



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

영상을 이용한 고성능 미사일
탐색기 제어기 설계

(High-Performance Control of an On-Board
Missile Seeker Using Vision Information)

2016년 2 월

서울대학교 대학원

전기 컴퓨터 공학부

전 우 중

영상을 이용한 고성능 미사일
탐색기 제어기 설계

(High-Performance Control of an On-Board
Missile Seeker Using Vision Information)

지도 교수 하 인 중

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함
2016 년 2 월

서울대학교 대학원
전기 컴퓨터 공학부
전 우 중

전우중의 공학석사 학위논문을 인준함
2016 년 2 월

위 원 장 서 진 현 (인)

부위원장 하 인 중 (인)

위 원 심 형 보 (인)

초 록

본 논문에서는 미사일 탐색기에 영상센서를 도입하여 고성능, 고효율의 제어 성능을 보장할 수 있는 탐색기 제어기를 설계한다. 특히 표적의 깊이 정보 없이도 조준선 오차를 빠르게 0으로 수렴시켜 표적을 추적할 수 있음을 보였다.

제안하고 있는 새로운 탐색기 제어기는 표적 운동에 대한 선형 시불변 추정기를 도입하였다. 먼저 영상센서로부터 획득한 정보를 이용하여 이동 표적에 대한 호모그래피 행렬을 유도하였다. 또한 호모그래피 행렬을 분해하여 표적과 탐색기의 운동에 대한 정보를 획득한다. 획득한 운동 정보를 바탕으로 병진 운동 표적의 동역학 방정식과 측정 방정식을 선형 시불변 시스템으로 나타낸다. 이러한 병진 운동 표적 동역학 방정식에 기반하여 표적의 크기에 대한 불확실성을 고려한 루엔버거 관측기 형태의 표적 병진 운동 정보 추정기를 사용한다. 도입한 표적 병진 운동 정보 추정기는 기존의 기법들과 달리 영상 센서의 움직임과 관계없이 항상 수렴성을 보장할 수 있다. 이는 미사일 탐색기 제어기에 활용하기 매우 적합한 형태이다.

또한 영상 센서를 활용한 탐색기의 동역학 방정식을 유도하였다. 탐색기의 동역학 방정식과 표적 병진 운동 추정기에서 획득한 표적의 운동 정보를 이용하여 시선 변화율 추정기를 설계하였다. 더 나아가 설계한 추정기를 바탕으로 시선 변화율을 보상한 탐색기 제어 명령을 생성하도록 한다.

마지막으로 본 논문에서 제안한 탐색기 제어기가 표적을 추적할 수 있음을 증명하기 위해 수학적으로 엄밀한 분석을 제공한다. 또한 모의 실험을 실행하여 기존의 탐색기 제어기와 성능을 비교하고 제안한 기법의 실용성을 입증하도록 한다.

주요어 : 표적 운동 추정, 루엔버거 관측기, 시선변화율 추정, 탐색기 제어기 설계

학 번 : 2010-23289

목 차

1. 서론.....	1
1.1 연구 배경.....	1
1.2 연구 목표.....	5
2. 기존 탐색기 제어기법.....	7
2.1 표적의 운동을 고려한 호모그래피 행렬.....	8
2.2 이동 표적을 고려한 탐색기 제어 기법.....	12
2.2.1 미사일 탐색기의 동역학 방정식.....	12
2.2.2 표적 6자유도 운동 정보 추정 기법.....	19
2.3 표적 병진 운동 추정 기법.....	23
3. 새로운 탐색기 제어기 설계.....	40
3.1 새로운 제어기 설계 및 분석.....	40
3.2 모의 실험 결과.....	51
4. 결론 및 향후 연구 과제.....	57
참고문헌.....	59
Abstract.....	67

표 목차

[표 3-1] 표적 좌표계를 기준으로 한 특징점 좌표(단위 : 미터).....	52
[표 3-2] 미사일 초기 조건과 표적 운동 모델	53

그림 목차

[그림 2-1] 좌표계 설정 1	13
[그림 2-2] 좌표계 설정 2	13
[그림 2-3] 표적 및 탐색기 좌표계 설정	13
[그림 3-1] 상대 거리 ρ 에 대한 조건	13
[그림 3-2] 제안한 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 1.)	54
[그림 3-3] 기존 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 1.)....	54
[그림 3-4] 제안한 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 2.)	55
[그림 3-5] 기존 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 2.)....	55

1. 서 론

1.1 연구 배경

표적 충돌각 제어와 같은 미사일의 정밀 유도를 위해서는 표적에 대한 비행체의 상대적인 운동 정보가 필수적으로 수반되어야 하며 이는 탐색기에서 제공하는 표적 정보를 활용함으로써 가능하다.

이동 표적의 병진 운동 추정 기법은 탐색기 센서로부터 획득한 표적 정보를 통하여 표적의 3자유도 운동 정보를 추정하는 기법으로써 미사일 유도 제어 분야에서는 방위각 추적 기법이 주로 사용되었다[1]. 방위각 추적 기법은 삼각 측량 기법에 기반을 두고 표적을 하나의 점으로 인식하여 미사일이 표적을 바라보는 방향 정보를 바탕으로 표적의 위치와 속도를 추정하는 기법이다. 이 기법은 탐색기가 적외선 센서나 소나와 같은 기본적인 수동형 센서로 구성되어 있을 경우 매우 유용한 방법이나, 가관측성이 성립하기 위해서는 미사일이 특별한 형태의 움직임에 해야 할 필요가 있다. 특히 미사일이 표적 시선 방향으로 이동하는 경우엔 가관측성이 성립하지 않게 되어 표적 운동 정보 추정에 실패할 수 있으며 가관측성의 개선을 위하여 미사일 구동 과정에서 스네이킹과 같은 특수한 형태의 기동을 첨가하는 기법들이 제시되었다[2]. 그러나 이러한 상황은 미사일 유도 제어의 목적과는 배치될 수 있으며 유도 제어 성능의 저하를 가져올 수 있다.

영상 센서의 경우 센서로 투사된 표적의 영상 정보를 활용하여 표적이거나 영상 센서의 운동 정보를 추정하는 기법은 오래 전부터 연구가 이루어진 주제이며 현재까지도 활발하게 다뤄지고 있는 주제이기도 하다. 잘 알려져 있는 방법은 두 장의 표적 영상 사이의 호모그래피 행렬 혹은 에센셜 행렬 등을 구하여 그로부터 영상 센서의 시점 변화나 표적의 자세 등을 추정하는 기법들이다 [3], [4]. 이러한 기법들은 필요한 영상 정보의 양이 적고 구현이 용이하지만 표적 영상 정보에 존재하는 노이즈에 크게 영향을 받는 단점이 있다.

한편 표적 운동 정보 추정 결과의 정확성 제고를 위하여 여러 장의

영상 시퀀스를 활용하여 표적의 운동 정보를 추정하는 기법들이 소개되었다. [5], [6]에서는 일정 개수 이상의 특징점들의 위치를 관측치로 활용하고 칼만 필터를 적용함으로써 표적의 위치와 속도를 추정할 수 있는 기법을 제안하였다.

또한 [7]에서는 이미지 모멘트를 관측치로 사용하여 표적의 위치를 추정할 수 있는 기법을 제안하였으며 가관측성에 대한 분석을 제공함으로써 추정기가 참값으로의 수렴이 가능함을 보이고 있다. 일반적으로 이러한 기법들은 단일 영상 센서로부터 간단하면서도 효과적으로 표적의 위치와 자세 등을 추정할 수 있어 높은 활용도를 가지고 있지만 위치와 자세의 추정 대상이 정지 표적으로 한정되어 있거나 영상 센서가 정지해 있어야 하는 등의 제한 조건이 필요하기 때문에 미사일-표적 요격 상황과 같이 영상 센서와 표적의 이동을 동시에 고려해야 하는 상황에는 적합하지 않다.

따라서 이와 같이 표적과 영상 센서의 이동을 모두 고려하는 경우로써 무인 비행체의 편대 비행을 제어하는 문제에 대한 최근의 연구 결과로 단일 이동 카메라의 영상으로부터 리더기의 위치와 속도 등을 추정하는 기법이 제안되었다. 이 방법은 방위각 추적 기법에 새로운 추정치로 영상에 투사된 표적의 크기인 중심각을 추가하여 표적의 위치를 추정하는 기법이다[8]. 영상에 나타난 표적의 크기가 고려되었기 때문에 방위각 추적 기법과는 달리 표적과 영상 센서가 시선방향으로 동일하게 이동하더라도 표적의 위치와 속도 등을 추정할 수 있는 장점을 가진다. 그러나 측정치의 수학적 모델이 부정확하며 그에 따라 표적의 위치 추정 결과 또한 부정확해질 수 있어 표적의 대략적인 위치 정보만을 제공해줄 수 있는 한계가 있다. 또한 여전히 영상 센서의 움직임에 따라 가관측성이 성립하지 않을 수 있으며 이에 대한 정확한 분석이 부족하다.

[9], [10]에서는 단일 영상 센서를 이용하여 영상 센서를 기준으로 한 좌표계 상에서 표적의 위치를 추정하는 기법을 제안하였으며 특히 [10]은 상태 방정식의 계수를 일부 추정할 수 있다는 특징이 있다. 그러나 특징점의 운동 모델에서 선형 상태방정식의 계수가 일정한 경우만 다룰 수 있어 보다 일반적인 상황에 적용하기에는 아직 어려움이 있다.

[11]에서는 표적과 영상 센서가 모두 이동하는 상황에서 표적의 병진 운동 속도와 회전 운동 속도를 추정하는 기법을 제안하였다. 이 기법에서는 [12]에서 제시한 표적의 운동과 관측치의 변화량 간의 관계를 바탕으로 표적의 회전 및 병진 운동 속도 추정기를 설계하였으나 표적의 일정 부분의 실제 길이와 추정 초기의 영상 센서와 표적 좌표계 사이의 회전 변환 행렬을 미리 알고 있어야 한다는 점과 영상 센서 노이즈에 대한 고려가 없으며 오히려 노이즈가 존재할 경우 추정치 오차가 증폭될 수 있다는 점 등이 한계점으로 작용하고 있다.

비례항법 유도 법칙을 비롯한 많은 최적 유도 법칙에서 시선변화율을 사용한다. 시선변화율은 직접 측정하기 힘들어 각종 센서의 측정 수치로부터 추정해야 하며 이 추정치의 정확성이 미사일의 성능에 큰 영향을 미친다. 이러한 시선변화율의 동역학 방정식은 복잡한 비선형 식이라서 추정기를 구성하기 어렵다.

기존에 많이 사용되던 추정 방법으로 탐색기의 각속도를 이용하는 방법이 있다[13]. 탐색기 제어기에 의하여 조준선 오차가 안정화되면 탐색기의 각속도와 시선변화율이 같아지는 점을 이용하여 탐색기 각속도 명령을 시선변화율의 추정치로 이용하는 방법이다. 이 방법은 간단하게 시선변화율 추정기를 구성할 수 있지만 탐색기 명령이 조준선 오차에 이득을 곱한 형태라서 조준선 오차 측정치의 노이즈가 증폭되고 탐색기 제어기의 성능에 추정기의 성능이 영향을 받는다는 단점이 있다.

한편 조준선 오차, 시선 각도 등에 미분기를 이용하여 시선변화율을 추정하는 방법이 있다[14]. 이 방법은 미분기가 조준선 오차나 시선 각도의 변화율을 정확히 추정하면 빠르게 시선변화율을 추정할 수 있지만 미분기에 의해서 노이즈가 증폭되고 제어기의 성능이 부족하여 조준선 오차가 안정화되지 않으면 미분기가 정확하게 시선변화율을 추정하지 못할 수 있다.

이러한 기존의 방법을 개선한 추정 방법으로 시선변화율의 동역학을 선형으로 근사화하고 칼만 필터 등을 이용하여 시선변화율을 추정하는 방법이 있다[15], [16]. 이 방법은 노이즈의 영향을 억제하며 제어기와 독립하여 추정기를 설계할 수 있으나 미사일이 목표물에 가까이 접근하거나 BT 미사일의 경우 미사일의 룩 회전에 의하여 시선변화율을

선형으로 근사할 수 없어 시선변화율을 정확하게 추정할 수 없다는 단점이 있다.

1.2 연구 목표

본 논문에서는 기존 기법들의 단점을 보완하기 위해 미사일 탐색기에 영상 센서를 도입하여 활용한 고성능 미사일 탐색기 제어를 제안한다. 이에 앞서 이미 알려진 연구들에 대한 분석을 진행하고 새로운 미사일 탐색기 제어에 적절한 표적 운동 정보 추정 기법에 대해 알아본다.

먼저 표적의 영상 탐색기를 이용하여 운동을 추정하기 위하여 표적과 영상 센서가 모두 이동하는 환경을 고려한 호모그래피 행렬을 소개한다. 호모그래피 행렬은 서로 다른 두 위치에서 획득한 영상에서의 표적 특징점 좌표 간의 관계를 나타내는 행렬이다. 이 행렬은 표적의 위치 및 자세와 영상 센서의 운동과 관련된 파라미터들을 포함하고 있으므로 영상 센서나 표적의 자세를 추정하는 문제에서 매우 유용하게 사용된다. 이에 따라 표적과 카메라의 운동을 모두 고려한 호모그래피 행렬의 형태를 소개하며 이 호모그래피 행렬의 분해 결과가 영상 센서와 표적의 운동 정보를 모두 포함하고 있음을 보이도록 한다.

다음으로 이동 표적을 고려한 호모그래피 행렬의 분해 결과와 카메라의 운동 정보를 바탕으로 설계한 기존의 탐색기 제어를 소개한다. [47]에서는 영상 센서와 표적의 운동을 모두 고려하고 앞서 언급한 호모그래피 행렬의 분해 결과를 측정치로 사용함으로써 비선형으로 나타나던 표적의 운동 상태 방정식을 선형 시변이 시스템 형태로 표현하고 가관측성이 개선됨을 보였다. 그러나 $y = C(t)x$ 의 형태로 나타내는 측정 방정식에서 $C(t)$ 행렬이 영상 잡음에 의해 영향을 받게 되면서 추정성능이 저하되는 단점이 존재한다. 이를 극복하기 위해서는 탐색기가 큰 가속도로 운동하게 되는 한계가 존재한다.

한편 영상 센서를 활용한 탐색기 제어와 유사하며 밀접한 관련이 있는 비주얼 서보잉 분야에서 주목할 만한 표적 병진 운동 정보 추정기에 대해서 소개한다. 표적의 깊이에 대한 정보를 가지고 있다는 가정 하에 적절한 관측치를 설정함으로써 표적 운동에 대한 상태 방정식을 선형 시스템 형태로 기술할 수 있음을 보이도록 하며 이를

바탕으로 루엔버거 관측기에 기반하여 설계한 표적의 병진 운동 정보 추정기를 소개한다. 또한 표적의 깊이 정보에 불확실성이 존재하는 경우에 대해 표적 속도 추정 오차에 대한 분석을 제공한다. 이 병진 운동 추정기는 미사일 탐색기 제어기에 사용하기 매우 적합한 형태를 가지며 본 논문에서는 같은 형태의 병진 운동 정보 추정기를 새로운 탐색기 제어기 설계에 도입하여 사용하도록 한다.

마지막으로 본 논문에서 도입한 표적 병진 운동 추정기를 활용하여 시선 변화율의 추정기를 구성한다. 또한 획득한 시선 변화율 추정기를 바탕으로 시선변화율을 보상한 탐색기 제어 명령을 생성하도록 한다. 더 나아가 본 논문에서 제안한 탐색기 제어기가 표적을 잘 추적하여 조준선 오차를 적절히 유지할 수 있음을 수학적으로 엄밀하게 분석하도록 한다. 또한 모의 실험을 실행하여 기존의 탐색기 제어기와 성능을 비교하고 제안한 기법의 실용성을 입증하도록 한다.

2. 기존의 탐색기 제어 기법

본 장에서는 평면 이동 표적의 운동을 고려한 호모그래피 행렬의 특성을 고찰하고 이를 바탕으로 기존의 영상 센서를 활용한 탐색기 제어 기법과 평면 이동 표적의 병진 운동을 추정할 수 있는 기법을 소개한다. 표적과 관련된 정보 획득은 미사일 탐색기에 부착된 영상 센서를 통한 표적 영상 촬영에 의해서만 이루어지도록 구성하였다.

따라서 표적 운동 정보의 기술 과정에서는 탐색기 좌표계와 표적 좌표계에 대한 설정이 필요하다. 먼저 탐색기 좌표계와 표적의 좌표계는 각각 S, T 혹은 $(X_S, Y_S, Z_S), (X_T, Y_T, Z_T)$ 로 표시하도록 하며 표적 운동 추정에 대한 초기 시간인 $t=0$ 에서의 카메라와 표적의 좌표계는 특별히 구분하여 S_0, T_0 으로 표기한다.

또한 표적 평면의 법선 벡터는 n , 탐색기 초기 좌표계 S_0 에서 표적 평면까지의 거리를 d 로 정의한다.

마지막으로 좌표 및 행렬에 대한 표기법을 다음과 같이 정의한다. O_X 는 X 좌표계의 원점을, ${}^X p$ 는 벡터 p 를 X 좌표계에서 나타낸 것이며 ${}^X R_Y$ 는 Y 좌표계를 X 좌표계로 회전 변환하는 행렬이다. 예를 들어 탐색기 좌표계에서 벡터 p 를 나타내면 ${}^S p$ 이며 표적 좌표계에서 탐색기 좌표계로 회전 변환하는 행렬은 ${}^S R_T$ 가 된다.

