



저작자표시-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.
- 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

Generalized Scattering Matrix를 이용한  
배열안테나의 특성 분석 및 Compressive Sensing  
기반의 DOA 추정 기법

Characterization of Array Antenna and  
Compressive Sensing based DOA Estimation  
using Generalized Scattering Matrix

2015 년 2 월

서울대학교 대학원

전기·컴퓨터 공학부

전 현 욱

Generalized Scattering Matrix를 이용한  
배열안테나의 특성 분석 및 Compressive Sensing  
기반의 DOA 추정 기법

Characterization of Array Antenna and  
Compressive Sensing based DOA Estimation  
using Generalized Scattering Matrix

지도 교수 남 상 욱

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함  
2015 년 2 월

서울대학교 대학원  
전기·컴퓨터 공학부  
전 현 욱

전현욱의 공학석사 학위논문을 인준함  
2015 년 2 월

위 원 장 \_\_\_\_\_ 김 성 철 (인)

부위원장 \_\_\_\_\_ 남 상 욱 (인)

위 원 \_\_\_\_\_ 심 병 효 (인)

# 초 록

## Generalized Scattering Matrix를 이용한 배열안테나의 특성 분석 및 Compressive Sensing 기반의 DOA 추정 기법

서울대학교 대학원

전기 · 컴퓨터 공학부

전 현 욱

본 논문은 배열안테나의 특성과 compressive sensing과 결합된 direction of arrival (DOA) 추정 기법을 generalized scattering matrix (GSM)과 spherical mode analysis를 활용하여 분석한 논문이다.

통신기술의 발달로 인해 배열안테나의 사용이 늘어남에 따라 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 다수의 안테나를 좁은 공간에 집적시켜 사용하는 배열안테나는 기본적으로 개별안테나들 사이의 mutual coupling으로 인해 그 특성이 변한다. 이로 인해, 실제 구현된

배열안테나는 설계 시 예상했던 것과는 다른 성능을 보여 최적의 성능을 구현하는데 어려움이 있다.

개별안테나의 특성을 나타내는 GSM과 배열안테나의 구조를 이용하면 나타낼 수 있는 배열안테나의 overall GSM은 기본적으로 개별 안테나간의 mutual coupling 특성을 포함하고 있다. 본 논문에서는 먼저, 배열안테나의 overall GSM을 활용한 active impedance와 radiation pattern 등의 특성을 분석하였다. 그리고  $3 \times 4$  dipole 배열안테나를 예로 들어 이를 검증하였다.

더 나아가, overall GSM을 활용한 compressive sensing 기반의 DOA 추정 기법을 제안하였다. MUSIC, ESPRIT 알고리즘 등을 활용한 기존의 DOA 추정 기법의 대부분은 안테나 간의 mutual coupling을 고려하지 않았기 때문에, 실제 배열안테나에 유기된 전류를 이용할 경우, 정확도가 떨어지게 된다. 이를 보완하기 위해 overall GSM을 이용해 mutual coupling을 고려한 각 포트의 전류를 구하고, 이를 활용한 measurement matrix를 구성한 뒤, compressive sensing 기반의 DOA를 수행하였다. 이 역시  $3 \times 4$  dipole 배열안테나의 예를 통해 검증하였다.

**주요어** : Generalized scattering matrix, Spherical mode, Mutual coupling, Compressive sensing, Direction of arrival.

**학 번** : 2013-20873



## 표 목차

[표 1] 배열안테나 각 port의 전압, $V_p$ .....	21
-------------------------------------	----

## 그림 목차

[그림 1] $3 \times 4$ dipole 배열안테나 구조.....	17
[그림 2] S-parameter 비교 .....	18
[그림 3] 배열안테나의 mode coefficient .....	19
[그림 4] Active radiation pattern 비교 결과.....	24
[그림 5] Incident plane wave .....	25
[그림 6] Induced port current 비교.....	16
[그림 7] 1개의 incident wave에 대한 DOA estimation.....	28
[그림 8] 2개의 incident wave에 대한 DOA estimation.....	29
[그림 9] DOA estimation 비교.....	30

## 제 1 장 Introduction

통신기술의 발달로 인해 massive MIMO와 같은 고속, 고용량의, 다중 입출력이 가능한 기술이 대두되면서, 이러한 기술을 실현하기 위한, 다수의 안테나가 좁은 공간에 집적된 배열안테나의 필요성이 더욱 높아지고 있다[1]. 특히 단일안테나와는 달리, 안테나를 구성하는 개별안테나들의 위치를 조정하거나, 각 안테나에 인가되는 전압 및 전류를 변화시켜 안테나의 gain을 향상시킬 수 있고, 원하는 형태의 radiation pattern을 얻을 수 있다는 장점이 주요하게 활용된다.

하지만, 인접한 개별안테나들은 전자기적 상호작용을 통해 서로간에 영향을 주고, 이는 배열안테나의 성능을 변화시킨다. 이러한 상호작용을 mutual coupling라 하는데, 주로 개별안테나의 impedance와 radiation pattern에 영향을 미친다[2]. 따라서 최적의 성능을 구현하기 위해, 배열안테나의 설계 시 mutual coupling을 반드시 고려하여야 한다.

배열안테나의 overall generalized scattering matrix (GSM) 는 배열안테나를 구성하는 개별안테나의 GSM과 배열안테나의 구조 정보를 이용해 얻을 수 있다[3]. Overall GSM은 배열안테나 전체의 반사, 송신, 수신, 산란 특성을 spherical mode에 따라 나타내주는데, 이 때, 개별안테나 간의 mutual coupling도 포함되게 된다. 본 논문에서는 이러한 overall GSM의 특성과 spherical mode 분석을 통해 mutual coupling이 고려된 결과를 도출하였다.



본 논문의 2장에서는 mutual coupling의 영향에 따른 배열안테나의 특성 (active impedance, active radiation pattern) 에 대해 알아보았다. 3장에서는 외부에서 plane wave가 입사할 경우에 배열안테나 각 port에 유기되는 전류를 정확히 유도하고, compressive sensing을 이용해 direction of arrival (DOA) 를 추정하였다. 4장에서는 앞서 유도한 내용을  $3 \times 4$  dipole 배열안테나의 예를 통해 검증하였다. 마지막으로 5장에서는 위의 내용을 종합하여 결론을 맺었다.

## 제 2 장 Characterization of Array Antenna

### using Overall GSM

#### 2.1. Overall Generalized Scattering Matrix

배열안테나의 overall GSM은 배열안테나로 들어오고 나가는 wave의 spherical mode에 따른 반사, 수신, 송신, 산란 특성을 나타낸 matrix이다. [3]에서 논의된 바에 따르면, 이를 구하기 위해선 먼저, 배열안테나를 구성하는 개별안테나의 특성을 나타내는 식 (1) 형태의 GSM이 필요하다.

$$\begin{bmatrix} \rho_i & \mathbf{r}_i \\ \mathbf{t}_i & \mathbf{s}_i - \mathbf{I}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i \\ \mathbf{a}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_i \\ \mathbf{b}_i^s \end{bmatrix} \quad (1)$$

N개의 개별안테나로 이루어진 배열안테나에서, i번째 개별안테나로 들어오는 spherical wave는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다. 이 때,  $\mathbf{a}_{di}$  는 외부에서 i번째 안테나로 들어오는 wave이고,  $\mathbf{a}_i^j$  는 j번째 안테나에서 i번째 안테나로 scattered되어 들어오는 wave이다.

