_n = {}^{C_0}Z_n {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}\mathbf{m}_n + {}^{C}O_T - {}^{C}R_T {}^{T_0}R_{C_0} {}^{C_0}O_{T_0} \tag{4.39} $$

위 식의 양변을 ${}^{C_0}Z_n$로 나눈 후 (4.13), (4.14), (4.15)을 이용하여 정리하면, 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$ \frac{{}^{C}Z_n}{{}^{C_0}Z_n} {}^{C}\mathbf{m}_n - \frac{\|\boldsymbol{\tau}\|}{{}^{C_0}Z_n}\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{R}_M {}^{C_0}\mathbf{m}_n \tag{4.40} $$

이제, 행렬 $\boldsymbol{\Psi}$를 다음과 같이 정의할 때,

$$ \boldsymbol{\Psi} \triangleq \begin{bmatrix} {}^{C}\mathbf{m}_n & -\bar{\boldsymbol{\tau}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 2} \tag{4.41} $$

(4.40), (4.41)으로부터 다음의 해를 얻을 수 있다.

$$ \begin{bmatrix} \frac{{}^{C}Z_n}{{}^{C_0}Z_n} \\ \frac{\|\boldsymbol{\tau}\|}{{}^{C_0}Z_n} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Psi}^{\dagger}\mathbf{R}_M {}^{C_0}\mathbf{m}_n \tag{4.42} $$

여기서, $\boldsymbol{\Psi}^{\dagger}$는 $\boldsymbol{\Psi}$의 의사역행렬(Pseudo-Inverse Matrix)을 의미한다. ${}^{C_0}\mathbf{m}_n$, ${}^{C}\mathbf{m}_n$은 영상으로부터 직접 획득할 수 있으며, $\mathbf{R}_M$와 $\bar{\boldsymbol{\tau}}$는 (4.12)의 에센셜 행렬 $\mathbf{E}_0$로부터 알 수 있으므로, (4.42)으로부터 $\frac{\|\boldsymbol{\tau}\|}{{}^{C_0}Z_n}$는 영상 정보만을 이용하여 획득이 가능함을 알 수 있다. 따라서, $\tau_z$는 접근 가능한 변수임을 알 수 있으며, ${}^{C_0}Z_n$을 제외한 $\boldsymbol{\tau}_Y$의 모든 구성 요소들은 영상 정보와 카메라의 운동 정보를 이용하여 획득 가능함을 알 수 있다. 마지막으로 ${}^{C_0}Z_n$은 그에 대한 추정치 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$를 이용함으로써 해결할 수 있으며, 이에 대한 논의는 이후에 전개하도록 한다.

이제, 표적 병진 운동 추정기 설계를 위하여 먼저 출력 $\mathbf{y}(t)$를 다음과 같이 정의

한다.

$$\mathbf{y}(t) \triangleq \boldsymbol{\tau}_Y(t) \tag{4.43}$$

그러면, (4.28)과 (4.43)로부터 표적 병진 운동에 대한 상태 방정식을 다음과 같이 간단한 선형 시불변 시스템(Linear Time-Invariant System)으로 기술할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_T^s &= \mathbf{A}_T\mathbf{x}_T^s + \mathbf{B}_T\mathbf{a}_T^s,\ t \geq 0 && (4.44) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_T\mathbf{x}_T^s && (4.45) \end{aligned}$$

한편, 표적의 영상 정보의 획득은 로봇에 부착된 영상 센서, 즉, 카메라를 통해 이루어지며, 카메라에 의한 영상 획득 과정은 일정한 샘플링 주기를 두고 짧은 시간 동안 셔터를 개방하여 매 주기마다 촬상 소자로 들어오는 광량을 측정하는 방식으로 진행된다. 따라서, 이러한 표적 영상 획득 과정의 특성을 고려하면, 표적 운동 정보의 추정기 설계를 위해서는 표적의 동역학을 이산 시간 시스템(Discrete-Time System)으로 기술하는 것이 더욱 유용하다. 이를 위하여, 먼저, 샘플링 주기를 $T_s$, $t = kT_s, k \in \mathbb{Z}$에서의 카메라 좌표계와 표적 좌표계는 각각 $\mathcal{C}_k$, $\mathcal{T}_k$ 혹은 $(X_{C_k}, Y_{C_k}, Z_{C_k})$, $(X_{T_k}, Y_{T_k}, Z_{T_k})$로 표시하도록 하며, $\mathcal{C}_k$, $\mathcal{T}_k$의 원점은 각각 $O_{C_k}$, $O_{T_k}$으로 나타내도록 한다. 이제, 이산 시간 상태 변수를 다음과 같이 정의하여 $t = kT_s$에서의 정규화된 표적의 위치와 속도를 나타내도록 하며,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_T^s[k] &\triangleq \mathbf{x}_T^s(kT_s) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{{}^{C_0}O_{T_k}^T}{{}^{C_0}Z_n} & \frac{{}^{C_0}\mathbf{v}_{T_k}^T}{{}^{C_0}Z_n} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \tag{4.46}$$

마찬가지로 표적의 가속도를 나타내는 이산 시간 상태 변수 역시 다음과 같이 정의

하도록 한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_T^s[k] &\triangleq \mathbf{a}_T^s(kT_s) \\ &= \frac{{}^{C_0}\mathbf{a}_{T_k}}{{}^{C_0}Z_n} \end{aligned} \tag{4.47}$$

다음으로 이산 시간 출력 역시 (4.29), (4.43)을 참고하여 다음과 같이 정의하도록 하도록 한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}[k] &\triangleq \mathbf{y}(kT_s) \\ &= \frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n} + {}^{C_0}R_{C_k}\boldsymbol{\tau}_z[k] \end{aligned} \tag{4.48}$$

여기서

$$\boldsymbol{\tau}_z[k] \triangleq \boldsymbol{\tau}_z(kT_s) \tag{4.49}$$

(4.44) $\sim$ (4.48)으로부터 $\mathbf{x}_T^s[k]$에 대한 이산 시간 상태 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T\mathbf{x}_T^s[k] + \mathbf{G}_T\mathbf{a}_T^s[k],\ k = 0, 1, 2, \ldots \tag{4.50}$$

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{H}_T\mathbf{x}_T^s[k] \tag{4.51}$$

여기서

$$
\begin{aligned}
\mathbf{F}_T &\triangleq e^{\mathbf{A}_T T_s} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T_s\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} && (4.52) \\
\mathbf{G}_T &\triangleq \begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2}\mathbf{I}_3 \\ T_s\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} && (4.53) \\
\mathbf{H}_T &\triangleq \mathbf{C}_T && (4.54)
\end{aligned}
$$

이다. (4.50) $\sim$ (4.54)의 표적 운동 상태 방정식은 선형 시불변 시스템 형태이다. 이는 추정기 설계 과정에서의 복잡도를 줄일 수 있으며, 추정기의 수렴성을 위한 가관측성의 성립 조건 또한 여타 표적 운동 추정 기법에 비하여 완화되는 장점을 가지게 된다. 이에 대한 논의는 다음 절에서 전개하도록 한다.

## 4.3 병진 운동 정보 추정기 설계 및 안정성 분석

본 절에서는 앞서 4.2절에서 유도한 표적 운동 동역학 방정식을 바탕으로 표적의 병진 운동 정보 추정기를 설계하도록 한다. 먼저, (4.50), (4.51)의 동역학 방정식은 선형 시불변 시스템 형태로 기술되어 있으며, 이러한 형태의 시스템에 대해서는 루엔버거 관측기(Luenberger Observer)를 채용하여 추정기를 설계할 수 있다. 또한, 추정기 설계 과정에서의 관측기 이득(Observer Gain)은 정상 상태 칼만 필터 (Steady-State Kalman Filter)를 활용함으로써 간편하게 설계가 가능하다. 여기서 추정기 설계에 앞서 한 가지 짚고 넘어가야 할 것은 (4.48) 관측값 $\mathbf{y}[k]$의 획득 과정에서는 참값인 ${}^{C_0}Z_n$을 사용할 수는 없으며 그에 대한 추정치인 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$ 값만을 사용할 수 있다는 점이다. 따라서, ${}^{C_0}\hat{Z}_n$이 측정, 혹은, 추정 과정에서의 오차에 의한 불확실성을 내포하고 있는 경우, 관측값 역시 오차를 포함하게 된다. 이를 참값인 $\mathbf{y}[k]$와 구분하기 위하여 불확실성이 포함된 관측값을 $\bar{\mathbf{y}}[k]$라 정의하도록 하며, (4.48)를 참고하면 $\bar{\mathbf{y}}[k]$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{\mathbf{y}}[k] \triangleq \frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}\hat{Z}_n} + {}^{C_0}R_{C_k}\boldsymbol{\tau}_z[k] \tag{4.55}$$

여기서 문제가 되는 점은 $\mathbf{x}_T^s[k]$와 $\bar{\mathbf{y}}[k]$에 대해서는 ${}^{C_0}\hat{Z}_n \neq {}^{C_0}Z_n$인 경우, (4.51)과 같은 선형 형태의 출력 방정식은 더 이상 성립하지 않으며, 다음과 같이 어파인(Affine) 형태로만 나타낼 수 있다는 것이다.

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{y}}[k] &= \frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}\hat{Z}_n} - \frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n} + \frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n} + {}^{C_0}R_{C_k}\boldsymbol{\tau}_z[k] \\ &= \mathbf{H}_T\mathbf{x}_T^s[k] + \left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n} - 1\right)\frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n},\ k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned} \tag{4.56}$$

따라서, 이러한 점에 착안하여 새로운 더미(Dummy) 상태 변수 $\boldsymbol{\chi}_T^s(t)$와 $\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$을

다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\boldsymbol{\chi}_T^s(t) \triangleq \left[\left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}O_C^T(t)}{{}^{C_0}Z_n}+\frac{{}^{C_0}O_T^T(t)}{{}^{C_0}Z_n} \quad \left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}\mathbf{v}_C^T(t)}{{}^{C_0}Z_n}+\frac{{}^{C_0}\mathbf{v}_T^T(t)}{{}^{C_0}Z_n}\right]^T \tag{4.57}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\chi}_T^s[k] &\triangleq \boldsymbol{\chi}_T^s(kT_s)\\ &= \left[\left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}O_{C_k}^T}{{}^{C_0}Z_n}+\frac{{}^{C_0}O_{T_k}^T}{{}^{C_0}Z_n} \quad \left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}\mathbf{v}_{C_k}^T}{{}^{C_0}Z_n}+\frac{{}^{C_0}\mathbf{v}_{T_k}^T}{{}^{C_0}Z_n}\right]^T\end{aligned} \tag{4.58}$$

그러면, 가정 3에 의해 $\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$의 동역학 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\boldsymbol{\chi}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T(k+1,k)\boldsymbol{\chi}_T^s[k]+\mathbf{G}_T\boldsymbol{\alpha}_T^s[k],\ k=0,1,2,\ldots \tag{4.59}$$

여기서

$$\boldsymbol{\alpha}_T^s(t) \triangleq \left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}\mathbf{a}_C(t)}{{}^{C_0}Z_n}+\frac{{}^{C_0}\mathbf{a}_T(t)}{{}^{C_0}Z_n} \tag{4.60}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}_T^s[k] &\triangleq \boldsymbol{\alpha}_T^s(kT_s)\\ &= \left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}\mathbf{a}_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n}+\frac{{}^{C_0}\mathbf{a}_{T_k}}{{}^{C_0}Z_n}\end{aligned} \tag{4.61}$$

이며, ${}^{C_0}\mathbf{a}_{C_k} \in \mathbb{R}^3$는 $\mathcal{C}_0$를 기준으로 나타낸 카메라의 가속도이다. 한편, (4.55)의 $\bar{\mathbf{y}}[k]$는 약간의 계산을 통해 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{y}}[k] &= \frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}+{}^{C_0}R_{C_k}\boldsymbol{\tau}_z[k]\\ &= \left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n}+\left(\frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n}+{}^{C_0}R_{C_k}\boldsymbol{\tau}_z[k]\right)\\ &= \left(\frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n}-1\right)\frac{{}^{C_0}O_{C_k}}{{}^{C_0}Z_n}+\boldsymbol{\tau}_Y[k]\end{aligned} \tag{4.62}$$

여기서,

$$\boldsymbol{\tau}_Y[k] \triangleq \boldsymbol{\tau}_Y(kT_s) \tag{4.63}$$

이다. 그러면, (4.31), (4.54), (4.58), (4.62), (4.63)로부터 $\bar{\mathbf{y}}[k]$는 다음과 같이 $\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$에

대한 선형 방정식 형태로 나타낼 수 있다.

$$\bar{\mathbf{y}}[k] = \mathbf{H}_T \boldsymbol{\chi}_T^s[k] \tag{4.64}$$

따라서, (4.58), (4.64)으로부터 다음과 같은 선형 시불변 형태의 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\boldsymbol{\chi}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T \boldsymbol{\chi}_T^s[k] + \mathbf{G}_T \boldsymbol{\alpha}_T^s[k], \ k = 0, 1, 2, \ldots \tag{4.65}$$

$$\bar{\mathbf{y}}[k] = \mathbf{H}_T \boldsymbol{\chi}_T^s[k] \tag{4.66}$$

다음으로, (4.65), (4.66)의 상태 방정식은 선형 시불변 시스템임을 이용하여 루엔버거 관측기 (Luenberger Observer)형태의 $\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$에 대한 추정기를 아래와 같이 설계하도록 한다.

$$\hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k] + \boldsymbol{\Gamma}_T \left( \bar{\mathbf{y}}[k+1] - \mathbf{H}_T \mathbf{F}_T \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k] \right) \tag{4.67}$$

여기서, $\boldsymbol{\Gamma}_T \in \mathbb{R}^{6\times 3}$는 추정기 이득이며, 선형 시불변 시스템 (4.50) $\sim$ (4.54)이 관측가능이면 (4.67)이 임의의 극점을 가질 수 있도록 추정기 이득 $\boldsymbol{\Gamma}_T$을 설계할 수 있다 [69, Theorem 2-2]. 따라서, 선형 시불변 시스템 (4.50) $\sim$ (4.54)의 관측가능성을 알아보기 위하여 관측가능성 행렬 $\boldsymbol{\Omega}(k, N)$을 다음과 같이 정의하면,

$$\boldsymbol{\Omega}(k, N) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{H}_T \\ \mathbf{H}_T \mathbf{F}_T \\ \vdots \\ \mathbf{H}_T \mathbf{F}_T^{N-1} \end{bmatrix} \tag{4.68}$$

(4.52), (4.54)을 대입하여 계산하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{\Omega}(k,N) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times 3} \\ \mathbf{I}_3 & T_s\mathbf{I}_3 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{I}_3 & (N-1)T_s\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \tag{4.69}$$

(4.69)으로부터 $\mathbf{\Omega}(k,N)$은 항상 풀 랭크를 가짐은 자명하므로

$$\begin{array}{c} \text{시불변 시스템 (4.65), (4.66)의 관측가능성 행렬 } \mathbf{\Omega}(k,N)\text{은} \\ \text{카메라의 운동에 관계 없이 } k \geq N\text{에 대해 항상 풀 랭크를 가진다.} \end{array} \tag{4.70}$$

이제 (4.67)의 표적 운동 추정기의 추정 오차에 대한 분석을 위해, $\boldsymbol{\chi}_T^s(t)$와 $\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$에 대한 추정 오차를 다음과 같이 정의하며,

$$\mathbf{e}_{\chi T}(t) \triangleq \boldsymbol{\chi}_T^s(t) - \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k], \quad kT_s \leq t < (k+1)T_s, \; k = 0,1,2,\ldots \tag{4.71}$$

$$\mathbf{e}_{\chi T}[k] \triangleq \boldsymbol{\chi}_T^s[k] - \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k] \tag{4.72}$$

$\mathbf{v}_{\chi T}(t)$, $\mathbf{v}_{\chi T}[k]$, $\hat{\mathbf{v}}_{\chi T}[k]$, $\mathbf{e}_{\chi v}(t)$, $\mathbf{e}_{\chi v}[k]$를 각각 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\mathbf{v}_{\chi T}(t) \triangleq [\mathbf{0}_{3\times 3} \;\; \mathbf{I}_3]\, \boldsymbol{\chi}_T^s(t) \tag{4.73}$$

$$\mathbf{v}_{\chi T}[k] \triangleq [\mathbf{0}_{3\times 3} \;\; \mathbf{I}_3]\, \boldsymbol{\chi}_T^s[k] \tag{4.74}$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{\chi T}[k] \triangleq [\mathbf{0}_{3\times 3} \;\; \mathbf{I}_3]\, \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k] \tag{4.75}$$

$$\mathbf{e}_{\chi v}(t) \triangleq \mathbf{v}_{\chi T}(t) - \hat{\mathbf{v}}_{\chi T}[k], \quad kT_s \leq t < (k+1)T_s, \; k = 0,1,2,\ldots \tag{4.76}$$

$$\mathbf{e}_{\chi v}[k] \triangleq \mathbf{v}_{\chi T}[k] - \hat{\mathbf{v}}_{\chi T}[k] \tag{4.77}$$

다음으로, (4.22)의 $\mathbf{x}_T(t)$에 대한 추정치를 $\hat{\mathbf{x}}_T(t)$라 할 때, $\hat{\mathbf{x}}_T(t)$는 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$과 $\hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k]$를

이용하여 다음과 같이 설계하도록 한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_T(t) \triangleq {}^{C_0}\hat{Z}_n \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k], \quad kT_s \leq t < (k+1)T_s, \; k = 0, 1, 2, \ldots \tag{4.78}$$

여기서, ${}^{C_0}Z_n$에 대한 추정치 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$에 대해서는 추정 과정에서의 오차 등을 고려하여 다음의 가정을 하도록 한다.

**가정 6.** ${}^{C_0}\hat{Z}_n$에 대하여 다음의 범위를 만족하는 양수 $z_M$, $z_m$이 존재한다.

$$z_m \leq \frac{{}^{C_0}\hat{Z}_n}{{}^{C_0}Z_n} \leq z_M \tag{4.79}$$

위 가정에서의 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$의 오차율에 대한 범위 $z_M$, $z_m$는 표적의 크기를 이용한 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$의 결정 과정과 연관되어 있으며, 이에 대한 내용은 다음 장에서 더 자세히 다루도록 한다.

다음으로, $\mathbf{x}_T(t)$에 대한 추정 오차를

$$\mathbf{e}_T(t) \triangleq \mathbf{x}_T(t) - \hat{\mathbf{x}}_T(t) \tag{4.80}$$

이라 정의하며, 속도에 대한 추정 오차를 분리하여 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_v(t) &\triangleq [\mathbf{0}_{3\times3} \;\; \mathbf{I}_3]\, \mathbf{e}_T(t) && (4.81) \\ &= {}^{C_0}\mathbf{v}_T(t) - {}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T(t) && (4.82) \end{aligned}$$

여기서 ${}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T(t) \triangleq [\mathbf{0}_{3\times3} \;\; \mathbf{I}_3]\, \hat{\mathbf{x}}_T(t)$이다. 또한, 속도 추정 성능 분석 과정에서 필요한

상수를 다음과 같이 정의한다.

$$\lambda_\chi \triangleq \frac{1}{T_s}\log\frac{1}{\lambda_M} > 0 \tag{4.83}$$

$$\delta_v \triangleq \frac{1}{1-\lambda_M}T_s\left(2\frac{z_M}{z_m}-1\right)\frac{B_a}{{}^{C_0}\hat{Z}_n} \tag{4.84}$$

여기서 $\lambda_M$은 행렬 $(\mathbf{I}_6 - \mathbf{\Gamma}_T\mathbf{H}_T)\,\mathbf{F}_T$의 최대 고유치이다. 그러면 속도 추정 오차에 대하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

**정리 1.** 가정 3과 가정 6 하에, (4.78)의 표적 운동 추정기의 속도 추정 오차 $({}^{C_0}\mathbf{v}_T(t) - {}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T(t))$는 (4.76)의 $\mathbf{e}_{\chi v}(t)$에 대하여 다음과 같은 형태를 가지며

$$\begin{aligned} {}^{C_0}\mathbf{v}_T(t) - {}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T(t) &= \left(\frac{{}^{C_0}\hat{Z}_n}{{}^{C_0}Z_n}-1\right)\left({}^{C_0}\mathbf{v}_C(t) - {}^{C_0}\mathbf{v}_T(t)\right) \\ &\quad + {}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}(t), \quad t \geq 0 \end{aligned} \tag{4.85}$$

$\mathbf{e}_{\chi v}(t)$는 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$\|\mathbf{e}_{\chi v}(t)\| \leq \|\mathbf{e}_{\chi T}(0)\|\,e^{-\lambda_\chi t} + \delta_v, \quad t \geq 0 \tag{4.86}$$

■

정리 1은 표적의 깊이 추정치에 불확실성이 존재할 경우, 속도 추정 오차에는 표적과 속도의 상대 속도에 해당하는 ${}^{C_0}\mathbf{v}_C(t) - {}^{C_0}\mathbf{v}_T(t)$에 의한 영향이 일부 나타나 속도 추정 성능이 저하될 수 있음을 시사하여 준다. 이는 속도 추정 성능을 저해하는 요소처럼 보이지만 이후에 비주얼 서보잉 제어기의 설계 과정에서는 오히려 불확실성에 의한 제어 성능의 저하를 개선하여 주는 역할을 하게 된다. 정리 1의 증명은 다음과 같다.

**정리 1 증명)** (4.80)의 표적 운동 추정 오차 $\mathbf{e}_T(t)$는 (4.58), (4.71), (4.78)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{e}_T(t) \;=\; \mathbf{x}_T(t) - {}^{C_0}\hat{Z}_n \boldsymbol{\chi}_T^s(t) + {}^{C_0}\hat{Z}_n \boldsymbol{\chi}_T^s(t) - {}^{C_0}\hat{Z}_n \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k] \tag{4.87}$$

여기서, 위 식 우변의 $\mathbf{x}_T(t) - {}^{C_0}\hat{Z}_n \boldsymbol{\chi}_T^s(t)$는 (4.57)을 대입하여 정리하면 다음과 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_T(t) - {}^{C_0}\hat{Z}_n \boldsymbol{\chi}_T^s(t) &= \mathbf{x}_T(t) - {}^{C_0}\hat{Z}_n \left( \left( \frac{{}^{C_0}Z_n}{{}^{C_0}\hat{Z}_n} - 1 \right) \frac{\mathbf{x}_C(t)}{{}^{C_0}Z_n} + \frac{\mathbf{x}_T(t)}{{}^{C_0}Z_n} \right) \\ &= \left( \frac{{}^{C_0}\hat{Z}_n}{{}^{C_0}Z_n} - 1 \right) (\mathbf{x}_C(t) - \mathbf{x}_T(t)) \end{aligned} \tag{4.88}$$

여기서 $\mathbf{x}_C(t) \triangleq \left[ {}^{C_0}O_C^T(t) \;\; {}^{C_0}\mathbf{v}_C^T(t) \right]^T$이다. 이제, (4.71), (4.88)을 (4.87)에 대입하여 정리하면 $\mathbf{e}_T(t)$에 대한 다음의 방정식을 얻을 수 있으며,

$$\mathbf{e}_T(t) \;=\; \left( \frac{{}^{C_0}\hat{Z}_n}{{}^{C_0}Z_n} - 1 \right) (\mathbf{x}_C(t) - \mathbf{x}_T(t)) + {}^{C_0}\hat{Z}_n \mathbf{e}_{\chi T}(t) \tag{4.89}$$

또한,

$${}^{C_0}\mathbf{v}_T - {}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T = [\mathbf{0}_{3\times 3} \;\; \mathbf{I}_3]\, \mathbf{e}_T \tag{4.90}$$

이다. 따라서, (4.90)에 (4.89)을 대입하고 (4.73), (4.74), (4.81), (4.82)을 이용하여 계산하면 (4.85)이 성립함을 알 수 있다.

다음으로, (4.85)의 $\mathbf{e}_{\chi v}(t)$는 (4.57), (4.58), (4.76)과 가정 3을 이용하여 다음과

같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_{\chi v}(t) &= (\mathbf{v}_{\chi_T}(t) - \hat{\mathbf{v}}_{\chi_T}[k]) \\
&= (\mathbf{v}_{\chi_T}[k] - \hat{\mathbf{v}}_{\chi_T}[k]) + \int_{kT_s}^{t} \boldsymbol{\alpha}_T^s(\tau) d\tau \\
&= \mathbf{e}_{\chi v}[k] + \int_{kT_s}^{t} \boldsymbol{\alpha}_T^s(\tau) d\tau, \ kT_s \le t < (k+1)T_s, k = 0, 1, 2, \ldots \quad (4.91)
\end{aligned}$$

한편, (4.65) $\sim$ (4.67)의 동역학 방정식으로부터 $\mathbf{e}_{\chi T}[k]$에 대한 차분 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{e}_{\chi T}[k+1] = (\mathbf{I}_6 - \boldsymbol{\Gamma}_T \mathbf{H}_T)\, \mathbf{F}_T \mathbf{e}_{\chi T}[k] - (\mathbf{I}_6 - \boldsymbol{\Gamma}_T \mathbf{H}_T)\, \mathbf{G}_T \boldsymbol{\alpha}_T^s[k] \tag{4.92}$$

여기서, 다음과 같은 행렬 $\bar{\mathbf{G}}_T$을 정의하면,

$$\bar{\mathbf{G}}_T \triangleq \begin{bmatrix} -\frac{T_s^2}{2}\mathbf{I}_3 \\ T_s \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \tag{4.93}$$

(4.52), (4.53)로부터 $\bar{\mathbf{G}}_T$는 다음의 관계를 만족함을 알 수 있다.

$$\mathbf{G}_T = \mathbf{F}_T \bar{\mathbf{G}}_T \tag{4.94}$$

이제, (4.94)을 (4.92)에 대입하여 정리하면 다음의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{e}_{\chi T}[k+1] = (\mathbf{I}_6 - \boldsymbol{\Gamma}_T \mathbf{H}_T)\, \mathbf{F}_T \left(\mathbf{e}_{\chi T}[k] - \bar{\mathbf{G}}_T \boldsymbol{\alpha}_T^s[k]\right) \tag{4.95}$$

한편, (4.68) $\sim$ (4.70)으로부터 $(\mathbf{F}_T, \mathbf{H}_T)$가 항상 관측가능임을 이미 알고 있으므로, 항상 다음의 부등식을 만족하는 $0 < \lambda_M < 1$이 존재하도록 추정기 이득 $\boldsymbol{\Gamma}_T$을 적절히 설계할 수 있다.

$$\|(\mathbf{I}_6 - \boldsymbol{\Gamma}_T \mathbf{H}_T)\, \mathbf{F}_T\| \le \lambda_M \tag{4.96}$$

다음으로, (4.77)의 $\mathbf{e}_{\chi v}[k]$의 정의와 (4.95), (4.96)을 이용하면 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{\chi v}[k]\| &\leq \|\mathbf{e}_{\chi T}[k]\| \\ &\leq \lambda_M \|\mathbf{e}_{\chi T}[k-1]\| + \lambda_M \left\|\bar{\mathbf{G}}_T\right\| \|\boldsymbol{\alpha}_T^s[k]\| \end{aligned} \tag{4.97}$$

여기서 (4.93)으로부터 다음을 알 수 있으며,

$$\left\|\bar{\mathbf{G}}_T\right\| = T_s \tag{4.98}$$

또한, 가정 5와 (4.60), (4.61), (4.79)을 이용하여 계산하면 다음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\alpha}_T^s[k]\| &\leq \|\boldsymbol{\alpha}_T^s(t)\| \\ &\leq \left(2\frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} \end{aligned} \tag{4.99}$$

따라서, (4.98), (4.99)을 (4.97)에 적용하여 풀면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{\chi v}[k]\| &\leq \|\mathbf{e}_{\chi T}[k]\| \\ &\leq \lambda_M \|\mathbf{e}_{\chi T}[k-1]\| + \lambda_M T_s \left(2\frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} \\ &\quad \vdots \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{\chi T}[0]\| + T_s \left(2\frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} \sum_{i=1}^{k} \lambda_M^i \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{\chi T}[0]\| + \frac{\lambda_M(1-\lambda_M^k)}{1-\lambda_M} T_s \left(2\frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{\chi T}[0]\| + \frac{\lambda_M}{1-\lambda_M} T_s \left(2\frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} \end{aligned} \tag{4.100}$$

여기서, 마지막 부등식은 $0 < \lambda_M < 1$임을 이용하였다. 이제, (4.91)의 양변에 노옴

을 취하고, (4.99), (4.100)을 대입하면 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{e}_{\chi v}(t)\| &\leq \|\mathbf{e}_{\chi v}[k]\| + \left\| \int_{kT_s}^{t} \boldsymbol{\alpha}_T^s(\tau) d\tau \right\| \\
&\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{\chi T}[0]\| + \frac{\lambda_M}{1-\lambda_M} T_s \left( 2\frac{z_M}{z_m} - 1 \right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} + T_s \left( 2\frac{z_M}{z_m} - 1 \right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} \\
&= \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{\chi T}[0]\| + \frac{1}{1-\lambda_M} T_s \left( 2\frac{z_M}{z_m} - 1 \right) \frac{B_a}{C_0 \hat{Z}_n} \\
&\qquad , kT_s \leq t < (k+1)T_s, k = 0, 1, 2, \ldots
\end{aligned} \tag{4.101}$$

한편, 간단한 계산을 통하여 다음의 부등식을 얻을 수 있으며,

$$\lambda_M^k \leq e^{-\left(\frac{1}{T_s} \log \frac{1}{\lambda_M}\right) t} \tag{4.102}$$

따라서, (4.101), (4.102)으로부터 (4.86)이 성립함을 알 수 있다. ■

기존의 표적 운동 추정기의 설계 과정에선 표적 운동과 관측치 간의 관계가 비선형 시스템 형태로 기술되는 경우가 많으며, 이 경우, 복잡한 비선형 추정기를 설계하거나 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter) 등을 채택하여 추정기를 설계하게 된다 [59], [58]. 또한, 이런 점들을 개선하여 적절한 관측치 설정을 통해 선형 형태의 추정기를 설계하는 기법들도 일부 제안되어 있다 [60]. 이러한 유형의 표적 운동 추정 기법들은 수렴성에 대한 분석이 어렵거나 추정기 수렴 조건의 만족을 위해 카메라의 스네이킹(Snaking)이나 가속도 운동 등 특정한 양상의 움직임이 요구되는 것이 일반적이다. 그러나, 비주얼 서보잉 기법은 가시 조건이 요구되는 상황 하에서 표적과 카메라의 상대적인 위치 및 자세가 상수가 되도록 카메라의 운동을 제어하는 것이 목적임을 상기할 때, 서보잉 과정에서 그러한 카메라의 움직임을 달성하는 것은 작업 실패로 이어지는 위험이 따를 수 있다. 따라서, 정규화된 표적의 위치, 속도에 대한 추정만을 수행하면, 앞에서 보인 바와 같이 카메라의 운동에 특별

히 요구되는 조건이 없이 항상 수렴성을 보장할 수 있는 추정기를 설계할 수 있으며, 이는 비주얼 서보잉 과정에 적용하기에도 매우 적합한 형태의 추정기이다. 그러나 앞서 언급하였듯이 정규화 인자인 ${}^{C_0}Z_n$에 대한 추정치 ${}^{C_0}\hat{Z}_0$에 불확실성이 존재할 경우, 표적의 속도 추정 오차는 카메라와 표적 간의 상대 위치/속도에 해당하는 $\mathbf{x}_C(t) - \mathbf{x}_T(t)$의 영향을 받고 있는 것을 알 수 있으며, 이는 표적 운동 추정기의 입장에서는 추정 성능을 저해하는 요소로 작용하게 된다. 그러나, 차후에 기술할 비주얼 서보잉 제어기 설계 과정에서는 이러한 요소가 무조건 서보잉 성능의 저해만을 가져오는 것은 아니며, 오히려 목표 포즈로의 수렴 단계에서 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$의 불확실성에 의한 제어 성능 저하를 완화시켜주는 역할을 하게 된다. 이에 대해서는 다음 장에서 기술하도록 한다.

# 제 5 장 비평면 이동 표적에 대한 비주얼 서보잉 기법

이 장에서는 아이-인-핸드 비주얼 서보잉 시스템 구성을 채택하여 위치 기반 비주얼 서보잉 기법을 기반으로 이동 표적에 대하여 가시 조건을 만족함과 동시에 전역적 안정성을 보장할 수 있는 새로운 비주얼 서보잉 기법을 제시하도록 한다.

## 5.1 좌표계 및 상태 변수 설정

본 절에서는 제안하는 비주얼 서보잉 기법의 전개 과정에서 필요한 다수의 좌표계 설정 및 상태 변수에 대하여 기술하도록 한다.