2.1 표적의 운동을 고려한 호모그래피 행렬

먼저 탐색기의 영상 획득 과정은 투사 사영으로 모델링하도록 한다. 3차원 공간상의 한 점 p 에 대하여 두 개의 서로 다른 탐색기 좌표계 S_1, S_2 에서 나타낸 p 의 공간 좌표 ${}^{s_1}p, {}^{s_2}p$ 와 이들이 카메라의 이미지 평면 상에 투사 사영된 점을 나타내는 p 의 이미지 좌표 ${}^{s_1}m, {}^{s_2}m$ 을 고려하면 각각의 공간 좌표와 이미지 좌표 간의 관계는 다음과 같다.

$${}^{s_i}m = \frac{{}^{s_i}p}{\left({}^{s_i}p\right)_3} = [u_i \quad v_i \quad 1]^T, i=1,2 \quad (2.1)$$

여기서 $(p)_j$ 는 벡터 p 의 j 번째 원소를 의미한다.

일반적으로 서로 다른 두 시점에서 획득한 특징점의 공간 좌표 혹은 이미지 좌표들 간에는 아래와 같은 에피폴라 제한 조건을 만족하는 행렬 $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 이 존재함이 알려져 있다.

$${}^{s_2}p = \mathbf{H} {}^{s_1}p \quad (2.2)$$

위 (2.2) 의 \mathbf{H} 행렬을 호모그래피 행렬이라고 부르며 하나의 표적에 대한 두 개의 탐색기 영상 상에서 서로 정합되는 특징점들 간의 관계를 나타내어주는 행렬이다. 정지 표적의 경우, [17]에 제시되어 있는 바와 같이 호모그래피 행렬을 분해함으로써 두 카메라 좌표계 사이의 상대적인 위치 및 자세 정보를 획득할 수 있다. 그러나 이러한 호모그래피 행렬의 분해 결과는 오로지 정지 표적에 한해 적용이 가능하며 본 논문에서 다루고자 하는 이동 표적에 적용하기 위해서는 표적의 운동을 고려한 호모그래피 행렬의 유도 과정이 선행되어야 한다. 따라서 이를 위하여 먼저 다음을 가정하도록 한다.

가정 1. 표적은 강체 운동을 한다.

다음으로 표적에서 N_f 개의 특징점 $p_i, i=1,2,\dots,N_f$ 를 선택하도록

한다. 이 때 호모그래피 행렬을 구하기 위해서는 $N_f \geq 4$ 가 성립하여야 한다. 각각의 $i=1,2,\dots,N_f$ 에 대하여 탐색기 좌표계에서의 각 특징점의 좌표는 ${}^s p_i \triangleq [X_i \ Y_i \ Z_i]^T$, 탐색기로부터 획득한 영상에서의 특징점의 좌표는 ${}^s m_i \triangleq [x_i \ y_i \ 1]^T$ 이다. ${}^s p_i$ 와 ${}^s m_i$ 사이의 관계는 (2.1)의 조건과 동일하다. 이제 가정 1.을 이용하여 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$${}^T R_S ({}^s p_i - {}^s O_T) = {}^T p_i \quad (2.3)$$

또한 가정 1.에 의하여 표적의 운동에 관계없이 다음 식 또한 성립한다.

$${}^T p_i = {}^{T_0} p_i \quad (2.4)$$

이제 (2.3), (2.4)를 이용하면 ${}^{s_0} p_i$ 와 ${}^s p_i$ 의 관계식은 다음과 같다.

$${}^s p_i = {}^s R_T {}^{T_0} R_{S_0} ({}^{s_0} p_i - {}^{s_0} O_{T_0}) + {}^s O_T \quad (2.5)$$

초기 탐색기 좌표계에서 탐색기로부터 표적까지의 거리를 d 라고 하면 d 의 정의에 의하여 다음 식이 성립한다.

$$\frac{{}^{s_0} n \cdot {}^{s_0} p_i}{d} = 1 \quad (2.6)$$

이제 (2.6)을 (2.5)에 대입하여 정리하면 현재 탐색기 좌표계 S 와 초기 탐색기 좌표계 S_0 의 특징점 사이에 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$${}^s p_i = \left[{}^s R_T {}^{T_0} R_{S_0} + \frac{1}{d} ({}^s O_T - {}^s R_T {}^{T_0} R_{S_0} {}^{s_0} O_{T_0}) {}^{s_0} n^T \right] {}^{s_0} p_i \quad (2.7)$$

따라서 현재 탐색기 좌표계 S 와 초기 탐색기 좌표계 S_0 에서 획득한 표적의 영상 간의 호모그래피 행렬을 $\mathbf{H}(t)$ 라고 정의할 때 (2.2)

의 에피폴라 조건과 (2.7)을 비교하면 $\mathbf{H}(t)$ 는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{H}(t) \triangleq \mathbf{R}_M(t) + \frac{\boldsymbol{\tau}(t)}{d} {}^{s_0}n^T \quad (2.8)$$

여기서

$$\mathbf{R}_M(t) \triangleq {}^S R_T {}^{T_0} R_{S_0} \quad (2.9)$$

$$\boldsymbol{\tau}(t) \triangleq {}^S O_T - \mathbf{R}_M {}^{S_0} O_{T_0} \quad (2.10)$$

이제 [17] 혹은 [18]에 제시되어 있는 호모그래피 행렬의 분해 기법을 (2.8)에 동일하게 적용하면 $\mathbf{H}(t)$ 로부터 $\mathbf{R}_M(t)$, $\frac{\boldsymbol{\tau}(t)}{d}$, ${}^{s_0}n$ 의 정보를 획득할 수 있다. 여기서 주의해야 할 것은 표적의 영상 획득 과정에서는 투사 사영에 의해 표적의 깊이 정보를 잃어버리게 되므로 $\mathbf{H}(t)$ 로부터 깊이 정보가 포함된 $\boldsymbol{\tau}(t)$ 를 정확히 분리해 낼 수는 없으며 오직 $\boldsymbol{\tau}(t)$ 의 방향 성분인 $\frac{\boldsymbol{\tau}(t)}{d}$ 만을 알 수 있다는 사실이다. 따라서 이동 표적의 운동을 정확하게 추정하기 위해서는 표적의 깊이와 관련된 정보가 추가적으로 필요하며 이에 대해서는 추후에 논의하기로 한다.

한편 표적이 정지하여 있을 경우는 다음 식이 성립한다.

$${}^T R_{T_0} = \mathbf{I}_3 \quad (2.11)$$

$${}^T O_{T_0} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (2.12)$$

(2.11), (2.12)를 (2.9), (2.10)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{R}_M(t) \triangleq {}^S R_{S_0} \quad (2.13)$$

$$\boldsymbol{\tau}(t) \triangleq {}^S O_{S_0} \quad (2.14)$$

이는 표적이 정지해 있을 경우 이미 잘 알려져 있는 정지 표적에 대한 호모그래피 행렬이 (2.8)의 이동 표적에 대한 호모그래피 행렬과 동일한 형태임을 보여준다.

2.2 이동 표적을 고려한 탐색기 제어 기법

본 절에서는 [47]에서 소개된 이동 표적을 고려한 표적 6자유도 운동 추정 기법을 토대로 한 탐색기 제어 기법에 대하여 소개한다. 이에 앞서 본 논문에서도 동일하게 사용하게 되는 탐색기 동역학 방정식을 유도하도록 한다.

2.2.1 탐색기의 동역학 방정식

미사일 탐색기의 동역학 방정식을 유도하기 위하여 우선 다음과 같이 필요한 좌표계를 정의한다.

미사일 동체 좌표계 (X_M, Y_M, Z_M)

: 관성 좌표계 (X_I, Y_I, Z_I) 에서 오일러 각 ψ_M (yaw), θ_M (pitch), ϕ_M (roll)만큼 회전하여 X_M , Z_M 축이 각각 미사일 노즈와 미사일 배가 향하는 방향과 일치하는 좌표계

미사일 탐색기 좌표계 (X_S, Y_S, Z_S)

: 미사일 동체 좌표계에 대해서 오일러 각 ψ_h (yaw), θ_h (pitch) 만큼 회전하여 X_S 축이 탐색기 센서의 조준선과 일치하는 좌표계

시선 좌표계 (X_L, Y_L, Z_L)

: 미사일 탐색기 좌표계로부터 조준선 오차 ε_z (yaw), ε_y (pitch), ε_x (roll)만큼 회전하여 X_L 축이 시선 방향과 일치하고 Y_L 축이 관성 좌표계의 $X_I Y_I$ 평면과 평행한 좌표계

표적 충돌각 좌표계 (X_T^*, Y_T^*, Z_T^*)

: 미사일이 표적에 충돌할 때의 자세(회전각)를 나타내는 좌표계

표적 좌표계 (X_T, Y_T, Z_T)

: 표적의 자세를 나타내는 좌표계로써 회전 방향은 표적 충돌각

좌표계와 동일한 좌표계

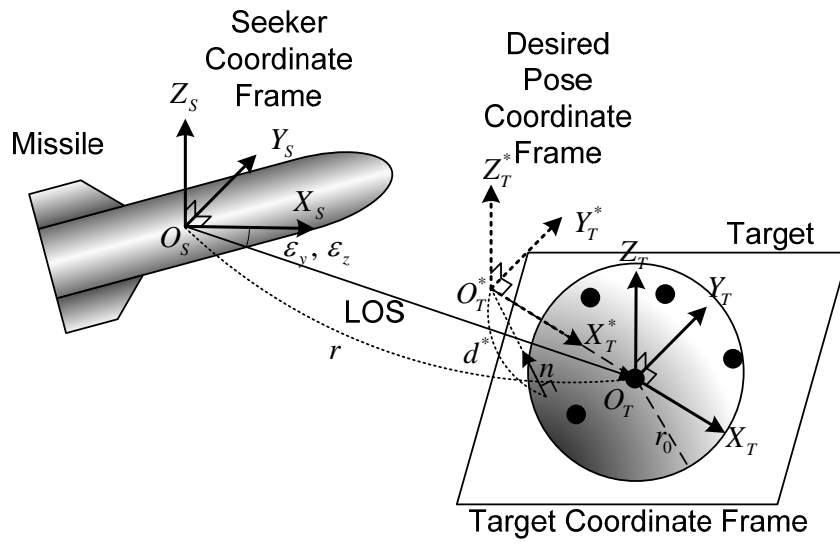


그림 2-1. 좌표계 설정 1

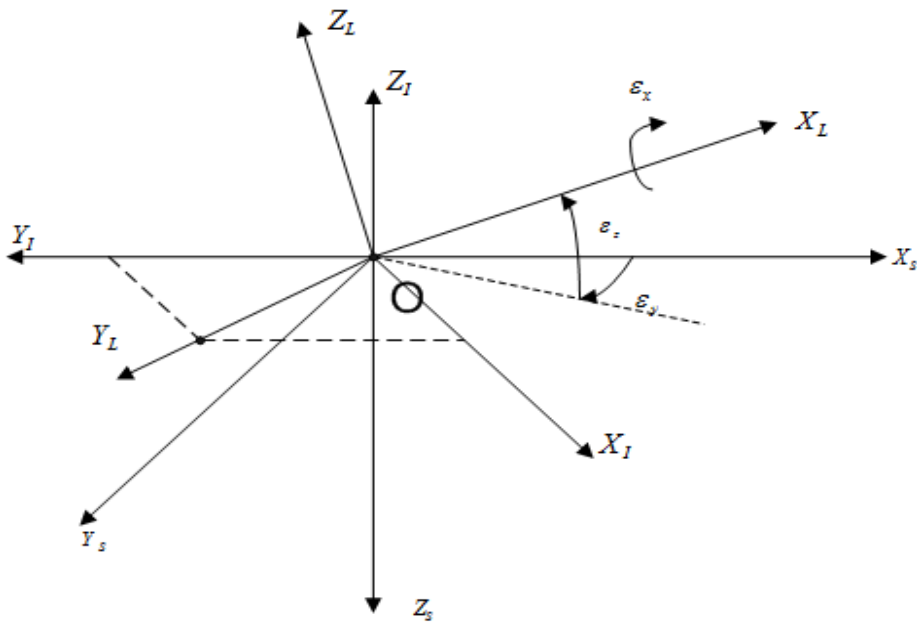


그림 2-2. 좌표계 설정 2

각 좌표계 사이의 관계는 그림 2-1, 그림 2-2에서 나타나 있다.

특징점으로부터 각 샘플링 시각에서의 탐색기 좌표계 간 및 탐색기 좌표계와 표적 충돌각 좌표계 사이의 호모그래피 행렬을 정확하게 구할 수 있다고 가정한다. 표적 좌표계의 원점은 어떤 특징점 ${}^s p_i$ 를 중심으로 모든 특징점을 포함하는 반지름이 최소인 구를 만들 때 그 구의 반지름이 다른 특징점을 중심으로 만든 최소의 구보다 더 작은 특징점 ${}^s p_n$ 으로 정한다. 또한 이러한 구의 반지름은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$r_0 = dr_m \quad (2.15)$$

여기서 r_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$r_m = \max_i \left\| s_0 m_n - \frac{s_0 m_n \cdot s_0 n}{s_0 m_i \cdot s_0 n} s_0 m_i \right\| \quad (2.16)$$

마지막으로 탐색기의 회전각 및 각속도, 관성 좌표계 상에서의 변위 등을 측정가능 하다고 가정한다. 이후 오일러 각에 의한 변환 행렬 $R_x(\cdot)$, $R_y(\cdot)$, $R_z(\cdot)$ 은 다음과 같이 나타낸다[22].

$$R_x(\cdot) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\cdot) & -\sin(\cdot) \\ 0 & \sin(\cdot) & \cos(\cdot) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$R_y(\cdot) = \begin{bmatrix} \cos(\cdot) & 0 & \sin(\cdot) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\cdot) & 0 & \cos(\cdot) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$R_z(\cdot) = \begin{bmatrix} \cos(\cdot) & -\sin(\cdot) & 0 \\ \sin(\cdot) & \cos(\cdot) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

탐색기의 각속도 ${}^s \omega_s$, 시선변화율 ${}^s \omega_L$, 조준선 오차 ε_x , ε_y , ε_z 의 변화율 사이에는 다음 식이 성립한다[22].

$$\begin{aligned}
{}^s\omega_L - {}^s\omega_S &= R_z(\varepsilon_z)R_y(\varepsilon_y)R_x(\varepsilon_x) \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ R_z(\varepsilon_z)R_y(\varepsilon_y) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varepsilon}_y \\ 0 \end{bmatrix} + R_z(\varepsilon_z) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

(2.20)을 아래와 같이 조준선오차 ε_y , ε_z 에 대한 미분 방정식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{L}_\omega(\varepsilon_y, \varepsilon_z)({}^s\omega_L - {}^s\omega_S) \tag{2.21}$$

여기서

$$\varepsilon \triangleq [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z] \tag{2.22}$$

$$\mathbf{L}_\omega(\varepsilon_y, \varepsilon_z) \triangleq \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y \cos \varepsilon_z & -\sin \varepsilon_z & 0 \\ \cos \varepsilon_y \sin \varepsilon_z & \cos \varepsilon_z & 0 \\ -\sin \varepsilon_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

(2.21)에서 탐색기 각속도 ${}^s\omega_S$ 가 제어 입력에 해당하게 되고 시선 변화율은 외란 입력으로 볼 수 있다.