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_{di} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{a}_i^j \quad (2)$$

General translation matrix  $\mathbf{G}_{ij}$ 를 이용하면  $\mathbf{a}_i^j$ 는

$$\mathbf{a}_i^j = \mathbf{G}_{ij} \mathbf{b}_j^s \quad (3)$$

로 나타낼 수 있고, 식 (1)의 관계를 이용하면 식 (4)의 관계식을 얻어낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho_i v_i + \mathbf{r}_i \mathbf{a}_{di} + \mathbf{r}_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{G}_{ij} \mathbf{b}_j^s &= \mathbf{w}_i \\ \mathbf{t}_i v_i + (\mathbf{s}_i - \mathbf{I}_i) \mathbf{a}_{di} + (\mathbf{s}_i - \mathbf{I}_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{G}_{ij} \mathbf{b}_j^s &= \mathbf{b}_i^s \end{aligned} \quad (4)$$

이를 전체 배열안테나로 확장시키면, 각각의 parameter가 아래와 같이 구성될 때, 식 (5)와 같이 나타낼 수 있으며,

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma} &= \text{diag}(\rho_i) & \mathbf{R} &= \text{diag}(\mathbf{r}_i) \\ \mathbf{T} &= \text{diag}(\mathbf{t}_i) & (\mathbf{S} - \mathbf{I}) &= \text{diag}(\mathbf{s}_i - \mathbf{I}_i) \end{aligned} \quad (5-1)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{G}_{12} & \cdots & \cdots & \mathbf{G}_{1N} \\ \mathbf{G}_{21} & 0 & \ddots & \mathbf{G}_{ij} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \mathbf{G}_{ji} & \ddots & 0 & \mathbf{G}_{N-1N} \\ \mathbf{G}_{N1} & \cdots & \cdots & \mathbf{G}_{NN-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

$$\mathbf{v} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_i \\ \vdots \\ \mathbf{v}_N \end{Bmatrix} \quad \mathbf{w} = \begin{Bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{w}_i \\ \vdots \\ \mathbf{w}_N \end{Bmatrix} \quad \mathbf{a}_d = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{d1} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{di} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{dN} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{b}^s = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_1^s \\ \vdots \\ \mathbf{b}_i^s \\ \vdots \\ \mathbf{b}_N^s \end{Bmatrix} \quad (5-3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma v} + \mathbf{R a}_d + \mathbf{R G b}^s &= \mathbf{w} \\ \mathbf{T v} + (\mathbf{S} - \mathbf{I}) \mathbf{a}_d + (\mathbf{S} - \mathbf{I}) \mathbf{G b}^s &= \mathbf{b}^s \end{aligned} \quad (5-4)$$

식 (5-4)를  $\mathbf{w}$ 와  $\mathbf{b}^s$ 에 대해 정리하면, 식 (6)와 같이 overall GSM을 얻을 수 있다. 이 때, overall GSM의 각 parameter들은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_G & \mathbf{R}_G \\ \mathbf{T}_G & (\mathbf{S}_G - \mathbf{I}_G) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{a}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{b}^s \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{\Gamma}_G &= \mathbf{\Gamma} + \mathbf{R}\mathbf{G}[\mathbf{I} - (\mathbf{S} - \mathbf{I})\mathbf{G}]^{-1}\mathbf{T} \\
\mathbf{R}_G &= \mathbf{R} + \mathbf{R}\mathbf{G}[\mathbf{I} - (\mathbf{S} - \mathbf{I})\mathbf{G}]^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{I}) \\
\mathbf{T}_G &= [\mathbf{I} - (\mathbf{S} - \mathbf{I})\mathbf{G}]^{-1}\mathbf{T} \\
(\mathbf{S}_G - \mathbf{I}_G) &= [\mathbf{I} - (\mathbf{S} - \mathbf{I})\mathbf{G}]^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{I})
\end{aligned} \tag{7}$$

Spherical mode analysis와 addition theorem을 바탕으로 한 overall GSM은 개별안테나 사이의 mutual coupling을 그 유도과정에서 필연적으로 고려하게 된다. 따라서 이를 이용하면 배열안테나의 mutual coupling이 고려된 정확한 결과를 도출할 수 있다.

## 2.2. Characterization of Array Antenna using Overall GSM

### 2.2.1. Active Impedance

$Z_0$ 의 characteristic impedance를 갖는 안테나의 port에서 incident wave  $v$ 와 reflected wave  $w$ 는 아래와 같이 나타내진다[4].

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{V}_p + Z_0 \mathbf{I}_p}{2\sqrt{\text{Re}(Z_0)}} \quad \mathbf{w} = \frac{\mathbf{V}_p - Z_0 \mathbf{I}_p}{2\sqrt{\text{Re}(Z_0)}} \quad (8)$$

$N$ 개의 개별안테나가 모여있는 배열안테나에서 각 port의 incident wave와 reflected wave는 overall GSM을 이용하면

$$\mathbf{w} = \mathbf{\Gamma}_G \mathbf{v} \quad (9)$$

와 같이 나타낼 수 있고, 이 때 각 port의 전류  $\mathbf{V}_p$ 와  $\mathbf{I}_p$ 는 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{V}_p = \sqrt{\text{Re}(Z_0)}(\mathbf{v} + \mathbf{w}) \quad \mathbf{I}_p = \frac{(\mathbf{v} - \mathbf{w})}{\sqrt{\text{Re}(Z_0)}} \quad (10)$$

그리고, 이 때 mutual coupling으로 인해 변하는 배열안테나의 active impedance  $Z$ 는 위에서 유도된  $V_p$ 와  $I_p$ 의 비로 나타내진다.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}_p}{\mathbf{I}_p} = \frac{\text{Re}(Z_0)(\mathbf{v} + \mathbf{w})}{(\mathbf{v} - \mathbf{w})} \quad (11)$$

### 2.2.2. Active Radiation Pattern

외부에서 들어오는 wave가 없는 경우 ( $\mathbf{a}_d=0$ ), 배열안테나의 outgoing spherical mode coefficients  $\mathbf{b}^s$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{b}^s = \mathbf{T}_G \mathbf{v} \quad (12)$$

배열안테나의 radiation pattern을 나타내기 위해 [3] 에서 이야기된 general translation matrix  $\mathbf{G}$ 를 이용해  $\mathbf{b}^s$ 를 배열안테나 center를 기준으로 한 local coordinate의 outgoing spherical mode coefficients,  $\mathbf{b}^{\text{center}}$ 로 나타낸다.

$$\mathbf{b}^{\text{center}} = \sum_{i=1}^N \mathbf{G}_{\text{center},i} \mathbf{b}_i^s \quad (13)$$

이렇게 얻어진 배열안테나의 center를 기준으로 나타내진 outgoing spherical mode coefficients를 가지고 [5]에 따라 식 (14)와 같이 mutual coupling이 고려된 active radiation pattern을 나타낼 수 있다.

