

論文

하이브리드 적층복합재료에서의 Iso-Strain 구조설계의 최적화

강선교* · 이경우** · 강태진*

Optimum Design for Iso-strain Structure of Hybrid Laminated Composite

Seon Kyo Kang*, Kyung Woo Lee** and Tae Jin Kang*

ABSTRACT

The optimum design of hybrid laminated composites for iso-strain structure has been studied by controlling fiber orientations and thicknesses of each layer. Fiber orientations and thicknesses of each layer for iso-strain structure were designed. Combining the laminates of each layer of different reinforcing material, the constitutions of hybrid laminated composite for iso-strain structure were obtained. All these calculations were formed on computer systems, automatically for the hybridization. Using the data of some specific laminated composite such as glass and aramid reinforced composites, the constitutions of hybrid laminated composites for iso-strains structure were designed and verified by lamination theory. The strains of each layer of hybrid laminated composites are calculated and they turned out to be good agreements with the results obtained lamination theory.

1. 서 론

기존의 재료인 강철이나 알루미늄은 등방성 재료가기 때문에 모든 방향으로 강성과 강도가 같으나, 복합재료는 이방성 물질이므로 섬유 방향으로 가장 높은 강성과 강도를 나타내게 된다. 따라서 섬유강화 복합재료를 이용하여 구조를 설계하는 일은 등방성 재료를 사용하여 설계하는 것보다 훨씬 어렵지만 반면에 복합재료는 우리가 원하는 방향으로 강성과 강도를 조절하여 재료의 낭비를 줄일 수 있다는 장점을 가지고 있다.

복합재료의 해석에 가장 일반적으로 사용되는 방법으로는 고전 적층판 이론을 들 수 있다. 고전 적층판 이론을 이용하면 플라이(Ply)의 탄성 성질(E_L , E_T ,

G_{LT} , ν_{LT})과 플라이의 섬유 배향각이 미리 결정되어 있을 때 적층 복합재료(Laminate composite)의 탄성 성질을 쉽게 구할 수 있다.

그러나, 적층 복합재료에 요구되는 탄성 성질이 미리 결정되는 경우에 이미 계산되어 있는 데이터베이스에서 비슷한 값을 찾아야 하는 문제점을 갖는다. 데이터베이스가 완성된 재료의 경우에는 문제가 없지만 데이터베이스가 없는 새로운 재료를 이용할 때에는 먼저 데이터베이스를 작성해야 한다. 그렇기 때문에 적층 복합재료의 탄성 성질로부터 적층 복합재료를 구성하는 각 플라이의 섬유 배향각과 두께를 구할 수 있는 방법이 요구된다. Fukunaga[1]와 Miki[2] 등은 적층 복합재료가 한가지의 재료로 되어 있는 경우에 대하여 많

* 연세대학교 대학원 기계설계학과

** 연세대학교 기계전자공학부

은 연구를 하여 요구되는 적층 복합재료의 탄성 성질로부터 각 플라이의 배향각과 두께를 구하는 방법을 개발하였으나 하이브리드 복합재료의 경우에는 그들이 개발한 방법을 그대로 적용할 수가 없다.

본 연구에서는 적층 복합재료의 탄성 성질로부터 적층 복합재료를 구성하는 각 플라이들의 섬유 배향각과 두께를 구하는 방법을 응용하여 임의의 하중 하에서 하이브리드 적층 복합재료에서의 각 층이 동일 변형률을 보여 하이브리드 복합재료가 파단시 모든 플라이가 동시에 파단(Failure)이 일어날 수 있는 구조를 설계하고자 한다. 하이브리드 적층 복합재료의 탄성 성질을 각 플라이의 탄성 성질로부터 구할 경우에는 어려움이 적으나 역으로 하이브리드 적층 복합재료의 탄성 성질로부터 각 플라이의 배향각 및 두께를 구할 때에는 하이브리드에 사용한 서로 다른 재료들의 데이터를 처리하는 방법이 큰 장애가 된다. 이를 극복하기 위하여 다소 복잡하지만 다음과 같은 방법을 고안하였다.

첫째, 동종 적층 복합재료의 동일 변형률 변형이 일어나는 조성을 구한다.

둘째, 구해진 조성을 갖는 적층 복합재료의 탄성 성질을 결정한다.

셋째, 탄성 성질의 값들이 같고 재료가 다른 적층 복합재료의 조성을 구한다.

넷째, 각 플라이의 섬유 배향각과 두께비를 결정하여 동일 변형률 구조를 갖는 하이브리드 적층 복합재료의 전체 조성비를 구한다.

이상의 과정을 구현하기 위하여 요구되는 프로그램들을 코딩하고 최종적으로 구해진 하이브리드 적층 복합재료의 조성을 고전 적층판 이론을 이용하여 검증하고자 한다.

