creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

이학석사학위논문

Frequency Pushing in an Atom-Cavity Coupled System

원자-공진기 결합 계에서의 진동수 밀어냄

2023년 2월

서울대학교 대학원

물리천문학부

이 주 혜

Frequency Pushing in an Atom-Cavity Coupled System

원자-공진기 결합 계에서의 진동수 밀어냄

지도교수 안 경 원

이 논문을 이학석사 학위논문으로 제출함
2022년 11월

서울대학교 대학원
물리천문학부
이 주 혜

이주혜의 이학석사 학위논문을 인준함
2022년 11월

위 원 장 제원호 (인)

부위원장 안경원 (인)

위 원 신용일 (인)

초 록

진동수 밀어냄(frequency pushing) 현상은 바닥 상태의 원자와 공진기 장의 결합 결과로 나타나는 현상이다. 본 연구에서는 공진기-양자전기역학 마이크로레이저 장치에서 나타나는 진동수 밀어냄 현상을 공진기 장의 투과를 통해 관찰하였고, 맥스웰-슈뢰딩거 방정식으로부터 얻은 투과 식으로 실험 결과를 설명하였다. 또한 원자와 공진기의 결합 조건에 따른 공진기 모드의 변화를 조사하여 진동수 밀어냄이 나타나는 조건을 확인하였다. 양자역학적 해석으로는 마스터 방정식을 풀어 해를 구했고, 공진기 내부의 광자 수의 변화를 추적하여 진동수 밀어냄을 설명하였다. 이외에도 원자를 고전적인 로런츠 진동자로 해석함으로써 공진기 내의 굴절률 변화의 측면에서 진동수 당김과 밀어냄을 동시에 다루었다.

본 연구에서는 양자화된 원자와 고전적인 장을 다루는 준 고전적 해석을 통해 실험 결과와 이론적 예측이 부합함을 확인하였다. 이 외에도 고전적인 원자 또는 양자화된 장을 다룸으로써 현상에 대한 다양한 해석 방안을 제시하였다. 그 결과로 이미 알려진 진동수 당김 현상뿐 아니라 진동수 밀어냄 현상까지 설명할 수 있게 되었고, 이에 따라 원자와 공진기의 결합 효과로 나타나는 진동수 이동의 두 현상을 모두 다룰 수 있는 이론적 기반을 마련하였다.

주요어: 진동수 밀어냄, 맥스웰-슈뢰딩거 방정식, 마스터 방정식, 원자-공진기 결합, 공진기 투과, 공진기-양자전기역학(QED) 마이크로레이저

학 번: 2019−20413

목 차

초 록 **i**

목 차 **ii**

그림 목차 **iv**

1 서론 **1**

2 진동수 밀어냄(Frequency Pushing) **3**

2.1 바닥 상태 원자의 유도 쌍극자 관점 3

2.2 결합 조건에 따른 분석 9

2.3 제인스-커밍스 해밀토니언으로부터의 진동수 이동 13

3 실험 준비 **17**

3.1 원자 빔 17

3.2 파브리-페로 공진기 17

3.3 레이저 최적화 19

3.4 공진기 진동수의 고정 20

3.5 레이저 진동수의 변조 21

3.6 결합 상수 26

3.7 자기장 28

4 결과 및 논의 **29**

4.1 진동수 밀어냄 결과 29

4.2 논의 31

4.2.1 진동수 밀어냄의 고전적 해석 31
4.2.2 마스터 방정식의 수정 및 재해석 36

5 결론 **41**

참고 문헌 **42**

Abstract **45**

그림 목차

2.1 $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$일 때 $\gamma_p/2\pi = 25\,\mathrm{kHz}$(dashdot, 파란색), $\gamma_p/2\pi = 1.89\,\mathrm{MHz}$(실선, 검은색), $\gamma_p/2\pi = 2.0\,\mathrm{MHz}$(dashed, 빨간색), $\gamma_p/2\pi = 3.5\,\mathrm{MHz}$(dot, 초록색)에 대하여 $\Omega_\pm$를 그린 것이다. 검은색 점선은 $\omega = \omega_c$를 나타낸다. 10

