creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

이학석사 학위논문

가벼운 별 주변 원시행성계원반의 중력불안정

Gravitational Instability of Protoplanetary Disks around Low-Mass Stars

2021년 8월

서울대학교 대학원

물리·천문학부 천문학전공

이 가 인

가벼운 별 주변 원시행성계원반의 중력불안정

Gravitational Instability of Protoplanetary Disks around Low-Mass Stars

지도교수 김 웅 태

이 논문을 이학석사 학위논문으로 제출함

2021년 6월

서울대학교 대학원

물리·천문학부 천문학전공

이 가 인

이 가 인의 이학석사 학위논문을 인준함

2021년 8월

위 원 장 _____

부 위 원 장 _____

위 원 _____

초 록

무거운 원시행성계원반은 중력불안정을 통해 나선팔을 형성하거나, 분열하여 거대 기체 행성을 만들 수 있으며, 가벼운 별 주변에서 발견되는 나선팔과 거대 기체 행성은 중력불안정의 결과물일 가능성이 높다. M형처럼 가벼운 별 주변 원시행성계원반의 중력불안정을 조사하기 위하여, GIZMO 코드를 이용한 3차원 유체역학 수치실험을 수행하였다. 이때 중심별로부터의 복사와 샤쿠라-서냐예프 α 점성에 의한 기체의 가열, 원반의 동적 시간에 걸쳐 일어나는 β 냉각을 에너지 방정식에 포함하였다. 중심별의 질량 M_*와, 원반의 질량 M_d, 원반의 크기 $R_{\rm out}$을 달리 한 72개의 모형을 통해 원반이 중력적으로 불안정해지는 조건을 구하고자 하였다. 그 결과, 원반이 중력불안정을 겪기 위해서는 중심별에 대한 원반의 질량비 M_d/M_*가 적어도 0.2 이상이 되어야 함을 발견하였다. 중력불안정을 겪는 최소의 질량비는 M_*가 작을수록, $R_{\rm out}$이 클수록 증가하는 경향이 있다. 원반의 중력불안정 조건은 원반의 바깥 가장자리에서 측정한 툼레 안정화 변수 $Q_T(R_{\rm out})$으로 잘 기술된다. $Q_T(R_{\rm out}) < 0.4$인 원반은 축대칭 섭동이 고리로 성장하여 기체 덩어리로 분열하고, $0.4 < Q_T(R_{\rm out}) < 0.6$인 원반은 비축대칭 섭동이 나선팔로 성장하여 분열을 겪는다. 한편, $0.8 < Q_T(R_{\rm out})$인 원반은 중력적으로 안정적인데, $0.6 < Q_T(R_{\rm out}) < 0.8$인 불안정 경계에 있는 원반에서는 나선팔이 오랜 시간 동안 존재할 수 있다. 중력불안정으로 나선팔이 생성되기 위한 원반의 최소 질량은 0.05 $M_\odot$이며, 이보다 작은 원반에서의 나선팔은 중력불안정을 통해 형성되기 어렵다. 중력불안정으로 형성된 나선팔의 피치각은 원반의 질량이 클수록, 나선팔의 비선형도가 클수록 큰 값을 가지는 경향이 있다. 본 논문에서는 수치실험 결과를 사전연구들과 비교하고, 나선팔의 피치각을 실제 관측과 비교하여 논의한다.

주요어: 물질유입 원반, 원시행성계원반, 행성형성, 유체역학, 중력불안정

학 번: 2018-22988

Contents

초록 **i**

List of Figures **vii**

List of Tables **ix**

1 서론 **1**

1.1 원시행성계원반의 관측과 세부구조 1

1.2 원시행성계원반의 중력불안정 4

1.2.1 나선팔의 기원 6

1.2.2 행성의 형성 7

1.3 작은 질량 별 근처에서의 중력불안정 9

1.3.1 관측 9

1.3.2 이론 10

1.4 논문의 구성 12

2 원반의 초기조건 **13**

2.1 원반의 표면 밀도 분포 13

2.2 원반의 온도 분포 14

2.3 원반의 두께 16

2.4 원반의 부피밀도 분포 17
2.5 원반의 회전속도 18
2.6 매개변수 공간 18

3 방법 **21**
3.1 유체역학의 기본방정식 21
3.2 유체역학의 기술방식 23
3.3 수치해석 코드: GIZMO 23
3.4 중심별로의 강착 24
3.5 원반의 난류: 샤쿠라-서냐예프 $\alpha-$점성 28
3.6 원반의 냉각: β 냉각법 29
3.7 원반의 가열: 중심별 복사가 포함된 수정 β 냉각법 30

4 결과 **31**
4.1 원반의 진화 양상 31
4.1.1 중력적으로 안정한 원반의 진화 32
4.1.2 나선팔을 가진 원반의 진화 32
4.1.3 분열되는 원반의 진화 33
4.2 원반의 중력불안정 조건 34
4.2.1 모성에 대한 원반의 질량비 기준 40
4.2.2 툼레 안정화 변수 기준 42
4.3 나선팔의 진화 43
4.3.1 2차원 푸리에 변환 43
4.3.2 나선팔의 피치각 44

5 논의 **47**
5.1 사전연구들과의 중력불안정 기준 비교 47

5.2 실제 나선팔과의 피치각 비교 51
5.3 나선팔로 인한 물질 유입 51
5.4 실제 원반의 중력불안정 가능성 53

6 요약 및 결론 **55**

Bibliography **57**

ABSTRACT **67**

List of Figures

1.1 다양한 형태를 가지는 원시행성계원반 3

3.1 강착 순서도 25

4.1 중력적으로 안정한 원반의 진화 35
4.2 나선팔이 있는 원반의 진화 36
4.3 나선팔에서 분열되는 원반의 진화 37
4.4 고리에서 분열되는 원반의 진화 38
4.5 모든 모형의 실험 결과 39
4.6 중심별에 대한 원반의 질량비로 보는 불안정 기준 41
4.7 툼레 안정화 변수로 보는 불안정 기준 42
4.8 팔이 한 개인 나선팔의 시간에 따른 피치각 변화 44
4.9 팔이 두 개인 나선팔의 시간에 따른 피치각 변화 45
4.10 분열되는 나선팔의 시간에 따른 피치각 변화 46

5.1 중심별로부터 가열된 원반의 온도 비교 49
5.2 실제 나선팔과의 피치각 비교 52

List of Tables

2.1 매개변수 공간 20

Chapter 1

서론

원시행성계원반(protoplanetary disk)은 별 생성 시 나타나는 주위구조로서, 성간운이 중력적으로 붕괴하면서 원시성(protostar)을 만들 때, 각운동량 보존법칙에 의해 원시성 주변에 생겨나는 기체와 먼지로 이루어진 회전 원반을 일컫는다(Terebey et al. 1984; Shu et al. 1987). 원시행성계원반은 행성들이 태어나는 요람과도 같은 장소로 매우 흥미로운 연구대상이다. 원시행성계원반을 관측하고 그 안에서 일어나는 물리적인 현상을 이해하는 것은 지구형 행성과 목성형 행성, 소행성과 혜성을 아우르는 태양계의 기원을 밝히는 데 있어 필수적이다. 또한 원시행성계원반 연구는 어떻게 지구에 생명체가 출현하게 되었는지, 생명체가 탄생하기 위해서 행성은 어떤 조건을 갖추어야 하는지, 태양계 바깥에 과연 생명체가 존재할 것인지 등의 근원적인 물음에 실마리를 제공할 수 있다.

1.1 원시행성계원반의 관측과 세부구조

중심별(또는 모성, host star)로부터 수 십에서 수 백 AU에 걸쳐 분포하는 원시행성계원반은 크기에 비해 상당히 멀리 떨어져 있기 때문에 과거에는 직접적인 관측이 어려웠다. 게다가 원시행성계원반의 수명은 2−4 Myr로 이는 태양질량 주계열성 수명의 ∼0.01%에 지나지 않는 찰나의 순간이므로 관측될 확률 또한 낮다(Kimura et al. 2016). 여기서 말하는 원시행성계원반의 수명이란 원반의 물질이 사라지는데까지 걸리는 시간을 뜻한다. 원반의

물질을 제거하는 대표적인 기작으로 중심별로의 물질유입(accretion, Shakura & Sunyaev 1973; Lynden-Bell & Pringle 1974), 자기장에 의해 야기되는 제트와 항성풍(Suzuki et al. 2010; Königl & Salmeron 2011), 그리고 중심별에서 방출되는 높은 에너지의 복사로 인한 광증발 효과(photoevaporation, Dullemond et al. 2007; Owen et al. 2012; Gorti et al. 2015) 등이 있다. 원시행성계원반의 관측이 어려웠던 또 다른 요인은 갓 태어난 별들이 성간물질에 둘러싸여 가시광 영역에서 잘 보이지 않는다는 점이다(Stapelfeldt et al. 1995). 이와 같은 관측의 어려움으로 인해 원반의 물리적인 특성들(예컨대, 원반의 크기, 질량, 밀도, 온도 등)은 관측으로부터 곧바로 알아내기가 어려웠으며 매우 부정확했다.

그러나 2013년 초거대 전파간섭계 ALMA(Atacama Large Millimeter/submillimeter Array)의 등장으로 인해 이 분야는 획기적인 국면을 맞이하게 되었다. 작동 파장이 수백 마이크로미터에서 센티미터에 이르는 ALMA는 다른 파장대역에서는 확인하기 어려웠던 원반의 깊숙한 곳까지 들여다볼 수 있을 뿐만 아니라, 높은 해상도를 겸비하고 있다. ALMA는 서브 밀리미터 파장대역에서 25−75 밀리초의 빔크기 관측이 가능한데, 이는 140 pc 거리에 있는 원시행성계원반을 3.5−10 AU까지 분해할 수 있음을 뜻한다(ALMA Partnership et al. 2015; Andrews et al. 2016; Clarke et al. 2018). ALMA를 통해 관측된 원시행성계원반의 모습은 가히 충격적이었는데, 놀라울 만큼 풍부하고 다양한 세부구조(substructures)를 가지고 있었기 때문이다. 여러 개의 고리(ring)와 간극(gap), 중심부에 텅 비어있는 공동(cavity), 비대칭적으로 치우쳐진 호(arc), 심지어 나선팔(spiral arm)이 관측되기도 했다(그림 1.1).

이러한 세부구조는 원반의 물질이 매끄럽게 분포할 것이라고 가정했던 고전적인 이론과는 상반된 것이었다. 세부구조의 기원에 대해서는 아직까지 많은 논의가 이루어지고 있으나, 원반에 숨어있는 행성들(embedded planets)의 존재를 간접적으로 시사할 수 있으며, 나아가 원반의 진화와 행성계의 구조(architecture)에 많은 영향을 줄 수 있기에 중요하다. 따라서 원반의 세부구조를 이해하려는 연구는 현재 활발히 진행되고 있다. 원시행성계원반의 구조에 대한 더 자세한 설명은 Andrews (2020)가 저술한 리뷰논문을 참고할 수 있다.

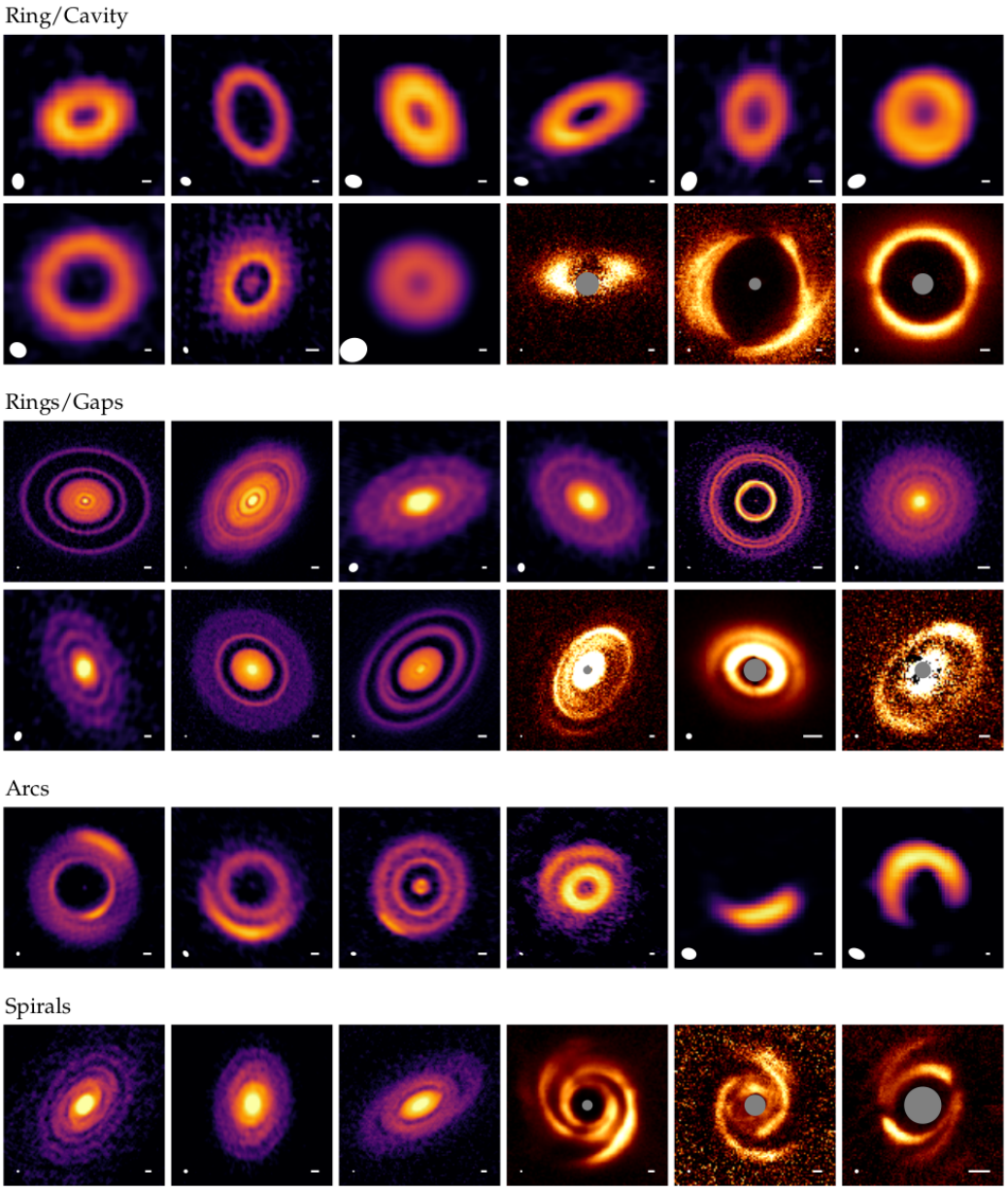

Figure 1.1. 다양한 형태를 가지는 원시행성계원반. 위에서부터 고리와 공동, 고리와 간극, 호, 그리고 나선팔이 있는 원반들을 보여준다. 보라색 이미지는 밀리미터 연속선 관측에 해당하며, 주황색 이미지는 근적외선 영역의 산란광 관측에 해당한다. 각각의 관측 빔크기가 왼쪽 아래 타원으로 표시되어 있다. 오른쪽 아래에 있는 막대자는 각 이미지에서 10 AU에 해당하는 축척이다. (원본: Andrews (2020)의 Fig.11)

1.2 원시행성계원반의 중력불안정

원시행성계원반에서 가장 지배적인 힘은 중심별이 만들어내는 중력이다. 원반의 질량이 대체로 중심별의 질량에 비해서 무시할 정도로 작기 때문이다. 관측으로부터 추정되는 원반의 질량은 중심별 질량의 0.1−10%로 알려져 있으나(Manara et al. 2018), 이는 원반의 나이가 1−3 Myr에 해당할 때이다. 이보다 더 이른 시기(< 1 Myr)의 원시행성계원반은 성간운에 둘러싸여 있어 관측하기 어렵지만, 앞서 제시한 값보다 더 클 것으로 예상된다(Mann et al. 2015; Tobin et al. 2015). 원반의 나이가 0.8 Myr인 Elias 27은 원반 질량이 중심별 질량의 ∼30%까지 추정될 만큼 무겁다(Andrews et al. 2009; Pérez et al. 2016; Paneque-Carreño et al. 2021; Veronesi et al. 2021)

원시행성계원반이 무거울수록 원반이 자체적으로 만들어내는 중력장의 효과가 중요해진다. 원반의 자체중력(self-gravity)은 원반의 기체를 중심면(mid-plane) 방향으로 수축하게 하는데, 이때 중력에 대항하는 힘들이 존재한다. 첫째는 기체의 수축에 따른 열에너지 증가로 인한 압력 경도력(pressure gradient force)이고, 둘째는 회전하는 원반에 작용하는 전단력(shear force)이다. 만약 중력이 나머지 두 힘보다 약하면 기체 덩어리는 수축을 멈추고 압력 경도력에 의해 다시 팽창하거나 전단력에 의해 찢어지고 말 것이다. 하지만 반대로 다른 힘들을 압도할만큼 중력이 강하다면 기체는 계속해서 수축한다. 이러한 상태를 중력불안정(gravitational instability)이라고 한다(Kuiper 1951; Cameron 1978).

각 힘이 작용하는 시간척도를 비교함으로써 원반이 중력적으로 불안정해질 조건을 간단히 특정할 수 있다(Armitage 2013; Dominik 2015). 먼저 중심별로부터 R만큼 떨어진 곳에 위치하는 크기 Δr, 질량 $m \sim \pi(\Delta r)^2\Sigma$의 기체 덩어리를 생각해보자. 이때 Σ는 기체 덩어리의 표면 밀도(surface density)이다. 기체 덩어리는 스스로의 중력에 의해 자유낙하 시간척도(free-fall timescale) $t_{\rm free}$로 수축하려고 할 것이다. 한편 압력이 음속(sound speed) c_s로 퍼져나간다고 할 때, 기체 덩어리를 가로지르는데 걸리는 시간을 $t_{\rm cross}$라고 하자. 마지막으로 기체 덩어리의 위치에서 회전 각속도가 Ω일 때 전단력이 작용하는

시간척도를 $t_{\rm shear}$라고 정의하면 각각의 시간척도는 식 1.1−1.3으로 표현될 수 있다.

$$t_{\rm free} \sim \sqrt{\frac{\Delta r^3}{Gm}} \sim \sqrt{\frac{\Delta r}{\pi G \Sigma}} \tag{1.1}$$

$$t_{\rm cross} = \frac{\Delta r}{c_s} \tag{1.2}$$

$$t_{\rm shear} = \left(R \frac{d\Omega}{dR} \right)^{-1} \sim \frac{1}{\Omega} \tag{1.3}$$

중력불안정은 $t_{\rm free}^2 \lesssim t_{\rm cross} \times t_{\rm shear}$일 때 일어나기 때문에, 이로부터 얻어지는 원반의 불안정 조건은 다음과 같다.

$$\pi G \Sigma \gtrsim c_s \Omega \tag{1.4}$$

즉, 원반은 무거울수록(Σ가 클수록), 차가울수록(c_s가 작을수록), 회전이 느릴수록(Ω가 작을수록) 중력적으로 불안정해지기 쉽다. 식 1.4를 고쳐 쓰면 아래와 같은 변수를 정의할 수 있다.

$$Q_T \equiv \frac{c_s \Omega}{\pi G \Sigma} \tag{1.5}$$

이 변수를 툼레 안정화 변수(Toomre stability parameter)라고 한다. Q_T는 일반적으로 반지름 R의 함수다. Q_T는 원반의 섭동(perturbation)을 선형화하여 얻은 분산 관계식(dispersion relation)으로부터 더욱 엄밀하게 유도될 수 있다(Toomre 1964; Lin & Shu 1964; Pringle & King 2007). 무한히 펼쳐진 2차원의 회전 원반의 경우에는 Q_T가 1 보다 작을 때 중력적으로 불안정해지기 시작하며, 3차원 회전 원반의 경우에는 이 값이 1 보다 약간 커질 수 있다는 것이 잘 알려져 있다(Durisen et al. 2007; Kim & Ostriker 2007).

원반에서 중력불안정이 선형적으로 일어나면 나선팔 구조가 만들어지며, 비선형적으로 일어나면 나선팔의 형성을 넘어서 국소적으로 중력에 의해 묶인 기체 덩어리(clump 또는 fragment)가 만들어지기도 한다. 이렇게 원반에서 기체 덩어리가 형성되는 현상을 특별히 분열(fragmentation)이라고 부른다. 분열된 기체 덩어리는 질량이 작으면 행성이 되기도 하고, 질량이 충분히 크면 갈색왜성(brown dwarf)과 같은 동반성이 되기도 한다. 1.2.1절과 1.2.2절에서는 중력불안정을 통한 나선팔의 기원과 행성의 형성에 대해 살펴보도록 하자.