2. 이론 및 프로그래밍

2.1 등변형률 변형을 위한 조건

Figure 1.에서 보이듯이 평면 변형률($\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$) 상태에 있는 적층 복합재료를 생각해 보자.

x-축에 대해서 θ 의 섬유 배향각을 가지는 플라이의 경우에 재료의 주축에 대한 변형률 성분은 식 (1)과 같다.

$$\begin{pmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ 1 & -\cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & -2\sin 2\theta & 2\cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (1)$$

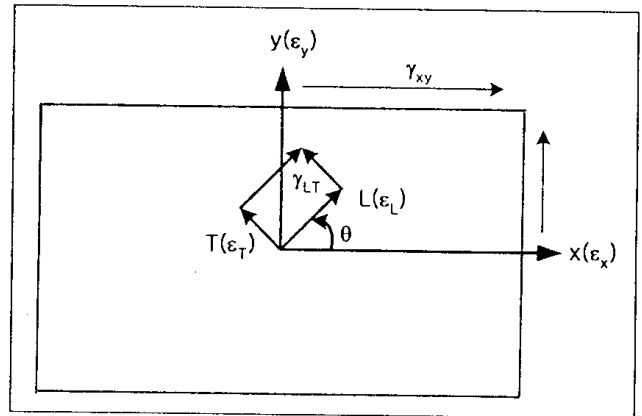


Fig. 1. Strain transformation

여기에서, $p = \frac{(\epsilon_x + \epsilon_y)}{2}$, $q = \frac{(\epsilon_x - \epsilon_y)}{2}$, $r = \frac{\gamma_{xy}}{2}$ 이다.

만약 $q = 0$ ($\epsilon_x = \epsilon_y$)이고 $r = 0$ ($\gamma_{xy} = 0$)일 때 변형률 성분은 섬유 배향각 θ 에 독립이다. 그러면, 변형률과 응력 성분은 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_L &= \epsilon_T = \epsilon_x = \epsilon_y, \quad \gamma_{LT} = 0 \\ \sigma_L &= (Q_{11} + Q_{12}) \epsilon_x, \\ \sigma_T &= (Q_{12} + Q_{22}) \epsilon_x \\ \tau_{LT} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 Q_{ij} 는 reduced stiffness[3] 이다.

식 (2)에서 $q = r = 0$ 의 관계를 만족시키는 적층 복합재료의 경우에는 모든 플라이가 파단 과정에서 동일한 변형률을 갖는다는 것을 알 수 있다. 이를 동일변형률 변형을 위한 조성을 가진 적층 복합재료라고 한다.

2.2 동종 적층 복합재료의 동일 변형률 조건

Figure 2.에 있는 평면 하중(N_1, N_2, N_{12}) 상태에 있는 적층 복합재료를 생각할 때, original coordinates (1-2)를 shear 성분인 N_{xy} 가 0이 되는 principal coordinates (x-y)로 변환하면 principal normal loads는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{(N_1 + N_2)}{2} + \left[\frac{(N_1 - N_2)^2}{4} + N_{12}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ N_y &= \frac{(N_1 + N_2)}{2} - \left[\frac{(N_1 - N_2)^2}{4} + N_{12}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \tan 2\alpha &= \frac{2N_{12}}{(N_1 - N_2)} \end{aligned} \quad (3)$$

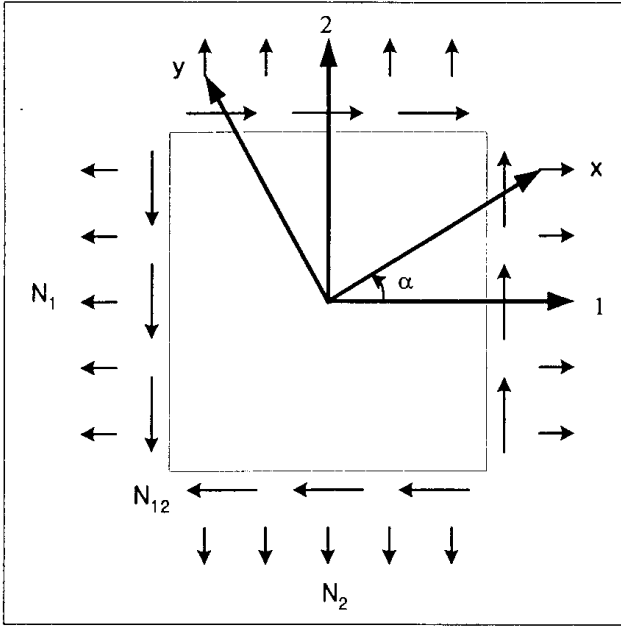


Fig. 2. Original (1-2) and principal (x-y) directions under in-plane loads

여기에서, α : principal coordinates와 original coordinates 사이의 각이다.

