creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

공학석사학위논문

Coupled-Mode 이론 분석과 무선 에너지 전송에의 응용

An analysis of Coupled-Mode Theory and application in Wireless Power Transfer System

2014 년 8 월

서울대학교 대학원

전기·컴퓨터 공학부

심현진

Coupled-Mode 이론 분석과 무선 에너지 전송에의 응용

An analysis of Coupled-Mode Theory and application in Wireless Power Transfer System

지도 교수 남 상 욱

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함
2014년 8월

서울대학교 대학원
전기 · 컴퓨터 공학부
심 현 진

심현진의 공학석사 학위논문을 인준함
2014년 8월

위 원 장 _____ 서 광 석 _____ (인)

부위원장 _____ 남 상 욱 _____ (인)

위 원 _____ 권 영 우 _____ (인)

초 록

Coupled-Mode 이론 분석과 무선 에너지 전송에의 응용

서울대학교 대학원

전기·컴퓨터 공학부

심현진

본 논문은 Coupled-Mode 이론을 분석하고, 이를 무선 에너지 전송에 응용하여 무선충전방식의 기준 제시 및 효율 계산식을 유도하였다.

최근 근거리 무선통신방식에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 이전까지는 등가회로 관점에서의 무선 에너지 전송 이론 분석이 대부분 이었던 반면, 최근에는 등가회로 관점 뿐만 아니라 2007년에 MIT 물리학자들로부터 제안된 Coupled-Mode 이론을 이용한 무선 에너지 전송 이론

분석도 널리 이용되고 있다. 하지만, 등가회로관점에서의 이론과 Coupled-Mode 이론의 비교에 대한 연구는 아직까지 미비하다.

또한, 현재 널리 사용되고 있는 무선충전방식에는 크게 두 가지 방식이 있다. 충전시간이 상대적으로 짧지만, 일대일 충전만 가능하고 충전 패드와 떨어지면 충전이 어려운 자기유도방식(Inductive Coupling)과 여러 대를 충전할 수 있다는 장점이 있으나, 충전시간이 상대적으로 긴 자기공명방식(Magnetic Resonance Coupling)이 있다. 하지만, 이 두 무선충전방식을 구분할 수 있는 명확한 수식적 기준이 없다. 본 연구에서는 Coupled-Mode 이론을 이용하여 수식적 기준을 제시한다.

무선 에너지 전송 시 사용되는 source의 종류는 크게 Voltage source와 Power source 두 종류가 있다. 본 연구에서는 각 source에서의, Coupled-Mode 이론을 이용하여 효율 계산식을 유도한다.

이 논문에서는 Coupled-Mode 이론을 분석하고, 이를 등가회로관점에서의 무선 에너지 전송 이론과 비교 분석 할 것이다. Coupled-Mode 이론의 한계를 제시하고, 이를 이용한 두 가지의 무선충전방식을 분류할 수 있는 수식적 기준을 제안한다. 또한, 본 논문에 제시된 공식을 이용하면

source 종류에 따른 효율을 계산 할 수 있다. Steady-state 상태의 등가회로이론으로 구한 효율 값과 비교하여 정확히 일치하는 것을 검증하였다.

주요어 : 무선 에너지 전송, Coupled-Mode 이론, 등가회로이론, 자기유도방식, 자기공진방식, 효율, Voltage source, Power source

학 번 : 2012 - 23220

목 차

제 1장 서론 1

제 2 장 Coupled-Mode 이론 분석 2

2.1.The LC Circuit 2

2.2. Coupling of Two Resonant Modes 6

2.2.1 Solving the coupled system of equations 6

2.2.2 Analyzing solutions 9

제 3 장 Transient 등가회로 이론 11

3.1. Coupling of Two Resonant Modes 11

3.1.1 Solving the coupled system of equations 11

3.1.2 Analyzing solutions 15

3.2. Coupled-Mode 이론과의 비교 17

제 4 장 Coupled-Mode 이론의 응용 21

4.1. 무선충전방식의 기준제시 21

4.2. 효율식 유도 26

제 5 장 결 론 36

참고문헌 38

ABSTRACT 40

표 목차

표 1 Transient Coupled-Mode 이론의 specification 9

표 2 Power source를 이용한 각 k_{12}의 공진기의 시간에 따른 에너지 분포25

표 3 Voltage source를 이용한 각 k_{12}의 공진기의 시간에 따른 에너지분포25

표 4 Mid-coupling, Mid-Q 경우의 specification..... 32

표 5 Coupled-Mode 이론과 Steady-state 등가회로이론 효율 비..... 35

그림 목차

그림 1 Lossless LC 공진 회로 2

그림 2 Lossy LC 공진 회로..... 2

그림 3 Weak-coupling, High-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포(1) .. 10

그림 4 Strong-coupling, Low-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포(2) . 10

그림 5 무선 에너지 전송에서 사용되는 코일 구조..... 11

그림 6 그림 5의 등가회로..... 11

그림 7 Weak-coupling, High-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포(3)...15

그림 8 Strong-coupling, Low-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포(4)..16

그림 9 Weak-coupling, Low-Q CMT-등가회로 에너지 비교(R_s,R_L=0 Ω)...18

그림 10 Weak-coupling, Low-Q CMT-등가회로 에너지 비교(R_s,R_L=50Ω)19

그림 11Strong-coupling, High-Q CMT-등가회로 에너지 비교(R_s,R_L=0Ω).19

그림 12 Strong-coupling, High-Q CMT-등가회로 에너지비교(R_s,R_L=50Ω).... 20

그림 13 Power source를 이용한 각 k_{12} 의 공진기의 시간에 따른 에너지 분포....24

그림 14 Voltage source를 이용한 각 k_{12} 의 공진기의 시간에 따른 에너지 분포. 24

그림 15 case 1 의 각 source의 주파수에 따른 field-amplitude....33

그림 16 case 2 의 각 source의 주파수에 따른 field-amplitude....33

그림 17 case 3 의 각 source의 주파수에 따른 field-amplitude....33

그림 18 case 1 의 각 source의 주파수에 따른 효율 분포.....34

그림 19 case 2 의 각 source의 주파수에 따른 효율 분포.....34

그림 20 case 3 의 각 source의 주파수에 따른 효율 분포.....34

제 1 장 서론

상호 결합된 코일을 이용하여 무선으로 전기적 에너지를 주고 받는 무선 에너지 전송은 현재 RFID, IMD 분야 등에 많이 응용되고 있다 [1]-[3]. 최근에는 near-field 를 이용한 무선 에너지 전송이 많은 관심을 받고 있으며, 해석 모델로 다양한 방법이 제안되었다 [4],[5]. 무선 에너지 전송을 해석하는 방법으로는 등가회로를 이용하는 방법이 많고, MIT 에서 Coupled-Mode 이론을 이용한 해석방법을 제안한 후부터는 이를 이용한 분석 방법도 많이 이용되고 있다 [6], [7].

본 논문에서는 등가회로방식과 Coupled-Mode 이론의 해석방법을 비교 분석하고, Coupled-Mode 이론을 응용하여 무선충전방식의 수식적 기준을 제시하고 source 에 따른 효율 계산식을 유도하여 분석한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2 장에서는 Coupled-Mode 이론을 유도하고 분석한다. 제 3 장에서는 등가회로방식과 2 장에서 유도한 Coupled-Mode 이론을 비교, 분석하였다. 4 장에서는 Coupled-Mode 이론을 응용하여 두 무선충전방식의 수식적인 기준을 제시하고, source 에 따른 효율 계산식을 유도하였다. 마지막으로 제 5 장에서 결론을 맺었다.

제 2 장 Coupled-Mode 이론 분석

2.1. The LC circuit

Couple-Mode 이론(CMT)은 송수신기가 서로 공진할 때, 즉 wave pattern 이 같은 위상과 주파수로 정현파의 형태로 움직일 때, 상호 결합을 통해 한 공진기에서 다른 공진기로 에너지를 주고 받는 것을 의미한다. 그림 1, 2 는 lossless 와 lossy 한 경우의 LC 공진 회로의 등가모델이다 [8].