먼저, 카메라 좌표계 $(X_C, Y_C, Z_C)$, 조준선 (Line-of-Sight, LOS) 좌표계 $(X_L, Y_L, Z_L)$, 표적 좌표계 $(X_T, Y_T, Z_T)$, 로봇 기반 좌표계 $(X_B, Y_B, Z_B)$, 로봇 엔드-이펙터 좌표계 $(X_E, Y_E, Z_E)$를 각각 좌표계 $\mathcal{C}$, $\mathcal{L}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{E}$라 표기하도록 한다. 또한, 비주얼 서보잉 을 시작하는 초기 시점은 $t = t_0$이라 두며, 초기와 목표 위치에서의 좌표계 $\mathcal{C}$, $\mathcal{L}$, $\mathcal{T}$를 각각 별도로 $\mathcal{C}_I, \mathcal{L}_I, \mathcal{T}_I$과 $\mathcal{C}^*, \mathcal{L}^*, \mathcal{T}^*$으로 표기하도록 한다. 카메라 좌표계의 원점 $O_C$는 카메라의 사영 중심(Center of Projection)에 위치하며, $Z_C$-축은 원점을 기준으로 광축 방향을, $X_C$-축은 원점을 기준으로 이미지 평면에 평행하며 이미지 평면의 가로 방향과 정렬된 방향으로 설정한다. 조준선 좌표계의 원점 $O_L$은 $O_C$와 일치시키도록 하며, $Z_L$-축은 $O_L$에서 표적 좌표계의 원점 $O_T$을 잇는 시선 방향으로, $X_L$-축은 ${}^C O_L$, ${}^C O_T$와 ${}^C O_{C^*} - \left({}^C O_{T^*} - {}^C O_T\right)$가 이루는 평면에 포함되도록 설정하며, 이에 관해서는 이후에 더 상세하게 기술하도록 한다. 여기서, 시선 좌표계 $\mathcal{L}$에 대한 카메라 좌표계 $\mathcal{C}$의 회전 변위는 오일러 각 $\boldsymbol{\varepsilon} \triangleq [\varepsilon_x \;\; \varepsilon_y \;\; \varepsilon_z]^T$를 이용하여

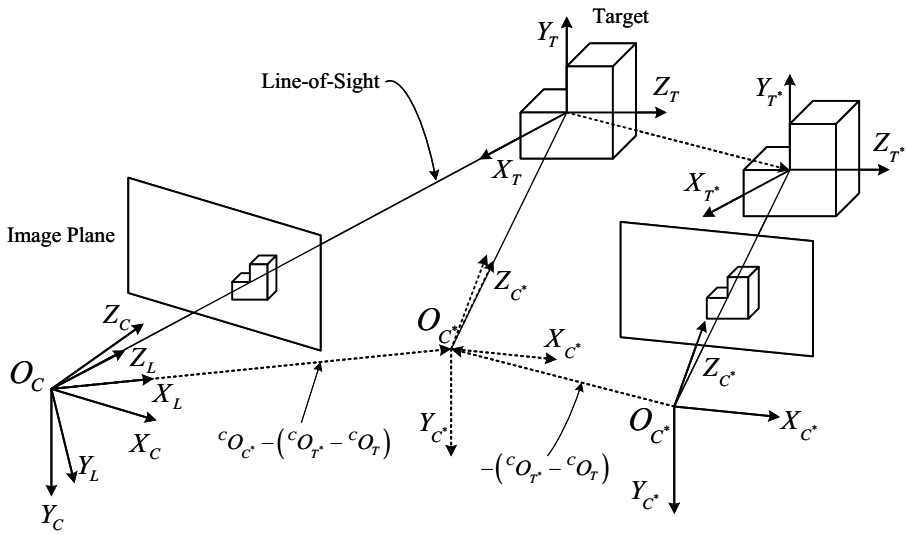



그림 5.1: 좌표계 설정

나타내도록 한다. 마지막으로 표적 좌표계의 원점 $O_T$는 특징점들의 무게 중심에서 가장 가까운 특징점과 일치시키도록 하며, $X_T$-축은 $O_{T_I}$에서 $O_{C_I}$를 가리키는 벡터와 정렬된 방향으로, $Z_T$-축은 $X_L$-축과 $Z_L$-축이 이루는 평면에 수직인 방향으로 설정하도록 한다. 그림 5.1에 각종 좌표계 설정을 나타내었다.

표적 좌표계를 기준으로 나타낸 카메라 좌표계의 원점, 즉, 카메라 좌표계의 위치는 다음과 같이 구면 좌표계를 이용하여 기술하도록 한다.

$$^{T}O_C = f_s(r,\theta,\phi) \triangleq [r\sin\theta\cos\phi \quad r\sin\theta\sin\phi \quad r\cos\theta]^T \tag{5.1}$$

이와 같은 구면 좌표계 표현은 상태 변수의 설계 과정에서, 이후에 설명할 표적의 가시 조건을 만족하기에 굉장히 용이한 특성을 가지게 된다. 한편, 앞서 기술한 좌표계 설정으로부터 표적과 조준선 좌표계 및 카메라와 시선 좌표계 간의 회전 변환 행렬 $^{T}R_L$, $^{C}R_L$은 다음과 같다.

$$
{}^{T}R_L = \mathbf{G}_T(\theta,\phi) \triangleq \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\theta\cos\phi \\ \cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta\sin\phi \\ 0 & -\sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix} \tag{5.2}
$$

$$
{}^{C}R_L = \mathbf{G}_C(\boldsymbol{\varepsilon}) \triangleq R_x(\varepsilon_x)R_y(\varepsilon_y)R_z(\varepsilon_z) \tag{5.3}
$$

여기서 $R_l(\varepsilon_l), l = x, y, z$는 각각 좌표계의 $x, y, z$-축에 대해 오일러 각 $\varepsilon_l, l = x, y, z$만큼 회전했을 때의 회전 변환 행렬을 의미한다.

조준선 좌표계는 좌표계 설정 상 그 $Z_L$-축이 항상 표적을 바라보게 되므로, 카메라의 자세와는 관계 없이 오로지 카메라와 표적의 위치 관계에 의해서만 결정이 된다. 또한, 조준선 좌표계를 기준으로 한 카메라 좌표계의 자세를 오일러 각으로 나타냄으로써 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$를 이용하여 카메라가 표적을 바라보는 방향을 나타낼 수 있으며, 이후에 기술하게 될 상태 변수의 설정에 이를 포함하여 제어기를 설계함으로써 가시 조건의 만족을 기할 수 있다.

한편, 표적으로부터 카메라까지의 거리를 의미하는 $r$을 대신하여 다음과 같은 새로운 변수 $\rho$를 도입하도록 한다.

$$
\rho(t) \triangleq \frac{r(t)}{r_0} \tag{5.4}
$$

여기서, $r_0$는 표적의 원점을 중심으로 하여 특징점들을 모두 그 내부에 포함할 수 있는 구의 최소 반지름이이다. 위의 $\rho$에 대한 정의로부터 $\rho$는 표적의 크기와 표적까지의 거리의 상대적인 비율임을 알 수 있으며, 이에 따라, 이후의 전개 과정에서는 표적까지의 상대 거리라고 표현하도록 한다.

이제, 앞서 기술한 좌표계 및 변수 설정 결과들을 종합하여 카메라의 위치 및 자

세를 나타내는 상태 변수 벡터 $\mathbf{x}$를 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\mathbf{x}(t) = [\rho(t) \;\; \theta(t) \;\; \phi(t) \;\; \varepsilon_x(t) \;\; \varepsilon_y(t) \;\; \varepsilon_z(t)]^T \in \mathbb{R}^6 \tag{5.5}$$

여기서 $(\rho(t), \theta(t), \phi(t))$는 표적으로부터 카메라 좌표계 원점의 위치를 유일하게 결정하며, $(\varepsilon_x(t), \varepsilon_y(t), \varepsilon_z(t))$는 $(\theta(t), \phi(t))$와 함께 카메라 좌표계의 자세를 유일하게 결정하게 된다. 따라서, 상태 변수 $\mathbf{x}$는 현재 카메라의 포즈를 유일하게 결정짓게 되는 변수임을 알 수 있다. 한편, 비주얼 서보잉 과정에서 카메라의 목표 포즈를 나타내는 목표 상태 변수는 $\mathbf{x}^* = \left[\rho^* \;\; \theta^* \;\; \phi^* \;\; \varepsilon_x^* \;\; \varepsilon_y^* \;\; \varepsilon_z^*\right]^T$으로 표기하도록 하며, 이 이후로 목표 카메라 좌표계 $\mathcal{C}^*$와 관련되어 있는 변수는 위 첨자 $*$을 이용하여 나타내도록 한다.

한편, 앞서 기술한 상태 변수 $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}^*$를 이용하여 비주얼 서보잉 제어기를 설계하기 위해서는 $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}^*$의 획득 과정이 필요하며, 이는 표적 영상으로부터 획득한 표적 특징점 정보와 (4.2)의 에피폴라 제약조건을 이용함으로써 해결할 수 있다. 이를 위하여 먼저 다음의 가정을 하도록 한다.

**가정 7.** 비주얼 서보잉 과정에서 표적의 자기폐색(Self-Occlution)은 발생하지 않는다.

위 가정은 비주얼 서보잉 과정에서 특징점이 카메라의 시야(Field-of-View, FOV) 밖으로 나가는 경우 이외에는 한 번 선정한 특징점은 항상 카메라의 시야 내에 존재함을 의미하며, 이는 이후 소개할 에센셜 행렬의 획득 과정에 필수적인 가정이다. 이제, $N_f \geq 8$인 특징점 $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \ldots, N_f$와 그에 따른 좌표계 $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}^*$에서의 특징점의 이미지 좌표 ${}^{C}\mathbf{m}_i$, ${}^{C^*}\mathbf{m}_i, i = 1, 2, \ldots, N_f$에 대하여 가정 7와 다음의 에피폴라 제

약조건을 이용함으로써 좌표계 $\mathcal{C}$와 $\mathcal{C}^*$ 사이의 에센셜 행렬 $\mathbf{E}^*$를 얻을 수 있다 [36].

$$ {}^{C^*}\mathbf{m}_i^T \mathbf{E}^* {}^{C}\mathbf{m}_i = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, N_f \tag{5.6} $$

그리고, 4.1절에서 언급한 바와 같이 위 에센셜 행렬은 다음과 같은 형태로 분해할 수 있다.

$$ \mathbf{E}^* \quad = \quad [\bar{\boldsymbol{\tau}}^*]_\times \mathbf{R}_M^* \tag{5.7} $$

여기서,

$$ \mathbf{R}_M^* \quad \triangleq \quad {}^{C^*}R_{T^*}{}^{T}R_C \tag{5.8} $$

$$ \boldsymbol{\tau}^* \quad \triangleq \quad {}^{C^*}O_{T^*} - {}^{C^*}R_{T^*}{}^{T}R_C{}^{C}O_T \tag{5.9} $$

$$ \bar{\boldsymbol{\tau}}^* \quad \triangleq \quad \frac{\boldsymbol{\tau}^*}{\|\boldsymbol{\tau}^*\|} \tag{5.10} $$

또한, (5.8),(5.10)에서 볼 수 있듯이 에센셜 행렬의 분해 결과로 얻은 $\mathbf{R}_M^*$, $\bar{\boldsymbol{\tau}}^*$는 카메라와 표적의 운동 정보가 혼합되어 있는 변수들로서, 상태 변수 $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}^*$의 계산 과정에서 유용하게 사용된다.

이제, 상태 변수 $\mathbf{x}$에 대해, 먼저 $\rho$의 계산을 위하여, 표적의 특징점 $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \ldots, N_f$ 중, 표적의 원점 $\mathbf{p}_n$에서 가장 거리가 먼 것을 $\mathbf{p}_1$이라하면, 반지름 $r_0$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$ r_0 = \|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_1\| \tag{5.11} $$

$r_0$는 표적 병진 운동 정보 추정과 비주얼 서보잉 제어기 설계 과정에서 중요한 역할을 하게 되며, 이를 위하여 먼저 다음과 같은 가정을 하도록 한다.

**가정 8.** $\mathbf{p}_1$을 사전에 알고 있다.

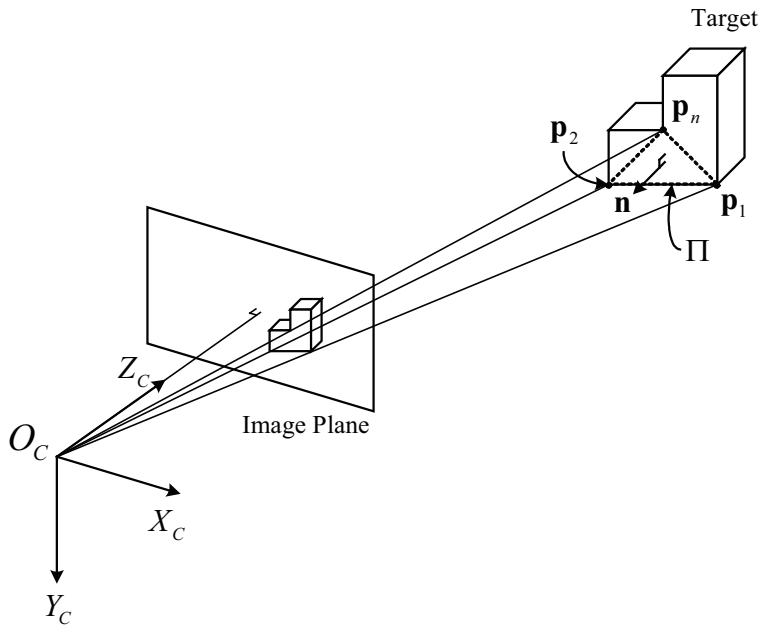



그림 5.2: 평면 Π 구성

한편, 특징점 $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \ldots, N_f$ 중 $\mathbf{p}_n$, $\mathbf{p}_1$과 일직선 상에 있지 않은 특징점 하나를 택하여 $\mathbf{p}_2$라 표기할 때, $\mathbf{p}_n$, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$은 그림 5.2에서와 같이 하나의 평면 Π를 이루게 된다. 이 때, 이 평면의 법선 벡터(Normal Vector)를 $\mathbf{n}$이라 하면, 현재 카메라 좌표계 $\mathcal{C}$를 기준으로 나타낸 법선 벡터 ${}^{C}\mathbf{n}$은 다음과 같이 계산할 수 있음을 보

이도록 한다.

$$
\begin{aligned}
{}^{C}\mathbf{n} &= \frac{\mathbf{k}}{\|\mathbf{k}\|} && (5.12)\\
\mathbf{k} &= \mathbf{A}_k^{\dagger}\mathbf{b}_k && (5.13)\\
\mathbf{A}_k &\triangleq \begin{bmatrix} \left[{}^{C^*}\mathbf{m}_n\right]_\times \bar{\boldsymbol{\tau}}\,{}^{C}\mathbf{m}_n^T \\ \left[{}^{C^*}\mathbf{m}_1\right]_\times \bar{\boldsymbol{\tau}}\,{}^{C}\mathbf{m}_1^T \\ \left[{}^{C^*}\mathbf{m}_2\right]_\times \bar{\boldsymbol{\tau}}\,{}^{C}\mathbf{m}_2^T \end{bmatrix} && (5.14)\\
\mathbf{b}_k &\triangleq \begin{bmatrix} -\left[{}^{C^*}\mathbf{m}_n\right]_\times \mathbf{R}_M\,{}^{C}\mathbf{m}_n \\ -\left[{}^{C^*}\mathbf{m}_1\right]_\times \mathbf{R}_M\,{}^{C}\mathbf{m}_1 \\ -\left[{}^{C^*}\mathbf{m}_2\right]_\times \mathbf{R}_M\,{}^{C}\mathbf{m}_2 \end{bmatrix} && (5.15)
\end{aligned}
$$

먼저, 한 평면 위에 속한 특징점들 $\mathbf{p}_j, j = n, 1, 2$에 대해, 두 개의 카메라 좌표계 $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}^*$에서 얻은 특징점들의 이미지 좌표 ${}^{C}\mathbf{m}_j$, ${}^{C^*}\mathbf{m}_j, j = n, 1, 2$들간의 관계는 다음과 같이 호모그래피 행렬(Homography Matrix) $\mathbf{H}^*$를 이용하여 나타낼 수 있다 [52].

$$
{}^{C^*}\mathbf{m}_j = \alpha_j \mathbf{H}^{*}{}^{C}\mathbf{m}_j, \quad j = n, 1, 2 \tag{5.16}
$$

여기서 $\alpha_i \in \mathbb{R}$는 특징점의 깊이와 관계된 상수이다. 또한, (5.16)의 호모그래피 행렬 $\mathbf{H}^*$는 이동 표적을 고려할 경우 아래와 같은 형태로 나타낼 수 있음이 알려져 있다 [60].

$$
\mathbf{H}^* = \mathbf{R}_M^* + \frac{\boldsymbol{\tau}^*}{d}{}^{C}\mathbf{n}^T \tag{5.17}
$$

여기서 $d$는 카메라 좌표계 $\mathcal{C}$의 원점에서 ${}^{C}\mathbf{p}_j, j = n, 1, 2$가 이루는 평면 $\Pi$까지의 거리이며, 따라서, 다음이 성립한다.

$$
{}^{C}\mathbf{n}^{T}{}^{C}\mathbf{p}_j = d, \quad j = n, 1, 2, \tag{5.18}
$$

이제, (5.16)으로부터 호모그래피 행렬 $\mathbf{H}^*$는 에센셜 행렬 $\mathbf{E}^*$의 경우와 같이 $\mathbf{R}_M^*$, $\boldsymbol{\tau}^*$의 정보를 포함하고 있음을 알 수 있으며, 아래와 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{H}^* = \mathbf{R}_M^* + \bar{\boldsymbol{\tau}}^* \mathbf{k}^T \tag{5.19}$$

여기서 $\mathbf{k} \triangleq \frac{\|\boldsymbol{\tau}^*\|}{d} {}^C\mathbf{n}$이다. 또한, (5.16)로부터 다음의 관계를 알 수 있으며,

$$\left[{}^{C^*}\mathbf{m}_j\right]_\times \left(\mathbf{H}^* {}^C\mathbf{m}_j\right) = 0, \quad j = n, 1, 2 \tag{5.20}$$

(5.19)를 (5.20)에 대입하여 정리하면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$\left[{}^{C^*}\mathbf{m}_j\right]_\times \bar{\boldsymbol{\tau}}^* {}^C\mathbf{m}_j^T \ \mathbf{k} = -\left[{}^{C^*}\mathbf{m}_j\right]_\times \mathbf{R}_M^* {}^C\mathbf{m}_j^T, \quad j = n, 1, 2 \tag{5.21}$$

따라서, $j = n, 1, 2$에 대해 위 식을 행렬 형태로 쌓아 정리하면 (5.12) $\sim$ (5.15)의 식을 얻게 되며, 특징점의 이미지 좌표와 카메라 좌표계의 자세 변화 정보로부터 ${}^C\mathbf{n}$를 계산할 수 있음을 알 수 있다.

이제 (5.4), (5.11), (5.12)을 이용하면 상대 거리 $\rho$는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\left\|{}^C\mathbf{p}_n\right\|}{\left\|{}^C\mathbf{p}_n - {}^C\mathbf{p}_1\right\|} \\ &= \frac{\frac{\left\|{}^C\mathbf{p}_n\right\|}{d}}{\left\|\frac{{}^C\mathbf{p}_n}{d} - \frac{{}^C\mathbf{p}_1}{d}\right\|} \\ &= \frac{\frac{\left\|{}^C\mathbf{m}_n\right\|}{{}^C\mathbf{n}^T {}^C\mathbf{m}_n}}{\left\|\frac{{}^C\mathbf{m}_1}{{}^C\mathbf{n}^T {}^C\mathbf{m}_1} - \frac{{}^C\mathbf{m}_n}{{}^C\mathbf{n}^T {}^C\mathbf{m}_n}\right\|} \end{aligned} \tag{5.22}$$

따라서 위 식으로부터 $\rho$는 절대 거리에 해당하는 $r$과 비교하였을 때, 오로지 영상 정보만을 가지고 추정이 가능하다는 장점을 가짐을 알 수 있다.

한편, $\theta, \phi$의 경우, 먼저, 시선 좌표계의 설정 과정이 선결되어야 한다. 이를 위

하여 $\boldsymbol{\tau}^C$를 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\boldsymbol{\tau}^C \triangleq -\mathbf{R}_M^* \boldsymbol{\tau}^* \tag{5.23}$$

이제, (5.23)에 (5.8), (5.9)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}^C &= {}^C O_T - {}^C R_T {}^{T^*} R_{C^*} {}^{C^*} O_{T^*} \\ &= {}^C O_{C^*} - \left({}^C O_{T^*} - {}^C O_T\right) \end{aligned} \tag{5.24}$$

여기서 두 번째 등호는 가정 3을 이용하였다. 이 $\boldsymbol{\tau}^C$는 표적 좌표계에서 관찰한 카메라의 변위 벡터를 카메라 좌표계 기준으로 나타낸 것에 해당하므로, 시선 좌표계 $X_L$-축을 $\boldsymbol{\tau}^C$ 방향으로 설정하고 그에 따라 표적 좌표계를 앞서 서술한 바와 같이 설정하면, $\theta, \phi$를 다음과 같이 설정하는 효과를 가지게 된다.

$$\theta(t_0) = \theta^* = \frac{\pi}{2} \tag{5.25}$$

$$\phi(t_0) = 0 \tag{5.26}$$

이제, $\theta, \phi$의 계산을 위하여, 먼저, (5.1)을 참고하면 $\theta, \phi$는 ${}^T O_C$와 관계되어 있으며, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\left({}^T O_C\right)_3}{\|{}^T O_C\|}\right) \tag{5.27}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\left({}^T O_C\right)_2}{\left({}^T O_C\right)_1}\right) \tag{5.28}$$

또한, ${}^T O_C$는 좌표계 변환에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^T O_C = -{}^T R_C {}^C \mathbf{p}_n \tag{5.29}$$

여기서, (4.1)과 가정 2, 가정 3을 이용하면, (5.29)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$ {}^{T}O_C = -{}^{C}Z_n {}^{T_I}R_{C_I} {}^{C_I}R_C {}^{C}\mathbf{m}_n \tag{5.30} $$

(5.30)를 (5.27), (5.28)에 대입하면,

$$ \theta = \cos^{-1}\left(\frac{\left({}^{T_I}R_{C_I} {}^{C_I}R_C {}^{C}\mathbf{m}_n\right)_3}{\|{}^{C}\mathbf{m}_n\|}\right) \tag{5.31} $$

$$ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\left({}^{T_I}R_{C_I} {}^{C_I}R_C {}^{C}\mathbf{m}_n\right)_2}{\left({}^{T_I}R_{C_I} {}^{C_I}R_C {}^{C}\mathbf{m}_n\right)_1}\right) \tag{5.32} $$

다음으로, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$의 계산을 위하여 ${}^{L}\mathbf{p}_n$을 이용하도록 한다. 표적 좌표계의 원점은 $\mathbf{p}_n$에 위치하고 있으므로, 시선 좌표계의 정의에 따라 시선 좌표계에서 나타낸 표적 원점의 좌표 ${}^{L}\mathbf{p}_n$은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$ {}^{L}\mathbf{p}_n = [0 \;\; 0 \;\; r]^T \tag{5.33} $$

그리고, 시선 좌표계와 카메라 좌표계는 서로 원점을 공유하고 있으므로 다음이 성립한다.

$$ {}^{C}\mathbf{p}_n = {}^{C}R_L {}^{L}\mathbf{p}_n \tag{5.34} $$

따라서, (5.3), (5.33), (5.34)을 이용하면, 표적 좌표계 원점의 이미지 좌표 ${}^{C}\mathbf{m}_n$은 다음과 같이 쓸 수 있으며,

$$ \begin{aligned} {}^{C}\mathbf{m}_n &= \frac{{}^{C}\mathbf{p}_n}{({}^{C}\mathbf{p}_n)_3} \\ &= [\tan\varepsilon_y \sec\varepsilon_x \quad \tan\varepsilon_x \quad 1]^T \end{aligned} \tag{5.35} $$

위 식으로부터 $\varepsilon_x$, $\varepsilon_y$를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\varepsilon_x = -\tan^{-1}\left(({}^C\mathbf{m}_n)_2\right) \tag{5.36}$$

$$\varepsilon_y = \tan^{-1}\left(\frac{({}^C\mathbf{m}_n)_1}{\sqrt{1+({}^C\mathbf{m}_n)_1^2}}\right) \tag{5.37}$$

마지막으로, $\varepsilon_z$의 경우 $R_z(\varepsilon_z)$ 행렬의 정의로부터 아래의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\varepsilon_z = \arctan 2\left(R_z(\varepsilon_z)_{21}, R_z(\varepsilon_z)_{22}\right) + 2l\pi \tag{5.38}$$

여기서 $l$은 $t \geq t_0$에 대해 $|\varepsilon_z(t) - \varepsilon_z^*| \leq \pi$를 보장하기 위해 적절히 선택된 정수이다. 한편, (5.38)의 $R_z(\varepsilon_z)$는 다음과 같은 식을 이용하여 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} R_z(\varepsilon_z) &= R_y^{-1}(\varepsilon_y)R_x^{-1}(\varepsilon_x){}^C R_L \\ &= R_y^{-1}(\varepsilon_y)R_x^{-1}(\varepsilon_x){}^C R_{C_I}{}^{C_I} R_{T_I}{}^T R_L \end{aligned} \tag{5.39}$$

또한, 유사한 과정을 거쳐, 목표 상태 변수 $\mathbf{x}^* = [\ \rho^* \quad \theta^* \quad \phi^* \quad \varepsilon_x^* \quad \varepsilon_y^* \quad \varepsilon_z^*\ ]^T$ 역시 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\rho^* = \frac{\frac{\left\|{}^{C^*}\mathbf{m}_n\right\|}{{}^{C^*}\mathbf{n}^T{}^{C^*}\mathbf{m}_n}}{\left\|\frac{{}^{C^*}\mathbf{m}_1}{{}^{C^*}\mathbf{n}^T{}^{C^*}\mathbf{m}_1} - \frac{{}^{C^*}\mathbf{m}_n}{{}^{C^*}\mathbf{n}^T{}^{C^*}\mathbf{m}_n}\right\|} \tag{5.40}$$

$$\theta^* = \cos^{-1}\left(\frac{\left({}^T R_C \mathbf{R}_M^{*T}{}^{C^*}\mathbf{m}_n\right)_3}{\|{}^{C^*}\mathbf{m}_n\|}\right) \tag{5.41}$$

$$\phi^* = \tan^{-1}\left(\frac{\left({}^T R_C \mathbf{R}_M^{*T}\ {}^{C^*}\mathbf{m}_n\right)_2}{\left({}^T R_C \mathbf{R}_M^{*T}\ {}^{C^*}\mathbf{m}_n\right)_1}\right) \tag{5.42}$$

$$\varepsilon_x^* = -\tan^{-1}\left(\left({}^{C^*}\mathbf{m}_n\right)_2\right) \tag{5.43}$$

$$\varepsilon_y^* = \tan^{-1}\left(\frac{({}^{C^*}\mathbf{m}_n)_1}{\sqrt{1+({}^{C^*}\mathbf{m}_n)_1^2}}\right) \tag{5.44}$$

$$\varepsilon_z^* = \arctan 2\left(R_z(\varepsilon_z^*)_{21}, R_z(\varepsilon_z^*)_{22}\right) + 2l^*\pi \tag{5.45}$$

여기서

$$R_z(\varepsilon_z^*) = R_y^{-1}(\varepsilon_y^*)R_x^{-1}(\varepsilon_x^*)\mathbf{R}_M^{*TC}{R_T}^{T^*}R_{L^*} \tag{5.46}$$

이다. 따라서, 위 결과들을 종합하면, (5.22), (5.31), (5.32), (5.36), (5.37), (5.38)과 (5.40)∼(5.46)으로부터 비평면 표적에 대해 표적의 운동과 관계 없이 $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}^*$를 표적의 영상 정보만을 이용하여 획득 가능함을 확인할 수 있다.

## 5.2 이동 표적을 고려한 동역학 유도

본 절에서는 앞서 5.1절에서 설정하였던 상태 변수들의 동역학 식을 유도하도록 한다. 먼저, 표적의 이동을 고려하여 카메라의 병진 운동과 관련된 상태 변수들의 동역학 식을 유도하도록 한다. (5.1)에 주어진 식에 대한 미분을 취하면, 아래와 같은 간단한 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt}{}^{T}O_C = r_0\mathbf{J}_p(\rho,\theta,\phi)\begin{bmatrix}\dot{\rho} & \dot{\theta} & \dot{\phi}\end{bmatrix}^T \tag{5.47}$$

여기서 자코비언 행렬 $\mathbf{J}_p$는 다음과 같이 주어지게 된다.

$$\mathbf{J}_p(\rho,\theta,\phi) \triangleq \begin{bmatrix}\sin\theta\cos\phi & \rho\cos\theta\cos\phi & -\rho\sin\theta\sin\phi \\ \sin\theta\sin\phi & \rho\cos\theta\sin\phi & \rho\sin\theta\cos\phi \\ \cos\theta & -\rho\sin\theta & 0\end{bmatrix} \tag{5.48}$$

한편, ${}^{T}O_C$는 표적과 카메라 간의 상대 위치 벡터이므로, 로봇 기반 좌표계를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$${}^{T}O_C = {}^{T}R_B\left({}^{B}O_C - {}^{B}O_T\right) \tag{5.49}$$

이제 위 식의 양변을 미분하면

$$\begin{aligned}
{}^{T}\dot{O}_C &= {}^{T}\dot{R}_B\left({}^{B}O_C - {}^{B}O_T\right) + {}^{T}R_B\left({}^{B}\dot{O}_C - {}^{B}\dot{O}_T\right) \\
&= \left[{}^{T}\boldsymbol{\omega}_B\right]_\times {}^{T}R_B\left({}^{B}O_C - {}^{B}O_T\right) + {}^{T}R_B\left({}^{B}\dot{O}_C - {}^{B}\dot{O}_T\right) \\
&= \left[{}^{T}\boldsymbol{\omega}_B\right]_\times {}^{T}O_C + {}^{T}R_B{}^{B}\dot{O}_C - {}^{T}R_B{}^{B}\dot{O}_T \\
&= \left[{}^{T}\boldsymbol{\omega}_B\right]_\times {}^{T}O_C + {}^{T}R_B{}^{B}R_C{}^{C}\mathbf{v}_C - {}^{T}R_B{}^{B}R_C{}^{C}\mathbf{v}_T
\end{aligned} \tag{5.50}$$

여기서 $\left[{}^T\boldsymbol{\omega}_B\right]_\times$는 ${}^T\boldsymbol{\omega}_B$의 왜대칭행렬 표현이다. 또한, 로봇 기반 좌표계는 정지된 좌표계이므로, ${}^B\boldsymbol{\omega}_B = 0$임을 고려하면 다음의 관계를 알 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^T\boldsymbol{\omega}_B &= {}^TR_B\left({}^B\boldsymbol{\omega}_B - {}^B\boldsymbol{\omega}_T\right) \\ &= -{}^TR_B{}^B\boldsymbol{\omega}_T \\ &= -{}^T\boldsymbol{\omega}_T \end{aligned} \tag{5.51}$$

위 식을 이용하면, 식 (5.50)를 다음과 같이 정리가 가능하다.

$${}^T\dot{O}_C = {}^TR_C{}^C\mathbf{v}_C - \left({}^T\mathbf{v}_T + \left[{}^T\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^TO_C\right) \tag{5.52}$$

여기서, 임의의 벡터 $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$와 유니터리 행렬(Unitary Matrix) $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{3\times3}$에 대하여 다음과 같은 관계가 성립함이 알려져 있으며,

$$[\mathbf{U}\mathbf{a}]_\times = \mathbf{U}\,[\mathbf{a}]_\times\,\mathbf{U}^T \tag{5.53}$$

이를 이용하면 (5.52) 우변의 두번째 항은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$${}^T\mathbf{v}_T + \left[{}^T\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^TO_C = {}^TR_C\left({}^C\mathbf{v}_T - \left[{}^C\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^CO_T\right) \tag{5.54}$$

따라서, 식 (5.52), (5.54)로부터 병진 운동 상태 변수의 동역학 식을 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} & \dot{\theta} & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T = \frac{1}{r_0}\mathbf{J}_p^{-1}(\rho,\theta,\phi)^TR_C{}^C\mathbf{v}_C - \frac{1}{r_0}\mathbf{J}_p^{-1}(\rho,\theta,\phi)^TR_C\left({}^C\mathbf{v}_T - \left[{}^C\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^CO_T\right) \tag{5.55}$$

여기서 자코비언 행렬 $\mathbf{J}_p$의 역행렬 $\mathbf{J}_p^{-1}$이 존재하기 위해서는 $\mathbf{J}_p$가 정칙행렬이어야 한다는 조건이 필요하며, 이를 위해서는 $\theta \neq 0$, $\theta \neq \pi$이어야 한다. 이러한 상황은

이후에 서술할 제어기 설계 과정을 통해 방지할 수 있으므로 $\mathbf{J}_p$는 비주얼 서보잉 과정에서 항상 정칙행렬이라고 볼 수 있으며, 이 때, $\mathbf{J}_p^{-1}$은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{J}_p^{-1}(\rho,\theta,\phi) \triangleq \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & 0 \\ \frac{\cos\theta\cos\phi}{\rho} & \frac{\cos\theta\sin\phi}{\rho} & -\frac{\sin\theta}{\rho} \\ -\frac{\sin\phi}{\rho\sin\theta} & \frac{\cos\phi}{\rho\sin\theta} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.56}$$

다음으로, 카메라의 회전과 관련된 상태 변수들의 동역학 식을 유도하기 위하여, 먼저, $\boldsymbol{\omega}_L$을 조준선 좌표계 $\mathcal{L}$의 회전 속도 벡터라 할 때, 카메라 좌표계과 조준선 좌표계 간의 상대적인 회전 속도 벡터는 오일러 각을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^C\boldsymbol{\omega}_L - {}^C\boldsymbol{\omega}_C &= \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_x(\varepsilon_x)\left\{\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varepsilon}_y \\ 0 \end{bmatrix} + R_y(\varepsilon_y)\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix}\right\} \\ &= \mathbf{J}_r(\varepsilon_x,\varepsilon_y)\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5.57}$$

$$\mathbf{J}_r(\varepsilon_x,\varepsilon_y) \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin\varepsilon_y \\ 0 & \cos\varepsilon_x & -\sin\varepsilon_x\cos\varepsilon_y \\ 0 & \sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x\cos\varepsilon_y \end{bmatrix} \tag{5.58}$$

여기서 자코비언 $\mathbf{J}_r$이 정칙 행렬이 되기 위한 조건은 $\varepsilon_y \neq \pm\pi/2$이다. 이는 실질적으로 표적이 이미지 평면을 통과하는 상황에 해당하며 자코비언 $\mathbf{J}_p$의 경우와 마찬가지로 제어기 설계 과정에서 이를 미연에 방지할 수 있다. 따라서 비주얼 서보잉

과정에서 항상 정칙 행렬이라 할 수 있다.