Principal coordinates에서 적층판의 평면 응력-변형을 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_y \end{pmatrix} \quad (4)$$

적층판이 중심면에 대해서 대칭이면 식 (4)의 평면 강성은 다음과 같이 다시 쓰여진다.

$$\begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{22} \\ A_{66} \\ A_{16} \\ A_{26} \end{pmatrix} = h \begin{bmatrix} 1 & V_1 & V_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V_2 & 1 & 0 \\ 1 & -V_1 & V_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V_2 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{V_3}{2} & V_4 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_3}{2} & -V_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기에서 h : Thickness of the laminate, U_i : Stiffness invariants[3]이고 V_i 는 아래와 같이 정의된 Laminate Parameter[3]이다.

$$\begin{aligned} V_1 &\equiv \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \cos 2\theta(z) dz = \int_0^1 \cos 2\theta(u) du \\ V_2 &\equiv \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \cos 4\theta(z) dz = \int_0^1 \cos 4\theta(u) du \\ V_3 &\equiv \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sin 2\theta(z) dz = \int_0^1 \sin 2\theta(u) du \\ V_4 &\equiv \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \cos 2\theta(z) \sin 2\theta(z) dz = \int_0^1 \cos 2\theta(u) \sin 2\theta(u) du \end{aligned} \quad (6)$$

위의 식으로부터 같은 두께의 $+\theta, -\theta$ 플라이를 갖는 balanced laminate의 경우에는 $V_3 = V_4 = 0$ 이고 또한 $r = 0$ ($\gamma_y = 0$) 이므로 식 (4)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \end{pmatrix} = h \begin{bmatrix} U_1+U_4+U_2V_1 & U_1-U_4+U_2V_1+2U_3V_2 \\ U_1+U_4-U_2V_1 & U_4-U_1+U_2V_1-2U_3V_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \quad (7)$$

Lamination parameter(V_1, V_2)는 symmetric balanced laminate의 평면 강성의 특성에 관계가 있고 $\int_0^1 (\cos 2\theta - V_1)^2 du \geq 0$ 이 성립하므로 $V_2 \geq V_1^2$ 라고 할 수 있다. 그러면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$-1 \leq V_1 \leq 1, V_1^2 \leq V_2 \leq 1 \quad (8)$$

식 (7)로부터 $q = 0$ ($\epsilon_x = \epsilon_y$)의 관계를 만족시키는 lamination parameter가 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_1 = \frac{U_1+U_4}{U_2} \frac{N_x-N_y}{N_x+N_y} \quad (9)$$

그리고, V_2 는 V_1^2 과 1사이의 임의의 상수가 된다. 식 (8)에서 $-1 \leq V_1 \leq 1$ 로 제한되므로, 동일 변형을 변형 적층판 조성이 존재하기 위한 하중 조건은 다음과 같다.

$$-\frac{U_2}{U_1+U_4} \leq \frac{N_x-N_y}{N_x+N_y} \leq \frac{U_2}{U_1+U_4} \quad (10)$$

하중 조건이 식 (7)을 만족할 때, 등변형을 변형이

일어나는 lamination parameter가 식 (9)과 같이 주어지며 stress resultants와 strain $p (= \epsilon_x = \epsilon_y)$ 의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{1}{h} \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \end{pmatrix} = 2(U_1 + U_4)p \begin{pmatrix} \frac{N_x}{(N_x + N_y)} \\ \frac{N_y}{(N_x + N_y)} \end{pmatrix} \quad (11)$$

등변형을 변형이 일어날 때의 lamination parameter가 나타내는 적층판 조성은 다음과 같다. 식 (4)를 유도할 때 적층판은 principal coordinates $x-y$ 에서 대칭이고 balanced되어 있다고 가정하였다. 따라서 $[(\pm\theta_1)_{h_1} / (\pm\theta_2)_{h_2} / \dots / (\pm\theta_n)_{h_n}]_s$ 의 조성을 갖는 n -플라이 적층판의 lamination parameter(V_1, V_2)는 식 (6)으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n h_i \begin{pmatrix} \cos 2\theta_i \\ \cos^2 2\theta_i \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서 총두께, $\sum_{i=1}^n h_i = 1$ 이다.

Figure 3.은 V_1-V_2 평면상에서 lamination parameter(V_1, V_2)와 n -플라이 적층판의 관계를 보이고 있다. $V_2 = V_1^2$ 포물선 위의 점 A_i 는 $\pm\theta_i$ 의 섬유 배향각을 갖는 플라이를 나타낸다. 예를 들어 점 B_1 은 0° 플라이를, 원점은 $\pm 45^\circ$ 플라이를, 점 C_1 은 90° 플라이를 각각 나타낸다.