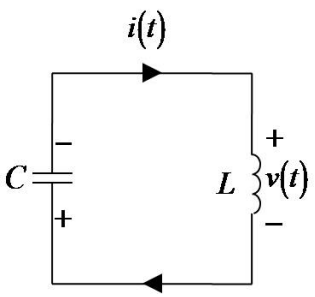

그림 1. Lossless LC 공진 회로

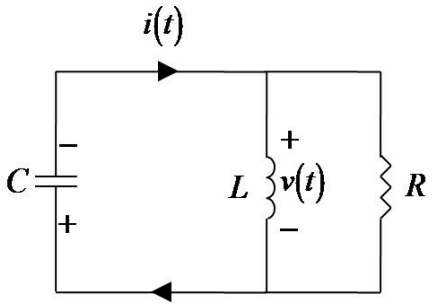

그림 2. Lossy LC 공진 회로

그림 1 의 경우, LC 공진 회로의 전류와 전압은 아래와 같다.

$$v = L\frac{di}{dt} \tag{1}$$

$$i = -C\frac{dv}{dt} \tag{2}$$

식 (1), (2)를 하나의 수식으로 표현하면, 하나의 2 차 미분방정식으로 표현 가능하다.

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \omega_0^2 v = 0 \tag{3}$$

여기서, ω_0 는 공진 주파수를 나타낸다. 식 (3)의 2 차 미분 방정식은 전압이 시간에 대한 지수함수($v(t) = e^{\lambda t}$)라고 가정하면 구할 수 있다. 이 가정을 식 (3)에 대입하면 eigenvalue 는 $\lambda = \pm j\omega_0^2$ 이고, 이를 통해 구한 시간에 따른 전압의 식은 아래와 같이 표현된다.

$$v(t) = a\cos(\omega_0 t) + b\sin(\omega_0 t) = |V|\cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{4}$$

같은 방법으로 전류는 구하면, 식 (5) 과 같다.

$$i(t) = \sqrt{\frac{C}{L}}|V|\sin(\omega_0 t + \varphi) \tag{5}$$

여기서 $|V|$은 전압의 최대값을 나타낸다. Haus 는 complex 값 $a_{\pm}$ 를

정의하였는데, 이는 나중에 LC 공진회로의 에너지를 나타내는데 사용된다 [8].

$$a_{\pm} = \sqrt{\frac{C}{2}}\left(v(t) \pm j\sqrt{\frac{L}{C}} i(t) \right) \tag{6}$$

식 (4),(5)를 식 (6)에 대입하면, 최종적으로 아래와 같다.

$$a_{\pm} = \sqrt{\frac{C}{2}}\left(\left[|V| \cos(\omega_0 t + \varphi) \right] \pm j\sqrt{\frac{L}{C}} \left[\sqrt{\frac{C}{L}} |V| \sin(\omega_0 t + \varphi) \right] \right) = \sqrt{\frac{C}{2}} V e^{j\omega_0 t} \tag{7}$$

이를 이용하면, 시간에 따라 지수적으로 변하는 mode amplitude 를 표현할 수 있고, 이를 제곱하면 LC 공진회로의 에너지를 의미한다.

$$|a_{\pm}|^2 = \frac{C}{2}|V|^2 = E \tag{8}$$

그림 2 와 같이 Lossy 한 경우의 $a_{\pm}$ 는 식 (9)와 같이 새롭게 정의된다.

$$a_{\pm} = \sqrt{\frac{C}{2}} V e^{\left(j\omega_0 - \frac{1}{\tau_0} \right) t} \tag{9}$$

여기서 $\frac{1}{\tau_0}$ 는 회로 내의 저항성분으로 인한 감소상수(decay rate)이다.

$$\frac{da}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{1}{\tau_0} \right) a \tag{10}$$

식 (10)의 공진 구조 식을 이용하면, Lossy 한 경우의 전력을 구할 수 있다. 전력은 시간에 대한 에너지의 변화율인데 이는 식 (11)과 같이 감소상수와 에너지의 곱으로 표현된다.

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2}{\tau_0} W = -P_d \tag{11}$$

2.2. Coupling of Two Resonant Modes

2.2.1 Solving the coupled system of equations

Coupled-Mode 이론에서, 각 mode 들은 전진파(forward wave)와 후진파(backward wave)로 구성되어 있다. 이 모드들이 상호 결합하게 되면, wave 의 진폭이 각 시스템의 공진주파수에서 공진하게 된다. 이러한 현상은 두 공진기 사이에 에너지를 주고 받는데 매우 효율적이다. 두 wave 의 진폭 $a_{1,2}$ 이 결합상수 κ_{12} 로 결합되어 있는 경우, 공진기 1,2 사이의 에너지는 Coupled-Mode 로 아래와 같이 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= \left(j\omega_1 - \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_{ext_1}} \right) a_1 + \kappa_{12} a_2 \\ \frac{da_2}{dt} &= \left(j\omega_2 - \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_{ext_2}} \right) a_2 + \kappa_{21} a_1 \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 κ_{12}, κ_{21} 는 시스템의 결합 상수를, ω_1, ω_2 는 각 공진기의 공진주파수를 나타낸다. $|a_{1,2}|^2$ 는 각 공진기의 에너지를 의미한다.

이때, 감소상수 $\frac{1}{\tau_{1,2}}$ 는 공진기 자체로 인한 loss 를 의미하고, $\frac{1}{\tau_{ext_{1,2}}}$ 는 외부 external loss 로 인한 손실이다. 2.1 장에서와 같이 두 식을 2 차

미분방정식으로 표현하여 characteristic equation 를 구할 수 있다.

$$\lambda^2-(\alpha+\beta)\lambda+\left(\alpha\beta-\kappa_{12}^2\right)=0$$
$$where,\qquad \alpha=j\omega_1-\frac{1}{\tau_1}-\frac{1}{\tau_{ext_1}}$$
$$\beta=j\omega_2-\frac{1}{\tau_2}-\frac{1}{\tau_{ext_2}} \tag{13}$$

위의 characteristic 의 근은 아래와 같다.

$$\lambda_{1,2}=\frac{(\alpha+\beta)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2+\kappa_{12}^2} \tag{14}$$

이 두 근을 바탕으로 공진기 1,2 의 시간에 따른 field-amplitude 식을 구할 수 있다.

$$a_1(t)=\left[a_1(0)\cos\Omega t+\left(\frac{\kappa_{12}a_2(0)+a_1(0)\left(\sqrt{\Omega^2-\kappa_{12}^2}\right)}{\Omega}\right)\sin\Omega t\right]\cdot e^{\frac{j(\omega_1+\omega_2)-\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_{ext_1}}+\frac{1}{\tau_{ext_2}}\right)}{2}t}$$
$$a_2(t)=\left[a_2(0)\cos\Omega t+\left(\frac{\kappa_{21}a_1(0)-a_2(0)\left(\sqrt{\Omega^2-\kappa_{12}^2}\right)}{\Omega}\right)\sin\Omega t\right]\cdot e^{\frac{j(\omega_1+\omega_2)-\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_{ext_1}}+\frac{1}{\tau_{ext_2}}\right)}{2}t}$$
$$where,\qquad \Omega=\sqrt{\left(\frac{j(\omega_1-\omega_2)-\left(\frac{1}{\tau_1}-\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_{ext_1}}-\frac{1}{\tau_{ext_2}}\right)}{2}\right)^2+\kappa_{12}^2} \tag{15}$$

$a_1(0), a_2(0)$ 은 t=0 일 때, 각 공진기의 초기값을 나타낸다. 이를 제곱하면, 각 공진기의 에너지를 구할 수 있다. 일정한 주기를 가지고 시간에 따라 지수함수로 감소하는 형태의 식으로 표현된다. 또한 식 (8), (11)을 이용하면, 감소상수와 Q 의 연관관계를 알 수 있다.

$$\frac{P_d}{\omega_0 W} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{2}{\omega_0 \tau_0} = \frac{1}{Q_0} \tag{16}$$

위의 식으로부터, 감소상수는 공진기의 Q 값과 비례관계가 있는 것을 알 수 있다. 마찬가지로, 감소상수 $\frac{1}{\tau_{ext_{1,2}}}$ 는 external Q 와 비례 관계가 있다.

2.2.2 Analyzing solutions

앞서 구한 Coupled-Mode 이론을 실제 무선 에너지 전송 시스템에 적용하여 공진기 사이에 에너지가 시간에 따라 어떻게 전달되는지 확인해 보았다. 두 공진기 사이의 coupling 이 상당히 작고, 상대적으로 High-Q 인 경우와, coupling 이 크고, Low-Q 인 경우 두 가지 경우에 대해 확인해 보았다. 사용한 각각의 parameter 는 표 1 에 정리하였다 [9].

공진기 Specification	Weak-coupling High-Q	Strong-coupling Low-Q
Inductance [μH]	96.2	0.962
Series resistance [Ω]	0.76	1.08
Resonant Capacitance [pF]	0.812	80.2
Coupling coefficient [k_{12}]	$0.153 \cdot 10^{-3}$	0.4
Quality factor	$1.4 \cdot 10^{4}$	100.74
Coupling rate [κ_{12}]	8652	$22.6 \cdot 10^{6}$
Source, Load resistance [Ω]	0, 10	
Resonance frequency [MHz]	18	

표 1. Transient Coupled-Mode 이론의 specification

그림 3, 4 는 시간에 따른 각 공진기의 normalized 한 에너지를 나타낸 그림이다. coupling 이 작을 때는 비교적 긴 시간에 걸쳐 상당히 적은

에너지가 전달되는 반면, coupling 이 큰 경우에는 짧은 주기로 두 공진기가 서로 비교적 큰 에너지를 주고 받는 것을 확인 하였다.

