

이중 가격을 통한 수익극대화-선형 수요함수의 경우*

남 익 현**

《目 次》

- | | |
|---------------------|------------|
| I. 서 론 | IV. 시장의 분할 |
| II. 선형 수요함수와 단일 가격제 | V. 결 론 |
| III. 가격 차별화 | |

I. 서 론

기업의 목적이 이익극대화라고 할 때 이를 달성하기 위해 필요한 것이 수익을 극대화하는 것과 비용을 최소화하는 것이다. 그리고 수익극대화를 위한 수단 중 중요한 것으로 가격차별화를 들 수 있다. 본 논문에서는 가격차별화를 통한 수익증대에 대해 살펴보기로 한다. 논의를 보다 구체적으로 진행하기 위해서 가격차별화는 고객의 수요에 맞추어 2개의 가격으로 차별화할 수 있다고 전제 하기로 하자. 차별적 가격의 종류가 2개 이상인 경우에도 동일한 논리가 적용될 수 있다. 또한 대상인 되는 수요함수가 선형함수의 형태를 갖는다고 하자. 다른 형태를 가진 수요함수의 경우에도 본 논문에서의 결과가 구체적인 수치에서는 차이가 있지만 본질적인 의미에 있어서는 계속 유효하다고 할 수 있을 것이다.

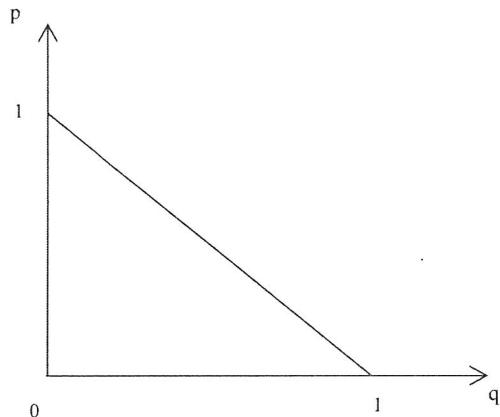
여기서 2개의 가격으로 '차별화'할 수 있다는 전제에 대해 설명하기로 하자. 가격차별화를 통해 수익을 증가시킬 수 있다는 것은 놀라운 사실이 아니다. 오히려 고객들에게 가격차별화를 할 수 있도록 시장을 분할할 수 있는 것이 매우 중요한 전제가 된다. 가격차별화를 시행하고자 할 때 시장 분할이 제대로 되지 않을 경우 높은 가격을 제시 받은 고객이 낮은 가격의 제품을 선택하고자 할 것이다. 이 경우 낮은 가격으로 단일 가격이 제시된 경우와 동일하게 되어 가격차별화를 통한 예상 수익을 달성하지 못하게 된다.

* 본 연구는 서울대학교 경영정보연구소의 연구비 지원에 의해 이루어졌습니다.

** 서울대학교 경영대학 교수

II. 선형 수요함수와 단일 가격제

본 논문에서 분석하고자 하는 수요함수는 선형 수요함수로 보다 구체적으로는 $p = 1 - q$ 의 형태를 갖는다고 하자. 보다 일반적인 $p = a - bq$ 의 경우에도 유사한 결과를 얻을 수 있다. 먼저 가격차별화의 효과를 살펴보기 위해 비교대상으로서 단일 가격제에서 최적의 가격을 구하고 해당 수익을 구하기로 하자. 여기에서 공급량은 무한대로 본다. 한가지 유념할 것은 생산을 위해 투입 한 원가는 매몰원가(sunk cost)로 수익극대화에는 영향을 미치지 않는다는 사실이다. 따라서 투입원가와는 무관하게 수익을 극대화하기 위한 가격책정이 중요하다. 이는 우리가 경제학에서 다루는 수요-공급 곡선과는 다른 것이다. 수요-공급 곡선에서는 해당 물건을 생산하기 이전의 사전적(ex ante) 의사결정을 다룬다. 잠재 수요자와 공급자가 각기 반응할 내용이 수요-공급곡선에 나타나고 이로부터 수요량과 공급량이 일치하는 균형가격이 시장가격으로 형성된다는 것이다. 하지만 우리의 모형에서는 사후적(ex post) 가격결정에 대한 것을 다룬다. 일정량의 제품을 이미 확보하고 있을 때 이를 판매하기 위해 최적의 가격결정을 도모하는 것이다.