Lamination parameter(V_1, V_2)를 나타내는 점 P 는 벡터 $a_i(\cos 2\theta_i, \cos^2 2\theta_i)$ 의 조합으로 표현할 수 있다. h_i 가 양수이므로 점 P 는 항상 n -다각형의 내부에

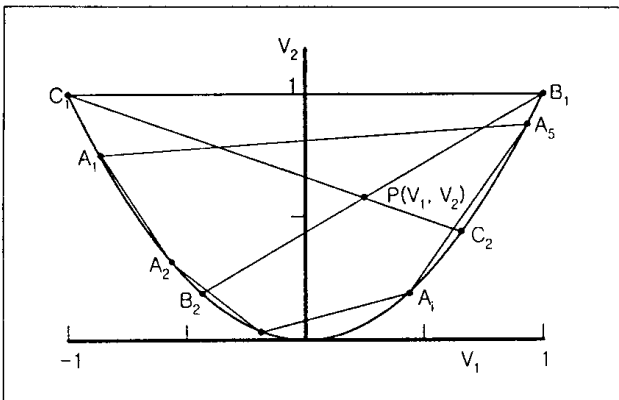


Fig. 3. Characteristics of lamination parameters (V_1, V_2)

존재해야 한다. a_i 벡터와 lamination parameters(V_1, V_2)를 알면, 식 (12)에 의해서 $\pm\theta_i$ 플라이의 두께 h_i 를 구할 수 있다. 2층, 3층 그리고 N 층 적층 복합재료의 두께를 결정하는 구체적인 방법은 다음과 같다.

2.2.1 2층 적층 복합재료

$\pm\theta_i$ 플라이($i = 1, 2, \dots, n$)의 두께를 결정하는 방법은 우선 식 (12)과 $\sum_{i=1}^n h_i = 1$ 의 조건으로 세 개의 식을 만든다. 두 개의 다른 섬유 배향각을 갖는 $\pm\theta_A / \pm\theta_B$ 적층 복합재료는 네 개의 변수($\theta_A, \theta_B, h_A, h_B$)를 갖는다.

Figure 4.에서 보이듯이 $V_2 = V_1^2$ 포물선 상에서 $(\cos 2\theta_A, \cos^2 2\theta_A)$ 를 임의로 정한다. 그러면, 점 P 가 직선 AB 를 $h_B : h_A$ 의 비로 나누므로 (θ_B, h_A, h_B) 를 기하학적으로 구한다. 직선 AP 와 포물선 $V_2 = V_1^2$ 의 교점으로 점 B 를 정한다.

$\pm\theta_A / \pm\theta_B$ 적층 복합재료의 섬유 배향각과 두께는 다음과 같이 결정된다.

$$\theta_A = \frac{1}{2} \cos^{-1} V_A$$

$$\theta_B = \frac{1}{2} \cos^{-1} V_B$$

(13)

$$h_A = \frac{V_B - V_1}{V_B - V_A}$$

$$h_B = 1 - h_A$$

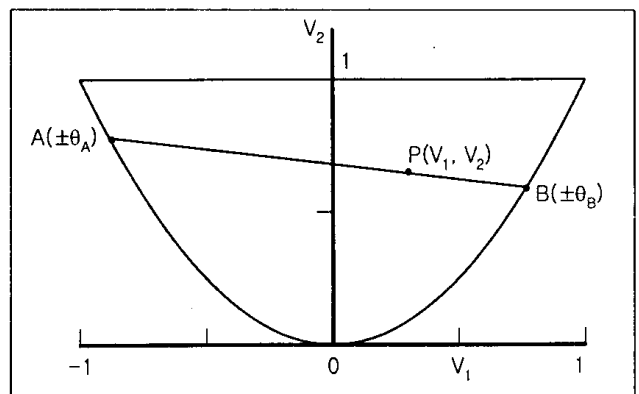


Fig. 4. Solution procedure for obtaining the laminate constitutions corresponding to the lamination parameters (V_1, V_2) when $n = 2$

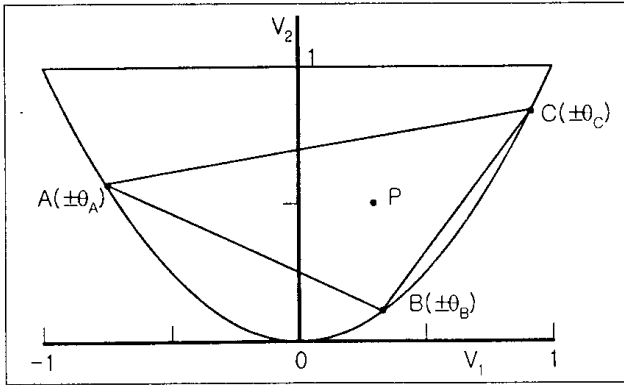


Fig. 5. Solution procedure for obtaining the laminate constitutions corresponding to the lamination parameters (V_1, V_2) when $n = 2$

여기에서, (V_A, V_A^2) : point A의 좌표, (V_B, V_B^2) : point B의 좌표이다.