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \theta, \phi) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{e^{ikr}}{kr} \sum_{s,m,n} \mathbf{b}_{smn}^{\text{center}} \vec{\mathbf{K}}_{smn}(\mathbf{r}, \theta, \phi) \quad (14)$$

(k: wave number,  $\eta$ : intrinsic impedance)

이 때, far-field pattern function,  $\vec{\mathbf{K}}_{smn}$  는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

( $\bar{\mathbf{P}}_n^m(\cos\theta)$ : normalized associated Legendre function)

$$\vec{\mathbf{K}}_{1mn}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2}{n(n-1)}} \left( -\frac{m}{|m|} \right)^m e^{im\phi} (-i)^{n+1} \left\{ \frac{im\bar{\mathbf{P}}_n^{|m|}(\cos\theta)}{\sin\theta} \hat{\theta} - \frac{d\bar{\mathbf{P}}_n^{|m|}(\cos\theta)}{d\theta} \hat{\phi} \right\} \quad (15-1)$$

$$\vec{\mathbf{K}}_{2mn}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2}{n(n-1)}} \left( -\frac{m}{|m|} \right)^m e^{im\phi} (-i)^n \left\{ \frac{d\bar{\mathbf{P}}_n^{|m|}(\cos\theta)}{d\theta} \hat{\theta} + \frac{im\bar{\mathbf{P}}_n^{|m|}(\cos\theta)}{\sin\theta} \hat{\phi} \right\} \quad (15-2)$$



## 제 3 장 Compressive Sensing Based

### DOA Estimation using Overall GSM

기존에 소개된 MUSIC, ESPRIT 알고리즘이나 일반적으로 compressive sensing을 활용한 DOA 추정 기법은 기본적으로 배열안테나 내부에서 작용하는 mutual coupling이 없음을 가정한다[6-8]. 하지만, 이를 실제 안테나에 활용할 경우, mutual coupling을 배제할 수 없으므로 부정확한 결과를 도출한다. 따라서 본 논문에서는 외부에서 plane wave가 입사하는 상황을 가정하였을 때, 배열안테나의 overall GSM을 이용하여 mutual coupling을 고려한 compressive sensing 기반의 DOA 추정 기법을 제안하였다.

#### 3.1. Induced Port Current using Overall GSM

외부로부터 배열안테나의 중심에서  $(\theta_0, \varphi_0)$ 의 방향으로 입사하는 plane wave는  $\vec{E}_0 \exp(i\vec{k}_0 \cdot \vec{r})$ 로 나타낼 수 있다. 이 때,  $\vec{E}_0$ 는 크기와 polarization을 나타내고,  $\vec{k}_0$ 는 propagation vector로서 입사 방향에 대해

$$\vec{k}_0 = -k \sin \theta_0 \cos \phi_0 \hat{x} - k \sin \theta_0 \sin \phi_0 \hat{y} - k \cos \theta_0 \hat{z} \quad (16)$$

로 나타낼 수 있다. 그리고 이는 spherical wave expansion 형태로

아래와 같이 표현이 가능하다[5].

$$\vec{\mathbf{E}}_0 \exp(i\vec{\mathbf{k}}_0 \cdot \vec{\mathbf{r}}) = \frac{k}{\sqrt{\eta}} \sum_{j=1}^J Q_j \vec{\mathbf{F}}_j^{(1)}(r, \theta, \phi) \quad (17)$$

이 때, wave coefficient  $Q_j$ 는

$$Q_{smn} = \frac{k}{\sqrt{\eta}} (-1)^m \sqrt{4\pi i} \vec{\mathbf{E}}_0 \cdot \vec{\mathbf{K}}_{s,-m,n}(\theta_0, \phi_0) \quad (18)$$

spherical wave function  $\vec{\mathbf{F}}_j^{(c)}$ 는

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{F}}_{lmn}^{(c)}(r, \theta, \phi) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \left( -\frac{m}{|m|} \right)^m \\ & \left\{ z_n^{(c)}(kr) \frac{im\bar{P}_n^{|m|}(\cos\theta)}{\sin\theta} e^{im\phi\hat{\theta}} - z_n^{(c)}(kr) \frac{d\bar{P}_n^{|m|}(\cos\theta)}{d\theta} e^{im\phi\hat{\phi}} \right\} \end{aligned} \quad (19-1)$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{2mn}^{(c)}(\mathbf{r}, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \left( -\frac{m}{|m|} \right)^m$$

$$\left[ \begin{aligned} & \frac{n(n+1)}{kr} z_n^{(c)}(kr) \bar{P}_n^{|m|}(\cos \theta) e^{im\phi} \hat{\mathbf{r}} \\ & + \frac{1}{kr} \frac{d}{d(kr)} \left\{ kr z_n^{(c)}(kr) \right\} \frac{d\bar{P}_n^{|m|}(\cos \theta)}{d\theta} e^{im\phi} \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ & + \frac{1}{kr} \frac{d}{d(kr)} \left\{ kr z_n^{(c)}(kr) \right\} \frac{im\bar{P}_n^{|m|}(\cos \theta)}{\sin \theta} e^{im\phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} \end{aligned} \right]$$

(19-2)

로 나타낼 수 있으며, 여기서  $z_n^{(c)}$  은

$$z_n^{(1)}(\mathbf{kr}) = j_n(\mathbf{kr}) \quad (\text{spherical Bessel function}) \quad (20-1)$$

$$z_n^{(2)}(\mathbf{kr}) = n_n(\mathbf{kr}) \quad (\text{spherical Neumann function}) \quad (20-3)$$

$$z_n^{(3)}(\mathbf{kr}) = h_n^{(1)}(\mathbf{kr})$$

$$= j_n(\mathbf{kr}) + in_n(\mathbf{kr}) \quad (\text{spherical Hankel function of the first kind}) \quad (20-2)$$

이다.

각 개별안테나에 유도되는 전류는 식 (21)와 같이, 먼저 [4]의 general transition matrix  $\mathbf{G}_{i,\text{center}}$ 를 이용해 plane wave의 wave coefficients를 각 개별안테나 위치의 local coordinate로 표현한 뒤, 각

안테나의 receiving coefficients  $\mathbf{Q}$ 를 곱하여 구할 수 있다.

$$\mathbf{I}_p = -\frac{\mathbf{R}_G \mathbf{G}_{i,\text{center}} \mathbf{Q}}{2\sqrt{\text{Re}(Z_0)}} \quad (21)$$

이 때,  $\mathbf{Q}$ 는  $j=2\{n(n+1)+m-1\}+s$ 로 표현할 때, 식 (22)과 같이 나타내어진다.

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_j \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_J]^T \quad (22)$$

## 3.2. Compressive Sensing based DOA using overall GSM

Compressive sensing이란 underdetermined linear system,  $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$  에 대해 신호  $\mathbf{x}$ 가 sparse할 경우, convex optimization을 이용해 복원하는 기법이다[9]. DOA 추정을 위한 compressive sensing model은

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} + \mathbf{e} \quad (23)$$

과 같이 나타낼 수 있다.  $N_a$ 가 배열안테나를 구성하는 개별안테나의 수,  $N_r$ 가 신호가 들어오는 입사각 resolution의 수일 때,  $\mathbf{A}$ 는 measurement matrix,  $\mathbf{x}$ 는 입사하는 sparse한 signal, 그리고  $\mathbf{e}$ 는 noise이다. 그리고  $\mathbf{y}$ 는  $(N_a \times 1)$ ,  $\mathbf{A}$ 는  $(N_a \times N_r)$ ,  $\mathbf{x}$ 는  $(N_r \times 1)$ ,  $\mathbf{e}$ 는  $(N_r \times 1)$ 의 dimension을 갖는다.

### 3.2.1. Measurement Matrix $\mathbf{A}$

Plane wave가 입사할 경우를 가정하여 배열안테나의 mutual coupling을 고려하기 위해 overall GSM을 활용하여 measurement matrix  $\mathbf{A}$ 를 구성하였다. 먼저, plane wave를 측정하는 각각의 입사각에 대한 mode coefficients  $\mathbf{Q}_n$ 을 식 (22)과 같이 나타낼 때,  $N_r$ 개의 resolution에 대해 reference mode coefficient matrix  $\mathbf{Q}_{ref}$ 는

$$\mathbf{Q}_{\text{ref}} = [\mathbf{Q}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_n \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_{N_r}] \quad (24)$$

로 나타낼 수 있다.

식 (21)와 마찬가지로,  $\mathbf{Q}_{\text{ref}}$ 를 사용해 measurement matrix  $\mathbf{A}$ 를 구성한다.

$$\mathbf{A} = -\frac{\mathbf{R}_G \mathbf{G}_{i,\text{center}} \mathbf{Q}_{\text{ref}}}{2\sqrt{\text{Re}(Z_0)}} \quad (25)$$

이 때,  $\mathbf{A}$ 는  $N_r$ 개의 입사각 resolution에 대한  $N_a$ 개의 개별안테나에 흐르는 mutual coupling이 고려된 전류로 구성된다.