이제 시선변화율을 측정 혹은 추정 가능한 변수들로 나타내고자 한다. 표적 좌표계에서 나타낸 탐색기의 위치는 아래와 같다.

$${}^tO_L = [r \sin \theta \cos \phi \quad r \sin \theta \sin \phi \quad r \cos \theta]^T \tag{2.24}$$

여기서 r, θ, ϕ 는 표적 좌표계에서 미사일 탐색기 좌표계의 원점의 좌표를 구면 좌표계로 나타낸 것이다. θ, ϕ 는 시선방향을 나타내는 각도이므로 이를 이용해서 다음과 같이 표적 좌표계와 시선 좌표계 사이의 회전변환 행렬 tR_L 을 나타낼 수 있다.

$${}^T R_L \triangleq \begin{bmatrix} -\sin \theta \cos \phi & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \\ -\sin \theta \sin \phi & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ -\cos \theta & 0 & -\sin \theta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

(2.24)를 미분하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} {}^T O_L = r_0 J_p(\rho, \theta, \phi) [\dot{\rho} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\phi}]^T \quad (2.26)$$

여기서 $J_p(\rho, \theta, \phi)$ 와 ρ 는 다음과 같다.

$$J_p(\rho, \theta, \phi) \triangleq \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \rho \cos \theta \cos \phi & -\rho \sin \theta \sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & \rho \cos \theta \sin \phi & \rho \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta & -\rho \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\rho \triangleq r / r_0 \quad (2.28)$$

행렬 \mathbf{L}_v 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{L}_v \triangleq \frac{1}{r_0} \mathbf{J}_p^{-1}(\rho, \theta, \phi) {}^T R_S \quad (2.29)$$

상대거리의 변화율 $\frac{d}{dt} {}^T O_L$ 은 미사일 탐색기의 속도와 표적의 속도 사이의 차이이므로 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} {}^S \mathbf{v}_S - {}^S \mathbf{v}_T &= {}^S R_T \frac{d}{dt} {}^T p_L \\ &= r_0 {}^S R_T J_p(\rho, \theta, \phi) [\dot{\rho} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\phi}]^T \end{aligned} \quad (2.30)$$

각속도와 회전변환 행렬 및 그 미분과의 관계식을 이용하면 다음 식을 유도할 수 있다[22].

$$\left[{}^T \boldsymbol{\omega}_L \right]_x = {}^T \dot{R}_L {}^T R_L^{-1} \quad (2.31)$$

여기서 $[\cdot]_x$ 는 왜대칭 행렬로서 다음과 같다.

$$[x]_x = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

(2.25)에 의하여 ${}^T\dot{R}_L$ 는 다음과 같다.

$${}^T\dot{R}_L = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}\cos\theta\cos\phi + \dot{\phi}\sin\theta\sin\phi & -\dot{\phi}\cos\phi & -\dot{\theta}\sin\theta\cos\phi - \dot{\phi}\cos\theta\sin\phi \\ -\dot{\theta}\cos\theta\sin\phi - \dot{\phi}\sin\theta\cos\phi & -\dot{\phi}\sin\phi & -\dot{\theta}\sin\theta\sin\phi + \dot{\phi}\cos\theta\cos\phi \\ \dot{\theta}\sin\theta & 0 & -\dot{\theta}\sin\theta \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

(2.25), (2.33)을 (2.31)에 대입하여 정리하면 시선 변화율 ${}^T\omega_L$ 은 다음과 같다.

$${}^T\omega_L = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}\sin\phi \\ \dot{\theta}\cos\phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

(2.30), (2.34)를 이용하여 정리하면 시선변화율 ${}^s\omega_L$ 은 다음과 같다.

$${}^s\omega_L = \frac{1}{r} {}^sR_T(\theta, \phi, \varepsilon)A(\theta, \phi) {}^T R_S(\theta, \phi, \varepsilon) ({}^s\mathbf{v}_S - {}^s\mathbf{v}_T) \quad (2.35)$$

여기서 $A(\theta, \phi)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$A(\theta, \phi) \triangleq \begin{bmatrix} -\cos\theta\sin\phi\cos\phi & -\cos\theta\sin^2\phi & \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta\cos^2\phi & \cos\theta\cos\phi\sin\phi & -\sin\theta\cos\phi \\ -\frac{\sin\phi}{\sin\theta} & \frac{\cos\phi}{\sin\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

따라서 (2.35)를 (2.21)에 대입하면 미사일 조준선 오차의 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = -\mathbf{L}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) {}^S \boldsymbol{\omega}_S + \mathbf{L}_{v\omega}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\varepsilon}, r) ({}^S \mathbf{v}_S - {}^S \mathbf{v}_T) \quad (2.37)$$

여기서 $\mathbf{L}_{v\omega}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{L}_{v\omega}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\varepsilon}, r) \triangleq \frac{1}{r} \mathbf{L}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) {}^S \mathbf{R}_T(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}) {}^T \mathbf{R}_S(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2.38)$$

이제 상태변수 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 과 입력 \mathbf{u} 를 다음과 같이 정의한다.

$$\boldsymbol{\varepsilon} \triangleq [\boldsymbol{\varepsilon}_y \quad \boldsymbol{\varepsilon}_z]^T \quad (2.39)$$

$$\mathbf{u} \triangleq [{}^S \boldsymbol{\omega}_{SY} \quad {}^S \boldsymbol{\omega}_{SZ}]^T \quad (2.40)$$

여기서 ${}^S \boldsymbol{\omega}_{SY}$, ${}^S \boldsymbol{\omega}_{SZ}$ 는 미사일 탐색기의 각속도 ${}^S \boldsymbol{\omega}_S$ 의 Y_S 및 Z_S 축 성분이다. $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ 는 사실상 제어가 불가능하고 미사일 탐색기 제어기의 제어 목적($|\boldsymbol{\varepsilon}_y|, |\boldsymbol{\varepsilon}_z| \rightarrow 0$)과 무관하기 때문에 상태 변수에서 제외하였다.

(2.37), (2.39), (2.40)에 의하여 상태변수 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 의 상태 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = & [0_{2 \times 1} \quad \mathbf{I}_2] \mathbf{L}_{v\omega}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\varepsilon}, r) ({}^S \mathbf{v}_S - {}^S \mathbf{v}_T) \\ & - \mathbf{l}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) \boldsymbol{\omega}_{SX} - \mathbf{L}_{\omega 2}(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) \mathbf{u} \end{aligned} \quad (2.41)$$

여기서 $\mathbf{l}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z)$, $\mathbf{L}_{\omega 2}(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{l}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) \triangleq [0_{2 \times 1} \quad \mathbf{I}_2] \mathbf{L}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) [1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.42)$$

$$\mathbf{L}_{\omega 2} \triangleq [0_{2 \times 1} \quad \mathbf{I}_2] \mathbf{L}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

2.2.2 표적 6자유도 운동 정보 추정 기법

본 절에서는 [47]의 표적 6자유도 운동의 추정 기법에 대하여 소개한다. [47]에서는 영상 정보의 획득 과정을 고려하여 등속 병진, 등속 회전 운동 표적에 대하여 이산 시변이 선형 시스템으로 표적 운동 정보 추정기를 설계하였다. 후술하게 될 본 논문의 모의 실험에서는 [47]에서 설계한 운동 정보 추정기를 바탕으로 모의실험을 진행하여 본 논문에서 제안하는 미사일 탐색기 제어기와 그 성능을 비교할 것이다. 따라서 [47]의 내용을 간단히 서술하도록 한다.

표적의 영상 정보의 획득은 미사일 탐색기에 부착된 영상 센서, 즉 카메라를 통하여 이루어지며 카메라에 의한 영상 획득 과정은 일정한 샘플링 주기를 두고 짧은 시간 동안 셔터를 개방하여 매 주기마다 촬상 소자로 들어오는 광량을 측정하는 방식으로 진행된다. 따라서 이러한 표적 영상 획득 과정의 특성을 고려하여 표적 운동 정보의 추정기를 설계 하기 위해서는 표적의 동역학을 이산 시간 시스템으로 기술하는 것이 더욱 유용하다. 이를 위하여 샘플링 주기를 T_s 라 하고 $t = kT_s$ 에서의 탐색기 좌표계와 표적 좌표계는 각각 S_k 또는 $(X_{S_k}, Y_{S_k}, Z_{S_k})$, T_k 또는 $(X_{T_k}, Y_{T_k}, Z_{T_k})$ 로 표시하도록 하며 S_k , T_k 의 원점은 각각 O_{S_k} , O_{T_k} 로 나타내도록 한다. 표적 및 탐색기 좌표계의 설정은 아래 그림과 같다.

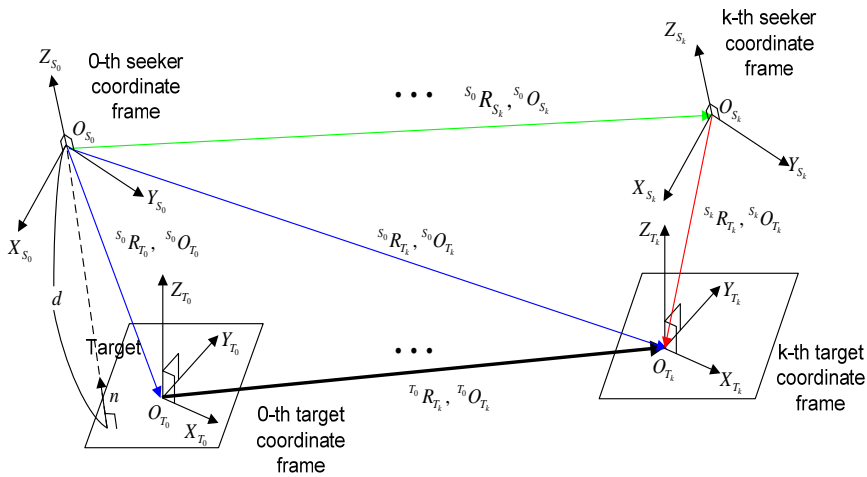


그림 2-3. 표적 및 탐색기 좌표계 설정

앞서 언급한 내용과 달리 이후 본 2.2.2절에서 사용하는 표기는 본

절에서만 사용하도록 하며 본 절 이후 본문의 진행 과정과는 무관하다.

다음과 같이 표적 병진 운동의 상태변수 $x_T[k]$ 와 측정치 $y_T[k]$ 를 정의한다.

$$x_T[k] \triangleq \begin{bmatrix} {}^{S_k}O_{T_k} \\ {}^{S_k}V_{T_k} \\ d \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$y_T[k] \triangleq {}^{S_0}O_{S_k} \quad (2.45)$$

등속 병진 운동의 가정하에서 $x_T[k]$ 의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$x_T[k+1] = \Phi_T(k+1, k)x_T[k] \quad (2.46)$$

$$y_T[k] = C_T[k]x_T[k] \quad (2.47)$$

여기서 $\Phi_T(k+1, k)$ 와 $C_T[k]$ 는 다음과 같다.

$$\Phi_T(k+1, k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T_S \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$C_T[k] \triangleq \left[\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad - \left(\frac{{}^{S_0}R_{S_k} \boldsymbol{\tau}[k]}{d} + {}^{S_0}R_{T_k} {}^{T_0}R_{S_0} \frac{{}^{S_0}O_{T_0}}{{}^{S_0}n^T {}^{S_0}O_{T_0}} \right) \right] \quad (2.49)$$

0 번째 탐색기 좌표계에서 나타난 표적 좌표계의 x 축, y 축을 각각 ${}^{S_0}i_T$, ${}^{S_0}j_T$, 표적의 회전 속도 벡터를 ${}^{S_0}\boldsymbol{\omega}_T$ 라 하고 표적 회전 운동의 상태 변수 $x_R[k]$ 와 표적 회전 운동 관측치 $y_R[k]$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$x_R[k] \triangleq \begin{bmatrix} s_0 i_{T_k} \\ s_0 j_{T_k} \\ s_0 \omega_{T_k} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$y_R[k] \triangleq \begin{bmatrix} s_0 i_{T_k} \\ s_0 j_{T_k} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

등속 회전 운동의 가정하에서 $x_R[k]$ 의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$x_R[k+1] = \Phi_R(k+1, k)x_R[k] \quad (2.52)$$

$$y_R[k] = C_R[k]x_R[k] \quad (2.53)$$

여기서 $\Phi_R(k+1, k)$ 와 $C_R[k]$ 는 다음과 같다.

$$\Phi_R(k+1, k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_6 & \mathbf{S}_{k+1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$\mathbf{S}_k \triangleq -T_S \begin{bmatrix} \left[\frac{s_0 i_{T_k} + s_0 i_{T_{k-1}}}{2} \right]_x \\ \left[\frac{s_0 j_{T_k} + s_0 j_{T_{k-1}}}{2} \right]_x \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$C_R[k] \triangleq [\mathbf{I}_6 \quad \mathbf{0}_{6 \times 3}] \quad (2.56)$$

이제 표적의 6자유도 운동에 대한 상태 변수 $x[k]$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$x[k] \triangleq \left[x_T[k]^T \quad x_R[k]^T \right]^T \quad (2.57)$$

따라서 (2.44)~(2.57)에 의하여 표적 6자유도 운동 모델을 다음과 같은 이산 선형 시변이 시스템으로 나타낼 수 있다.

$$x[k+1] = \Phi(k+1, k)x[k] + w[k] \quad (2.58)$$

$$y[k] = C[k]x[k] + v[k] \quad (2.59)$$

여기서 $\Phi(k+1, k)$ 와 $C[k]$ 는 다음과 같다.

$$\Phi(k+1, k) \triangleq \begin{bmatrix} \Phi_T(k+1, k) & 0_{7 \times 9} \\ 0_{9 \times 7} & \Phi_R(k+1, k) \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$C[k] \triangleq \begin{bmatrix} C_T[k] & 0_{3 \times 9} \\ 0_{6 \times 7} & C_R[k] \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

여기서 $w[k] \sim N(0, Q_w)$, $v[k] \sim N(0, R_v)$ 는 각각 공정 노이즈와 측정 노이즈를 나타내고 $Q_w \in \mathbb{R}^{16 \times 16}$, $R_v \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ 는 $w[k]$ 와 $v[k]$ 의 공분산 행렬을 의미한다.

마지막으로 칼만 필터를 이용하여 표적의 운동을 나타내는 상태 변수 $x[k]$ 를 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{x}[k+1] = \Phi(k+1, k)\hat{x}[k] + L(k+1)(y[k+1] - C[k+1]\Phi(k+1, k)\hat{x}[k]) \quad (2.62)$$

여기서 $L(k+1)$, $P(k+1|k)$, $P(k|k)$ 는 다음과 같다.

$$L(k+1) \triangleq P(k+1|k)C[k+1]^T (C[k+1]P(k+1|k)C[k+1]^T + R_v)^{-1} \quad (2.63)$$

$$P(k+1|k) = \Phi(k+1, k)P(k|k)\Phi(k+1, k)^T + Q_w \quad (2.64)$$

$$P(k|k) = (\mathbf{I}_{16} - L(k)C[k])P(k|k-1) \quad (2.65)$$

[47]에서는 영상 센서와 표적의 운동을 모두 고려하고 앞서 언급한 호모그래피 행렬의 분해 결과를 측정치로 사용함으로써 비선형으로 나타나던 표적의 운동 상태 방정식을 선형 시변이 시스템 형태로 표현하였다. 더 나아가 가관측성 분석을 실행하고 기존의 기법들에 비하여 가관측성이 개선됨을 확인하였으나 이 과정은 생략하도록 한다. 하지만 $y = C(t)x$ 의 형태로 나타나는 측정 방정식에서 $C(t)$ 행렬이 영상 잡음에 의하여 영향을 받게 되면서 추정 성능이 저하되는 단점이 존재하며 이를 극복하기 위해서는 큰 가속도를 필요로 한다.

2.3 표적 병진 운동 정보 추정 기법

본 절에서는 영상 센서를 활용한 탐색기 제어와 밀접한 관련이 있는 비주얼 서보잉 분야에서 주목할 만한 표적 병진 운동 정보 추정기에 대해서 소개한다. 본 논문에서는 본 절에서 서술한 표적 병진 운동 정보 추정기를 이용하여 미사일 탐색기 제어를 설계하게 된다. 따라서 표적 병진 운동 정보 추정 기법과 관련된 상세한 과정을 서술하도록 한다.

탐색기에서 사용할 수 있는 이동 표적과 관련된 정보는 오직 영상 센서에서 들어오는 표적의 영상 시퀀스 뿐이지만 표적 영상에는 표적과 영상 센서의 운동 정보가 서로 혼재되어 있다. 따라서 오로지 영상 정보만을 이용하여 표적의 운동 정보를 완전히 추정하는 것은 불가능하다. 따라서 다음의 가정과 함께 이후의 전개 과정을 진행하도록 한다.

가정 2. 미사일 탐색기 변위 벡터 s_0O_s 와 회전 변환 행렬 s_0R_s 는 측정가능하다.

미사일의 경우 일반적으로 미사일 본체에 탑재되어 있는 관성 항법 장치, 위성 항법 장치, 자이로스코프 등과 같은 장비를 이용하여 미사일의 위치 및 회전 정보를 획득하고 있으므로 가정 2.는 합당하다고 할 수 있다.

가정 3. 미사일 탐색기와 표적의 병진 운동은 속도가 느리게 변하는 (Slowly-Varying) 운동이며 표적의 자세는 변하지 않는다.

위의 가정 3은 영상 센서의 샘플링 주기에 비하여 표적과 영상 센서의 병진 운동과 회전 운동의 속도가 충분히 느린 경우 타당하다.

한편 미사일 유도 제어의 특성 상 표적이 미사일이 낼 수 있는 한계 이상의 속도를 가지는 경우에는 표적의 추적 자체가 불가능하므로 미사일 탐색기 제어의 문제가 성립하지 않는다. 따라서 탐색기와 표적의 속도 벡터를 각각 $\mathbf{v}_s(t), \mathbf{v}_T(t) \in \mathbb{R}^3$ 라 표기할 때 $\mathbf{v}_s(t), \mathbf{v}_T(t)$ 에 대하여 다음과 같은 가정을 하도록 한다.

가정 4. 미사일 탐색기의 속도 $\mathbf{v}_S(t)$ 와 표적의 속도 $\mathbf{v}_T(t)$ 에 대하여 다음을 만족하는 양수 B_v 가 존재한다.

$$\|\mathbf{v}_S(t)\| \leq B_v, \quad t \geq 0 \quad (2.66)$$

$$\|\mathbf{v}_T(t)\| \leq B_v, \quad t \geq 0 \quad (2.67)$$

또한 미사일 탐색기와 표적의 가속도 벡터를 각각 $\mathbf{a}_S(t), \mathbf{a}_T(t) \in \mathbb{R}^3$ 라 표기할 때 가정 3의 속도가 느리게 변하는 속도 가정을 위하여 $\mathbf{a}_S(t), \mathbf{a}_T(t)$ 에 대하여 다음과 같은 가속도의 제한과 관련된 가정을 하도록 한다.