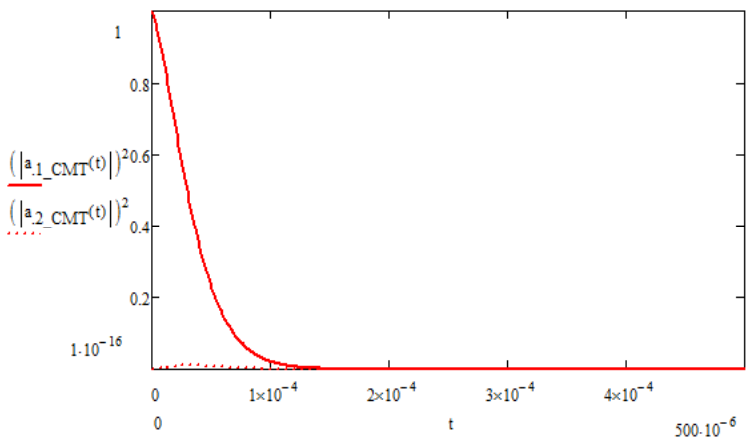

그림 3. Weak-coupling, High-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포 (1)

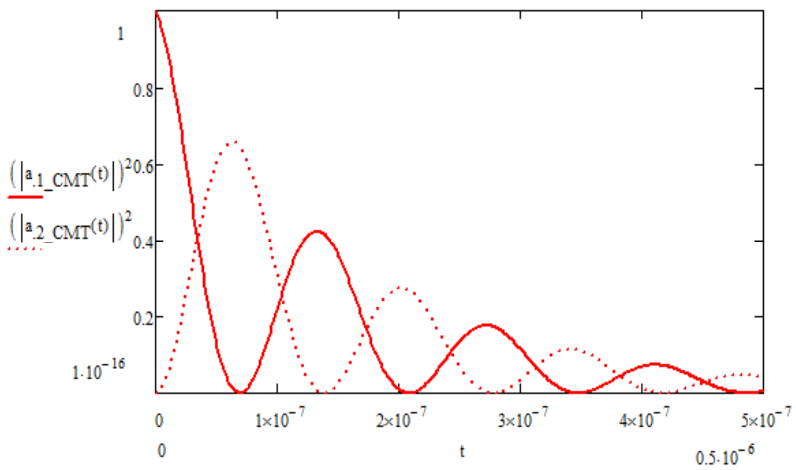

그림 4. Strong-coupling, Low-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포 (2)

3 장 Transient 등가회로 이론

3.1. Coupling of Two Resonant Modes

3.1.1 Solving the coupled system of equations

그림 5는 무선 에너지 전송에서 사용되는 spiral 형태의 코일 구조를 나타내고, 그림 6은 그림 5를 등가회로로 표현한 것이다.

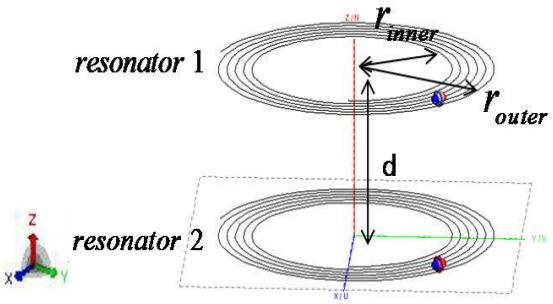

그림 5. 무선 에너지 전송에서 사용되는 코일 구조

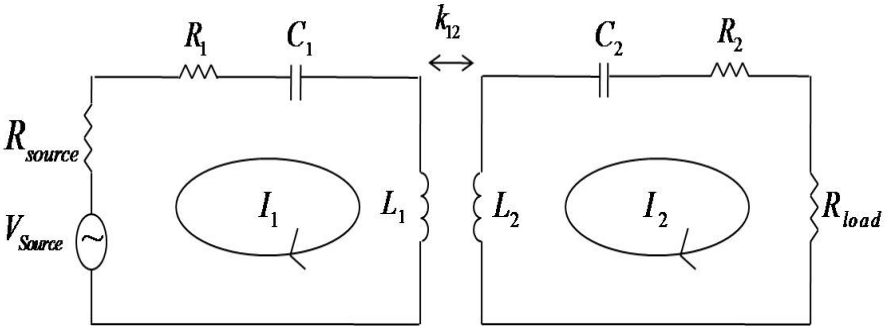

그림 6. 그림 5의 등가회로

transient 상태의 등가회로를 KVL 이론을 이용하여 풀면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{C}\int_0^t I_1(t)dt + (R_1 + R_s)I_1(t) + L_1\frac{dI_1(t)}{dt} + M\frac{dI_2(t)}{dt} = V_s \\ &\frac{1}{C}\int_0^t I_2(t)dt + (R_2 + R_L)I_2(t) + L_2\frac{dI_2(t)}{dt} + M\frac{dI_1(t)}{dt} = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

라플라스 변환을 이용하여 S-domain에서의 characteristic equation을 구하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\left(s^2 + \left(\frac{\omega}{Q_1} + \frac{\omega}{Q_s}\right)s + \omega^2\right)I_1(t) + k_{12}s^2 I_2(t) = V_s \\ &\left(s^2 + \left(\frac{\omega}{Q_2} + \frac{\omega}{Q_L}\right)s + \omega^2\right)I_2(t) + k_{12}s^2 I_1(t) = 0 \end{aligned} \tag{18}$$

식 (18)의 두 식을 하나의 식으로 합치면, s에 대한 4차 식으로 정리된다. 4차 식을 전개하기 위해 두 코일 및 외부저항 모두 identical 하며, V_s=0 으로 가정한다. 다음과 같은 총 4개의 근을 구할 수 있다.

$$s_{1,2} = \omega \frac{-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right) \pm \sqrt{4\left(1+k_{12}\right)-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2\left(1+k_{12}\right)}$$

$$s_{3,4} = \omega \frac{-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right) \pm \sqrt{4\left(1-k_{12}\right)-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2\left(1-k_{12}\right)} \tag{19}$$

식 (19)의 4개의 근을 이용하면, 각 공진기의 transient 상태의 등가회로에 흐르는 전류와 이 전류를 시간에 따라 적분하는 것으로 capacitor에 걸리는 전압을 구할 수 있다. 단, 초기 전류 값은 I_0 로 정의한다.

$$\begin{aligned} i_1(t) = {} & e^{-\frac{\omega\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)}{2(1-k_{12})}t}\left(\frac{I_0}{2}\cos\left(\frac{\omega_0\sqrt{4(1-k_{12})-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2(1-k_{12})}t\right)-\frac{I_0}{4Q}\sin\left(\frac{\omega_0\sqrt{4(1-k_{12})-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2(1-k_{12})}t\right)\right) \\ & +e^{-\frac{\omega\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)}{2(1+k_{12})}t}\left(\frac{I_0}{2}\cos\left(\frac{\omega_0\sqrt{4(1+k_{12})-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2(1+k_{12})}t\right)-\frac{I_0}{4Q}\sin\left(\frac{\omega_0\sqrt{4(1+k_{12})-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2(1+k_{12})}t\right)\right) \end{aligned} \tag{20}$$

$$i_2(t)=\frac{-I_0}{2}e^{-\frac{\omega_0\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)}{2(1-k_{12})}t}\cos\left(\frac{\omega_0\sqrt{4(1-k_{12})-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2(1-k_{12})}t\right)+\frac{I_0}{2}e^{-\frac{\omega_0\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)}{2(1+k_{12})}t}\cos\left(\frac{\omega_0\sqrt{4(1+k_{12})-\left(\frac{1}{Q}+\frac{1}{Q_{ext}}\right)^2}}{2(1+k_{12})}t\right) \quad (21)$$

$$v_1(t)=\frac{1}{C_1}\int_0^t I_1(t)dt,\ v_2(t)=\frac{1}{C_2}\int_0^t I_2(t)dt \quad (22)$$

위의 전류 및 전압 식을 이용하면 각 공진기의 inductor와 capacitor에 저장되는 에너지를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_1(t)&=\frac{1}{2}L_1\left|i_1(t)\right|^2+\frac{1}{2}C_1\left|v_1(t)\right|^2 \\ E_2(t)&=\frac{1}{2}L_2\left|i_2(t)\right|^2+\frac{1}{2}C_2\left|v_2(t)\right|^2 \end{aligned} \quad (23)$$

3.1.2 Analyzing solutions

표 1의 parameter를 이용하여, transient 등가회로이론 분석으로 구한 각 공진기의 시간에 따른 에너지 분포는 그림 7, 8과 같다. 단, Source, Load resistance는 0 Ω으로 설정하였다.