2.2 Δ_{cp}가 각각 $-2\,\mathrm{MHz}$(a, d, g, j), $0\,\mathrm{MHz}$(b, e, h, k), $2\,\mathrm{MHz}$(c, f, i, l)일 때 투과 선모양(실선, 검은색, 식 (2.22))과 공진기형 선모양(dashed, 빨간색), 원자형 선모양(dashdot, 파란색, 식 (2.28))을 함께 나타낸 것이다. $\gamma_p/2\pi = 25\,\mathrm{kHz}$(a, b, c)일 때 강한 결합 조건을 만족하고, $\gamma_p/2\pi = 1.89\,\mathrm{MHz}$(d, e, f)일 때 EP 조건을 만족한다. $\gamma_p/2\pi = 2.0\,\mathrm{MHz}$(g, h, i)일 때 진동수 밀어냄이 발생하고, $\gamma_p/2\pi = 3.5\,\mathrm{MHz}$(j, k, l)일 때 약한 결합 조건을 만족한다. $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$이다. 12

3.1 공진기 내부를 원자가 투과하는 모습을 위에서 내려다본 모습이다. 원자 앞에는 직사각형의 집속 슬릿이 위치하며, 공진기의 축 방향으로 조사 빔과 고정 빔이 주입된다. 편광이 수직인 두 빔은 PBS에 의해 분리되어 각각 SPCM에서 측정된다. 21

3.2 조사 빔은 $4\,\mathrm{MHz/s}$로 공진기를 스캔하며, 진동수 밀어냄 현상에 의해 공진기 장의 진동수(파란색 점선)는 공진기의 공명 진동수(초록색 실선)에서 벗어난 값을 가진다. 조사 빔의 중심 진동수는 공진기의 공명 진동수와 동기화되어 있다. 23

3.3 (a)와 (b)는 각각 마스터 AOM의 변조가 $70\,\mathrm{MHz}$, $90\,\mathrm{MHz}$일 때 그림 3.2의 방법으로 측정한 $791\,\mathrm{nm}$ 투과 신호의 봉우리 4개의 평균 선모양을 나타낸 것이다. $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$, $\tau = 122\,\mathrm{ns}$이다. 25

4.1 $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$, $\tau = 122\,\mathrm{ns}$ 일 때 진동수 밀어냄의 측정 결과(오차 막대, 검은색)이다. $\alpha = 1$(파란색 점선)과 $\alpha = 0.65$(빨간색 실선)일 때의 식 (2.23)을 함께 나타내었다. 30

4.2 공명 진동수 근처에서 $\gamma/2\pi = 4\,\mathrm{MHz}$일 때 매질의 굴절률 곡선 n_r을 그린 것이다. 바닥 상태의 원자의 개수 밀도 N(빨간색 실선)과 들뜬 상태의 원자의 개수 밀도 $-N$(파란색 점선)은 서로 반대의 경향성을 보인다. 32

4.3 그림 4.2에 따른 굴절률 변화에 의한 공진기 장의 진동수 밀어냄 (빨간색 실선)과 진동수 당김(파란색 점선)을 나타낸 것이다. 33

4.4 $\tau = 122\,\mathrm{ns}$, $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $\rho_{aa} = 0$, $\rho_{bb} = 1$ 에 대해 $N = 11.6$일 때 식 (2.41)(dashdot, 초록색), $N = 11.6$ 일 때 식 (4.18)(실선, 빨간색), $N = 14.3$일 때 식 (4.18)(dashed, 파란색)을 실험 결과(오차 막대, 검은색)와 함께 나타내었다. 39

1 서 론

공진기-QED 마이크로레이저는 공진기 모드에 두 준위 원자 빔을 주입하여 원자와 공진기 장 사이의 강한 상호작용을 이용하는 장치이다. 진동수 이동은 공진기-QED 마이크로레이저 장치에서 발생하는 원자와 공진기 장 사이의 결합 결과로 공진기 장의 진동수가 빈 공진기의 진동수로부터 일정량만큼 이동하는 것을 의미한다. 한편, 동일한 장치에서 시행되는 결맞은 초방사 실험에서는 원자가 공진기와 상호작용하는 상태에서 공진기의 진동수가 일정하게 고정되어 있어야 한다. 따라서 초방사 실험에서 공진기 장의 진동수 당김과 밀어냄을 이해하는 것이 중요하다.