가정 5. 미사일 탐색기의 가속도 $\mathbf{a}_S(t)$ 와 표적의 가속도 $\mathbf{a}_T(t)$ 에 대하여 다음을 만족하는 양수 B_a 가 존재한다.

$$\|\mathbf{a}_S(t)\| \leq B_a, \quad t \geq 0 \quad (2.68)$$

$$\|\mathbf{a}_T(t)\| \leq B_a, \quad t \geq 0 \quad (2.69)$$

이제 이동 표적의 운동 정보 추정을 위한 선결 과정으로 표적의 운동 방정식을 유도하도록 한다. 여기서 앞 절에서 언급하였듯이 표적의 운동 정보를 정확하게 추정하기 위해서는 표적의 깊이에 대한 정보가 필요하므로 표적의 깊이에 대한 추정치를 미리 설정하거나 별도의 추정기를 설계하여 표적의 운동 정보 추정과 함께 동시에 표적의 깊이를 추정하는 과정이 필요하다. 따라서 표적 운동 동역학 방정식의 전개 과정에서는 표적의 깊이에 대한 정보가 주어지지 않은 경우와 주어진 경우에 대하여 각각의 경우에 표적의 운동과 관련된 상태 변수를 설정하고 그에 따른 동역학 방정식을 유도하도록 한다.

한편 탐색기와 표적이 모두 이동하는 상황을 가정하고 있으므로 표적의 동역학을 기술하는 과정에서는 기준이 되는 고정된 좌표계가 필요하며 그에 따라 여기서는 초기 탐색기 좌표계인 S_0 를 기준으로 표적 좌표계 T 의 원점 ${}^{S_0}p_n = {}^{S_0}O_T$ 의 운동을 기술하도록 한다. 또한

탐색기 좌표계 S 에서 나타낸 표적 좌표계 T 의 원점의 좌표 ${}^S p_n = {}^S O_T$ 에 대하여 표적의 깊이는 ${}^S Z_n$ 에 해당하며 특히 표적 운동의 기준 좌표계로 삼고 있는 초기 탐색기 좌표계를 기준으로 나타낸 표적의 깊이인 ${}^S Z_n = d$ 에 대한 정보의 보유 여부에 따라 각각의 경우에 대한 동역학 방정식을 유도하도록 한다.

먼저 표적의 운동을 기술하기 위하여 초기 탐색기 좌표계 S_0 를 기준으로 나타낸 표적의 위치 벡터 ${}^{S_0}O_T(t) \in \mathbb{R}^3$ 와 표적의 속도 벡터 ${}^{S_0}\mathbf{v}_T(t) \in \mathbb{R}^3$ 를 이용하여 다음과 같은 상태 변수를 정의하도록 한다.

$$\mathbf{x}_T(t) \triangleq [{}^{S_0}O_T^T(t) \quad {}^{S_0}\mathbf{v}_T^T(t)]^T \quad (2.70)$$

그러면 가정 3으로부터 표적 병진 운동의 동역학 모델은 $\mathbf{x}_T(t)$ 를 이용하여 다음과 같은 간단한 선형 시불변 시스템 형태로 쓸 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}_T = \mathbf{A}_T \mathbf{x}_T + \mathbf{B}_T {}^{S_0}\mathbf{a}_T, \quad t \geq 0 \quad (2.71)$$

여기서 \mathbf{A}_T , \mathbf{B}_T 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_T \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$\mathbf{B}_T \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

하지만 영상 획득 과정에서는 표적의 깊이 정보를 알 수 없어 표적 운동의 방향과 크기 모두를 추정하는 것은 불가능하며 오로지 표적의 깊이에 대한 표적 속도의 비율만을 추정 가능하다[17], [19]. 따라서 이러한 사실을 고려하여 표적의 깊이 d 로 정규화된 표적의 위치와 속도를 나타내는 상태 변수를 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\mathbf{x}_T^s(t) \triangleq \left[\frac{{}^{s_0}O_T^T(t)}{d} \quad \frac{{}^{s_0}\mathbf{v}_T^T(t)}{d} \right]^T \quad (2.74)$$

이제 가정 3.과 식 (2.71)에 의하여 $\mathbf{x}_T^s(t)$ 의 동역학 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}_T^s = \mathbf{A}_T \mathbf{x}_T^s + \mathbf{B}_T \mathbf{a}_T^s, \quad t \geq 0 \quad (2.75)$$

여기서 $\mathbf{a}_T^s(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{a}_T^s(t) \triangleq \frac{{}^{s_0}\mathbf{a}_T(t)}{d} \quad (2.76)$$

한편 $\tau_Y(t)$, $\tau_z(t)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\tau_Y(t) \triangleq \frac{{}^{s_0}O_S}{d} + {}^{s_0}R_S \tau_z(t) \quad (2.77)$$

$$\tau_z(t) \triangleq \frac{\tau(t)}{d} + \mathbf{R}_M {}^{s_0}m_n \quad (2.78)$$

표적의 정규화된 위치 $\frac{{}^{s_0}O_T(t)}{d}$ 는 $\tau_Y(t)$ 를 이용하여 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\frac{{}^{s_0}O_T(t)}{d} = \tau_Y(t) \quad (2.79)$$

이를 확인하기 위하여 먼저 좌표계 변환을 이용하여 ${}^{s_0}O_T(t)$ 를 다음과 같은 형태로 나타내도록 한다.

$$\begin{aligned}
{}^{S_0}O_T(t) &= {}^{S_0}O_S + {}^{S_0}R_S {}^S O_T \\
&= {}^{S_0}O_S + {}^{S_0}R_S {}^S O_T \\
&\quad + {}^{S_0}R_S {}^S R_T {}^{T_0}R_{S_0} {}^{S_0}O_{T_0} - {}^{S_0}R_S {}^S R_T {}^{T_0}R_{S_0} {}^{S_0}O_{T_0}
\end{aligned} \tag{2.80}$$

위 (2.80)은 (2.9), (2.10)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
{}^{S_0}O_T(t) &= {}^{S_0}O_S + {}^{S_0}R_S ({}^S O_T - {}^S R_T {}^{T_0}R_{S_0} {}^{S_0}O_{T_0}) + {}^{S_0}R_S {}^S R_T {}^{T_0}R_{S_0} {}^{S_0}O_{T_0} \\
&= {}^{S_0}O_S + {}^{S_0}R_S (\boldsymbol{\tau} + \mathbf{R}_M {}^{S_0}O_{T_0})
\end{aligned} \tag{2.81}$$

여기서 공간 좌표와 이미지 좌표의 관계로부터

$${}^{S_0}O_T = {}^{S_0}p_n = d {}^{S_0}m_n \tag{2.82}$$

임을 알고 있으며 (2.78), (2.82)을 이용하여 (2.81)을 정리하면 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
{}^{S_0}O_T &= {}^{S_0}O_S + {}^{S_0}R_S \tau_z d \\
&= \tau_y d
\end{aligned} \tag{2.83}$$

이제 (2.83)의 양변을 d 로 나누면 (2.79)를 얻을 수 있다. 또한 (2.74)의 $\mathbf{x}_T^s(t)$ 의 정의를 이용하면 $\frac{{}^{S_0}O_T(t)}{d}$ 은 $\mathbf{x}_T^s(t)$ 를 이용하여 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{{}^{S_0}O_T(t)}{d} = \mathbf{C}_T \mathbf{x}_T^s \tag{2.84}$$

여기서 \mathbf{C}_T 는 다음과 같다.

$$\mathbf{C}_T \triangleq [\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}] \tag{2.85}$$

따라서 (2.79)와 (2.84)를 비교하면 (2.77)의 τ_y 는 다음과 같이

\mathbf{x}_T^s 에 대한 선형 방정식 형태로 표현할 수 있음을 알 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau}_Y = \mathbf{C}_T \mathbf{x}_T^s \quad (2.86)$$

위 식은 표적 운동 상태 방정식의 출력 방정식으로 활용이 가능하다. 여기서 확인해 보아야 할 것은 (2.77)의 $\boldsymbol{\tau}_Y$ 를 구성하고 있는 각각의 요소들인 ${}^s_0\mathbf{R}_S$, ${}^s_0\mathbf{O}_S$, $\boldsymbol{\tau}_z$, d 이 표적 영상과 미사일 탐색기의 운동 정보 등의 주어진 정보로부터 접근이 가능한지의 여부이다.

먼저 가정 2.로부터 ${}^s_0\mathbf{R}_S$, ${}^s_0\mathbf{O}_S$ 이 접근 가능함은 쉽게 확인할 수 있다. (2.78)의 $\boldsymbol{\tau}_z$ 의 경우 호모그래피 행렬의 분해를 통하여 얻어낼 수 있음을 앞선 절에서 이미 밝혔다. 결국 d 를 제외한 $\boldsymbol{\tau}_Y$ 의 모든 구성 요소들은 영상 정보와 카메라의 운동 정보를 이용하여 획득 가능함을 알 수 있다. 마지막으로 d 는 그에 대한 추정치 \hat{d} 을 이용함으로써 해결할 수 있으며 이에 대한 논의는 이후에 전개하도록 한다.

이제 표적 병진 운동 추정기 설계를 위하여 먼저 출력 $\mathbf{y}(t)$ 를 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\mathbf{y}(t) \triangleq \boldsymbol{\tau}_Y(t) \quad (2.87)$$

이제 (2.75), (2.86), (2.87)로부터 표적 병진 운동에 대한 상태 방정식을 다음과 같이 간단한 선형 시불변 시스템으로 기술할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}_T^s = \mathbf{A}_T \mathbf{x}_T^s + \mathbf{B}_T \mathbf{a}_T^s, \quad t \geq 0 \quad (2.88)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_T \mathbf{x}_T^s \quad (2.89)$$

앞선 절에서 언급한 바와 같이 표적의 영상 정보의 획득은 탐색기에 부착된 영상 센서를 통하여 이루어지기 때문에 이러한 표적 영상 획득 과정의 특성을 고려하여 표적 운동 정보 추정기를 설계하기 위해서는 표적의 동역학을 이산 시간 시스템으로 기술하는 것이 효율적이다. 따라서 이산 시간 상태 변수를 다음과 같이 정의하여 $t = kT_s$ 에서의

정규화된 표적의 위치와 속도를 나타내도록 한다.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_T^s[k] &\triangleq \mathbf{x}_T^s(kT_s) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{s_0 \mathbf{O}_{T_k}^T}{d} & \frac{s_0 \mathbf{v}_{T_k}^T}{d} \end{bmatrix}^T\end{aligned}\quad (2.90)$$

다음으로 이산 시간 출력 역시 (2.77), (2.87)을 참고하여 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\begin{aligned}\mathbf{y}[k] &\triangleq \mathbf{y}(kT_s) \\ &= \frac{s_0 \mathbf{O}_{S_k}}{d} + s_0 \mathbf{R}_{S_k} \tau_z[k]\end{aligned}\quad (2.91)$$

여기서 $\tau_z[k]$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\tau_z[k] \triangleq \tau_z(kT_s) \quad (2.92)$$

(2.88)~(2.91)을 이용하여 $\mathbf{x}_T^s[k]$ 에 대한 이산 시간 상태 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T(k+1, k) \mathbf{x}_T^s[k] + \mathbf{G}_T \mathbf{a}_T^s[k] \quad (2.93)$$

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{H}_T \mathbf{x}_T^s[k] \quad (2.94)$$

여기서 \mathbf{F}_T , \mathbf{G}_T , \mathbf{H}_T 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_T(k+1, k) &\triangleq e^{\mathbf{A}_T T_s} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T_s \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.95)$$

$$\mathbf{G}_T \triangleq \begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2} \mathbf{I}_3 \\ T_s \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

$$\mathbf{H}_T \triangleq \mathbf{C}_T \quad (2.97)$$

(2.93)~(2.97)의 표적 운동 상태 방정식은 선형 시불변 시스템 형태이다. 이는 추정기 설계 과정에서의 복잡도를 줄일 수 있으며 추정기의 수렴성을 위한 가관측성의 성립 조건 또한 여타 표적 운동 추정 기법에 비하여 완화되는 장점을 가지게 된다.

이제 앞서 유도한 표적 운동 동역학 방정식을 바탕으로 표적의 병진 운동 정보 추정기를 설계하도록 한다. 표적 운동 상태 방정식은 선형 시불변 시스템 형태로 기술되어 있으며 이러한 형태의 시스템에 대해서는 루엔버거 관측기를 채용하여 추정기를 설계할 수 있다. 또한 추정기 설계 과정에서의 관측기 이득은 정상 상태 칼만 필터를 활용함으로써 간편하게 설계가 가능하다. 여기서 추정기 설계에 앞서 한 가지 짚고 넘어가야 할 것은 (2.91)의 관측값 $\mathbf{y}[k]$ 의 획득 과정에서는 참값인 d 를 사용할 수는 없으며 그에 대한 추정치인 \hat{d} 값만을 사용할 수 있다는 점이다. 따라서 \hat{d} 이 측정 혹은 추정 과정에서의 오차에 의한 불확실성을 내포하고 있는 경우 관측값 역시 오차를 포함하게 된다. 이를 참값인 $\mathbf{y}[k]$ 와 구분하기 위하여 불확실성이 포함된 관측값을 $\bar{\mathbf{y}}[k]$ 라 정의하도록 하며 (2.91)을 참고하면 $\bar{\mathbf{y}}[k]$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{\mathbf{y}}[k] \triangleq \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{\hat{d}} + {}^{s_0}R_{S_k} \tau_z[k] \quad (2.98)$$

여기서 문제가 되는 점은 $\mathbf{x}_T^s[k]$ 와 $\bar{\mathbf{y}}[k]$ 에 대해서는 $\hat{d} \neq d$ 인 경우 (2.94)와 같은 선형 형태의 출력 방정식은 더 이상 성립하지 않으며 다음과 같이 어파인 형태로만 나타낼 수 있다는 점이다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}[k] &= \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{\hat{d}} - \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{d} + \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{d} + {}^{s_0}R_{S_k} \tau_z[k] \\ &= \mathbf{H}_T \mathbf{x}_T^s[k] + \left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{d} \end{aligned} \quad (2.99)$$

따라서 이러한 점에 착안하여 새로운 더미 상태 변수 $\chi_T^s(t)$ 와

$\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$ 를 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\boldsymbol{\chi}_T^s(t) \triangleq \left[\left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}O_S^T}{d} + \frac{{}^{s_0}O_T^T}{d} \quad \left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}\mathbf{v}_S^T}{d} + \frac{{}^{s_0}\mathbf{v}_T^T}{d} \right]^T \quad (2.100)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\chi}_T^s[k] &\triangleq \boldsymbol{\chi}_T^s(kT_s) \\ &= \left[\left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}O_{S_k}^T}{d} + \frac{{}^{s_0}O_{T_k}^T}{d} \quad \left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}\mathbf{v}_{S_k}^T}{d} + \frac{{}^{s_0}\mathbf{v}_{T_k}^T}{d} \right]^T \end{aligned} \quad (2.101)$$

그러면 가정 3.에 의하여 $\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$ 의 동역학 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\boldsymbol{\chi}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T(k+1, k)\boldsymbol{\chi}_T^s[k] + \mathbf{G}_T\boldsymbol{\alpha}_T^s[k] \quad (2.102)$$

여기서 $\boldsymbol{\alpha}_T^s[k]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_T^s[k] &\triangleq \boldsymbol{\alpha}_T^s(kT_s) \\ &= \left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}\mathbf{a}_{S_k}}{d} + \frac{{}^{s_0}\mathbf{a}_{T_k}}{d} \end{aligned} \quad (2.103)$$

위의 (2.103)에서 ${}^{s_0}\mathbf{a}_{S_k}$ 는 미사일 탐색기 초기 좌표계 S_0 를 기준으로 나타낸 탐색기의 가속도이다. 한편 (2.98)의 $\bar{\mathbf{y}}[k]$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}[k] &\triangleq \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{\hat{d}} + {}^{s_0}R_{S_k}\tau_z[k] \\ &= \left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{d} + \left(\frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{d} + {}^{s_0}R_{S_k}\tau_z[k] \right) \\ &= \left(\frac{d}{\hat{d}} - 1 \right) \frac{{}^{s_0}O_{S_k}}{d} + \tau_Y[k] \end{aligned} \quad (2.104)$$

여기서 $\tau_Y[k]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_y[k] \triangleq \tau_y(kT_s) \quad (2.105)$$

이제 (2.77), (2.97), (2.101), (2.104), (2.105)로부터 $\bar{\mathbf{y}}[k]$ 는 다음과 같이 $\boldsymbol{\chi}_T^s[k]$ 에 대한 선형 방정식 형태로 쓸 수 있다.

$$\bar{\mathbf{y}}[k] = \mathbf{H}_T \boldsymbol{\chi}_T^s[k] \quad (2.106)$$

따라서 (2.102), (2.106)으로부터 다음과 같은 선형 시불변 형태의 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\boldsymbol{\chi}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T(k+1, k) \boldsymbol{\chi}_T^s[k] + \mathbf{G}_T \boldsymbol{\alpha}_T^s[k] \quad (2.107)$$

$$\bar{\mathbf{y}}[k] = \mathbf{H}_T \boldsymbol{\chi}_T^s[k] \quad (2.108)$$

다음으로 (2.107), (2.108)의 상태 방정식은 선형 시불변 시스템임을 이용하여 루엔버거 관측기 형태의 $\hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k]$ 에 대한 추정기를 아래와 같이 설계하도록 한다.

$$\hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k+1] = \mathbf{F}_T(k+1, k) \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k] + \Gamma_T (\bar{\mathbf{y}}[k+1] - \mathbf{H}_T \mathbf{F}_T(k+1, k) \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k]) \quad (2.109)$$

여기서 $\Gamma_T \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ 는 추정기 이득이며 선형 시불변 시스템 (2.93)~(2.97)이 관측 가능이면 (2.109)가 임의의 극점을 가질 수 있도록 추정기 이득 Γ_T 를 설계할 수 있다[20]. 따라서 선형 시불변 시스템 (2.93)~(2.97)의 관측 가능성을 알아보기 위하여 관측가능성 행렬 $\Omega(k, N)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\Omega(k, N) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{H}_T \\ \mathbf{H}_T \mathbf{F}_T \\ \vdots \\ \mathbf{H}_T \mathbf{F}_T^{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

(2.95), (2.97)을 (2.110)에 대입하여 계산하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Omega(k, N) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_3 & T_S \mathbf{I}_3 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{I}_3 & (N-1)T_S \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

(2.111)로부터 $\Omega(k, N)$ 은 항상 풀 랭크를 가지는 것이 자명하다. 즉, 선형 시불변 시스템 (2.107), (2.108)의 관측 가능성 행렬 $\Omega(k, N)$ 은 탐색기의 운동에 관계 없이 $k \geq N$ 에 대하여 항상 풀 랭크를 가진다.