1.2.1 나선팔의 기원

1.1절에서 언급했듯이 원시행성계원반에는 다양한 세부구조들이 존재한다. 그중 몇몇 원반은 특이하게도 나선은하처럼 나선팔 구조를 지니고 있다. 나선팔은 주로 근적외선 대역의 산란광 영상(scattered light image)에서 발견되어 왔으나(SAO 206462: Muto et al. 2012; MWC 758: Grady et al. 2013; HD 100453: Wagner et al. 2015; LkHα 330: Akiyama et al. 2016), 산란광은 원반의 표면을 제한적으로 관측하기 때문에 원반의 질량 분포를 파악하기 어렵다. 최근에는 원반의 내부까지 관측이 가능한 밀리미터 연속선(mm continuum)에서도 나선팔 구조가 확인되고 있다(Pérez et al. 2016; Huang et al. 2018). 2018년에 진행된 DSHARP(Disk Substructures at High Angular Resolution Project) 연구는 비교적 가까운 곳에 위치한 원시행성계원반들을 ALMA를 통해 관측 하였다. 그 결과 총 20개의 원반 중 5개의 원반에서 나선팔이 발견되었다(Andrews et al. 2018). 이 중 HT Lup A와 AS 205N은 주변에 동반성이 있다고 알려져 있는데, 이들의 나선팔은 동반성과 원반의 중력적 상호작용으로 인해 생겨났다고 여겨진다(Kurtovic et al. 2018). 나머지 세 개의 원반들(Elias 27, IM Lup, WaOph 6)은 중심별이 홑별로 알려져 있다(Huang et al. 2018).

나선팔은 원반에 있는 다른 기체에 회전력(torque)을 가하여 각운동량을 잃게 만듦으로써 물질을 원반 안쪽으로 이동시킨다. 또한 나선팔에는 물질들이 많이 몰려있기 때문에 이 부근에서 밀도와 압력이 커지게 되는데 이로 인해 먼지 입자들이 이곳에 포획되기도 한다(dust trapping, Rice et al. 2004; Dipierro et al. 2015; Cadman et al. 2020). 먼지 입자가 포획되면 서로 간의 충돌이 더 빈번하게 일어나기 때문에 좀 더 빠르게 크기가 커질 수 있는데, 이러한 과정을 통해 행성의 시초인 미행성체(planetesimal)가 자랄 수 있다. 이처럼 나선팔의 중요한 역할들에도 불구하고 나선팔의 생성 기작은 불명확하여 열띤 논쟁이 이루어지고 있다(Dong et al. 2018).

나선팔의 생성을 설명하는 기작은 크게 두 가지이다. 첫번째 가설은 중심별 근처에 있는 동반성과의 중력적 상호작용 혹은 원반 내의 행성이 만드는 섭동으로 인해 나선팔이 자라난다는 것이다(Kley & Nelson 2012; Dong et al. 2015a). DSHARP로 관측된 원반들 중 근처에서 동반성이 발견된 HT Lup A와 AS 205N이 이에 해당한다. 두번째 가설은

원반의 중력불안정 결과로 나선팔이 자연스럽게 만들어진다는 것이다(Dong et al. 2015b; Kratter & Lodato 2016). 이에 따라 Dong et al.(2015a, 2015b)은 각각의 가설에 기반해 수치실험을 수행하여 MWC 758의 나선팔이 잘 재현되는지 확인하였다. 이들은 두 가설 모두 관측에서 보이는 나선팔을 성공적으로 구현한다는 것을 알게 되었다. 실제 관측된 나선팔이 어떤 기작을 거쳐 만들어졌는지 가려내는 것은 매우 까다롭다. 첫번째 가설을 입증하기 위해서는 주변에 있는 동반성을 찾거나, 원반 내에 나선팔을 만들 수 있는 행성이 있는지 직접 관측해야 하는데, 관측으로 행성의 존재 여부를 판단하기가 어렵다. 두번째 가설인 중력불안정을 입증하기 위해서는 원반의 질량을 정확히 측정하여 원반이 불안정해지기에 충분히 무거운지 확인할 필요가 있다. 하지만 원반의 질량을 측정할 때 채택하는 여러 가지 가정에서부터 오는 불확실성이 매우 크다. 또는 두 가지 기작이 한꺼번에 작용할 수도 있으므로 어떤 기작이 더 지배적인지 판단하기 모호할 수 있다.

원반의 질량이 중심별 질량의 0.3배로 알려진 Elias 27의 경우에는 중력불안정이 작동하기에 원반이 충분히 무겁다고 여겨진다. 또한 이 계에서 관측되는 나선팔은 매우 대칭적이고 일정한 피치각(pitch angle)을 갖고 있는데, 이러한 대칭성은 행성에 의해 만들어지기 어려우므로, 중력불안정으로 생겨난 나선팔의 유력한 후보가 된다(Paneque-Carreño et al. 2021). 나선팔의 기원을 이해하려는 연구는 현재 활발히 진행되고 있으며, 아직까지 나선팔을 지닌 원반을 관측한 사례가 적어서 더 많은 관측이 요구되는 실정이다.

1.2.2 행성의 형성

중력불안정이 중요한 또 다른 이유는 행성의 형성을 설명할 수 있기 때문이다. 행성의 형성은 원시행성계원반의 나선팔 연구에 비해 더 오래전부터 이루어져 왔지만, 그럼에도 불구하고 아직까지 풀리지 않은 문제들이 남아있다. 행성의 형성 기작으로 널리 받아들여지고 있는 것은 핵 강착 모형(core accretion model)이다(Safronov 1972; Goldreich & Ward 1973). 핵 강착 모형은 원반에 있는 작은 먼지 입자들이 서로 충돌할 때 전자기력으로 달라붙으면서 크기가 커지고 이러한 성장을 꾸준히 겪어 미행성체가 된다는 가설이다. 미행성체가 일단 10 $M_\oplus$ 보다 무거워지면, 주변에 있는 기체를 강착하기 시작하면서 목성

과 같은 거대 기체 행성으로까지 성장할 수 있다. 하지만 핵 강착 모형은 sub-μm 정도의 먼지 입자가 수 백 km에 달하는 행성으로 성장하기까지 너무 오랜 시간이 걸린다는 치명적인 단점이 있다(timescale problem). 게다가 먼지 입자의 크기가 수 십 센티미터에 이르면 충돌을 통해 서로 달라붙기가 어려워지고, 오히려 더 작은 조각들로 부서지게 되어 미터 크기보다 커지기 어려운 문제점도 제기되었다(meter-size barrier, Blum & Wurm 2008). 이러한 단점들을 보완하기 위해 폭주 강착(run-away accretion), 자갈 강착(pebble accretion) 등이 도입되고 있으나 완벽한 해결책은 아니다(Lambrechts & Johansen 2012; Suzuki et al. 2018).

행성 형성의 또 다른 기작은 중력불안정이다(Kuiper 1951; Cameron 1978; Boss 1997). 1.2절에서 설명한 것처럼 원반이 충분히 무겁고 차가우면 중력불안정이 발생할 수 있다. 중력불안정을 통한 행성의 형성은 매우 빠르게 일어나므로 핵 강착 모델이 겪었던 시간척도 문제를 고려하지 않아도 된다. 몇몇 수치실험 연구는 원시행성(protoplanet)이 주변의 물질을 계속해서 강착할 경우 행성보다는 동반성, 특히 질량이 작은 갈색왜성이 효율적으로 생성된다고 주장하였다(Stamatellos & Whitworth 2008, 2009; Zhu et al. 2012). 하지만 행성의 복사적 되먹임(radiative feedback)을 고려하면, 행성 주변이 가열되어 중력적으로 안정화되면서 갈색왜성의 형성 효율이 낮아진다(Nayakshin & Cha 2013; Mercer & Stamatellos 2017). 중력불안정은 대게 온도가 낮으면서도 물질이 충분히 분포하고 있는 원반의 바깥쪽에서 쉽게 일어나기 때문에, 중력불안정을 통해 만들어지는 행성은 대부분 중심별과는 어느 정도 떨어져 있는 거대 기체 행성(또는 목성형 행성, gas giant)일 것으로 기대된다. 하지만 행성이 모종의 이유로 각운동량을 잃고 안쪽으로 이동(inward migration)한다면 어떨까? 이들은 뜨거운 목성(hot Jupiter)이 되거나, 중심별로부터 강한 조석력을 받으며 그들이 가진 대기를 잃게 된다. 이 과정에서 중심부에 있는 암석핵과 약간의 대기가 남게 되어 지구와 같은 암석형 행성(또는 지구형 행성, terrestrial planet)이 될 수 있다(Armstrong et al. 2020). 이렇게 거대 기체 행성이 조석력에 의해 암석형 행성이 되는 현상을 조석적 소형화(tidal downsizing)라고 한다(Nayakshin 2010; Boley et al. 2010; Forgan et al. 2018; Humphries & Nayakshin 2019). 실제로 뜨거운 목성이 중심별

근처에서 조석력과 강한 복사의 영향으로 대기를 빠르게 잃고 있다는 정황이 관측되기도 한다(Vidal-Madjar et al. 2003).

1.3 작은 질량 별 근처에서의 중력불안정

1.2절에서 원시행성계원반의 중력불안정을 나선팔의 기원과 행성의 형성 두 가지 관점에서 살펴보았다. 이 절에서는 질량이 작은 별 근처에서의 행성계를 소개한다. 왜 우리는 질량이 작은 별 근처를 주목하는가? 여기서 말하는 '질량이 작은 별'이란 0.1−0.5 $M_\odot$에 해당한다. 이는 M형 별의 질량 범위와 거의 일치한다. M형 별은 우리 은하에 존재하는 별들의 ∼70%를 차지할 만큼 흔하지만(Bochanski et al. 2010), 광도가 낮기 때문에 관측되는 수는 현저히 적다. M형 별의 낮은 광도로 인해 그 주변에서 행성이 발견되는 빈도 또한 과소평가된다. 2021년 6월 9일까지 확인된 행성(confirmed planet)은 총 4761개이며[1], 모성의 질량이 0.1−0.5 $M_\odot$인 행성은 142개로 전체의 3%에 지나지 않는다.

그러나 미래에는 M형 별 주변에서의 행성 관측이 더욱 중요해질 수 있다. 첫째 이유는 앞서 언급했듯이 이들의 개수가 많기 때문에 관측 정밀도가 높아진다면 더욱 많은 행성계들이 M형 별 주변에서 발견될 수 있기 때문이다. 둘째 이유는 같은 크기의 행성이 존재할 때, 모성의 질량이 작을수록 성면통과(星面通過; transit)의 신호가 상대적으로 강해지기 때문이다. 셋째 이유는 M형 별에서 발견되는 대부분의 행성이 생명체가 거주 가능한 영역(habitable zone) 내에 존재하기 때문이다(Shields et al. 2016).

1.3.1 관측

M형 별은 수소 핵융합으로 빛을 낼 수 있는 별들 중에서 가장 작은 질량을 가지고 있기 때문에, 원시행성계원반도 상대적으로 가벼웠을 것으로 생각된다. 따라서 M형 별 주변에서 만들어지는 행성도 대체로 가벼우며 목성과 같은 거대 기체 행성은 형성되기 어려울 것으로 예측되었다. 하지만 이러한 예상과는 달리, 현재까지 관측된 M형 별 근처에서 발견되는 행성의 ∼35% 가량이 목성보다 무거운 거대 기체 행성이다. 거대 기체 행성이 비교적

[1] 현재까지 발견된 외계행성은 exoplanet.eu에서 확인할 수 있다.

높은 비율로 관측되는 이유는 이들의 큰 질량 덕에 관측되기 쉬워서 생긴 편향(bias)일 가능성이 크지만, 이들이 M형 별 근처에 존재한다는 것은 분명하다. 이들은 모성으로부터 10^{-3}–10^{3} AU에 이르기까지 넓은 영역에 걸쳐 분포하고 있는데, 특히 5 AU 이상 떨어져 있는 행성들은 핵 강착 모형으로는 설명하기 어렵다. 핵 강착 모형에 의하면, 행성이 형성되는데 걸리는 시간척도가 원반의 공전주기(orbital period)와 관련 있기 때문에, 모성의 질량이 작은 경우라면 거대 기체 행성이 만들어지는데 천만년 이상의 오랜 시간이 필요하다. 따라서 작은 질량의 별 근처에서 멀리 떨어져 있는 거대 기체 행성들(wide-orbit gas giants)은 원시행성계원반이 중력불안정을 겪으며 직접 분열되면서 형성되었을 확률이 높다. 한편 100 AU가 넘는 곳에서 발견되는 거대 기체 행성들은 아마도 원반의 안쪽에서 생성되었다가 행성 간 산란(planet-planet scattering)을 겪으면서 큰 궤도 이심률을 가지고 바깥쪽으로 튕겨 나갔을 것으로 생각된다(Veras et al. 2009; Sumi et al. 2011; Carrera et al. 2019).

1.3.2 이론

질량이 작은 별 근처에서의 원시행성계원반에 대한 이론 연구는 아직까지 많이 이루어지지 않았다. 대부분의 연구가 중심별의 질량이 태양과 비슷한 경우에 대해 초점을 맞춰왔기 때문이다. 여기서는 가벼운 별 주변 원시행성계원반의 중력불안정에 대한 이론 연구들을 소개하고자 한다.

Boss (2006a)는 중심별의 질량이 0.1 $M_\odot$와 0.5 $M_\odot$이고, 기체 원반의 크기가 4 AU $<$ R $<$ 20 AU일 때, 원반의 질량이 0.021–0.065 $M_\odot$인 경우에 대해 유체역학 수치실험을 수행했다. 그는 중심별의 질량이 작은 경우에도 원시행성계원반이 중력불안정을 겪을 수 있으며, 이를 통해 거대 기체 행성이 빠른 시간 안에($\sim$ 1 kyr) 만들어질 수 있다고 주장했다. 그는 또 다른 수치실험 연구에서 중력불안정을 통해 거대 기체 행성뿐만 아니라 초지구(super-Earth)가 만들어질 수 있음을 논했다(Boss 2006b).

Backus & Quinn (2016)은 원반의 중력불안정 조건을 정량화하였다. 그들은 중심별의 질량이 ⅓ $M_\odot$이고, 원반의 크기가 ⅓ AU $<$ R $<$ 30 AU일 때, 중심별에 대한 원반의 질량비

(disk-to-star mass ratio) M_d/M_*를 0.033−0.266으로 변화시켜 가면서, 원반에 중력불안정이 일어날 때의 툼레 안정화 변수의 최소값 $Q_{T\min}$을 측정하였다. 그 결과 $Q_{T\min} < 0.9$일 때 원반이 분열됨을 알 수 있었다. 하지만 이들은 한정적인 별의 질량과 원반의 크기를 사용하였으며, 결정적으로 중심별로부터의 복사를 전혀 고려하지 않았다.

다양한 범위의 별의 질량과 원반의 크기를 사용하여 원반의 중력불안정을 조사하기 위해서 Haworth et al. (2020)은 중심별의 질량을 [0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0] $M_\odot$, 원반의 크기를 [50, 100, 200] AU로 변화시켜가면서 유체역학 수치실험을 수행했다. 이들은 중력불안정 조건을 다음과 같은 식으로 제안하였다.

$$\frac{M_d}{M_*} > 0.3 \left(\frac{R_{\rm out}}{100\,{\rm AU}}\right)^{1/2} \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{-1/2} \text{w/ stellar irradiation} \tag{1.6a}$$

$$\frac{M_d}{M_*} > 0.12 \left(\frac{R_{\rm out}}{100\,{\rm AU}}\right)^{1/2} \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{-1/2} \text{w/o stellar irradiation} \tag{1.6b}$$

위 식에 따르면 원반의 크기가 크고 중심별의 질량이 작을수록 중력불안정이 일어나기 위해 더 큰 M_d/M_*가 필요하다. 또한 중심별로부터의 복사가 고려된 경우가 그렇지 않은 경우에 비해 중력불안정에 필요한 M_d/M_*가 증가한다. 이로부터 중심별의 복사에 의한 원반의 가열이 불안정을 크게 억제할 수 있음을 강조하였다.

Mercer & Stamatellos (2020)는 Haworth et al. (2020)과 비슷한 연구를 수행하였다. 이들은 [0.2, 0.3, 0.4] $M_\odot$인 중심별과 [60, 90, 120] AU의 원반에서 금속함량(metallicity)을 0.1, 1, 10으로 변화시키며 수치실험을 수행하였다. 또한 중심별로부터의 복사를 고려했다. 이들은 초기에 중력적으로 안정된 원반에서 실험을 시작하여 서서히 원반에 질량을 증가(mass loading)시키면서 중력불안정이 일어나기 위해 필요한 원반의 최소 질량을 알아내고자 하였다. 그 결과, 원반이 분열되기 위한 최소 질량은 중심별 질량의 30−60%가 되어야 했으며, 금속함량에 따른 변화는 거의 없었다. 이들은 원반의 분열을 통해 생겨난 기체 덩어리의 중심 온도와 위치(separation), 질량 등을 조사하여, 중력불안정으로 형성될 수 있는 원시행성의 특성을 조사하였다.

Haworth et al. (2020)과 Mercer & Stamatellos (2020)는 원반에 중력불안정이 일어나는 조건을 M_d/M_*로 제시하고 있다. 하지만 두 논문의 불안정 기준을 비교할 때 반드시

유의해야할 점이 있다. Haworth et al. (2020)은 나선팔의 형성 기점을 불안정의 기준으로 삼은 반면, Mercer & Stamatellos (2020)는 분열이 일어나는 기점을 불안정의 기준으로 삼았다는 것이다. 중력불안정의 선형적인 현상으로 나선팔이 먼저 생성된 이후에 비선형적인 현상으로 분열이 일어난다는 점을 감안하면, 나선팔은 상대적으로 낮은 M_d/M_*에서 발생하고, 분열은 상대적으로 높은 M_d/M_*에서 발생할 것이다. 따라서 Haworth et al. (2020)의 나선팔 기준은 Mercer & Stamatellos (2020)에서 제시하는 분열 기준의 하한값 (lower limit)이어야 마땅하다. 하지만 실제 결과는 Haworth et al. (2020)의 나선팔 기준이 Mercer & Stamatellos (2020)의 분열 기준에 비해 큰 값을 가지는 문제점을 보인다.

우리 연구는 원반의 중력불안정을 조사하기 위해 유체역학 수치실험을 수행할 것이며, 사전 연구들과 비슷하게 중심별의 질량, 원반의 질량, 원반의 크기를 변화시킬 것이다. 본 연구는 크게 두 가지 목적을 가지고 있는데, 첫번째는 원시행성계원반이 중력적으로 불안정해지기 위해 필요한 중심별에 대한 원반의 질량비를 구하여 사전연구들의 결과와 비교하고 Haworth et al. (2020)과 Mercer & Stamatellos (2020)의 불안정 기준이 왜 차이가 나는지 이해하는 것이다. 두번째는 중력불안정으로 만들어지는 나선팔에 주목하여, 나선팔의 피치각을 측정하고 실제 관측된 나선팔과 비교하는 것이다.

1.4 논문의 구성

이 논문은 크게 '실험준비—결과—논의' 세 부분으로 구성되어 있다. 2장과 3장은 실험준비에 해당한다. 2장에서는 원반의 초기조건을 기술하였으며, 3장에서는 수치실험에 사용된 코드와 수치적인 방법에 대해 설명한다. 실험결과는 4장에 제시되며 본 연구의 궁극적인 목적에 따라 '중력불안정의 조건'과 '나선팔의 진화'라는 두 가지 논점에서 전개된다. 마지막으로 5장에서는 결과에 대한 논의와 함께 실험의 결과를 실제 관측과 비교하였으며, 6장에서는 논문을 요약하고 마무리한다.

Chapter 2

원반의 초기조건

원시행성계원반의 질량, 밀도, 온도 등의 물리량을 알아내려는 관측적인 노력이 지난 수십 년 동안 꾸준히 이루어져 왔다. 관측적인 한계로 인해 원반의 3차원 구조를 완벽히 파악하기는 어려우나, 원반의 대략적인 구조는 알려져 있다. 원반의 회전속도는 케플러 운동에 근접하다고 여겨지는데, 이것은 원반이 준평형(quasi-hydrostatic equilibrium) 상태라는 것을 암시한다. 이 장에서는 여러 가지 가정을 사용하여 준평형 상태의 원반 구조에 대해 살펴본다. 이러한 원반의 구조는 수치실험의 초기조건으로 사용된다.