한편, 표적 좌표계에서 바라 본 조준선 좌표계의 상대 회전 속도 벡터 ${}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L$과 표적 좌표계에 대한 조준선 좌표계의 회전 변환 행렬 ${}^{T}R_L$은 다음과 같은 관계를 가진다 [64].

$$\left[{}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L\right]_\times = {}^{T}\dot{R}_L {}^{T}R_L^{-1}, \tag{5.59}$$

식 (5.2)을 식 (5.59)에 대입하여 양변을 비교하면 ${}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L$는 다음과 같이 쓸 수 있으며,

$${}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}\sin\phi & \dot{\theta}\cos\phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T, \tag{5.60}$$

또한, 식 (5.55)로부터, $\dot{\theta}$와 $\dot{\phi}$를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\theta} = \frac{1}{r_0}\mathbf{J}_2 {}^{T}R_C \left({}^{C}\mathbf{v}_C - \left({}^{C}\mathbf{v}_T - \left[{}^{C}\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^{C}O_T\right)\right) \tag{5.61}$$

$$\dot{\phi} = \frac{1}{r_0}\mathbf{J}_3 {}^{T}R_C \left({}^{C}\mathbf{v}_C - \left({}^{C}\mathbf{v}_T - \left[{}^{C}\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^{C}O_T\right)\right) \tag{5.62}$$

여기서, $\mathbf{J}_2, \mathbf{J}_3$은 각각 $\mathbf{J}_p^{-1}$의 두번째, 세번째 열(Column)을 나타낸다. 따라서, (5.61), (5.62)을 (5.60)에 대입하여 정리하면 ${}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L$은 다음과 같은 형태를 가짐을 알 수 있다.

$${}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L = \frac{1}{\rho r_0}\mathbf{A}(\theta,\phi) {}^{T}R_C \left({}^{C}\mathbf{v}_C - \left({}^{C}\mathbf{v}_T - \left[{}^{C}\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^{C}O_T\right)\right) \tag{5.63}$$

여기서,

$$\mathbf{A}(\theta,\phi) \triangleq \begin{bmatrix} -\cos\theta\sin\phi\cos\phi & -\cos\theta\sin^2\phi & \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta\cos^2\phi & \cos\theta\sin\phi\cos\phi & -\sin\theta\cos\phi \\ -\frac{\sin\phi}{\sin\theta} & \frac{\cos\phi}{\sin\theta} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.64}$$

또한, ${}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L$는 표적 좌표계와 조준선 좌표계간의 상대 회전 속도 벡터이므로 로봇 기

반 좌표계을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$
\begin{aligned}
{}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L &= {}^{T}R_B\left({}^{B}\boldsymbol{\omega}_L - {}^{B}\boldsymbol{\omega}_T\right) \\
&= {}^{T}\boldsymbol{\omega}_L - {}^{T}\boldsymbol{\omega}_T
\end{aligned} \tag{5.65}
$$

따라서,

$$
\begin{aligned}
{}^{C}\boldsymbol{\omega}_L &= {}^{C}R_T{}^{T}\boldsymbol{\omega}_L = {}^{C}R_T\left({}^{T}\bar{\boldsymbol{\omega}}_L + {}^{T}\boldsymbol{\omega}_T\right) \\
&= \frac{1}{\rho r_0}{}^{C}R_T\mathbf{A}(\theta,\phi)^T R_C{}^{C}\mathbf{v}_C - \frac{1}{\rho r_0}{}^{C}R_T\mathbf{A}(\theta,\phi)^T R_C\left({}^{C}\mathbf{v}_T - \left[{}^{C}\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times{}^{C}O_T\right) + {}^{C}\boldsymbol{\omega}_T \\
&= \frac{1}{\rho r_0}{}^{C}R_L\mathbf{D}^L R_C{}^{C}\mathbf{v}_C - \frac{1}{\rho r_0}{}^{C}R_L\mathbf{D}^L R_C\left({}^{C}\mathbf{v}_T - \left[{}^{C}\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times{}^{C}O_T\right) + {}^{C}\boldsymbol{\omega}_T
\end{aligned} \tag{5.66}
$$

여기서

$$
\begin{aligned}
\mathbf{D} &\triangleq {}^{L}R_T\mathbf{A}(\theta,\phi)^T R_L \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -\cot\theta & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.67}
$$

(5.57)과 (5.66)의 결과를 종합하면 회전 운동에 대한 동역학 식은 아래와 같음을 알 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \dot{\varepsilon}_y & \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix}^T &= \frac{1}{\rho r_0}\mathbf{J}_r^{-1C}R_L\mathbf{D}^L R_C{}^{C}\mathbf{v}_C - \mathbf{J}_r^{-1C}\boldsymbol{\omega}_C \\
&\quad -\frac{1}{\rho r_0}\mathbf{J}_r^{-1C}R_L\mathbf{D}^L R_C\left({}^{C}\mathbf{v}_T - \left[{}^{C}\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times{}^{C}O_T\right) + \mathbf{J}_r^{-1C}\boldsymbol{\omega}_T
\end{aligned} \tag{5.68}
$$

따라서, 지금까지의 결과를 종합하면, 카메라의 운동에 관련된 동역학 방정식은 아래와 같은 형태로 정리할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}\ \mathrm{diag}({}^{C}R_B, {}^{C}R_B) \begin{bmatrix} {}^{B}\mathbf{v}_C \\ {}^{B}\boldsymbol{\omega}_C \end{bmatrix} - \mathbf{L} \begin{bmatrix} {}^{C}\mathbf{v}_T - \left[{}^{C}\boldsymbol{\omega}_T\right]_\times {}^{C}O_T \\ {}^{C}\boldsymbol{\omega}_T \end{bmatrix} \tag{5.69}$$

여기서,

$$\mathbf{L} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{L}_v & 0 \\ \mathbf{L}_{v\omega} & \mathbf{L}_\omega \end{bmatrix} \tag{5.70}$$

$$\mathbf{L}_v \triangleq \frac{1}{r_0}\mathbf{J}_p^{-1}(\rho,\theta,\phi)\mathbf{G}_T(\theta,\phi)\mathbf{G}_C^T(\boldsymbol{\varepsilon}) \tag{5.71}$$

$$\mathbf{L}_{v\omega} \triangleq \frac{1}{\rho r_0}\mathbf{J}_r^{-1}(\varepsilon_x,\varepsilon_y)\mathbf{G}_C(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{D}\mathbf{G}_C^T(\boldsymbol{\varepsilon}) \tag{5.72}$$

$$\mathbf{L}_\omega \triangleq -\mathbf{J}_r^{-1}(\varepsilon_x,\varepsilon_y) \tag{5.73}$$

이며, $\mathrm{diag}({}^{C}R_B, {}^{C}R_B)$는 ${}^{C}R_B, {}^{C}R_B$를 대각 성분으로 가지는 대각 행렬을 의미한다. 한편, 가정 3에 의해 ${}^{C}\boldsymbol{\omega}_T = 0$이므로 이에 따라 (5.69)를 다시 정리하면

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}\ \mathrm{diag}({}^{C}R_B, {}^{C}R_B) \begin{bmatrix} {}^{B}\mathbf{v}_C \\ {}^{B}\boldsymbol{\omega}_C \end{bmatrix} - \mathbf{L} \begin{bmatrix} {}^{C}\mathbf{v}_T \\ \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \tag{5.74}$$

따라서 위 동역학 방정식을 바탕으로 가시 조건을 만족할 수 있는 비주얼 서보잉 제어기를 설계하도록 한다.

## 5.3 제어기 설계 및 안정성 분석

본 절에서는 앞서 기술한 로봇의 동역학 방정식과 표적의 운동 정보 추정 결과를 바탕으로 가시 조건을 만족함과 동시에 전역적 안정성을 보장할 수 있는 제어기의 설계에 대한 내용을 기술하도록 한다.

먼저, 3차원 공간 상의 $N_f$개의 표적 특징점들 ${}^C\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} {}^CX_i & {}^CY_i & {}^CZ_i \end{bmatrix}^T, i = 1, \ldots, N_f$ 및 그에 대응되는 특징점 이미지 좌표 ${}^C\mathbf{m}_i = \begin{bmatrix} {}^Cx_i & {}^Cy_i & 1 \end{bmatrix}^T, i = 1, \ldots, N_f$와 픽셀 좌표 ${}^C\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} {}^Cu_i & {}^Cv_i & 1 \end{bmatrix}^T, i = 1, \ldots, N_f$에 대하여, 일반적으로 카메라로부터 얻은 영상은 픽셀 단위로 표현되므로 카메라의 시야(Field-of-View, FOV)는 다음과 같이 픽셀 좌표를 이용하여 기술할 수 있다.

$$\mathbf{\Omega}_{uv} \triangleq \left\{ \mathbf{q} \triangleq [u \;\; v \;\; 1]^T \in \mathbb{R}^3 | 0 \leq u \leq L_{uM}, 0 \leq v \leq L_{vM} \right\} \tag{5.75}$$

여기서 $L_{uM}$, $L_{vM}$은 양의 상수로 카메라의 촬상 소자 어레이의 픽셀 갯수 및 크기와 관계된 상수들이다. 또한, $\mathbf{\Omega}_{uv}$과 카메라 내부 인자 행렬 $\mathbf{K}$를 이용하면 카메라의 이미지 평면에 해당하는 집합 $\mathbf{\Omega}_{xy}$를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\mathbf{\Omega}_{xy} \triangleq \left\{ \mathbf{m} \triangleq [x \;\; y \;\; 1]^T \in \mathbb{R}^3 | -L_{xm} \leq x \leq L_{xM}, -L_{ym} \leq y \leq L_{yM} \right\} \tag{5.76}$$

여기서

$$[-L_{xm} \;\; -L_{ym} \;\; 1]^T \triangleq \mathbf{K}^{-1} [0 \;\; 0 \;\; 1]^T \tag{5.77}$$

$$[L_{xM} \;\; L_{yM} \;\; 1]^T \triangleq \mathbf{K}^{-1} [L_{uM} \;\; L_{vM} \;\; 1]^T \tag{5.78}$$

이다.

위 집합들의 정의로부터 가시 조건을 만족하는 비주얼 서보잉 기법은 로봇의 운동 과정에서 다음의 조건을 만족하도록 로봇의 움직임을 제어하는 것으로 볼 수 있

으며,

$$^{C}\mathbf{m}_i \in \mathbf{\Omega}_{xy}, i = 1, ..., N_f, \quad \forall t \geq t_0 \tag{5.79}$$

(5.75), (5.76)의 $\mathbf{\Omega}_{uv}$, $\mathbf{\Omega}_{xy}$를 가시 집합 (Visible Set)이라 칭하도록 한다. 가시 집합은 일반적으로 (5.75), (5.76)와 같이 특징점의 좌표를 이용하여 기술되므로 영상 기반 비주얼 서보잉과 같이 특징점의 운동을 직접 제어하는 기법들이 가시 조건의 만족 측면에서는 더욱 강점을 가진다. 반면, 본 논문에서 제안하는 비주얼 서보잉 기법은 위치 기반 비주얼 서보잉을 기반으로 하고 있으므로 특징점의 운동에 대한 직접적인 제어는 전제하고 있지 않다. 그러나 로봇의 운동 과정에서 표적의 운동을 고려하여 표적까지의 거리와 카메라가 표적을 바라보는 방향에 대한 적절한 제어가 가능하다면 가시 조건을 충분히 만족할 수 있는 비주얼 서보잉 제어기를 설계할 수 있을 것이며, 이를 위하여 표적까지의 상대 거리 $\rho$와 카메라의 조준선 오차에 해당하는 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$를 활용하여 구성된 가시 집합을 이용함으로서 모든 특징점의 운동에 대한 제어가 없이도 가시 조건을 만족할 수 있는 위치 기반 비주얼 서보잉 제어기를 설계해 보도록 한다.

먼저, (5.4)의 $\rho$에 대하여 그림 5.3을 참조하면 아래와 같은 성질을 간단하게 보일 수 있다.

모든 특징점은 꼭지점이 $O_C$에 위치하고 개구각도(Opening Angle)가 $2\sin^{-1}(\frac{1}{\rho})$인 원뿔의 내부에 속한다. (5.80)

이와 같은 성질은 현재 조준선 오차 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$에 따라 표적과 카메라 사이의 거리를 어느 정도로 유지해야 가시 조건을 만족할 수 있는가에 대한 기준을 제시해줄 수 있다. [29]에서는 이를 이용하여 다음과 같은 가시 집합 $\mathbf{\Omega}$를 제시하고 있다.

$$\mathbf{\Omega} \triangleq \bigcap_{k=1}^{4} \mathbf{\Omega}_k(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y) \tag{5.81}$$

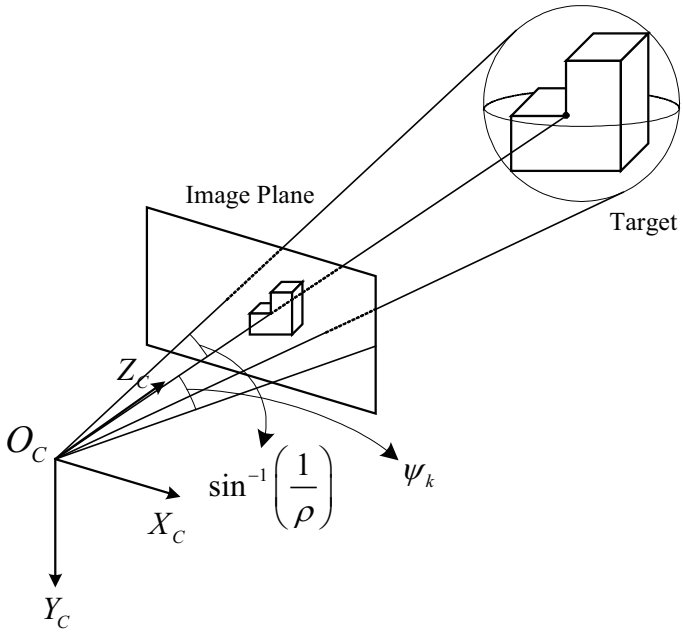



그림 5.3: 상대 거리 $\rho$에 대한 가시 조건

여기서

$$\mathbf{\Omega}_k \triangleq \left\{(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y) \in \mathbb{R}^3 | f_k(\varepsilon_x, \varepsilon_y) < \rho, (\varepsilon_x, \varepsilon_y) \in \mathbf{\Omega}_\varepsilon\right\}, k = 1, 2, 3, 4 \tag{5.82}$$

또한,

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega}_\varepsilon \triangleq \Big\{ (\varepsilon_x, \varepsilon_y) \in \mathbb{R}^2 \Big| \, & |\varepsilon_x| < \pi/2, |\varepsilon_y| < \pi/2, \\ & -\tan^{-1} L_{yM} \leq \varepsilon_x \leq \tan^{-1} L_{ym}, \\ & -\tan^{-1}(L_{xm} \cos \varepsilon_x) \leq \varepsilon_y \leq \tan^{-1}(L_{xM} \cos \varepsilon_x) \Big\} \end{aligned} \tag{5.83}$$

이며,

$$f_1(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \triangleq \sqrt{1 + L_{xm}^2}\, g(\varepsilon_y) h_1(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \tag{5.84}$$

$$f_2(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \triangleq \sqrt{1 + L_{xM}^2}\, g(\varepsilon_y) h_2(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \tag{5.85}$$

$$f_3(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \triangleq \sqrt{1 + L_{ym}^2}\, g(\varepsilon_y) h_3(\varepsilon_x) \tag{5.86}$$

$$f_4(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \triangleq \sqrt{1 + L_{yM}^2}\, g(\varepsilon_y) h_4(\varepsilon_x) \tag{5.87}$$

$$g(\varepsilon_y) \triangleq \frac{1}{\cos \varepsilon_y} \tag{5.88}$$

$$h_1(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \triangleq \frac{1}{L_{xm} \cos \varepsilon_x + \tan \varepsilon_y} \tag{5.89}$$

$$h_2(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \triangleq \frac{1}{L_{xM} \cos \varepsilon_x - \tan \varepsilon_y} \tag{5.90}$$

$$h_3(\varepsilon_x) \triangleq \frac{1}{L_{ym} \cos \varepsilon_x - \sin \varepsilon_x} \tag{5.91}$$

$$h_4(\varepsilon_x) \triangleq \frac{1}{L_{yM} \cos \varepsilon_x + \sin \varepsilon_x} \tag{5.92}$$

이다.

위 가시 집합은 그림 5.3를 참조하면 카메라의 중심 $O_C$를 꼭지점으로 하여 표적의 모든 특징점들을 포함하는 반지름 $r_0$인 구를 포함할 수 있는 원뿔이 카메라 화각의 가장자리에 해당하는 직선과 만나지 않을 조건, 즉 개구각도가 각각의 화각 가장자리와 이루는 각도 $\psi_k$보다 작을 조건을 상대 거리 $\rho$와 조준선 오차 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$로 바꾸어 나타낸 것이다. 이 가시 집합은 상태 변수로 설정한 6개의 변수 중에서 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 세 변수 만이 관여하게 되며, 나머지 3개의 변수는 가시 조건에 영향을 주지 않으므로 3차원 공간 상에서의 카메라의 운동 궤적 개선이나 장애물 회피 등 가시 조건의 만족과 함께 또 다른 목적을 달성하는 데에 유연하게 활용할 수 있을 것으로 보이나, 본 논문에서 다루는 범위에서는 벗어나므로 이에 대해서는 다루지

않도록 한다. 또한, 이후로는 이 가시 집합 $\mathbf{\Omega}$를 이미지 좌표 가시 집합 $\mathbf{\Omega}_{xy}$와 구분 짓기 위하여 3차원 가시 집합이라 칭하기로 하며, $\mathbf{\Omega}_{xy}$는 2차원 가시 집합이라 칭하도록 한다.

이 3차원 가시 집합은 카메라 내부 인자 및 상태 변수의 추정이 가능할 경우 2차원 가시 집합과 마찬가지로 표적의 운동과 카메라 외부 인자에 무관하게 기술할 수 있다는 특징이 있다. [29]에서는 다음의 두 정리를 통해 3차원 가시 집합이 위치 기반 비주얼 서보잉에 적합한 형태임을 시사하여주고 있다.

**정리 2** [29] $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$가 다음의 조건을 만족할 경우, (5.79)의 가시 조건이 만족된다 .

$$(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y) \in \mathbf{\Omega} \tag{5.93}$$

■

**정리 3** [29] (5.81)의 3차원 가시 집합 $\mathbf{\Omega}$는 볼록 집합 (Convex Set)이다. ■

위 정리 2는 비주얼 서보잉 과정에서 조준선 오차 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$와 상대 거리 $\rho$의 궤적이 가시 집합 $\mathbf{\Omega}$을 벗어나지 않을 경우, 항상 모든 특징점을 카메라의 화각 내부에 머무르게 하여 가시 조건을 만족할 수 있음을 시사하고 있다. 또한, 정리 3에서는 가시 집합 $\mathbf{\Omega}$이 볼록 집합이라는 성질을 가지게 되며, 이러한 특성은 3차원 가시 집합 내부에 속한 임의의 두 점을 잇는 직선은 항상 3차원 가시 집합 내부에 속함을 보장할 수 있다.

이러한 가시 집합 개념은 이전 연구 결과에서도 간혹 볼 수 있었다. [24]에서는 로봇의 6축 관절각을 이용한 가시 집합을 정의하고 일종의 전위 함수(Potential Function)을 이용하여 가시 집합 내부에서 로봇의 운동을 제어할 수 있는 비주얼 서보잉 기법을 제시하였다. 이 기법은 로봇의 동역학까지 같이 고려함으로써 보다 더 현실적인 상황에서도 가시 조건과 전역적인 안정성을 보장하고 있지만 가시 집합

의 구성 과정에서 표적의 3차원 위치 및 표적의 3차원 치수 정보 등을 모두 필요로 하기에 범용성이 부족하며, 표적이 이동하는 경우엔 적용이 불가능한 단점을 가지고 있다. 또한, [65]에서는 특정한 형태의 표적에 대하여 로봇의 포즈와 관련된 6자유도 상태 변수를 모두 활용하여 가시 조건을 만족할 수 있는 가시 집합을 정의하였다. 그러나 이 가시 집합을 일반적인 형태의 표적에 적용하기 위해서는 근사를 거쳐야 하며, 이 경우 가시 집합과 가시 조건의 연관성을 완벽하게 증명하고 있지는 못하다. 또한, 두 기법 모두 가시 집합의 기술 과정에서 로봇의 6자유도를 모두 사용하고 있지만 3차원 가시 집합 $\mathbf{\Omega}$와 같은 볼록 집합 특성을 가지고 있는지 여부는 알 수 없기 때문에 가시 집합 내부에서 카메라의 운동을 제어하기 위해서는 별도의 기법이 필요하다는 부담을 가지고 있다.

다음으로, 비주얼 서보잉 과정에서 가시 조건의 만족과 목표 포즈로의 수렴을 보장하기 위하여, 앞서 제시된 가시 집합을 활용한 다음과 같은 형태의 비선형 궤환 제어기(Nonlinear Feedback Controller)를 제안한다.

$$\begin{bmatrix} {}^{B}\mathbf{v}_{C}^{*} \\ {}^{B}\boldsymbol{\omega}_{C}^{*} \end{bmatrix} = \mathrm{diag}({}^{B}R_{C}, {}^{B}R_{C}) \left[ \hat{\mathbf{L}}^{-1} \left\{ \dot{\mathbf{x}}^{d} + K_{p}(\mathbf{x}^{d} - \mathbf{x}) \right\} + \hat{\bar{\mathbf{v}}}_{T} \right] \tag{5.94}$$

여기서 ${}^{B}\mathbf{v}_{C}^{*}$, ${}^{B}\boldsymbol{\omega}_{C}^{*}$는 각각 로봇 기저 좌표계를 기준으로 나타낸 카메라의 병진, 회전 속도 명령을 의미하며, $\hat{\mathbf{L}}^{-1}$은 자코비언 $\mathbf{L}$의 역행렬에 대한 추정치로, 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{\mathbf{L}}^{-1} \triangleq \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{L}}_{v}^{-1} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ -\mathbf{L}_{\omega}^{-1}\hat{\mathbf{L}}_{v\omega}\hat{\mathbf{L}}_{v}^{-1} & \mathbf{L}_{\omega}^{-1} \end{bmatrix}, \tag{5.95}$$

$$\hat{\mathbf{L}}_v^{-1} \triangleq \left(\frac{1}{\hat{r}_0}\mathbf{J}_p^{-1}(\rho,\theta,\phi)\mathbf{G}_T(\theta,\phi)\mathbf{G}_C^T(\boldsymbol{\varepsilon})\right)^{-1}, \tag{5.96}$$

$$\hat{\mathbf{L}}_{v\omega} \triangleq \frac{1}{\rho\hat{r}_0}\mathbf{J}_R^{-1}(\varepsilon_x,\varepsilon_y)\mathbf{G}_C(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{D}\mathbf{G}_C^T(\boldsymbol{\varepsilon}), \tag{5.97}$$

$$\mathbf{L}_\omega^{-1} \triangleq -\mathbf{J}_R(\varepsilon_x,\varepsilon_y). \tag{5.98}$$

이며, 여기서 $\hat{r}_0$은 $r_0$에 대한 추정치이다. 또한, $\hat{\bar{\mathbf{v}}}_T \triangleq [{}^C\hat{\mathbf{v}}_T^T \;\; \mathbf{0}_{1\times 3}]^T$이며, ${}^C\hat{\mathbf{v}}_T$는 표적 속도 추정치로서 이후에 정의하도록 한다. 마지막으로 $\mathbf{x}^d$는 목표 궤적을 의미한다.

여기서, ${}^B\mathbf{v}_C^*$, ${}^B\boldsymbol{\omega}_C^*$에 대해서는 기존의 연구들에서와 같이 다음을 가정하도록 한다.

**가정 9.** 로봇은 속도 명령을 정확하게 추종할 수 있다. 즉,

$${}^B\mathbf{v}_C = {}^B\mathbf{v}_C^*, \quad {}^B\boldsymbol{\omega}_C = {}^B\boldsymbol{\omega}_C^* \tag{5.99}$$

■

또한, $r_0$에 대해서는 다음을 가정하도록 한다.

**가정 10.** $r_0$에 대해 다음의 범위를 만족하는 양수 $r_0^m$, $r_0^M$이 존재하며

$$r_0^m \le r_0 \le r_0^M \tag{5.100}$$

$r_0^m$과 $r_0^M$을 사전에 알고 있다. ■

위 가정 10에 따라 $r_0$에 대한 추정치 $\hat{r}_0$는 다음의 범위 내에서 택하도록 하며,

$$r_0^m \le \hat{r}_0 \le r_0^M \tag{5.101}$$

그러면, 다음의 부등식은 자명하다.

$$\frac{r_0^m}{r_0^M} \leq \frac{\hat{r}_0}{r_0} \leq \frac{r_0^M}{r_0^m} \tag{5.102}$$

또한, ${}^{C_0}\hat{Z}_n$의 경우는 ${}^{C_0}Z_n$와 $r_0$의 관계를 이용하여 설계하도록 한다. 먼저 ${}^{C_0}Z_n$와 $r_0$의 관계는 (4.1), (5.11), (5.18)로부터 아래와 같으며

$${}^{C_0}Z_n = \frac{r_0}{\left\| {}^{C_0}\mathbf{m}_n - \frac{{}^{C_0}\mathbf{n}^T {}^{C_0}\mathbf{m}_n}{{}^{C_0}\mathbf{n}^T {}^{C_0}\mathbf{m}_1} {}^{C_0}\mathbf{m}_1 \right\|} \tag{5.103}$$

이를 이용하여 ${}^{C_0}\hat{Z}_n$를 다음과 같이 계산하도록 한다.

$${}^{C_0}\hat{Z}_n = \frac{\hat{r}_0}{\left\| {}^{C_0}\mathbf{m}_n - \frac{{}^{C_0}\mathbf{n}^T {}^{C_0}\mathbf{m}_n}{{}^{C_0}\mathbf{n}^T {}^{C_0}\mathbf{m}_1} {}^{C_0}\mathbf{m}_1 \right\|} \tag{5.104}$$

여기서, (5.100), (5.101), (5.103), (5.104)으로부터 다음의 관계를 알 수 있으며,

$$\frac{{}^{C_0}\hat{Z}_n}{{}^{C_0}Z_n} = \frac{\hat{r}_0}{r_0} \tag{5.105}$$

따라서, (5.102), (5.105)으로부터 $\frac{{}^{C_0}\hat{Z}_n}{{}^{C_0}Z_n}$에 대해서도 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있으며,

$$\frac{r_0^m}{r_0^M} \leq \frac{{}^{C_0}\hat{Z}_n}{{}^{C_0}Z_n} \leq \frac{r_0^M}{r_0^m} \tag{5.106}$$

가정 6와 (5.106)으로부터

$$z_m = \frac{r_0^m}{r_0^M} \tag{5.107}$$

$$z_M = \frac{r_0^M}{r_0^m} \tag{5.108}$$

이다. 또한, 표적 속도 추정치 ${}^{C}\hat{\mathbf{v}}_T$는 (4.78)의 추정기를 이용하여 다음과 같은 형태

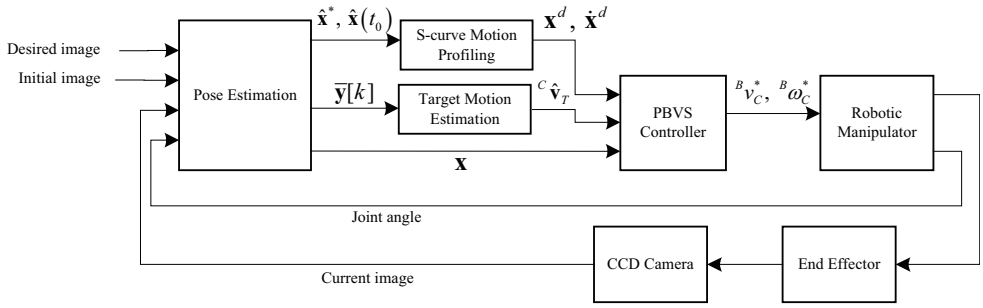



그림 5.4: 비주얼 서보잉 시스템 구성 블록 다이어그램

로 구성하도록 한다.

$$ {}^C\hat{\mathbf{v}}_T(t) = {}^C R_{C_0} \left[\mathbf{0}_{3\times 3} \;\; \mathbf{I}_3\right] \hat{\mathbf{x}}_T(t) \tag{5.109} $$

마지막으로, 가독성을 높이기 위해 앞서 제안한 비주얼 서보잉 제어 시스템의 구성을 블록 다이어그램으로 표현하여 그림 5.4에 나타내었다.

이제, 비주얼 서보잉 과정에서 가시 조건의 만족과 제어 목표를 동시에 달성할 수 있도록 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$의 설계 과정에 필요한 조건을 알아보도록 한다. 목표 궤적 $\mathbf{x}^d \in \mathbb{R}^6$는 초기 상태 변수 $\mathbf{x}$와 목표 상태 변수 $\mathbf{x}^*$ 사이를 잇는 직선 경로가 되도록 설계하며, 다음의 조건을 만족한다.

$$ \mathbf{x}^d(t_0) = \mathbf{x}(t_0), \tag{5.110} $$

$$ \mathbf{x}^d(t) = \mathbf{x}^*, \quad t \geq t_f \tag{5.111} $$

여기서 $t_f$는 목표 상태에 도달하는 최종 시각을 나타내며 제어기 설계 시에 가시 조건의 만족을 고려하여 설계해야하는 상수이다. 따라서, 초기 카메라 포즈 및 목표 카메라 포즈에 대해 다음을 만족할 경우,

$$ \boldsymbol{\zeta}_0 \triangleq (\rho(t_0), \varepsilon_x(t_0), \varepsilon_y(t_0)) \in \boldsymbol{\Omega} \tag{5.112} $$

$$ \boldsymbol{\zeta}^* \triangleq (\rho^*, \varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*) \in \boldsymbol{\Omega} \tag{5.113} $$

목표 궤적에 대해 다음이 성립한다.

$$\boldsymbol{\zeta}^d(t) \triangleq \left(\rho^d(t), \varepsilon_x^d(t), \varepsilon_y^d(t)\right) \in \boldsymbol{\Omega}, \forall t \geq t_0 \tag{5.114}$$

실질적으로 가시 조건의 만족을 위해 목표 궤적을 설계해야 할 대상은 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$이지만, 목표 궤적의 설계 과정에서의 편의를 위하여 $(\theta, \phi, \varepsilon_z)$ 역시 직선 경로를 따르도록 설계하도록 한다.

물론, 여기서 주목해야 할 것은 목표 궤적을 직선 경로로밖에 설계할 수 없는 것은 아니라는 점이다. 직선 경로 설계는 목표 궤적 생성 과정에서 가장 간단하게 계산할 수 있고, 가시 집합에 속하는 지의 여부를 가장 확실히 파악할 수 있는 특성이 있지만, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$이 가시 집합 내부에 속하도록 자유롭게 설계할 수 있다면 가시 조건 외에 또 다른 조건, 예를 들어, 장애물 회피나 3차원 공간 상에서의 최단 거리 이동 등의 조건을 만족하면서 비주얼 서보잉 목표를 달성할 수 있는 형태의 목표 궤적 또한 충분히 설계할 수 있을 것으로 보인다. $\boldsymbol{\zeta}_0$와 $\boldsymbol{\zeta}^*$ 사이를 잇는 직선 위의 한 점 $\boldsymbol{\zeta}$에 대하여 $\boldsymbol{\zeta}$를 중심으로 하고 다음의 조건을 만족하는 구 $S_\zeta$의 최대 반지름을 $r_\zeta$라 하도록 한다.

$$S_\zeta \in \boldsymbol{\Omega},\ S_\zeta \bigcap \partial\boldsymbol{\Omega} \neq \varnothing. \tag{5.115}$$

여기서 $\partial\boldsymbol{\Omega}$는 $\boldsymbol{\Omega}$의 경계를 나타낸다. 이제, $r_\zeta$의 최소값을 $\delta_\Omega$라 정의할 때, 정리 3에서 제시된 가시 집합의 볼록 집합 특성으로 인하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\delta_\Omega = \min\{r_{\zeta 0}, r_{\zeta^*}\} \tag{5.116}$$

이 $\delta_\Omega$는 비주얼 서보잉 제어기가 목표 궤적을 추종하는 과정에서 가시 조건의 만족을 위해 허용 가능한 최대 추종 오차에 해당한다.

한편, 시간 구간 $0 \le t < t_0$에서는 비주얼 서보잉 제어기를 적용하지 않은 상태에서 표적 속도에 대한 추정만을 수행함으로써 속도 추정기가 충분히 수렴한 상황을 상정하였으며, 정리 1의 결과를 이용하여 $t = t_0$ 시점 이후로 다음을 만족한다고 가정한다.

$$\|\mathbf{e}_{\chi v}(t)\| \le \delta_v, \quad t \ge t_0. \tag{5.117}$$

여기서, $\delta_v$는 (4.84)에 (5.107), (5.108)을 대입하여 다음과 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$\delta_v = \frac{1}{1-\lambda_M} T_s \left( 2\frac{r_0^M}{r_0^m} - 1 \right) \frac{B_a}{{}_{C_0}\hat{Z}_n} \tag{5.118}$$

이제, $\hat{r}_0$의 불확실성이 존재하는 경우에 대하여 본 논문에서 제안하는 비주얼 서보잉 제어기의 성능 분석을 수행하도록 한다. 먼저, 관련된 상수들을 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha_1 \triangleq \frac{1}{r_0^m \cos\delta_\Omega} \tag{5.119}$$

$$\alpha_2 \triangleq \frac{\left(1 + L_x^2 + L_x\sqrt{1+L_x^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\cos\delta_\Omega} \tag{5.120}$$

$$L_x \triangleq \max\{L_{xm}, L_{xM}\} \tag{5.121}$$

$$B_p \triangleq \frac{r_0^M}{r_0^m} \alpha_1 {}_{C_0}\hat{Z}_n \delta_v \tag{5.122}$$

$$B_\varepsilon \triangleq \frac{r_0^M}{r_0^m} \alpha_1 \alpha_2 {}_{C_0}\hat{Z}_n \delta_v. \tag{5.123}$$

$$M_x \triangleq \|\mathbf{e}_p(t_f)\| + \|\mathbf{e}_\varepsilon(t_f)\| \tag{5.124}$$

$$B_x \triangleq \frac{B_p}{K_p} + \frac{B_\varepsilon}{K_p} \tag{5.125}$$

이제, 비주얼 서보잉 제어기 성능 분석과 관련하여 다음의 결과를 기술하도록 한다.