이제 (2.109)의 표적 운동 추정기의 추정 오차에 대한 분석을 위해 $\chi_T^s(t)$ 와 $\chi_T^s[k]$ 에 대한 추정 오차를 다음과 같이 정의하며

$$\mathbf{e}_{\chi_T}(t) \triangleq \chi_T^s(t) - \hat{\chi}_T^s[k], kT_S \leq t < (k+1)T_S, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.112)$$

$$\mathbf{e}_{\chi_T}[k] \triangleq \chi_T^s[k] - \hat{\chi}_T^s[k] \quad (2.113)$$

$\mathbf{v}_{\chi_T}(t)$, $\mathbf{v}_{\chi_T}[k]$, $\hat{\mathbf{v}}_{\chi_T}[k]$, $\mathbf{e}_{\chi^v}(t)$, $\mathbf{e}_{\chi^v}[k]$ 를 각각 다음과 같이 정한다.

$$\mathbf{v}_{\chi_T}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \chi_T^s(t) \quad (2.114)$$

$$\mathbf{v}_{\chi_T}[k] \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \chi_T^s[k] \quad (2.115)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{\chi_T}[k] \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \hat{\chi}_T^s[k] \quad (2.116)$$

$$\mathbf{e}_{\chi^v}(t) \triangleq \mathbf{v}_{\chi_T}(t) - \hat{\mathbf{v}}_{\chi_T}[k], kT_S \leq t < (k+1)T_S, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.117)$$

$$\mathbf{e}_{\chi^v}[k] \triangleq \mathbf{v}_{\chi_T}[k] - \hat{\mathbf{v}}_{\chi_T}[k] \quad (2.118)$$

또한 $\mathbf{x}_S(t)$ 를 다음과 같이 정의하도록 하자.

$$\mathbf{x}_S(t) \triangleq \begin{bmatrix} {}^{S_0}O_S^T(t) & {}^{S_0}\mathbf{v}_S^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.119)$$

다음으로 (2.70)의 $\mathbf{x}_T(t)$ 에 대한 추정치를 $\hat{\mathbf{x}}_T(t)$ 라 할 때 $\hat{\mathbf{x}}_T(t)$ 는 \hat{d} 와 $\chi_T^s[k]$ 를 이용하여 다음과 같이 설계하도록 한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_T(t) \triangleq \hat{d} \hat{\boldsymbol{\chi}}_T^s[k], \quad kT_s \leq t < (k+1)T_s \quad (2.120)$$

여기서 d 에 대한 추정치 \hat{d} 에 대해서는 추정 과정에서의 오차 등을 고려하여 다음의 가정을 하도록 한다.

가정 6. \hat{d} 에 대하여 다음의 범위를 만족하는 양수 z_M, z_m 이 존재한다.

$$z_m \leq \frac{\hat{d}}{d} \leq z_M \quad (2.121)$$

위 가정에서의 \hat{d} 의 오차율에 대한 범위 z_M, z_m 는 표적의 크기를 이용한 \hat{d} 의 결정 과정과 연관되어 있으며 이에 대한 내용은 다음 장에서 더 자세히 다루도록 한다.

다음으로 $\mathbf{x}_T(t)$ 에 대한 추정 오차를

$$\mathbf{e}_T(t) \triangleq \mathbf{x}_T(t) - \hat{\mathbf{x}}_T(t) \quad (2.122)$$

이라 정의하며 속도에 대한 추정 오차를 분리하여 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_v(t) &\triangleq [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{I}_3] \mathbf{e}_T(t) \\ &= {}^{s_0} \mathbf{v}_T(t) - {}^{s_0} \hat{\mathbf{v}}_T(t) \end{aligned} \quad (2.123)$$

여기서 ${}^{s_0} \hat{\mathbf{v}}_T(t) \triangleq [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{I}_3] \hat{\mathbf{x}}_T(t)$ 이다. 또한 속도 추정 성능 분석 과정에서 필요한 상수를 다음과 같이 정의한다.

$$\lambda_\chi \triangleq \frac{1}{T_s} \log \frac{1}{\lambda_M} > 0 \quad (2.124)$$

$$\delta_v \triangleq \frac{1}{1 - \lambda_M} T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1 \right) \frac{B_a}{\hat{d}} \quad (2.125)$$

여기서 λ_M 은 행렬 $(\mathbf{I}_6 - \Gamma_T \mathbf{H}_T) \mathbf{F}_T$ 의 최대 고유치이다. 그러면 속도 추정 오차에 대하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

정리 1. 가정 3.과 가정 6. 하에 식 (2.123)의 표적 운동 추정기의 속도 추정 오차 $({}^{s_0} \mathbf{v}_T(t) - {}^{s_0} \hat{\mathbf{v}}_T(t))$ 는 식 (2.117)의 $\mathbf{e}_{\chi^v}(t)$ 에 대하여 다음과 같은 형태를 가지며

$${}^{s_0} \mathbf{v}_T(t) - {}^{s_0} \hat{\mathbf{v}}_T(t) = \left(\frac{\hat{d}}{d} - 1 \right) ({}^{s_0} \mathbf{v}_S(t) - {}^{s_0} \mathbf{v}_T(t)) + \hat{d} \mathbf{e}_{\chi^v}(t), \quad t \geq 0 \quad (2.126)$$

$\mathbf{e}_{\chi^v}(t)$ 는 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$\|\mathbf{e}_{\chi^v}(t)\| \leq \|\mathbf{e}_{\chi^v}(0)\| e^{-\lambda_M t} + \delta_v, \quad t \geq 0 \quad (2.127)$$

정리 1은 표적의 깊이 추정치에 불확실성이 존재할 경우 속도 추정 오차에는 표적과 탐색기 속도의 상대 속도에 해당하는 ${}^{s_0} \mathbf{v}_S(t) - {}^{s_0} \mathbf{v}_T(t)$ 에 의한 영향이 일부 나타나 속도 추정 성능이 저하될 수 있음을 시사하여 준다. 이는 속도 추정 성능을 저해하는 요소처럼 보이지만 이후에 미사일 탐색기 제어기의 설계 과정에서는 오히려 불확실성에 의한 제어 성능의 저하를 개선하여 주는 역할을 하게 된다. 정리 1의 증명은 다음과 같다.

정리 1 증명) (2.122)의 표적 운동 추정 오차 $\mathbf{e}_T(t)$ 는 (2.120)에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{e}_T(t) = \mathbf{x}_T(t) - \hat{d} \chi_T^s(t) + \hat{d} \chi_T^s(t) - \hat{d} \hat{\chi}_T^s[k] \quad (2.128)$$

여기서 위의 (2.128)의 우변의 $\mathbf{x}_T(t) - \hat{d} \chi_T^s(t)$ 는 (2.100), (2.119)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_T(t) - \hat{d}\boldsymbol{\chi}_T^s(t) &= \mathbf{x}_T(t) - \hat{d}\left(\left(\frac{d}{\hat{d}} - 1\right)\frac{\mathbf{x}_S^T}{d} + \frac{\mathbf{x}_T^T}{d}\right) \\ &= \left(\frac{d}{\hat{d}} - 1\right)(\mathbf{x}_S(t) - \mathbf{x}_T(t))\end{aligned}\quad (2.129)$$

이제 (2.113), (2.129)를 (2.128)에 대입하여 정리하면 $\mathbf{e}_T(t)$ 에 대한 다음의 방정식을 얻을 수 있으며

$$\mathbf{e}_T(t) = \left(\frac{\hat{d}}{d} - 1\right)(\mathbf{x}_S(t) - \mathbf{x}_T(t)) + \hat{d}e_{\chi^T}(t) \quad (2.130)$$

또한,

$${}^{S_0}\mathbf{v}_T - {}^{S_0}\hat{\mathbf{v}}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{e}_T \quad (2.131)$$

이다. 따라서 (2.131)에 (2.130)을 대입하여 정리하고 (2.114), (2.115), (2.123)을 이용하여 계산하면 (2.126)이 성립함을 알 수 있다.

다음으로 (2.126)의 $e_{\chi^v}(t)$ 는 (2.100), (2.101), (2.117)과 가정 3.을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}e_{\chi^v}(t) &= \mathbf{v}_{\chi^T}(t) - \hat{\mathbf{v}}_{\chi^T}[k] \\ &= (\mathbf{v}_{\chi^T}[k] - \hat{\mathbf{v}}_{\chi^T}[k]) + \int_{kT_S}^t \boldsymbol{\alpha}_T^s(\tau) d\tau \\ &= e_{\chi^v}[k] + \int_{kT_S}^t \boldsymbol{\alpha}_T^s(\tau) d\tau, kT_S \leq t < (k+1)T_S, k = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (2.132)$$

한편 (2.107)~(2.109)의 동역학 방정식으로부터 $e_{\chi^v}[k]$ 에 대한 차분 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{e}_{\chi^T}[k+1] = (\mathbf{I}_6 - \Gamma_T \mathbf{H}_T) \mathbf{F}_T \mathbf{e}_{\chi^T}[k] - (\mathbf{I}_6 - \Gamma_T \mathbf{H}_T) \mathbf{G}_T \boldsymbol{\alpha}_T^s[k] \quad (2.133)$$

여기서 다음과 같은 행렬 $\bar{\mathbf{G}}_T$ 를 정의하면

$$\bar{\mathbf{G}}_T \triangleq \begin{bmatrix} -\frac{T_s^2}{2} \mathbf{I}_3 \\ T_s \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (2.134)$$

(2.95), (2.96)로부터 $\bar{\mathbf{G}}_T$ 는 다음의 관계를 만족함을 알 수 있다.

$$\mathbf{G}_T = \mathbf{F}_T \bar{\mathbf{G}}_T \quad (2.135)$$

이제 (2.135)를 (2.133)에 대입하여 정리하면 다음의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{e}_{\chi T}[k+1] = (\mathbf{I}_6 - \Gamma_T \mathbf{H}_T) \mathbf{F}_T (\mathbf{e}_{\chi T}[k] - \bar{\mathbf{G}}_T \boldsymbol{\alpha}_T^s[k]) \quad (2.136)$$

한편 (2.110), (2.111)로부터 $(\mathbf{F}_T, \mathbf{H}_T)$ 가 항상 관측가능임을 이미 알고 있으므로 항상 다음의 부등식을 만족하는 $0 < \lambda_M < 1$ 이 존재하도록 추정기 이득 Γ_T 을 적절히 설계할 수 있다.

$$\|(\mathbf{I}_6 - \Gamma_T \mathbf{H}_T) \mathbf{F}_T\| \leq \lambda_M \quad (2.137)$$

다음으로 (2.118)의 $\mathbf{e}_{\chi^v}[k]$ 의 정의와 (2.136), (2.137)을 이용하면 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{\chi^v}[k]\| &\leq \|\mathbf{e}_{\chi T}[k]\| \\ &\leq \lambda_M \|\mathbf{e}_{\chi T}[k-1]\| + \lambda_M \|\bar{\mathbf{G}}_T\| \|\boldsymbol{\alpha}_T^s[k]\| \end{aligned} \quad (2.138)$$

여기서 (2.134)으로부터 다음을 알 수 있으며

$$\|\bar{\mathbf{G}}_T\| = T_s \quad (2.139)$$

또한 가정 5와 (2.103), (2.121)을 이용하여 계산하면 다음을 알 수 있다.

$$\|\alpha_T^s[k]\| \leq \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} \quad (2.140)$$

따라서 (2.139), (2.140)을 (2.138)에 적용하여 풀면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{x^v}[k]\| &\leq \|\mathbf{e}_{x^T}[k]\| \\ &\leq \lambda_M \|\mathbf{e}_{x^T}[k-1]\| + \lambda_M T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} \\ &\quad \vdots \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{x^T}[0]\| + T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} \sum_{i=1}^k \lambda_M^i \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{x^T}[0]\| + \frac{\lambda_M(1-\lambda_M^k)}{1-\lambda_M} T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{x^T}[0]\| + \frac{\lambda_M}{1-\lambda_M} T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} \end{aligned} \quad (2.141)$$

여기서 마지막 부등식은 $0 < \lambda_M < 1$ 임을 이용하였다. 이제 (2.132)의 양변에 놈을 취하고 (2.140), (2.141)을 대입하면 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|e_{x^v}(t)\| &\leq \|e_{x^v}[k]\| + \left\| \int_{kT_s}^t \alpha_T^s(\tau) d\tau \right\| \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{x^T}[0]\| + \frac{\lambda_M}{1-\lambda_M} T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} + T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} \\ &\leq \lambda_M^k \|\mathbf{e}_{x^T}[0]\| + \frac{1}{1-\lambda_M} T_s \left(2 \frac{z_M}{z_m} - 1\right) \frac{B_a}{\hat{d}} \\ &\quad kT_s \leq t < (k+1)T_s, k=0,1,2,\dots \end{aligned} \quad (2.142)$$

한편 간단한 계산을 통하여 다음의 부등식을 얻을 수 있으며

$$\lambda_M^k \leq e^{-\left(\frac{1}{T_s} \log \frac{1}{\lambda_M}\right)t} \quad (2.143)$$

따라서 (2.142), (2.143)으로부터 (2.127)이 성립함을 알 수 있다.

기존의 표적 운동 추정기의 설계 과정에선 표적 운동과 관측치 간의 관계가 비선형 시스템 형태로 기술되는 경우가 많으며 이 경우 복잡한 비선형 추정기를 설계하거나 확장 칼만 필터 등을 채택하여 추정기를 설계하게 된다 [12], [19]. 또한 이런 점들을 개선하여 적절한 관측치 설정을 통해 선형 형태의 추정기를 설계하는 기법들도 일부 제안되어 있다. 이러한 유형의 표적 운동 추정 기법들은 수렴성에 대한 분석이 어렵거나 추정기 수렴 조건의 만족을 위해 미사일의 스네이킹이나 가속도 운동 등 특정한 양상의 움직임이 요구되는 것이 일반적이다.

하지만 정규화된 표적의 위치, 속도에 대한 추정만을 수행하면 앞에서 보인 바와 같이 탐색기의 운동에 특별히 요구되는 조건이 없이 항상 수렴성을 보장할 수 있는 추정기를 설계할 수 있다. 그러나 앞서 살펴본 바와 같이 깊이 정보 d 에 대한 추정치 \hat{d} 에 불확실성이 존재할 경우 표적의 운동 정보 추정 오차는 탐색기와 표적 간의 상대 운동에 의해 영향을 받는 것을 알 수 있으며 이는 표적 운동 추정기의 입장에서는 추정 성능을 저해하는 요소로 작용하게 된다. 그러나 차후에 기술할 탐색기 제어기 설계 과정에서는 이러한 요소가 성능의 저해만을 가져오는 것이 아니며 \hat{d} 의 불확실성에 의한 제어 성능 저하를 완화 시켜주는 역할을 하게 된다. 이에 대해서는 다음 장에서 기술한다.

3. 새로운 탐색기 제어기 설계

3.1 탐색기 제어기 설계

본 절에서는 앞서 기술한 표적의 운동 정보 추정 결과를 바탕으로 탐색기 제어기를 설계하여 적절한 각속도 명령을 생성하여 조준선 오차를 수렴시킬 수 있음을 보인다.