### 3.2.2. Recovery Algorithm

[6]에 따르면,  $\mathbf{x}$ 가 sparse한 신호이고,  $\mathbf{y}$ 를 알고 있을 경우,  $\mathbf{x}$ 를 복원하는 가장 직관적인 방법은  $l_0$ -minimization 기법이다.

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (26)$$

하지만, 이 알고리즘은  $\mathbf{x}$ 의 scarcity가 높아질수록 수행 시간이 급격하게 길어지는 NP-hard 문제이므로 이를 대신해 식 (27)과 같이 표현되는  $l_1$ -minimization, 또는 basis pursuit(BP)이라 불리는 기법이 사용된다.

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{y}=\mathbf{Ax} \quad (27)$$

그러나 basis pursuit 역시 complex setting에선 sparse한 신호를 추정하는데 한계가 있다. 이를 보완하기 위해 식 (28)의 quadratically constrained basis pursuit, 또는 noise-aware  $l_1$ -minimization이라 불리는 기법이 사용된다.

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{subject to} \quad \|\mathbf{Ax} - \mathbf{y}\|_2 \leq \eta \quad (28)$$

그리고 이와 유사한 형태로 basis pursuit denoising (BPDN)

$$\text{For some } \lambda \geq 0, \min_{\mathbf{x}} \lambda \|\mathbf{x}\|_1 + \|\mathbf{Ax} - \mathbf{y}\|_2^2 \quad (29)$$

이나 식 LASSO

$$\text{For some } \tau \geq 0, \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{y}\|_2 \quad \text{subject to} \quad \|\mathbf{x}\|_1 \leq \tau \quad (30)$$

가 있다. 본 논문에서는 complex number로 이루어진 measurement  $\mathbf{A}$ 를 이용해 sparse한 신호  $\mathbf{x}$ 를 복원하므로, BPDN 기법을 사용하였다.

## 제 4 장 Numerical Results

4장에선 2장과 3장에서 다루었던 배열안테나의 특성 분석과 compressive sensing 기반의 DOA 추정 기법을  $3 \times 4$  dipole 배열안테나를 통해 검증하였다. 배열안테나의 overall GSM을 도출하기 위한 dipole antenna의 GSM은 FEKO Suite 6.2을 이용해 얻었다.

검증에 사용된  $3 \times 4$  dipole 배열안테나는 그림 1과 같은 구조로서 1.5 GHz에서 동작하도록 설계되었다. 배열안테나를 이루는 dipole antenna는  $0.4 \lambda$  (8 cm)의 길이,  $0.0025 \lambda$  (0.05 cm)의 반경에 PEC 재질로 이루어졌으며,  $50 \Omega$ 의 characteristic impedance를 가지고 있다. 각각의 dipole antenna는 x 방향과 y 방향으로 모두  $0.5 \lambda$  (10 cm)만큼 떨어져있다.

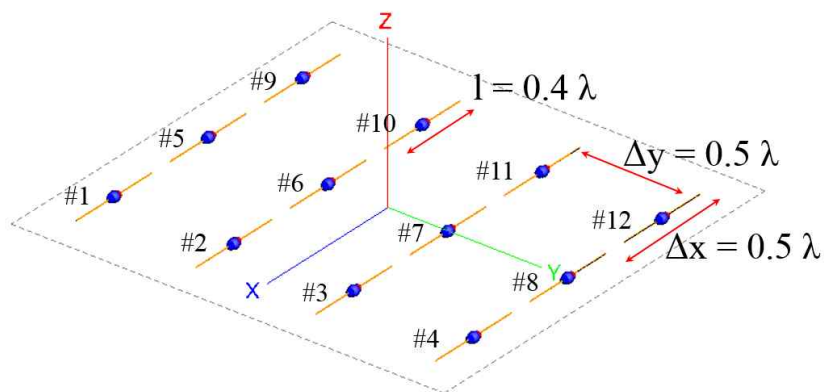


그림 1.  $3 \times 4$  dipole 배열안테나 구조



## 4.1. Verifying Overall GSM

Overall GSM이 올바르게 유도되었는지 검증하기 위해 S-parameter와 mode coefficient를 FEKO Suite 6.2의 시뮬레이션 결과와 비교해보았다.

### 4.1.1. S-Parameter

Overall GSM의 parameter,  $\Gamma_G$  는 각 포트간의 S-parameter를 나타낸다. 배열안테나의 overall GSM을 검증하기 위해 overall GSM로 얻은  $\Gamma_G$  의 값과 FEKO Suite 6.2 시뮬레이션을 통해 얻은 S-parameter 값을 비교하여  $\Gamma_G$  를 검증하였다.

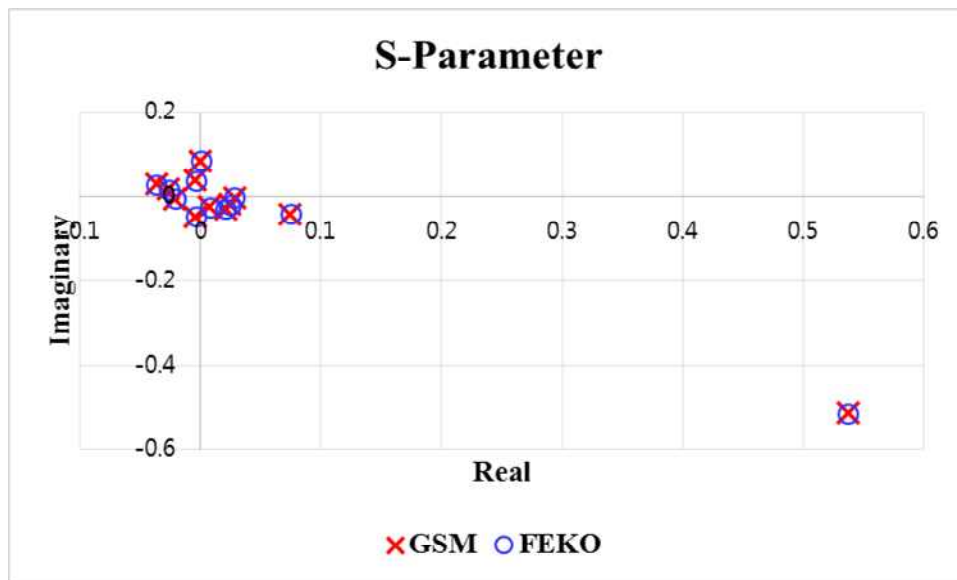


그림 2. S-parameter 비교

그림 2는 overall GSM과 FEKO Suite 6.2를 이용하여 얻은 결과 중  $S_{1,1}$ 부터  $S_{1,12}$ 까지의 값을 비교한 그래프이다. 서로 다른 두 방식을 이용한 결과가 일치함을 볼 수 있다. 따라서 올바른  $\Gamma_G$ 을 얻었음을 알 수 있다.

#### 4.1.2. Mode Coefficient

식 (12)–(13)에서 볼 수 있듯, 배열안테나를 통해 나오는 전체 mode coefficient는 overall GSM의  $T_G$ 와 배열안테나의 각 포트에 들어가는  $\mathbf{v}$ 의 곱으로 얻어지는 각 개별안테나로부터 나오는 mode coefficient를  $G_{center,I}$ 와 곱해 배열안테나 center의 좌표축으로 변환시킴으로써 얻을 수 있다. 이를 FEKO Suite 6.2시뮬레이션을 통해 얻은 배열안테나의 mode coefficient와 비교함으로써  $T_G$ 를 검증하였다.