2.1 원반의 표면 밀도 분포

Lin & Pringle (1990)은 준해석적(Semi-analytical) 이론 연구를 통해 물질 유입이 일어나는 원반의 표면 밀도를 $\Sigma \sim R^{-p}$와 같은 멱함수(power-law) 꼴로 제안했다. 여기서 R은 원통 좌표계에서의 반지름으로, 원반의 중앙면에서 중심별까지의 거리이다[1]. 이들은 p가 1−1.5 사이의 값을 가진다고 주장하였다. 한편 관측으로부터 원반의 실제 표면 밀도 분포가 앞서 제안된 멱함수 꼴의 분포와 잘 일치한다는 것이 밝혀졌으며(Andrews et al.

[1]중심별이 원점 $(0, 0, 0)$에 자리 잡고 있다고 할 때, (x, y, z)에 있는 기체 입자까지의 거리는 $R = \sqrt{x^2 + y^2}$이다. 이 논문에서 말하는 '거리'는 중심별로부터의 2차원 거리이며, 중심별로부터의 3차원 거리는 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$로 표기하므로 둘을 혼동하지 않도록 주의하자.

2009; Pérez et al. 2012), 관측으로부터 측정된 p 값은 0.5−1의 범위를 가진다(Mundy et al. 1996; Andrews & Williams 2007; Kwon et al. 2011, 2015).

본 연구에서는 Lin & Pringle (1990)을 따라 원반의 초기 표면 밀도를 아래와 같이 가정한다.

$$\Sigma_{\rm ini}(R) = \Sigma_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-p} \tag{2.1}$$

여기서 R_0는 임의의 기준이 되는 반경이며 Σ_0는 R_0에서의 표면 밀도이다. 위 식에서 $R \to 0$일 때 표면 밀도가 무한대로 발산하지만, 우리는 $R_{\rm in} < R < R_{\rm out}$에만 물질을 제한적으로 분포시키므로 안쪽의 발산은 고려하지 않기로 하자. 식 2.1을 원반의 면적 대해서 적분하면 원반의 전체 질량($M_{\rm disk}$)을 알 수 있다.

$$M_{\rm disk} = \int_{R_{\rm in}}^{R_{\rm out}} \Sigma_{\rm ini}(R)\, 2\pi R\, dR \tag{2.2}$$

식 2.1을 대입하고 적분한 결과는

$$M_{\rm disk} = \frac{2\pi}{2-p} \Sigma_0\, R_0^p \left[R_{\rm out}^{(2-p)} - R_{\rm in}^{(2-p)}\right] \tag{2.3}$$

이다. 이제 Σ_0에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\Sigma_0 = \frac{2-p}{2\pi} M_{\rm disk}\, R_0^{-p} \left[R_{\rm out}^{(2-p)} - R_{\rm in}^{(2-p)}\right]^{-1} \tag{2.4}$$

식 2.4을 식 2.1에 대입하여 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\Sigma_{\rm ini}(R) = \frac{2-p}{2\pi} M_{\rm disk}\, R_0^{-p} \left[R_{\rm out}^{(2-p)} - R_{\rm in}^{(2-p)}\right]^{-1} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-p} \tag{2.5}$$

여기서 p, $M_{\rm disk}$, $R_{\rm in}$, $R_{\rm out}$은 주어지는 값들로서, 표 2.1에서 확인할 수 있다.

2.2 원반의 온도 분포

생성된지 얼마 되지 않은 원반은 기체운(gas envelope)에 둘러싸여있기 때문에, 높이에 따른 온도 분포를 알기 어렵다. 하지만 중심별로부터의 복사로 인하여 원반의 온도는 중심부에서 더 높을 것으로 기대된다. 원반의 온도는 중심별의 질량에도 의존한다. 만약

중심별이 무겁다면 광도가 크기 때문에 원반의 온도 또한 증가할 것이다. 표면 밀도와 비슷하게 원반의 온도 분포 역시 R과 M_*의 멱급수 꼴로 가정하면, 중심별로부터의 복사에 의해 가열되는 원반의 온도는 아래와 같다.

$$T_{\rm irr} = T_0 \left(\frac{M_*}{M_{*,0}}\right)^q \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-q} \mathrm{K} \tag{2.6}$$

여기서 T_0는 중심별의 질량이 $M_{*,0}$이고 거리가 R_0만큼 떨어진 지점에서의 온도이다. Ida et al. (2016)과 Miguel et al. (2020)은 전주계열성(pre-main sequence star)에 대하여 $q = 3/7$이고, $M_{*,0} = 0.1\,M_\odot$, $R_0 = 0.1\,\mathrm{AU}$일 때 $T_0 = 150\,\mathrm{K}$임을 실험적으로 알아냈다. 이 값을 채택하여 식을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$T_{\rm irr} = 150 \left(\frac{M_*}{0.1\,M_\odot}\right)^{3/7} \left(\frac{R}{0.1\,\mathrm{AU}}\right)^{-3/7} \mathrm{K} \tag{2.7}$$

$T_{\rm irr}$은 에너지 방정식에서 기체 입자의 온도가 더이상 냉각되지 못하게 하는 최소 온도 역할을 한다(식 3.26 참고). 식 2.7에서 원반의 높이는 고려하지 않으므로 수직한 방향으로의 원반의 온도는 모두 동일함에 주의하라. 실제로는 원반의 표면이 복사열을 받아 더 뜨겁고, 불투명도(opacity)로 인해 중앙면에 다가갈수록 차가울 것이다. $T_{\rm irr}$을 단위 질량 당 내부 에너지(specific internal energy) $u_{\rm irr}$로 바꿔쓰면,

$$u_{\rm irr} = \frac{1}{(\gamma - 1)} \frac{k_B T_{\rm irr}}{\mu m_p} \tag{2.8}$$

이다. 여기서 k_B는 볼츠만 상수, m_p는 양성자의 질량이다. $\mu = \rho/(m_p n)$는 입자의 평균분자량(mean molecular weight)으로 기체 입자의 평균 질량을 양성자 질량 단위로 표현한 값이다.

하지만 식 2.7을 초기온도로 그대로 사용하면 문제점이 발생한다. 질량이 충분히 무거운 모형들에 대해서 $T_{\rm irr}$가 너무 낮아서, 초기부터 원반이 중력적으로 매우 불안정해지기 때문이다. 이러한 원반은 수치실험이 시작하자마자 곧바로 중력적으로 붕괴되기 때문에 자연스럽지 못하다. 따라서 우리는 초기온도 $T_{\rm ini}$를 인위적으로 식 2.7 보다 높게 설정하여 상대적으로 안정한 원반에서부터 실험을 시작하도록 하겠다. 초기온도는 다음과 같이

정의된다.

$$T_{\rm ini} = f \times T_{\rm irr} \tag{2.9}$$

여기서 $T_{\rm irr}$에 곱해지는 f-인자는 $R_{\rm out}$ 지점에서 $T_{\rm ini}$가 4 ORP[2] 동안 β 냉각을 겪었을 때 $T_{\rm irr}$과 같아지게 하는 값으로 택한다. 즉, $T_{\rm ini}(R = R_{\rm out}, t = 4\,{\rm ORP}) = T_{\rm irr}(R = R_{\rm out})$을 만족해야한다.

$f-$인자를 구하기 위해서 원반의 가열은 생각하지 않고 오로지 β 냉각만을 고려하자. R 지점에서의 원반의 냉각속도를 $t_{\rm cool}(R)$이라고 하면, 시간에 따른 온도의 변화률은

$$\frac{dT(R)}{dt} = -\frac{T(R)}{t_{\rm cool}(R)} \tag{2.10}$$

으로 생각할 수 있다. 위 식의 적분은 아래와 같으며,

$$\int_{T_{\rm ini}}^{T_{\rm irr}} \frac{1}{T}\,dT = -\int_0^t \frac{1}{t_{\rm cool}}\,dt \tag{2.11}$$

적분 결과는 다음과 같다.

$$T_{\rm ini}(R,t) = T_{\rm irr}(R) \times \exp\left[\frac{t}{t_{\rm cool}(R)}\right] \tag{2.12}$$

여기서 f-인자의 정의에 의해서 $R = R_{\rm out}$, $t = 4\,{\rm ORP}$일 때

$$f = \exp\left[\frac{4\,{\rm ORP}}{t_{\rm cool}(R_{\rm out})}\right] \tag{2.13}$$

이다. 여기서 $t_{\rm cool}(R) \equiv \beta/\Omega_K(R)$로 정의되는데, 이와 관련해서 더 자세한 내용은 3.6 절에 기술하였다.

2.3 원반의 두께

유체역학적 평형 상태에 있는 원반은 중심별과 원반이 만드는 중력과 원반의 열적 압력이 서로 균형을 이룬다. 따라서 원반의 두께 z_0는 아래와 같은 식을 세워 구할 수 있다.

$$\frac{GM_*}{R^2}\frac{z_0(R)}{R} + \pi G\Sigma(R) \approx \frac{c_s^2(R)}{z_0^2} \tag{2.14}$$

[2]Outer Rotation Period의 약자로, $R_{\rm out}$에서 케플러 회전으로 한바퀴 도는데 걸리는 시간을 의미한다.

여기서 $c_s^2(R) = k_B T(R)/(\mu m_p)$로 중심별로 R만큼 떨어진 곳에서의 음속을 나타낸다. 위 식에서 좌변의 첫째 항은 (R, z_0) 위치에서 중심별이 만드는 중력의 수직성분이며, 둘째 항은 원반의 자체중력을 나타낸다. 마지막으로 우변은 열적 압력을 나타낸다. 식 2.14에 z_0를 곱하면 z_0에 관한 2차 방정식이 된다.

$$\frac{GM_*}{R^3} z_0^2(R) + \pi G \Sigma(R) z_0(R) - c_s^2(R) = 0 \tag{2.15}$$

근의 공식을 통해 얻은 해 중에서 양수를 택하면 원반의 두께는 다음과 같다.

$$z_0(R) = -\frac{\pi \Sigma(R) R^3}{2M_*} + \left[\left(\frac{\pi \Sigma(R) R^3}{2M_*} \right)^2 + \frac{R^3}{GM_*} c_s^2(R) \right]^{1/2} \tag{2.16}$$

따라서 원반의 두께는 중심별이 무거울수록, 원반의 표면 밀도가 낮을수록, 차가운 원반일수록 납작(flat)해지고, 반대의 경우에 두꺼워(flared)진다.

2.4 원반의 부피밀도 분포

Frank et al. (1992)은 정상적 강착 원반(steady accretion disks) 연구를 통해 가벼운 원반의 밀도 분포는 중앙면에서 멀어질수록 가우시안 분포로 감소한다고 제안하였다. 여기서는 좀 더 단순하게 수직방향으로의 밀도 분포가 코사인 함수의 구조를 따른다고 가정하자. 부피밀도 ρ의 수평방향 분포와 수직방향의 분포가 서로 독립적이라고 가정하면 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\rho(R, z) = \rho(R, 0) \times \cos\left[\frac{\pi z}{2 z_0(R)} \right], \text{ where } |z| < z_0 \tag{2.17}$$

이때 $\rho(R, 0)$은 중앙면에서의 밀도 분포이다. 식 2.17을 수직방향으로 적분하면 표면 밀도가 된다.

$$\Sigma_{\rm ini}(R) = \int_{z_0(R)}^{z_0(R)} \rho(R, z)\, dz \tag{2.18}$$

적분의 결과는 아래와 같고,

$$\Sigma_{\rm ini}(R) = \frac{4\, z_0(R)}{\pi} \rho(R, 0) \tag{2.19}$$

여기서 좌변에 식 2.1을 대입하고 $\rho(R,0)$에 관해 정리하면

$$\rho(R,0) = \frac{\pi\Sigma_0}{4\,z_0(R)}\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-p} \tag{2.20}$$

로 쓸 수 있다. 이 결과를 식 2.17에 넣고 다시 쓰면 원반의 부피밀도 분포는

$$\rho(R,z) = \frac{\pi\Sigma_0}{4\,z_0(R)}\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-p}\cos\left[\frac{\pi z}{2z_0(R)}\right] \tag{2.21}$$

이다.

2.5 원반의 회전속도

원반의 회전속도는 중심별의 질량 M_*와 반경 R 안에 있는 원반의 질량을 합한 값이 원반의 중심에 점질량으로 있을 때의 케플러 회전속도로 가정한다. 원반의 질량이 포함된 회전속도는 중심별의 질량만을 고려한 것에 비해 조금 더 빠르지만, 중심별에 대한 원반의 질량이 작기 때문에 차이는 미미하다. 따라서 접선속도는

$$v_t(R) = \sqrt{\frac{G\left[M_* + M_{\rm in}(R)\right]}{R}} \tag{2.22}$$

이며, 이때 $M_{\rm in}(R)$은 R 안쪽에 들어오는 기체 입자의 질량을 모두 합친 값으로, 식 2.2에서 적분 범위를 R_{in}에서부터 R까지로 설정하여 구할 수 있다. 한편 시선방향 v_r 및 수직속도 v_z는 모두 0으로 설정한다.

2.6 매개변수 공간

표 2.1에서 수치실험에 사용된 매개변수(parameter)들을 확인할 수 있다. 주요 변수는 초기조건에서의 중심별의 질량 M_*, 중심별에 대한 원반의 질량비 M_d/M_*, 원반의 크기 $R_{\rm out}$ 세 가지이다. 우리 연구의 목적은 이 물리량들의 변화에 따른 원반의 중력불안정을 조사하는 것이다. 중심별의 질량은 [0.1, 0.3, 0.5, 1.0] $M_\odot$이며, 중심별에 대한 원반의 질량비는 [0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0]이고, 마지막으로 원반의 크기는 [25, 50, 100] AU로 변화시킨다. 따라서 수치실험에 사용된 모형의 총 개수는 $4 \times 6 \times 3$으로 72개이다.

이 외의 변수들은 모두 동일한 값을 사용하였다. $R_{\rm in}$은 모든 모형에 대해서 5 AU를 사용하는데 두 가지 이유에서 그렇게 하였다. 첫째는 중력불안정이 일어나는 영역이 중심별에서 어느정도 떨어진 바깥 지역이기 때문에 5 AU 안쪽 영역에 크게 관심을 둘 필요가 없기 때문이다. 둘째는 케플러 원반에서의 회전속도가 원반의 바깥쪽에 비해 안쪽에서 훨씬 빠르므로, $R_{\rm in}$을 너무 안쪽으로 설정하면 수치실험이 매우 느려지고 비싸지기 때문이다. $R_{\rm acc}$은 1 AU로 설정되어 $R_{\rm in}$에 비해 훨씬 작은데 이렇게 설정한 이유는 기체 입자가 강착될 때 생기는 인위적인 충격파 효과를 최소화하기 위함이다.

Table 2.1. 매개변수 공간

Parameters	**Symbols**	**Units**	**Values**
Central star mass	M_*	$M_\odot$	[0.1, 0.3, 0.5, 1.0]
Disk-to-star mass ratio	M_d/M_*		[0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0]
Outer disk radius	$R_{\rm out}$	AU	[25, 50, 100]
Inner disk radius	$R_{\rm in}$	AU	5
Accretion radius	$R_{\rm acc}$	AU	1
Shakura-Sunyaev viscosity parameter	α		0.01
β cooling parameter	β		12
Power-law index of Eq.(2.1)	p		3/7
Power-law index of Eq.(2.6)	q		3/7
Mean-molecular weight	μ	$1/m_p$	2.35
Adiabatic index	γ		7/5 (for diatomic gas)
Number of gas particles	$N_{\rm gas}$		10^6
Final simulation time	$TimeMax$	ORP	10

Chapter 3

방법

우리는 원반의 중력불안정을 조사하기 위하여 GIZMO(Hopkins 2014) 코드를 사용하여 유체역학 수치실험은 수행하였다. 코드 소개에 앞서 우리가 궁극적으로 계산하고자 하는 유체역학 방정식을 3.1절과 3.2절에서 간단히 살펴볼 것이다. 3.3절에서는 수치해석 코드를 소개하고, 본 연구 목적에 맞춰 어떤 역학들이 추가됐는지 3.4–3.7절에 걸쳐 기술할 것이다.

3.1 유체역학의 기본방정식

먼저 유체역학의 기본방정식을 살펴보도록 하자. 유체역학에서 보존되는 물리량은 질량, 운동량, 에너지이며, 세 물리량의 보존법칙이 유체역학의 기본방정식에 해당한다. 이 방정식들은 시간에 따른 쌍곡형 편미분 방정식의 형태를 취하고 있다. 따라서 대부분의 전산 유체역학 코드들은 초기조건에서 시작하여 시간 증분(time stepping) 알고리즘을 통하여 아래의 기본방정식들을 풀어나감으로써 유체의 시간에 따른 진화를 계산한다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0 \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \boldsymbol{v}) + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{v}\boldsymbol{v}) + \boldsymbol{\nabla} P = 0 \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e) + \boldsymbol{\nabla} \cdot [(\rho e + P)\, \boldsymbol{v}] = 0 \tag{3.3}$$

여기서 ρ는 (질량) 부피밀도, $\boldsymbol{v}$ 는 속도벡터, P는 열적 압력, e는 전체 단위 질량 당 에너지로, 내부에너지 u를 통해 표현하면 $e = u + \frac{1}{2}v^2$ 이다. 첫번째 식은 질량 보존법칙으로, 유체에 적용될 때는 연속 방정식(continuity equation)으로도 불린다. 두번째 식은 운동량 보존법칙이며 뉴턴의 제 2 법칙에 해당한다. 마지막 식은 에너지 보존법칙으로 열역학 제 1 법칙과 동일한 의미를 가진다.

한편 원반의 물질들이 만드는 자체 중력 포텐셜 $\Phi_{\rm self}$는 푸아송 방정식(Poisson equation)을 만족한다.

$$\nabla^2 \Phi_{\rm self} = 4\pi G\rho \tag{3.4}$$

이때 중심별에 의한 중력 포텐셜 Φ_*는

$$\Phi_* = -\frac{GM_*}{r} \tag{3.5}$$

이다. 따라서 전체 중력 포텐셜 Φ는 식 3.4와 식 3.5의 합으로 생각할 수 있다.

$$\Phi = \Phi_{\rm self} + \Phi_* \tag{3.6}$$

원반의 기체를 단열 기체(adiabatic gas)로 가정하면, 상태 방정식(equation of state)은 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\rho k_{\rm B} T}{\mu m_{\rm p}} \\ &= \kappa \rho^\gamma \\ &= (\gamma - 1)\, u\rho \end{aligned} \tag{3.7}$$

여기서 γ는 단열지수(adiabatic index)이다. γ는 기체의 입자가 단원자 분자의 경우 3/5을, 이원자 분자의 경우 5/7를 사용한다. 실제 원시행성계원반에서 고에너지 물리가 중요한 경우에는 식 3.7이 성립하지 않지만, 우리 계산의 목적을 위해서는 위의 가정으로 충분하다. 따라서 우리의 목표는 수치해석 코드를 사용하여 주어진 초기조건으로부터 식 3.1−3.7을 수치적으로 풀어나가는 것이다.

3.2 유체역학의 기술방식

3.1절에서 언급한 유체역학의 기본방정식을 수치적으로 계산하기 위해서는 방정식을 기술할 기준계(frame of reference)를 설정하는 것이 필요하다. 수치해석 코드는 기준계를 설정하는 방식에 따라 크게 두 관점으로 나뉜다. 첫번째는 오일러(Euler) 방식으로, 여기에 해당하는 코드들은 공간상의 고정된 위치에 격자들을 설정하여 유체가 격자 사이를 통과할 수 있다고 여긴다. 하나의 격자는 그 안에 담겨있는 유체의 평균밀도, 평균온도, 평균속도와 같은 물리량을 가진다. 오일러 방식에 따르면 격자의 크기가 수치실험의 해상도에 해당하기 때문에, 하나의 격자보다 더 작은 영역은 분해할 수 없다. 현재 원시행성계원반의 수치계산 연구에 사용되는 오일러 방식의 코드들은 FARGO3D, RAMSES, ENZO, ZEUS 등이 있다.

두번째는 라그랑지(Lagrange) 방식이다. 라그랑지 방식에서는 유체를 마치 입자처럼 취급하며, 각각의 입자를 추적해가면서 시간에 따라 변화하는 물리량을 계산한다. 입자라고 하여 점입자로 생각하기 쉽지만 엄밀히 말하면 커널 함수(kernel function)을 통해 인접한 입자들과의 상관관계로부터 각 입자들의 물리량을 계산한다. 커널 함수를 지정할 때는 완화 길이(smoothing length)를 지정하여 물질이 퍼져있는 영역의 크기를 결정한다. 이러한 기술을 SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)라고 하며, 라그랑지 방식을 사용하는 코드들은 GIZMO, GADGET, PHANTOM, SEREN, GANDALF 등이 있다.