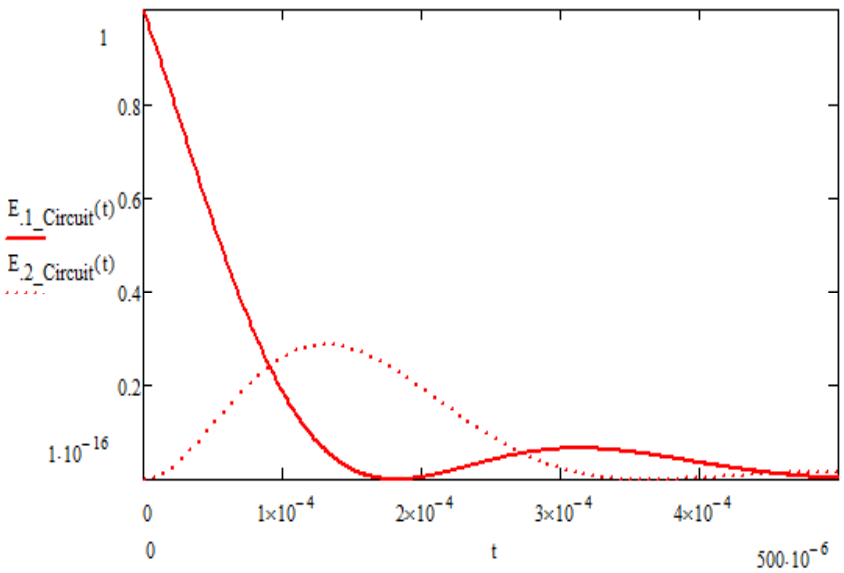

그림 7. Weak-coupling, High-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포 (3)

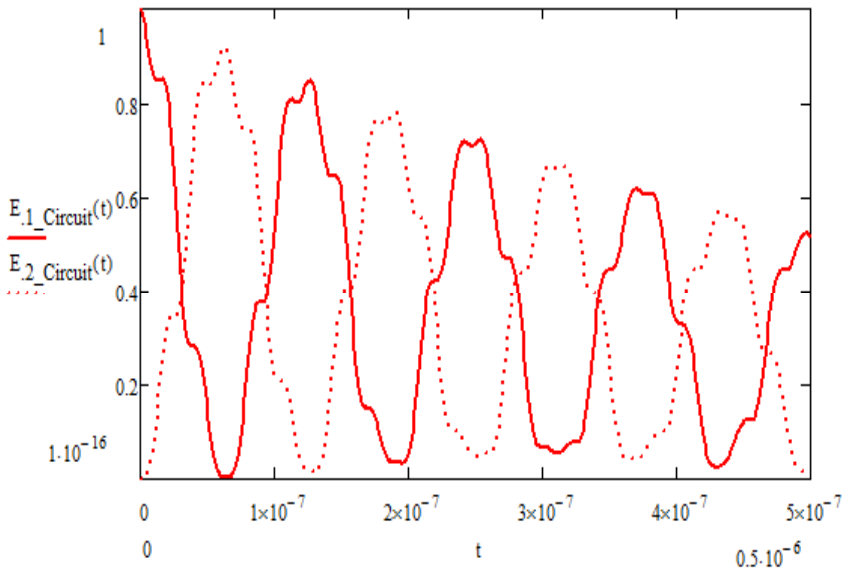

그림 8. Strong-coupling, Low-Q 경우 시간에 따른 에너지 분포 (4)

그림 7, 8은 시간에 따른 각 공진기의 normalized한 에너지를 나타낸 그림이다. Coupled-Mode 이론으로 구한 시간에 따른 에너지의 분포와 비슷하게 coupling이 작을 경우에는 비교적 긴 시간에 걸쳐 상당히 작은 에너지가 전달되는 반면, coupling이 큰 경우에는 짧은 주기로 두 공진기가 서로 비교적 큰 에너지를 주고 받는 것을 확인 하였다.

3.2. Coupled-Mode 이론과의 비교

그림 9, 10은 coupling이 작고 Q가 큰 경우, external 저항이 각각 0, 50 Ω일 때의 Coupled-Mode 이론으로 구한 에너지 분포와 transient 등가회로관점에서 구한 시간에 따른 에너지 분포를 나타낸 그래프이다. 각 이론으로부터 유도한 공진기의 에너지 분포가 일치한다. 하지만, 그림 11, 12에서처럼 coupling이 크고 Q가 작은 경우에는, transient 등가회로 관점에서 구한 에너지 분포가 Coupled-Mode 이론으로부터 구한 에너지 분포 그래프 보다 조금 빠른 주기로 두 공진기 사이에서 에너지가 전달되는 것을 확인할 수 있다. 이때 external 저항은 마찬가지로 각각 0, 50 Ω으로 설정하였다. 즉 coupling이 작을 수록, 저항이 작을 수록 (Q 값이 클수록) Coupled-Mode 이론과 transient 등가회로이론이 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 이는, Coupled-Mode 이론과 transient 등가회로로 구한 에너지 공식의 Q 값을 비교해 봄으로써 알 수 있다. 이 두 complex 주파수는 coupling이 작을 수록, Q, Q_{ext} 값이 클수록, 즉 저항이 작을 수록 잘 일치하는 것을 알 수 있다. Coupled-Mode 이론에서 Q 값은 공진 주파수에서의 고정된 값으로 정의되지만, transient 등가회로 이론에서의 Q 값은 넓은 주파수 범위에서 주파수에 따라 값이 달라지기 때문에 근본

적으로 두 이론을 바탕으로 구한 에너지 분포 그래프의 차이가 생긴다.

transient 등가회로 이론이 Coupled-mode 이론 보다 정확한 에너지 분포 식을 표현하고 있지만, 두 공진기가 external 저항까지 포함하여 identical 해야하므로, 두 공진기가 symmetric 하지 않는 경우, Voltage source인 경우에는 적용이 불가능하다. Coupled-Mode 이론과 같이 주기를 수식적으로 구하기 불가능하고, 근본적으로 수식이 너무 복잡한 한계가 있다. 그러므로 본 논문에서는 Coupled-Mode 이론을 바탕으로 실제 무선 에너지 전송에 응용하고자 한다.

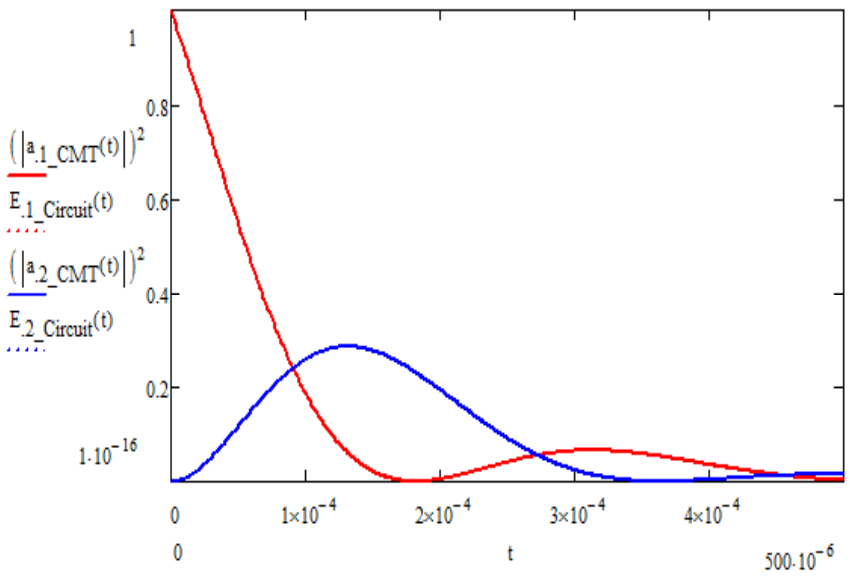

그림 9. Weak-coupling, High-Q CMT-등가회로 에너지 비교 (R_s,R_L=0 Ω)