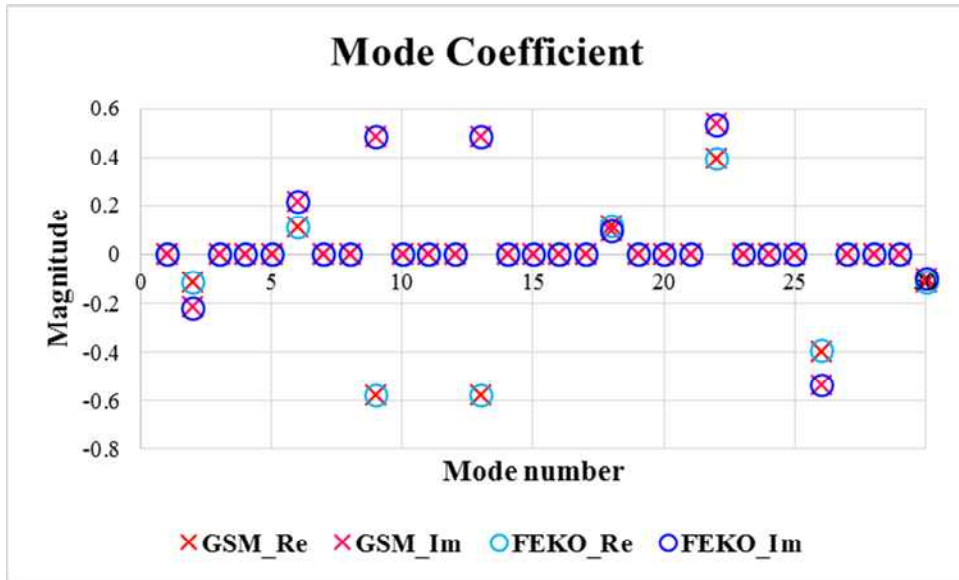


그림 3. 배열안테나의 mode coefficient

그림 3에서 볼 수 있듯, overall GSM과 FEKO를 통해 얻은 결과가 일치함을 알 수 있다. 그리고 이를 통해 overall GSM의  $T_G$ 가 올바르게 도출되었음을 알 수 있다.

## 4.2. Characterization of 3×4 Dipole Array Antenna

### 4.2.1. Active Impedance

3×4 dipole 배열안테나의 active impedance를 알아보기 위해, 먼저 각각의 안테나 port에 인가되는 incident wave  $v_i$ 의 크기를 1로 만드는 각 port의 전압,  $V_p$ 를 식 (10)을 이용해 표 1과 같이 도출하였다.

Port	Re( $V_p$ )	Im( $V_p$ )	Port	Re( $V_p$ )	Im( $V_p$ )
#1	11.314	-3.721	#7	11.582	-3.619
#2	11.589	-3.852	#8	11.311	-3.217
#3	11.589	-3.852	#9	11.314	-3.721
#4	11.314	-3.721	#10	11.589	-3.852
#5	11.311	-3.217	#11	11.589	-3.852
#6	11.582	-3.619	#12	11.314	-3.721

표 1. 배열안테나 각 port의 전압,  $V_p$

그림 3는 이렇게 얻어진  $V_p$ 와 식 (11)을 이용해 얻은 active impedance  $Z$  값과 FEKO Suite 6.2를 통해 얻은  $Z$  값을 Smith char상에 비교하여 나타난 것이다. 이 때, mutual coupling이 없을 경우의 single dipole antenna의 impedance는  $47.984 - 35.071 \Omega$ 이다. Single antenna의 impedance와 비교하였을 때, 개별안테나 간의 mutual coupling으로 인해 변한 안테나의 active impedance를 확인할 수 있으며, 그 값은 FEKO Suite 6.2를 이용해 얻은 값과 일치함을 알 수 있다.

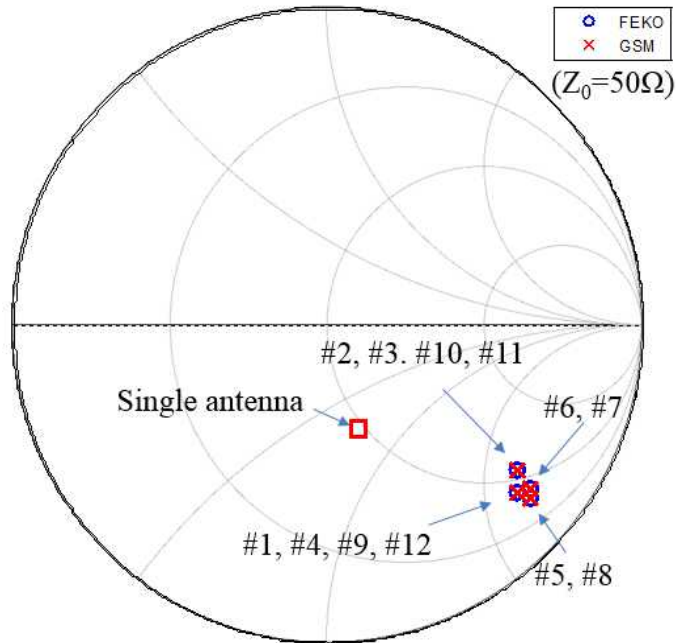
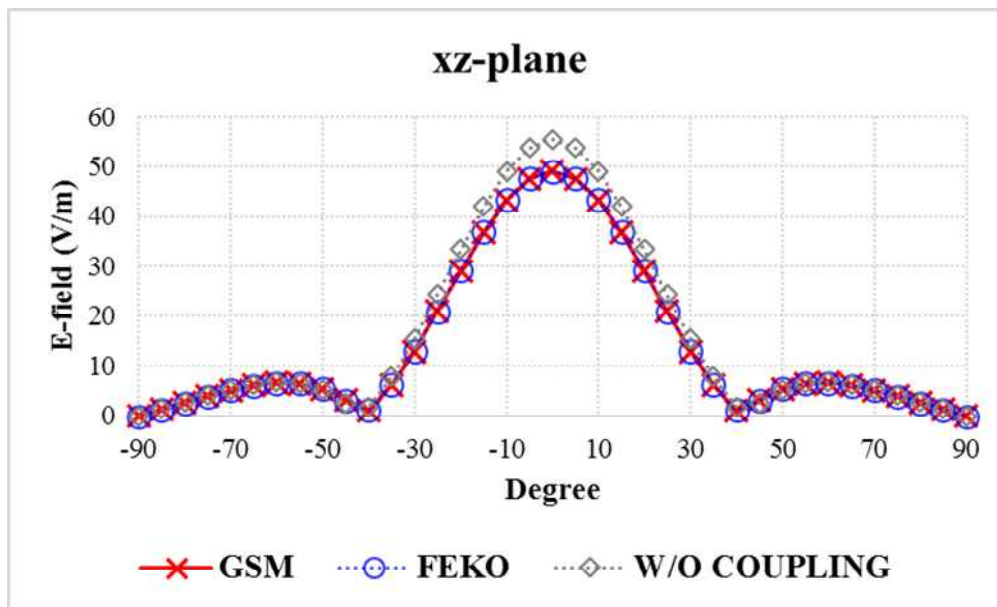