이 때 V_B 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_B = \frac{V_2 - V_1 V_A}{V_1 - V_A} \quad (14)$$

2.2.2 3층 적층 복합재료

식 (12)과 $\sum_{i=1}^n h_i = 1$ 의 조건으로 세 개의 식을 만들면 세 개의 다른 섬유 배향각을 갖는 $\pm\theta_A / \pm\theta_{C_1} / \pm\theta_{C_2}$ 적층 복합재료는 여섯 개의 변수 ($\theta_A, \theta_{C_1}, \theta_{C_2}, h_A, h_{C_1}, h_{C_2}$)를 갖는다. Figure 5에서 보이듯이 먼저 $V_2 = V_1^2$ 포물선 상에서 A, C₁, C₂를 정한다. 단, h_i 는 음의 값을 가질 수 없으므로, 점 P는 삼각형 AC₁C₂ 내부에 존재한다.

그러면, $\pm\theta_A / \pm\theta_{C_1} / \pm\theta_{C_2}$ 적층 복합재료의 섬유 배향각은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_A &= \frac{1}{2} \cos^{-1} V_A \\ \theta_{C_1} &= \frac{1}{2} \cos^{-1} V_{C_1} \\ \theta_{C_2} &= \frac{1}{2} \cos^{-1} V_{C_2} \end{aligned} \quad (15)$$

각 플라이의 두께들은 식 (12)에서 다음과 같이 결정된다.

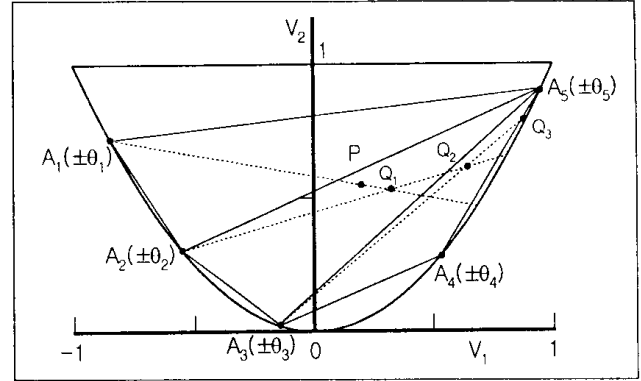


Fig. 6. Solution procedure for obtaining the laminate constitutions corresponding to the lamination parameters (V_1, V_2) when $n > 3$

$$\begin{aligned} h_A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \\ h_{C_1} &= \begin{bmatrix} \cos 2\theta_A & \cos 2\theta_{C_1} & \cos 2\theta_{C_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \\ h_{C_2} &= \begin{bmatrix} \cos^2 2\theta_A & \cos^2 2\theta_{C_1} & \cos^2 2\theta_{C_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

3.1.3 N층 적층 복합재료

세 개 이상의 서로 다른 섬유 배향각을 갖는 적층 복합재료의 경우에는 각 플라이의 두께는 변수가 세 개보다 많아지기 때문에 해를 갖지 않는다.

그래서, 각 플라이의 두께를 구하기 위해서 graphical solution을 사용한다. Figure 6에서 보이는 것처럼 포물선 상에서 $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 의 점들을 잡는다. 모든 플라이의 두께들이 양의 값을 갖는다는 조건에 의해서 P점은 n-다각형 $A_1 A_2 \dots A_n$ 의 내부에 있어야 한다. 두께는 양의 값을 갖는다는 조건에 의해서 점 Q_1 이 (n-1)-다각형 $A_2 A_3 \dots A_n$ 의 내부에 존재하고 $A_1 Q_1 > A_1 P$ 를 만족하도록 직선 $A_1 P$ 위에 점 Q_1 을 잡는다. 그러면, $\pm\theta_1$ 플라이의 두께 h_1 과 남은 플라이들의 두께의 합은 다음과 같다.

$$h_1 = \frac{Q_1 P}{A_1 Q_1} \quad (17)$$

$$\sum_{i=2}^n h_i = \frac{A_1 P}{A_1 Q_1}$$

같은 방법으로 점 Q_2 가 (n-2)-다각형 $A_3 A_4 \dots A_n$ 의 내부에 존재하고 $A_2 Q_2 > A_2 Q_1$ 을 만족하도록 직선 $A_2 Q_1$ 위에 점 Q_2 를 잡는다.

$$h_2 = \frac{Q_2 Q_1}{A_2 Q_2} \frac{A_1 P}{A_1 Q_1} \sum_{i=3}^n h_i = \frac{A_2 Q_1}{A_2 Q_2} \frac{A_1 P}{A_1 Q_1} \quad (18)$$