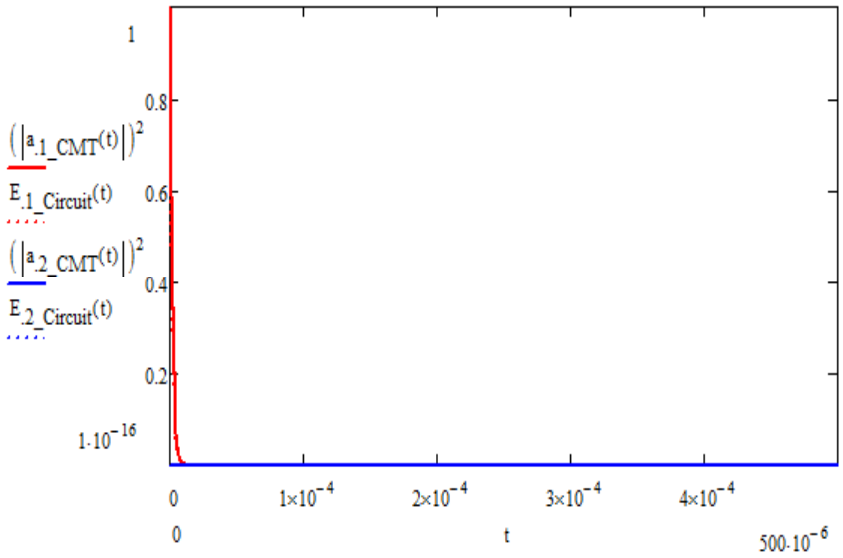

그림 10. Weak-Coupling, High-Q CMT-등가회로 에너지-비교 (R_s,R_L=50 Ω)

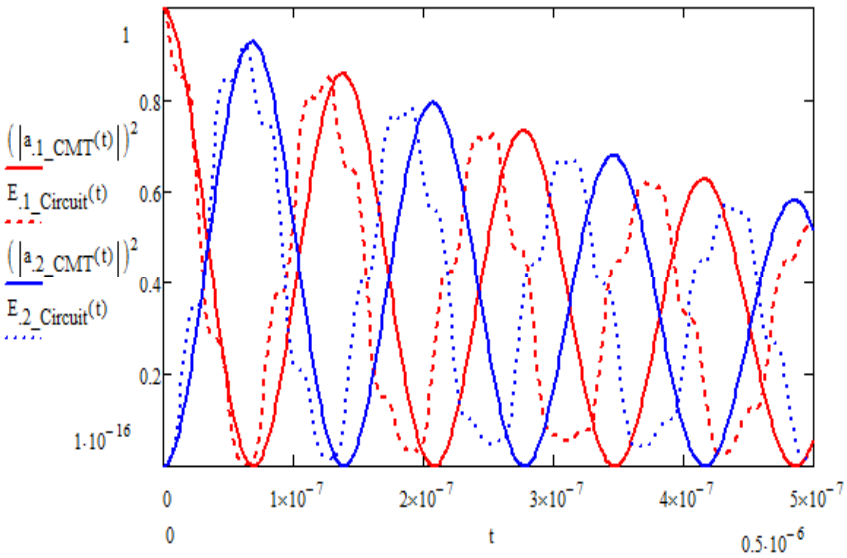

그림 11. Strong-coupling, Low-Q CMT-등가회로 에너지 비교 (R_s,R_L=0 Ω)

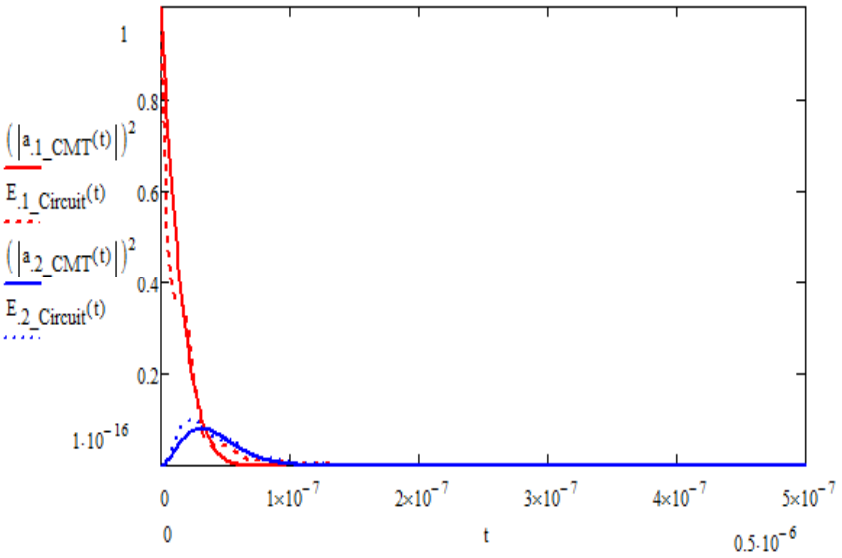

그림 12. Strong-coupling, Low-Q CMT-등가회로 에너지 비교(R_s,R_L=50 Ω)

제 4 장 Coupled-Mode 이론의 응용

4.1. 무선충전방식의 기준제시

최근 사용되는 무선충전방식으로는 크게 두 가지 방법이 있다. 매우 가까운 거리에서 충전하는 자기유도방식(Inductive Coupling)과 두 코일의 상호 결합이 크면 클수록 주파수에 따라 S_{21} 의 resonant peak가 갈라지는 자기공명방식(Magnetic Resonance Coupling)이다 [10]. 하지만, 이 두 가지의 방식은 정확한 수식적 정의 없이 무분별하게 쓰이고 있다. Coupled-Mode 이론을 이용하여 $k_{critical}$ (i.e. critical coupling coefficient)를 정의한다. 이를 기준으로 Power source, Voltage source 두 가지 경우에 모두 적용 가능한 두 충전방식의 기준을 제시하고자 한다.

두 공진기는 서로 에너지를 계속적으로 주고받는다. 두 충전방식의 기준은 resonator 1에서 처음 보낸 에너지와 resonator 1의 한 주기(1T) 후의 에너지의 비율로 정해진다. 이때 한 주기(1T)는 식 (13)에서 유도할 수 있다. coupling에 따라 한 주기의 값은 달라지게 된다.

$$1T\left(1\,period\right)=\frac{\pi}{\sqrt{\left(\frac{j\left(\omega_1-\omega_2\right)-\left(\frac{1}{\tau_1}-\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_{ext_1}}-\frac{1}{\tau_{ext_2}}\right)}{2}\right)^2+\kappa_{12}^2}} \tag{24}$$

만약, 한 주기 후의 resonator 1의 에너지가 t=0일 때 초기값에 비해 e^{-3}배 이상이면(i.e. $|a_1(1T)|^2 > |a_1(0)|^2 \cdot e^{-3}$), 이를 Magnetic Resonance Coupling(MRC)라고 정의한다. 이때, e^{-3}은 5%를 의미하며 $k_{critical}$ 를 구하는데 중요한 기준점이 된다. 만약, 한 주기 후의 resonator 1의 에너지가 초기값의 e^{-3}배 미만이면 (i.e. $|a_1(1T)|^2 < |a_1(0)|^2 \cdot e^{-3}$) 이를 Inductive Coupling(IC)라고 정의한다. 즉, resonator 1는 한 주기 후에 5% 미만의 에너지를 다른 공진기로부터 전달 받는 것을 의미한다. $k_{critical}$은 한 주기 후의 공진기의 에너지 값과 그 공진기의 초기값의 e^{-3}배의 값과 같은 경우이다(i.e. $|a_1(1T)|^2 = |a_1(0)|^2 \cdot e^{-3}$). 이를 통해 구한, $k_{critical}$ 은 다음과 같이 internal Q와 external Q로 정리된다.

$$k_{critical} = \frac{\pi\left(\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} + \frac{1}{Q_{ext_1}} + \frac{1}{Q_{ext_2}}\right)}{3} \tag{25}$$

실질적으로 각 Parameter를 대입하여, 위의 이론을 검증하였다. 그림 6의 등가회로에 R_1=R_2=0.296 Ω, Q_1=Q_2=298.7, V_{Source}=1 V 를 대입하였고, 이 때의 공진 주파수는 10.03 MHz 이다. Power source의

경우에는 Source와 Load저항 모두 50 Ω이라고 고려하였고, Voltage source의 경우에는 Source 저항은 0에 가깝고, Load 저항만 50 Ω으로 고려하였다. 그림 13, 14는 각 source의 resonator 1의 시간에 따른 에너지를 나타낸다. 또한, Power source의 경우 resonator 1의 결합계수 k_{12} 가 $k_{12} < k_{critical}$, $k_{12} = k_{critical}$, $k_{12} > k_{critical}$ 인 경우, t=0, t=1T 에서의 에너지를 표 1에, Voltage source의 경우는 표 2에 정리하였다. 위에서 제안한 두 충전방식 MRC와 IC의 기준에 잘 만족하는 것을 확인할 수 있다.