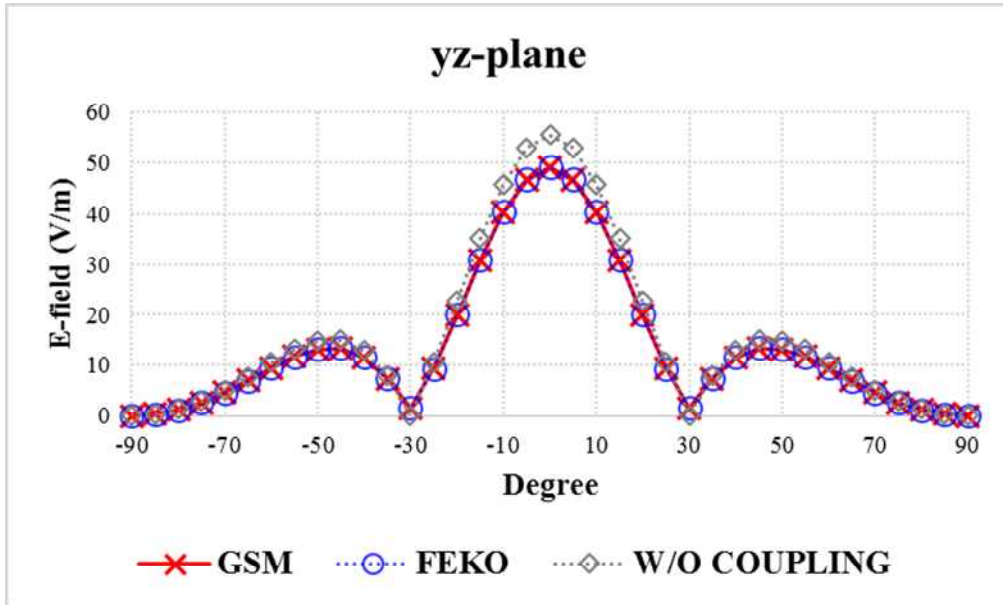
그림 3. Active impedance 비교 결과

#### 4.2.2. Active Radiation Pattern

그림 4에선, 식 (14)을 통해 도출된  $3 \times 4$  dipole 배열안테나의 active radiation pattern을 mutual coupling이 고려되지 않았을 때의 radiation pattern 및 FEKO Suite 6.2를 통해 얻은 radiation pattern과 비교한 결과를 나타내었다. 그림 4 (a)의  $xz$ -plane 및 (b)의  $yz$ -plane 모두에서 mutual coupling이 없는 경우와 비교해, radiation pattern이 변한 것을 볼 수 있으며, 이는 FEKO Suite 6.2를 통해 얻은 결과와 일치하였다.



(a)



(b)

그림 4. Active radiation pattern 비교 결과,

(a) xz-plane (b) yz-plane

### 4.3. DOA Estimation using $3 \times 4$ Dipole Array Antenna

#### 4.3.1. Induced Port Current

배열안테나의 외부에서 plane wave가 입사하는 경우에 대해 measurement matrix A를 구성하기에 앞서, 식 (21)를 이용해 induced port current를 도출해 보았다. Dipole antenna의 radiation pattern 영향을 배제하기 위해 10 V/m의 y-polarized plane wave가 배열안테나 중심으로부터  $(\theta_0, \varphi_0) = (0^\circ, 270^\circ), (30^\circ, 270^\circ), (60^\circ, 270^\circ), (90^\circ, 270^\circ)$ 의 방향에서 입사할 때에 대해 안테나 port의 induced current를 구하고, 이를 FEKO Suite 6.2 시뮬레이션 결과와 비교해 보았다.

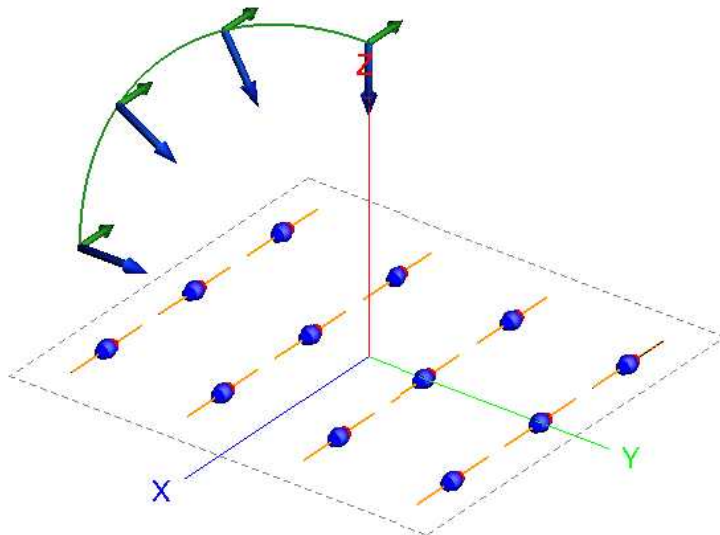


그림 5. Incident plane wave,

$$(\theta_0, \varphi_0) = (0^\circ, 270^\circ), (30^\circ, 270^\circ), (60^\circ, 270^\circ), (90^\circ, 270^\circ)$$