공진기 장의 진동수 이동은 원자의 상태에 따라 다르다. 원자가 완전히 들뜬 상태에 있을 때 공진기 장의 공명 진동수는 공진기의 공명 진동수로부터 원자의 공명 진동수를 향해 이동되어 나타난다. 반면에 원자가 바닥 상태에 있을 때 공진기 장의 공명 진동수는 원자의 공명 진동수에서 멀어지는 방향으로 이동되어 나타난다. 이때 전자를 진동수 당김(frequency pulling)(Hong 2011; Hong et al. 2012), 후자를 진동수 밀어냄(frequency pushing)이라고 부른다.

본 연구에서는 공진기 장의 투과 신호를 측정하여 진동수 밀어냄의 실험 결과를 얻었다. 실험 상황에서 다양한 기계적 및 전기적 진동 때문에 공진기의 진동수와 원자의 진동수가 정확히 일치하는 것은 매우 어렵기 때문에 본 연구에서는 의도적으로 형성한 공진기-원자 진동수 차이에 따른 진동수 밀어냄 현상을

조사하였다. 이를 설명하기 위해 맥스웰-슈뢰딩거 방정식으로부터 얻은 투과 식을 실험 상황에 맞추어 재해석하였고, 원자와 공진기 사이의 다양한 결합 조건에 따라 공진기 장의 모드를 분석하였다. 또한 양자 마스터 방정식을 풀어 공진기 내부의 광자 수에 따라 진동수 이동 현상을 분석하였다. 부가적으로 원자를 고전적인 진동자로 해석하여 공진기 내부의 굴절률 변화에 따라 진동수 당김과 밀어냄을 설명할 수 있음을 보였다.

2 진동수 밀어냄(Frequency Pushing)

전자기장을 다루는 방법으로는 두 가지가 있다. 한 가지는 공진기 장의 들뜸이 양자 조화 진동자처럼 다뤄지는 양자 이론이고, 다른 한 가지는 공진기 장이 고전적인 단색 조화진동파로 다뤄지는 준 고전적 이론이다. 두 경우 원자는 모두 양자화된 에너지 준위를 가지는 입자로 다뤄진다. 이는 진동수 밀어냄 현상이 양자 이론과 준 고전적 이론 모두로 분석될 수 있음을 시사한다. 2장에서는 공진기 장을 고전적으로 해석하는 준 고전적 방법으로 진동수 밀어냄 현상을 설명하고자 한다. 실험의 방법적 측면을 고려했을 때 본 연구에서 사용한 공진기 내를 조사 레이저로 스캔하는 방법은 기준 모드 갈라짐을 측정하는 실험과 흡사한 면이 존재한다. 하지만 실험 결과로 모드 갈라짐은 드러나지 않았고, 한 개의 봉우리만 측정되었다. 이에 따라 진동수 밀어냄이 나타나는 결합 조건에 대한 이론적인 분석을 제시하고자 한다. 더불어 마스터 방정식을 통해 진동수 이동 항을 찾은 방법 또한 소개하고자 한다.

2.1 바닥 상태 원자의 유도 쌍극자 관점

유도된 원자 쌍극자 P가 존재할 때의 맥스웰 방정식은 다음과 같다(Childs 1997).

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \tag{2.1}$$

공진기의 축을 따라 1차원의 전기장이 형성될 때 이 장에 의해 원자에 편극 **P**가 생긴다. 이 상황에서 **P**의 발산은 사라진다. **E**와 **P**의 진폭으로 식 (2.1)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\ddot{E}_c(t) + \omega_c^2 E_c(t) = \frac{4\pi}{c^2}\ddot{P}(t) \tag{2.2}$$

이때 $E(t) = E_c \cos(\omega_c t)$이다. 원자의 에너지 준위를 두 단계로 근사하여 높은 에너지 준위를 a, 낮은 에너지 준위를 b라고 할 때 두 준위의 에너지 차이는 $\hbar\omega_p$이다. 원자의 상태를 기저로 하는 해밀토니언은 다음과 같이 나타난다(Scully and Suhail 1999).

$$\begin{pmatrix} \hbar\omega_p & -\mu E_c \cos(\omega_c t) \\ -\mu E_c \cos(\omega_c t) & 0 \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

여기서 쌍극자 연산자는 $\mu = e\langle a|x|b\rangle$이다. 시간 의존 슈뢰딩거 방정식과 밀도 행렬 ρ의 정의로부터 밀도 행렬의 운동 방정식은 다음과 같이 나타난다.