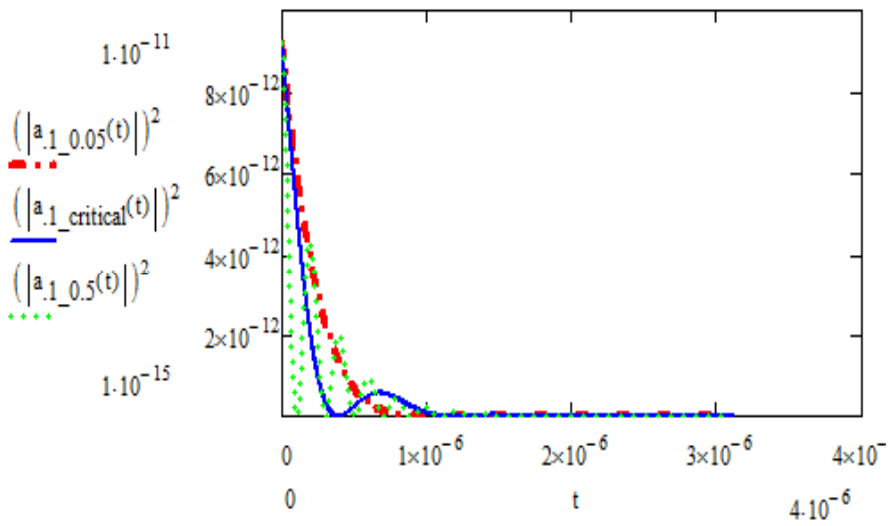

그림 13. Power source 를 이용한 각 k_{12}의 공진기의 시간에 따른 에너지 분포

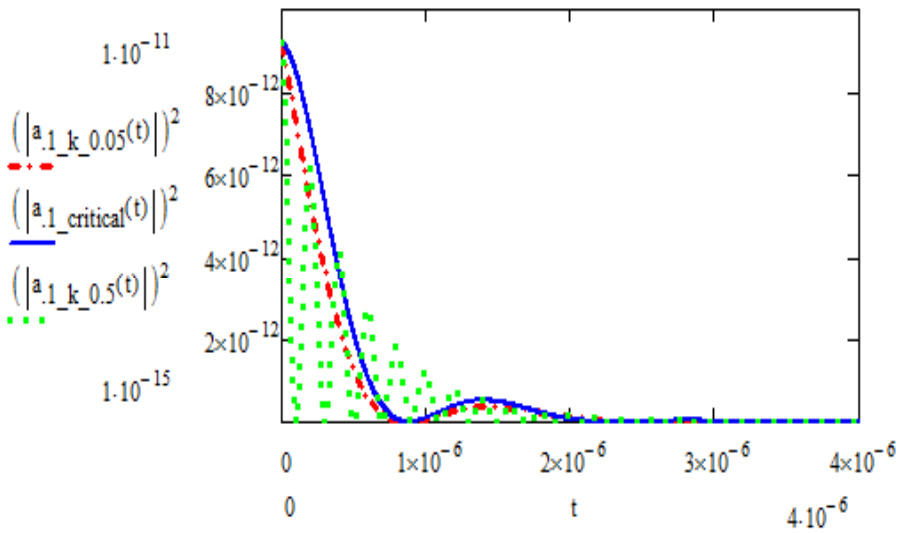

그림 14. Voltage source 를 이용한 각 k_{12}의 공진기의 시간에 따른 에너지 분포

k_{12}	Energy		Type of coupling
	$\lvert a_1(1\mathrm{T})\rvert^2$	$\lvert a_1(0)\rvert^2 \cdot e^{-3}$	
0.05	$4.17 \cdot 10^{-15}$	$4.58 \cdot 10^{-13}$	IC
0.128	$4.55 \cdot 10^{-13}$		Critical
0.5	$4.26 \cdot 10^{-12}$		MRC

표 2. Power source를 이용한 각 k_{12}의 공진기의 시간에 따른 에너지 분포

k_{12}	Energy		Type of coupling
	$\lvert a_1(1\mathrm{T})\rvert^2$	$\lvert a_1(0)\rvert^2 \cdot e^{-3}$	
0.05	$1.24 \cdot 10^{-13}$	$4.58 \cdot 10^{-13}$	IC
0.068	$5.3 \cdot 10^{-13}$		Critical
0.5	$6.12 \cdot 10^{-12}$		MRC

표 3. Voltage source를 이용한 k_{12}의 공진기의 시간에 따른 에너지 분포

식 (22)를 통해 구한 Voltage source를 사용했을 경우의 $k_{critical}$은 0.068이나, 실제로 한 주기 후의 resonator 1의 에너지가 초기 값의 e^{-3}배 되는 k_{12} 값은 0.0645 로 5.15 %의 차이가 발생한다. 이는, source저항을 무시함으로써, Q_{ext_1} 값에 차이가 생기기 때문이다.

4.2. 효율식 유도

Coupled-Mode 이론을 이용하여, 무선 에너지 전송시의 효율 계산 식을 유도하고자 한다. 앞서 전개한 Coupled-Mode 이론은 식 (15)과 그림 3, 4 에서도 알 수 있듯이, transient state로 시간에 따라 에너지가 변화한다. 각 공진기의 모드를 Fourier Transform하여 주파수 domain으로 변환한 후, 공진주파수에서의 amplitude와 각 공진기에서의 감소상수를 이용하여 효율을 구하였다. Power Source와 Voltage Source 두 가지 모두에 대한 효율 식을 유도하였고, steady-state에서의 회로 이론으로 구한 효율 값과 비교를 하였다.

어떠한 무선 에너지 전송 시스템이 $a_1(t) = A_1 e^{j\omega_0 t}$ 로 steady-state인 경우, 즉, source에서의 field amplitude가 일정하게 유지되는 경우, 각각의 저항에서 손실되는 Power은 감소상수와 amplitude의 제곱의 곱으로 구할 수 있다. Power 보존의 법칙을 이용한다면, 총 손실 Power은, 각각의 저항에서 손실되는 전력의 합과 일치하게 된다 [7].

$$\begin{aligned} P_{total} &= P_1 + P_2 + P_{Load} \\ &= \frac{1}{\tau_1}|A_1|^2 + \frac{1}{\tau_2}|A_2|^2 + \frac{1}{\tau_{Load}}|A_2|^2 \end{aligned} \tag{26}$$

먼저, Voltage source의 경우에는, source 저항으로 인한 손실이 없으므로, Source 저항은 고려하지 않았고, Load 저항을 50 Ω으로 설정하였다. 그림 6의 공진기의 등가회로서 보면 알 수 있듯이, 손실되는 총 power는, 공진기 1의 자체저항 R_1에서 손실되는 power, 공진기 2의 자체저항 R_2 에서 손실되는 power, Load 저항에서 손실되는 power의 합으로 정의된다.

Voltage source의 경우, 식 (15)의 Coupled-Mode 이론을 이용하여 구한 시간에 따른 field-amplitude 식 $a_1(t), a_2(t)$를 Fourier Transform 하면 다음과 같이 구해진다.

$$F_{1_voltage}(\omega) = \frac{a_1(0)}{\Omega_{voltage}^2 + \left(\frac{\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_{ext_1}} + \frac{1}{\tau_{ext_2}}}{2} + j(\omega - \omega_0) \right)^2} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_{ext_2}} + j(\omega - \omega_0) \right)$$

$$F_{2_voltage}(\omega) = \frac{a_1(0) \cdot \kappa_{12}}{\Omega_{voltage}^2 + \left(\frac{\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_{ext_1}} + \frac{1}{\tau_{ext_2}}}{2} + j(\omega - \omega_0) \right)^2} \tag{27}$$

$$where, \qquad \Omega_{voltage} = \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_{ext_1}} - \frac{1}{\tau_{ext_2}}}{2} \right)^2 + \kappa_{12}^2}$$

Voltage source와 달리 Power source의 경우에는, available power 중 Load저항으로 전달되는 power의 비로 효율을 계산 한다. Available power란 Source로 부터 최대한의 power가 공진기로 전달된다는 뜻으로, optimum Load값을 이용한다. optimum Load는 공진기 사이의 coupling과 각 공진기의 Q 값으로 정의된다 [11].

$$R_{Load}^{opt} = R_2\sqrt{1+k_{12}^2 Q_1 Q_2} \tag{28}$$

마찬가지로, Power Source에서의 시간에 따른 field-amplitude를 Fourier Transform한 식은 다음과 같다.

$$F_{1_power}(\omega) = \frac{a_1(0)}{\Omega_{power}^2 + \left(\frac{\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_{ext_1}}+\frac{1}{\tau_{ext_2}^{opt}}}{2} + j(\omega-\omega_0)\right)^2} \cdot \left(\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_{ext_2}^{opt}} + j(\omega-\omega_0)\right)$$

$$F_{2_power}(\omega) = \frac{a_1(0)\cdot\kappa_{12}}{\Omega_{power}^2 + \left(\frac{\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_{ext_1}}+\frac{1}{\tau_{ext_2}^{opt}}}{2} + j(\omega-\omega_0)\right)^2} \tag{29}$$

$$where, \qquad \Omega_{power} = \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_{ext_1}} - \frac{1}{\tau_{ext_2}^{opt}}}{2} \right)^2 + \kappa_{12}^2}$$

이때 $\frac{1}{\tau_{ext_2}^{opt}}$ 은, optimum Load 의 감소상수를 나타낸다.