Figure 6.과 같이 $n = 5$ 인 경우에는 마지막 점 Q_1 인 점 Q_3 가 직선 A_4A_5 상에 존재한다. 그러면, 나머지 두께의 값들은 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned}
 h_3 &= \frac{Q_3Q_2}{A_3Q_2} \frac{A_2Q_1}{A_2Q_2} \frac{A_1P}{A_1Q_1} \\
 h_4 &= \frac{A_5Q_3}{A_4A_5} \frac{A_3Q_2}{A_3Q_2} \frac{A_2Q_1}{A_2Q_2} \frac{A_1P}{A_1Q_1} \\
 h_5 &= \frac{A_4Q_3}{A_4A_5} \frac{A_3Q_2}{A_3Q_2} \frac{A_2Q_1}{A_2Q_2} \frac{A_1P}{A_1Q_1}
 \end{aligned} \tag{19}$$

2.3 등변형을 변형 프로그램

등변형을 변형 프로그램은 탄성 상수를 데이터로 적층 복합재료에 등변형을 변형이 일어나는 조성의 결정을 목적으로 하며 등변형을 변형 프로그램은 2단계로 나눌 수 있다.

1단계로 선정한 재료의 탄성 상수를 입력하기 위한 화면이 Figure 7.과 같이 주어진다. INPUT의 각 빈칸에 일방향 플라이의 탄성 상수인 $E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}$ 를 입력한다.

다음으로 사용자 임의의 하중 N_1, N_2, N_{12} 를 입력해 준다. 그러면, 오른쪽의 OUTPUT에서 $\nu_{TL}, Q_i, U_i, N_x, N_y$ 와 lamination parameter V_1 을 구하는데 필요한 두 값을 얻을 수 있다. 2단계로 넘어가면 Figure 8.와 같은 화면에서 lamination parameter V_1 이 먼저 주어지며 사용자가 원하는 θ 의 개수를 6개까지 결정해 줄 수 있다. INPUT에 각 θ_i 의 값을 입력해 주면 전 장에

서 설명한 과정을 거쳐서 플라이의 두께비인 v_i 와 올바른 계산의 수행을 점검하기 위해서 v_i 의 합을 RESULTS에 나타낸다. 화면상의 좌표를 손쉽게 알 수 있도록 오른쪽 상단에 좌표값을 보이게 배려하였다.

2.4 동일 변형을 구조를 위한 하이브리드 적층 복합재료의 조성

2.4.1 적층 복합재료 조성의 결정

$\pm \theta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 의 섬유 배향각과 symmetric stacking sequence를 갖는 multiple balanced angle-plyed symmetric laminates(MBAS laminates)의 경우에 평면 탄성 성질에 영향을 미치는 인자로 각 플라이의 탄성 성질, 섬유 배향각, 플라이들의 두께비 등을 들 수 있다. 적층판의 조성은 섬유 배향각과 플라이 두께비만을 나타내고, 적층 순서는 탄성 성질에 영향을 주지 않으므로 고려하지 않는다. 플라이 두께비 v_i 는 다음과 같이 제한된다.

$$\sum_{i=1}^n v_i = 1 \tag{20}$$

적층판의 평균 응력 $\bar{\sigma}_i$ 와 변형률 ϵ_j° 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\sigma}_i = \sum_j A_{ij}^* \epsilon_j^\circ \quad (i, j = 1, 2, 12) \tag{21}$$

여기에서 표준화된 강성 A_{ij}^* 는 $\frac{A_{ij}}{h}$ 를 의미하며 다음과 같은 관계가 있다.

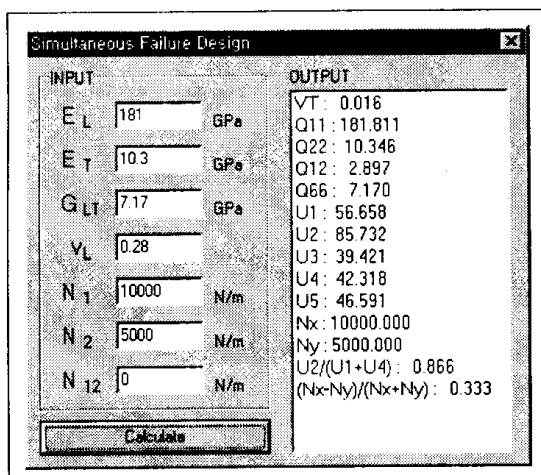


Fig. 7. Window for the Simultaneous Failure Program Step 1

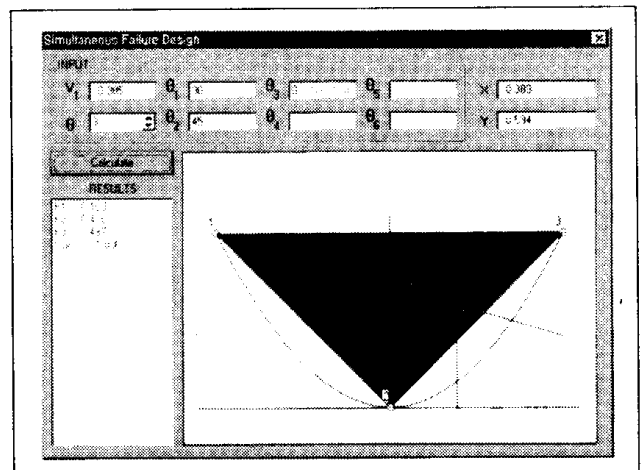


Fig. 8. Window for the Simultaneous Failure Program Step 2

$$\begin{pmatrix} A_{11}^* \\ A_{22}^* \\ A_{12}^* \\ A_{66}^* \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 & V_1^* & V_2^* \\ U_1 & -V_1^* & V_2^* \\ U_4 & 0 & -V_2^* \\ U_5 & 0 & -V_2^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \quad (22)$$