〈그림 1〉 선형 수요함수

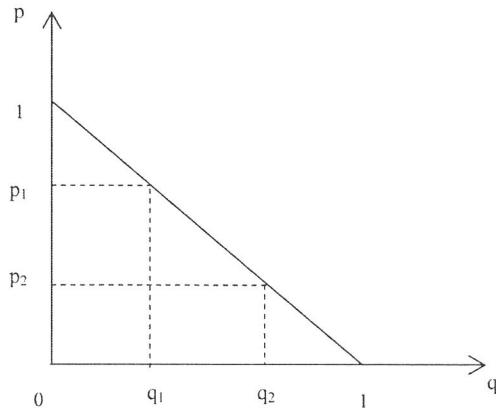
단일 가격 p 를 적용할 경우 수익은 다음과 같다.

$$R = (1 - q)q$$

수익을 최대화하는 최적가격은 $p^* = 0.5$ 이고 이때 수익은 $R^* = 0.25$ 가 된다.

III. 가격 차별화

본 절에서는 2가지 가격으로 가격차별화를 할 경우 수익이 증가할 수 있음을 분석하기로 한다. 앞서 언급한 바와 같이 가격차별화가 수익을 증가시키기 위해서는 중요한 전제조건이 시장이 가격 대 별로 분할이 된다는 것이다. 이러한 문제의 중요성은 아래에서 다시 살펴 보기로 한다. 2가지 가격 중 높은 가격을 p_1 으로 표시하고 낮은 가격은 p_2 로 표시하기로 한다. 가격차별화를 통한 수익극대화를 실행하는데 있어 중요한 고려 사항은 공급량이다. 우리가 상정하고 있는 상황은 일정 투자가 이루어져서 시장에 제공할 수 있는 제품의 수량이 한정되어 있는 경우이다. 제품의 공급 가능한 수량에 따라 최적 가격차별화 전략이 달라질 수 있음에 유의하여야 한다. 따라서 제품의 공급량에 따라 3가지 경우로 나누어 분석하기로 한다. 아래 <그림 2>는 2개의 가격으로 차별화를 할 경우를 나타내고 있다.



<그림 2> 이중 가격제

3.1 공급량이 무한대인 경우

이 경우 수익함수는 $R = (1 - q_1)q_1 + (1 - q_2)(q_2 - q_1)$ 가 되고 이를 최대화하는 2개의 가격을 설정하여야 한다. 수익함수 식은 가격변수 (p_1, p_2)로 표현할 수도 있고 수량변수 (q_1, q_2)로 표현할 수도 있는데, 우리 모형에서는 수량변수로 표현하고 있다. 이때 조건으로는 $p_1 \geq p_2$ 을 만족하여야 한다. 이를 풀면 최적해는 $p_1^* = \frac{2}{3}$, $p_2^* = \frac{1}{3}$ 이고 최적 목적함수 값은 $1/3$ 이 된다. 따라서 2절에서 다룬 단일 가격제의 최적 목적함수 값인 $1/4$ 보다 $1/12$ 증가하게 된다.

3.2 공급량이 0.75인 경우

이 경우 최적화 문제를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Max} \quad -q_1^2 + q_1 q_2 + q_2 - q_2^2$$

subject to

$$q_1 - q_2 \leq 0$$

$$q_2 \leq 0.75$$

$$q_1, q_2 \geq 0$$

여기서 Lagrangian을 표시하면 다음과 같다.

$$L = -q_1^2 + q_1 q_2 + q_2 - q_2^2 + \delta_1(q_2 - q_1) + \delta_2(0.75 - q_2)$$

이를 바탕으로 Kuhn-Tucker 필요조건을 구하면, 다음과 같다.