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho] \tag{2.4}$$

식 (2.4)에 식 (2.3)의 해밀토니언을 대입하여 풀면 밀도 행렬 ρ의 성분은 다음과 같다.

$$\dot{\rho}_{aa} = \frac{1}{i\hbar}\hbar\omega_p\rho_{aa} - \mu E_c \cos(\omega_c t)\rho_{ba} - \rho_{aa}\hbar\omega_p - \rho_{ab}\mu E_c \cos(\omega_c t) \tag{2.5}$$

$$\dot{\rho}_{ab} = \frac{1}{i\hbar}\hbar\omega_p\rho_{ab} - \mu E_c \cos(\omega_c t)\rho_{bb} + \rho_{aa}\mu E_c \cos(\omega_c t) \tag{2.6}$$

$$\dot{\rho}_{bb} = -\dot{\rho}_{aa} \tag{2.7}$$

식 (2.5)∼(2.7)에 회전파 근사(RWA) 방법을 사용하면 다음과 같이 나타난다(An 2003).

$$\dot{\rho}_{aa} = \frac{i}{2}(\Omega e^{-i\omega_c t}\rho_{ba} - \Omega e^{-i\omega_c t}\rho_{ab}) \tag{2.8}$$

$$\dot{\rho}_{ab} = i\omega_p\rho_{ab} - i\frac{\Omega}{2}e^{-i\omega_c t}(\rho_{aa} - \rho_{bb}) \tag{2.9}$$

$$1 = \dot{\rho}_{aa} + \dot{\rho}_{bb} \tag{2.10}$$

여기서 라비 진동수는 $\Omega = \mu E_c/\hbar$이다. 한편, 회전파 근사의 결과로 유도 쌍극자 모멘트 p와 밀도 반전 σ는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$p = Tr[e\hat{x}\hat{\rho}] = \mu(\rho_{ab} + \rho_{ba}) \tag{2.11}$$

$$\sigma \equiv \rho_{aa} - \rho_{bb} \tag{2.12}$$

식 (2.11)과 식 (2.12)를 시간에 대해 미분하고, 밀도 행렬의 성분들을 대입하여 정리하면 p와 σ에 대한 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{p} + 2\gamma_p p + \omega_p^2 p = -\frac{2\mu^2}{\hbar}\omega_p E_c \sigma \tag{2.13}$$

$$\dot{\sigma} + 2\Gamma_0(\sigma + 1) = \frac{2}{\hbar\omega_p} E_c p \tag{2.14}$$

여기서 γ_p는 원자 쌍극자의 감쇠율이다. 이제 맥스웰-슈뢰딩거 방정식인 식 (2.2), (2.13), (2.14)가 모두 준비되었다.

연속적인 파동(cw)의 조사 레이저(probe laser)가 공진기의 축 방향에 나란하게 주입되면, 공진기 내에 장이 형성되며, 공진기 장을 지나가는 원자 또한 영향을 받는다. 이때 조사 레이저에 의해 공진기 장은 계속하여 들뜨게 되며, 원자와 상호작용하여 원자 쌍극자 모멘트를 형성한다. 조사 레이저가 지속해서 공진기 내에 주입될 때 조사 레이저의 전기장과 공동의 전기장 간의 결합이 발생하며, 공진기의 투과 신호는 이러한 결합의 결과로 나타난다. 이러한 조사 레이저-공진기 결합은 ξE_L로 나타나며, 이때 조사 레이저의 장이 공진기 장에 결합하는 정도는 ξ, 조사 레이저의 장은 $E_l = E_0 \cos(\omega t)$로 표현된다. 따라서 조사 레이저-공진기 결합 항은 식 (2.2)에 다음과 같이 포함된다.

$$\ddot{E}_c + 2\gamma_c E_c + \omega_c^2 E_c \simeq \frac{4\pi\omega_p^2}{V} p + \xi E_l \tag{2.15}$$

여기서 E_c는 공진기 장을 나타내며, 공진기의 감쇠율 γ_c(반치폭)는 유도 쌍극자에 대한 식인 식 (2.13)과 대칭을 이루게 하기 위해 도입되었다.