여기에서 V_i^* 는 표준화된 Lamination Parameter[3]로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} V_1^* &= v_1 \cos 2\theta_1 + v_2 \cos 2\theta_2 + v_3 \cos 2\theta_3 + \dots \\ V_2^* &= v_1 \cos 4\theta_1 + v_2 \cos 4\theta_2 + v_3 \cos 4\theta_3 + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

또한 적층 복합재료의 탄성성질(Effective engineering constants)들은 A_{ij}^* 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{A_{11}^* A_{22}^* - A_{12}^{*2}}{A_{22}^*} \\ E_2 &= \frac{A_{11}^* A_{22}^* - A_{12}^{*2}}{A_{11}^*} \\ G_{12} &= A_{66}^* \\ v_1 &= \frac{A_{12}^*}{A_{22}^*} \end{aligned} \quad (24)$$

표준화된 Lamination parameter의 존재 범위는 식 (23)에 의해서 다음과 같이 제한된다.

$$-1 \leq V_1^*, V_2^* \leq 1 \quad (25)$$

섬유 배향각이 하나일 때, 식 (23)은 다음과 같다.

$$V_1^* = \cos 2\theta, V_2^* = \cos 4\theta \quad (26)$$

따라서 다음과 같은 식이 성립한다.

$$V_2^* = 2V_1^{*2} - 1 \quad (27)$$

결과적으로 lamination parameter의 존재 범위는 포물선 ABC로 나타낼 수 있다. 섬유배향각이 두 개일 때 식 (17)은 다음과 같다.

$$V_1^* = v_1 2 \cos \theta_1 + v_2 \cos 2 \theta_2 \quad (28)$$

$$V_2^* = v_1 4 \cos \theta_1 + v_2 \cos 4 \theta_2$$

θ_1 과 θ_2 의 범위는 다음과 같이 제한 받는다.

$$-1 \leq \cos 2\theta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2) \quad (29)$$

식 (28)과 (29)로부터 다음의 부등식이 성립한다.

$$V_2^* \geq 2V_1^{*2} - 1 \quad (30)$$

섬유 배향각이 n개일 때 $V_2^* - (2V_1^{*2} - 1)$ 에 의해서 표준화된 lamination parameter의 존재 범위를 결정할 수 있다. 따라서 lamination parameter의 존재 범위는 포물선 내부이며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} V_2^* - (2V_1^{*2} - 1) &= \\ &= \sum_{i=1}^n v_i \cos 4 \theta_i - [2(\sum_{i=1}^n v_i \cos 2 \theta_i)^2 - 1] \\ &= 2 \sum_{i=1}^n v_i (\cos 2 \theta_i - \sum_{i=1}^n v_i \cos 2 \theta_i)^2 \end{aligned} \quad (31)$$

식 (31)로부터 $V_2^* - (2V_1^{*2} - 1)$ 는 양의 값만을 갖는다. 단, θ_i 의 값들이 다 같을 때에는 0을 갖는다. Lamination parameters V_1^* 과 V_2^* 가 결정되면 식 (23)과 (24)를 이용해서 적층 복합재료의 탄성성질을 결정할 수 있으며 E_L 은 다음 관계에서 구해진다.

$$V_2^* = \frac{U_2^2 V_1^{*2} - U_2 E_L V_1^* + U_1 E_L - U_1^2 + U_4^2}{U_3(2U_1 + 2U_4 - E_L)} \quad (32)$$

또한 E_T, G_{LT}, ν_{LT} 의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_2^* &= \frac{U_2^2 V_1^{*2} + U_2 E_T V_1^* + U_1 E_T - U_1^2 + U_4^2}{U_3(2U_1 + 2U_4 - E_T)} \\ V_2^* &= \frac{U_5 - G_{LT}}{U_3} \end{aligned} \quad (33)$$