$\boxed{\textbf{정리 4}}$ (5.94)의 비주얼 서보잉 제어기의 제어기 이득 $K_p$가 다음의 조건을 만족할 경우,

$$K_p > \frac{1}{\delta_\Omega}\frac{r_0^M}{r_0^m}\left(1+\alpha_2\right)\alpha_1{}^{C_0}\hat{Z}_n\delta_v, \tag{5.126}$$

항상 (5.79)의 가시 조건을 만족할 수 있으며, 또한, 다음의 부등식이 성립한다.

$$\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}\| \le \min\left\{M_x e^{-\lambda_x(t-t_f)} + B_x, \delta_\Omega\right\}, \quad \forall t \ge t_f \tag{5.127}$$

**증명)** 먼저, 분석 과정의 간략화를 위하여 영상 잡음에 의한 영향은 무시하도록 한다. 다음으로, 추종 오차를 $\mathbf{e_x} \triangleq \mathbf{x}^d - \mathbf{x}$ 이라 정의하면, (5.74), (5.94), (5.109)과 가정 9으로부터 $\mathbf{e_x}$의 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{e}}_\mathbf{x} = -K_p\mathbf{L}\hat{\mathbf{L}}^{-1}\mathbf{e_x} + \left(I_6 - \mathbf{L}\hat{\mathbf{L}}^{-1}\right)\dot{\mathbf{x}}^d + \mathbf{L}\begin{bmatrix} {}^C R_{C_0}\mathbf{e}_v \\ \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix}, \ t \ge t_0 \tag{5.128}$$

여기서, $\mathbf{L}\hat{\mathbf{L}}^{-1}$는 (5.70)∼(5.73), (5.95)∼(5.98)로부터 다음과 같다.

$$\mathbf{L}\hat{\mathbf{L}}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{\hat{r}_0}{r_0}\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \left(\dfrac{\hat{r}_0}{r_0} - 1\right)\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \tag{5.129}$$

이제, $\mathbf{e}_p \triangleq [\mathbf{I}_3 \ \ \mathbf{0}_{3\times3}]\,\mathbf{e_x}$, $\mathbf{e}_\varepsilon \triangleq [\mathbf{0}_{3\times3} \ \ \mathbf{I}_3]\,\mathbf{e_x}$이라 정의할 때, (5.129)을 (5.128)에 대입하여 위치, 자세에 관련된 항으로 나누어 정리하면, 다음과 같은 $\mathbf{e}_p$, $\mathbf{e}_\varepsilon$에 대한 동역

학 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_p &= -K_p\frac{\hat{r}_0}{r_0}\mathbf{e}_p + \left(1-\frac{\hat{r}_0}{r_0}\right)\dot{\mathbf{p}}^d + \mathbf{L}_v{}^C R_{C_0}\mathbf{e}_v,\ t\geq t_0 \qquad (5.130)\\ \dot{\mathbf{e}}_\varepsilon &= -K_p\left(\frac{\hat{r}_0}{r_0}-1\right)\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\mathbf{e}_p - K_p\,\mathbf{e}_\varepsilon \\ &\quad + \left(1-\frac{\hat{r}_0}{r_0}\right)\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\dot{\mathbf{p}}^d + \mathbf{L}_{v\omega}{}^C R_{C_0}\mathbf{e}_v,\ t\geq t_0 \qquad (5.131)\end{aligned}$$

먼저, 위치 추종 오차 $\mathbf{e}_p$의 분석을 위하여, (5.130)에 (4.85)과 (5.105)을 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_p &= -K_p\frac{\hat{r}_0}{r_0}\mathbf{e}_p + \left(1-\frac{\hat{r}_0}{r_0}\right)\dot{\mathbf{p}}^d \\ &\quad +\mathbf{L}_v\left(\frac{\hat{r}_0}{r_0}-1\right)\left({}^C\mathbf{v}_C - {}^C\mathbf{v}_T\right) + \mathbf{L}_v{}^C R_{C_0}{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}(t),\ t\geq t_0 \quad (5.132)\end{aligned}$$

한편, $\mathbf{p} \triangleq [\mathbf{I}_3\ \ \mathbf{0}_{3\times 3}]\,\mathbf{x}$이라 정의하면, (5.74)로부터 다음의 관계를 알 수 있으며,

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{L}_v\left({}^C\mathbf{v}_C - {}^C\mathbf{v}_T\right), \qquad (5.133)$$

또한, $\mathbf{e}_p$의 정의로부터 다음을 알 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}}_p = \dot{\mathbf{p}}^d - \dot{\mathbf{p}} \qquad (5.134)$$

이제, (5.133), (5.134)를 (5.132)에 대입하여 정리하면 다음 $\mathbf{e}_p$에 대한 동역학 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_p &= -K_p\frac{\hat{r}_0}{r_0}\mathbf{e}_p - \left(\frac{\hat{r}_0}{r_0}-1\right)\dot{\mathbf{e}}_p + \mathbf{L}_v{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^C R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(t) \\ \Rightarrow\quad \dot{\mathbf{e}}_p &= -K_p\mathbf{e}_p + \frac{r_0}{\hat{r}_0}\mathbf{L}_v{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^C R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(t), t\geq t_0 \qquad (5.135)\end{aligned}$$

마찬가지로, 자세 추종 오차 $\mathbf{e}_\varepsilon$에 대해서도, (5.131)에 (5.133), (5.134)를 대입하여

정리하면, $\mathbf{e}_\varepsilon$에 대한 동역학 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_\varepsilon &= -K_p\,\mathbf{e}_\varepsilon - \left(\frac{\hat{r}_0}{r_0} - 1\right)\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\left(K_p\mathbf{e}_p + \dot{\mathbf{e}}_p\right) + \mathbf{L}_{v\omega}{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^{C}R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(t) \\
&= -K_p\,\mathbf{e}_\varepsilon - \left(\frac{\hat{r}_0}{r_0} - 1\right)\frac{r_0}{\hat{r}_0}\mathbf{L}_{v\omega}{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^{C}R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(t) + \mathbf{L}_{v\omega}{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^{C}R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(t) \\
&= -K_p\,\mathbf{e}_\varepsilon + \frac{r_0}{\hat{r}_0}\mathbf{L}_{v\omega}{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^{C}R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(t),\ t \geq t_0. \qquad (5.136)
\end{aligned}$$

이제, (5.135)의 동역학 방정식과 (5.110)의 초기 조건으로부터 $\mathbf{e}_p$에 대한 해를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{e}_p(t) = \int_{t_0}^{t} e^{-K_p(t-\tau)}\left(\frac{r_0}{\hat{r}_0}\mathbf{L}_v{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^{C}R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(\tau)\right)d\tau, \quad t \geq t_0 \qquad (5.137)$$

따라서, (5.137)의 양변에 놈(Norm)을 취하고, (5.102)을 이용하여 정리하면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{e}_p(t)\| &\leq \int_{t_0}^{t} e^{-K_p(t-\tau)}\left(\left|\frac{r_0}{\hat{r}_0}\right|\|\mathbf{L}_v\|\left\|{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}(\tau)\right\|\right)d\tau \\
&\leq \frac{r_0^M}{K_p r_0^m}\left(1 - e^{-K_p(t-t_0)}\right)\sup_{t_0\leq\tau\leq t}\|\mathbf{L}_v\|\sup_{t_0\leq\tau\leq t}\left\|{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}\right\| \\
&\leq \frac{r_0^M}{K_p r_0^m}\sup_{t_0\leq\tau\leq t}\|\mathbf{L}_v\|\sup_{t_0\leq\tau\leq t}\left\|{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}\right\|,\quad t \geq t_0 \qquad (5.138)
\end{aligned}$$

이제 위 부등식으로부터 $K_p$가 (5.126)의 조건을 만족하는 경우에 대해, 귀류법을 이용하여 다음을 보이도록 한다.

$$\|\mathbf{e}_p(t)\| < \delta_\Omega, \quad t \geq t_0 \qquad (5.139)$$

먼저, (5.110)으로부터 $\mathbf{e}_p(t_0) = 0$임은 알고 있으므로, 만약, (5.139)가 거짓이라 가정하면,

$$\|\mathbf{e}_p(t)\| < \delta_\Omega, \quad t_0 \leq t < t_1 \qquad (5.140)$$

이지만

$$\|\mathbf{e}_p(t_1)\| = \delta_\Omega \tag{5.141}$$

이 되는 $t_1 > t_0$가 존재한다. 이 경우, (5.25), (5.110)으로부터 $\theta$와 $\delta_\Omega$의 관계는 다음과 같으며

$$\left|\theta^d - \theta\right| = |\theta^* - \theta| = \left|\frac{\pi}{2} - \theta\right| \le \delta_\Omega, \quad t_0 \le t \le t_1 \tag{5.142}$$

그에 따라, 아래의 부등식을 얻을 수 있다.

$$|\sin\theta| \ge \cos\delta_\Omega, \quad t_0 \le t \le t_1 \tag{5.143}$$

한편, (5.2), (5.3), (5.56), (5.71)을 이용하여 $\|\mathbf{L}_v\|$를 계산하면 다음과 같으며,

$$\|\mathbf{L}_v\| = \frac{1}{r_0}\max\left\{1, \frac{1}{\rho\,|\sin\theta|}\right\} \tag{5.144}$$

(5.144)에 (5.100), (5.143)을 적용하면 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\|\mathbf{L}_v\| \le \frac{1}{r_0^m\cos\delta_\Omega} = \alpha_1\,, \quad t_0 \le t \le t_1 \tag{5.145}$$

따라서, (5.138)에 (5.100), (5.117), (5.126), (5.145)을 적용하여 계산하면,

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{e}_p(t)\| &< \frac{r_0^M}{r_0^m}\sup_{t_0\le\tau\le t}\|\mathbf{L}_v\|\sup_{t_0\le\tau\le t}\left\|{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}\right\|\frac{r_0^m}{r_0^M}\frac{\delta_\Omega}{(1+\alpha_2)\,\alpha_1{}^{C_0}\hat{Z}_n\delta_v} \\
&< \frac{\delta_\Omega}{1+\alpha_2} \\
&< \delta_\Omega, \quad t_0 \le t \le t_1
\end{aligned} \tag{5.146}$$

이는 (5.140), (5.141)에 모순이므로, (5.139)는 참임을 알 수 있다. 이제, 이 사실을 이용하여 다시 귀류법을 적용함으로써 다음을 보이도록 한다.

$$\|\mathbf{e}_\mathbf{x}(t)\| < \delta_\Omega, \quad t \ge t_0. \tag{5.147}$$

$\mathbf{e}_p$의 경우와 마찬가지로 (5.147)가 거짓이라 가정하면,

$$\|\mathbf{e}_{\mathbf{x}}(t)\| < \delta_\Omega, \quad t_0 \le t < t_1 \tag{5.148}$$

이지만

$$\|\mathbf{e}_{\mathbf{x}}(t_1)\| = \delta_\Omega \tag{5.149}$$

이 되는 $t_1 > t_0$가 존재한다. 또한, (5.139)는 이미 참임을 알고 있으므로, 이전과 유사한 과정을 거치면 다음의 부등식을 얻을 수 있으며,

$$|\sin\theta| > \cos\delta_\Omega, \quad t \ge t_0, \tag{5.150}$$

(5.100), (5.144)과 (5.150)로부터

$$\|\mathbf{L}_v\| < \alpha_1, \quad t \ge t_0 \tag{5.151}$$

한편, (5.3), (5.58), (5.71), (5.72)을 이용하면 다음의 부등식을 얻을 수 있으며,

$$\begin{aligned} \left\|\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\right\| \quad \le \quad & \left\{\left(\sec^2\varepsilon_y + \sec\varepsilon_x|\tan\varepsilon_y|\right)\right. \\ & \left.\times \max\left\{1, \frac{1}{2\rho^2\sin^2\theta}(1+\rho^2+|\rho^2-1|)\right\}\right\}^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \tag{5.152}$$

(5.83), (5.150)을 (5.152)에 적용하여 정리하면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\left\|\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\right\| \le \alpha_2, \quad t_0 \le t \le t_1. \tag{5.153}$$

또한, (5.145)의 부등식은 (5.150)에 의해 여전히 유효하며, (5.145), (5.153)를 이용

하면 $\|\mathbf{L}_{v\omega}\|$에 대한 아래와 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\|\mathbf{L}_{v\omega}\| &\leq \left\|\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\right\| \|\mathbf{L}_v\| \\ &\leq \alpha_1\alpha_2, \quad t_0 \leq t \leq t_1. \end{aligned} \tag{5.154}$$

이제, (5.131)의 동역학 방정식과 (5.110)의 초기 조건으로부터 $\mathbf{e}_\varepsilon$에 대한 해는 다음과 같다.

$$\mathbf{e}_\varepsilon(t) = \int_{t_0}^{t} e^{-K_p(t-\tau)} \left(\frac{r_0}{\hat{r}_0}\mathbf{L}_{v\omega}{}^{C_0}\hat{Z}_n{}^{C}R_{C_0}\mathbf{e}_{\chi v}(\tau)\right) d\tau, \quad t \geq t_0 \tag{5.155}$$

다음으로, (5.155)의 양변에 노옴을 취하여 정리하면, 아래의 부등식을 얻을 수 있으며,

$$\begin{aligned}\|\mathbf{e}_\varepsilon(t)\| &\leq \int_{t_0}^{t} e^{-K_p(t-\tau)} \left(\left|\frac{r_0}{\hat{r}_0}\right| \|\mathbf{L}_{v\omega}\| \left\|{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}(\tau)\right\|\right) d\tau \\ &\leq \frac{r_0^M}{K_p r_0^m}\left(1 - e^{-K_p(t-t_0)}\right) \sup_{t_0\leq\tau\leq t}\|\mathbf{L}_{v\omega}\| \sup_{t_0\leq\tau\leq t}\left\|{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}\right\| \\ &\leq \frac{r_0^M}{K_p r_0^m} \sup_{t_0\leq\tau\leq t}\|\mathbf{L}_{v\omega}\| \sup_{t_0\leq\tau\leq t}\left\|{}^{C_0}\hat{Z}_n\mathbf{e}_{\chi v}\right\|, \quad t \geq t_0 \end{aligned} \tag{5.156}$$

이제, (5.156)에 (5.117), (5.153), (5.154)를 적용하면 아래의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\|\mathbf{e}_\varepsilon(t)\| \leq \frac{r_0^M}{K_p r_0^m}\alpha_1\alpha_2{}^{C_0}\hat{Z}_n\delta_v \tag{5.157}$$

(5.126), (5.138), (5.157)로부터

$$\begin{aligned}\|\mathbf{e}_\mathbf{x}\| &\leq \|\mathbf{e}_p\| + \|\mathbf{e}_\varepsilon\| \\ &< \frac{r_0^M}{K_p r_0^m}\left(1+\alpha_2\right)\alpha_1{}^{C_0}\hat{Z}_n\delta_v \end{aligned} \tag{5.158}$$

따라서, (5.126)과 (5.158)으로부터 다음이 성립한다.

$$\|\mathbf{e}_{\mathbf{x}}\| < \delta_{\Omega}, \quad t_0 \leq t \leq t_1 \tag{5.159}$$

이는 명백히 (5.149)에 모순이므로 (5.147)가 참임을 알 수 있다. 그러므로, (5.116), (5.147)과 정리 2로부터 모든 $t \geq t_0$에 대하여 가시 조건 (5.79)이 성립하게 됨을 확인할 수 있다.

다음으로, $\forall t \geq t_f$에 대해 (5.127)의 부등식이 성립함을 보이도록 한다. 먼저, $\mathbf{e}_p$에 대하여 유사 리아프노프 함수(Lyapunov-like Function) $V_p : [0, \infty) \to \mathbb{R}$을 다음과 같이 선택하도록 한다.

$$V_p \triangleq \|\mathbf{e}_p\|^2 \tag{5.160}$$

그러면, (5.135)와 (5.117), (5.151)로부터 다음의 $V_p$에 대한 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_p &= -2K_p \mathbf{e}_p^T \mathbf{e}_p + 2\mathbf{e}_p^T \frac{r_0}{\hat{r}_0} \mathbf{L}_v {}^{C_0}\hat{Z}_n {}^{C} R_{C_0} \mathbf{e}_{\chi v}(t) \\ &\leq -2K_p V_p + 2\sqrt{V_p}\ \frac{r_0^M}{r_0^m} \alpha_1 \alpha_2 {}^{C_0}\hat{Z}_n \delta_{vf},\ t \geq t_f \end{aligned} \tag{5.161}$$

따라서, (5.161)에 Comparison Lemma [68, Lemma 3.4]를 적용하면, 다음을 보일 수 있다.

$$\|\mathbf{e}_p(t)\| < e^{-K_p(t-t_f)} \|\mathbf{e}_p(t_f)\| + \frac{B_p}{K_p},\ t \geq t_f \tag{5.162}$$

또한, 유사한 과정을 거치면 다음과 같은 $\mathbf{e}_\varepsilon$에 대한 부등식 역시 얻을 수 있다.

$$\|\mathbf{e}_\varepsilon(t)\| < e^{-K_p(t-t_f)} \|\mathbf{e}_\varepsilon(t_f)\| + \frac{B_\varepsilon}{K_p},\ t \geq t_f \tag{5.163}$$

따라서, (5.162), (5.163)로부터 다음의 $\mathbf{e_x}$에 대한 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\|\mathbf{e_x}\| &\leq \|\mathbf{e}_p\| + \|\mathbf{e}_\varepsilon\| \\ &< \left(\|\mathbf{e}_p(t_f)\| + \|\mathbf{e}_\varepsilon(t_f)\|\right) e^{-K_p(t-t_f)} + \frac{B_p + B_\varepsilon}{K_p},\ t \geq t_f \end{aligned} \tag{5.164}$$

따라서, (5.147)과 (5.164)으로부터 (5.127)가 성립함을 확인할 수 있다. ■

위 결과를 종합하면, (5.94)에서 제안한 비주얼 서보잉 제어기는 (5.126)의 조건 하에 비주얼 서보잉 과정에서의 가시 조건을 만족할 수 있으며 카메라의 추종 오차의 크기는 시간이 지남에 따라 $B_x$ 이내로 수렴하게 됨을 알 수 있다. 여기서, 목표 궤적의 설계 과정에는 잘 알려져 있는 S-curve 계획법 [66] 등을 곧바로 활용할 수 있으므로 이동 표적에 대하여도 가시 조건을 만족할 수 있는 목표 궤적을 생성해낼 수 있으므로 그 활용도가 높을 것으로 기대한다. 또한, 추종 오차에 관계된 상수인 $B_x$는 (5.122), (5.123), (5.125)로부터 $\delta_v$에 비례하는 상수임을 알 수 있다. $t \geq t_f$ 구간은 $\mathbf{x}$가 $\mathbf{x}^*$의 근방에서 $\mathbf{x}^*$으로 정착하는 단계이므로 카메라의 가속도는 매우 작아 등속에 가까우므로, $t \geq t_f$인 구간만을 고려하면 카메라와 표적의 모델링 오차에 의한 추정 오차인 $\delta_v$ 역시 매우 작은 값임을 예측할 수 있으며, 카메라의 추종 오차는 충분히 작은 값으로 수렴할 것으로 예측된다. 이 결과는 후에 모의 실험과 실험을 통해 확인하도록 한다.

# 제 6 장 실험 및 모의 실험 결과

본 장에서는 실제 6축 로봇을 활용한 실험 시스템과 컴퓨터를 이용한 모의 실험 시스템의 구축을 통해 앞서 제안한 결과들의 구현 가능성과 그 성능을 검증해 보고자 한다.

## 6.1 실험 결과

본 절에서는 6축 로봇과 카메라를 이용한 실험 시스템 구현을 통해 이전 장에서 제안하였던 비주얼 서보잉 제어기의 성능을 검증하도록 한다. 실험 시스템 및 표적은 그림 6.1에 나타내었다. 실험 과정에서 사용한 시스템은 Intel 2.85GHz CPU PC와 삼성 MMC 제어기, 삼성 FARAMAN AS-3 6축 로봇 구동기로 구성되어 있으며, 6축 로봇 구동기의 엔드-이펙터에 Allied Vision Tech의 Marlin F-033C 카메라를 장착하여 영상 센서로 활용하였다. 카메라의 해상도는 $640 \times 480$이다. 카메라의 내부 인자 행렬 $\mathbf{K}$는 [41]의 카메라 캘리브레이션 기법을 이용하여 다음과 같이 획득하였다.

$$K = \begin{bmatrix} 629.72 & 0 & 320.19 \\ 0 & 628.63 & 240.88 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6.1}$$

또한, 로봇 엔드-이펙터와 카메라 간의 상대적인 위치 및 자세는 로봇과 카메라의

CAD 모델을 기준으로 측정하여 다음과 같이 획득하였다.

$$
{}^{E}R_{C} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6.2}
$$

$$
{}^{E}O_{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.145 \end{bmatrix}^{T} \tag{6.3}
$$

표적은 이동 표적을 구현하기 위하여 마이크로 마우스를 사용하였으며 특징점 추출 과정의 정확성을 높이기 위하여 마이크로 마우스에 검은색 배경을 입힌 후 10개의 작은 파란색 디스크를 붙여 사용하였다. 표적의 이미지는 F-033C 카메라로부터 $50Hz$의 주파수로 획득하였으며, OpenCV 라이브러리의 타원 추출 함수를 이용하여 영상으로부터 디스크의 중심점을 추정하여 특징점으로 사용하였다. 본 논문의 실험 과정에서는 표적의 크기에 대하여 모의 실험과 마찬가지로 $r_0^m = 8cm$, $r_0^M = 12cm$으로 설정하였으며, 실제 표적의 크기는 $r_0 = 8.5cm$이다. 또한, 실험 공간의 제약으로 인하여 표적의 속도는 $0.02m/s$으로 설정하였으며, 30초 동안 운행하도록 하였다. 실험은 초기 포즈에서 표적을 잡기 위해 예비 그리핑 포즈(Gripping Pose)로 이동하는 상황을 상정하였다. 동일한 상황에 대하여 등속 운동 표적 (Case 1-1)과, 속도가 느리게 변하는 표적(Case 1-2)으로 표적의 속도를 변화하여 각각의 경우에 대해 실험을 수행하였으며, 각각의 경우에 대한 초기, 목표 상태 변수를 표 6.1에 정리하였다. Case 1-1은 등속 운동 표적에 대하여 표적의 운동을 보상했을 때와 그렇지 않은 경우에 대한 비주얼 서보잉 성능 평가를 수행하였으며, Case 1-2는 표적이 이동하는 중에 방향을 전환하는 경우에 대해 표적 운동의 보상이 적절히 되는지 여부를 평가하였다. 다음으로 추정기의 이득 $\mathbf{\Gamma}_T$와 추정기의 초기값 $\hat{\chi}_T^s[0]$는

그림 6.1: 실험 시스템 구성

| 경우 | 상태 변수 | 초기 포즈 | 목표 포즈 |
|---|---|---|---|
| 1 | $(\rho, \theta, \phi)$ | $(5.02, 1.62, -0.1989)$ | $(3.38, 1.67, 0.56)$ |
| | $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ | $(0.00, -0.08, -0.47)$ | $(0.01, 0.004, -1.87)$ |
| 2 | $(\rho, \theta, \phi)$ | $(5.02, 1.62, -0.1989)$ | $(3.38, 1.67, 0.56)$ |
| | $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ | $(0.00, -0.08, -0.47)$ | $(0.01, 0.004, -1.87)$ |

표 6.1: 초기 및 목표 포즈에서의 상태 변수 설정

두 경우 공통적으로 다음과 같이 설정하였다.

$$\mathbf{\Gamma}_T = \begin{bmatrix} 0.101 & -0.026 & -0.046 \\ -0.026 & 0.123 & 0.093 \\ -0.046 & 0.093 & 0.208 \\ 0.404 & -0.308 & -0.502 \\ -0.308 & 0.710 & 0.944 \\ -0.502 & 0.944 & 1.57 \end{bmatrix} \tag{6.4}$$

$$\hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[0] = [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^T \tag{6.5}$$

Case 2-2과 2-1은 다시 세 개의 하위 경우로 나누어, a) 정확한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상한 경우, b) 불확실한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상한 경우, c) 정확한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상하지 않은 경우에 대하여 실험을 진행하였다. 하위 경우 a)와 b)는 표적 크기 정보의 불확실성이 비주얼 서보잉 성능에 미치는 영향을 확인하기 위한 것이며, c)는 표적 속도 보상의 효과를 비교하기 위해 [29]의 결과를 구현한 것에 해당한다. 먼저 Case 1-1a)에 대한 실험 결과는 그림 6.2 - 6.6에 나타내었다. 표적의 속도는 $(-0.02, 0, 0)[m/s]$으로 설정하였다. Case 1-1a)의 경우에는 약 $\delta_\Omega = 0.15$로 나타났으며, 그에 따라 (5.126)의 조건으로부터 $K_p = 1.1$ 정도로 설정하였다. 다음으로, 표적 운동 추정기의 수렴을 위해 $t_0 = 3s$로 두었으며, $t_f = 23s$으

로 두고 S-curve 궤적 설계를 이용하여 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$를 설계하였다. 그림 6.2에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.2로부터 추종 오차는 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$을 매우 작은 오차와 함께 잘 추종하고 있으며, 결과적으로 목표 상태 변수인 $x^*$으로 잘 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있다. 전반적으로 $\mathbf{e}_x$는 $\delta_\Omega$으로 제한됨을 확인할 수 있으며, 일부 짧은 구간에서 $\mathbf{e}_x$가 $\delta_\Omega$를 약간 초과하는 경우가 발생하나 이는 영상 잡음에 의한 것으로 보이며 제어기 성능과는 무관한 것으로 보인다. 따라서, 항상 가시 조건을 만족할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.46에서 확인할 수 있다. 또한, 그림 6.47에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 6.8의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.10에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림으로부터 카메라는 표적을 바라보며 거의 제자리에서 자세 변경만을 하고 있다가, 목표 포즈를 달성한 이후로는 표적과 같이 직선 궤도를 따라 이동하고 있는 것을 확인할 수 있다. 그림 6.6에는 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$를 나타내었다. $t = t_0$ 시점에서 추정 오차가 충분히 작은 값으로 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있으며, 평균적으로 전 구간에서 추정 오차를 매우 작은 값으로 유지하고 있으므로 표적 속도에 대한 추정이 성공적으로 이루어졌음을 알 수 있다.

다음으로 Case 1-1b)에 대한 실험 결과는 그림 6.7 - 6.11에 나타내었다. 모든 설정은 Case 1-1a)와 동일하며 표적 크기에 불확실성을 주기 위하여 $\hat{r}_0 = r_0^M = 0.12m$으로 설정하고 실험을 진행하였다. 그림 6.7에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.7로부터 추종 오차는 서보잉 시작 시점인 $t = t_0$에서의 $\rho$의 추종 오차가 한동안 증가하는 것을 제외하면 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$을 매우 작은 오차와 함께 잘 추종하고 있으며, 결과적으로 목표 상태 변수인 $x^*$으로 잘 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있다. 또한, 전체 시간 구간에서의 평균적인 추종

오차 $\mathbf{e}_x$는 전반적으로 $\delta_\Omega$으로 제한됨을 확인할 수 있다. 여기서, $\rho$의 추종 오차 증가는 $r_0$의 불확실성에 의해 발생하는 표적 속도의 추정 오차의 증가에 따른 것으로 판단되며, 이는 그림 6.11에서도 확인할 수 있다. 전반적인 추종 오차가 $\delta_\Omega$이하 이므로, 항상 가시 조건을 만족할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.8에서 확인할 수 있다. 또한, 그림 6.9에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. $r_0$의 불확실성에도 불구하고 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적은 직선의 형태를 유지하고 있으며, 따라서 가시 조건의 만족에도 적절함을 알 수 있다. 이는 그림 6.8의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.10에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림으로부터 카메라는 목표 포즈를 향해 부드러운 운동 궤적을 그리며 이동하고 있으며, 목표 포즈를 달성한 이후로는 표적과 같이 직선 궤도를 따라 이동하고 있는 것을 확인할 수 있다. 그림 6.11에는 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$을 나타내었다. $r_0$의 불확실성에도 불구하고 $t = t_0$ 시점에서 추정 오차가 충분히 작은 값으로 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있으며, 평균적으로 전 구간에서 추정 오차를 매우 작은 값으로 유지하고 있지만 $Z$-방향의 속도에는 약간의 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이는 $r_0$의 불확실성에 의해 표적 속도 추정 결과에 카메라의 속도가 개입된 것으로 판단되며 정리 1의 결과와도 잘 일치한다.

그 다음으로 Case 1-1c)에 대한 실험 결과는 그림 6.12 - 6.15에 나타내었다. Case 1-1c)의 경우에는 모든 설정은 Case 1-1a)와 동일하며, 표적 속도에 대한 보상이 없는 상태에서 실험을 진행하였다. 그림 6.12에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.12로부터 추종 오차는 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$을 전반적으로 작은 오차와 함께 잘 추종하고 있지만, $\varepsilon_x$의 경우에는 오차가 계속해서 증가하다 표적이 정지 상태인 경우에 와서야 감소하는 것을 확인할 수 있다. 이 때, 전

체 시간 구간에서의 최대 추종 오차는 0.19 정도로 $\delta_\Omega$보다 약간 크지만 Case 1-1a)와 마찬가지로 영상 잡음에 의해 순간적으로 발생한 값이며 평균적인 $\mathbf{e}_x$는 $\delta_\Omega$으로 제한되고 있다. 따라서, 가시 조건의 만족이 가능할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.13에서 확인할 수 있다. 여기서, 6.13으로부터 $t = t_f$ 이후에도 표적 속도에 의해 특징점이 목표 지점으로 이동하지 못하는 것을 확인할 수 있다. 다음으로, 그림 6.14에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 그러나, 목표 궤적의 설계 단계에서 계획했던 것과는 다르게 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 초기와 목표 위치에서 직선 경로를 따르고 있지는 않으며 이는 가시 조건의 위배 가능성이 Case 1-1a)보다 증가하게 됨을 시사하여 준다. 그림 6.15에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 카메라의 이동 경로는 Case 1-1a)와 거의 유사한 형태를 띄는 것을 확인할 수 있다.

한편, Case 1-2a)에 대한 실험 결과는 그림 6.16 - 6.21에 나타내었다. 표적의 속도는 $(-0.017, -0.01, 0)[m/s]$ 정도로 시작하여 약 $t = 10s$ 전후로 방향을 전환하여 $(0, -0.02, 0)[m/s]$의 속도로 움직이도록 하였다. 그 밖에 기타 설정들은 Case 1-1과 동일하게 설정하였다. 그림 6.16에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.16로부터 추종 오차는 속도 방향 전환이 이루어지는 $t = 10s$ 부근에서 오차가 증가하고 있지만, 그 이후로 목표 궤적을 잘 추종하여 결과적으로 목표 상태 변수인 $x^*$으로 잘 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있다. 전체 시간 구간에서의 영상 잡음에 의한 영향과 방향 전환에 의한 오차 증가로 추종 오차가 $\delta_\Omega = 0.15$를 넘는 구간이 잠시 발생하기는 하지만 평균적인 $\mathbf{e}_x$는 $\delta_\Omega$으로 제한됨을 확인할 수 있다. 따라서, 가시 조건을 만족할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.17에서 확인할 수 있다. 그림 6.19에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 표적의 속도 변화에 의해서 Case 1-1a)와는 달리 약

간 후퇴한 후에 다시 목표 포즈를 향해 다가가는 형태의 움직임을 하고 있다. 그림 6.20, 6.21에는 표적의 속도에 대한 근사치 $\bar{\mathbf{v}}_T$와 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$를 나타내었다. $\bar{\mathbf{v}}_T$는 표적의 높이 측정과 로봇의 기구학적 정보, 그리고 표적의 특징점 정보를 이용하여 역산하였다. 그림 6.20의 결과로부터 약 $t = 10s$ 부근에서 속도가 변화하고 있는 것을 확인할 수 있으며, 이 속도 변화에 의해 $\mathbf{e}_v(t)$에도 영향이 나타나는 것을 그림 6.21에서 확인할 수 있다. 그럼에도 불구하고 평균적으로 전 구간에서 추정 오차를 매우 작은 값으로 유지하고 있으므로 표적 속도에 대한 추정이 성공적으로 이루어지고 있음을 알 수 있다.

한편, Case 1-2b)에 대한 실험 결과는 그림 6.22 - 6.27에 나타내었다. 기타 설정은 Case 1-2a)와 모두 동일하며, 표적의 크기에 대한 불확실성을 주기 위하여 $\hat{r}_0 = 0.12m$로 설정하고 실험을 수행하였다. 그림 6.22에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.22로부터 추종 오차는 속도 방향 전환이 이루어지는 $t = 10s$ 부근에서 오차가 증가하고 있지만, 그 이후로 목표 궤적을 잘 추종하여 결과적으로 목표 상태 변수인 $x^*$으로 잘 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있다. Case 1-2b)에서는 속도 변화에 의한 영향이 $\hat{r}_0$에 의해 증폭되는 것을 확인할 수 있다. 그 결과로 $\rho$의 추종 오차가 Case 1-2a)에 비해 확연히 증가하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 Case 1-1a)에서와 같이 $\mathbf{e}_v$의 증가가 원인이 된 것으로 보이며, 따라서 정리 4의 $\delta_v$에 대한 적절한 계산이 선결되어야 할 것으로 보인다. 한편, 추종 오차의 증가에도 불구하고 그림 6.23으로부터 가시 조건의 만족은 여전히 유효함을 알 수 있다. 그림 6.25에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 카메라의 이동 경로는 Case 1-2a)와 크게 다르지 않음을 확인할 수 있다. 그림 6.26, 6.27에는 표적의 속도에 대한 근사치 $\bar{\mathbf{v}}_T$와 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$를 나타내었다. 그림 6.26의 결과로부터 약 $t = 10s$ 부근에서 속도가 변화하고 있는 것을 확인할 수 있으며, 이 속도 변화에 의해 $\mathbf{e}_v(t)$에도 영향이

나타나는 것을 확인할 수 있다. 또한, $r_0$의 불확실성에 의해 $\mathbf{e}_v(t)$의 오차 역시 Case 1-2a)에 비하여 증가하는 것을 확인할 수 있으며, 이로 인하여 추종 오차 역시 증가한 것으로 판단된다.

마지막으로, Case 1-2c)에 대한 실험 결과는 그림 6.28 - 6.31에 나타내었다. 기타 설정은 Case 1-2a)와 모두 동일하며, 표적 속도에 대한 보상이 없는 상태에서 실험을 수행하였다. 그림 6.28에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.28로부터 추종 오차는 속도 방향 전환이 이루어지는 $t = 10s$ 부근에서 오차가 증가하고 있지만, Case 1-2a)와는 달리 $\theta$의 추종 오차의 증가가 두드러지는 것을 확인할 수 있다. 그 이후로 목표 궤적을 추종하고는 있지만 결과적으로 목표 포즈로의 수렴은 잘 이루어지지 않았으며, 이는 6.29의 특징점 궤적의 결과로부터 확인할 수 있다. 그림 6.31에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 카메라의 이동 경로는 Case 1-2a)와 크게 다르지 않음을 확인할 수 있지만 결과적으로 전반적인 추종 성능은 Case 1-2a)에 비해 현저히 저하되는 것을 확인할 수 있다.