먼저 공간 상의 N_f 개의 표적 특징점 ${}^s p_i = [{}^s X_i \quad {}^s Y_i \quad {}^s Z_i]^T$, $i = 1, \dots, N_f$ 및 그에 대응되는 특징점 이미지 좌표 ${}^s m_i = [{}^s x_i \quad {}^s y_i \quad 1]^T$, $i = 1, \dots, N_f$ 와 픽셀 좌표 ${}^s q_i = [{}^s u_i \quad {}^s v_i \quad 1]^T$, $i = 1, \dots, N_f$ 에 대하여 일반적으로 영상 센서로부터 획득한 영상은 픽셀 단위로 표현되므로 카메라의 시야 (Field-of-View, FOV)는 다음과 같이 픽셀 좌표를 이용하여 기술할 수 있다.

$$\Omega_{uv} \triangleq \left\{ q \triangleq [u \quad v \quad 1]^T \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq u \leq L_{uM}, 0 \leq v \leq L_{vM} \right\} \quad (3.1)$$

여기서 L_{uM} , L_{vM} 은 양의 상수로 탐색기의 촬상 소자 어레이의 픽셀 개수 및 크기와 관계된 상수들이다. 또한 Ω_{uv} 와 카메라 내부 인자 행렬 \mathbf{K} 를 이용하면 탐색기의 이미지 평면에 해당하는 집합 Ω_{xy} 를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\Omega_{xy} \triangleq \left\{ m \triangleq [x \quad y \quad 1]^T \in \mathbb{R}^3 \mid -L_{xm} \leq x \leq L_{xM}, -L_{ym} \leq y \leq L_{yM} \right\} \quad (3.2)$$

여기서 $L_{xm}, L_{xM}, L_{ym}, L_{yM}$ 은 다음과 같다.

$$[-L_{xm} \quad -L_{ym} \quad 1]^T \triangleq \mathbf{K}^{-1} [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (3.3)$$

$$[L_{xM} \quad L_{yM} \quad 1]^T \triangleq \mathbf{K}^{-1} [L_{uM} \quad L_{vM} \quad 1]^T \quad (3.4)$$

위 집합들로부터 제어기의 설계 과정에서 다음의 조건을 최대한 만족하도록 탐색기의 움직임을 제어하도록 한다.

$${}^s \mathbf{m}_i \in \Omega_{xy}, \quad i=1, \dots, N_f \quad (3.5)$$

(3.1), (3.2)의 Ω_{uv} , Ω_{xy} 를 가시 집합 (Visible Set)이라 칭하도록 한다. 미사일의 운동 과정에서 표적의 운동을 고려하여 표적까지의 거리와 탐색기가 표적을 바라보는 방향에 대한 적절한 제어가 가능하다면 가시 조건을 최대한 만족할 수 있는 탐색기 제어기를 설계할 수 있으며 이를 위하여 표적까지의 상대 거리 ρ 와 탐색기의 조준선 오차에 해당하는 $(\varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 를 활용하여 구성된 가시 집합을 이용하도록 한다.

먼저 (2.28)의 ρ 에 대하여 그림 3-1.을 참조하면 아래와 같은 성질이 성립함을 알 수 있다.

모든 특징점은 꼭지점이 O_s 에 위치하고 개구각도(Opening Angle)가 $2\sin^{-1}\left(\frac{1}{\rho}\right)$ 인 원뿔의 내부에 속한다.

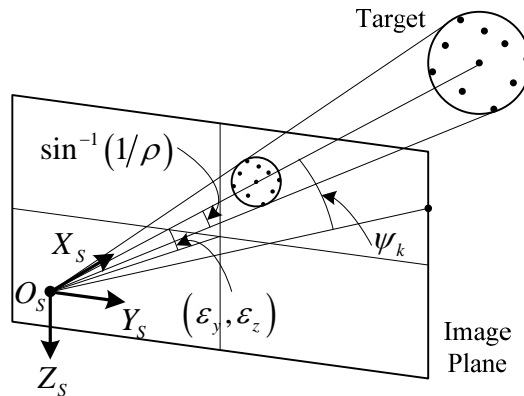


그림 3-1. 상대 거리 ρ 에 대한 가시 조건

이와 같은 성질은 현재 조준선 오차 $(\varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 에 따라 표적과 탐색기의 거리가 어느 정도로 유지되어야 가시 조건을 만족할 수

있는가에 대한 기준을 제시해줄 수 있다. [49]에서는 이를 이용하여 다음과 같은 가시 집합 Ω 를 제시하고 있다.

$$\Omega \triangleq \bigcap_{k=1}^4 \Omega_k(\rho, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \quad (3.6)$$

여기서 Ω_k 는 다음과 같이 정의한다.

$$\Omega_k \triangleq \{(\rho, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \in \mathbb{R}^3 \mid f_k(\varepsilon_y, \varepsilon_z) < \rho, (\varepsilon_y, \varepsilon_z) \in \Omega_\varepsilon\}, k=1,2,3,4 \quad (3.7)$$

또한 Ω_k 의 정의에서 사용되는 Ω_ε 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Omega_\varepsilon \triangleq \{(\varepsilon_y, \varepsilon_z) \in \mathbb{R}^2 \mid & |\varepsilon_y| < \pi/2, |\varepsilon_z| < \pi/2, \\ & -\tan^{-1} L_{ym} \leq \varepsilon_z \leq \tan^{-1} L_{ym}, \\ & -\tan^{-1}(L_{xm} \cos \varepsilon_z) \leq \varepsilon_y \leq \tan^{-1}(L_{xm} \cos \varepsilon_z)\} \end{aligned} \quad (3.8)$$

마지막으로 $f_k(\varepsilon_y, \varepsilon_z)$, $k=1,2,3,4$ 는 다음과 같다.

$$f_1(\varepsilon_y, \varepsilon_z) \triangleq \frac{\sqrt{1+L_{xm}^2}}{\cos \varepsilon_y} \frac{1}{L_{xm} \cos \varepsilon_z + \tan \varepsilon_y} \quad (3.9)$$

$$f_2(\varepsilon_y, \varepsilon_z) \triangleq \frac{\sqrt{1+L_{xm}^2}}{\cos \varepsilon_y} \frac{1}{L_{xm} \cos \varepsilon_z - \tan \varepsilon_y} \quad (3.10)$$

$$f_3(\varepsilon_y, \varepsilon_z) \triangleq \frac{\sqrt{1+L_{ym}^2}}{\cos \varepsilon_y} \frac{1}{L_{ym} \cos \varepsilon_z - \sin \varepsilon_z} \quad (3.11)$$

$$f_4(\varepsilon_x, \varepsilon_y) \triangleq \frac{\sqrt{1+L_{ym}^2}}{\cos \varepsilon_y} \frac{1}{L_{ym} \cos \varepsilon_z + \sin \varepsilon_z} \quad (3.12)$$

위 가시 집합은 그림 3-1.을 참조하면 카메라의 중심 O_s 를 꼭지점으로 하여 표적의 모든 특징점들을 포함하는 반지름 r_0 인 구를 포함할 수 있는 원뿔이 영상 센서의 화각 가장자리에 해당하는 직선과

만나지 않을 조건, 즉 개구각도가 각각의 화각 가장자리와 이루는 각도 ψ_k 보다 작을 조건을 상대 거리 ρ 와 조준선 오차 $(\varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 로 바꾸어 나타낸 것이다. 또한 이후로는 이 가시 집합 Ω 를 이미지 좌표 가시 집합 Ω_{xy} 와 구분하기 위하여 3차원 가시 집합이라 칭하기로 하며, Ω_{xy} 는 2차원 가시 집합이라 칭하도록 한다. [49]에서는 다음과 같은 두 정리를 제시하고 있다.

정리 2. $(\rho, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 가 다음의 조건을 만족할 경우 (3.5)의 가시 조건이 만족된다.

$$(\rho, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \in \Omega \quad (3.13)$$

정리 3. (3.6)의 3차원 가시 집합 Ω 는 볼록 집합(Convex Set)이다.

위 정리 2는 탐색기 제어 과정에서 조준선 오차 $(\varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 와 상대 거리 ρ 의 궤적이 가시 집합 Ω 를 벗어나지 않을 경우 항상 모든 특징점을 탐색기의 화각 내부에 머무르게 하여 가시 조건을 만족할 수 있음을 시사하고 있다. 또한 정리 3에서 3차원 가시 집합 내부에 속한 임의의 두 점을 잇는 직선은 항상 3차원 가시 집합 내부에 속함을 보장할 수 있다.

한편 본 논문에서의 제어 목적은 $|\varepsilon_y|, |\varepsilon_z| \rightarrow 0$ 이며 이를 위하여 탐색기의 각속도 제어 입력을 사용한다. 또한 이 경우 미사일이 표적에 충돌하는 경우 상대 거리는 $\rho = 0$ 가 되므로 가시 조건을 만족할 수 없다. 그러나 (3.8)에 제시된 Ω_ε 를 이용하여 조준선 오차에 대한 분석을 진행하고자 한다. 먼저 정리 3.과 유사한 방법으로 Ω_ε 에 대하여 정리 4.가 성립함을 알 수 있다.

정리 4. (3.8)의 Ω_ε 는 볼록 집합(Convex Set)이다.

후술할 탐색기 제어기의 영향으로 초기 조준선 오차 $(\varepsilon_y(0), \varepsilon_z(0))$ 로부터 목표 조준선 오차 $(0,0)$ 로 조준선 오차가 감소해 갈 때 시정수 (Time-Constant)가 동일하므로 $(\varepsilon_y(t), \varepsilon_z(t))$ 는 직선 경로를 따르게 된다. 따라서 정리 4.에 의하여 $(\varepsilon_y(0), \varepsilon_z(0)) \in \Omega_\varepsilon$ 일 경우 $(0,0) \in \Omega_\varepsilon$ 임이 자명하므로 $t \geq 0$ 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$(\varepsilon_y(t), \varepsilon_z(t)) \in \Omega_\varepsilon \quad (3.14)$$

따라서 (3.8), (3.14)에서 $t \geq 0$ 일 때 다음 식이 성립함을 알 수 있다.

$$|\varepsilon_y| < \pi/2, |\varepsilon_z| < \pi/2 \quad (3.15)$$

$$-\tan^{-1} L_{yM} \leq \varepsilon_z \leq \tan^{-1} L_{ym} \quad (3.16)$$

$$-\tan^{-1}(L_{xm} \cos \varepsilon_z) \leq \varepsilon_y \leq \tan^{-1}(L_{xM} \cos \varepsilon_z) \quad (3.17)$$

미사일 탐색기를 제어하기 위하여 다음과 같은 형태의 비선형 궤환 제어기를 제안한다.

$$\begin{bmatrix} {}^S \omega_{SY}^* \\ {}^S \omega_{SZ}^* \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{L}_{\omega 2}^{-1} (-[\mathbf{0}_{2 \times 1} \quad \mathbf{I}_2] \mathbf{L}_\omega(\varepsilon_y, \varepsilon_z) {}^S \hat{\omega}_L + \mathbf{I}_\omega {}^S \omega_{SX} + \mathbf{K}_p [\varepsilon_y \quad \varepsilon_z]^T) \quad (3.18)$$

(3.18)에서 ${}^S \omega_{SY}^*$, ${}^S \omega_{SZ}^*$ 는 각각 탐색기 좌표계를 기준으로 나타낸 탐색기의 Y_S , Z_S 축 방향으로의 각속도 명령을 의미한다. 여기서 ${}^S \omega_{SY}^*$, ${}^S \omega_{SZ}^*$ 에 대하여 기존의 연구들에서와 같이 다음을 가정하도록 한다.

가정 7. 탐색기는 각속도 명령을 정확하게 추종할 수 있다. 즉,

$${}^S \omega_{SY} = {}^S \omega_{SY}^* \quad (3.19)$$

$${}^S \omega_{SZ} = {}^S \omega_{SZ}^* \quad (3.20)$$

또한 식 (3.18)에서 시선 변화율의 추정치 ${}^s\hat{\omega}_L$ 는 (2.35)를 이용하여 다음과 같이 설계한다.

$${}^s\hat{\omega}_L = \frac{1}{\hat{r}} {}^sR_T(\theta, \phi, \varepsilon)A(\theta, \phi) {}^TR_S(\theta, \phi, \varepsilon)({}^s\mathbf{v}_S - {}^s\hat{\mathbf{v}}_T) \quad (3.21)$$

(3.21)의 ${}^s\hat{\omega}_L$ 을 구성하는 요소들 중 \hat{r} 을 이용하기 위하여 r_0 에 대하여 다음을 가정하도록 한다.

가정 8. r_0 에 대해 다음을 만족하는 양수 r_0^m , r_0^M 이 존재하며

$$r_0^m \leq r_0 \leq r_0^M \quad (3.22)$$

r_0^m 과 r_0^M 을 사전에 알고 있다.

위 가정 8.에 따라 r_0 의 추정치 \hat{r}_0 는 다음의 범위 내에서 택하도록 한다.

$$r_0^m \leq \hat{r}_0 \leq r_0^M \quad (3.23)$$

그러면 다음의 부등식이 자명하다.

$$\frac{r_0^m}{r_0^M} \leq \frac{\hat{r}_0}{r_0} \leq \frac{r_0^M}{r_0^m} \quad (3.24)$$

또한 \hat{d} 의 경우 d 와 r_0 의 관계를 이용하여 설계하도록 한다. 먼저 d 와 r_0 의 관계는 (2.15)로부터 다음과 같으며

$$d = \frac{r_0}{r_m} \quad (3.25)$$

이를 이용하여 \hat{d} 를 다음과 같이 계산하도록 한다.

$$\hat{d} = \frac{\hat{r}_0}{r_m} \quad (3.26)$$

따라서 (3.25), (3.26)로부터 다음의 관계를 알 수 있으며

$$\frac{\hat{d}}{d} = \frac{\hat{r}_0}{r_0} \quad (3.27)$$

(3.24), (3.27)으로부터 $\frac{\hat{d}}{d}$ 에 대해서도 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\frac{r_0^m}{r_0^M} \leq \frac{\hat{d}}{d} \leq \frac{r_0^M}{r_0^m} \quad (3.28)$$

가정 6.과 (3.28)로부터 z_M, z_m 은 다음과 같다.

$$z_m = \frac{r_0^m}{r_0^M} \quad (3.29)$$

$$z_M = \frac{r_0^M}{r_0^m} \quad (3.30)$$

또한 \hat{r} 와 표적의 속도 추정치 ${}^S \hat{\mathbf{v}}_T$ 는 (2.120)의 추정기를 이용하여 다음과 같은 형태로 구성하도록 한다.

$$\hat{r} = \left\| {}^S R_{S_0} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_T(t) - {}^{S_0} O_{S_k} \right\| \quad (3.31)$$

$${}^S \hat{\mathbf{v}}_T(t) = {}^S R_{S_0} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_T(t) \quad (3.32)$$

(2.41), (3.18)에 의하여 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = -\mathbf{K}_p \boldsymbol{\varepsilon} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \mathbf{L}_\omega(\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) ({}^S \boldsymbol{\omega}_L - {}^S \hat{\boldsymbol{\omega}}_L) \quad (3.33)$$

이제 \hat{r}_0 의 불확실성이 존재하는 경우에 대하여 본 논문에서 제안하는 탐색기 제어기의 성능 분석을 수행하도록 한다. 먼저 (2.125)의 δ_v 는 (3.29), (3.30)을 대입하여 다음과 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$\delta_v = \frac{1}{1-\lambda_M} T_s \left(2 \frac{r_0^M}{r_0^m} - 1 \right) \frac{B_a}{\hat{d}} \quad (3.34)$$

또한 관련된 상수들을 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\alpha \triangleq \sqrt{1 + L_x + L_x^2} \quad (3.35)$$

$$L_x \triangleq \max\{L_{xM}, L_{xM}\} \quad (3.36)$$

이제 미사일 탐색기 제어기 성능 분석과 관련하여 다음의 결과를 기술하도록 한다.