3.3 수치해석 코드: GIZMO

GIZMO는 GADGET-3로부터 계승된 코드로서 커널 함수를 통해 부피를 분할하고 Godunov 방식의 유한체적법에 리만 해법(Riemann solver)을 사용한다. GIZMO는 유체역학을 다루는 다양한 방식들(SPH, MFM, MFV 등)을 제공하고 있으며 이 중 하나를 채택하여 사용할 수 있다. 본 연구에서 사용할 방법은 MFM(Meshless Finite−Mass) 방법으로, SPH와 AMR(Adaptive Mesh Refinement)의 장점을 모두 가지고 있다. MFM 방법은 라그랑지 방식의 접근법을 사용한다는 점에서 SPH와 유사하지만, 유체역학 방정식을 푸는 방법

자체는 SPH와 완전히 다르다. SPH와의 가장 큰 차이점은 MFM은 인공 점성(artificial viscosity)을 필요로 하지 않는다는 것이다. 따라서 각운동량 보존이 SPH에 비해서 훨씬 정확하다. 또한 아음속 충격파를 더 잘 계산한다는 이점도 있다.

한편 GIZMO에서 중력은 트리(tree) 방식에 기반한 적응 중력 연화법(Adaptive Gravitational Softening; 이하 AGS)이 사용된다. AGS는 입자마다 다른 연화 길이(softening length)를 부여하여 입자들끼리 주고받는 중력을 계산한다. GIZMO에 관한 더 자세한 설명은 Hopkins (2014)를 참고할 수 있다.

3.4 중심별로의 강착

원시행성계원반에서는 중심별로의 물질 유입, 즉 강착이 일어난다. 강착은 중심별이 중력을 통해 주변에 있는 물질을 끌어모으며 일어나는 현상이다. 하지만 이러한 중력적 끌림이 반드시 중심별로의 물질 유입을 초래하는 것은 아니다. 만약 물질이 충분한 에너지를 가지고 있다면 별의 중력장을 탈출할 수 있다. 한편 물질이 중력적으로 묶여있다 하더라도 충분한 각운동량을 가지고 있다면, 중심별로 곧바로 떨어지지 않고 그 주변을 계속해서 공전할 것이다.

우리 연구에서 강착 방식은 Hubber et al. (2013)을 따르되 GIZMO에 맞춰 수정되었다. 강착은 크게 3단계에 걸쳐 진행되며, 그림 3.1에서 도식화된 강착 방식을 확인할 수 있다. 먼저 물질 유입이 일어나는 반경인 유입반경($R_{\rm acc}$, accretion radius)을 임의로 정한 뒤에, 유입반경보다 안쪽에 있는 기체 입자를 강착 후보로 골라낸다.

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_*| < R_{\rm acc} + h_{\rm sml} \tag{3.8}$$

$\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{r}_*$은 각각 기체 입자와 중심별의 위치벡터이고, $|\Delta \boldsymbol{r}|$은 중심별에서부터 떨어진 기체 입자의 상대 거리이다. 편의상 별의 위치를 원점이라고 하자(즉, $|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}|$). 우변에서 $R_{\rm acc}$에 더해진 $h_{\rm sml}$은 완화 길이로서 기체 입자가 커널 함수 $W(r, h)$에 의해 퍼져있는 반경을 고려한 것이다. 만약 기체 입자가 $R_{\rm acc} + h_{\rm sml}$ 보다 멀리 떨어져 있으면 중심별로 물질 유입이 일어나기에는 너무 멀다고 판단하여 강착 후보에서 제외된다.

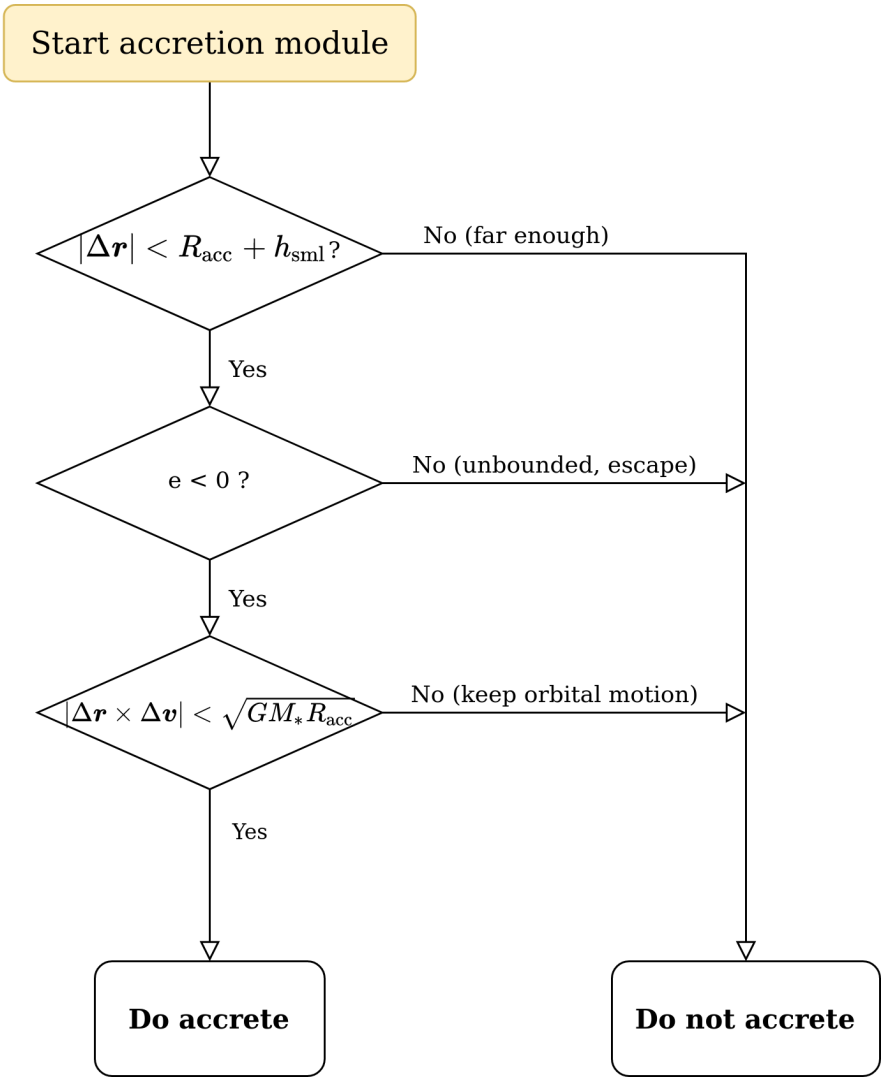

Figure 3.1. 강착 순서도(flowchart). 개개의 입자에 대해서 세 가지 조건을 모두 만족할 때 중심별로의 강착을 진행한다.

두번째로 기체 입자의 상대적인 에너지 e가 음수인지 판단하여, 중심별에 중력적으로 묶여있는지 확인한다.

$$e = \frac{mM_*}{2\left(m+M_*\right)}|\Delta\boldsymbol{v}|^2 + \frac{GmM_*}{2}\left[\phi\left(|\Delta\boldsymbol{r}|,h\right)+\phi\left(|\Delta\boldsymbol{r}|,R_{\rm acc}\right)\right] \tag{3.9}$$

여기서 m과 M_*은 각각 기체 입자와 중심별의 질량이며, $\Delta\boldsymbol{v}$은 $\Delta\boldsymbol{r}$과 마찬가지로 중심별에 대한 기체 입자의 상대속도이다. $\phi(r,h)$는 중력 포텐셜로서

$$\phi(r,h) = 4\pi\left(-\frac{1}{r}\int_0^r W(r,h)r'^2dr' + \int_0^r W(r,h)r'dr' - \int_0^h W(r,h)r'dr'\right) \tag{3.10}$$

와 같다. 여기서 커널 함수는 3차 스플라인(cubic spline)을 이용하여 아래 식을 사용한다(Monaghan & Lattanzio 1985).

$$W(r,h) = \frac{8}{\pi h^3}\begin{cases} 1-6s^2(s-1) & (0<s<0.5) \\ 2(1-s)^3 & (0.5<s<1) \\ 0 & (1<s) \end{cases} \tag{3.11}$$

$s = r/h$로 중심별에 대한 입자의 상대적 거리를 완화 길이로 나눈 값이다. $e>0$인 기체 입자는 중심별에 중력적으로 묶여있지 않기 때문에 강착 후보에서 제외된다.

마지막으로 기체 입자가 중심별로 유입되기 위해서는 기체 입자의 각운동량이 유입반경에서의 케플러 각운동량 보다 작아야 한다.

$$|\Delta\boldsymbol{r}\times\Delta\boldsymbol{v}| < \sqrt{GM_*R_{\rm acc}} \tag{3.12}$$

이로서 식 3.8, 식 3.9, 식 3.12을 모두 만족시킨 기체 입자는 중심별로 유입된다.

이때 기체 입자는 유입반경 안의 어떤 위치에서 갑자기 사라지는 것이 아니고, 유입되기까지의 시간이 흐른 뒤에 중심별로 질량과 운동량이 업데이트 된다. 구형의 강착이 일어날 때 시간 당 강착되는 물질의 양은

$$\dot{M}_{\rm infall} = 4\pi|\Delta\boldsymbol{r}|\Delta\boldsymbol{r}\cdot\Delta\boldsymbol{v}\rho_{\rm acc} \tag{3.13}$$

이다. 여기서 $\rho_{\rm acc}$은 강착되는 기체 입자의 밀도이다. 강착되는 입자들의 커널 함수를 가중한 평균 강착 시간은 아래와 같다.

$$\langle t_{\rm infall} \rangle = \frac{\sum_j m_j \mathcal{W}}{4\pi \sum_j |\Delta \boldsymbol{r}_j| \Delta \boldsymbol{r}_j \cdot \Delta \boldsymbol{v}_j m_j \mathcal{W}} \tag{3.14}$$

여기서 j는 각각의 기체 입자를 나타내며, 가중 합(weight sum) $\mathcal{W}$은 아래와 같이 정의된다.

$$\mathcal{W} = \sum_j m_j W(|\Delta \boldsymbol{r}_j|, R_{\rm acc})/\rho_j \tag{3.15}$$

기체 입자가 강착될 수 있는 또다른 방법은 점성 소실(viscosity dissipation)에 의해 각운동량을 잃는 것이다. 이때 샤쿠라-서냐예프 점성(Shakura-Sunyaev viscosity)을 고려하면 $\nu_{\rm ss} = \alpha c_s^2/\Omega_K$이므로(이에 관한 자세한 설명은 3.5절 참고), 점성으로 인한 강착 시간척도는 아래와 같다.

$$t_{\rm vis} \approx \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|^2}{\nu_{\rm ss}} = \frac{\Omega_K |\Delta \boldsymbol{r}|^2}{\alpha c_s^2} \tag{3.16}$$

이를 커널 함수에 대해 가중평균하면,

$$\langle t_{\rm vis} \rangle = \frac{(GM_*)^{1/2}}{\alpha \mathcal{W}} \sum_j \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|^{1/2} m_j \mathcal{W}}{\rho_j c_{s,j}^2} \tag{3.17}$$

이므로 기체 입자가 중심별에 유입되기까지의 시간 $t_{\rm acc}$은 식 3.14와 식 3.17을 조합하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$t_{\rm acc} \equiv \langle t_{\rm infall} \rangle^{(1-a)} \langle t_{\rm vis} \rangle^a \tag{3.18}$$

여기서 a는 아래와 같다.

$$a = \min \left[\frac{2 \langle E_{\rm kin} \rangle}{\langle E_{\rm grav} \rangle}, 1 \right] \tag{3.19}$$

이때 j번째 기체 입자의 역학적 에너지 $E_{\rm kin}$와 중력 에너지 $E_{\rm grav}$는 다음의 식들로 정의된다.

$$E_{\rm kin} = \frac{1}{2} \frac{\sum_j (m_j |\Delta \boldsymbol{r}_j \times \Delta \boldsymbol{L}_j|)^2}{\sum_j m_j |\Delta \boldsymbol{r}_j|^2} \tag{3.20}$$

$$E_{\rm grav} = \frac{GM_*}{2}\sum_j m_j\left[\phi(|\Delta\boldsymbol{r}_j|, h_j) + \phi(|\Delta\boldsymbol{r}_j|, R_{\rm acc})\right] + \frac{G}{4}\sum_j\sum_{j'\neq j} m_j m_{j'}\left[\phi(|\Delta\boldsymbol{r}_j|, h_j) + \phi(|\Delta\boldsymbol{r}_{j'}|, h_{j'})\right] \tag{3.21}$$

3.5 원반의 난류: 샤쿠라-서냐예프 $\alpha-$점성

분자운이 수축하여 원시성을 만들 때 각운동량 보존법칙으로 인해 물질은 중심별로 곧장 떨어지지 못하고 그 주변에 회전하는 물질 원반을 형성한다. 이것이 원시행성계원반이다. 물질이 원시성으로 강착되기 위해서는 반드시 각운동량을 잃어야 한다. 각운동량을 제거하는 기작으로 입자의 열적 무작위 운동에 기인한 분자 점성(molecular viscosity)을 고려해볼 수 있으나, 분자 점성에 의해서 물질이 유입되려면 너무 오랜 시간이 걸린다는 문제가 있다. 1973년 샤쿠라와 서냐예프(Shakura & Sunyaev)는 원반의 차등 회전이 원반의 난류 운동을 일으킨다고 가정하고, 난류 확산에 기인한 난류 점성(turbulent viscosity)이 물질 유입에 필요한 적절한 각운동량 손실을 설명할 수 있다고 주장했다.

원반의 난류는 먼지와 기체의 상호작용(dust−gas interaction)과 자기회전 불안정(Magnetorotational Instability; MRI) 등에 의해 발생할 수 있으나, 정확한 원인은 불분명하다. 그럼에도 불구하고 난류 점성의 세기는 차원 분석을 통해서 예측할 수 있다. 우선 난류 운동은 원반의 수직한 높이보다 클 수 없고, 비선형적인 흐름으로 빠르게 감쇠할 것이므로 원반의 음속과 높이 척도(scale height)에 의해 제한될 것이다. 여기에 α라는 무차원 상수를 도입하면 난류 점성은 다음과 같이 표현된다.

$$\nu_{\rm ss} = \alpha c_s h = \alpha\frac{c_s^2}{\Omega_K} \tag{3.22}$$

여기서 높이 척도는 $h \equiv c_s/\Omega_K$로 정의된다. 식 3.22이 바로 샤쿠라와 서냐예프가 제안한 $\alpha-$점성이다. α는 0.001−0.1 사이의 값을 가질 수 있으나, 가장 현실적인 후보는 MRI에 의한 난류로 여겨지는 0.01이다.

3.6 원반의 냉각: β 냉각법

β 냉각법(β cooling method)은 원반의 중력불안정을 조사하기 위해 Gammie가 2001년에 고안한 모델이다. 이 방법은 원반의 복잡한 복사 전달 방정식(radiative transfer equation)을 푸는 대신에, 원반의 냉각이 원반의 동적 시간(dynamical time)에 걸쳐 일어난다고 가정한다. 즉, 원반의 냉각이 일어나는 시간을

$$t_{\rm cool}(R) \equiv \frac{\beta}{\Omega_K(R)} \tag{3.23}$$

와 같이 정의한다. 이때 $\Omega_K(R) = \sqrt{GM_*/R^3}$는 케플러 각속도로, 원반의 냉각은 원반의 중심부로 갈수록 더욱 빠르게 일어난다. β는 무차원 상수로서, 냉각이 일어나는 속도에 관여한다. 다시 말해 β가 작을수록 냉각은 빠르게 일어나며, β가 클수록 냉각은 더디다. 따라서 시간에 따른 원반의 온도 변화는 아래와 같이 이루어진다.

$$\frac{dT(R)}{dt} = \frac{T(R)}{t_{\rm cool}(R)} \tag{3.24}$$

β 냉각법은 원반의 중력불안정 연구에서 오랫동안 사용되어왔으며, 많은 사전 연구들이 β 값을 변화시켜 가면서 원반이 분열될 때의 β 값인 $\beta_{\rm crit}$을 찾는 것에 초점을 맞춰왔다(Gammie 2001; Rice et al. 2003, 2005; Mayer et al. 2005; Lin & Kratter 2016). 하지만 $\beta_{\rm crit}$은 수치실험의 해상도에 따라 수렴하지 않으며, 해상도가 높을수록 $\beta_{\rm crit}$이 증가하는 현상이 발견되었다(Meru & Bate 2011, 2012; Paardekooper 2012; Young & Clarke 2015). Deng et al. (2017)은 GIZMO의 MFM 방법을 사용하여 초기조건에서 느린 냉각($\beta = 12$)을 통해 평형상태에 도달한 원반들을 가지고 원하는 β 값으로 다시 설정한 뒤 실험을 진행하면 해상도가 변해도 $\beta_{\rm crit}$이 수렴한다고 주장하였다. 하지만 식 3.23에서 알 수 있듯이 β는 냉각이 얼마나 빠르게 일어나는지에만 관여하기 때문에, Deng et al. (2017)의 주장이 성립하기 위해서는 수치실험을 더 오래 진행시켜서 정말 $\beta_{\rm crit}$이 수렴하는지 확인할 필요가 있다.

3.7 원반의 가열: 중심별 복사가 포함된 수정 β 냉각법

Gammie의 β 냉각법은 열역학의 디테일들을 거의 무시하며 원반의 모든 영역에서 동일한 값의 β를 사용한다는 한계가 있다. Rowther & Meru (2020)는 β를 R에 대한 변수로서 다음과 같이 정의한다.

$$\beta(R) = \beta_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-\delta} \tag{3.25}$$

이때 $R_0 = 1$ AU, $\beta_0 = 5500$, $\delta = 2$로 택한다. 위 식에 의하면 원반의 안쪽보다 바깥쪽에서 냉각이 더 효율적으로 이루어지므로, 원반의 온도가 안쪽에서 높고 바깥에서 낮아진다.

중심별로부터의 복사는 원시행성계원반에서 매우 중요하다. 본 연구에서는 중심별의 복사로 인한 가열 효과를 포함하기 위해서 식 3.24를 아래와 같이 수정하였다.

$$\frac{dT(R)}{dt} = \frac{T(R) - T_{\rm irr}(R)}{t_{\rm cool}(R)} \tag{3.26}$$

따라서 기체 입자의 온도 T가 $T_{\rm irr}$ 보다 클 때는 $dT/dt < 0$으로 냉각이 일어나지만, 기체 입자의 온도 T가 $T_{\rm irr}$에 비해 작을 때는 $dT/dt > 0$으로 가열이 일어난다. 따라서 기체 입자의 온도는 $T_{\rm irr}$에서 크게 벗어나지 않으며, β는 기체 입자의 냉각과 가열이 일어나는 시간을 결정한다. $T_{\rm irr}$은 중심별로부터의 복사가 있을 때 기대되는 원반의 온도로서, 우리 연구에서는 $T_{\rm irr}$에 식 2.7을 적용한다.

Chapter 4

결과

우리는 중심별의 질량, 원반의 질량, 원반의 크기를 바꿔가면서 총 72개의 수치실험을 수행하였다. 모든 원반의 초기온도는 충분히 높아서, 실험이 시작하고 4 ORP의 시간이 흐른 뒤에 원하는 T_{irr}에 근접하도록 설정되었다(자세한 내용은 2.2절 참고). 수치실험은 최대 10 ORP까지 진행되는데, 10 ORP에 도달하기 이전에 원반이 분열되거나 너무 높은 밀도 영역이 생기면 코드의 본질적인 한계로 인해 10 ORP 이전이라도 실험이 종료된다.

여기서는 중력불안정의 결과로서 원반의 진화 양상을 분류할 것이며, 중력불안정이 일어날 조건을 중심별에 대한 원반의 질량비와 툼레 안정화 변수의 관점에서 살펴본다. 마지막으로 2차원 푸리에 변환을 통해 원반에 나타난 나선팔의 피치각을 측정한다.

4.1 원반의 진화 양상

원반은 초기조건에 따라 중력적으로 안정하거나 불안정하게 진화한다. 이러한 진화 양상을 보다 세분화하면 아래와 같이 세 가지로 분류할 수 있다.

(1) 중력적으로 안정한 경우

(2) 나선팔이 나타나는 경우

(3) 원반이 분열되는 경우

‘(1) 중력적으로 안정한 경우’는 중심별의 중력과 원반의 자체 중력, 열적 압력 등이 평형(equilibrium)을 이룬다. 따라서 원반에 별다른 특징이 없고 물질들이 매끄럽게 분포한다. 원반이 중력적으로 불안정한 경우에는 선형적/비선형적인 결과로서 (2)처럼 나선팔이 형성되거나, (3)과 같이 분열하여 중력적으로 묶인 기체 덩어리가 만들어진다.