$-2q_1 + q_2 - \delta_1 \leq 0, q_1 \geq 0,$ $q_1 + 1 - 2q_2 + \delta_1 - \delta_2 \leq 0, q_2 \geq 0,$ $q_1 - q_2 \leq 0, \delta_1 \geq 0,$ $q_2 \leq 0.75, \delta_2 \geq 0,$	Complementary Slackness $(-2q_1 + q_2 - \delta_1)q_1 = 0$ $(q_1 + 1 - 2q_2 + \delta_1 - \delta_2)q_2 = 0$ $(q_2 - q_1)\delta_1 = 0$ $(0.75 - q_2)\delta_2 = 0$
---	--

각 제약식의 우측에 표현된 4개의 complementary slackness conditions로부터 16가지 경우의 조건식이 도출된다. 이들 16가지 경우 중 $q_1 = q_2 = 0$ 인 경우는 최적해가 될 수가 없으므로 이를 제외하면 우리는 다음의 8가지 경우를 검토하면 된다.

〈표 1〉 Complementary slackness에 따른 개별 조건

case	1	2	3	4	5	6	7	8
q_1	0	0						
$-2q_1 + q_2 - \delta_1$			0	0	0	0	0	0
q_2			0	0				
$q_1 + 1 - 2q_2 + \delta_1 - \delta_2$	0	0			0	0	0	0
δ_1	0	0	0	0	0	0		
$q_2 - q_1$							0	0
δ_2	0		0		0		0	
$0.75 - q_2$		0		0		0		0

이 중 우리는 [case 5]를 풀어 보자. complementary slackness에서 $\delta_1 = \delta_2 = 0$ 임을 알 수 있다. 이로부터, $q_2 = 2q_1$, $q_1 + 1 - 4q_1 = 0$ 을 유도할 수 있다. 따라서, 최종적으로 $q_1 = 1/3$, $q_2 = 2/3$ 을 구할 수 있다. 이를 값이 나머지 Kuhn-Tucker 조건을 만족시킴을 확인할 수 있다. 또한 [case 5]를 제외한 모든 경우에는 Kuhn-Tucker 조건을 만족하지 못함을 보일 수 있다. 따라서 최적해는 $q_1 = 1/3$, $q_2 = 2/3$ 이고 최적 목적함수값은 $1/3$ 이 된다. 이는 우리가 예상할 수 있듯이 공급량 제한이 없는 경우와 동일한 결과가 나왔다.

다음으로는 현재 최적해에서 나온 총공급량인 $q_2 = 2/3$ 을 공급부족으로 전량 공급할 수 없는 경우를 다루기로 하자.

3.3 공급량이 0.5인 경우

앞서 푼 경우에서의 Kuhn-Tucker 조건에 0.75를 0.5로 대체를 한 것이 필요조건이 된다. 이 경우에는 [case 6]에서만 실행가능해가 존재한다. [case 6]을 풀면 먼저 2개의 complementary slackness 조건에서 $\delta_1 = 0$, $q_2 = 1/2$ 을 구할 수 있고 이를 이용하여 나머지 complementary slackness 조건으로부터 $\delta_2 = 1/4$, $q_1 = 1/4$ 을 구하고 이를 값은 다른 Kuhn-Tucker 필요조건을 만족한다. 따라서 최적해는 $q_1 = 1/4$, $q_2 = 1/2$ 이고 최적 목적함수값은 $5/16$ 으로 단일가격제의 경우보다 $1/16$ 이 증가함을 알 수 있다.

3.4 공급량이 $5/12$ 인 경우

이 경우에도 [case 6]의 경우에만 Kuhn-Tucker 필요조건을 만족할 수 있다. [case 6]을 풀면 $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = 3/8$, $q_1 = 5/24$, $q_2 = 5/12$ 을 구할 수 있으며 이때 최적 목적함수값은 $165/576$ 이 됨을 알 수 있다.