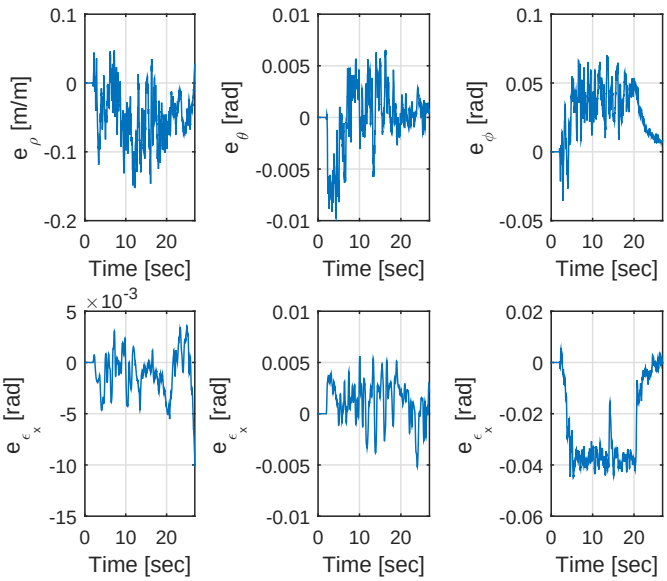



그림 6.2: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-1a)

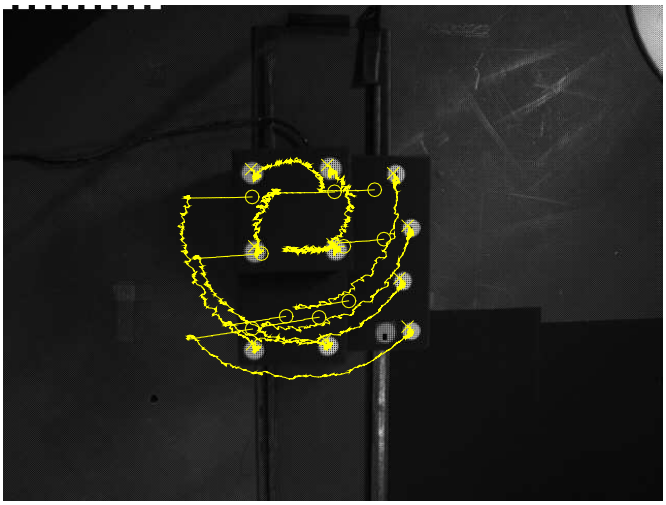


그림 6.3: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-1a)

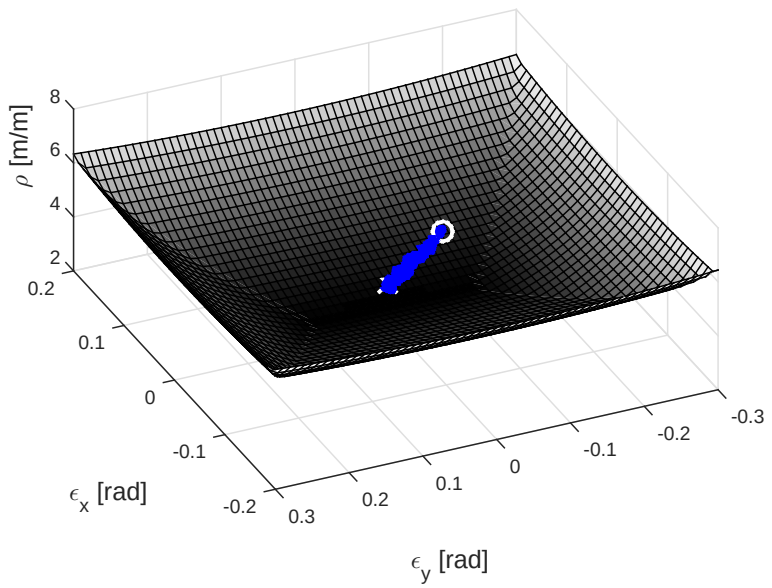



그림 6.4: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-1a)

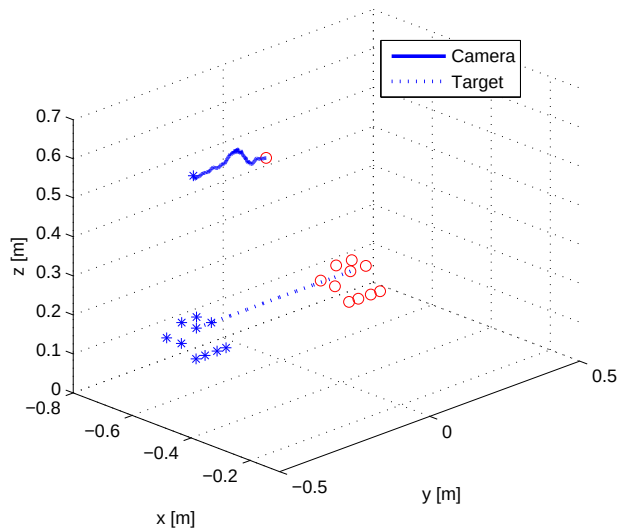



그림 6.5: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-1a)

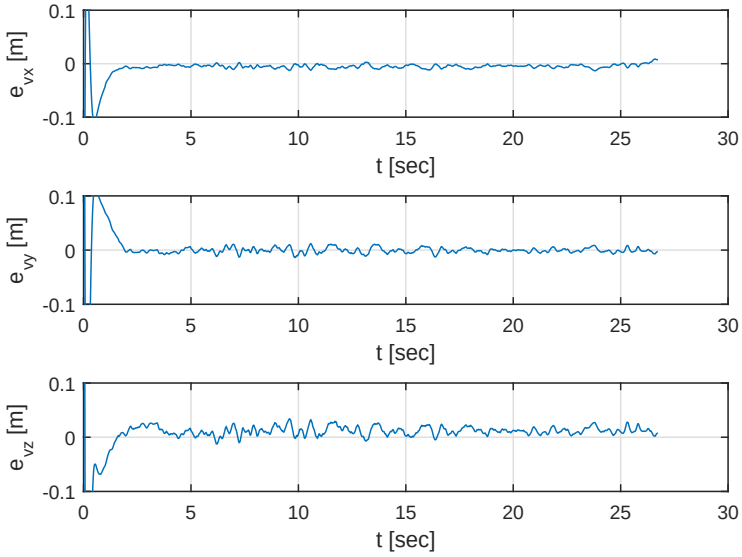



그림 6.6: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-1a)

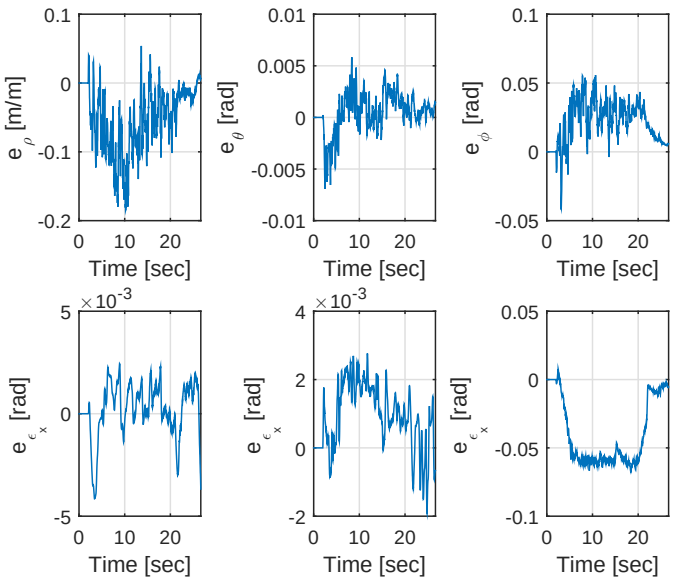



그림 6.7: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-1b)

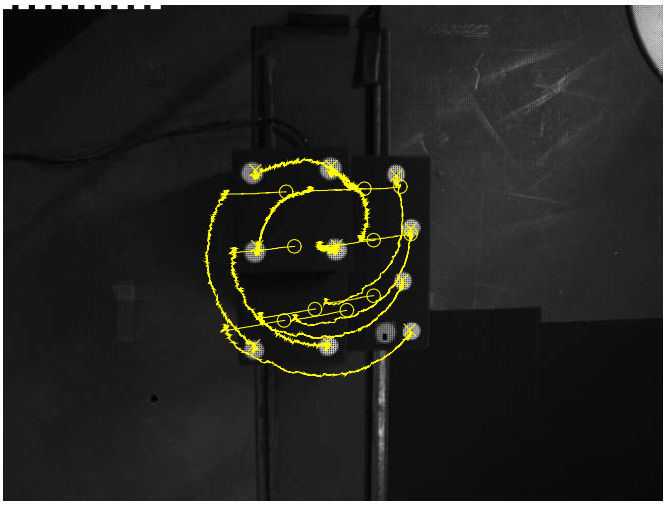


그림 6.8: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-1b)

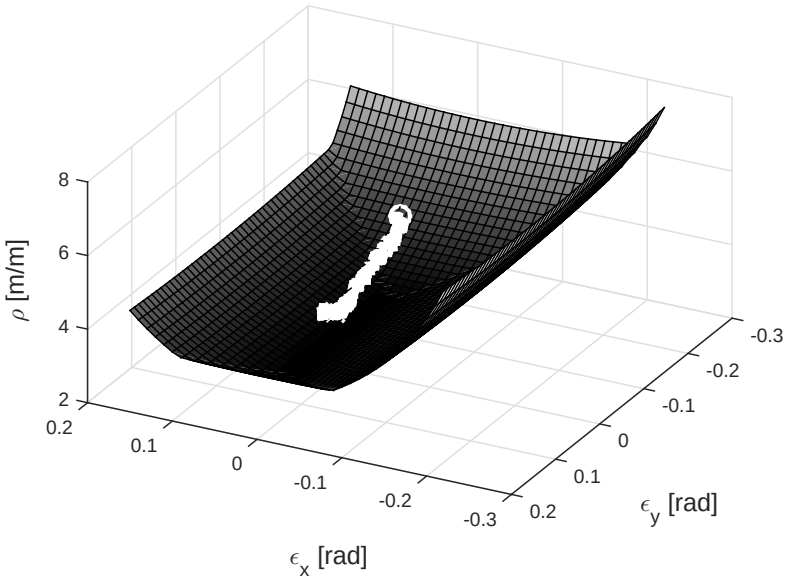



그림 6.9: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-1b)

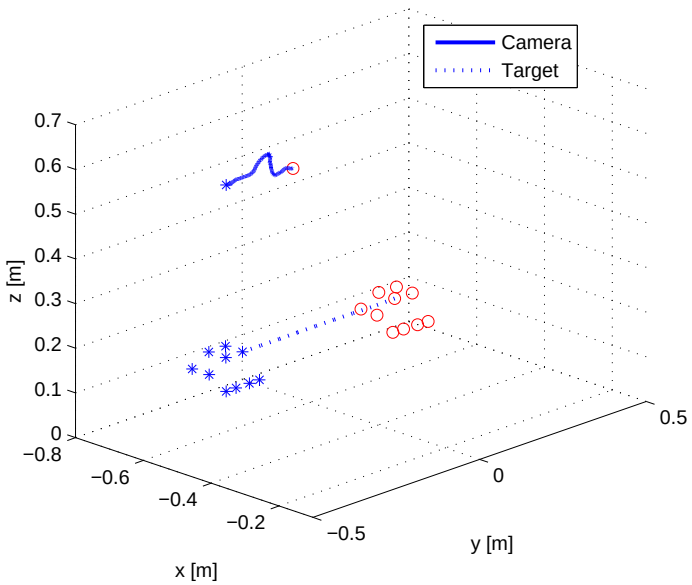



그림 6.10: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-1b)

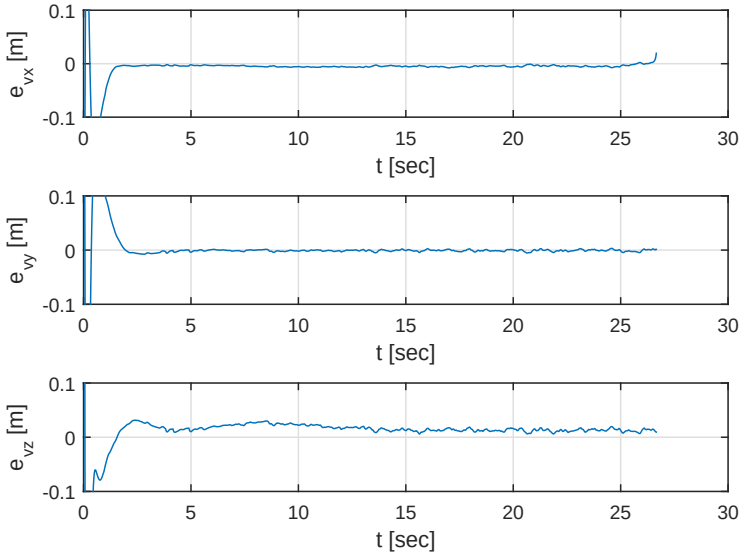



그림 6.11: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-1b)

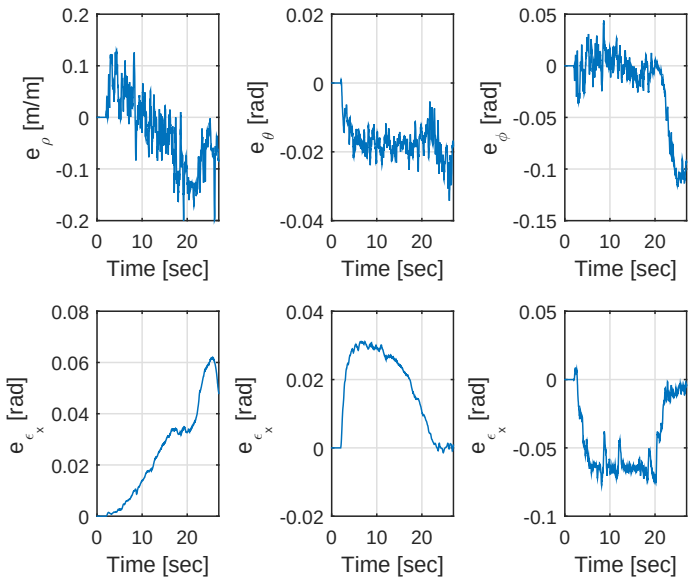



그림 6.12: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-1c)

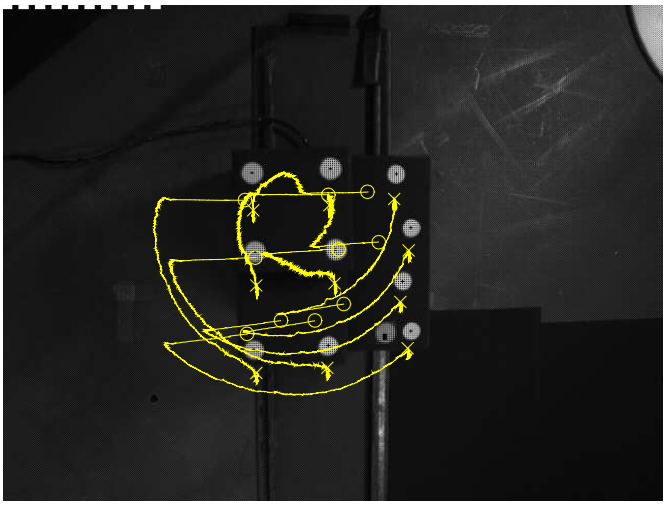


그림 6.13: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-1c)

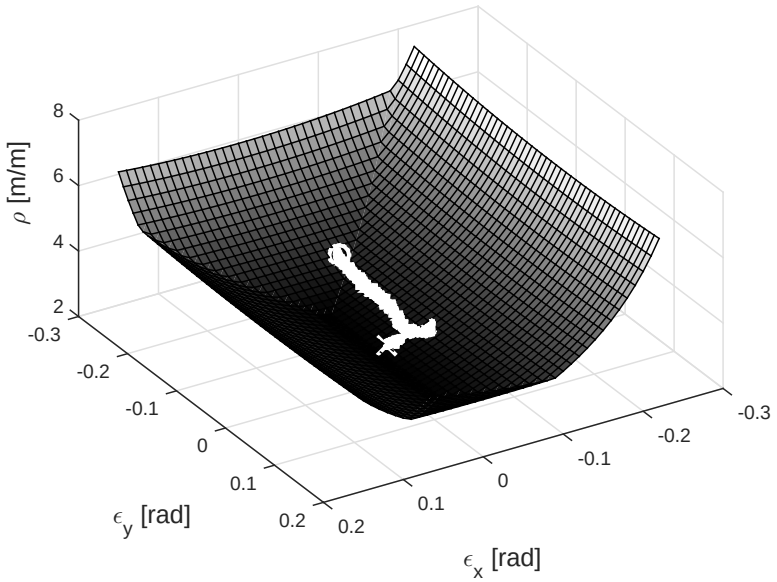



그림 6.14: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-1c)

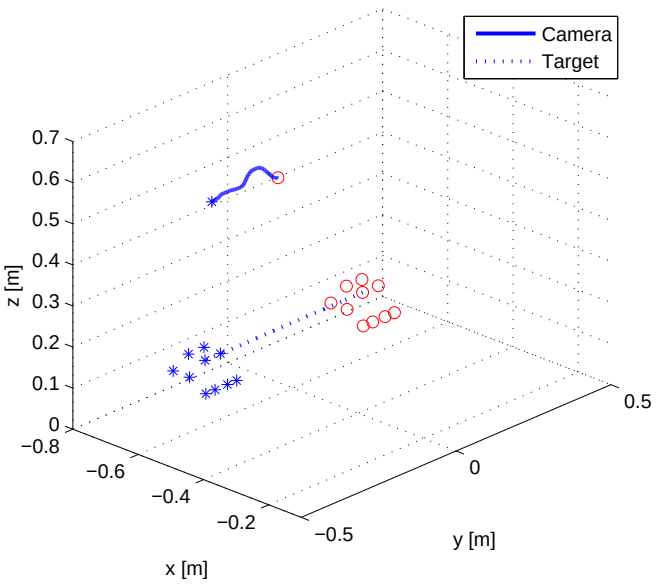



그림 6.15: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-1c)

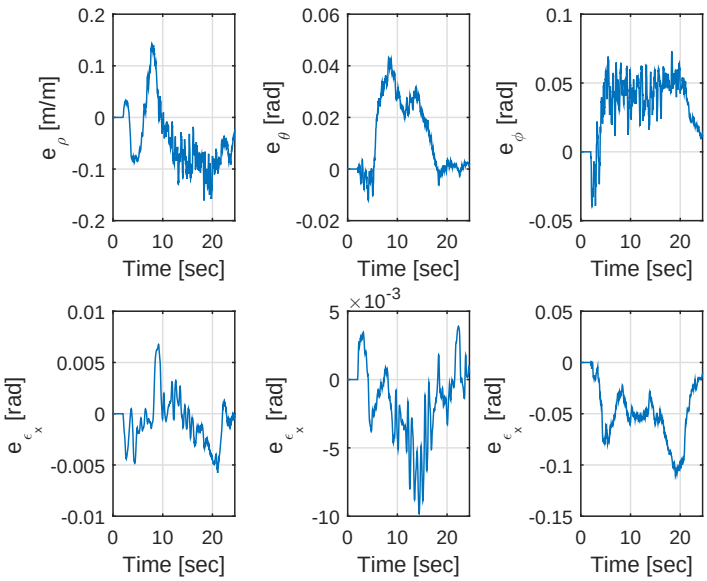



그림 6.16: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-2a)

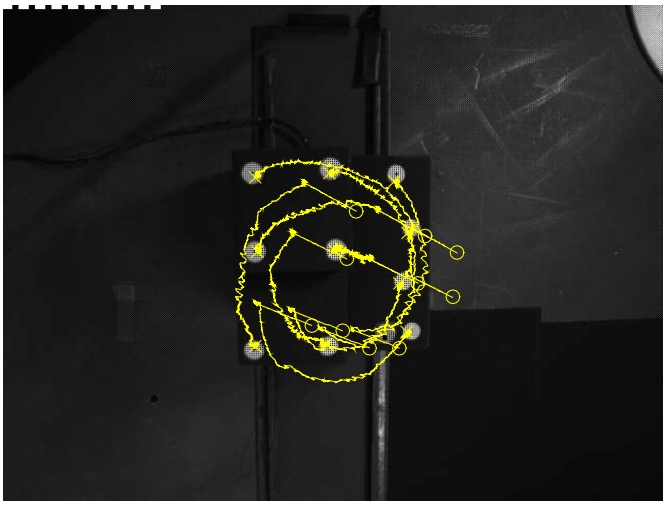


그림 6.17: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-2a)

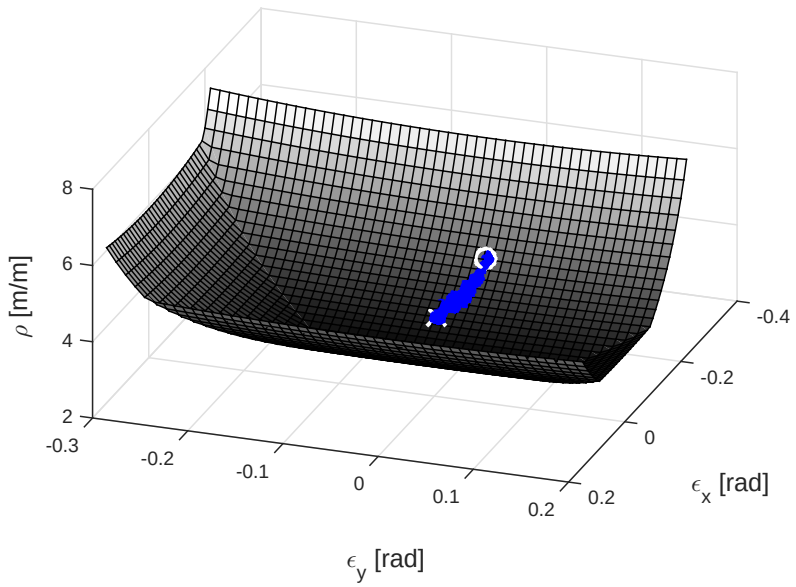



그림 6.18: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-2a)

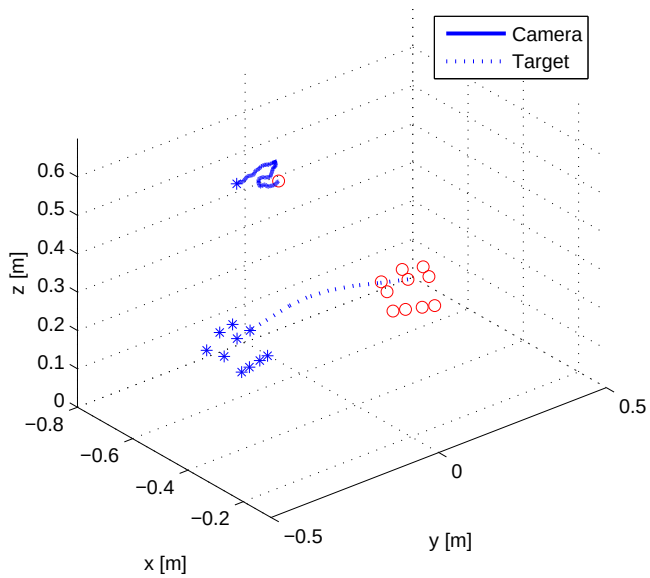



그림 6.19: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-2a)

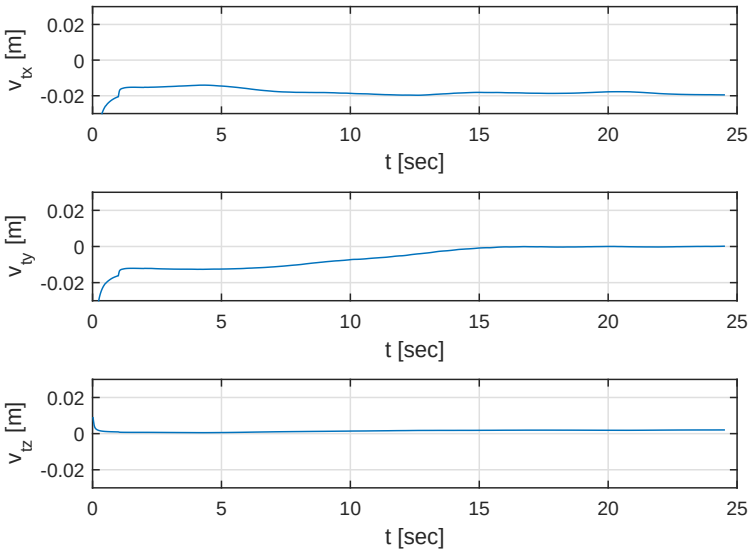



그림 6.20: 표적 속도의 근사치 (Case 1-2a)

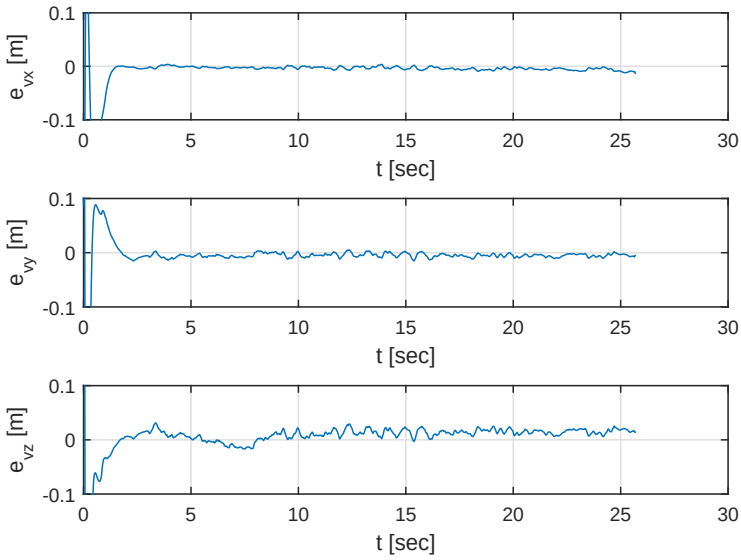



그림 6.21: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-2a)

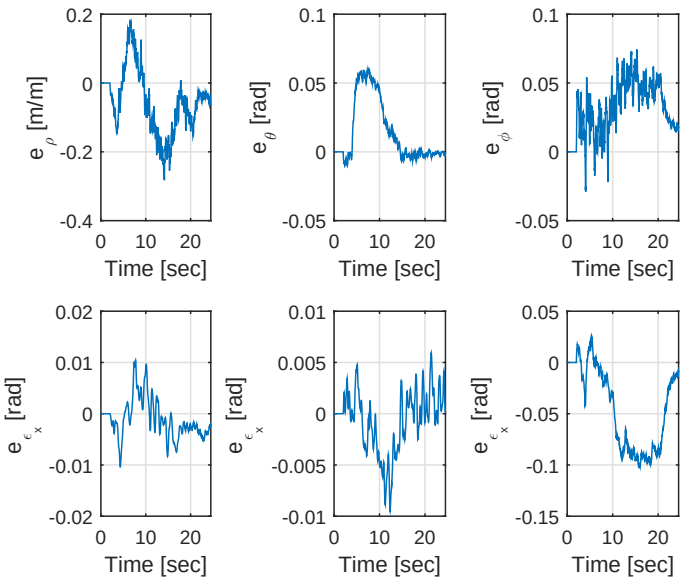



그림 6.22: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-2b)

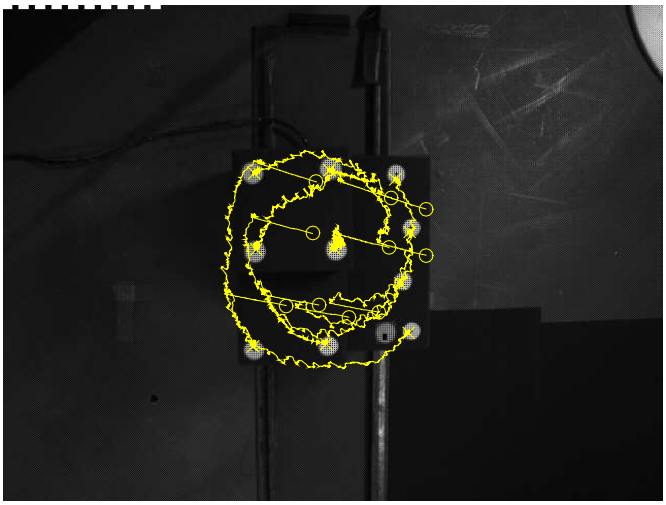


그림 6.23: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-2b)

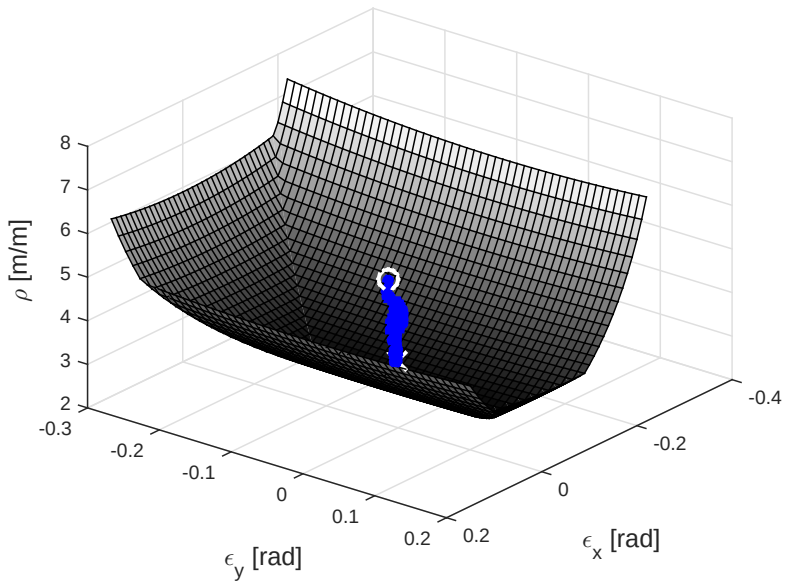



그림 6.24: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-2b)

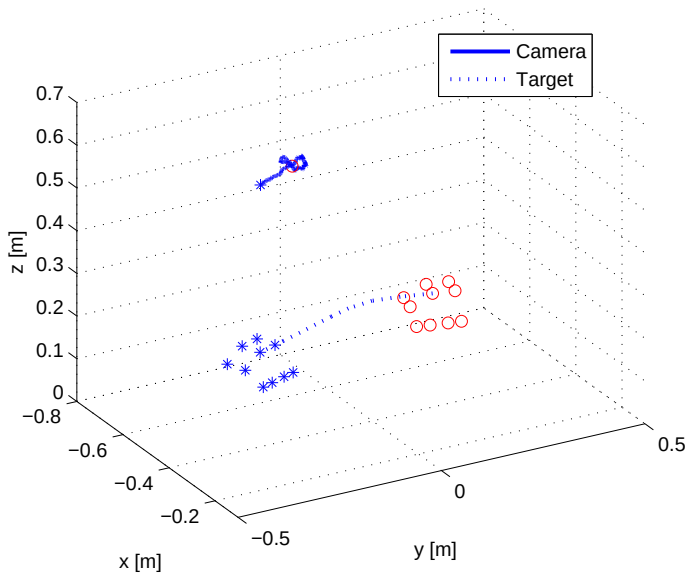



그림 6.25: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-2b)

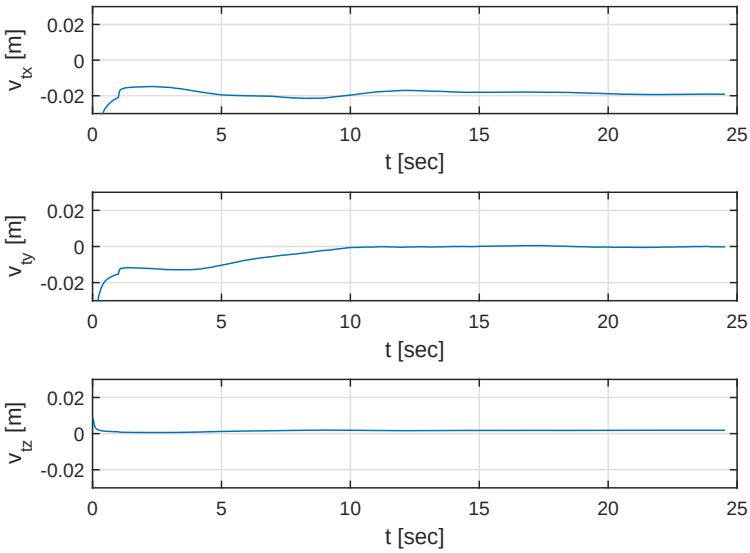



그림 6.26: 표적 속도의 근사치 (Case 1-2b)

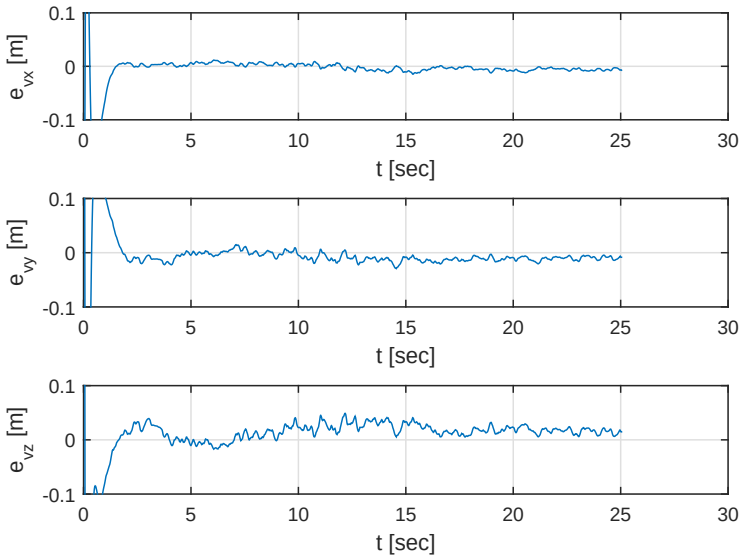



그림 6.27: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 1-2b)

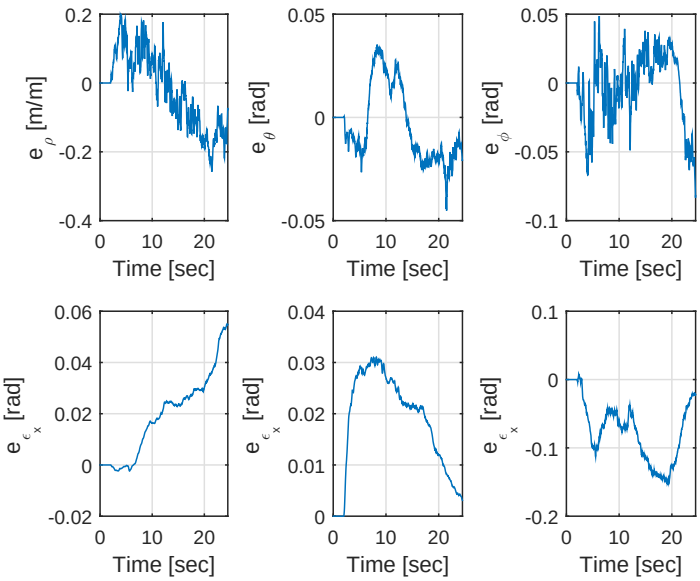



그림 6.28: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 1-2c)

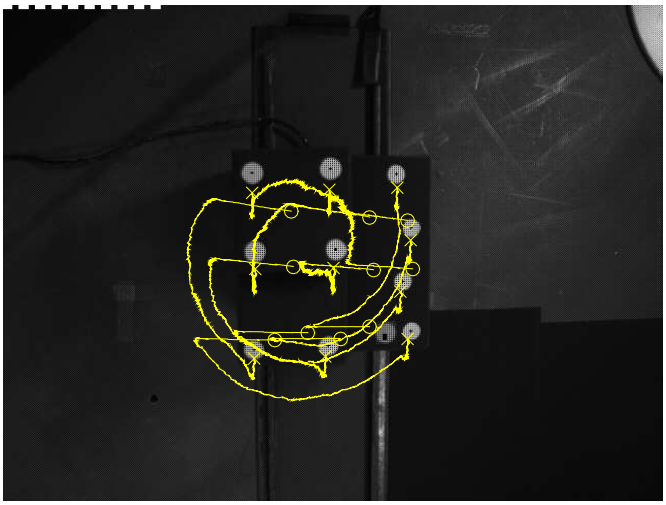


그림 6.29: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ×는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 1-2c)