4.1.1 중력적으로 안정한 원반의 진화

주어진 $T_{\rm irr}$에 비해서 원반에 물질이 충분하지 않으면 원반은 중력적으로 안정하게 진화한다. 이 경우에는 원반의 물질이 중력과 압력의 평형을 유지한다. 그림 4.1은 중력적으로 안정하게 진화하는 원반의 한 예시로, R25M03q01[1]의 시간에 따른 진화를 요약한 것이다. 그림 4.1에서 원반의 온도는 초기조건에서 시작하여 4 ORP 동안 β 냉각을 겪으며 $T_{\rm irr}$에 가까워진다. 4 ORP에서 원반의 온도가 $T_{\rm irr}$와 정확히 일치하지 않는 이유는 $\int PdV$와 충격파에 의한 가열 등이 함께 고려되기 때문이다. β 냉각은 반지름이 작은 곳에서 더 빠르게 일어나기 때문에, 원반의 안쪽 온도가 바깥쪽보다 빨리 $T_{\rm irr}$에 수렴한다. 4 ORP 이후에는 원반의 온도뿐만 아니라 표면 밀도와 툼레 안정화 변수도 크게 변하지 않는데, 이를 통해 원반의 물질들이 평형상태에 도달하였음을 알 수 있다. 특히 원반의 툼레 안정화 변수가 모든 영역에서 1보다 큰 값을 가지기 때문에, 원반이 중력적으로 매우 안정화되어 있다는 것을 확인할 수 있다. 이러한 원반은 외부로부터의 자극(예컨대 주변의 별이 지나가며 만드는 밀도요동 등)이 없는 한, 계속해서 평형상태를 유지할 것이다.

4.1.2 나선팔을 가진 원반의 진화

원반의 질량이 증가하여 중력적으로 불안정해지기 시작하면 나선팔이 형성된다. 그림 4.2는 나선팔이 나타나는 경우의 한 예시로, R25M03q03의 시간에 따른 진화를 요약한 것이다. 모든 모형의 최대 실험 시간을 10 ORP로 설정하였으나, 이 경우에만 특별히 20 ORP

[1] ‘R25M03q01’은 모형의 이름으로 다음과 같이 해석한다. R은 원반의 크기이며 뒤에 오는 숫자는 AU 단위를 붙인다. M은 중심별의 질량을 나타내며 ‘03’은 0.3 $M_\odot$을 의미한다. 마지막으로 q는 중심별에 대한 원반의 질량비이며 ‘01’은 $M_d/M_* = 0.1$를 뜻한다.

까지 진화시키면서 나선팔이 계속해서 유지되는지 혹은 분열되는지 확인해보고자 하였다. 그 결과 나선팔은 계속해서 팔이 두 개인 상태를 유지하였으며 분열은 일어나지 않았다. 이 모형의 초기 툼레 안정화 변수를 살펴보면 모든 영역에서 1보다 큰 값을 가지지만, 실험이 시작되고 원반이 냉각됨에 따라 툼레 안정화 변수도 작아진다. 툼레 안정화 변수는 4 ORP 시각에 10−20 AU 영역에서 1 보다 작은 값을 가지게 되며, 이때부터 나선팔이 약하게 자라나기 시작한다. 이후 나선팔은 꾸준히 성장하여 10 ORP에 이르면 매우 뚜렷한 두 개의 나선팔이 된다. 10 ORP 이후에는 원반의 안쪽($<$ 10 AU) 영역에서 표면 밀도가 증가하는데, 이는 나선팔과 원반의 물질이 서로 상호작용한 결과로 물질이 각 운동량을 잃고 나선팔을 따라 안쪽으로 유입된 결과다.

4.1.3 분열되는 원반의 진화

무거운 원반에서의 중력불안정은 선형적인 형태의 나선팔 형성을 넘어서, 비선형적으로 자라나며 원반에 분열을 일으킨다. 중심부 표면 밀도가 주변부에 비해 30배 이상 높은 기체 덩어리가 1 ORP 동안 조석력에 의해 분해되지 않았을 때, 원반이 분열되었다고 판단하였다. 실험이 너무 빨리 끝난 몇몇 모형에 대해서는 기체 덩어리의 밀도 기준만을 가지고 분열을 판단하였다. 이 논문에서는 원반의 분열 여부만 제시하였으며, 분열로 인해 생성된 기체 덩어리의 진화에 대해서는 다루지 않는다. 하지만 기체 덩어리는 행성이나 동반성으로 진화할 수 있기 때문에 매우 중요하다.

나선팔에서 분열되는 경우

그림 4.3은 R50M03q05의 진화 양상을 보여주며, 원반의 분열이 나선팔에서부터 형성되는 예시다. 이 모형의 경우 나선팔이 세 개까지 자라나다가 6.6 ORP 시점에서 서로 다른 나선팔끼리 합쳐지면서 표면 밀도가 높아지고 이후에 완전한 기체 덩어리가 만들어진다.

고리에서 분열되는 경우

한편 원반이 매우 극심한 중력불안정을 겪는다면 고리에서 분열이 발생한다. 이러한 현상은 초기조건에서 발생한 축대칭($m = 0$) 섭동이 고리의 형태로 자라나면서 생긴다. 초기조건에서 기체입자는 R_{in}과 R_{out} 사이에만 분포하며(2.1절 참고), 이 경계 밖에는 물질이 없다. 따라서 일단 실험이 시작되면, 두 경계에서 물질이 있는 쪽에서 없는 쪽으로 압력이 작용하여 축대칭(axisymmetric) 섭동이 발생하는 것이다. 만약 원반이 충분히 무겁다면 이때 발생한 축대칭 섭동이 고리의 형태로 자라나다가 결국 분열을 겪게 된다. 축대칭 섭동은 초기조건에서부터 인조적으로 발생하므로, 실제 원시행성원반에서 이러한 현상이 일어나기에는 부자연스럽다. 여기서 주의할 점은 나선팔의 형태에서 분열이 이루어졌다고 하더라도 분열이 일어난 시기가 4 ORP 이전이면 '고리에서 분열되는 경우'로 분류된다는 것이다. 4 ORP 이전에 일어나는 분열은 원반의 온도가 T_{irr}에 도달하기 이전에 발생한 것이기 때문에, 원반이 매우 극심한 중력불안정을 겪고 있다고 생각할 수 있기 때문이다. 그림 4.4는 R25M01q10의 진화 양상을 요약한 것이며, 고리에서 분열되는 경우에 해당한다.

4.2 원반의 중력불안정 조건

그림 4.5는 모든 모형의 결과를 나열한 것으로, 실험이 끝난 시점에서 원반의 표면 밀도를 보여준다. 4.1장에서 소개한 원반의 진화 양상에 따라 각 모형들은 (1) 안정한 원반, (2) 나선팔, (3) 나선팔 분열, (4) 고리 분열, 네 가지 중 하나로 분류된다. 이 결과를 토대로 원반이 중력적으로 불안정해지는 조건을 중심별에 대한 원반의 질량비와 툼레 안정화 변수로 제시한다.

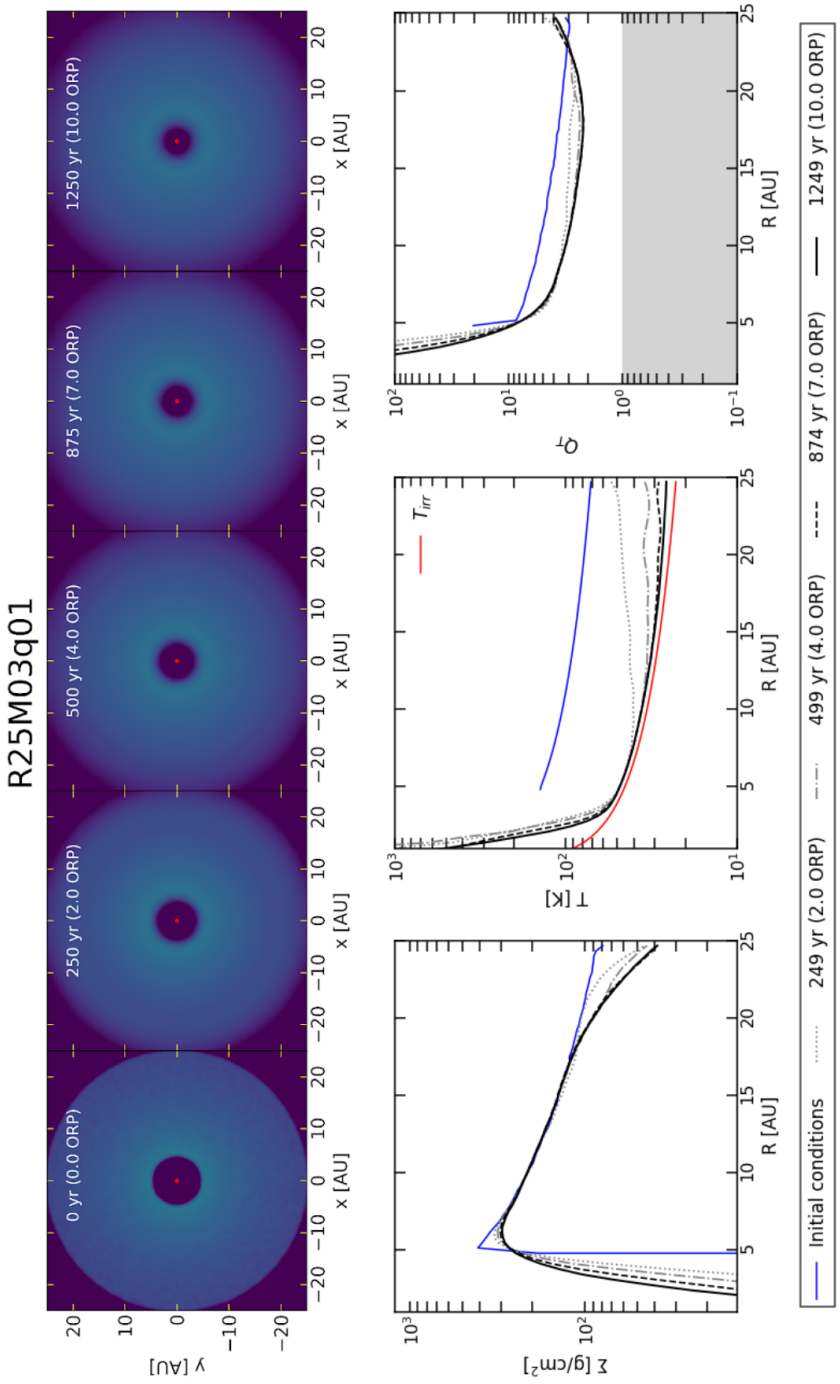

Figure 4.1. 중력적으로 안정한 원반의 진화. 0−10 ORP까지의 원반의 표면 밀도 변화[위]와 방위각 방향으로의 표면 밀도, 온도, 툼레 안정화 변수의 평균값[아래]. 파란색 선은 초기조건에 해당하며, 시간에 따른 원반의 진화가 서로 다른 선으로 표시되었다. 빨간색 선은 $T_{\rm irr}$이며(식 2.7 참고), 회색음영은 툼레 안정화 변수가 1보다 작은 영역이다.

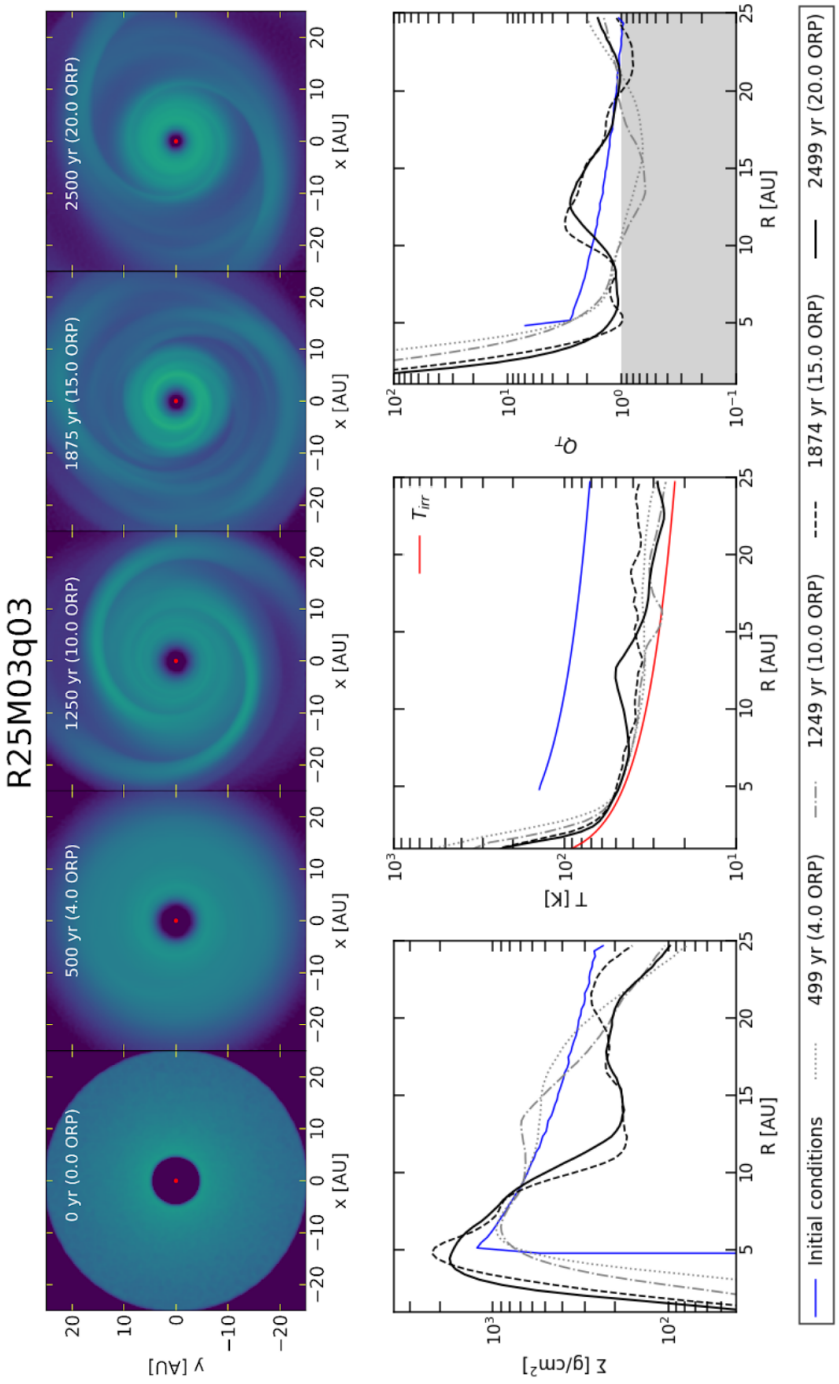

Figure 4.2. 나선팔이 있는 원반의 진화. 0−20 ORP까지의 원반의 표면 밀도 변화[위]와 방위각 방향으로의 표면 밀도, 온도, 툼레 안정화 변수의 평균값[아래]. 파란색 선은 초기조건에 해당하며, 시간에 따른 원반의 진화가 서로 다른 선으로 표시되었다. 빨간색 선은 $T_{\rm irr}$이며(식 2.7 참고), 회색음영은 툼레 안정화 변수가 1보다 작은 영역이다.

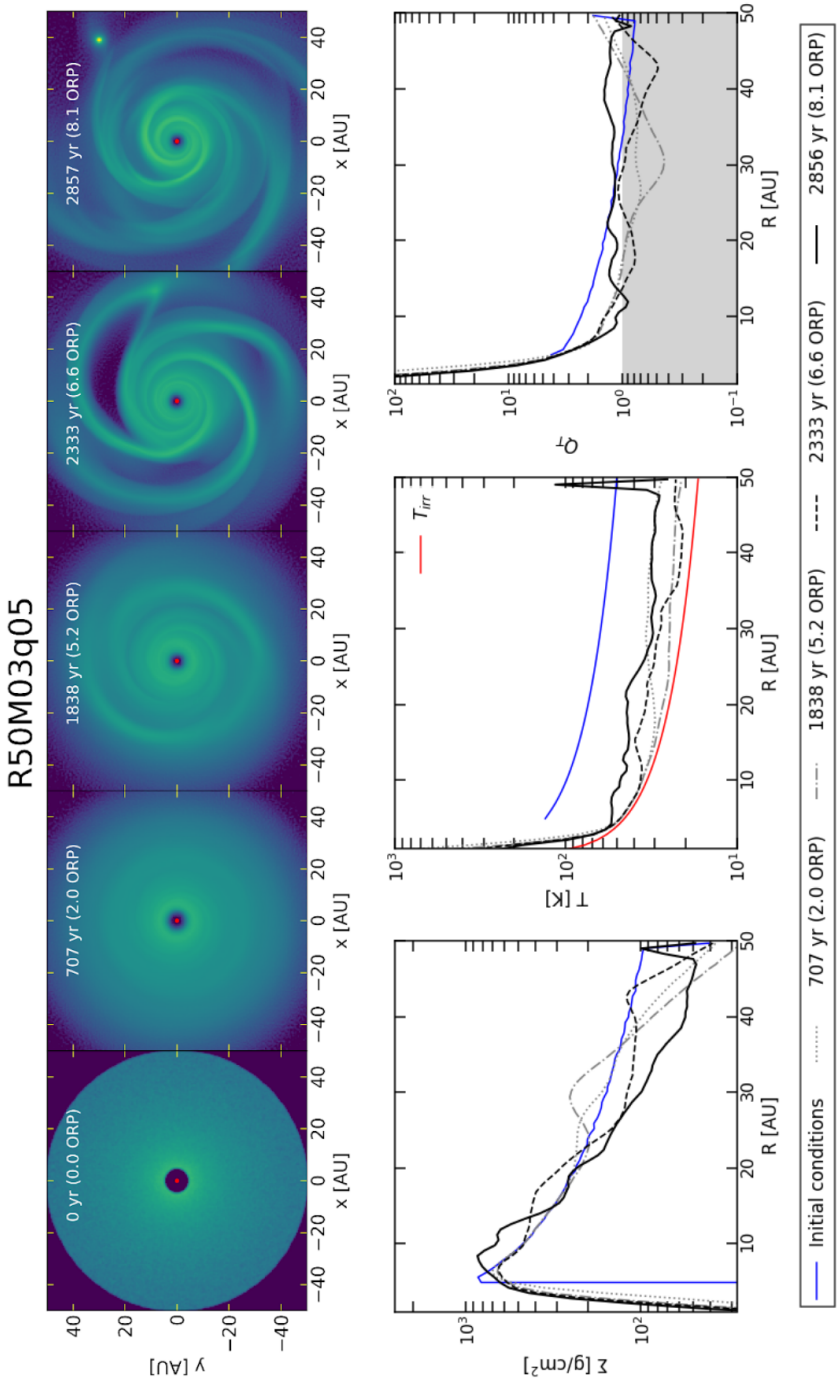

Figure 4.3. 나선팔에서 분열되는 원반의 진화. 0–8.1 ORP까지의 원반의 표면 밀도 변화[위]와 방위각 방향으로의 표면 밀도, 온도, 툼레 안정화 변수의 평균값[아래]. 파란색 선은 초기조건에 해당하며, 시간에 따른 원반의 진화가 서로 다른 선으로 표시되었다. 빨간색 선은 $T_{\rm irr}$이며(식 2.7 참고), 회색음영은 툼레 안정화 변수가 1보다 작은 영역이다.