Fourier Transform을 이용하여 시간에 따른 공진기의 field-amplitude를 주파수 domain으로 변환하였다. 이를 바탕으로 구한, Voltage source와 Power source의 공진기의 효율은 다음과 같이 공진 주파수에서의 Amplitude값과 감소상수를 이용하여 구할 수 있다.

$$\eta_{votlage_CMT} = \frac{P_{Load}}{P_{in}} = \frac{\left|\frac{1}{\tau_{ext_2}}\right| \left|F_{2_voltage}(\omega)\right|^2}{\left|\frac{1}{\tau_1}\right| \left|F_{1_voltage}(\omega)\right|^2 + \left|\frac{1}{\tau_2}\right| \left|F_{2_voltage}(\omega)\right|^2 + \left|\frac{1}{\tau_{ext_2}}\right| \left|F_{2_voltage}(\omega)\right|^2}$$

$$\eta_{power_CMT} = \frac{P_{Load}^{opt}}{P_{avs}} = \frac{\left|\frac{1}{\tau_{ext_2}^{opt}}\right| \left|F_{2_power}(\omega)\right|^2}{\left|\frac{1}{\tau_1}\right| \left|F_{1_power}(\omega)\right|^2 + \left|\frac{1}{\tau_2}\right| \left|F_{2_power}(\omega)\right|^2 + \left|\frac{1}{\tau_{ext_2}^{opt}}\right| \left|F_{2_power}(\omega)\right|^2} \qquad (30)$$

Coupled-Mode 이론을 이용하여 유도한 식 (30)과 steady-state 상태의 등가회로로 구한 효율 값을 비교하였다.

먼저 Voltage source를 사용한 경우, 그림 6의 등가회로를 이용하여 유도한 효율식은 다음과 같다 [4].

$$\eta_{votlage_circuit} = \frac{P_{Load}}{P_{in}} = \frac{\left|I_{2_voltage}\right|^2 \cdot R_{Load}}{\left|I_{1_voltage}\right| \cdot V_{Source}} \cdot 100 \tag{31}$$

$$where, \quad I_{2_voltage} = \frac{jX_{21}}{\left(R_1 + j\omega_0 L_1 + \frac{1}{j\omega_0 C_1}\right)\left(R_2 + R_{Load} + j\omega_0 L_2 + \frac{1}{j\omega_0 C_2}\right) - \left(jX_{21}\right)^2}$$

$$I_{1_voltage} = \frac{\left(R_1 + R_{Load} + j\omega_0 L_1 + \frac{1}{j\omega_0 C_1}\right)}{jX_{21}} \cdot \left|I_{2_voltage}\right|$$

Power source의 경우, Source로부터 최대한의 power가 전달되게 하기 위해 아래와 같이 2-port network의 simultaneous conjugate matching condition을 고려하였다 [12].

$$Z_{in} = Z_L^* \tag{32}$$

이를 통해 구한, Power source에서의 효율식은 아래와 같이 T에 대한 식으로 정리된다. 이때 T는 최대 power 전송효율은 resonators 사이의 거리와 안테나의 방향 등으로 정의된다 [5].

$$\eta_{power_circuit} = \frac{|T|^2}{2 - \mathrm{Re}\left[T^2\right] + \sqrt{4 \cdot \left(1 - \mathrm{Re}\left[T^2\right]\right) - \mathrm{Im}\left[T^2\right]^2}} \cdot 100$$
$$where,\ \ T = \frac{jX_{21}}{R_1} \tag{33}$$

표 1의 weak-coupling, High-Q 의 경우(case 1)와, strong-coupling, Low-Q 의 경우(case 2)와 그림 5의 공진기를 이용했을 경우의 mid-coupling, mid-Q 의 경우(case 3), 총 3가지의 경우에 따른 효율을 비교하였다. case 3 의 경우 simulation에 사용한 parameter은 표 4에 정리하였다.

공진기 Specification	Mid-coupling Mid-Q
r_{inner}[m]	0.2
r_{outer}[m]	0.3
d[m]	0.33
Quality factor	298.7
Coupling coefficient[k_{12}]	0.047
Resonance frequency [MHz]	18

표 4. Mid-coupling, Mid-Q 경우의 specification

case 1, 2, 3 의 경우에 대하여, 식 (27), (29)의 각 source 에서의 Coupled-Mode 이론으로 구한 주파수에 따른(0~40 MHz) 공진기의 field-amplitude는 그림 15, 16, 17과 같다. 이를 이용하여 식 (30), (31), (33)의 주파수에 따른(0~40 MHz) 효율 그래프는 그림 18, 19, 20과 같다. 공진주파수 18 MHz에서의 각 source의 Coupled-Mode 이론으로 구한 효율과 steady-state 등가회로이론을 이용하여 구한 효율 비교는 표 5에 정리하였다.