맥스웰-슈뢰딩거 방정식에 천천히 변화하는 포락선 근사(slowly-varying-envelope approximation, SVEA)를 사용하면 식을 더욱 편리한 형태로 다룰 수 있다. $E_c(t)$와 $P(t)$가 천천히 변화하는 포락선이라고 할 때 공진기 전기장과 유도 쌍극자를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_c(t) = \mathrm{Re}[\mathcal{E}(t)e^{-i\omega t}] \tag{2.16}$$

$$\frac{p(t)}{V} = \mathrm{Re}[\mathcal{P}(t)e^{-i\omega t}] \tag{2.17}$$

여기서 V는 공진기 장의 TEM_{00}모드에 해당하는 부피이다. $\Delta_{p,c} = \omega - \omega_{p,c}$로 대치할 때, 맥스웰-슈뢰딩거 방정식의 기본 형태는 다음과 같다.

$$\dot{\mathcal{E}}(t) + (\gamma_c - i\Delta_c)\mathcal{E}(t) = 2i\pi\omega_p\mathcal{P}(t) + i\frac{\xi E_0}{2\omega} \tag{2.18}$$

$$\dot{\mathcal{P}}(t) + (\gamma_p - i\Delta_p)\mathcal{P}(t) = -i\frac{\mu^2}{\hbar V}\mathcal{E}(t)\sigma(t) \tag{2.19}$$

N개의 원자가 공진기의 내부에 있을 때, 바닥 상태의 원자의 밀도 반전 σ는 $-N$이다. 바닥 상태의 원자만 실험에 관여한다고 할 때 식 (2.19)에 이를 포함하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathcal{P}}(t) + (\gamma_p - i\Delta_p)\mathcal{P}(t) = i\frac{\mu^2 N}{\hbar V}\mathcal{E}(t) \tag{2.20}$$

식 (2.18)과 식 (2.20)을 연립하여 $\mathcal{P}(t)$를 소거하면 공진기 장의 진폭을 알 수 있다. 공진기 내의 모든 원자가 장과 동일하게 상호작용하고, 공진기 장의 세기가 일정하게 유지되는 정상 상태 $\dot{\mathcal{P}} = 0 = \dot{\mathcal{E}}$를 가정하여 구해보면 다음과 같다.

$$\mathcal{E} = i\frac{\xi E_0}{2\omega}\frac{(\gamma_p - i\Delta_p)}{Ng^2 + (\gamma_c - i\Delta_c)(\gamma_p - i\Delta_p)} \tag{2.21}$$

여기서 결합 상수는 $g = \frac{\mu}{\hbar}\sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_p}{V}}$이다. 파브리-페로 공진기의 투과율은 정의에 의하면 $T = |E_t|^2/|E_0|^2$이다. E_0는 입사파의 진폭이며 E_t는 투과파의 진폭이다.

$\mathcal{E}$는 투과파의 진폭에 해당하므로 투과율은 다음과 같이 $|E|^2$에 비례한다.

$$T \propto \left| \frac{(\gamma_p - i\Delta_p)}{Ng^2 + (\gamma_c - i\Delta_c)(\gamma_p - i\Delta_p)} \right|^2 \tag{2.22}$$

식 (2.22)에서 투과율에 영향을 미치는 계수들은 공진기 내의 원자 수 N, 결합 상수 g, 원자 쌍극자와 E_c의 감쇠율 γ_p와 γ_c, 원자와 공진기의 공명 진동수 ω_p와 ω_c, 그리고 공진기 장의 진동수 ω임을 알 수 있다. 여기서 공진기 장을 형성하는 것은 조사 레이저이며, 조사 레이저의 진동수는 ω_p, ω_c와 다를 수 있다.

지금까지 유도한 식은 원자가 공진기 내부에 가만히 머물러 있는 상황을 상정한 것이다. 하지만 우리의 실험 상황은 원자가 공진기의 축에 수직인 방향으로 아주 빠른 속도로 통과하고 있는 상황이며 원자는 지속해서 공진기에 들어가고 나온다. 따라서 유도된 식의 상황을 원자가 공진기를 통과하는 상황으로 수정하는 과정이 필요하다.