정리 5. (3.18)의 탐색기 제어기를 이용한 폐루프 시스템 (3.33)의 조준선 오차 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\| \leq & \|\boldsymbol{\varepsilon}(0)\| + \frac{\alpha r_0^M \hat{d}}{K_p (r_0^m)^2} \max \left\{ 1, \frac{1}{\rho |\sin \theta|} \right\} \\ & \max \left\{ 1, \frac{1 + \rho^2 + |\rho^2 - 1|}{2\rho^2 \sin^2 \theta} \right\}^{1/2} \left(\|\mathbf{e}_{\chi^v}(0)\| + \delta_v \right) \end{aligned} \quad (3.37)$$

정리 5 증명) (3.33)을 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= -K_p \boldsymbol{\varepsilon} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \mathbf{L}_\omega (\boldsymbol{\varepsilon}_y, \boldsymbol{\varepsilon}_z) ({}^S \boldsymbol{\omega}_L - {}^S \hat{\boldsymbol{\omega}}_L) \\ &= -K_p \boldsymbol{\varepsilon} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \left(\mathbf{L}_{v\omega} ({}^S \mathbf{v}_S - {}^S \mathbf{v}_T) - \hat{\mathbf{L}}_{v\omega} ({}^S \mathbf{v}_S - {}^S \hat{\mathbf{v}}_T) \right) \\ &= -K_p \boldsymbol{\varepsilon} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \frac{r_0}{\hat{r}_0} \mathbf{L}_{v\omega} \hat{d} {}^S R_{S_0} e_{\chi^v}(t), \quad t \geq t_0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

따라서 (3.38)에 의하여 조준선 오차 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}(0) + \int_0^t e^{-K_p(t-\tau)} \left(-[0_{2 \times 1} \quad \mathbf{I}_2] \frac{r_0}{\hat{r}_0} \mathbf{L}_{v\omega} \hat{d}^s R_{s_0} e_{\chi v}(\tau) \right) d\tau, \quad t \geq 0 \quad (3.39)$$

(3.39)의 양변에 Norm을 취하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\varepsilon}(t)\| &\leq \int_0^t e^{-K_p(t-\tau)} \left(\left\| \frac{r_0}{\hat{r}_0} \mathbf{L}_{v\omega} \right\| \|\hat{d}e_{\chi v}(\tau)\| \right) d\tau \\ &\leq \frac{r_0^M}{K_p r_0^m} \left(1 - e^{-K_p t} \right) \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|\mathbf{L}_{v\omega}\| \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|\hat{d}e_{\chi v}(\tau)\| \\ &\leq \frac{r_0^M}{K_p r_0^m} \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|\mathbf{L}_{v\omega}\| \sup_{0 \leq \tau \leq t} \|\hat{d}e_{\chi v}(\tau)\|, \quad t \geq 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

$t \geq 0$ 에서 $\|\mathbf{L}_v\|$ 를 계산하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\|\mathbf{L}_v\| = \frac{1}{r_0} \max \left\{ 1, \frac{1}{\rho |\sin \theta|} \right\} \quad (3.41)$$

또한 $\|\mathbf{L}_{v\omega} \mathbf{L}_v^{-1}\|$ 에 대하여 다음의 식이 성립한다.

$$\|\mathbf{L}_{v\omega} \mathbf{L}_v^{-1}\| \leq \left\{ \left(\sec^2 \varepsilon_y + \sec \varepsilon_z |\tan \varepsilon_y| \right) \times \max \left\{ 1, \frac{1 + \rho^2 + |\rho^2 - 1|}{2\rho^2 \sin^2 \theta} \right\} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.42)$$

한편 (3.15)~(3.17), (3.35), (3.36)을 이용하면 다음 식이 성립한다.

$$\left(\sec^2 \varepsilon_y + \sec \varepsilon_z |\tan \varepsilon_y| \right)^{1/2} \leq \alpha \quad (3.43)$$

따라서 (3.42), (3.43)에 의해 다음 식이 성립한다.

$$\|\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\| \leq \alpha \max \left\{ 1, \frac{1 + \rho^2 + |\rho^2 - 1|}{2\rho^2 \sin^2 \theta} \right\}^{1/2} \quad (3.44)$$

따라서 (3.41), (3.44)에 의하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{L}_{v\omega}\| &\leq \|\mathbf{L}_{v\omega}\mathbf{L}_v^{-1}\| \|\mathbf{L}_v\| \\ &\leq \frac{\alpha}{r_0} \max \left\{ 1, \frac{1}{\rho |\sin \theta|} \right\} \max \left\{ 1, \frac{1 + \rho^2 + |\rho^2 - 1|}{2\rho^2 \sin^2 \theta} \right\}^{1/2} \\ &\leq \frac{\alpha}{r_0^m} \max \left\{ 1, \frac{1}{\rho |\sin \theta|} \right\} \max \left\{ 1, \frac{1 + \rho^2 + |\rho^2 - 1|}{2\rho^2 \sin^2 \theta} \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.45)$$

또한 정리 1의 (2.127)에 의하여 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_{x^v}(\tau)\| &\leq \|\mathbf{e}_{x^v}(0)\| e^{-\lambda_v \tau} + \delta_v \\ &\leq \|\mathbf{e}_{x^v}(0)\| + \delta_v, \tau \geq 0 \end{aligned} \quad (3.46)$$

따라서 (3.46)에 의해 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \|\hat{d}e_{x^v}(\tau)\| &= \hat{d} \|e_{x^v}(\tau)\| \\ &\leq \hat{d} (\|\mathbf{e}_{x^v}(0)\| + \delta_v), \tau \geq 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

(3.45), (3.47)을 (3.40)에 대입하여 정리하면 (3.37)을 얻을 수 있다.

한편 (2.24)에 의하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\cos \theta = \frac{({}^T O_L)_3}{\|{}^T O_L\|} \quad (3.48)$$

(3.48)에 의해 $|\sin \theta| = 0$ 일 조건은 다음과 같다.

$$({}^T O_L)_1 = ({}^T O_L)_2 = 0 \quad (3.49)$$

즉 (3.49)에 의하여 $|\sin \theta| = 0$ 이기 위한 필요 충분 조건은 $\rho = 0$ 이다. 위의 정리 5에서 조준선 오차는 미사일 탐색기가 표적에 접근하는 경우 ρ 가 0으로 수렴하며 Bounded 조건이 성립되지 않음을 확인할 수 있다. 하지만 일반적으로 미사일 탐색기의 경우 상대 거리 ρ 가 매우 큰 경우에서 표적을 향하여 다가가는 형태이므로 비행 중 조준선 오차는 Bounded 조건을 만족하게 된다. 하지만 ρ 가 감소하여 $\rho \approx 0$ 가 되는 경우 (3.7)의 가시 집합에서 ρ 에 대한 조건이 성립하지 않게 되어 특징점 좌표가 Field-of-View를 벗어남을 확인 할 수 있다. 하지만 조준선 오차가 잘 제어되고 있는 경우 Field-of-View를 벗어나는 순간과 미사일과 표적의 충돌 순간이 거의 일치하여 미사일의 성능에는 큰 영향을 미치지 않는다. 다음 절에서는 모의 실험을 통하여 앞서 언급한 탐색기 제어기의 성능에 대해서 확인해보도록 한다.

3.2 모의 실험 결과

본 절에서는 앞서 설계한 미사일 탐색기 제어기의 성능을 모의 실험을 통하여 검증하도록 한다. 미사일은 [42]의 ILAAT 모델을 사용하였으며 자동 조종 장치 제어기는 [43]의 자동 조종 장치를 이용하였다. 또한 [44]의 미사일 유도 법칙을 사용하여 실험을 진행하였다. 미사일의 초기 위치와 미사일의 속도는 표 3-2와 같이 각각 $(0,0,0)[m]$, $(510,0,0)[m/s]$ 이다.

또한 미사일의 표적 요격 과정에서 탐색기가 매우 먼 거리에서 표적을 바라보고 있는 상태에서 출발하여 표적을 향하여 다가가는 형태의 움직임을 취하게 된다. 따라서 이미지 상에서의 표적의 크기는 매우 작은 상태에서 시작하여 시간이 지남에 따라 점점 커지게 된다. 그러므로 [22]에서와 같이 줌을 통하여 이미지 상에서의 표적의 크기를 일정하게 유지할 수 있는 상황을 가정하고 실험을 진행하였다.

표적은 24개의 특징점을 가진 평면 표적이며 표적 평면을 기준으로 한 각 특징점의 좌표는 표 3-1과 같다. 또한 표적의 운동 모델은 표 3-2에 나타난 바와 같이 표적의 초기 위치와 병진 운동 속도를 두 가지 경우로 나누어 실험을 수행하였다. 두 가지의 경우는 각각 표적이 등속 운동을 하는 경우와 속도가 천천히 변하는 운동(Slowly-Varying)인 경우 두 가지를 상정하였으며 제안한 탐색기의 성능을 확인하기 위하여 [47]에서 사용하고 있는 탐색기 제어기의 실험 결과를 제시하였다.

샘플링 시간은 $T_s = 0.05$ 로 설정하여 호모그래피 행렬의 추정 및 분할에 활용하도록 하였다. 또한 현실적인 상황을 고려하여 표적 특징점에 노이즈를 삽입하였다. 표적 특징점의 노이즈 모델은 다음과 같다.

$${}^{S_k} \tilde{p}_i = {}^{S_k} p_i + \Delta p_i \quad (3.50)$$

(3.50)에서 Δp_i 는 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\Delta p_i \triangleq [\Delta x_i \quad \Delta y_i \quad 0]^T \quad (3.51)$$

여기서 $\Delta x_i, \Delta y_i \sim U[-\sigma, \sigma]$ 이며 $U[-\sigma, \sigma]$ 는 $[-\sigma, \sigma]$ 를 구간으로 하는 균등 분포를 의미한다. 또한 σ 는 다음과 같이 설정하였다.

$$\sigma = 10^{-4} \times \max_{i,j \in \{1, \dots, N_f\}} \|^{S_k} p_i - ^{S_k} p_j \| \quad (3.52)$$

(3.52)는 앞서 언급한 바와 같이 줌을 사용하는 상황을 고려한 것으로써 표적 특징점에 삽입된 노이즈의 수준이 표적의 크기에 비례하는 형태로 설정하였다.

한편 INS로부터 획득하는 탐색기의 위치 정보 및 자세 정보 즉, $^{S_0}O_{S_k}$ 와 $^{S_0}R_{S_k}$ 에 존재하는 측정 노이즈는 [46]에서 사용하고 있는 상용 고성능 IMU의 노이즈 수준을 기준으로 하여 각각 $0.01m$, 0.1° 의 표준 편차를 가지는 가우시안 분포를 따른다고 가정하였다.

표 3-1.에서 주어진 특징점 좌표를 이용하면 $r_0 = 7.43$ 임을 알 수 있다. 따라서 가정 8.에서와 같이 r_0^m , r_0^M 값을 각각 $r_0^m = 5.2$, $r_0^M = 10$ 으로 설정하였다. 실험에서 사용한 \hat{r}_0 의 값은 $\hat{r}_0 = r_0^m$ 을 적용하였다. 탐색기의 각속도 명령에서의 제어 이득은 $K_p = 10$ 으로 정하였다. 또한 마지막으로 추정기의 이득 Γ_T 와 추정기의 초기값 $\hat{\chi}_T^s[0]$ 는 공통적으로 다음과 같이 설정하였다.

$$\Gamma_T = \begin{bmatrix} 0.101 & -0.026 & -0.046 \\ -0.026 & 0.123 & 0.093 \\ -0.046 & 0.093 & 0.208 \\ 0.404 & -0.308 & -0.502 \\ -0.308 & 0.710 & 0.944 \\ -0.502 & 0.944 & 1.57 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$\hat{\chi}_T^s[0] = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (3.54)$$

${}^T p_1$	(2.5, 0, 0)	${}^T p_2$	(0, 0, 0)
${}^T p_3$	(5, 5.5, 0)	${}^T p_4$	(-2.5, 5, 0)
${}^T p_5$	(-2.5, -2.5, 0)	${}^T p_6$	(-2.5, 2.5, 0)
${}^T p_7$	(0, 2.5, 0)	${}^T p_8$	(-2.5, -5, 0)
${}^T p_9$	(2.5, 5, 0)	${}^T p_{10}$	(0, 5, 0)
${}^T p_{11}$	(-5, 0, 0)	${}^T p_{12}$	(2.5, -2.5, 0)
${}^T p_{13}$	(0, -2.5, 0)	${}^T p_{14}$	(-5, 2.5, 0)
${}^T p_{15}$	(2.5, -5, 0)	${}^T p_{16}$	(0, -5, 0)
${}^T p_{17}$	(-5, 5, 0)	${}^T p_{18}$	(5, 2, 0)
${}^T p_{19}$	(-2.5, 0, 0)	${}^T p_{20}$	(-5, -2.5, 0)
${}^T p_{21}$	(5, -2, 0)	${}^T p_{22}$	(-2.5, 2.5, 0)
${}^T p_{23}$	(-5, -5, 0)	${}^T p_{24}$	(5, -5, 0)

표 3-1. 표적 좌표계를 기준으로 한 특징점 좌표(단위 : 미터)

미사일의 초기 운동 정보	
미사일의 초기 위치	(0, 0, 0)[m]
미사일의 초기 속도	(510, 0, 0)[m / s]
(Case 1) 표적이 등속 운동하는 경우	
초기 표적의 위치	(3000, 300, -200)[m]
표적의 속도	(0, 15, 5)[m / s]
(Case 2) 표적이 속도가 천천히 변하는 운동을 하는 경우	
초기 표적의 위치	(3000, 300, -200)[m]
표적의 속도	(10, 20, -7 + 3sin($\pi t / 15$))[m / s]

표 3-2. 미사일 초기 조건과 표적 운동 모델

이제 주어진 내용을 바탕으로 실험을 수행한 결과는 그림 3-2.~
그림 3-5.와 같다.

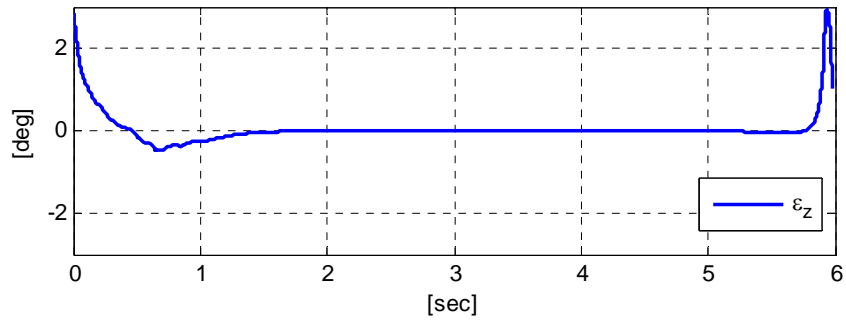
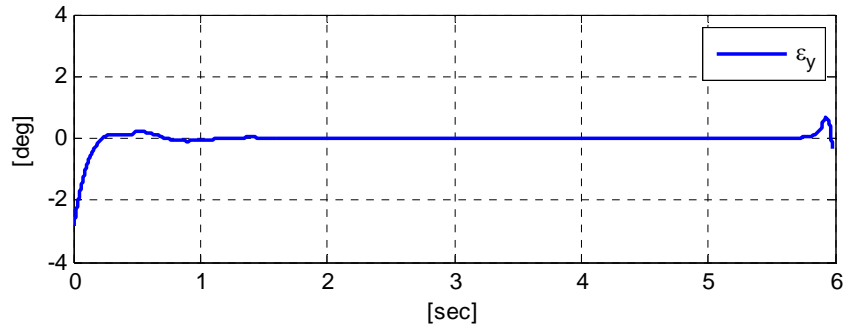


그림 3-2. 제안한 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 1.)

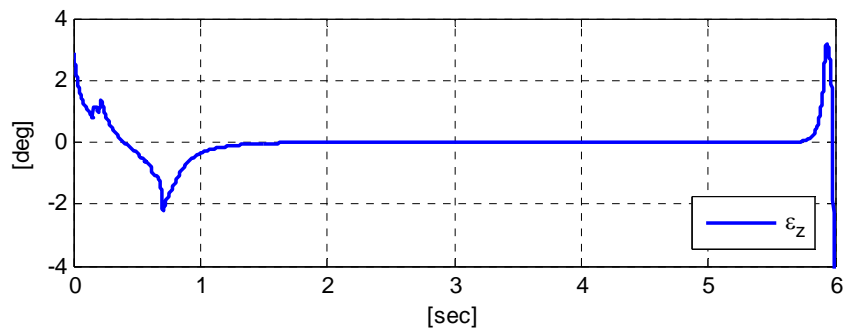
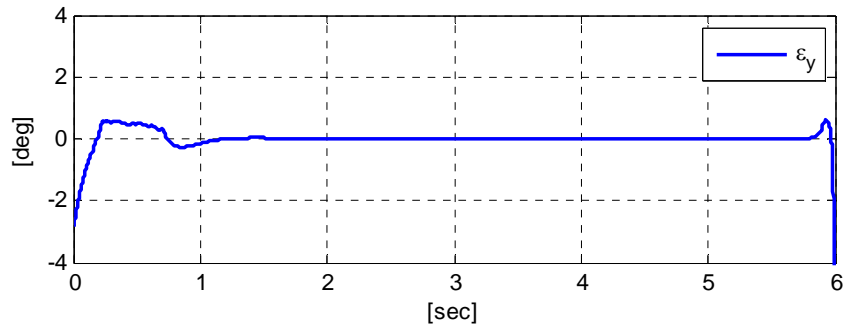


그림 3-3. 기존 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 1.)

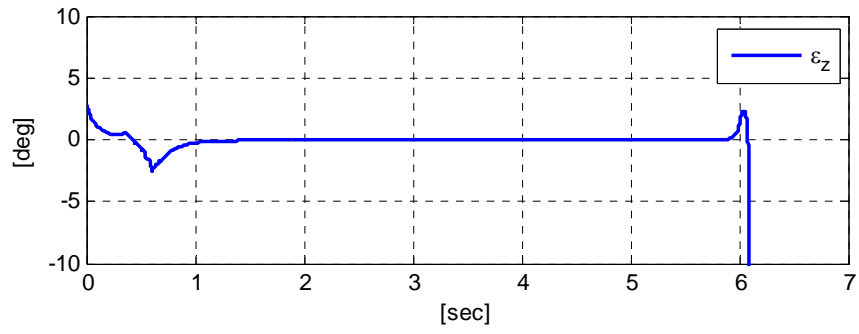
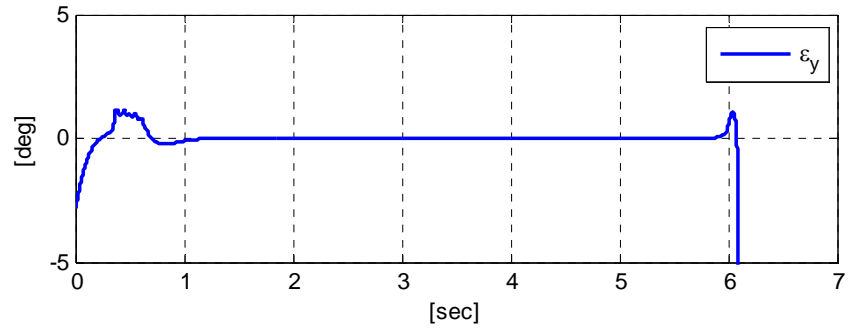


그림 3-4. 제안한 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 2.)