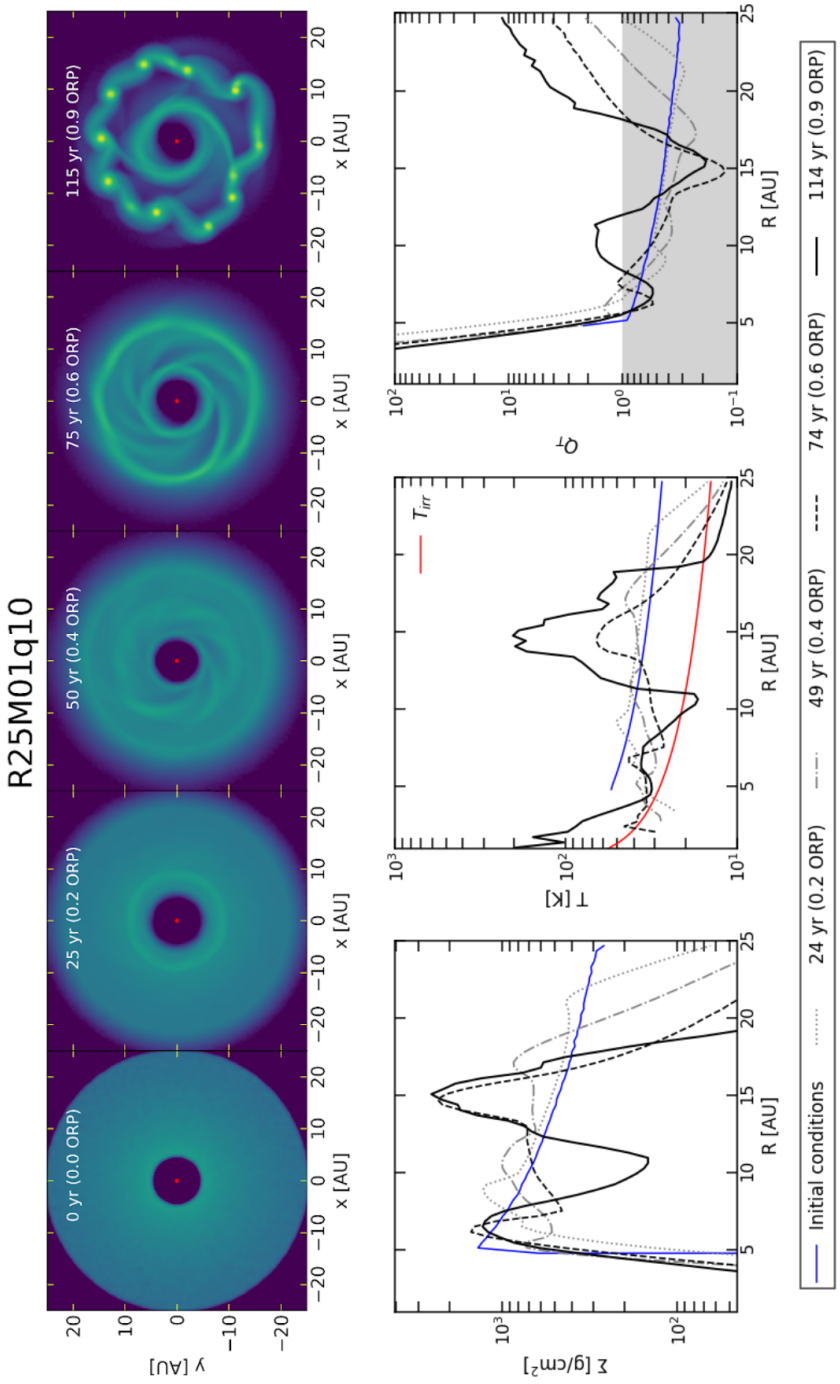

Figure 4.4. 고리에서 분열되는 원반의 진화. 0−0.9 ORP까지의 원반의 표면 밀도 변화[위]와 방위각 방향으로의 표면 밀도, 온도, 툼레 안정화 변수의 평균값[아래]. 파란색 선은 초기조건에 해당하며, 시간에 따른 원반의 진화가 서로 다른 선으로 표시되었다. 빨간색 선은 $T_{\rm irr}$이며(식 2.7 참고), 회색음영은 툼레 안정화 변수가 1보다 작은 영역이다.

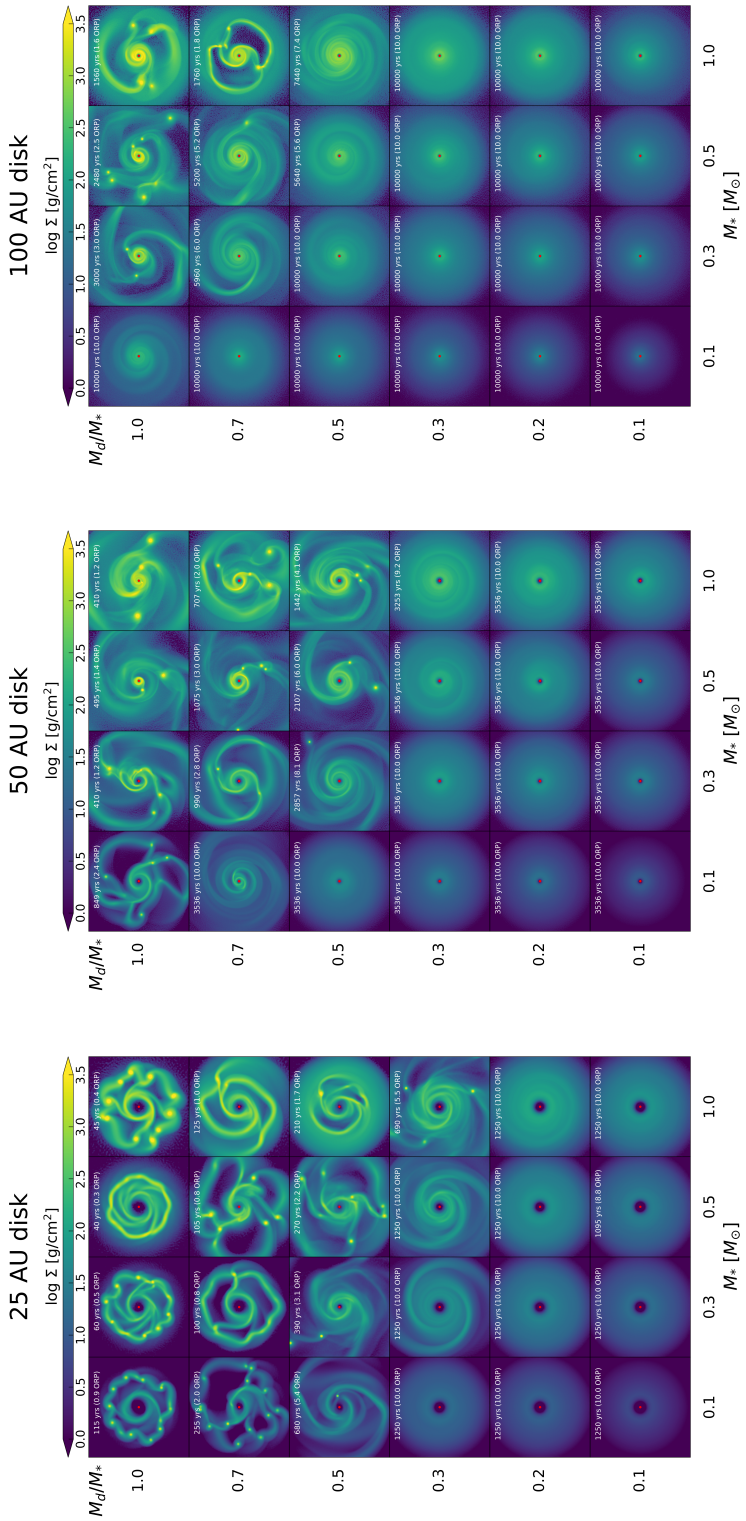

Figure 4.5. 모든 모형의 실험 결과. 왼쪽부터 원반의 크기가 25 AU, 50 AU, 100 AU인 경우에 대하여 모형들의 마지막 시점 이미지가 나열되어 있다. 색깔은 표면 밀도를 나타내며 가로축은 M_*, 세로축은 M_d/M_*이다.

4.2.1 모성에 대한 원반의 질량비 기준

그림 4.6은 가로축을 M_*, 세로축을 M_d/M_*로 하여 원반의 중력불안정 여부를 마커의 색깔과 모양으로 표시하였다. 초록색 원은 중력적으로 '안정한 원반'을 나타내며, 노란색 나선팔은 분열없이 '나선팔'만 형성된 경우이다. 빨간색 나선팔과 핑크색 고리 마커는 각각 '나선팔 분열'과 '고리 분열'을 뜻한다. 따라서 초록색 원을 제외한 나머지는 모두 중력불안정을 통해 나타난 결과이다. 그림 4.6으로 부터 우리는 중력불안정이 일어나는 원반의 몇 가지 특징을 알 수 있다. 다음 특징들은 툼레 안정화 변수의 정의를 생각했을 때 당연한 결과이다(식 1.5).

(1) 주어진 $R_{\rm out}$와 M_*에서 원반의 질량이 무거울수록 중력불안정이 쉽게 일어난다.

(2) 주어진 $R_{\rm out}$와 $M_{\rm d}/M_*$에 대해서, M_*가 클수록 중력불안정이 일어나기 쉽다. 이는 $M_{\rm d}/M_*$가 일정할 때 M_*가 증가함에 따라 $M_{\rm d}$도 함께 증가하는 효과이다.

(3) 원반의 크기가 작아질수록 중력불안정이 일어나기 쉽다. 이는 한정된 원반질량이 더 작은 원반에 분포할수록 표면 밀도가 증가하는 효과이다.

더 중요한 것은 사전연구들과의 비교이다. 1.3.2절에서 소개한 Haworth et al. (2020) (이하 H20)과 Mercer & Stamatellos (2020) (이하 MS20)의 연구에서 제시하고 있는 불안정 기준이 그림 4.6에 함께 표시되어있다. 여기서 주의해야할 점은 H20의 불안정 기준은 원반에 나선팔이 생기는 시점(나선팔 기준)이며, MS20의 기준은 원반에 분열이 일어나는 시점(분열 기준)이라는 점이다.

본 연구 결과는 H20의 나선팔 기준과 잘 일치하며, MS20의 분열기준과는 차이를 보인다. MS20의 경우, 좁은 범위의 중심별 질량을 사용하였기에 비교할 수 있는 부분은 $M_* = 0.3M_\odot$일 때뿐이다. 50 AU 원반의 경우 분열 경계가 어느정도 일치하는 듯 하지만, 100 AU 원반에서 매우 큰 차이를 보인다. 이러한 불일치의 원인으로는 사용한 코드 차이, 실험이 끝나는 시간($TimeMax$)의 차이, 복사 전달 방법의 차이 등 다양하게 생각해볼 수 있다. 이에 대한 자세한 논의는 5장으로 미룬다.

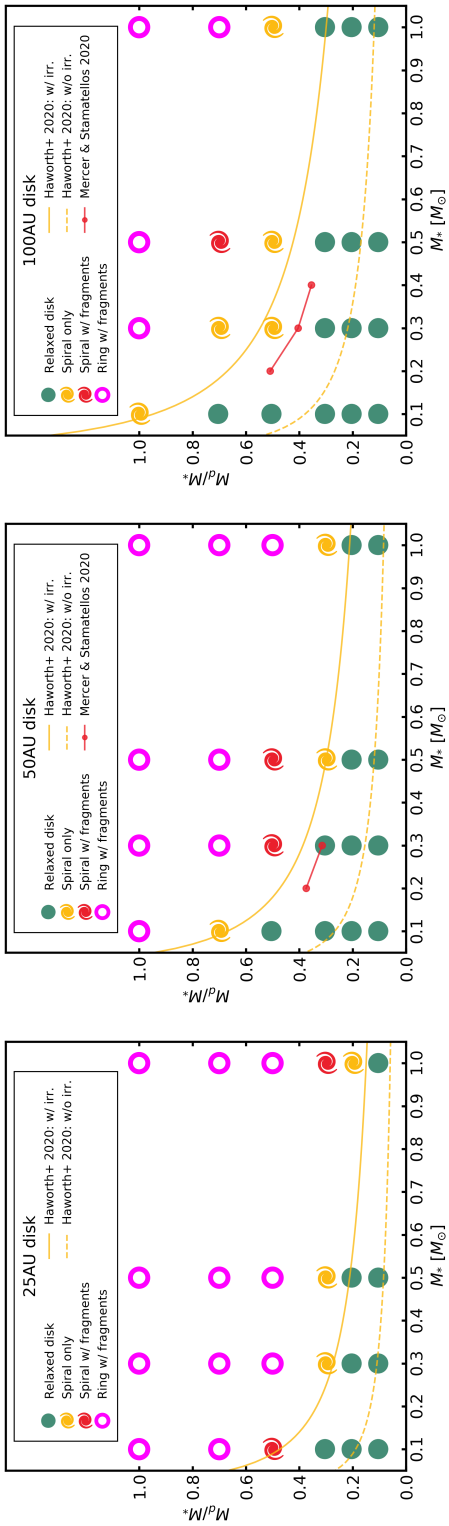

Figure 4.6. 중심별에 대한 원반의 질량비로 보는 불안정 기준. 가로축은 중심별의 질량, 세로축은 중심별에 대한 원반의 질량비를 나타낸다. 수치실험의 결과가 마커의 모양과 색깔로 분류되어있다. 초록색 원은 안정한 원반, 노란색 나선팔은 나선팔이 나타난 원반, 빨간색 나선팔은 나선팔 분열, 핑크색 고리는 고리 분열을 뜻한다. 사전연구들의 불안정 기준이 함께 표시되어 있다. 노란 커브는 Haworth et al. (2020)의 나선팔 기준이며, 실선과 점선은 중심별에서의 복사를 고려한 경우와 그렇지 않은 경우를 나타낸다(식 1.6에 해당). Mercer & Stamatellos (2020)의 분열 기준은 빨간색 선으로 표시되었다.

4.2.2 툼레 안정화 변수 기준

만약 원반의 밀도 분포가 초기조건에서 크게 벗어나지 않으면서 β 냉각만을 겪는다고 가정하면, 4 ORP 이후의 원반의 표면 밀도는 $T_{\rm ini}$이고 온도는 $T_{\rm irr}$일 것이다. 이때 원반의 툼레 안정화 변수는 아래와 같다.

$$Q_T = \frac{c_s(T_{\rm irr})\Omega}{\pi G \Sigma_{\rm ini}} \tag{4.1}$$

위 식으로부터 72개 모형들에 대해서 Q_T를 모두 구해 나타낸 것이 그림 4.7이다. 모형들의 중력 불안정 결과가 선의 색깔로 구분되어 있다. 이로부터 $R_{\rm out}$에서의 툼레 안정화 변수가 중력불안정의 기준을 잘 제시한다는 사실을 알 수 있다. 다시 말해, $Q_T(R_{\rm out})$가 0.8 보다 크면 원반은 중력적으로 안정하며, 이 값보다 작으면 중력적으로 불안정하다. 원반의 나선팔은 $Q_T(R_{\rm out})$가 0.6 보다 작을 때 생성되며, 특히 $0.4 < Q_T(R_{\rm out}) < 0.6$이면 나선팔에서 분열이 일어난다. 마지막으로 $Q_T < 0.4$이면 원반이 극심한 중력불안정을 겪으며 고리에서 분열이 발생한다.

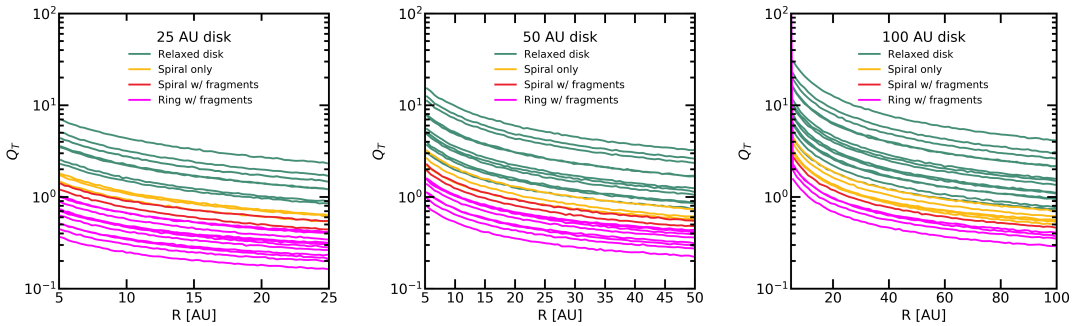

Figure 4.7. 툼레 안정화 변수로 보는 불안정 기준. 왼쪽부터 25 AU, 50 AU, 100 AU 원반에 해당한다. 각각의 선은 하나의 모형에서 구한 거리에 따른 툼레 안정화 변수이다. 모형의 실험 결과가 선의 색깔로 표시되어있다.

4.3 나선팔의 진화

나선팔의 분석은 은하 분야에서 지난 수 십년간 꾸준히 연구되어 왔다. Danver (1942)는 나선팔의 모양을 수학적인 형태로 나타내기 위해 다양한 모델들을 고안하였으며, 그 중에서 로그적 나선팔 모델(logarithmic spiral model)을 최종적으로 제안하였다.

$$R(\theta) = R_0 e^{b\phi} \tag{4.2}$$

R_0은 $\phi = 0$에서의 임의의 반경이며, $b \equiv \tan\theta$으로 θ는 나선팔의 방위각에 대한 기울기에 해당하는 피치각이다. 피치각을 측정할 때 유용하게 사용되는 방법이 바로 2차원 빠른 푸리에 변환(2-Dimensional Fast Fourier Transform; 이하 2DFFT)이다. 이는 Considere & Athanassoula (1982)가 은하 나선팔에서의 $\mathrm{H_{II}}$ 영역 분포를 결정하는데 처음으로 사용하였으며, Iye et al. (1982)도 동일한 방법으로 NGC 4254의 피치각을 측정하였다. 2DFFT는 원시행성원반의 나선팔에도 그대로 적용될 수 있다(Yu et al. 2019).

4.3.1 2차원 푸리에 변환

$\ln R \equiv u$라고 정의할 때, u와 방위각 ϕ에 대한 표면 밀도 $\Sigma(u, \phi)$를 2차원 푸리에 변환하여 얻는 진폭(amplitude)은 아래와 같다.

$$A(p, m) = \frac{1}{D} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \Sigma(u, \phi) \exp\left[-i\left(m\phi + pu\right)\right] du\, d\phi \tag{4.3}$$

p와 m은 u와 ϕ에 대한 주파수이며, $p \equiv 2\pi k_u / L_u$, $m \equiv 2\pi k_\phi / L_\phi$이다. 여기서 k_u와 k_ϕ는 u와 ϕ에 대한 파수이고, L_u와 L_ϕ는 적분범위이다. 이때 $L_\phi = 2\pi$이므로 $m = k_\phi$로 나선팔의 개수를 뜻한다. D는 표준화 인자로서,

$$D = \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \Sigma(u, \phi) du\, d\phi \tag{4.4}$$

로 정의된다. 피치각 θ는 다음과 같다.

$$\tan\theta = -\frac{m_{\max}}{p_{\max}} \tag{4.5}$$

$p_{\max}$는 0부터 5까지 주어진 m들 중에서 푸리에 진폭이 가장 클 때의 p값이며, 이때의 m값이 $m_{\max}$이다. 피치각이 클수록 나선팔이 단단하게 감겨있음을 뜻한다.

4.3.2 나선팔의 피치각

이 절에서는 2DFFT를 통해 구한 나선팔의 피치각이 시간에 따라 어떻게 변화하는지 알아보고자 한다. 또한 나선팔의 안쪽과 바깥쪽에서의 피치각의 어떻게 차이나는지 주목한다. 나선팔이 나타나는 위치가 모형마다 다르기 때문에, 나선팔의 범위에 해당하는 u_{min}과 u_{min}는 모형에 따라 적절한 값을 택하여 사용하였다.

팔이 한 개인 경우

팔이 한 개인 나선팔($m = 1$)은 일단 한번 생성되고 나면 시간이 지나도 피치각이 크게 변하지 않으며, 안쪽에 비해 바깥쪽에서 피치각이 더 큰 경향이 있다. 그림 4.8은 R50M05q03에서의 피치각 변화를 나타낸다. ~6.8 ORP에서 나선팔이 생성되며 수치실험이 끝날 때까지 거의 일정한 피치각을 가진다. 피치각은 15.8 AU를 기준으로 안쪽과 바깥쪽 영역에서 측정되었으며 안쪽에서 피치각 θ_{in}은 ~8.8 deg, 바깥쪽에서 피치각 θ_{out}은 평균 ~6.9 deg를 유지한다.

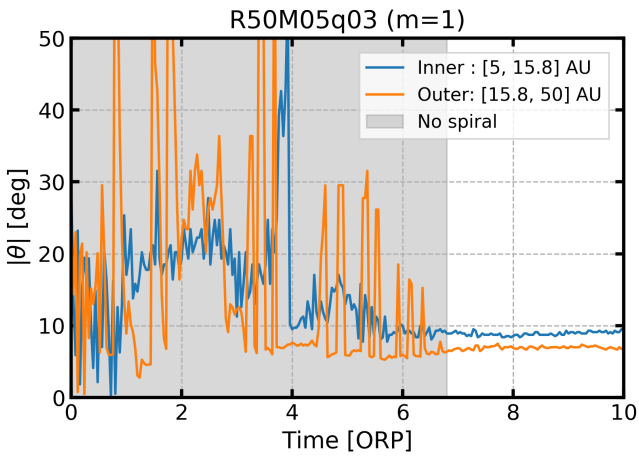

Figure 4.8. 팔이 한 개인 나선팔의 시간에 따른 피치각 변화. 파란색 선과 주황색 선은 각각 [5, 15.8]AU와 [15.8, 50]AU에서 측정한 피치각이다. 회색 음영은 나선팔이 아직 생성되지 않았거나 나선팔의 세기가 약할 때이다.