원자가 약하게 들뜬 상태일 때 유도 쌍극자 모멘트가 형성되었다고 볼 수 있으며 식 (2.13)은 이때의 원자 쌍극자에 대한 방정식이다. 여기서 γ_p는 원자의 유도 쌍극자의 감쇠율이며, ρ_{ab}의 감쇠율과 같다. 원자가 들뜬 상태일 때 자발 방출을 통해 Γ_0의 비율로 밀도 반전이 감쇠하며, 이 경우 ρ_{ab}는 $\gamma_p = \Gamma_0/2$로 감쇠한다. 하지만 다른 이유로 공진기 장에 의해 약하게 들뜬 쌍극자 모멘트는 이 비율보다 더 빠르게 감쇠할 수 있다. 원자가 공진기를 빠르게 지나가는 상황에서 통과 시간에 의한 선폭 증가(transit-time broadening)가 발생하고, 그 선폭에 비례하는 만큼 약하게 들뜬 원자 쌍극자가 감쇠하며 바닥 상태가 된다고 해석할 수 있다. 공진기를 통과하는 데 걸리는 시간이 짧을수록 통과 시간에 의한 선폭 증가가 커지며, 이에 따라 원자 쌍극자의 감쇠율도 따라서 커지게 된다. 즉, 원자가 공진기의 축에 수직인 방향으로 공진기 모드를 통과하는 데 걸린 시간을 투과 시간 τ라고 할 때, 원자 쌍극자의 감쇠율 γ_p는 $1/\tau$과 동일한 의미가 있다고 해석할

수 있다. 이 해석에 따르면 원자가 공진기를 빠르게 지나가는 상황에서 원자의 감쇠율이 매우 크다고 할 수 있다. 원자 쌍극자의 감쇠율에 대한 의미를 대치하며 생기는 모호성을 해소하기 위해 비례 상수 α를 도입하여 식 (2.22)의 γ_p를 $1/(\alpha\tau)$로 대치하여 쓸 수 있다.

한편 공진기의 투과 선모양 T는 뒤에서 논의할 그림 2.2과 같이 나타난다. 원자와 공진기의 공명 진동수의 차이 및 원자 쌍극자의 감쇠율에 따라 공진기 장의 진동수가 변하는 양상을 확인할 수 있다. 공진기−원자 진동수 차이가 없을 때는 투과 선모양이 대칭적이지만, 공진기-원자 진동수 차이가 있을 때는 투과 선모양이 대칭적이지 않다.

공진기 투과 식을 ω에 대해 미분하여 0이 되는 ω를 찾으면 투과 선모양의 봉우리가 나타나는 진동수를 찾을 수 있다. 이 진동수는 공진기 장의 진동수에 해당한다. 투과 식의 미분 형태는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \omega} = &[\gamma_p^2 + (\omega - \omega_p)^2]\times \\ &[2(\gamma_c + \gamma_p)(-\omega_c\gamma_p - \gamma_c\omega_p + (\gamma_c + \gamma_p)\omega) + \\ &2(\omega_c + \omega_p - 2\omega)(\gamma_c\gamma_p + Ng^2 - (\omega - \omega_c)(\omega - \omega_p))]\end{aligned} \tag{2.23}$$

공진기-원자 진동수 어긋남에 따른 공진기 장의 진동수를 구하기 위해 식 (2.23)에서 $\partial T/\partial\omega = 0$을 만족하는 ω를 수치 계산법을 통해 계산하였다. 그 결과는 그림 (4.1)에서 실험 결과와 함께 나타내었다. 그래프의 x축을 공진기-원자 진동수 어긋남(cavity-atom detuning) $\Delta_{cp} = \omega_c - \omega_p$, 그리고 y축을 공진기 장의 진동수와 기하학적으로 결정된 공명 진동수의 차이(frequency shift)로 표현하기 위해 $\omega_p = 0$으로 설정하고 ω_c를 $-10\,\mathrm{MHz}$부터 $10\,\mathrm{MHz}$까지 대입하여 상대적인 공진기-원자 진동수 어긋남을 형성하였다. 이 과정으로부터 얻어진 ω는 공진기

장의 진동수의 이동(shift)을 의미한다. 2.2절에서는 이와는 다른 접근 방법으로 진동수 밀어냄 곡선에 대해 이해해 보고자 한다.