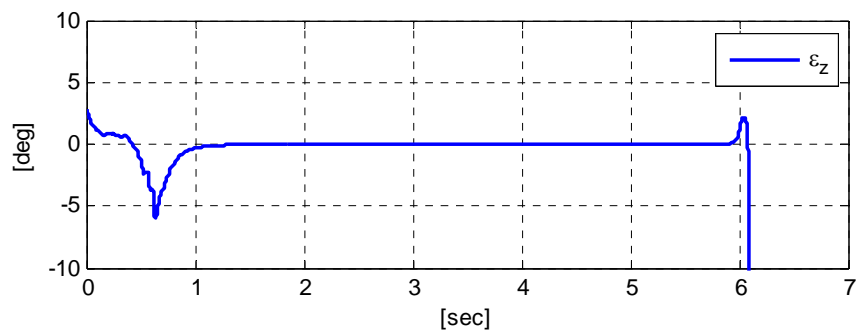
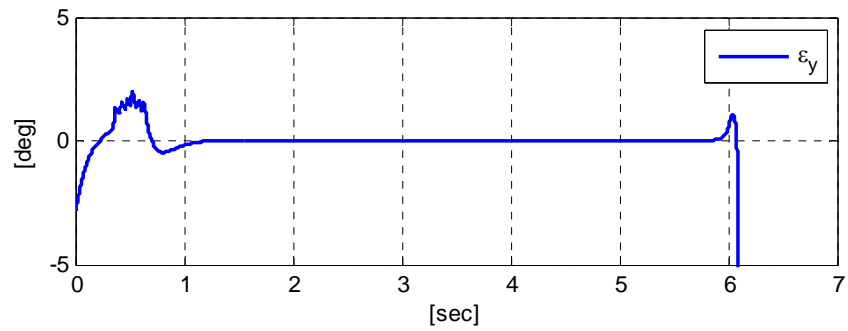


그림 3-5. 기존 탐색기 제어기를 적용한 조준선 오차 (Case 2.)

실험 결과를 통하여 알 수 있듯이 조준선 오차는 앞선 절에서 제시한 정리 5에서 밝힌 바와 같이 비행 중 시야각을 크게 벗어나지 않고 있음을 확인할 수 있다. 또한 예상한 바와 같이 목표물 요격 시점에서는 표적과 미사일 탐색기 간의 거리가 가까워짐에 따라 상대적으로 시선 변화율이 급격히 증가함으로써 조준선 오차가 한계 범위를 벗어나고 있음을 확인할 수 있다. 이는 표적의 특징점이 탐색기의 Field-of-View를 벗어나기 때문에 발생하는 현상으로 파악할 수 있다. 하지만 조준선 오차가 한계 범위를 벗어나더라도 한계 범위를 벗어나는 시점이 목표물의 요격 시점과 일치하여 미사일의 표적 요격 성능에는 영향을 미치지 않을 것으로 판단된다. 또한 [47]에서 제시한 기존의 탐색기 제어기와 비교하여 표적 추격 성능에서 외란에 더 강인한 제어기임을 확인할 수 있으며 그 성능 또한 더 우수함을 알 수 있다.

4. 결론 및 향후 연구 과제

본 논문에서는 미사일 탐색기에 영상센서를 도입함으로써 고성능, 고효율의 제어 성능을 보장할 수 있는 탐색기 제어기를 설계하였다. 특히 제안하고 있는 탐색기 제어기는 표적의 깊이에 대한 정보 없이도 조준선 오차를 빠르게 수렴시켜 표적을 추적할 수 있음을 이론적, 실험적으로 보였다.

먼저 표적의 운동을 추정하기 위하여 표적과 카메라가 모두 이동하는 환경을 고려한 호모그래피 행렬을 소개하였다. 호모그래피 행렬은 서로 다른 두 위치에서 획득한 표적 영상에서의 표적 특징점 좌표 간의 관계를 나타내는 행렬이다. 이 행렬은 표적의 위치 및 자세와 탐색기 영상 센서의 운동과 관련된 파라미터들을 모두 포함하고 있으므로 영상센서나 표적의 포즈를 추정하는 문제에서 매우 유용하게 사용할 수 있다. 그러나 기존의 호모그래피 행렬의 유도 과정에서는 표적 혹은 탐색기의 영상 센서가 동시에 이동하는 상황에서는 적용하기 어려운 점이 있었다. 이에 따라 표적과 탐색기의 운동 모두를 고려한 호모그래피 행렬을 유도하여 이 호모그래피 행렬의 분해 결과가 영상 센서와 표적의 운동 정보를 모두 포함하고 있음을 보였다.

다음으로 기존의 탐색기 제어기와 관련된 다양한 기법들을 소개하였다. 이후 이 내용을 바탕으로 표적의 운동 정보 추정기를 구성하였다. 표적의 크기에 대한 정보를 가지고 있다는 가정 하에 적절한 관측치를 설정함으로써 표적 운동에 대한 상대 방정식을 선형 시불변 시스템 형태로 기술할 수 있음을 보였으며 이를 바탕으로 루엔버거 관측기에 기반하여 표적의 병진 운동 정보 추정기를 설계하였다. 또한 가관측성 분석을 통하여 설계된 추정기는 탐색기의 운동과 무관하게 항상 표적의 추적이 가능함을 확인하였고 표적의 크기 정보에 불확실성이 존재하는 경우에 대한 수렴성 분석을 제공하였다.

또한 구면 좌표계를 도입하여 탐색기의 동역학 방정식을 유도하고 표적 병진 운동 추정치를 사용하여 시선변화율의 추정기 또한 구성하였다. 또한 이러한 추정기를 바탕으로 시선변화율을 보상한 탐색기 제어 명령을 생성하여 줌으로써 조준선 오차를 빠르게 수렴시킬

수 있음을 보였다. 이 과정에서 표적의 크기 정보에 불확실성이 존재하는 경우 조준선 오차의 수렴성에 대한 분석 또한 제공함으로써 기존의 탐색기 제어기보다 우수한 성능을 나타낼 수 있음을 확인하였다.

마지막으로 모의 실험을 통하여 같은 미사일 유도 상황에서 기존의 탐색기 제어기와 본 논문에서 제시한 탐색기 제어기의 성능을 비교함으로써 제안한 탐색기 제어기의 실용성을 입증하였다.

본 논문에서는 이동 표적을 고려하고 있지만 표적의 운동을 병진 운동으로 가정하였기 때문에 일반적인 표적의 운동을 모두 고려할 수 없다. 따라서 표적의 회전을 고려한 표적 운동 추정기를 설계하고 이를 탐색기 제어기에 적용하는 연구를 통하여 유도 무기 기술을 발전시킬 수 있을 것으로 기대된다. 또한 표적의 정보를 전혀 알 수 없는 경우에 대한 연구 또한 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] T.L Song and J.L. Speyer, "A Stochastic Analysis of a Modified Gain Extended Kalman Filter with Application to Estimation with Bearings-Only Measurements." IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 30, No. 10, pp. 940~49, Oct. 1985
- [2] T.L Song, "Observability of Target Tracking with Bearings-Only Measurements." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, Vol. 32, No.4, pp. 1468~1472, Oct. 1996
- [3] O. Faugeras, Three-Dimensional Computer Vision, The MIT Press, 1993
- [4] R. M. Haralick and H. Joo, "2D-3D Pose Estimation.", IEEE International Conference on Pattern Recognition, 1988
- [5] T. J. Broida and R. Chellappa, "Estimation of Object Motion Parameters from Noisy Images." IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 8, No. 1, pp.90~99, Jan. 1986.
- [6] T. J. Broida, S. Chanrashekhar, and R. Chellappa, "Recursive 3-D Motion Estimation from a Monocular Image Sequence." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 26, No. 4, pp. 639~656, July 1990

- [7] M. Sassano, D. Carnevale, and A. Astolfil, "Observer Design for Range and Orientation Identification." *Automatica*, Vol. 46, pp. 1369~1375, June 2010
- [8] C. Cao and N. Hovakimyan, "Vision-Based Aerial Tracking using Intelligent Excitation," *Proceedings of the 2005 American Control Conference*, pp.5091~5096, 2005
- [9] Fogel, E. and Gavish, M, "N-th Order Dynamics Target Observability from Angle Measurements," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 24, No. 3, pp.305~308, May. 1988
- [10] S. C. Nardone and V. J. Aidala, "Observability Criteria for Bearings-Only Target Motion Analysis." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 17, No. 2, pp.161~166, 1981
- [11] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems." 3rd ed., Prentice Hall, 2002.
- [12] V. K. Chitrakaran, D. M. Dawson, J. Chen, and H. Kannan, "Velocity and Structure Estimation of a Moving Object Using a Moving Monocular Camera." *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, June 2006
- [13] Pastrick, H., Seltzer, S., and Warren, M., "Guidance Law for Short-Range Tactical Missiles." *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, pp.98~108, March-April 1981

- [14] F. W. Nesline and P. Zarchan, "Line-of-Sight Reconstruction for Faster Homing Guidance.", *Journal of Guidance and Control*, Vol. 8. 1, 1985
- [15] W.S. Ra, I.H. Whang and J.Y Ahn, "Robust Horizontal Line-of-Sight Estimator for Sea Skimming Anti-Ship Missile with Two-Axis Gimballed Seeker", *IEEE Proc. Radar Sonar Navigation.*, Vol.152, No.1, Feb. 2005
- [16] Ekstrand, B., "Tracking Filters and Models for Seeker Applications." *IEEE Transactions on Aerospace and Electric Systems*, Vol. 37, pp. 965~977
- [17] H.C. Longuet-Higgins, "A Computer Algorithm for Reconstructing a Scene from Two Projections" *Nature*, Vol. 293, No. 10, Sep. 1981
- [18] Y. Ma, S. Soatto, J.Kosecka and S.Sastry, "An Invitation to 3-D Vision: From Images to Geometric Models." New york, Springer Verlag, Vol. 237, pp.66~78, 1998.
- [19] S.Soatto, R. Frezza, P.Perona, "Motion Estimation via Dynamic Vision," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 41, No. 3, pp.393~413, Mar. 1996
- [20] F.L. Lewis, L. Xie, D. Popa, "Optimal and Robust Estimation : with an Introduction to Stochastic Control Theory." CRC Press, 2008

- [21] G. Chesi, D. Prattichizzo, A. Vicino "Straight Line Path-Planning in Visual Servoing." *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 129, pp. 541~543, Jul. 2007.
- [22] J.J Craig, "Introduction to Robotics." Prentice Hall, 1989
- [23] Peter J. Kennedy, Rhonda L. Kennedy, "Direct versus Indirect Line of Sight Stabilization.", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. Vol. 11. No. 1. pp. 3~15, 2003
- [24] A. K. Rue, "Stabilization of Precision Electrooptical Pointing and Tracking Systems." *IEEE Transactions on Aerospace and Electric Systems*, Vol. 5, No. 5, pp. 805~810, Sep. 1969
- [25] Michael K. Masten, "Electromechanical Systems for Optical Target Tracking Sensors." *Selected Papers on Precision Stabilization and Tracking Systems for Acquisition, Poing, and Control Applications*, SPIE Milestone Series, Volume MS 123, pp. 243~269, 1996
- [26] O. Tahri, A. Y. Tamtsia, Y. Mezouar, and C. Demonceaux, "Visual Servoing Based on Shifted Moments." *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 31, No. 3, pp.798~804, Jun. 2015
- [27] C. P. Lu, G. D. Hager, and E. Mjolsness, "Fast and Globally Convergent Pose Estimation from Video Images", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000

- [28] D. F. DeMenthon and L.S. Davis, " Model-Based Object Pose in 25 Lines of Code", International Journal of Computer Vision, 1995
- [29] P. David, D. DeMenthon, R. DuraisWami, and H. Samet, "SoftPOSIT: Simultaneous Pose and Correspondence Determination", European Conference on Computer Vision, 2002
- [30] R. Hartely and A. Zisserman, "Multiple-vies Geometry", 2nd Edition, Cambridge, 2005
- [31] C.T Cheng "Linear System Theory and Design", Oxford, 1999
- [32] F. Chaumette, P.Rives, and B.Espiau, "Positioning of a Robot with Respect to an Object, Tracking It, and Estimating Its Velocity by Visual Servoing." in Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, CA, USA, pp. 2248~2253, Apr. 1991
- [33] Y. O. Kim and I. J. Ha, "Time-Optimal Control of a Single-DOF Mechanical Systems Considering Actuator Dynamics." IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 11, No. 6, pp. 912~932, Nov. 2003.
- [34] S.Segal, A. Carmi, and P. Gurfil, "Streovision-Based Estimation of Relative Dynamics Between Noncooperative Statelites : Theory and Experiments," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 22, No. 2, pp.568~584, Mar. 2014

- [35] B.Espiau, "A New Approach to Visual Servoing in Robotics," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 8, No. 3, pp.313~327, Jun. 1989
- [36] N. J. Cowan and D. E. Chang, "Geometric Visual Servoing," IEEE Transactions on Robotics, Vol 21., No. 6, pp.1128~1138, Dec. 2005
- [37] K. Peng, S. Zhao, F. Lin, and B. M. Chen, "Vision Based Target Tracking/Following and Estimation of Target Motion." AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Boston, MA, USA, Aug. 2013
- [38] Z. Li, N Hovakimyan, V. Dobrokhodov, and I. Kaminer, "Vision-Based Target Tracking and Motion Estimation Using a Small UAV." in Proc. 49th IEEE Conference on Decision and Control, Atlanta, GA, USA, pp. 2505~2510, Dec. 2010
- [39] O. Fauregas and F. Lustman, "Motion and Structure from Motion in a Piecewise Planar Environment." International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Vol. 2, No. 3, pp. 485~508, Sep. 1988
- [40] E. Malis and F. Chaumette, "2-1/2 D Visual Servoing with Respect to Unknown Objects Through a New Estimation Scheme of Camera Displacement," International Journal of Computer Vision, Vol. 37, No. 1, pp. 79~97, 2000

- [41] G. H. Golub, C. F. Van Loan, "Matrix Computations." 3rd Ed., Johns Hopkins, 1996
- [42] Williams, D. E., Friedland, B., and Madiwale, A. N. Modern "Control Theory for Design of Autopilots for Bank-To-Turn Missiles." Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 10, 4, pp.378~386, 1987
- [43] Yeom, J. H., et al. "Terminal-Phase Optimal Guidance Law for BTT Missiles Considering Significant Autopilot dynamics." Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Portland, OR, Aug. 8~11, pp. 1247~1252, 2011
- [44] Lee, S. Y., Lee, J. I., and Ha, I.J. "Nonlinear Autopilot for High Maneuverability of Bank-To-Turn Missiles." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 37, 4, pp.1236~1253, 2001
- [45] Tordoff, B. and Murray, D. "Reactive Control of Zoom While Fixating Using Perspective and Affine Cameras." IEEE Transactions on Pattern Analysis and machine Intelligence, Vol 25, No. 1, pp.31~38, Jan. 2004
- [46] L. Lau, P. Cross, and M, Steen, "Flight Tests of Error-Bounded Heading and Pitch Determination with Two GPS Receivers," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 48, No. 1, pp. 388~404, Jan. 2012

[47] J. H. Kwon, E. H. Song, and I. J. Ha, "6 Degree-of-Freedom Motion Estimation of a Moving Target using Monocular Image Sequences", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 49, No. 4, pp. 2818~2827, Oct. 2013

[48] J. H. Kwon, "A Position-Based Visual Servoing Approach for Tracking a Moving Target under Visibility Constraint without Depth Information", Aug. 2015

[49] D. H. Park, J. H. Kwon, and I. J. Ha, "A Novel Position-Based Visual Servoing Approach to Robust Global Stability Under Field-of-View Constraint." IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 59, No. 12, pp. 4735~4752, Dec. 2012

[50] J. H. Yeom, S. H. Song, J. W. Hong, and I. J. Ha, "Singular Perturbation-Like Approach to Compensation of Actuator Dynamics Effect in Missile Control", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 50, No. 4, pp.2417~2439, Oct. 2014

Abstract

This dissertation proposes a high-performance controller of an on-board missile seeker using vision information. The seeker controller can approach to a moving target without knowing the information of the target depth.

Our approach consists of two parts: 1) an innovative time invariant linear estimator of the target motion, 2) a nonlinear seeker controller.

First, by using the parameters of the homography matrix for a moving target, we derive the dynamic equation of a moving target as a time invariant system. This equation was derived under the assumption that the velocities of both seeker and the target are varying slowly. Based on the derived dynamic equation of the target motion, an innovative time invariant linear estimator is constructed, which could provide the information of target velocity. Different from the previous works, the proposed estimator does not require any motion of the seeker, such as snaking or accelerating of the seeker, for estimation convergence. Besides, it can guarantee the convergence even without knowing the information of the target depth.

Next, a nonlinear seeker controller to bring the boresight error down to zero is proposed. We present some rigorous mathematical convergence analysis to demonstrate that the proposed seeker

controller can track the moving target even when the information of the target depth is not given. Furthermore, we present the simulation result of conventional seeker controller to clarify the practicability of the proposed seeker controller. Thus, the proposed approach should be used and applied widely in industries and military applications.

Keywords : Target Motion Estimation, Luenberger Observer, Missile Seeker Controller, Nonlinear Feedback Control, Boresight Error

Student Number : 2010-23289