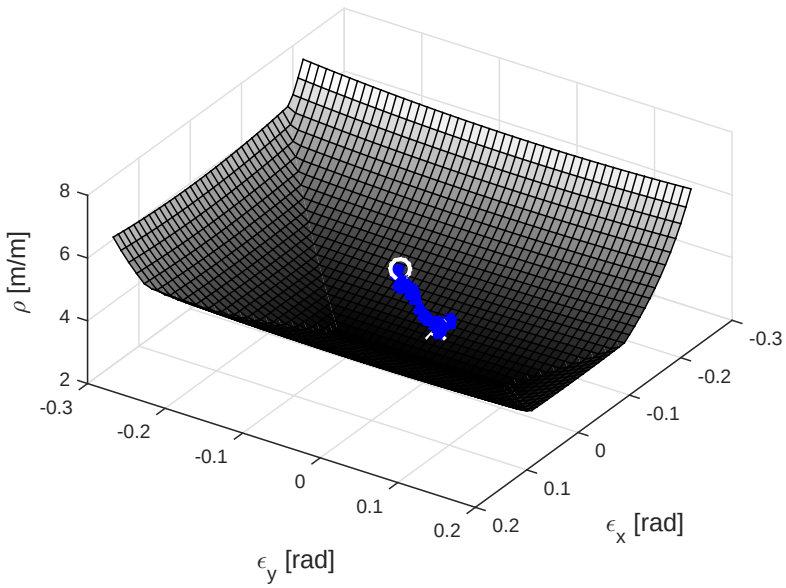



그림 6.30: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적 (Case 1-2c)

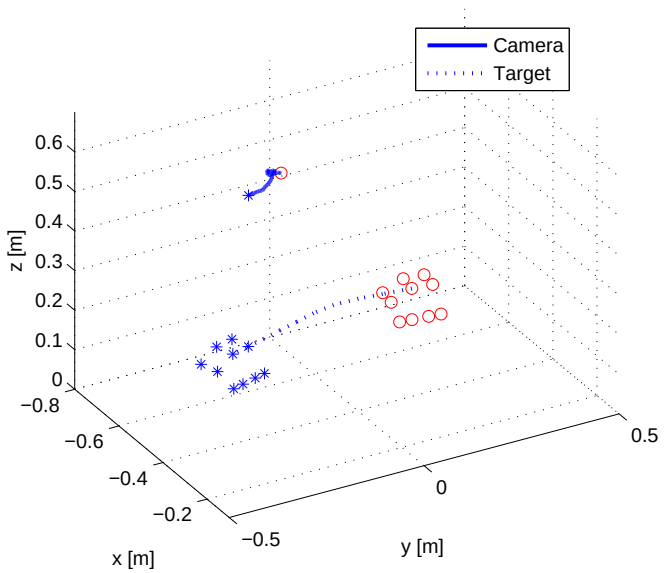



그림 6.31: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당 (Case 1-2c)

## 6.2 모의 실험 결과

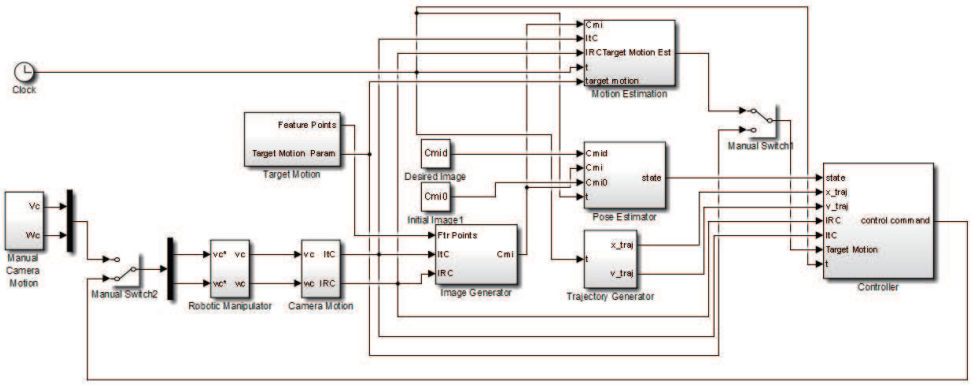



그림 6.32: 모의 실험 시스템의 Simulink 구성

모의 실험 환경은 MathWork 사의 MATLAB을 이용하여 구성하였다. 모의 실험 시스템의 구성은 그림 6.32에 나타내었다. 모의 실험 과정에서 사용한 표적의 특징점은 총 10개이며, 특징점의 좌표 정보는 모의 실험 시스템의 기준 좌표계 $\mathcal{I}$를 기준으로 표 6.2에 정리하였다. 표 6.2의 좌표들을 참조하면 $r_0 = 8.6cm$임을 알 수 있으며, $r_0^m = 8cm$, $r_0^M = 12cm$으로 설정하였다. 다음으로, $t = 0$에서의 카메라의 포즈는 좌표계 $\mathcal{I}$를 기준으로 다음과 같이 설정하였다.

$$
{}^{I}R_{C_0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{6.6}
$$

$$
{}^{I}O_{C_0} = [0 \;\; 0 \;\; 1]^T \tag{6.7}
$$

표적이 놓여 있게 됨을 의미한다. 모의 실험은 Case 1-1에 대한 모의 시험 검증(Case 2-1), 속도가 빠른 등속 운동 표적(Case 2-2)과 시간에 따라 속도가 변하는 표적(Case 2-3)의 세 가지 경우에 대해 수행하였다. Case 2-1은 Case 1-1과 동일한 상황을 설정하여 Case 1-1의 결과와 모의 실험 결과를 비교하였다. Case 2-2와 Case 2-3은 빠른 속도로 이동하는 표적에 대하여 표적을 일정 거리를 두고 감시하는 상황을 상정하였다. Case 2-2은 빠른 속도로 이동하는 표적에 대하여 표적의 운동을 보상했을 때와 그렇지 않은 경우에 대한 비주얼 서보잉 성능 평가를 수행하였으며, Case 2-3는 표적의 속도가 천천히 변하는 상황을 상정하여 표적 운동 추정기의 추정 성능과 비주얼 서보잉 제어기의 성능을 평가하였다. 각각의 경우에 대해 표적의 목표 영상을 획득하기 위한 카메라의 목표 포즈와 표적의 속도를 표 6.3에 정리하였으며, 카메라의 초기 및 목표 포즈는 그림 6.33, 6.34에 나타내었다. 다음으로 추정기의 이득 $\mathbf{\Gamma}_T$와 추정기의 초기값 $\hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[0]$는 공통적으로 다음과 같이 설정하였다.

$$\mathbf{\Gamma}_T = \begin{bmatrix} 0.101 & -0.026 & -0.046 \\ -0.026 & 0.123 & 0.093 \\ -0.046 & 0.093 & 0.208 \\ 0.404 & -0.308 & -0.502 \\ -0.308 & 0.710 & 0.944 \\ -0.502 & 0.944 & 1.57 \end{bmatrix} \tag{6.8}$$

$$\hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[0] = [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^T \tag{6.9}$$

Case 2-1은 두 개의 하위 경우로 나누어 a) 정확한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상한 경우, b) 불확실한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상한 경우에 대하여 모의 실험을 진행하였으며, Case 2-2, Case 2-3은 세 개의 하위 경우로 나누어, a) 정확한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상한 경우, b) 불확실한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상한 경우, c) 정확

한 $r_0$ 사용 + 표적 속도를 보상하지 않은 경우에 대하여 모의 실험을 진행하였다. 실험 결과에서와 마찬가지로 하위 경우 a)와 b)는 표적 크기 정보의 불확실성이 비주얼 서보잉 성능에 미치는 영향을 확인하기 위한 것이며, c)는 표적 속도 보상의 효과를 비교하기 위해 [29]의 결과를 구현한 것에 해당한다. 불확실한 $r_0$의 경우는 $\hat{r}_0 = r_0^M$으로 두었다. Case 2-1a)에 대한 모의 실험 결과는 그림 6.35 - 6.39에 나타내었다. Case 2-1a)의 경우에는 실험 Case 1-1a)와 마찬가지로 약 $\delta_\Omega = 0.16$으로 나타났으며, 그에 따라 Case 1-1과 동일하게 $K_p = 1.1$설정하였다. 다음으로, 표적 운동 추정기의 수렴을 위해 $t_0 = 3s$로 두었으며, $t_f = 23s$으로 두고 S-curve 궤적 설계를 이용하여 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$를 설계하였다. 그림 6.35에는 상태 변수 $\mathbf{x}$ 중 카메라의 위치를 나타내는 부분인 $\mathbf{p}$의 시간에 따른 궤적을 나타내었다. 그림 6.35(a)와 그림 6.35(b)을 비교해 보면, $\rho$와 $\phi$는 실험과 모의 실험이 유사한 궤적를 보여주고 있으며, $\theta$의 경우에서 약간의 차이를 보임을 알 수 있다. 이는 $\theta(t_0)$와 $\theta^*$의 계산 과정에서 영상 잡음이 영향을 미친 것으로 판단되며, 대략적으로 0.01rad 내외의 차이를 보이고 있으므로 $\theta$의 오차에 의해 발생하는 카메라의 목표 위치 오차는 2mm 내외의 미미한 수준임을 알 수 있다. 그림 6.36에는 상태 변수 $\mathbf{x}$ 중 카메라의 자세를 나타내는 부분인 $\boldsymbol{\varepsilon}$의 시간에 따른 궤적을 나타내었다. 그림 6.36(a)와 그림 6.36(b)을 비교해 보면, $\epsilon_x$, $\epsilon_y$의 궤적은 실험과 모의 실험 상에 약간의 차이가 발생한 것을 알 수 있으며, 이는 영상 잡음 외에도 실험 과정에서의 초기 및 목표 포즈와 모의 실험 상의 초기 및 목표 포즈의 설정 과정의 오차가 영향을 미친 것으로 판단된다. 그림 6.37에는 영상 평면 상에서의 특징점들의 궤적을 확인할 수 있으며, 초기 포즈 설정 과정의 오차에 의해, 실험과 모의 실험에서의 특징점 궤적이 약간의 차이는 보이고 있지만 전반적인 경로는 유사하게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그림 6.38에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림 6.38(a)와 그림 6.38(b)을 비교해 보면, 3차원 공간 상에서 매우 유사한 경로를 그리며 이동하

고 있는 것을 확인할 수 있으며, $y$축 이동 경로의 경우, 로봇 및 서보 드라이버의 동역학에 의해 발생하는 지연(Delay)과 영상 잡음 등에 의해 발생한 추종 오차가 반영되어 실험 및 모의 실험 결과에서 약간의 차이를 보이는 것으로 판단된다. 그러나 $t = t_f$ 이후의 이동 경로에는 큰 차이를 보이고 있지 않으며, 이는 두 경우 모두 표적에 대한 상대적인 목표 위치를 잘 유지하고 있음을 시사한다. 그림 6.39에는 표적 운동 추정치인 ${}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T(t)$를 나타내었다. 그림 6.39(a)의 실험 결과는 영상 잡음에 의해 전 시간대에 걸쳐 약간의 리플(Ripple)이 발생하고 있지만, 그림 6.39(b)과 비교했을 때, 평균적인 추정치는 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

다음으로 Case 2-1b)에 대한 모의 실험 결과는 그림 6.40 - 6.44에 나타내었다. Case 2-1b)의 경우에는 모든 설정은 Case 2-1a)과 동일하며, $r_0$ 정보에만 불확실성을 주어 $\hat{r}_0 = 0.12$으로 설정하고 모의 실험을 진행하였다. 그림 6.40에는 상태 변수 $\mathbf{x}$ 중 카메라의 위치를 나타내는 부분인 $\mathbf{p}$의 시간에 따른 궤적을 나타내었다. 그림 6.40(a), 6.40(b)의 실험과 모의 실험 결과를 비교해 보면, Case 2-1a)와 마찬가지로 $\theta$의 경우에서 약간의 차이를 보임을 알 수 있다. 이 역시 $\theta(t_0)$와 $\theta^*$의 계산 과정에서 영상 잡음이 영향을 미친 것으로 보이며, Case 2-1의 경우와 마찬가지로 카메라의 목표 위치 도달에는 큰 영향을 미치지는 않는 것으로 판단된다. 그림 6.41에는 상태 변수 $\mathbf{x}$ 중 카메라의 자세를 나타내는 부분인 $\boldsymbol{\varepsilon}$의 시간에 따른 궤적을 나타내었다. 그림 6.41(a)와 그림 6.41(b)을 비교해 보면, $\epsilon_x$, $\epsilon_y$의 궤적은 실험과 모의 실험 상에 약간의 차이가 발생하기는 하였으나 Case 2-1의 경우와 비교하면 그 차이가 감소하였으며, 전반적으로 실험과 모의 실험 결과가 매우 유사한 것을 확인할 수 있다. 그림 6.42에는 실험과 모의 실험에 대한 영상 평면 상에서의 특징점들의 궤적을 나타내었다. 실험 상에서의 초기 및 목표 포즈를 모의 실험 상에 구현하는 과정에서 약간의 오차가 있었기에 초기 및 목표 특징점의 위치가 약간의 차이는 있으나 전반적인 이동 경로는 매우 유사함을 확인할 수 있다. 다음으로, 그림 6.43에

는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림 6.43(a)와 그림 6.43(b)을 비교해 보면, 3차원 공간 상에서 매우 유사한 경로를 그리며 이동하고 있는 것을 확인할 수 있으며, $y, z$축 이동 경로의 경우, Case 2-1a)에서와 마찬가지의 원인에 의하여 실험 및 모의 실험 결과가 약간의 차이를 보이는 것으로 판단된다. 그러나, Case 2-1a)에서와 마찬가지로 $t = t_f$ 이후의 이동 경로에는 큰 차이를 보이고 있지 않으며, 이는 두 경우 모두 표적에 대한 상대적인 목표 위치를 잘 유지하고 있음을 시사한다. 그림 6.44에는 표적 운동 추정치인 ${}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T(t)$를 나타내었다. 그림 6.44(a)의 실험 결과는 Case 2-1a)와 마찾가지로 영상 잡음에 의해 전 시간대에 걸쳐 약간의 리플(Ripple)이 발생하고 있지만, 그림 6.44(b)과 비교했을 때, 전반적인 추정치는 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

이어서 Case 2-2a)에 대한 모의 실험 결과는 그림 6.45 - 6.49에 나타내었다. Case 2-2의 경우에는 약 $\delta_\Omega = 0.2$로 나타났으며, 그에 따라 (5.126)의 조건으로부터 $K_p = 6$ 정도로 설정하였다. 다음으로, 표적 운동 추정기의 수렴을 위해 $t_0 = 3s$로 두었으며, $t_f = 23s$으로 두고 S-curve 궤적 설계를 이용하여 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$를 설계하였다. 그림 6.45에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.45로부터 추종 오차는 서보잉 시작 시점인 $t = t_0$에서의 급격한 움직임을 제외하면 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$을 매우 작은 오차와 함께 잘 추종하고 있으며, 결과적으로 목표 상태 변수인 $x^*$으로 잘 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있다. 이 때, 전체 시간 구간에서의 최대 추종 오차는 0.08로 $\delta_\Omega$ 보다 충분히 작으므로 항상 가시 조건을 만족할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.46에서 확인할 수 있다. 또한, 그림 6.47에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 6.46의 특징점의 궤적의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.48에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림으로

부터 카메라는 목표 포즈를 향해 부드러운 운동 궤적을 그리며 이동하고 있으며, 목표 포즈를 달성한 이후로는 표적과 같이 직선 궤도를 따라 이동하고 있는 것을 확인할 수 있다. 그림 6.49에는 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$를 나타내었다. $t = t_0$ 시점에서 추정 오차가 충분히 작은 값으로 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있으며, 그 이후로 전 구간에서 추정 오차를 매우 작은 값으로 유지하고 있으므로 표적 속도에 대한 추정이 성공적으로 이루어졌음을 알 수 있다.

다음으로 그림 6.50 - 6.54에 Case 2-2b)에 대한 모의 실험 결과를 나타내었다. 모든 설정은 Case 2-2a)와 동일하며 $r_0$ 정보에만 불확실성을 주어 $\hat{r}_0 = 0.12$으로 설정하고 모의 실험을 진행하였다. 그림 6.45에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.50로부터 추종 오차는 Case 2-2a)와 마찬가지로 서보잉 시작 시점인 $t = t_0$에서의 급격한 움직임을 제외하면 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$을 매우 작은 오차와 함께 잘 추종하고 있지만, $\hat{r}_0$에 존재하는 불확실성의 영향으로 전반적인 추종 오차는 약간 증가한 것을 확인할 수 있다. 그럼에도 불구하고, 결과적으로 목표 상태 변수인 $x^*$으로 성공적으로 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있다. 이 때, 전체 시간 구간에서의 최대 추종 오차는 0.16으로 Case 2-2a)에 비해서는 증가하였지만 여전히 $\delta_\Omega$ 보다 충분히 작으므로 항상 가시 조건을 만족할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.51에서 확인할 수 있다. 또한, 그림 6.52에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 6.51의 특징점의 궤적의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.53에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림으로부터 카메라는 목표 포즈를 향해 부드러운 운동 궤적을 그리며 이동하고 있으며, $\hat{r}_0$의 불확실성에도 불구하고 Case 2-2a)에서의 카메라 이동 궤적과 큰 차이를 보이고 있지 않음을 알 수 있다. 그림 6.54에는 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$를 각각 나타내었다. $t = t_0$ 시점에

서 추정 오차가 충분히 작은 값으로 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있지만, $t = t_0$ 이후로 카메라가 운동을 시작하면서 발생하는 가속에 의해 추정 결과에 비교적 큰 오차가 발생하는 것을 알 수 있다. 또한, 그림 6.54로부터 $t_0 \leq t < t_f$ 구간에서는 $\hat{r}_0$의 불확실성에 의해 카메라의 움직임에 의한 $\mathbf{e}_v$의 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 정리 1의 결과와도 잘 일치한다. 또한, $t = t_f$ 이후 전 구간에서 $\hat{r}_0$의 불확실성에도 불구하고 표적 속도 추정 오차를 매우 작은 값으로 유지하고 있으므로 표적 속도에 대한 추정이 성공적으로 이루어지게 됨을 확인할 수 있다.

그림 6.55 - 6.58에는 Case 2-2c)에 대한 모의 실험 결과를 나타내었다. 기타 모든 설정은 Case 2-2a)와 동일하며 표적 속도에 대한 보상이 없는 상태에서 모의 실험을 진행하였다. 그림 6.55에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.55로부터 추종 오차는 전반적으로 Case 2-2a)와 비교하면 성능이 현저히 저하되는 것을 확인할 수 있다. $\hat{r}_0$에 불확실성이 없는 경우임에도 불구하고 목표 궤적을 잘 추종하지 못하며, 전체 시간 구간에서 0.5이상의 매우 큰 추종 오차를 보여주고 있다. 이는 $\delta_\Omega$ 보다 훨씬 큰 수치이지만, 그럼에도 불구하고, 그림 6.56에서 확인할 수 있듯이, 전반적으로 가시 조건은 잘 만족하고 있음을 알 수 있다. 이는 가시 조건을 위한 $\delta_\Omega$이 매우 보수적인 조건임을 시사하여 준다. 또한, 그림 6.57에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 6.56의 특징점의 궤적의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.58에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림으로부터 카메라는 목표 포즈를 향해 부드러운 운동 궤적을 그리며 이동하고는 있으며, $t = t_f$ 이후로는 직선 경로를 그리며 표적을 쫓아 따라가는 것처럼 보이지만, 앞서 기술한 결과들로부터 표적을 정확히 추종하고 있는 것으로 판단할 수는 없음을 알 수 있다.

다음으로 Case 2-3a)에 대한 모의 실험 결과는 그림 6.59 - 6.63에 나타내었다. 목표 포즈가 Case 2-2과 동일하므로 그에 따라 (5.126)의 조건으로부터 $K_p = 6$ 정도로 설정하였다. 다음으로, 표적 운동 추정기의 수렴을 위해 $t_0 = 3s$로 두었으며, $t_f = 23s$으로 두고 S-curve 궤적 설계를 이용하여 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$를 설계하였다. 그림 6.59에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.59로부터 추종 오차는 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$을 일정한 주기성을 가지고 추종하고 있음을 알 수 있다. 표적이 주기적으로 움직이고 있기 때문에 목표 포즈로 정확하게 수렴하지는 않으나 전반적으로 매우 작은 추종 오차를 가지는 것을 확인할 수 있다. 이 때, 전체 시간 구간에서의 최대 추종 오차는 0.06으로 $\delta_\Omega$ 보다 충분히 작으므로 항상 가시 조건을 만족할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.60에서 확인할 수 있다. 또한, 그림 6.61에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 6.60의 특징점의 궤적의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.62에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 그림으로부터 카메라는 표적의 움직임과 같이 작은 지그재그 형태의 운동 궤적을 그리며 이동하고 있음을 확인할 수 있다. 그림 6.63에는 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$를 나타내었다. $t = t_0$ 시점에서 추정 오차가 충분히 작은 값으로 수렴하고 있지만, 표적의 주기적인 운동에 의해 $\mathbf{e}_v(t)$에도 약간의 진동이 발생하는 것을 확인할 수 있으며, 이로 인하여 카메라의 운동에도 표적의 주기와 동일한 형태의 진동이 나타나게 됨을 알 수 있다.

다음으로 그림 6.64 - 6.68에 Case 2-3b)에 대한 모의 실험 결과를 나타내었다. 모든 설정은 Case 2-3a)와 동일하며 $r_0$ 정보에만 불확실성을 주어 $\hat{r}_0 = 0.12$으로 설정하고 모의 실험을 진행하였다. 그림 6.59에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.64로부터 추종 오차는 Case 2-3a)와 마

찬가지로 주기적인 추종 오차를 나타내는 것을 알 수 있다. 이 때, 전체 시간 구간에서의 최대 추종 오차는 0.13으로 Case 2-3a)에 비해서는 증가하였지만 이는 비주얼 서보잉 시작 시점에서의 급격한 속도 변화에 의한 것이며 전반적인 오차는 Case 2-3a)와 크게 다르지 않음을 알 수 있다. 또한, $\delta_\Omega$ 보다 충분히 작으므로 항상 가시 조건을 만족할 것이라 예상할 수 있으며, 이는 그림 6.65에서 확인할 수 있다. 또한, 그림 6.66에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 6.65의 특징점의 궤적의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.67에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. 카메라의 운동 궤적은 $\hat{r}_0$의 불확실성에도 불구하고 Case 2-3a)에서의 카메라 이동 궤적과 큰 차이를 보이고 있지 않음을 알 수 있다. 그림 6.68에는 표적 운동 추정 오차인 $\mathbf{e}_v(t)$을 나타내었다. $t = t_0$ 시점에서 추정 오차가 충분히 작은 값으로 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있지만, $t = t_0$ 이후로 카메라가 운동을 시작하면서 발생하는 가속에 의해 추정 결과에 비교적 큰 오차가 발생하는 것을 알 수 있다. 또한, 그림 6.68로부터 $t_0 \leq t < t_f$ 구간에서는 $\hat{r}_0$의 불확실성에 의해 카메라의 움직임에 의한 $\mathbf{e}_v$의 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 정리 1의 결과와도 잘 일치한다.

그림 6.69 - 6.72에는 Case 2-3c)에 대한 모의 실험 결과를 나타내었다. 기타 모든 설정은 Case 2-3a)와 동일하며 표적 속도에 대한 보상이 없는 상태에서 모의 실험을 진행하였다. 그림 6.69에는 상태 변수 $\mathbf{x}$와 그에 대한 목표 궤적 $\mathbf{x}^d$ 사이의 추종 오차를 나타내었다. 그림 6.69로부터 추종 오차는 전반적으로 Case 2-3a)와 비교하면 성능이 현저히 저하되는 것을 확인할 수 있다. $\hat{r}_0$에 불확실성이 없는 경우임에도 불구하고 목표 궤적을 잘 추종하지 못하며, 전체 시간 구간에서 0.6이상의 매우 큰 추종 오차를 보여주고 있다. 이는 $\delta_\Omega$ 보다 훨씬 큰 수치이지만, 그럼에도 불구하고, 그림 6.70에서 확인할 수 있듯이, 전반적으로 가시 조건은 잘 만족하고 있

음을 알 수 있다. 이는 Case 2-2에서와 마찬가지로 가시 조건을 위한 $\delta_\Omega$이 매우 보수적인 조건임을 나타낸다. 또한, 그림 6.71에는 가시 집합의 경계면과 비주얼 서보잉 기간 동안의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적을 나타내었으며, $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적이 항상 가시 집합 내부에 속해 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 그림 6.70의 특징점의 궤적의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 6.72에는 3차원 공간 상에서의 표적과 카메라의 운동 궤적을 나타내었다. $t = t_f$ 이후로는 표적의 운동과 유사한 경로를 그리며 표적을 쫓아 따라가는 것처럼 보이지만, 앞서 기술한 결과들로부터 표적을 정확히 추종하고 있는 것으로 판단할 수는 없음을 알 수 있다.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ${}^{I}\mathbf{p}_1$ | $(0, 0, 0.18)$ | ${}^{I}\mathbf{p}_2$ | $(-0.05, 0, 0.18)$ |
| ${}^{I}\mathbf{p}_3$ | $(-0.05, 0.05, 0.18)$ | ${}^{I}\mathbf{p}_4$ | $(0, 0.05, 0.18)$ |
| ${}^{I}\mathbf{p}_5$ | $(0, -0.05, 0.1550)$ | ${}^{I}\mathbf{p}_6$ | $(-0.05, -0.05, 0.1550)$ |
| ${}^{I}\mathbf{p}_7$ | $(0.05, -0.05, 0.13)$ | ${}^{I}\mathbf{p}_8$ | $(0.05, -0.02, 0.13)$ |
| ${}^{I}\mathbf{p}_9$ | $(0.05, 0.02, 0.13)$ | ${}^{I}\mathbf{p}_{10}$ | $(0.05, 0.05, 0.13)$ |

표 6.2: 표적 특징점 좌표 (단위 : 미터)

| | Case 2-1 | |
|---|---|---|
| 목표 자세 (${}^{T}R_{C^*}$) | $\begin{bmatrix} 0.99 & -0.01 & 0.09 \\ -0.02 & -0.99 & 0.08 \\ 0.09 & -0.08 & -0.99 \end{bmatrix}$ | |
| 목표 위치 (${}^{T}O_{C^*}$) | $(-0.04, -0.03, 0.37)[m]$ | |
| 표적 속도 (${}^{C_0}\mathbf{v}_T$) | $(0, -0.02, 0)[m/s]$ | |
| | Case 2-2 | Case 2-3 |
| 목표 자세 (${}^{T}R_{C^*}$) | $\begin{bmatrix} -0.88 & -0.37 & -0.30 \\ -0.12 & 0.78 & -0.62 \\ 0.46 & -0.51 & -0.73 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -0.88 & -0.37 & -0.30 \\ -0.12 & 0.78 & -0.62 \\ 0.46 & -0.51 & -0.73 \end{bmatrix}$ |
| 목표 위치 (${}^{T}O_{C^*}$) | $(0.3, 0.7, 0.52)[m]$ | $(0.3, 0.7, 0.52)[m]$ |
| 표적 속도 (${}^{C_0}\mathbf{v}_T$) | $(0.1, -0.4, 0)[m/s]$ | $(0.1, -0.4 + 0.1\sin\left(\frac{2\pi}{10}t\right), 0)[m/s]$ |

표 6.3: 카메라 목표 포즈 및 표적 속도 데이터

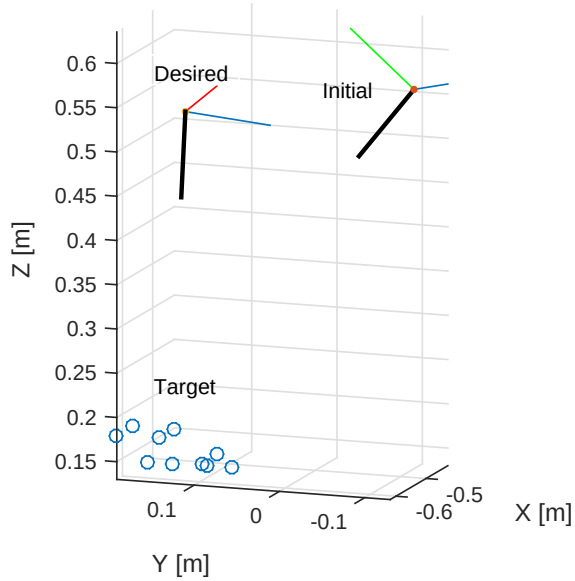



그림 6.33: 표적에 대한 카메라의 초기 포즈 및 목표 포즈 (Case 2-1). 검은색 실선은 카메라의 $Z$-축에 해당

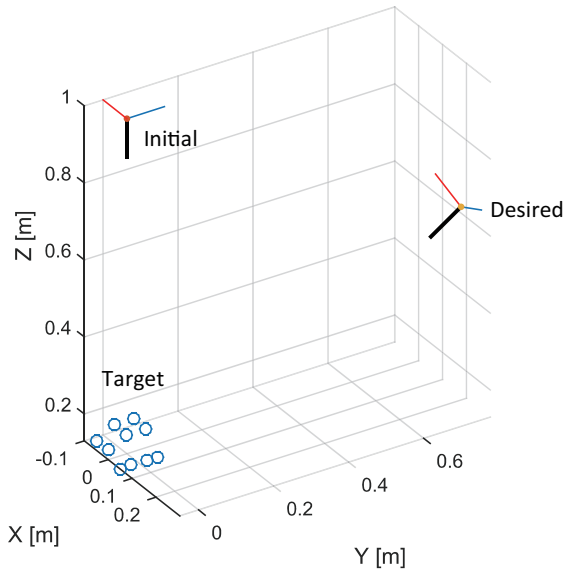
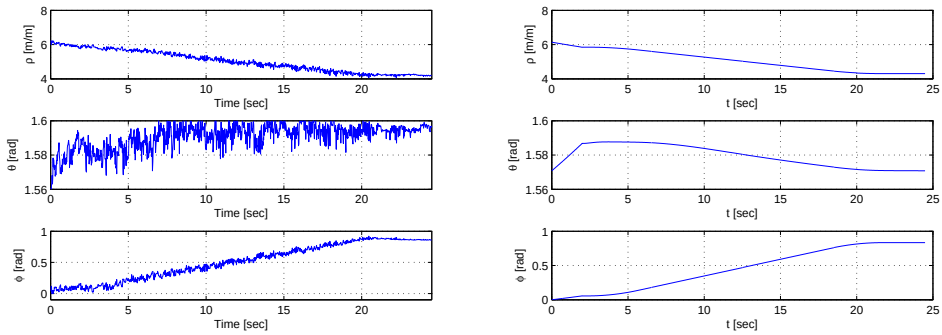
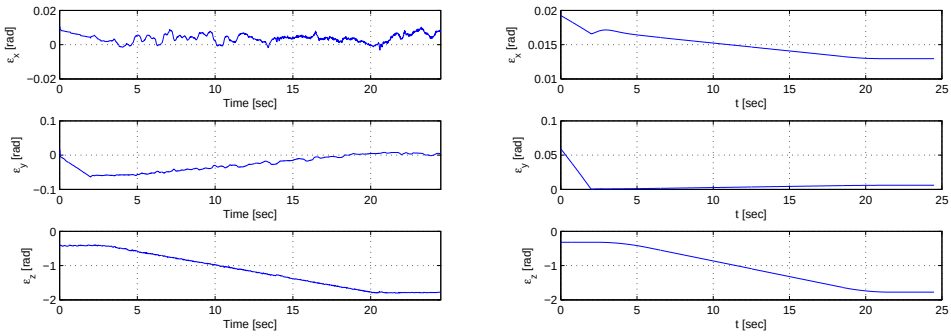



그림 6.34: 표적에 대한 카메라의 초기 포즈 및 목표 포즈 (Case 2-2, Case 2-3 공통). 검은색 실선은 카메라의 $Z$-축에 해당



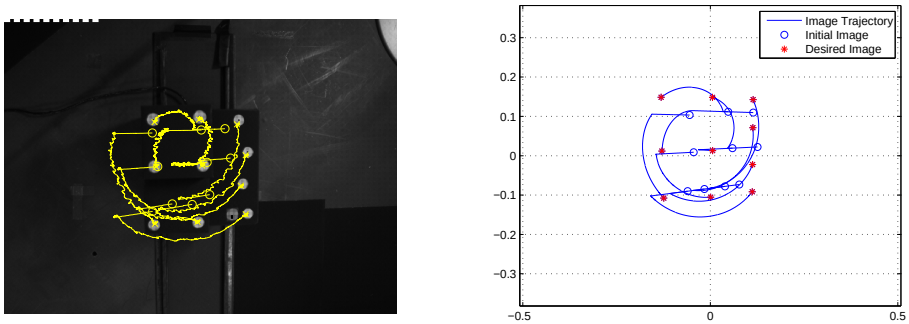

(a) (b)

그림 6.35: 시간에 따른 상태 변수 **p**. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)



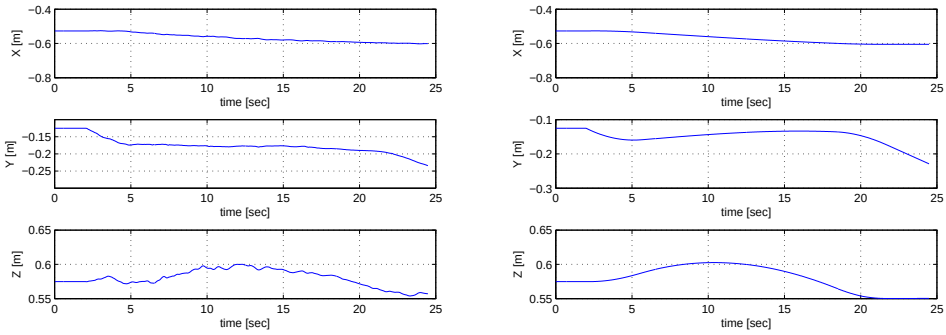

(a) (b)

그림 6.36: 시간에 따른 상태 변수 $\varepsilon$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)