2.2 결합 조건에 따른 분석

진동수 밀어냄이 관찰되는 실험 상황을 살펴보면, 기준 모드 갈라짐(normal mode splitting)을 관찰하는 방법론적인 측면에서 흡사하다(Nha and An 2001). 바닥 상태의 원자가 투과하고 있는 공진기에 조사 레이저를 주입하여 조사 레이저의 투과 신호를 관찰하는 방법이 유사하기 때문이다. 하지만, 진동수 밀어냄은 모드 갈라짐이 발생하는 상황과 비교하였을 때 원자와 공진기의 장 사이의 결합 세기에 따른 차이가 존재하였다.

계의 감쇠가 존재하는 비허미션 계에 해당하는 원자-공진기 결합 계에서는 결합 조건에 따라 서로 다른 모드가 나타난다. $\sqrt{N}g > |\gamma_-|$일 때 강한 결합 조건, $\sqrt{N}g < |\gamma_-|$일 때 약한 결합 조건, 그리고 $\sqrt{N}g = |\gamma_-|$일 때 예외점(exceptional point, EP)이다. 여기서 EP는 비허미션 계의 고유 상태가 파라미터 스페이스에서 하나의 고윳값을 갖는 하나의 고유 상태로 융합되는 점이다(Kim et al. 2021). 한편, 결합 조건에 따라 다르게 관찰되는 공진기 장의 선모양은 + 모드와 − 모드에 해당하는 두 개의 선모양이 합쳐져 새로운 모드를 형성한 결과이다. 이때 + 모드와 − 모드의 봉우리는 공진기형 봉우리(cavity-like peak) 또는 원자형 봉우리(atom-like peak)로 나타난다. $+(-)$ 모드의 봉우리에 해당하는 진동수는 $\Omega_+(\Omega_-)$이며, 이를 그래프로 나타내면 공진기-원자의 진동수 차이에 따른 각 모드의 이동 양상을 확인할 수 있다. 한편, $\Omega_\pm$는 다음과 같이 표현된다(Childs et al. 1996).

$$\Omega_\pm = \omega_- \pm R \tag{2.24}$$

$$2R^2 = (Ng^2 + \omega_-^2 - \gamma_-^2) + \sqrt{(Ng^2 + \omega_-^2 - \gamma_-^2)^2 + 4\omega_-^2\gamma_-^2} \tag{2.25}$$

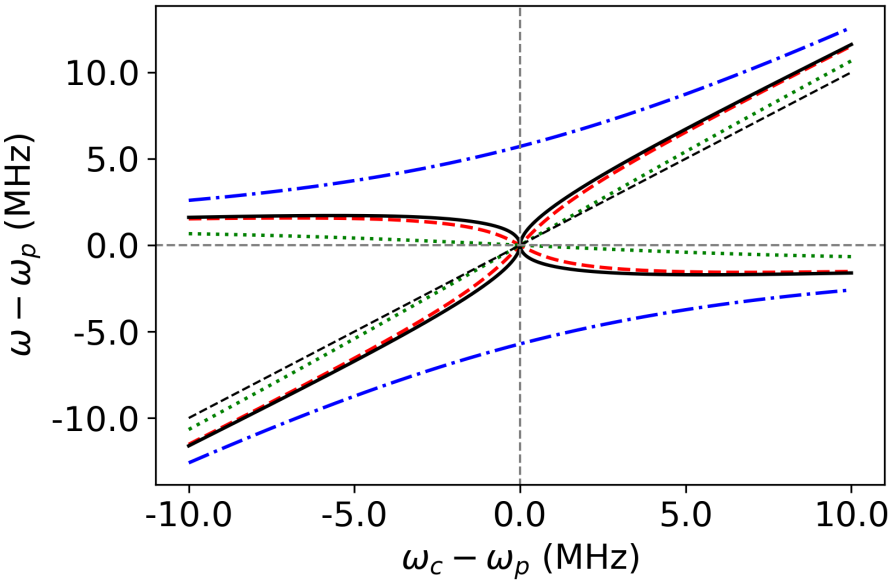

그림 2.1 $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$일 때 $\gamma_p/2\pi = 25\,\mathrm{kHz}$(dashdot, 파란색), $\gamma_p/2\pi = 1.89\,\mathrm{MHz}$(실선, 검은색), $\gamma_p/2\pi = 2.0\,\mathrm{MHz}$(dashed, 빨간색), $\gamma_p/2\pi = 3.5\,\mathrm{MHz}$(dot, 초록색)에 대하여 $\Omega_\pm$를 그린 것이다. 검은색 점선은 $\omega = \omega_c$를 나타낸다.