$$V_2^* = \frac{\nu_{LT} U_2 V_1^* - \nu_{LT} U_1 + U_4}{(1 + \nu_{LT}) U_3}$$

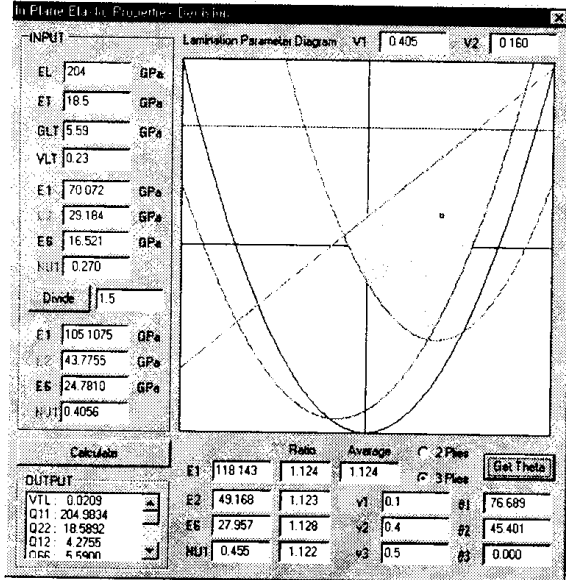


Fig. 9. Window for the Elastic Property Decision Program

식 (32)와 (33)을 이용하여 적층 복합재료의 탄성 성질로부터 각 플라이의 두께와 섬유배향각을 결정할 수 있다.

2.5 탄성 성질 결정 프로그램

Figure 9.에 탄성 성질 결정 프로그램의 사용 화면을 나타내었다.

본 프로그램은 요구되는 적층 복합재료의 탄성 상수를 입력하면 이 조건을 만족하는 각 플라이의 섬유배향각을 자동적으로 구해준다.

3. 결 과

Glass/epoxy(Scotchply/1002) composite과 aramid/epoxy (Kevlar49/epoxy) composite의 데이터를 사용하여 하이브리드 적층 복합재료를 구성하였으며 각각의 물성은 Table 1.에 나타내었다. 만약 재료에 가해진 하중은 $N_1 = 10000 \text{ N/m}$, $N_2 = 5000 \text{ N/m}$ 으로 가정할 때 동일 변형을 변형 프로그램과 탄성성질 결정 프로그램을 사용하여 최종적으로 등변형을 변형이 일어나는 glass/epoxy(Scotchply/1002) composite과 aramid/epoxy (Kevlar49/epoxy) composite의 하이브리드 적층 복합재료의 조성을 Table 2.에 보았다.

이론적으로 구한 하이브리드 적층 복합재료의 동일

Table 1. Engineering constants of typical laminas

	E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_L
Glass/Epoxy(Scotchply/1002)	38.6	8.27	4.14	0.26
Aramid/Epoxy(Kevlar49/Epoxy)	76	5.5	2.3	0.34

Table 2. Laminate constitution for hybrid composite

	Fiber angle ($^\circ$)	Thickness ratio (%)
PLY 1	90	3.9
PLY 2	45	16.0
PLY 3	10	39.7
PLY 4	81	4.1
PLY 5	45	16.2
PLY 6	0	20.2

Table 3. Principal(ϵ_L), Transverse(ϵ_T) strains of ply axis of hybrid composite

	Principal strain	Transverse strain
P1	22.88	22.82
P2	22.85	22.85
P3	22.82	22.88
P4	22.88	22.82
P5	22.85	22.85
P6	22.82	22.88

변형을 구조 검증을 위해서 고전 적층판 이론을 사용하였다. Table 2.의 조성을 가지는 하이브리드 복합재료가 위와 같은 하중을 받을 때 각 적층판의 플라이에 발생하는 Principle Strain 과 Transverse Strain을 Table 3.에 나타내었다. 모든 플라이에서 변형률이 모두 같음을 알 수 있어 iso-Strain 구조임을 확인 할 수 있다.

4. 결 론

본 연구의 목적은 하이브리드 적층 복합재료의 섬유배향각과 두께를 조절하여 각 층이 동일 변형률을 가져서 임의의 하중 상태에서 각 층이 동시에 파괴가 일어나도록 섬유배향각과 두께를 설계하는 것이다. 보강 섬유의 재료가 서로 다른 두 적층판을 선정하고, 각 적층판에서 동일 변형률 구조를 갖는 각층의 섬유 배향각과 두께를 구하는 것을 자동적으로 처리할 수 있는 프로그램을 작성하여 동일 변형률 구조를 갖는 하이브

리드 적층 복합재료의 설계를 자동화하였다. Glass이 나 Aramid와 같은 대표적인 보강 섬유를 사용한 하이브리드 적층 복합재료에 대해서 동일 변형률 구조 하이브리드 적층 복합재료를 구성하고 고전 적층판 이론을 이용하여 하이브리드 적층 복합재료의 각 층의 변형률을 비교 검증한 결과 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

1. H. Fukunaga and T. W. Chou. *J. Composite Materials*, **22**, 271(1988).
2. M. Miki. in "Progress in Science and Engineering of Composites (Proc. ICCM-IV)", pp.1725-1731, Tokyo, 1982.
3. S. W. Tsai and H. T. Hahn. "Introduction to Composite Materials". pp.65-163, Technomic Publishing Co. Inc., 1980.