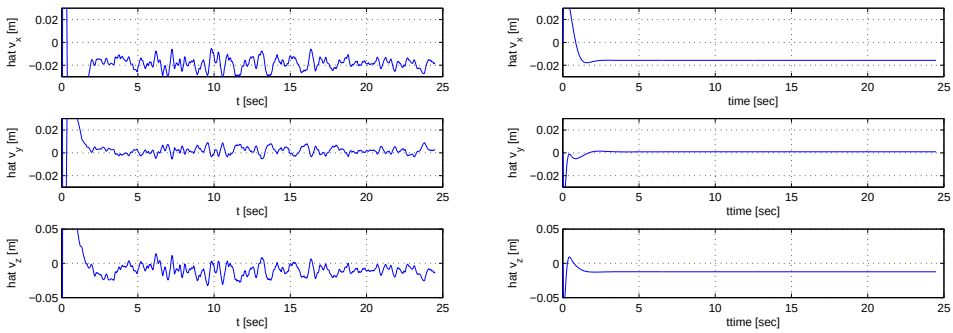

(a) (b)

그림 6.37: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)



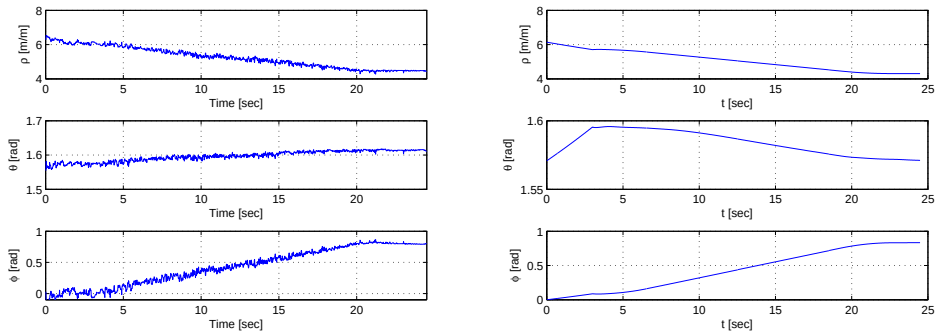

(a) (b)

그림 6.38: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)



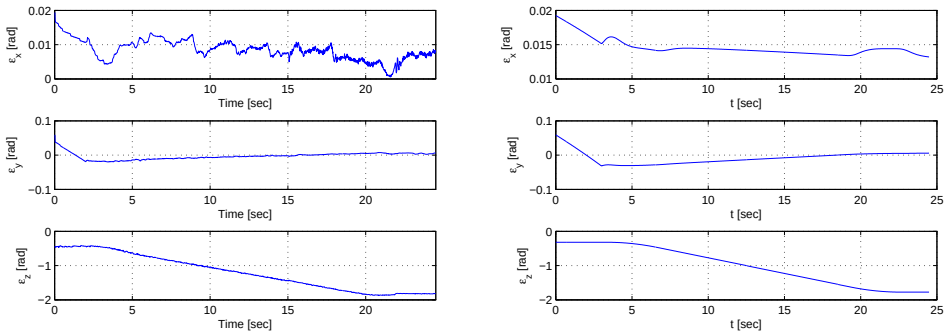

(a) (b)

그림 6.39: 시간에 따른 표적 속도 추정치 ${}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)



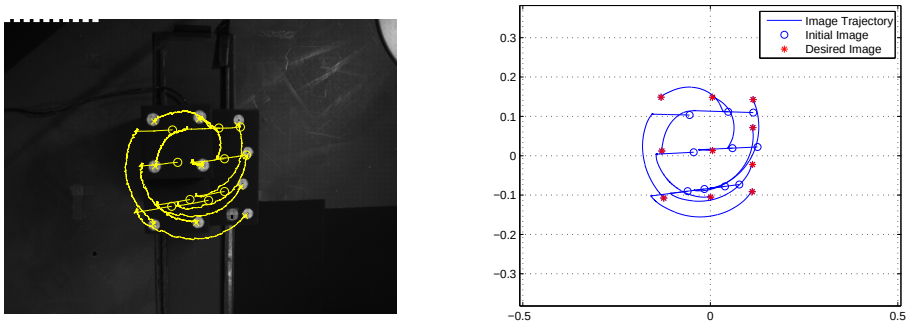

(a) (b)

그림 6.40: 시간에 따른 상태 변수 **p**. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)



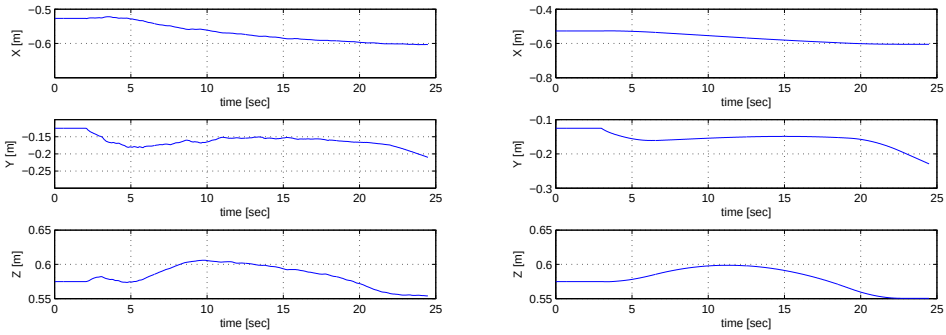

(a) (b)

그림 6.41: 시간에 따른 상태 변수 $\varepsilon$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)



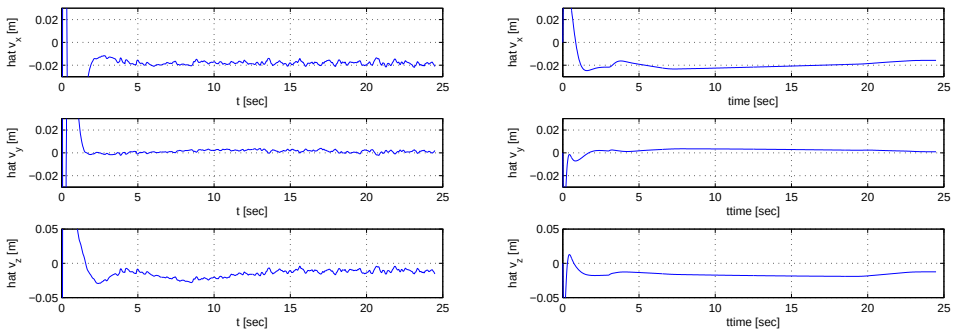

(a) (b)

그림 6.42: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)




(a) (b)

그림 6.43: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)




(a) (b)

그림 6.44: 시간에 따른 표적 속도 추정치 ${}^{C_0}\hat{\mathbf{v}}_T$. (a) 실험 결과 (b) 모의 실험 결과 (Case 2-1a)

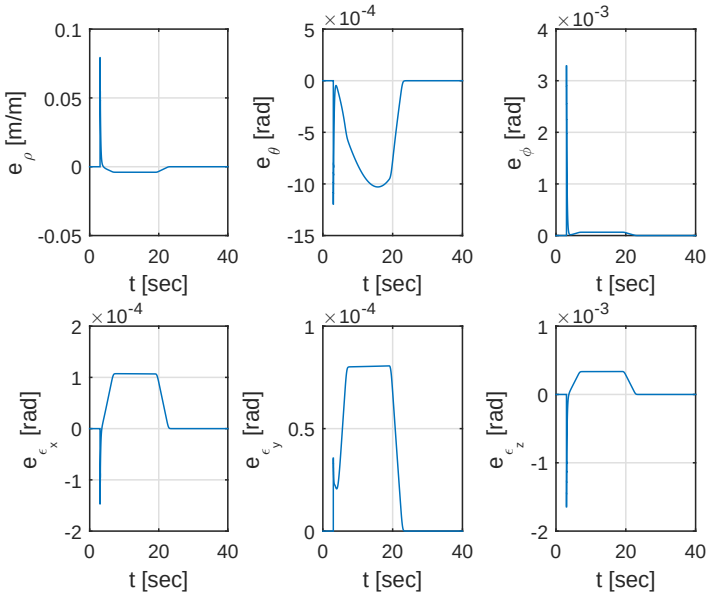



그림 6.45: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-2a)

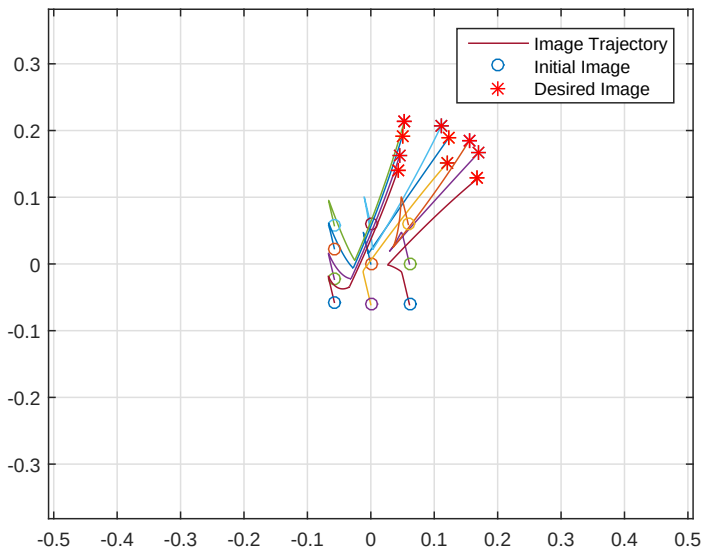



그림 6.46: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-2a)

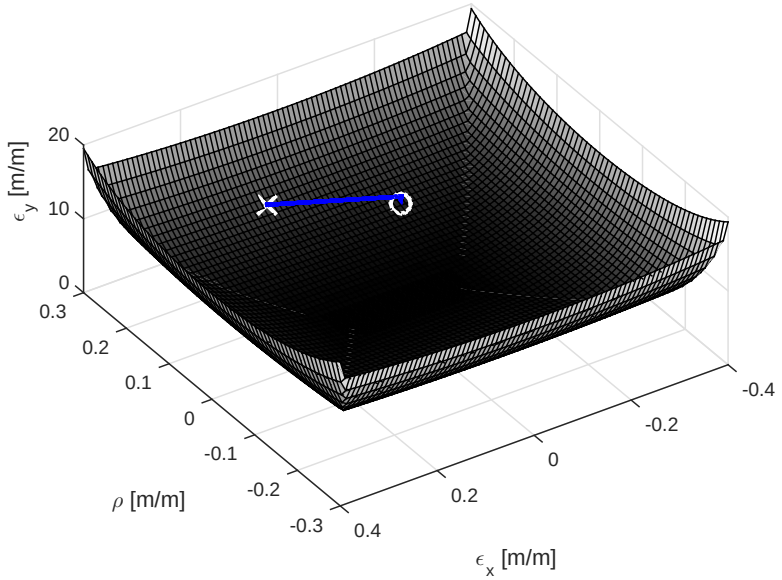



그림 6.47: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-2a)

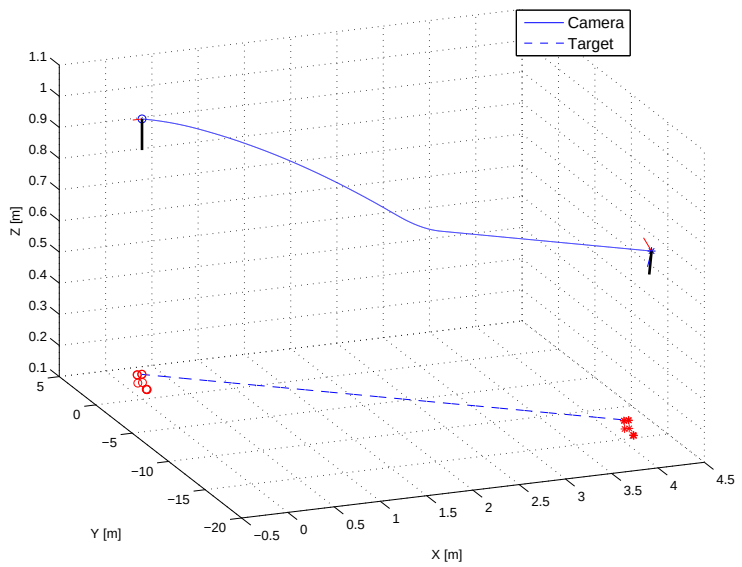



그림 6.48: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-2a)

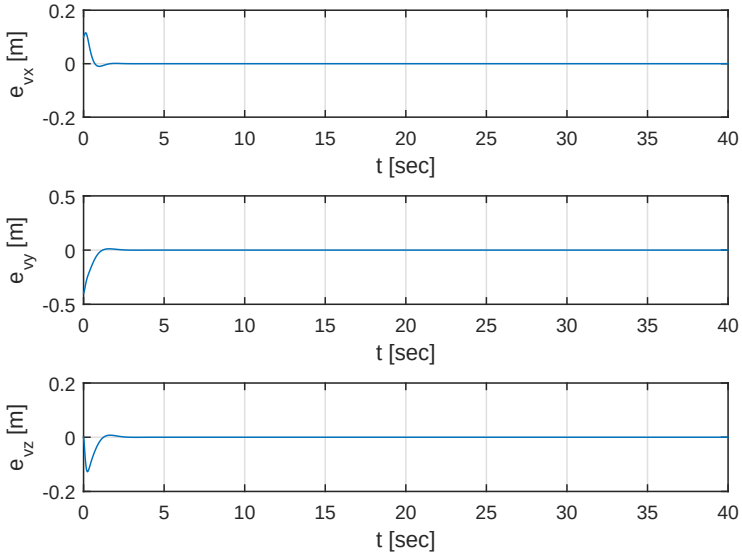



그림 6.49: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-2a)

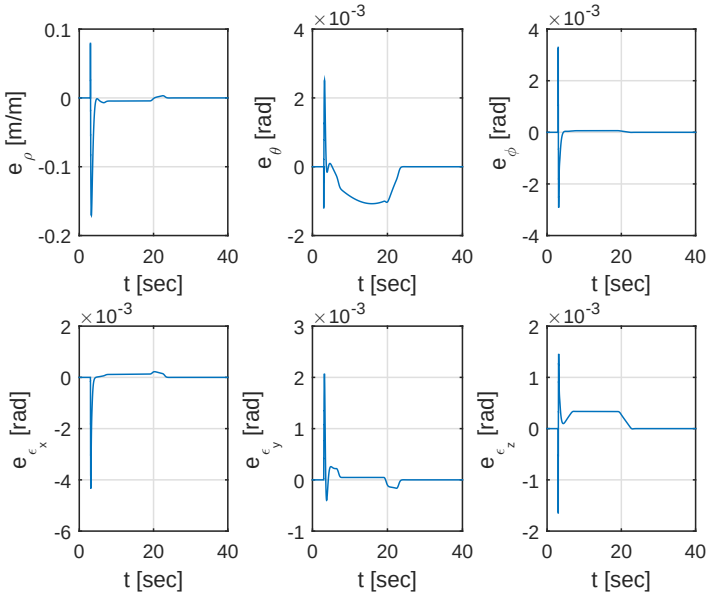



그림 6.50: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-2b)

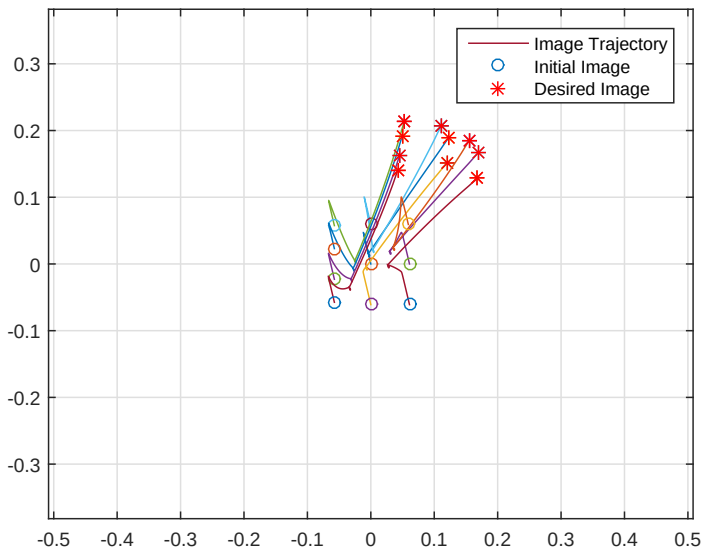



그림 6.51: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-2b)

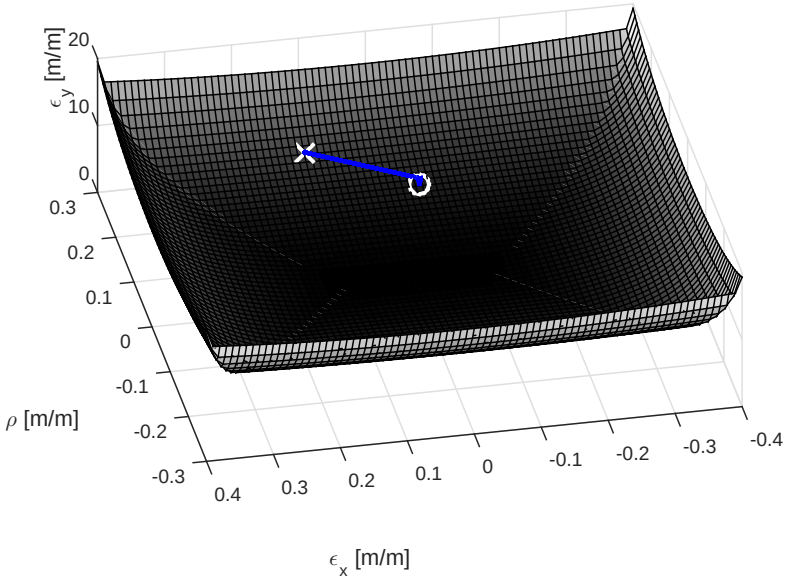



그림 6.52: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-2b)

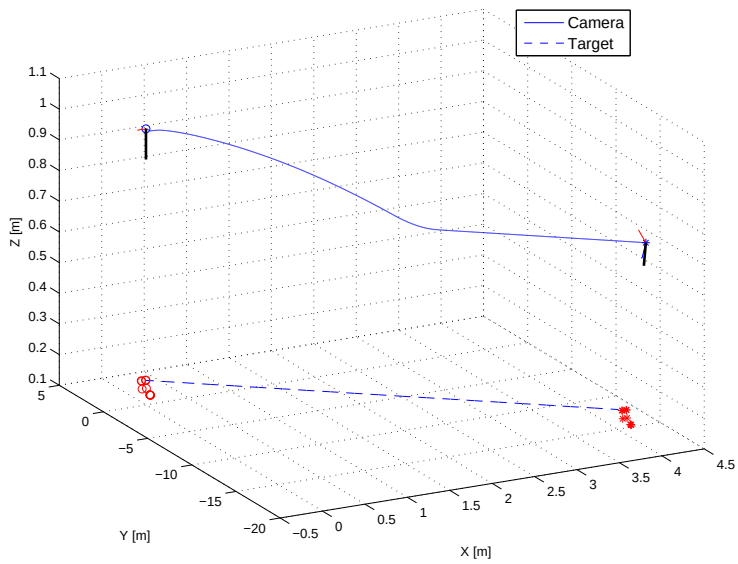



그림 6.53: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-2b)

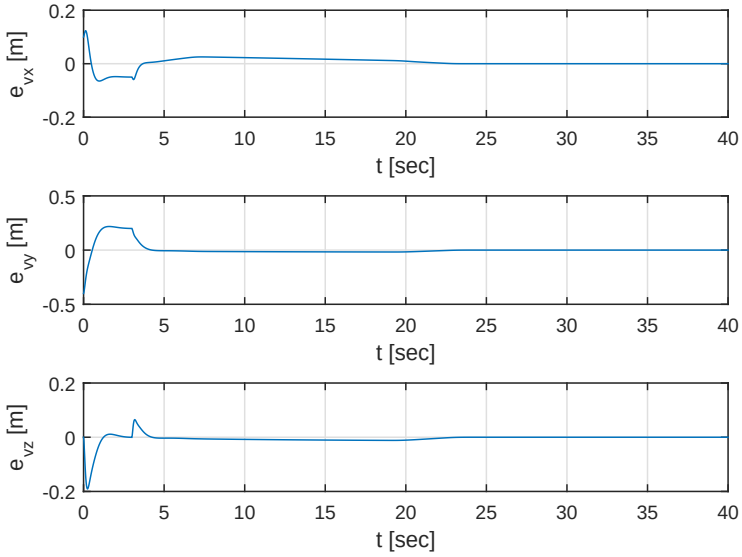



그림 6.54: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-2b)

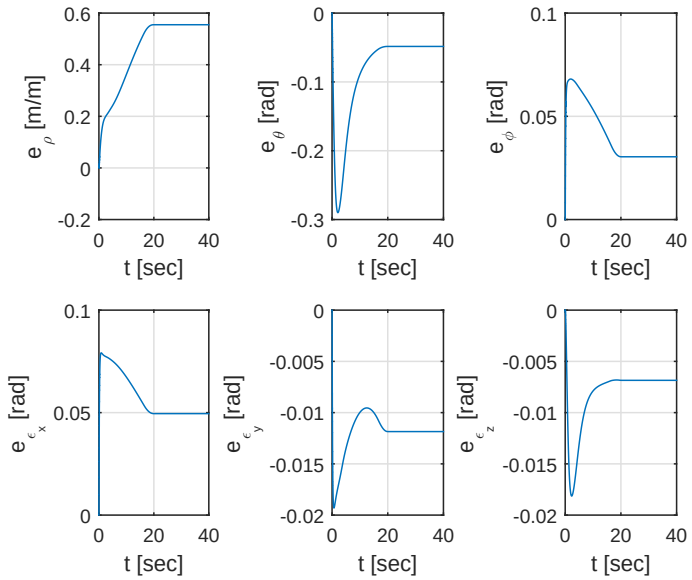



그림 6.55: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-2c)

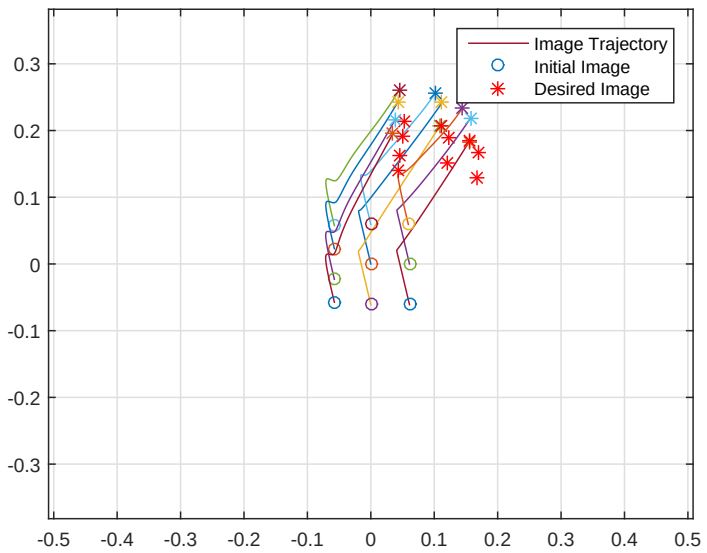



그림 6.56: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-2c)

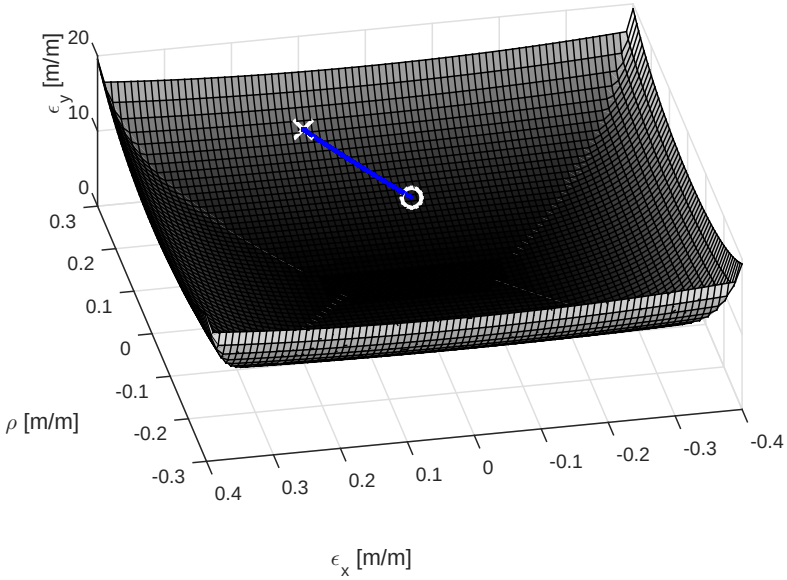



그림 6.57: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-2c)

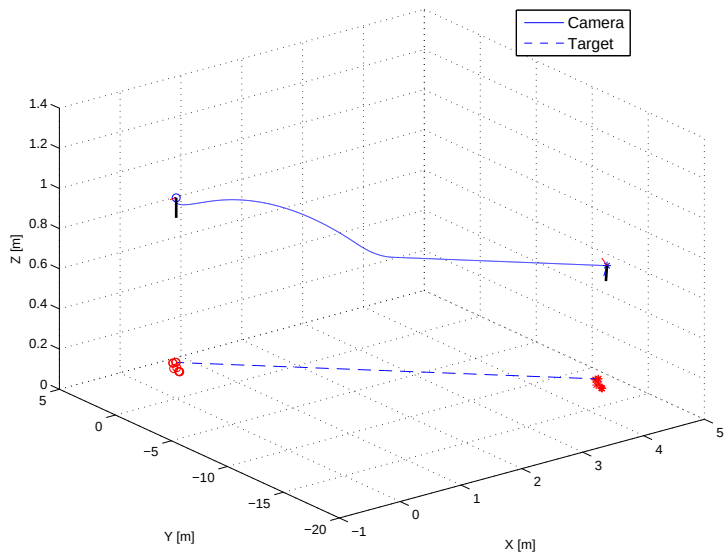



그림 6.58: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-2c)

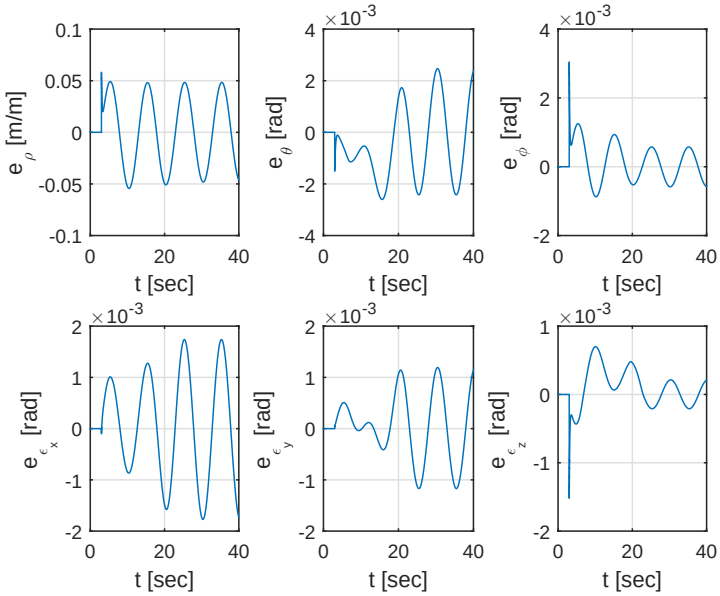



그림 6.59: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-3a)

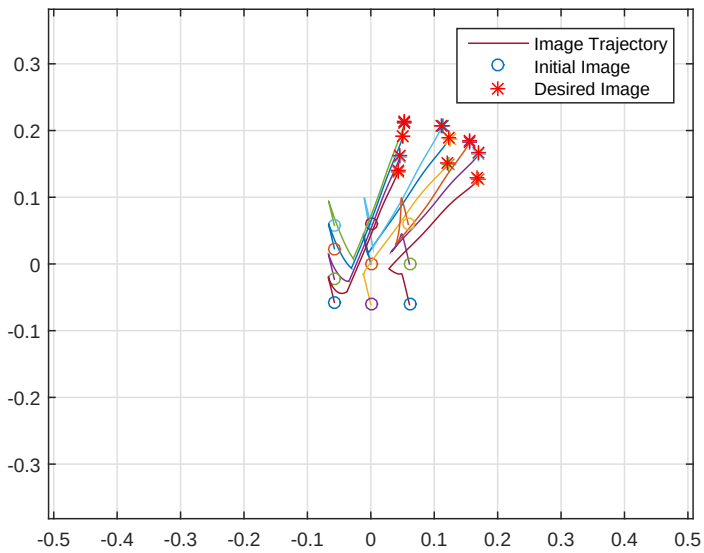



그림 6.60: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-3a)

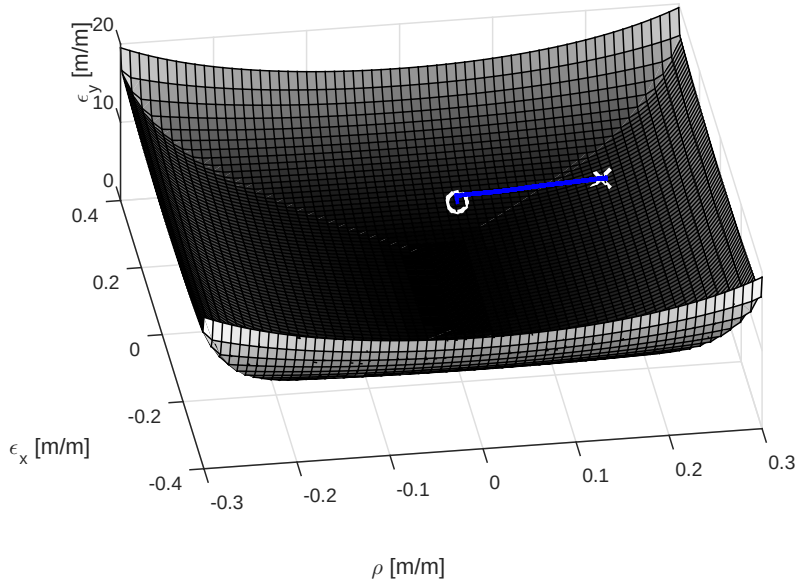



그림 6.61: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-3a)

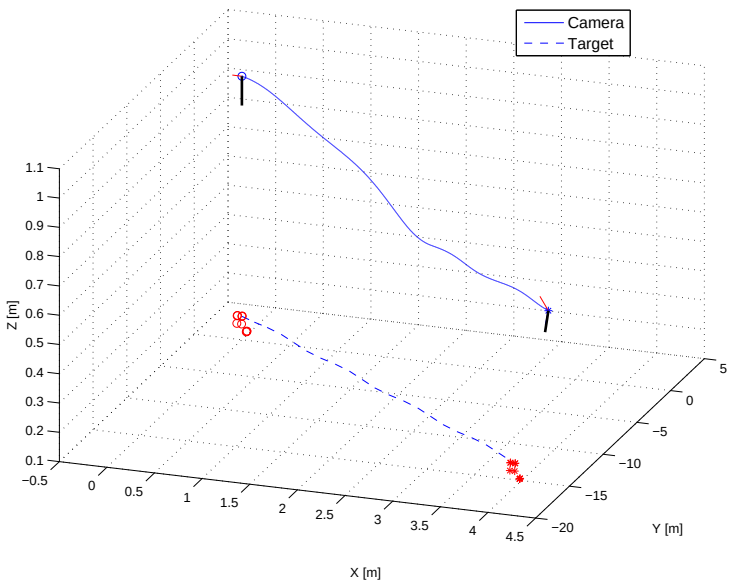



그림 6.62: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-3a)

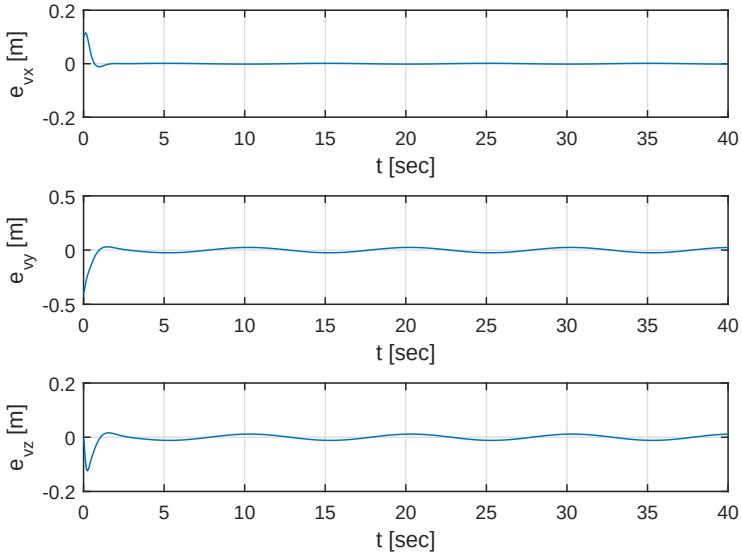



그림 6.63: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-3a)

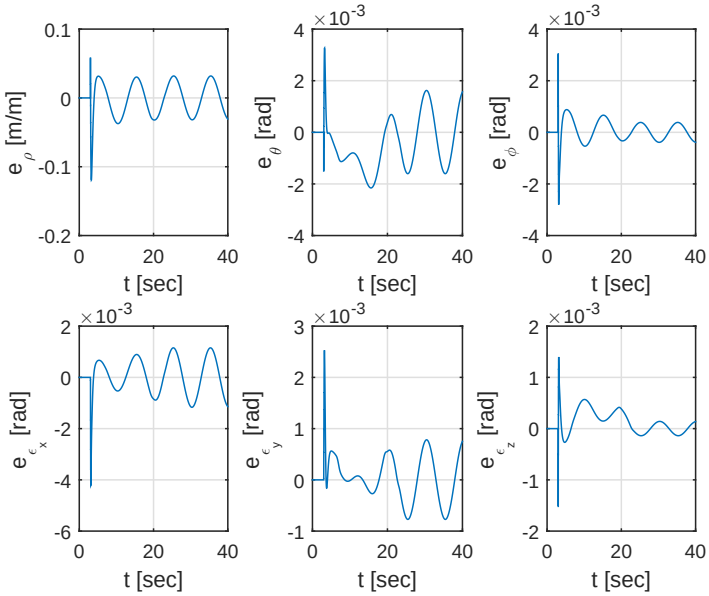



그림 6.64: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-3b)

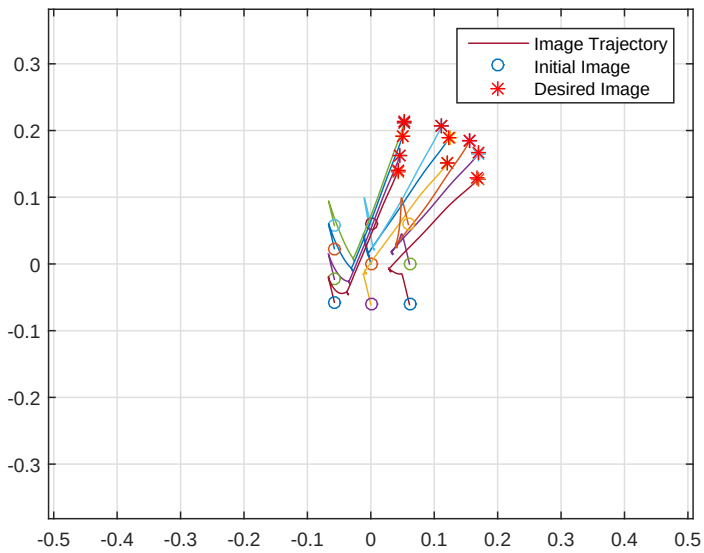



그림 6.65: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-3b)