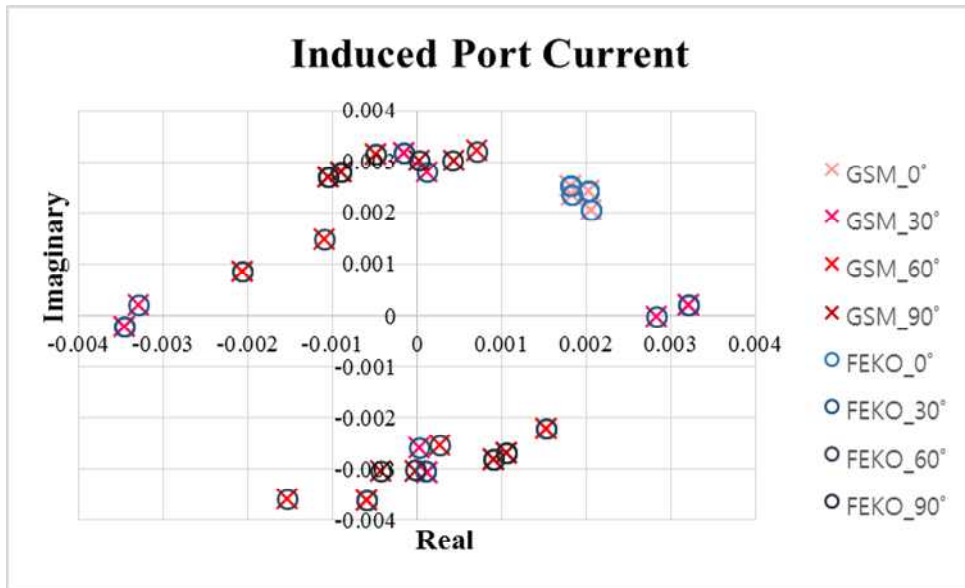


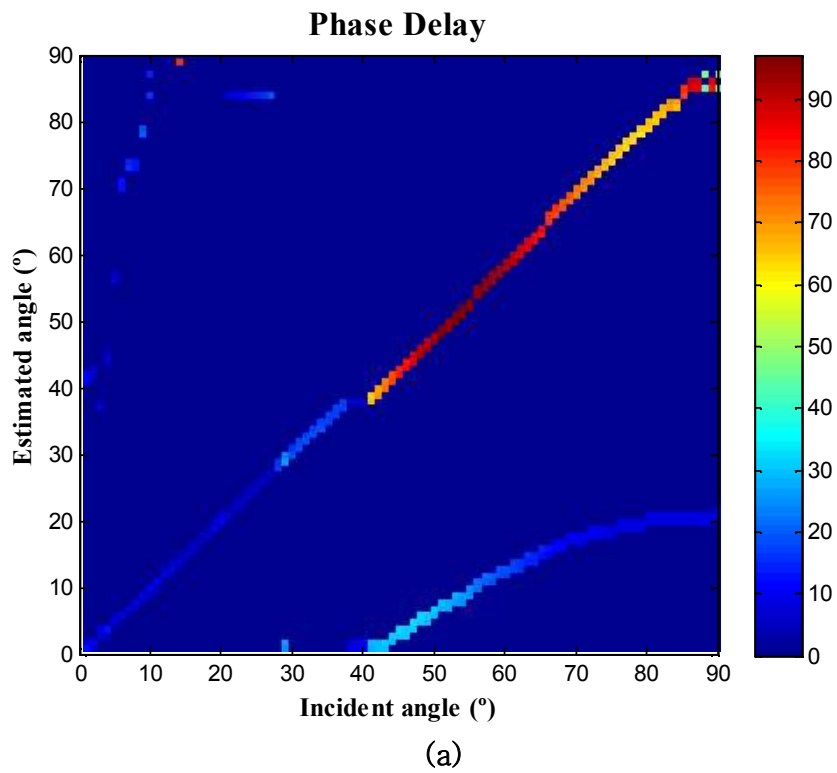
그림 6. Induced port current 비교

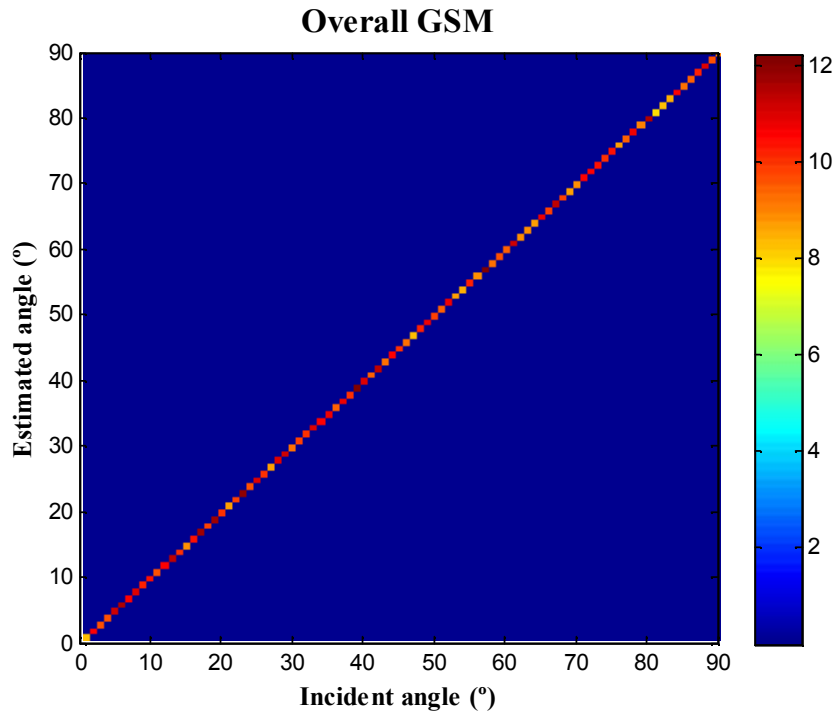
외부에서 입사하는 plane wave에 대해 overall GSM와 FEKO Suite 6.2 시뮬레이션을 통해 얻은 induced port current의 값이 일치함을 볼 수 있다. 따라서 overall GSM을 이용해 mutual coupling이 고려된 port current를 정확히 도출하였음을 알 수 있다.

#### 4.3.2. DOA Estimation for 1 Incident Wave

외부에서 10 V/m 세기의 plane wave 한 개가 입사할 때에 대해 phase delay를 이용해 measurement matrix  $\mathbf{A}$ 를 구성한 뒤, 식 (29)의 BPDN 알고리즘을 사용하여 incident angle을 추정한 결과와 식 (25)와 같이 overall GSM을 이용해 measurement matrix  $\mathbf{A}$ 를 구성한 뒤, 역시 BPDN 알고리즘을 사용하여 incident angle을 추정한 결과를 비교하였다. 이 때, 4.2.1.과 마찬가지로, dipole antenna의 radiation

pattern 영향을 상쇄하기 위해 y-polarization의 wave가  $\varphi = 270^\circ$ 의 방향에서  $\theta$  값을 변화시키며 입사하는 경우에 대해 DOA estimation을 수행하였다. SNR은 20dB이고, BPDN의  $\lambda$ 는  $10^{-7}$ 이며, measurement matrix **A**는  $1^\circ$  간격의 resolution을 가졌다.





(b)

그림 7. 1개의 incident wave에 대한 DOA estimation,

(a) Phase delay model (b) Overall GSM model

Overall GSM을 이용해 measurement matrix  $\mathbf{A}$ 를 구성하여 얻은 그림 7-(b)의 결과가 일반적인 phase delay를 이용해 measurement matrix  $\mathbf{A}$ 를 구성하여 얻은 그림 7-(a)의 결과보다 더 우수함을 알 수 있다.

### 4.3.3. DOA Estimation for 2 Incident Wave

다음은 앞선 시뮬레이션과 동일한 조건에서 (10 V/m, y-polarization,  $\varphi = 270^\circ$ , SNR 20dB,  $\lambda = 10^{-7}$ ,  $1^\circ$  resolution), BPDN 알고리즘을 이용해 두 개의 incident wave에 대한 DOA estimation을 수행하였다.

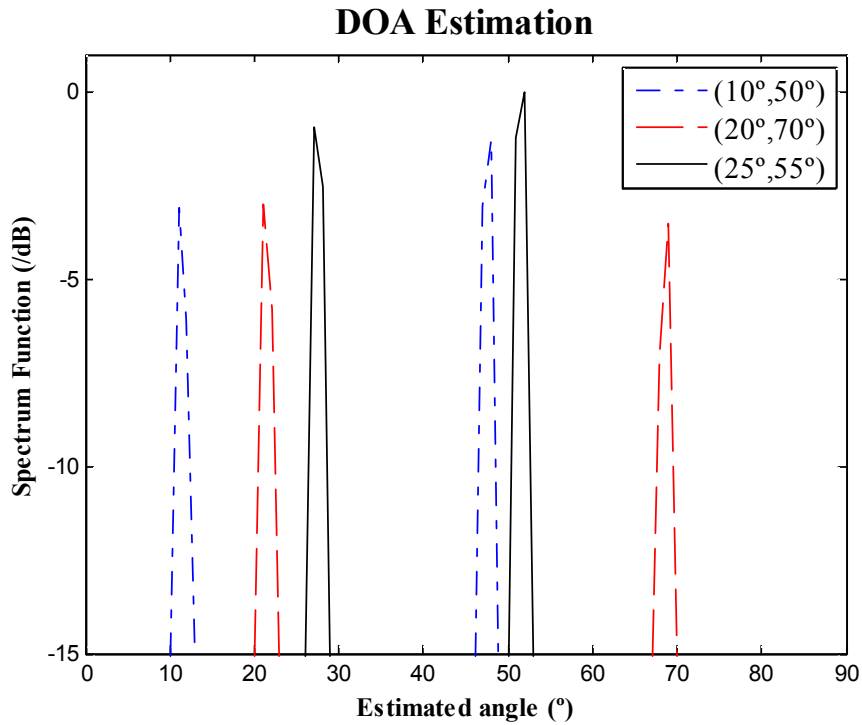


그림 8. 2개의 incident wave에 대한 DOA estimation

두 개의 wave가 서로 다른  $\theta$ 에 대해 각각  $(\theta_1, \theta_2) = (10^\circ, 50^\circ)$ ,  $(20^\circ, 70^\circ)$ ,  $(25^\circ, 55^\circ)$ 에서 입사하는 경우에 대해 BPDN 알고리즘을 통해 그림 8과 같은 결과를 얻었다. 각각의 경우마다 약간의 오차(최대  $4^\circ$ )는 있으나, 전반적으로 정확한 결과를 도출하였다. 이를 통해, 제안한

DOA estimation 기법이 mutual coupling이 존재함에도 올바르게 동작함을 알 수 있다.