팔이 두 개인 경우

R25M03q03과 R50M01q07은 수치실험 전반에 걸쳐 $m_{\max} = 2$이며, 팔이 두 개인 나선팔이 뚜렷하게 형성되어 오랜시간 유지된다. 그림 4.9는 이들의 피치각 진화를 보여준다. 팔이 한 개인 나선팔과는 다르게 안쪽에서의 나선팔이 바깥쪽보다 크다(즉, $\theta_{\rm in} < \theta_{\rm out}$). 또 다른 특징은 시간이 지남에 따라 $\theta_{\rm out}$이 점차 증가한다는 것이다. 이는 원반에 나타난 중력불안정이 비선형적으로 성장할 때 나선팔이 느슨하게 풀어지는 현상(unwinding)으로 해석할 수 있다(Lee & Goodman 1999).

특히 R50M01q07의 경우 6 ORP 시점에서 나선팔의 비선형성이 크게 증가하는데, 이때 피치각이 도약하는 것을 확인할 수 있다. 6 ORP 이후에 피치각이 크게 요동치는 이유는 나선팔을 통해 원반의 물질이 안쪽으로 유입되면서 나선팔의 위치가 달라지기 때문이다. R25M03q03에서 피치각의 도약과 요동이 보이지 않는 이유는 실험이 진행된 시간이 짧기 때문이다. 25 AU 원반에서의 $TimeMax$(즉, 10 ORP)는 1250년인데 비해 50 AU 원반에서의 $TimeMax$는 약 3535년이다. 따라서 R25M03q03도 더 오랜시간동안 진화하면 R50M01q07과 같이 피치각의 도약과 요동이 발생할 것이다.

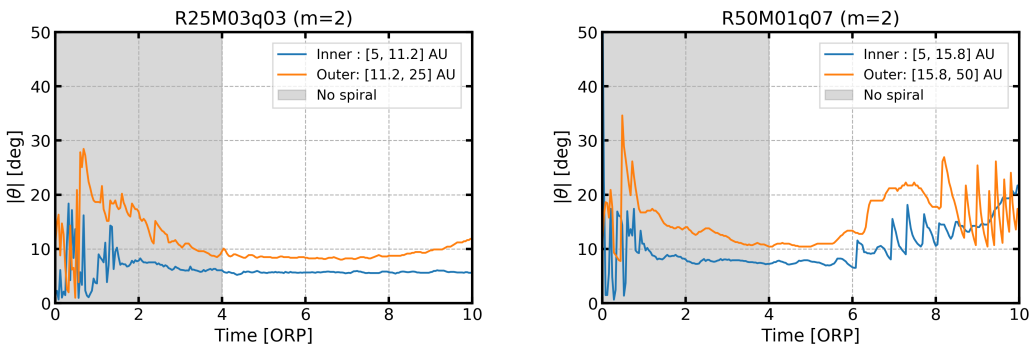

Figure 4.9. 팔이 두 개인 나선팔의 시간에 따른 피치각 변화. [왼쪽]은 R25M03q03, [오른쪽]은 R50M01q07의 경우에 해당한다. 파란색 선과 주황색 선은 각각 안쪽과 바깥쪽에서 측정한 피치각이다. 회색 음영은 나선팔이 아직 생성되지 않았거나 나선팔의 세기가 약할 때이다.

나선팔이 분열되는 경우

나선팔이 분열되는 경우 피치각의 변화는 훨씬 복잡하다. 그림 4.10은 R50M05q05의 피치각 진화를 보여준다. 2.5 ORP에 $m = 1$인 나선팔이 먼저 생성되고 3.8 ORP에서 비선형도가 증가하면서 나선팔의 개수가 $m = 3$까지 증가한다. 이후에 나선팔은 두개로 다시 합쳐지면서 4.8 ORP에 이르면 결국 분열된다.

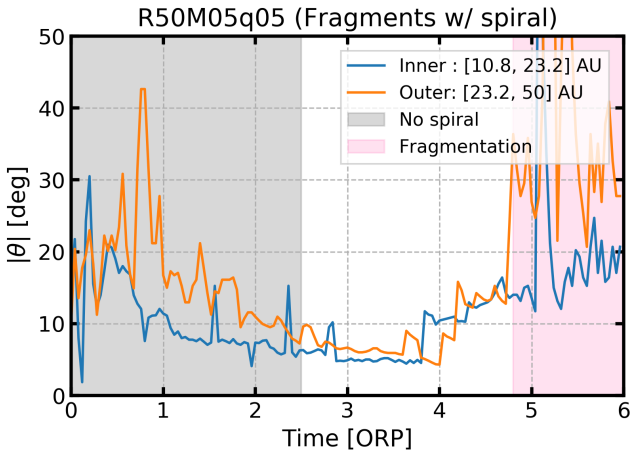

Figure 4.10. 분열되는 나선팔의 시간에 따른 피치각 변화. 파란색 선과 주황색 선은 각각 [10.8, 23.2]AU와 [23.2, 50]AU에서 측정한 피치각이다. 회색 음영은 나선팔이 아직 생성되지 않았거나 나선팔의 세기가 약할 때이다. 핑크색 음영은 원반이 분열이 일어난 시기를 나타낸다.

Chapter 5

논의

5.1 사전연구들과의 중력불안정 기준 비교

그림 4.6에서 볼 수 있듯이 중력불안정은 M_*가 클수록, $R_{\rm out}$이 작을수록 쉽게 발생한다. 이러한 경향성은 사전연구들(Haworth et al. 2020; Mercer & Stamatellos 2020)의 결과와 일치하지만, 중력불안정이 발생하는 정확한 기준은 일치하지 않는다.[1] 이 절에서는 본 연구의 결과와 사전 연구의 결과가 차이 나는 이유에 대해서 알아보고자 한다.

수치해석 코드의 차이

가장 먼저 수치해석 코드의 차이를 생각해볼 수 있다. 본 연구에 사용된 코드는 GIZMO (Hopkins 2014)이며, MS20은 GANDALF (Hubber et al. 2018)를, H20은 SPHNG (Bate et al. 1995)을 사용하였다. 이 코드들은 모두 입자 기반의 라그랑지 코드이지만, 시간 증분 방법과 중력 계산 방법, 물질 유입 방식 및 인위적 점성(artificial viscosity) 등을 고려하는 방식에서 차이가 발생할 수 있다.

[1] 이제부터는 편의상 Haworth et al. (2020)와 Mercer & Stamatellos (2020)를 각각 H20과 MS20로 줄여서 부른다.

복사전달 방식의 차이

복사전달을 고려하는 방식에 의한 차이도 발생할 수 있다. MS20과 H20에서의 복사전달은 모두 Stamatellos et al. (2007)의 복사전달 방식을 기반으로 두고 있다. 이 방식은 얼음 융해(ice melting), 먼지 승화(dust sublimation), 속박−자유 천이, 자유−자유 천이, 전자 산란 등을 포함한다. 하지만 MS20에서 사용한 복사전달 방식이 H20의 방식에 비해 더욱 효율적으로 냉각되므로(Lombardi et al. 2015), 비교적 불안정한 결과가 야기되었을 가능성이 있다. 한편 우리 연구는 복사전달 방식으로 β 냉각법을 채택하였으며, 중심별에서의 가열을 포함하였다(식 3.26 참고). β 냉각법은 냉각시간이 동적시간에 비례한다는 매우 단순화된 방식이지만, 기준되는 온도($T_{\rm irr}$)를 설정하여 기체 입자의 온도가 $T_{\rm irr}$ 보다 높으면 냉각시키고, 낮으면 가열시킨다는 점에서 Stamatellos et al. (2007)의 방법과 유사하다. 물론 후자의 경우 냉각 및 가열이 일어나는 시간 척도를 밀도에 따른 불투명도(opacity)에서 도출하기 때문에 좀 더 현실적이다.

원반의 온도와 실험 시간의 차이

본 연구와 사전연구 사이의 차이를 유발하는 또 다른 후보는 바로 원반의 온도($T_{\rm irr}$)이다. 그림 5.1은 중심별의 질량이 0.3 $M_\odot$일 때 $T_{\rm irr}$의 분포를 보여준다. 빨간선, 파란선, 검은선은 각각 H20, MS20, 본 연구에서 사용된 $T_{\rm irr}$이며, 초록색 선은 황소자리에 위치한 분자운에서 발견되는 M형 별 근처 원시행성계원반의 온도분포를 나타낸다(Andrews & Williams 2005).

이 중 H20의 원반 온도는 나머지 연구에 사용된 온도들에 비해 훨씬 높다. 이는 H20에서의 원반이 광학적으로 매우 얇아서 중심별로부터의 복사 플럭스를 전부 흡수한다고 가정했기 때문이다(passive heating). H20에 사용된 원반 온도는 아래와 같이 정의된다.

$$T_{\rm irr,H20} = \left(\frac{L_*}{4\pi\sigma R^2}\right)^{1/4} {\rm K} \tag{5.1}$$

여기서 σ는 슈테판−볼츠만 상수이며, 중심별의 광도 L_*은 MIST(MESA Isochrones and Stellar Tracks)를 통해 계산된 0.5 Myr 시점에서의 광도를 사용한다. 한편 H20는 중심

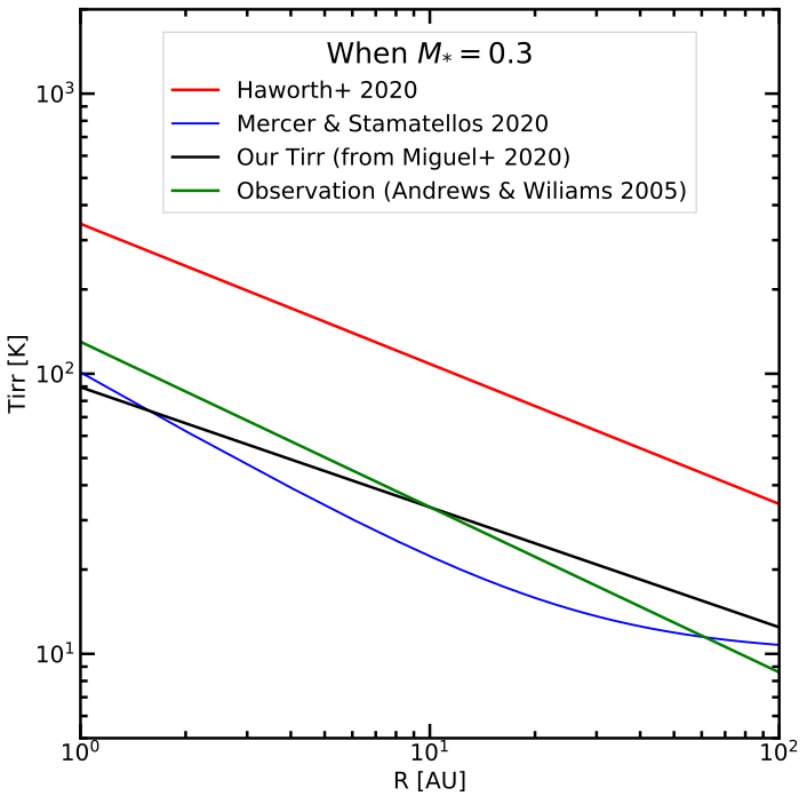

Figure 5.1. 중심별로부터 가열된 원반의 온도 비교. 중심별의 질량이 0.3 $M_\odot$일 때, 각각의 연구에 사용된 $T_{\rm irr}$의 분포를 나타낸다. 빨간선은 Haworth et al. (2020), 파란선은 Mercer & Stamatellos (2020), 까만선은 본 연구에 사용된 원반의 온도이다. 초록색 선은 실제 관측된 M형 별 근처에서의 원시행성계원반 온도이다(Andrews & Williams 2005).

별로부터의 복사가 없는 모형도 수치실험에 포함하였는데, 이 때 원반은 3 K까지 냉각될 수 있다. 이들은 실제 원반이 두 극단적인 경우(복사가 고려된 경우와 그렇지 않은 경우) 사이의 어딘가에 해당할 것이라고 주장한다. 한편 H20의 모형들은 아주 높은 값의 질량비에서도 분열이 잘 일어나지 않는데 이것은 우리 연구 결과와 일치하지 않는다.

MS20과 본 연구의 원반 온도는 실제 관측되는 원반의 온도와 비슷한 범위에 있다. MS20에서 사용된 원반의 온도는 다음과 같다.

$$T_{\rm irr,MS20} = \left[T_0^2 \left(\frac{R^2 + R_0^2}{\rm AU} \right)^{-0.7} + T_\infty^2 \right]^{1/2} {\rm K} \tag{5.2}$$

여기서 $T_0 = 100$ K, $T_\infty = 10$ K, $R_0 = 0.01$ AU이다. 위 식은 중심별의 질량에 무관하여 모든 모형에 대해 같은 온도를 갖는다. 실제로는 별의 질량이 클수록 광도가 커지기 때문에, 이러한 효과를 고려하기 위하여 우리 연구는 Miguel et al. (2020)에서 제시하는 온도 식을 사용하였다. 식 2.7을 다시 쓰면

$$T_{\rm irr} = 150 \left(\frac{M_*}{0.1 M_\odot} \right)^{3/7} \left(\frac{R}{0.1{\rm AU}} \right)^{-3/7} {\rm K} \tag{5.3}$$

이다. 위 식은 복잡한 복사전달을 고려한 수치실험들로부터 얻은 경험식에 해당한다. 식 5.1−5.3에서 수직한 온도는 모두 등온(isothermal)이며, 중앙면에서 중심별로부터 떨어진 거리 R에만 의존함에 주의하라.

MS20의 원반 온도가 우리 연구와 비슷하므로 결과도 비슷해야할 것 같지만, 그림 4.6에서 보았듯이 실제로는 분열 조건이 (특히 100 AU 원반에서) 차이가 나며, 본 연구의 실험 결과가 훨씬 안정되어 있다. 그 이유는 수치실험이 끝나는 시점($TimeMax$)과 관련있을 것으로 생각된다. MS20은 원반을 최대 20 ORP까지 진화시켰으며, H20은 6 ORP, 본 연구는 10 ORP까지 진화시켰다. 따라서 MS20이 원반의 진화를 가장 오랫동안 살펴보았다. 만약 $TimeMax$가 충분하지 않아서 나선팔이 미처 분열되기 전에 수치실험이 끝난다면 중력 불안정 기준이 달라질 수 있다.

5.2 실제 나선팔과의 피치각 비교

Yu et al. (2019)은 나선팔이 관측된 13개의 원시행성계원반에 대하여 피치각을 측정하여 원반의 특성과의 상관관계를 조사했다. 그 결과 피치각은 원반의 크기와 모성의 질량과는 무관했지만, 원반의 질량과 매우 밀접한 관련이 있었으며 아래와 같은 경험식을 얻었다.

$$|\theta| = -(7.8 \pm 1.7) \log (M_d/M_\odot) + (2.7 \pm 2.6) \tag{5.4}$$

즉 관측되는 나선팔의 피치각은 원반이 무거울수록 작다. 피치각이 작을수록 나선팔이 더 단단하게 감겨있다는 것을 의미한다.

그림 5.2는 Yu et al. (2019)의 관측 결과와 우리 연구 결과를 비교한 것이다. 원반의 질량이 $\log(M_d/M_\odot) < -0.5$인 영역에서 수치실험을 통해 얻은 피치각은 관측되는 나선팔의 피치각과 비슷한 범위에 분포하고 있다. 반면 원반의 질량이 $\log(M_d/M_\odot) > -0.5$인 영역에서는 원반의 질량이 증가할 때 피치각이 함께 증가하면서 관측과는 반대되는 경향이 나타난다. 무거운 원반에서 나선팔이 더 느슨하게 감기는 현상은 Hall et al. (2019)의 연구에서도 볼 수 있다. 이는 원반의 질량이 클수록 중력불안정이 강하게 일어나면서 나선팔이 느슨하게 풀린 것으로 보인다(Lee & Goodman 1999).

우리 실험에서 나선팔이 형성된 원반의 최소 질량은 0.05 $M_\odot$으로, $\log(M_d/M_\odot) \sim -1.3$이다(R25M01q05에 해당). 원반의 질량이 이보다 작은 경우에는 나선팔이 중력불안정을 통해 만들어지기 어렵다. 나선팔이 관측된 원반의 상당수가 0.05 $M_\odot$보다 가볍고, 그중에세도 DZ Cha는 원반의 질량이 0.002 $M_\odot$으로 $\log(M_d/M_\odot) \sim -2.7$에 지나지 않는다. 이렇게 가벼운 원반에서의 나선팔은 중력불안정으로 만들어졌다기보다는 행성이나 동반성에 의해 만들어졌을 가능성이 매우 높다.

5.3 나선팔로 인한 물질 유입

원반에서 일단 나선팔이 자라나면 나선팔을 통해 중심부로 물질 유입이 꾸준하게 일어난다. 이는 나선팔이 원반에 있는 기체 입자들에 회전력을 가하여 각운동량을 잃게 만든

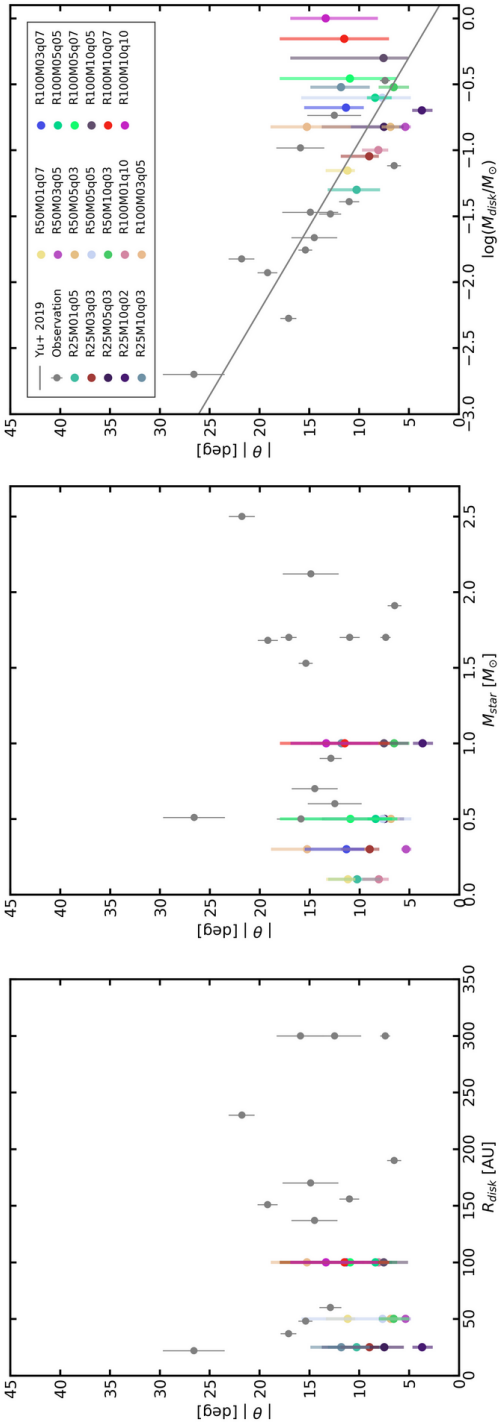

Figure 5.2. 실제 나선팔과의 피치각 비교. [왼쪽]은 중심별의 질량에 따른 피치각, [중앙]은 원반의 크기에 따른 피치각, [오른쪽]은 원반의 질량에 따른 피치각을 나타낸다. Yu et al. (2019)의 관측값은 회색 점들로 표시되어 있으며 회색선은 관측값을 피팅한 것이다. 색깔이 있는 점들은 본 연구 결과에 해당한다.

결과로 보여진다. 또한 원반에서 분열된 기체 덩어리가 안쪽으로 이동하는 경우가 있는데, 중심별로부터의 조석력으로 인해 대기를 잃거나 기체 덩어리 자체가 분해되며 중심별로 유입될 수 있다. 이를 통해 물질이 중심별로 간헐적으로 강착될 가능성이 있다.