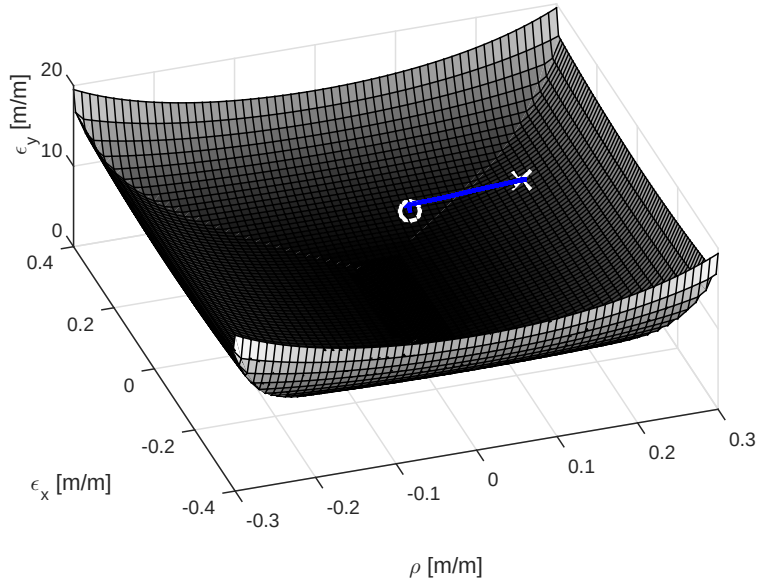



그림 6.66: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-3b)

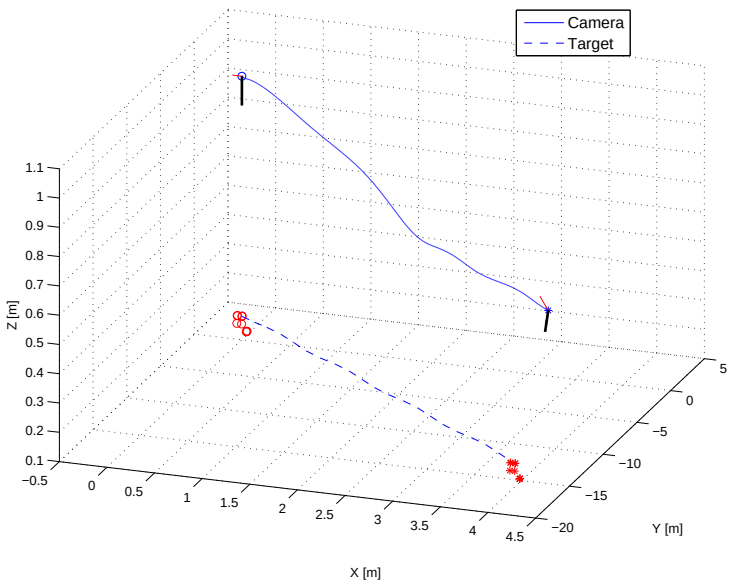



그림 6.67: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-3b)

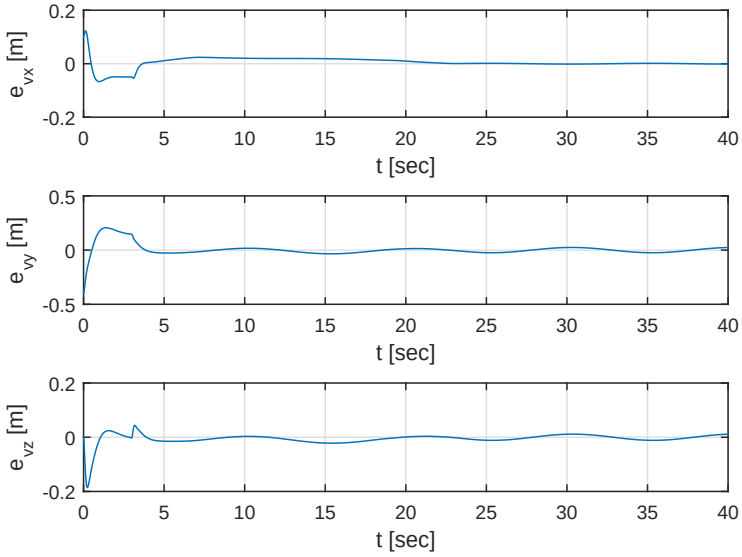



그림 6.68: 시간에 따른 표적 속도 추정 오차 $\mathbf{e}_v$ (Case 2-3b)

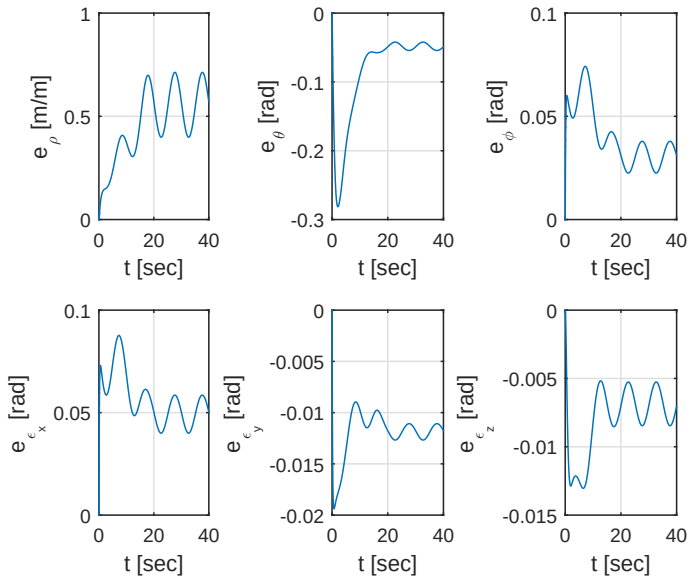



그림 6.69: 시간에 따른 추종 오차 $\mathbf{e}_x$ (Case 2-3c)

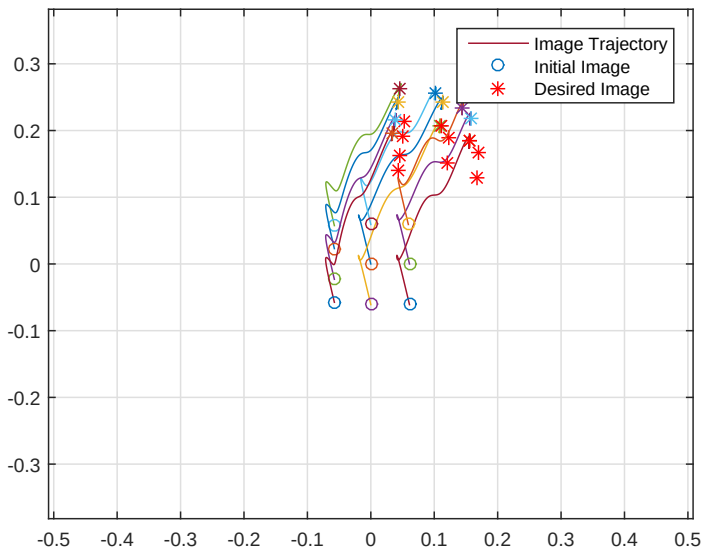



그림 6.70: 이미지 평면 상에서의 특징점 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 시간 $t = 0$와 목표 포즈에서의 특징점에 해당 (Case 2-3c)

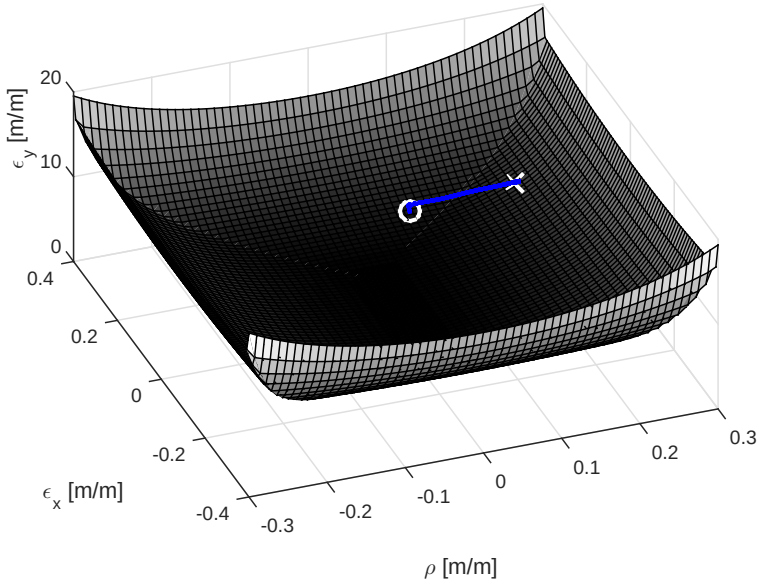



그림 6.71: 가시 집합 $\Omega$ 내부에서의 $(\rho, \varepsilon_x, \varepsilon_y)$의 궤적. ◯, ×는 각각 초기 및 목표 포즈에 해당 (Case 2-3c)

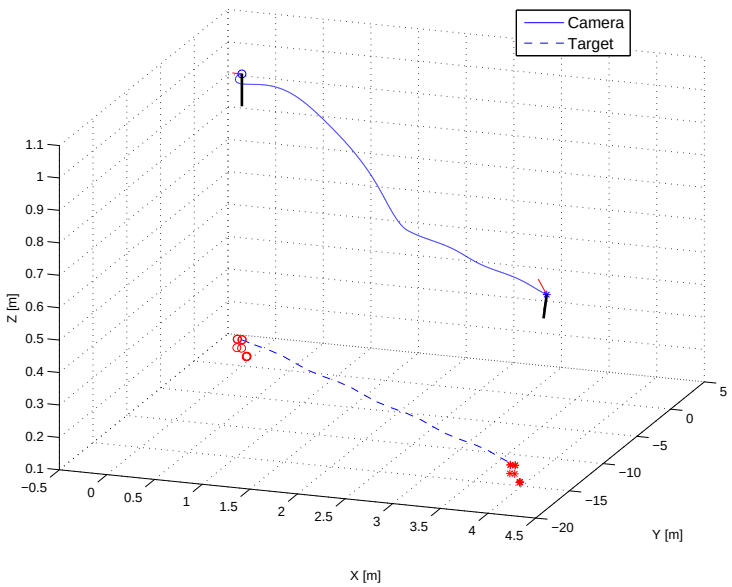



그림 6.72: 3차원 공간 상에서의 카메라와 표적의 이동 궤적. ◯, ⋆는 각각 초기 및 최종 포즈에 해당하며, 흑색 실선은 카메라의 광축 방향을 의미 (Case 2-3c)

# 제 7 장 결론 및 향후 연구 과제

비주얼 서보잉은 로봇을 제어하여 특정 작업을 수행하는 과정에서 영상 센서로부터 표적의 영상을 되먹임 받음으로써 서보잉 작업의 정확성을 높이고자 하는 기법이다. 따라서 비주얼 서보잉 작업 과정에서는 매 제어 주기마다 적절한 되먹임 정보를 생성하기 위해서 항상 표적이 카메라의 화각에 위치해 있어야 한다는 가시 조건이 필수적이며, 가시 조건의 만족과 목표 포즈로의 정확한 이동을 위해서는 표적의 운동을 고려한 제어기의 설계도 반드시 수반되어야 한다.

본 논문에서는 이러한 측면을 고려하여 비평면 이동 표적에 대하여 가시 조건을 만족함과 동시에 목표 포즈로의 수렴성을 보장할 수 있는 비주얼 서보잉 기법을 제안하였다. 비주얼 서보잉 과정에서의 표적의 운동은 가시 조건 위배의 가능성을 증가시키며, 제어 성능의 저하를 가져오는 요인으로 작용한다. 따라서, 기존의 비주얼 서보잉 기법은 대부분 비주얼 서보잉 대상을 정지 표적으로 한정함으로써, 표적의 운동에서 비롯되는 위험성을 저감시키는 방식을 택하고 있다. 그러나, 이러한 표적 운동의 제한은 결과적으로 비주얼 서보잉 기법의 적용 범위를 한정하게 되는 문제점을 안고 있다. 따라서, 본 논문에서는 비주얼 서보잉 과정에 적합한 표적 운동 추정기를 제안하고, 표적 운동 추정 결과와 기존의 3차원 가시 집합 개념을 이용한 비주얼 서보잉 제어기를 설계함으로써, 표적의 운동에서 비롯되는 가시 조건 및 제어 성능 저하 문제에 대한 해결책을 제시하였다.

본 논문에서 제시하고 있는 표적 운동 추정기는 표적의 등속 운동 가정과 이동 표적에 대한 에센셜 행렬의 분해 결과를 이용하여 선형 시불변 시스템 형태로 설계할 수 있었다. 또한, 설계한 추정기는 그 형태로부터 항상 가관측성을 만족하므로, 카메라의 운동과 관계 없이 추정기의 수렴성이 보장된다. 이는 기존의 표적 운동

추정 기법과 차별되는 점으로서, 비주얼 서보잉 과정과 같이 카메라의 가속이 크지 않은 상황에서도 표적 운동의 추정이 가능함을 의미한다. 또한, 표적의 크기 정보에 불확실성이 존재할 경우의 추정 오차에 대한 분석을 제공함으로써 추정 오차가 유계임을 확인할 수 있었으며, 이 결과는 이후 비주얼 서보잉 제어기의 설계 과정에서 유용하게 사용할 수 있다.

다음으로 가시 조건의 만족과 목표 포즈로의 수렴성을 보장할 수 있는 목표 궤적을 설계하고, 목표 궤적의 설계 과정에서 필요한 조건들을 제시함으로써 이동 표적에 대해 가시 조건을 만족할 수 있는 비주얼 서보잉 제어기의 설계 방법을 제시하였다. 또한, 설계된 비주얼 서보잉 제어기에 대해 표적 크기의 불확실성을 고려한 안정성 분석을 제공하고 최종적으로 다양한 상황 하에서의 컴퓨터 모의 실험과 6축 로봇을 이용한 실험 수행을 통해 이동 표적에 대하여 만족스런 비주얼 서보잉 성능을 보여주고 있음을 확인하였다.

본 논문에서는 이동 표적을 고려하고 있지만, 표적의 운동을 병진 운동으로 가정하였기 때문에, 일반적인 표적의 운동을 모두 고려할 수는 없다. 따라서, 표적의 회전을 고려한 표적 운동 추정기 및 비주얼 서보잉 제어기에 대한 연구를 통해 비주얼 서보잉 대상을 더욱 더 확장할 수 있을 것으로 기대한다. 또한, 카메라의 포즈와 표적 운동을 추정하는 과정은 전적으로 표적의 특징점 정보에 의존하고 있지만 비주얼 서보잉 제어기 설계 과정에서는 특징점에 존재하는 영상 잡음에 대한 고려가 미비하며, 실험 결과로부터 영상 잡음에 의한 제어 성능 저하도 확인할 수 있다. 따라서, 이미지 세그먼트(Image Segment)와 같이 특징점 이외의 영상 잡음에 상대적으로 둔감한 표적의 특징을 활용하여 비주얼 서보잉 과정에서의 영상 잡음에 대한 강인성 확보를 위한 연구가 필요할 것으로 판단된다.

# 참 고 문 헌


[1] Y. Shirai and H. Inoue, "Guiding a Robot by Visual Feedback in Assembling Tasks," *Pattern Recognition*, vol. 5, no. 2, pp. 99-106, Jun. 1973.

[2] J. Hill and W. T. Park, "Real Time Control of a Robot with a Mobile Camera," *in Proc. the 9th International Symposium on Industrial Robots*, Washington, D.C., USA, pp. 233-246, Mar. 1979,

[3] F. Chaumette, P. Rives, and B. Espiau, "Positioning of a Robot with Respect to an Object, Tracking It, and Estimating Its Velocity by Visual Servoing," *in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, USA, pp. 2248-2253, Apr. 1991

[4] H. Wang, Y. Liu, and D. Zhou, "Adaptive Visual Servoing Using Point and Line Features with an Uncalibrated Eye-in-Hand Camera," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 24, no. 4, pp. 843-857, Aug. 2008

[5] O. Tahri, A. Y. Tamtsia, Y. Mezouar, and C. Demonceaux , "Visual Servoing Based on Shifted Moments," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 31, no. 3, pp. 798-804, Jun. 2015

[6] J. T. Feddema and O. R. Mitchell, "Vision-Guided Servoing with Featurebased Trajectory Generation," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 5, no. 5, pp. 691-700, Oct. 1989.

[7] P. I. Corke, S. A. Hutchinson, "A New Partitioned Approach to Image- Based Visual Servo Control," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 17, no. 4, pp. 507-515, Aug. 2001.

[8] W. F. Xie, Z. Li, X. W. Tu, and C. Perron, "Switching Control of Image- Based Visual Servoing With Laser Pointer in Robotic Manufacturing Systems," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 56, no. 2, pp. 520-529, Feb. 2009.

[9] Y. Mezouar and F. Chaumette, “Path Planning for Robust Image-Based Control,” *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 18, no. 4, pp. 534-549, Aug. 2002

[10] Y. Mezouar and F. Chaumette, ”Avoiding Self-Occlusions and Preserving Visibility by Path Planning in the Image,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 41, no. 2-3, pp. 77-87, Nov. 2002

[11] G. Morel, P. Zanne, and F. Plestan, ”Robust Visual Servoing : Bounding the Task Function Tracking Errors,” *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 998-1009, Nov. 2005.

[12] F. Schramm and G. Morel, “Ensuring Visibility in Calibration-Free Path Planning for Image-Based Visual Servoing,” *IEEE Trans. Robotics*, vol. 22, no. 4, pp. 848-854, Aug. 2006

[13] Z. Ziaei, R. Oftadeh, and J. Mattila, “New Scheme for Image Space Path Planning Incorporating CAD-Based Recognition Methods for Visual Servoing,” *in Proc. 6th IEEE Conference on Robotics, Automation, and Mechatronics*, Manila, Philippines, pp.212-217. Nov. 2013

[14] Y. Mezouar and F. Chaumette, ”Optimal Camera Trajectory with Image-Based Control,” *International Journal of Robotics Research*, vol.22, no.10-11, pp. 781-803, Oct. 2003

[15] A. H. A. Hafez, A. K. Nelakanti and C. V. Jawahar, “Path Planning Approach to Visual Servoing with Feature Visibility Constraints : a Convex Optimization Based Solution,” *in Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, CA, USA. pp. 1981-1986, Oct. 29-Nov. 2, 2007.

[16] G. Chesi, D. Prattichizzo, A, Vicino “Straight Line Path-Planning in Visual Servoing,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 129, pp. 541-543, Jul. 2007.

[17] N. P. Papanikolopoulos, P. K. Khosla, and T. Kanade, "Visual Tracking of a Moving Target by a Camera Mounted on a Robot : A Combination of Control and Vision," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 9, no. 1, pp. 14-35, Feb. 1993

[18] J. A. Piepmeier and H. Lipkin, "Uncalibrated Eye-in-Hand Visual Servoing," *International Journal of Robotics Research*, vol. 22, no. 10-11, pp. 805-819, Oct. 2003

[19] A. Mohebbi, M. Keshmiri, and W. F. Xie, "An Eye-in-Hand Stereo Visual Servoing for Tracking and Catching Moving Objects," *in Proc. the 33rd Chinese Control Conference*, Nanjing, China, pp.8570-8577, Jul. 2014

[20] C. Teuliere and E. Marchand, "A Dense and Direct Approach to Visual Servoing Using Depth Maps," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 30, no. 5, pp. 1242-1249, Oct. 2014

[21] M. Keshmiri, W. F. Xie, and A. Mohebbi, "Augmented Image-Based Visual Servoing of a Manipulator Using Acceleration Command," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp.5444-5452, Oct. 2014

[22] W. Wilson, C. Hulls, and G. Bell, "Relative End-Eeffector Control using Cartesian Position-Based Visual Servoing," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 684-696, Oct. 1996.

[23] B. Thuilot, P. Martinet, L Cordesses and J. Gallice, "Position Based Visual Servoing : Keeping the Object in the Field of Vision," *in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington, D.C., USA, pp. 1624-1629, May 2002.

[24] N. J. Cowan, J. D. Weingarten, and D. E. Koditschek, "Visual Servoing via Navigation Functions," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 18, no. 4, pp. 521-533, Aug. 2002.

[25] L. Deng, W. J. Wilson, and F. Janabi-Sharifi, "Dynamic Performance of the Position-Based Visual Servoing Method in the Cartesian and Image Spaces,"

*in Proc. the 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Las Vegas, Nevada, USA, pp.510-515, Oct. 2003.

[26] G. Chesi, K. Hashimoto, D. Prattichizzo, and A. Vicino, "Keeping Features in the Field of View in Eye-in-Hand Visual Servoing : a Switching Approach," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 20, no. 5, pp. 908-913, Oct. 2004.

[27] G. Chesi and A. Vicino, "Visual Servoing for Large Camera Displacement," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 20, no. 4, pp. 724-735, Aug. 2004.

[28] M. Baumann, S. Leonard, E. A. Croft, and J. J. Little, "Path Pplanning for Improved Visibility using a Probabilistic Road Map," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 26, no. 1, pp. 195-200, Feb. 2010.

[29] D. H. Park, J. H. Kwon, and I. J. Ha, "A Novel Position-Based Visual Servoing Approach to Robust Global Stability Under Field-of-View Constraint," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 59, no. 12, pp. 4735-4752, Dec. 2012.

[30] K. Mohta, V. Kumar, and K. Daniilidis, "Vision-Based Control of a Quadrotor for Perching on Lines," *in Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Hong Kong, pp.3130-3136, Jun. 2014.

[31] X. Zhang, Y. Fang, and N. Sun, "Visual Servoing of Mobile Robots for Posture Stabilization : from Theory to Experiments," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 25, no. 1, pp. 1-15, Jan. 2015.

[32] E. Malis, F. Chaumette, and S. Boudet, "2 1/2-D Visual Servoing," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 15, no. 2, pp. 238-250, Apr. 1999.

[33] L. Deng, F. Janabi-Sharifi, and W. J. Wilson, "Hybrid Motion Control and Planning Strategies for Visual Servoing," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 52, no. 4, pp. 1024-1040, Aug. 2005.

[34] N. R. Gans and S. A. Hutchinson, "Stable Visual Servoing Through Hybrid Switched-System Control," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 23, no. 3, pp. 530-540, Jun. 2007

[35] Z. Wang, D. J. Kim, and A. Behal, "Design of Stable Visual Servoing under Sensor and Actuator Constraints via a Lyapunov-Based Approach," *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 20, no. 6, pp. 1575-1582, Nov. 2012

[36] R. Hartley and A. Zisserman, "Multiple View Geometry," 2nd Ed., Cambridge University Press, 2004.

[37] V. Lippiello, F. Ruggiero, and B. Siciliano, "3D Monocular Robotic Ball Catching," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 61, no. 12, pp. 1615-1625, Dec. 2013.

[38] N. Shahriari, S. Fantasia, F. Flacco, and G. Oriolo, "Robotic Visual Servoing of Moving Targets," *in Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Tokyo, Japan, pp. 77-82, Nov. 3-7, 2013.

[39] V. Lippiello, B. Siciliano, and L. Villani, "Position-Based Visual Servoing in Industrial Multirobot Cells Using a Hybrid Camera Configuration," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 23, no. 1, pp. 73-86, Feb. 2007.

[40] J. Luo, H. Liu, S. Yu, S. Xie, and H. Li,"Development of an Image-based Visual Servoing for Moving Target Tracking Based on Bionic Spherical Parallel Mechanism," *in Proc. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics,* Bali, Indonesia, pp. 1633-1638, Dec. 5-10, 2014.

[41] Z. Zhang, "Flexible Camera Calibration by Viewing a Plane from Unknown Orientations," *in Proc. International Converence on Computer Vision*, Kerkyra, Corfu, Greece, pp.666-673, 1999.

[42] H.C. Longuet-Higgins, "A Computer Algorithm for Reconstructing a Scene from Two Projections," *Nature*, vol. 293, no. 10, pp. 133-135, Sep. 1981.

[43] Y. Ma, S. Soatto, J. Kosecka, and S. Sastry, "An Invitation to 3-D Vision : From Images to Geometric Models," New York: Springer-Verlag, 2003.

[44] G. H. Golub, C. F. Van Loan, "Matrix Computations," Johns Hopkins, 3rd ed., 1996.

[45] F. Chaumette, "Potential Problems of Stability and Convergence in Image-Based and Position-Based Visual Servoing", *The Confluence of Vision and Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 237, pp. 66-78, 1998.

[46] F. Chaumette and S. Hutchinson, "Visual Servo Control Part I : Basic Approaches," *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 82-90, Dec. 2006.

[47] F. Chaumette and S. Hutchinson, "Visual Servo Control Part II : Advanced Approaches," *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 14, no. 1, pp. 109-118, Dec. 2007.

[48] S. C. Nardone and V. J. Aidala, "Observability Criteria for Bearings-Only Target Motion Analysis," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol.17, no.2, pp. 161-166, 1981.

[49] T.L. Song and J.L. Speyer, "A Stochastic Analysis of a Modified Gain Extended Kalman Filter with Application to Estimation with Bearings-Only Measurements," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, no. 10, pp. 940-949, Oct. 1985.

[50] T.L. Song, "Observability of Target Tracking with Bearings-Only Measurements," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no.4, pp. 1468-1472, Oct. 1996.

[51] E. Fogel and M. Gavish, "Nth-Order Dynamics Target Observability from Angle Measurements," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 24, no. 4, pp. 305-308, May. 1988.

[52] O. Faugeras and F. Lustman, "Motion and Structure from Motion in a Piecewise Planar Environment," *International Journal of Pattern Recognition andd Artificial Intelligence*, vol. 2, no. 3, pp. 485-508, Sep. 1988.

[53] R. M. Haralick and H. Joo, "2D-3D Pose Estimation," *in Proc. 9th IEEE International Conference on Pattern Recognition*, Rome, Italy, pp. 385-391, Nov. 1988.

[54] T. J. Broida and R. Chellappa, "Estimatio of Object Motion Parameters fron Noisy Images," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 8, no. 1, pp. 90-99, Jan. 1986.

[55] T. J. Broida, S. Chandrashekhar, and R. Chellappa, "Recursive 3-D Motion Estimation from a Monocular Image Sequence," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 639-656, Jul. 1990.

[56] M. Sassano, D. Carnevale, and A. Astolfil, "Observer Design for Range and Orientation Identification," *Automatica*, vol. 46, pp. 1369-1375, Jun. 2010.

[57] C. Cao and N. Hovakimyan, "Vision-Based Aerial Tracking using Intelligent Excitation," *in Proc. 2005 American Control Conference*, Portland, OR, USA, pp.5091-5096, Jun. 2005.

[58] V. K. Chitrakaran, D. M. Dawson, J. Chen, and H. Kannan, "Velocity and Structure Estimation of a Moving Object Using a Moving Monocular Camera," *in Proc. 2006 American Control Conference*, Minneapolis, MN, USA, pp. 5159-5164, Jun. 2006.

[59] S. Soatto, R. Frezza, and P. Perona, "Motion Estimation via Dynamic Vision," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 41, no. 3, pp.393-413, Mar. 1996.

[60] J. H. Kwon, E. H. Song, and I. J. Ha, "6 Degree-of-Freedom Motion Estimation of a Moving Target using Monocular Image Sequences," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 49, no. 4, pp. 2818-2827, Oct. 2013.

[61] Z. Li, N. Hovakimyan, V. Dobrokhodov, and I. Kaminer, "Vision-Based Target Tracking and Motion Estimation Using a Small UAV," *in Proc. 49th IEEE Conference on Decision and Control* , Atlanta, GA, USA, pp. 2505-2510, Dec. 2010.

[62] K. Peng, S. Zhao, F. Lin, and B. M. Chen, "Vision based Target Tracking/Following and Estimation of Target Motion," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Boston, MA, USA, Aug. 2013.

[63] S. Segal, A. Carmi, and P. Gurfil, "Stereovision-Based Estimation of Relative Dynamics Between Noncooperative Satellites : Theory and Experiments," *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 22, no. 2, pp. 568-584, Mar. 2014.

[64] J. J. Craig, "Introduction to robotics : Mechanics and Control," 3rd Ed., Addison-Wesley, 1989.

[65] N. J. Cowan and D. E. Chang, "Geometric Visual Servoing," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 21, no. 6, pp. 1128-1138, Dec. 2005.

[66] Y. O. Kim and I. J. Ha, "Time-Optimal Control of a Single-DOF Mechanical System Considering Actuator Dynamics," *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 11, no. 6, pp. 919-932, Nov. 2003.

[67] B. Espiau, "A New Approach to Visual Servoing in Robotics," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 8, no. 3, pp. 313-327, Jun. 1989.

[68] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems," 3rd ed., Prentice Hall, 2002.

[69] F. L. Lewis, L. Xie, and D. Popa, "Optimal and Robust Estimation : with an Introduction to Stochastic Control Theory," CRC Press, 2008

# 부록 A. 표기법

| | | |
|---|---|---|
| 일반 알파벳 | : | 스칼라(Scalar) 량 |
| 볼드체 소문자 | : | 벡터(Vector) 량 |
| 볼드체 대문자 | : | 행렬 |
| $\mathbb{R}^n$ | : | n차 실수 공간 |
| $\mathbb{Z}^n$ | : | n차 정수 공간 |
| $\mathbb{N}^n$ | : | n차 자연수 공간 |
| $[\mathbf{x}]_\times$ | : | 벡터 $\mathbf{x}$의 왜대칭행렬(Skew-Symmetric Matrix) 표현 |
| $(\mathbf{x})_i$ | : | 벡터 $\mathbf{x}$의 $i$-번째 원소 |
| $(\mathbf{A})_{ij}$ | : | 행렬 $\mathbf{A}$의 $(i,j)$번째 원소 |
| ${}^X\mathbf{p}$ | : | 좌표계 $X$를 기준으로 나타낸 3차원 공간 상의 한 점 $\mathbf{p}$의 좌표 |
| ${}^X\mathbf{m}$ | : | 좌표계 $X$를 기준으로 나타낸 $\mathbf{p}$의 이미지 좌표 |
| $O_X$ | : | 좌표계 $X$의 원점 |
| ${}^YO_X$ | : | 좌표계 $Y$를 기준으로 나타낸 좌표계 $X$의 원점 |
| ${}^YR_X$ | : | 좌표계 $Y$를 기준으로 나타낸 좌표계 $X$의 자세 |
| | | 혹은 좌표계 $X$에서 좌표계 $Y$로의 회전 변환 행렬 |

| | | |
|---|---|---|
| $\mathcal{C}, (X_C, Y_C, Z_C)$ | : | 카메라 좌표계 |
| $\mathcal{T}, (X_T, Y_T, Z_T)$ | : | 표적 좌표계 |
| $\mathcal{L}, (X_L, Y_L, Z_L)$ | : | 시선 좌표계 |
| $\mathcal{E}, (X_E, Y_E, Z_E)$ | : | 로봇 엔드-이펙터 좌표계 |
| $\mathcal{T}, (X_T, Y_T, Z_T)$ | : | 로봇 기반 좌표계 |
| $B_v$ | : | 표적과 카메라의 최대 속도 |
| $B_a$ | : | 표적과 카메라의 최대 가속도 |
| ${}^{C_0}Z_n$ | : | 초기 카메라 좌표계를 기준으로 나타낸 표적의 깊이 |
| ${}^{C_0}\hat{Z}_n$ | : | ${}^{C_0}Z_n$에 대한 추정치 |
| $r_0$ | : | 표적의 원점을 중심으로 3차원 공간 상에서 표적의 특징점이 모두 포함되는 구의 최소 반지름 |
| $\hat{r}_0$ | : | $r_0$에 대한 추정치 |
| $\mathbf{p}_n$ | : | 3차원 공간 상의 표적의 원점 |
| $\mathbf{m}_n$ | : | $\mathbf{p}_n$의 이미지 좌표 |

# Abstract

This dissertation proposes a novel eye-in-hand position-based visual servoing approach for tracking a moving target under visibility constraint without the information of target depth.

Our visual servoing approach consists of an innovative time-invariant linear estimator of target motion and a nonlinear visual servoing controller for tracking a moving target under visibility constraint. First, using the parameters of the essential matrix for a moving target, we derive the dynamic equation of a moving target as a time-invariant system under the assumption that the velocities of both the camera and the target are varying slowly . Based on the derived dynamic equation of target motion, an innovative time-invariant linear estimator is constructed, which can provide the information of target velocity required during the visual servoing procedure. Differently from the prior works, the proposed estimator does not require any specific specific motion of the camera, such as snaking or acceleration of the camera, for estimation convergence. Besides, it can guarantee the convergence, even when the information of target depth is unknown.

Next, a nonlinear visual-servoing controller for tracking a moving target under visibility constraint is proposed. Firstly, the concept of 3-D visible set proposed in our prior works is employed to handle the visibility constraint. The 3-D visible set is a convex set. It describes the region for the target visibility. That is, the target is certainly within the field of view, as long as the state variables, which represent the pose of the camera, stay inside the 3-D visible set, regardless of target motion.

Therefore, the visibility constraint can be ensured simply by controlling the camera pose to follow a smooth straight-line trajectory in the 3-D visible set, which simply connects two points determined by the initial and the desired pose of the camera. Our innovative time-invariant linear estimator helps our nonlinear visual-servoing controller to follow closely the smooth straight-line trajectory in the 3-D visible set, even when the target is moving.

Finally, we present some rigorous mathematical stability analysis to prove that, even when the information of the target depth is unknown, the proposed visual servoing approach can have the camera move promptly from the initial pose to the desired and continue to track the moving target with the desired pose thereafter. Furthermore, to illuminate further the practicability of the proposed visual servoing approach, we also present various experiment and simulation results using an industrial 6-DOF robotic manipulator with a camera mounted on its end-effector.

To our best knowledge, it has not been done in the previously known results that Ensuring the global stability for tracking a moving target with the desired pose under visibility constraint is ensured without the information of target depth and any specific motion of the camera motion. Thus, the proposed approach should be more widely used in the industry and military applications which need for visual servoing.

**Keywords:** Robot Visual Servoing, Computer Vision, Target Motion Estimation, Nonlinear Feedback Control

**Student number:** 2005-21327