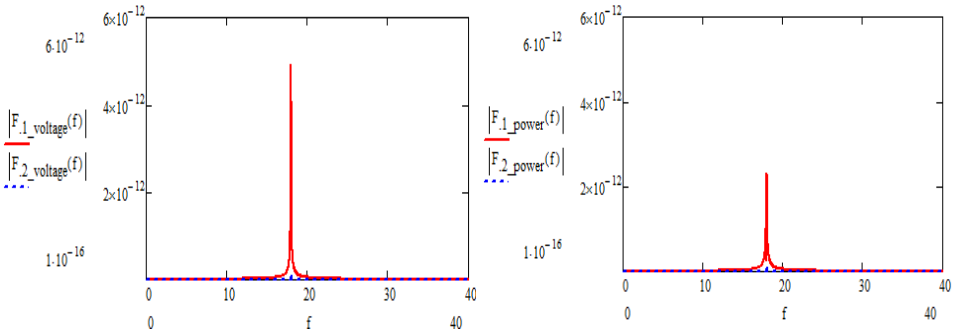

그림 15. case 1 의 각 source의 주파수에 따른 field-amplitude

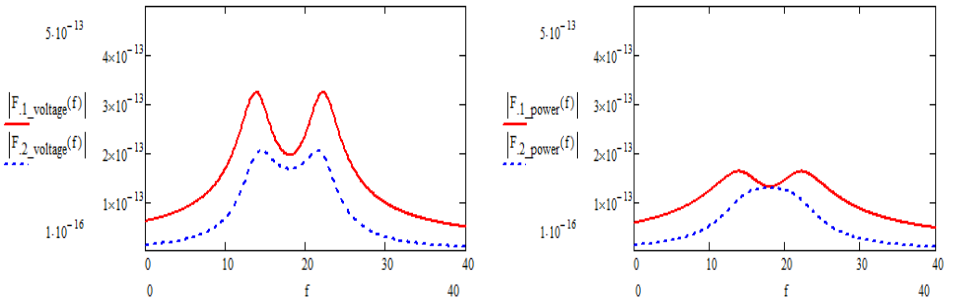

그림 16. case 2 의 각 source의 주파수에 따른 field-amplitude

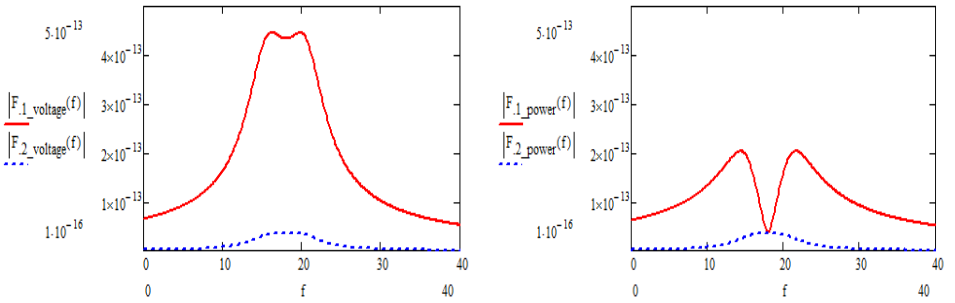

그림 17. case 3 의 각 source의 주파수에 따른 field-amplitude

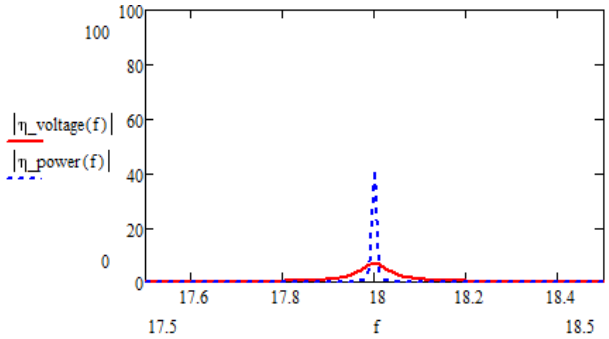

그림 18. case 1 의 각 source의 주파수에 따른 효율 분포

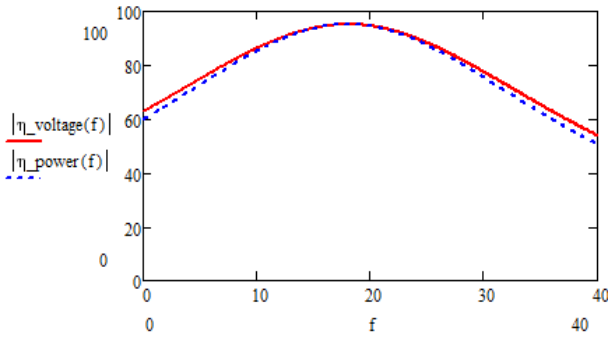

그림 19. case 2 의 각 source의 주파수에 따른 효율 분포

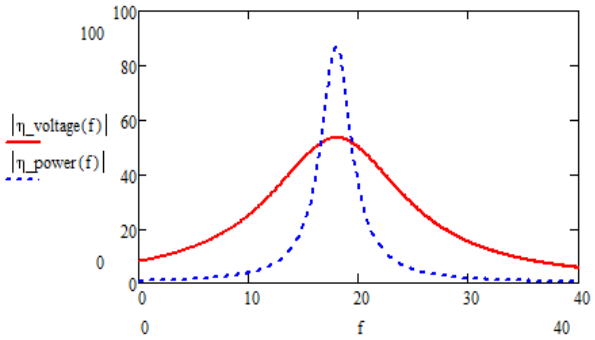

그림 20. case 3 의 각 source의 주파수에 따른 효율 분포

	Source	Coupled-Mode 이론	steady-state 등가회로이론
High-k_{12}, Low-Q	Voltage	95.12 %	95.12 %
	Power	95.16 %	95.16 %
Mid-k_{12}, Mid-Q	Voltage	59.39 %	59.39 %
	Power	86.73 %	86.73 %
Low-k_{12}, High-Q	Voltage	6.60 %	6.60 %
	Power	41.31 %	41.31 %

표 5. Coupled-Mode 이론과 Steady-state 등가회로이론 효율 비교

표 5에서 확인 할 수 있듯이, 공진주파수 18 MHz 에서의 각 source의 field-amplitude를 이용하여 Coupled-Mode 이론으로 구한 효율과 steady-state 등가회로이론을 이용하여 구한 효율 값이 정확하게 일치하는 것을 알 수 있다. 시간에 따는 Coupled-Mode 이론을 Fourier Transform하여 공진주파수에서의 field-amplitude를 알면, 감소상수와의 곱으로 power 전송 효율을 구할 수 있다. 단, Power source의 경우에는 simultaneous conjugate matching condition에서의 optimum Load 조건을 고려해야 한다.

제 5 장 결론

본 논문에서는 Coupled-Mode 이론을 분석하고 이를 등가회로관점 에서의 무선 에너지 전송 해석 방법과 비교 분석하였다. Coupling이 크고, 공진기의 Q가 작은 경우에는, transient 등가회로관점에서 구한 에너지 분포가 Coupled-Mode 이론으로부터 구한 에너지 분포 그래프 보다 조금 빠른 주기로 두 공진기 사이에 에너지가 전달되는 것을 확인할 수 있었다. 이는, Coupled-Mode 이론의 경우 공진기의 Q-factor을 공진주파수에서 고정시키는 반면, transient 등가회로관점에서는 주파수에 따라 바뀌는 것으로 정의하였기 때문이다. Coupled-Mode 이론은 transient 등가회로이론만큼 정확한 에너지 분포를 표현할 수는 없으나, 수식이 상대적으로 간단하고, symmetric 하지 않은 경우에도 적용가능 한 장점이 있다. 이를 응용하여 두 가지 무선충전방식을 분류할 수 있는 수식적 기준을 제시한다. 공진기의 한 주기 지난 후의 에너지 값이 초기 에너지 값에 비해 5% 미만이면 자기유도방식으로, 이상이면 자기공명방식으로 정의하였다. 또한, transient 상태의 Coupled-Mode 이론을 Fourier Transform하여, 공진주파수에서의 Power source 와 Voltage source의 효율 계산식을 유도하였다. steady-state 상태의 등가회로이론으로 구한

효율 값과 비교하여 정확히 일치하는 것을 확인하였다.

참고문헌

[1] G. M. Clark, *Cochlear Implants: Fundamentals and Applications.* New York: Springer-Verlag, 2003.

[2] K. Finkenzeller, *RFID-Handbook,* 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2003.

[3] Y. Jang and M. M. Jovanovic, "A Contactless electrical energy transmission system for portable-telephone battery chargers," *IEEE Trans. Indus. Elect.,* vol. 50, pp.520-527, Jun. 2003.

[4] A. P. Sample, D. A. Meyer, and J. R. Smith, "Analysis, experimental results, and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 2, pp.544-554, Feb. 2011.

[5] J. Lee and S. Nam," Fundamental aspects of near-field coupling antennas for wireless power transfer, "*IEEE Trans. Antennas Propag.,* vol. 58, no. 11, pp.3442-3449, Nov. 2010.

[6] A. Kurs, A. Karalis, R. Moffatt, J. D. Joannopoulos, P. Fisher, and M. Soljacic, "Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances," *Science*, vol. 317, no. 1, pp. 83-86, June 2007.

[7] A. Karalis, J. D. Joannopoulos, and M. Soljacic, "Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer," *Ann. Phys.*, vol. 323, pp.34-48, Jan. 2008.

[8] H. A. Haus, Waves and Fields In Optoelectronics, Prentice-Hall, NJ, 1984.

[9] M. Kiani and M. Ghovanloo, "The circuit theory behind coupled-mode magnetic resonance-based wireless power transmission", *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers,* vol. 59, no. 9, pp. 2065-2074, Sep. 2012.

[10] F.Z. Shen, W.Z. Cui, W. Ma, J.T. Huangful, L.X. Ran, "Circuit analysis of wireless power transfer by "coupled magnetic resonance"," IET International conf., pp.602-605, 2009.

[11] R. Xue, K. Cheng, and M. Je, "High-efficiency wireless power transfer for biomedical implants by optimal resonant load transformation," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 60, no. 4, pp. 867-874, Apr. 2013.

[12] D. M. Pozar, *Microwave Engineer*ing, 2nd ed. New York: Wiley, 1998.

ABSTRACT

An analysis of Coupled-Mode Theory and application in Wireless Power Transfer System

Hyunjin SHIM
Department of Electrical and Computer Engineering
The Graduate School
Seoul National University

In this paper, Coupled-Mode theory is analyzed and compared with transient circuit analysis. When the quality factor of resonator is low and coupling between two resonators are strong, the energy transferred between resonators over time analyzed by transient circuit analysis has shorter period than that of Coupled-Mode theory. This is because in Coupled-mode theory, Q-factors of the resonator are fixed at resonant frequency, however in transient circuit analysis, Q-factors are changed over broad frequency band.

Even though Coupled-Mode theory based analytic formulas have

become quite inaccurate in predicting the energy exchanges between resonators, they are relatively simple and can be applied to two different asymmetric resonators.

An analytic criterion of inductive coupling and magnetic coupling is proposed. If the received energy after one period is less than e^{-3} times of the initially transmitted energy, the system is considered to be Inductive coupling. If it is greater than e^{-3} times, it is under the condition of Magnetic resonance coupling.

By Fourier Transform of transient Coupled-Mode theory, each efficiency equation of power and voltage source at resonance frequency can be derived. It matches well with efficiency based on steady-state equivalent circuit theory.

Keywords : Wireless Power Transfer, Coupled-Mode Theory(CMT), Transient circuit theory, Inductive coupling, Magnetic resonance coupling, efficiency, Voltage source, Power source

Student Number : 2012-23220