5.4 실제 원반의 중력불안정 가능성

우리 연구에 따르면 원시행성원반이 중력적으로 불안정해지기 위해서는 원반의 질량이 중심별의 최소 20% 이상이 되어야 한다. 이는 관측되는 원반의 질량이 대체로 중심별 질량의 0.1−10%인 것을 감안하면, 상대적으로 큰 값이다. 하지만 원반의 질량을 측정할 때 채택하는 가정으로부터 인해 야기되는 불확실성이 존재하기 때문에 실제 원반의 질량보다 과소평가될 수 있다. 또한 원반이 현재 관측되는 시점보다 과거에 더 많은 물질들을 보유하고 있었을 가능성이 있다. 또한 우리 연구는 원반의 질량이 초기조건에서 결정된 이후에 더이상의 물질 유입을 고려하지 않았지만, class 0-I로 분류되는 어린 원반에서는 주변의 기체운에서 원반으로 물질 유입이 일어나기 때문에 중력적으로 더 불안정할 수 있다. 만약 기체운으로부터 물질 유입이 간헐적으로 일어난다면, 일시적으로 원반의 물질이 많이 쌓이면서 중력불안정의 조건을 만족하여 분열될 수도 있을 것이다. 마지막으로 우리 연구는 원반과 주변 천체들과의 상호작용을 고려하지 않았다. 많은 이론 연구 들이 원반을 독립적인(isolated) 계로 가정하지만, 실제로는 주변에 동반성이 존재하여 중력적으로 상호작용을 주고 받을 수 있다. 혹은 원반 주변을 플라이바이로 스쳐 지나가는 별이 원반에 밀도섭동을 가한다면, 가벼운 원반의 경우에도 중력불안정이 야기될 수 있다.

Chapter 6

요약 및 결론

본 연구에서는 3차원 유체역학 코드인 GIZMO를 사용하여 가벼운 별 주변의 원시행성계 원반에 대한 수치실험을 수행하였다. 이때 중심별로부터의 복사와 샤쿠라-서냐예프 점성, $\beta-$냉각이 에너지 방정식에서 고려되었다. 중심별의 질량(M_*)과 원반의 질량(M_d), 원반의 크기($R_{\rm out}$)를 변화시켜 가면서 총 72개의 모형에 대해 실험을 수행하였으며 각각의 원반들의 중력불안정을 조사하였다.

중력불안정은 $M_{\rm d}/M_*$가 0.2 이상일 때 발생하며, 중심별이 무거울수록, 원반이 무거울수록, 원반이 작을수록 쉽게 일어난다. 중력불안정의 조건은 원반의 초기조건을 통해 구한 툼레 안정화 변수(Q_T)로 잘 기술된다.

1. $Q_T(R_{\rm out}) < 0.4$인 원반은 중력적으로 매우 불안정하여 축대칭($m = 0$) 섭동이 고리로 성장하여 기체 덩어리로 분열된다.

2. $0.4 < Q_T(R_{\rm out}) < 0.6$인 원반은 비축대칭 섭동이 나선팔로 성장하여 분열을 겪는다.

3. $0.6 < Q_T(R_{\rm out}) < 0.8$인 원반은 원반에서는 나선팔이 분열되지 않고 오랜 시간 동안 존재한다.

4. $0.8 < Q_T(R_{\rm out})$인 원반은 중력적으로 안정하여 물질이 매끄럽게 분포한다.

본 연구의 결과를 Haworth et al. (2020)과 비교하면 나선팔이 형성될 때의 $M_{\rm d}/M_*$ 값이 매우 비슷하지만 분열은 우리 모형에서 훨씬 잘 일어난다. 한편 Mercer & Stamatellos (2020)과 비교하면 분열이 될 때의 $M_{\rm d}/M_*$가 우리 모형에서 더 높다. 즉, Mercer & Stamatellos (2020)의 연구 결과가 가장 불안정하고 Mercer & Stamatellos (2020)의 연구 결과가 가장 안정적이며 우리 연구 결과는 그 사이에 있다. 이를 통해 원반의 온도와 더불어 계산이 끝나는 시간이 실험 결과에 영향을 줄 수 있다는 것을 알 수 있었다.

한편 우리는 2차원 빠른 푸리에 변환을 통해 나선팔의 피치각을 측정하였다. 팔이 하나인 나선팔의 피치각은 시간이 지나도 크게 변하지 않으며, 원반의 안쪽에서 더 크고 바깥에서 더 작은 경향이 있다. 팔이 두 개인 나선팔의 경우에는 원반의 안쪽에서 피치각이 더 작고 바깥에서 커지는 경향이 있었으며, 시간이 지나면서 나선팔의 비선형도가 커짐에 따라 피치각이 증가한다. 원반의 피치각은 원반의 질량이 클수록 더 커지는 경향이 있었다. 하지만 실제 관측되는 나선팔의 피치각은 원반의 질량이 클수록 더 작은 경향이 있으므로 우리의 실험 결과와는 상반된다. 이는 원반이 무거울수록 중력적으로 불안정해지면서 나선팔이 풀어진 것으로 보인다. 하지만 관측되는 원반의 질량은 우리 모형에서보다 훨씬 작은 값들이다. 우리 연구에서 나선팔이 형성된 최소의 원반 질량은 0.3 $M_\odot$이었다. 따라서 이보다 가벼운 원반에서 발견되는 나선팔은 중력불안정으로 만들어지기 어려우며 행성 및 동반성에 의해 만들어졌을 가능성이 크다.

Bibliography

Terebey, S., Shu, F. H., & Cassen, P. 1984, ApJ, 286, 529. doi:10.1086/162628

Shu, F. H., Adams, F. C., & Lizano, S. 1987, ARA&A, 25, 23. doi:10.1146/annurev.aa.25.090187.000323

Kimura, S. S., Kunitomo, M., & Takahashi, S. Z. 2016, MNRAS, 461, 2257. doi:10.1093/mnras/stw1531

Shakura, N. I. & Sunyaev, R. A. 1973, X- and Gamma-Ray Astronomy, 55, 155

Lynden-Bell, D. & Pringle, J. E. 1974, MNRAS, 168, 603. doi:10.1093/mnras/168.3.603

Suzuki, T. K., Muto, T., & Inutsuka, S.-. ichiro . 2010, ApJ, 718, 1289. doi:10.1088/0004-637X/718/2/1289

Königl, A. & Salmeron, R. 2011, Physical Processes in Circumstellar Disks around Young Stars, 283

Dullemond, C. P., Hollenbach, D., Kamp, I., et al. 2007, Protostars and Planets V, 555

Owen, J. E., Clarke, C. J., & Ercolano, B. 2012, MNRAS, 422, 1880. doi:10.1111/j.1365-2966.2011.20337.x

Gorti, U., Hollenbach, D., & Dullemond, C. P. 2015, ApJ, 804, 29. doi:10.1088/0004-637X/804/1/29

Stapelfeldt, K. R., Burrows, C. J., Krist, J. E., et al. 1995, ApJ, 449, 888. doi:10.1086/176106

ALMA Partnership, Brogan, C. L., Pérez, L. M., et al. 2015, ApJ, 808, L3. doi:10.1088/2041-8205/808/1/L3

Andrews, S. M., Wilner, D. J., Zhu, Z., et al. 2016, ApJ, 820, L40. doi:10.3847/2041-8205/820/2/L40

Clarke, C. J., Tazzari, M., Juhasz, A., et al. 2018, ApJ, 866, L6. doi:10.3847/2041-8213/aae36b

Andrews, S. M. 2020, ARA&A, 58, 483. doi:10.1146/annurev-astro-031220-010302

Manara, C. F., Morbidelli, A., & Guillot, T. 2018, A&A, 618, L3. doi:10.1051/0004-6361/201834076

Mann, R. K., Andrews, S. M., Eisner, J. A., et al. 2015, ApJ, 802, 77. doi:10.1088/0004-637X/802/2/77

Tobin, J. J., Looney, L. W., Wilner, D. J., et al. 2015, ApJ, 805, 125. doi:10.1088/0004-637X/805/2/125

Andrews, S. M., Wilner, D. J., Hughes, A. M., et al. 2009, ApJ, 700, 1502. doi:10.1088/0004-637X/700/2/1502

Pérez, L. M., Carpenter, J. M., Andrews, S. M., et al. 2016, Science, 353, 1519. doi:10.1126/science.aaf8296

Paneque-Carreño, T., Perez, L. M., Benisty, M., et al. 2021, arXiv:2103.14048

Veronesi, B., Paneque-Carreno, T., Lodato, G., et al. 2021, arXiv:2104.09530

Armitage, P. J. 2013, Astrophysics of Planet Formation, by Philip J. Armitage, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2013

Dominik, C. 2015, European Physical Journal Web of Conferences, 102, 00004. doi:10.1051/epjconf/201510200004

Toomre, A. 1964, ApJ, 139, 1217. doi:10.1086/147861

Lin, C. C. & Shu, F. H. 1964, ApJ, 140, 646. doi:10.1086/147955

Pringle, J. E. & King, A. 2007, Astrophysical Flows, by James E. Pringle , Andrew King, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2007

Durisen, R. H., Boss, A. P., Mayer, L., et al. 2007, Protostars and Planets V, 607

Kim, W.-T. & Ostriker, E. C. 2007, ApJ, 660, 1232. doi:10.1086/513176

Muto, T., Grady, C. A., Hashimoto, J., et al. 2012, ApJ, 748, L22. doi:10.1088/2041-8205/748/2/L22

Grady, C. A., Muto, T., Hashimoto, J., et al. 2013, ApJ, 762, 48. doi:10.1088/0004-637X/762/1/48

Akiyama, E., Hashimoto, J., Liu, H. B., et al. 2016, AJ, 152, 222. doi:10.3847/1538-3881/152/6/222

Wagner, K., Apai, D., Kasper, M., et al. 2015, ApJ, 813, L2. doi:10.1088/2041-8205/813/1/L2

Huang, J., Andrews, S. M., Dullemond, C. P., et al. 2018, ApJ, 869, L42. doi:10.3847/2041-8213/aaf740

Andrews, S. M., Huang, J., Pérez, L. M., et al. 2018, ApJ, 869, L41. doi:10.3847/2041-8213/aaf741

Kurtovic, N. T., Pérez, L. M., Benisty, M., et al. 2018, ApJ, 869, L44. doi:10.3847/2041-8213/aaf746

Rice, W. K. M., Lodato, G., Pringle, J. E., et al. 2004, MNRAS, 355, 543. doi:10.1111/j.1365-2966.2004.08339.x

Dipierro, G., Pinilla, P., Lodato, G., et al. 2015, MNRAS, 451, 974. doi:10.1093/mnras/stv970

Cadman, J., Hall, C., Rice, K., et al. 2020, MNRAS, 498, 4256. doi:10.1093/mnras/staa2596

Dong, R., Hall, C., Rice, K., et al. 2015a, ApJ, 812, L32. doi:10.1088/2041-8205/812/2/L32

Dong, R., Zhu, Z., Rafikov, R. R., et al. 2015b, ApJ, 809, L5. doi:10.1088/2041-8205/809/1/L5

Dong, R., Najita, J. R., & Brittain, S. 2018, ApJ, 862, 103. doi:10.3847/1538-4357/aaccfc

Kley, W. & Nelson, R. P. 2012, ARA&A, 50, 211. doi:10.1146/annurev-astro-081811-125523

Kratter, K. & Lodato, G. 2016, ARA&A, 54, 271. doi:10.1146/annurev-astro-081915-023307

Safronov, V. S. 1972, Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and planets., by Safronov, V. S.. Translated from Russian. Jerusalem (Israel): Israel Program for Scientific Translations, Keter Publishing House, 212 p.

Goldreich, P. & Ward, W. R. 1973, ApJ, 183, 1051. doi:10.1086/152291

Blum, J. & Wurm, G. 2008, ARA&A, 46, 21. doi:10.1146/annurev.astro.46.060407.145152

Suzuki, D., Bennett, D. P., Ida, S., et al. 2018, ApJ, 869, L34. doi:10.3847/2041-8213/aaf577

Lambrechts, M. & Johansen, A. 2012, A&A, 544, A32. doi:10.1051/0004-6361/201219127

Kuiper, G. P. 1951, Proceedings of the National Academy of Science, 37, 1. doi:10.1073/pnas.37.1.1

Cameron, A. G. W. 1978, IAU Colloq. 52: Protostars and Planets, 453

Boss, A. P. 1997, Science, 276, 1836. doi:10.1126/science.276.5320.1836

Boss, A. P. 2000, ApJ, 536, L101. doi:10.1086/312737

Stamatellos, D. & Whitworth, A. P. 2008, A&A, 480, 879. doi:10.1051/0004-6361:20078628

Stamatellos, D. & Whitworth, A. P. 2009, MNRAS, 392, 413. doi:10.1111/j.1365-2966.2008.14069.x

Zhu, Z., Hartmann, L., Nelson, R. P., et al. 2012, ApJ, 746, 110. doi:10.1088/0004-637X/746/1/110

Nayakshin, S. & Cha, S.-H. 2013, MNRAS, 435, 2099. doi:10.1093/mnras/stt1426

Mercer, A. & Stamatellos, D. 2017, MNRAS, 465, 2. doi:10.1093/mnras/stw2714

Armstrong, D. J., Lopez, T. A., Adibekyan, V., et al. 2020, Nature, 583, 39. doi:10.1038/s41586-020-2421-7

Nayakshin, S. 2010, MNRAS, 408, L36. doi:10.1111/j.1745-3933.2010.00923.x

Boley, A. C., Hayfield, T., Mayer, L., et al. 2010, , 207, 509. doi:10.1016/j.icarus.2010.01.015

Forgan, D. H., Hall, C., Meru, F., et al. 2018, MNRAS, 474, 5036. doi:10.1093/mnras/stx2870

Humphries, J. & Nayakshin, S. 2019, MNRAS, 489, 5187. doi:10.1093/mnras/stz2497

Vidal-Madjar, A., Lecavelier des Etangs, A., Désert, J.-M., et al. 2003, Nature, 422, 143. doi:10.1038/nature01448

Bochanski, J. J., Hawley, S. L., Covey, K. R., et al. 2010, AJ, 139, 2679. doi:10.1088/0004-6256/139/6/2679

Shields, A. L., Ballard, S., & Johnson, J. A. 2016, Phys. Rep., 663, 1. doi:10.1016/j.physrep.2016.10.003

Veras, D., Crepp, J. R., & Ford, E. B. 2009, ApJ, 696, 1600. doi:10.1088/0004-637X/696/2/1600

Sumi, T., Kamiya, K., Bennett, D. P., et al. 2011, Nature, 473, 349. doi:10.1038/nature10092

Carrera, D., Raymond, S. N., & Davies, M. B. 2019, A&A, 629, L7. doi:10.1051/0004-6361/201935744

Boss, A. P. 2006a, ApJ, 643, 501. doi:10.1086/501522

Boss, A. P. 2006b, ApJ, 644, L79. doi:10.1086/505533

Backus, I. & Quinn, T. 2016, arXiv:1607.06869

Haworth, T. J., Cadman, J., Meru, F., et al. 2020, MNRAS, 494, 4130. doi:10.1093/mnras/staa883

Mercer, A. & Stamatellos, D. 2020, A&A, 633, A116. doi:10.1051/0004-6361/201936954

Lin, D. N. C. & Pringle, J. E. 1990, ApJ, 358, 515. doi:10.1086/169004

Mundy, L. G., Looney, L. W., Erickson, W., et al. 1996, ApJ, 464, L169. doi:10.1086/310117

Andrews, S. M. & Williams, J. P. 2007, ApJ, 659, 705. doi:10.1086/511741

Pérez, L. M., Carpenter, J. M., Chandler, C. J., et al. 2012, ApJ, 760, L17. doi:10.1088/2041-8205/760/1/L17

Kwon, W., Looney, L. W., & Mundy, L. G. 2011, ApJ, 741, 3. doi:10.1088/0004-637X/741/1/3

Kwon, W., Looney, L. W., Mundy, L. G., et al. 2015, ApJ, 808, 102. doi:10.1088/0004-637X/808/1/102

Ida, S., Guillot, T., & Morbidelli, A. 2016, A&A, 591, A72. doi:10.1051/0004-6361/201628099

Frank, J., King, A., & Raine, D. 1992, Camb. Astrophys. Ser., Vol. 21,

Gammie, C. F. 2001, ApJ, 553, 174. doi:10.1086/320631

Rice, W. K. M., Armitage, P. J., Bate, M. R., et al. 2003, MNRAS, 339, 1025. doi:10.1046/j.1365-8711.2003.06253.x

Rice, W. K. M., Lodato, G., & Armitage, P. J. 2005, MNRAS, 364, L56. doi:10.1111/j.1745-3933.2005.00105.x

Mayer, L., Wadsley, J., Quinn, T., et al. 2005, MNRAS, 363, 641. doi:10.1111/j.1365-2966.2005.09468.x

Lin, M.-K. & Kratter, K. M. 2016, ApJ, 824, 91. doi:10.3847/0004-637X/824/2/91

Meru, F. & Bate, M. R. 2011, MNRAS, 411, L1. doi:10.1111/j.1745-3933.2010.00978.x

Meru, F. & Bate, M. R. 2012, MNRAS, 427, 2022. doi:10.1111/j.1365-2966.2012.22035.x

Paardekooper, S.-J. 2012, MNRAS, 421, 3286. doi:10.1111/j.1365-2966.2012.20553.x

Young, M. D. & Clarke, C. J. 2015, MNRAS, 451, 3987. doi:10.1093/mnras/stv1266

Deng, H., Mayer, L., & Meru, F. 2017, ApJ, 847, 43. doi:10.3847/1538-4357/aa872b

Rowther, S. & Meru, F. 2020, MNRAS, 496, 1598. doi:10.1093/mnras/staa1590

Danver, C.-G. 1942, Annals of the Observatory of Lund, 10, 3

Considere, S. & Athanassoula, E. 1982, A&A, 111, 28

Iye, M., Okamura, S., Hamabe, M., et al. 1982, ApJ, 256, 103. doi:10.1086/159887

Yu, S.-Y., Ho, L. C., & Zhu, Z. 2019, ApJ, 877, 100. doi:10.3847/1538-4357/ab1d65

Rowther, S. & Meru, F. 2020, MNRAS, 496, 1598. doi:10.1093/mnras/staa1590

Hopkins, P. F. 2014, Astrophysics Source Code Library. ascl:1410.003

Miguel, Y., Cridland, A., Ormel, C. W., et al. 2020, MNRAS, 491, 1998. doi:10.1093/mnras/stz3007

Andrews, S. M. & Williams, J. P. 2005, ApJ, 631, 1134. doi:10.1086/432712

Yu, S.-Y., Ho, L. C., & Zhu, Z. 2019, ApJ, 877, 100. doi:10.3847/1538-4357/ab1d65

Hubber, D. A., Walch, S., & Whitworth, A. P. 2013, MNRAS, 430, 3261. doi:10.1093/mnras/stt128

Hubber, D. A., Rosotti, G. P., & Booth, R. A. 2018, MNRAS, 473, 1603. doi:10.1093/mnras/stx2405

Bate, M. R., Bonnell, I. A., & Price, N. M. 1995, MNRAS, 277, 362. doi:10.1093/mnras/277.2.362

Stamatellos, D., Whitworth, A. P., Bisbas, T., et al. 2007, A&A, 475, 37. doi:10.1051/0004-6361:20077373

Lombardi, J. C., McInally, W. G., & Faber, J. A. 2015, MNRAS, 447, 25. doi:10.1093/mnras/stu2432

Lee, E. & Goodman, J. 1999, MNRAS, 308, 984. doi:10.1046/j.1365-8711.1999.02764.x

Hall, C., Dong, R., Rice, K., et al. 2019, ApJ, 871, 228. doi:10.3847/1538-4357/aafac2

Monaghan, J. J. & Lattanzio, J. C. 1985, A&A, 149, 135

ABSTRACT

Massive protoplanetary disks can form spiral structure or gas giants via gravitational instability, potentially responsible for spiral arms and/or giant planets on wide orbits observed around low-mass stars. To find the conditions for the formation of spiral arms and/or planets, we perform global three-dimensional simulations of self-gravitating disks around low-mass stars using the GIZMO code. Our numerical models include heating by stellar irradiation and turbulent viscosity as well as the β cooling occurring over the dynamical time. We run various models with differing stellar mass M_*, disk mass M_d, and disk size $R_{\rm out}$. We find the criterion for gravitational instability of the disk and its outcomes depend on the Toomre stability parameter at the outer disk $Q_T(R_{\rm out})$: disks with $Q_T(R_{\rm out}) < 0.4$ are unstable to axisymmetric perturbations to form rings that undergo fragmentation into bound clumps; disks with $0.4 < Q_T(R_{\rm out}) < 0.6$ are unstable to non-axisymmetric perturbations to produce spirals that undergo fragmentation; disks with $0.6 < Q_T(R_{\rm out}) < 0.8$ are mildly unstable to form spirals that do not undergo fragmentation; disks with with $0.8 < Q_T(R_{\rm out})$ remain gravitationally stable. We also find that the minimum disk mass for spiral formation is 0.05 $M_\odot$ and that the spiral arm pitch angle tends to increase as the disk mass increases. We discuss our findings in comparison with the results of previous numerical work and observational studies.

Keywords: Accretion disk, Protoplanetary disk, Planet formation, Hydrodynamics, Gravitational instability

Student Number: 2018-22988