〈표 2〉 상황별 최적 의사결정 및 이익

case	최적 의사결정		이익
단일가격제의 경우	$q=0.5$		$1/4$
이중가격제	공급량제한: 0.75	$q_1 = 1/3$, $q_2 = 2/3$	$1/3$
	공급량제한: 0.5	$q_1 = 1/4$, $q_2 = 1/2$	$5/16$
	공급량제한: $5/12$	$q_1 = 5/24$, $q_2 = 5/12$	$165/576$

IV. 시장의 분할

여기서 가격차별화의 전제가 되는 시장분할이 이루어지지 않는 경우를 살펴보자. 공급량의 제한이 없는 경우, 이중 가격제를 통해 2/3의 가격으로 1/3의 수요를 충족하고 1/3의 가격으로 나머지 수요 1/3을 충족시키고자 하였다. 편의상 가격이 2/3인 시장을 고급시장으로, 가격이 1/3인 시장을 저가시장으로 부를 경우, 두 가지 시장의 연결을 방지하는 것이 중요하다.

두 시장의 분할이 이루어지지 않을 경우, 본래 2/3에 해당하는 가격을 수용할 고객들, 즉 고급시장의 고객들이 1/3 가격의 시장인 저가시장으로 이동한다. 따라서, 결과적으로 1/3 단일 가격을 제시한 것과 동일하게 된다. 이 경우 수익함수 값은 2/9가 되어 2절에서 다룬 단일 가격제의 경우보다도 오히려 1/36만큼 수익이 감소하는 결과가 나온다.

이와 같이, 시장 분할의 유효성은 가격차별화에 있어 매우 중요한 전제가 됨을 확인할 수 있다. 또한, 시장 분할이 제대로 안된 경우에는 오히려 수익이 감소할 수 있음에 유의하여야 한다.

V. 결 론

본 논문에서는 선형 수요함수의 경우 이중가격제가 수익극대화에 어떠한 영향을 미치는지를 구체적으로 살펴보았다. 또한 최적의 이중가격제를 적용하고자 할 때 공급량의 제한이 유효할 경우 최적해가 어떻게 달라지는지도 살펴보았다. 그리고 무엇보다도 중요한 것이 가격차별화의 유효성을 위한 전제조건으로서 시장의 분할이라 할 수 있으며, 예시를 통해 시장분할이 이루어지지 않을 경우의 효과를 살펴보았다. 각 기업은 가격차별화를 통해 수익극대화를 도모하는 것이 필요하지만 가격대별로 시장이 분할이 되도록 하는 것이 매우 중요함을 알 수 있다.

시장을 차별화할 수 있는 방안으로는 여러 가지를 생각해 볼 수 있다. 예를 들면, 지역적으로 분리된 시장에 대해서 가격을 차별화한다던지, 제품에 대한 부가서비스를 통해 시장을 차별화할 수 있다. 이렇듯, 단순히 가격차별화만을 시행하기 보다는 여러 가지 경영전략과 연계된 복합전략을 구사하는 것이 기업의 경쟁력 강화에 도움을 줄 수 있다.

또한, 공급 용량의 고려도 가격차별화에 있어서 중요한 요소라고 할 수 있다. 3장에서 살펴본 바와 같이, 공급량의 제한에 따라 기업의 최적 의사결정이 변화한다. 수요의 측면만을 고려하여 가격을 설정하는 단계에서 벗어나, 적절한 설비 계획을 통해 공급량을 조절하는 것이 기업의 장기적 이익에 도움을 줄 수 있다. 특히, 설비투자는 대규모의 자본을 요하는 전략적 의사결정이므로, 가격차별화를 통한 수요증가로 부터의 이익과 설비투자 비용을 고려할 필요가 있다.

요컨대, 가격차별화의 실시할 경우, 기본적인 수요의 분석과 더불어 시장 차별화 보장을 위한 연계전략의 수립과 공급량 제한의 효과를 모두 고려할 경우에만 가격차별화로 인한 이익을 적절하게 보장할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. Bazaraa, M. & Shetty, C. M. 1979. *Nonlinear programming: Theory and algorithms*. John Wiley & Sons.
2. Dickson, P. R. & Ginter, J. T. 1987. Market Segmentation, Product Differentiation, and Marketing Strategy. *Journal of Marketing*, 51(2):1-10.
3. Tirole, J. 1988. *The Theory of Industrial Organization* , The MIT Press..