#### 4.3.4. Comparison with MUSIC Algorithm

두 개의 wave가 앞선 시뮬레이션과 동일한 조건에서 (10 V/m, y-polarization,  $\varphi = 270^\circ$ , SNR 20dB)  $(\theta_1, \theta_2) = (20^\circ, 70^\circ)$ 의 방향으로부터 입사하였을 때, 제안한 overall GSM과 compressive sensing 기반의 DOA estimation 기법과 보편적으로 사용되는 MUSIC 알고리즘을 이용한 DOA estimation의 결과를 비교하여 보았다.

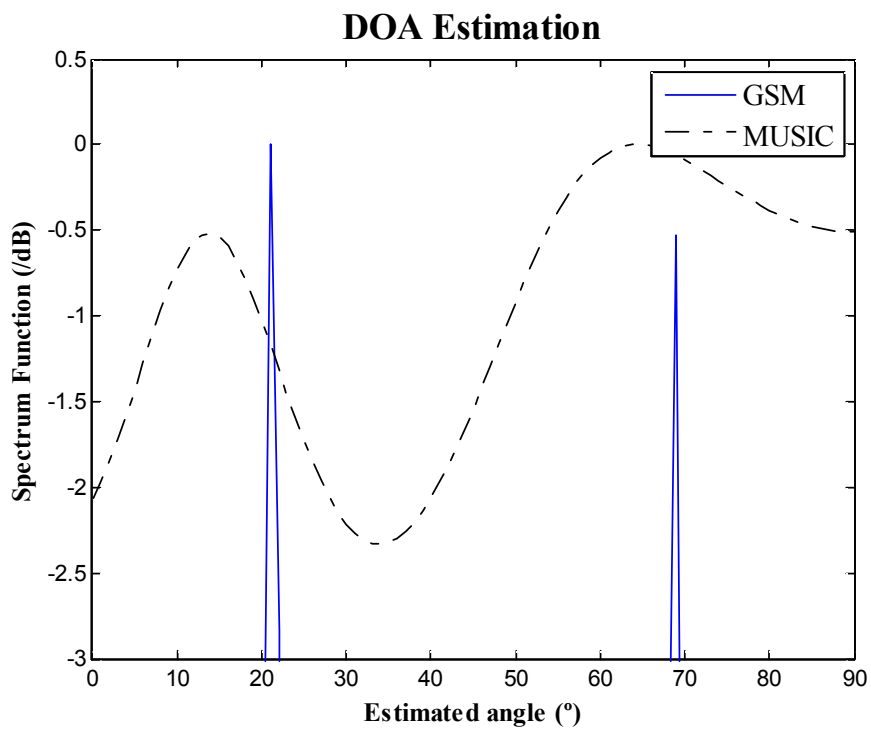


그림 9. DOA estimation 비교,  $(\theta_1, \theta_2) = (20^\circ, 70^\circ)$

개별안테나간의 mutual coupling을 고려하지 않는 MUSIC 알고리즘에 비해, 본 논문에서 제안한, overall GSM을 이용해 mutual coupling이 고려된 compressive sensing 기반의 DOA estimation 기법이 더 정확한 결과를 도출하였다.

## 제 5 장 Conclusion

배열안테나 내부에서 작용하는 mutual coupling은 배열안테나의 특성을 변화시킨다. 배열안테나의 설계과정에 있어 이러한 변화를 반영해줘야 최적의 성능을 얻을 수 있다. 이를 위해 본 논문에서는 FEKO Suite 6.2를 통해 얻은 개별안테나의 GSM으로 overall GSM을 유도하여 사용하였다.

Overall GSM은 이를 구성하는 과정에 있어 배열안테나 내부의 mutual coupling을 반영하여 안테나의 특성을 spherical mode analysis에 따라 나타낸다.  $3 \times 4$  dipole 배열안테나의 예를 들어, overall GSM을 이용한 배열안테나의 active impedance와 active radiation pattern를 얻었다. 그리고 mutual coupling을 고려하지 않은 경우와 비교하여 그 차이를 확인하였으며, FEKO Suite 6.2 시뮬레이션 결과와 비교해 그 결과가 일치함도 보았다.

Overall GSM을 DOA estimation에도 적용하였다. Compressive sensing을 기본으로 한 DOA estimation에서, 1개의 incident wave에 대해 overall GSM을 이용한 모델이 phase delay를 이용한 모델보다 더 우수함을 보였다. Overall GSM을 이용한 compressive sensing 기반의 DOA estimation은 2개의 incident wave에 대해서도, DOA estimation에 널리 사용되는 MUSIC 알고리즘과 비교하여 더 나은 성능을 보여주었다.

## 참고 문헌

- [1] Erik G. Larsson, “Massive MIMO for Next Generation Wireless Systems” , Communication Magazine, IEEE, vol.52, no.2, pp. 186–195, Feb. 2014.
- [2] Inder J. Gupta, Aharon A. Ksienski, “Effect of Mutual Coupling on the Performance of Adaptive Arrays” , IEEE Trans. Antenna Propag., vol.31, no.5, pp. 785–791, Sep. 1983.
- [3] Jesús Rubio, Miguel A. González, and Juan Zapata, “Generalized–scattering–matrix analysis of a class of finite arrays of coupled antennas by 3–D FEM and spherical mode expansion” , IEEE Trans. Antennas Propag., vol.53, No.3, pp.1133–1144, Mar. 2005.
- [4] David M. Pozar, Microwave Engineering 4th Edition, Wiley Global Education, 2011.
- [5] J. E. Hansen, Spherical Near–field Antenna Measurements, Peter Peregrinus Ltd., 1988.
- [6] Ralph O. Schmitdt, “Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation” , IEEE Trans. Antenna Propag., vol. AP–34, no.3, Mar. 1986.
- [7] Jeong–Geun Hong, Woo–Hyun Ahn, Bo–Seok Seo, “Compensation of Mutual Coupling in an Antenna Array for Direction of Arrival Estimation” , in 2013 ICACT, pp.599–602, Jan. 2013.
- [8] Thomas Strohmer, Benjamin Friedlander, “Compressed Sensing for MIMO Radar–Algorithms and Performance” , in Proc. 43rd Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Pacific Grove, CA, USA, pp. 464–468, Nov. 2009.
- [9] Simon Foucart, Holger Rauhut, A Mathematical Introduction to Compressive Sensing, Birkhauser, 2010.



## Abstract

# Characterization of Array Antenna and DOA Estimation based on Compressive Sensing using Generalized Scattering Matrix

Hyunwook Jun

Department of Electrical and Computer Engineering

The Graduate School

Seoul National University

This paper presents the characteristic of array antenna and direction of arrival (DOA) estimation method using generalized scattering matrix (GSM) and spherical mode analysis.

As the communication technology have been improved, the array antenna have been used much more generally. In the array antenna, however, mutual coupling which degrades the performance of an array antenna is included inherently. So, understanding the influence of mutual coupling is important when an array antenna is

used.

The overall GSM of an array antenna is composed with a GSM of an element antenna and the dimension of the array antenna. The result using it includes the mutual coupling of the array antenna. In this paper, the characteristics of an array antenna which are active impedance and the radiation pattern are analyzed using overall GSM. And it is verified with a  $3 \times 4$  dipole array antenna example.

Furthermore, compressive sensing based DOA estimation method using overall GSM is suggested. As the measurement matrix is composed using overall GSM, the result considering the mutual coupling can be obtained. It is also verified with a  $3 \times 4$  dipole array antenna example.

**Keywords :** Generalized scattering matrix, Spherical mode, Mutual coupling, Compressive sensing, Direction of arrival.

**Student Number :** 2013–20873