$$2I^2 = -(Ng^2 + \omega_-^2 - \gamma_-^2) + \sqrt{(Ng^2 + \omega_-^2 - \gamma_-^2)^2 + 4\omega_-^2\gamma_-^2} \tag{2.26}$$

$$\omega_\pm = \frac{(\omega_c \pm \omega_p)}{2},\ \gamma_\pm = \frac{(\gamma_c \pm \gamma_p)}{2},\ \Gamma_\pm = \gamma_+ \pm I \tag{2.27}$$

강한 결합 조건에서는 기준 모드 갈라짐이 발생한다. 기준 모드 갈라짐은 두 준위 원자와 공진기에 의해 각각 정해진 단일 방사 모드가 결합하여 새롭게 나타난 공진기 장의 모드의 결과이다. 이때 나타나는 + 모드와 − 모드 사이의 간격은 $2\sqrt{N}g$ 이다. 원자와 공진기의 감쇠가 무시할 수 있을 만큼 작지 않은 경우에도, 원자-공진기 결합 상수 g의 값이 크거나 결합을 형성하는 원자의 수가 많은 경우에는 $\sqrt{N}g > |\gamma_-|$ 조건을 만족하여 기준 모드 갈라짐을 관찰할 수 있다.

그림 2.1에서 강한 결합 조건을 나타내는 그래프는 $\gamma_p/2\pi = 25\,\mathrm{kHz}$에 해당한다. Ω_+와 Ω_-가 서로 $2\sqrt{N}g$ 만큼 분리된 것을 확인할 수 있으며, 원자와 공진기의

진동수가 일치할 때 또한 두 값이 떨어져 있으므로 모드 갈라짐이 존재한다.

한편, EP에서는 원자-공진기 진동수 차이가 없을 때 두 고윳값 Ω_+와 Ω_-가 융합된다. 그림 2.1의 $\gamma_p/2\pi = 1.89\,\mathrm{MHz}$에 해당하는 그래프가 EP를 나타낸다.

진동수 밀어냄 실험에서의 γ_p는 $\gamma_p = 1/(\alpha\tau)$이라는 2.1절의 논리에 따라 $\tau = 122\,\mathrm{ns}$, $\alpha = 1$일 때 $1.3\,\mathrm{MHz}$였다. 이 값에 따르면 진동수 밀어냄 실험은 강한 결합 조건에 해당하지만, 실험 결과가 제시된 4.1절의 분석에 따르면 $\alpha = 0.65$일 때 실험 결과가 가장 잘 설명된다. 이 경우 γ_p는 $2\,\mathrm{MHz}$로 EP의 근방이며, 그림 2.1에서 두 곡선이 매우 근접하게 위치하는 것을 확인할 수 있다.

마지막으로 약한 결합 조건에서는 모드 갈라짐이 발생하지 않고, 단일 선모양을 나타낸다. 약한 결합 조건은 $|\gamma_-|$가 크거나, 결합 상수 g가 작은 경우, 그리고 결합을 형성하는 원자의 수가 적은 상황에 해당한다. 그림 2.1의 $\gamma_p/2\pi = 3.5\,\mathrm{MHz}$에 해당하는 그래프가 약한 결합 조건을 나타낸다.

$+$ 모드와 $-$ 모드의 선모양은 각각 Ω_+와 Ω_-를 중심 진동수로 갖고, Γ_+와 Γ_-를 감쇠율로 갖는 로런츠형 곡선으로 나타난다. 두 모드에 대한 로런츠형 선모양 $1/|L_+|^2$, $1/|L_-|^2$에 해당하는 식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{|L_+|^2} = \frac{1}{(\Delta_+^2 + \Gamma_+^2)}, \quad \frac{1}{|L_-|^2} = \frac{1}{(\Delta_-^2 + \Gamma_-^2)} \tag{2.28}$$

여기서 $\Delta_\pm = \omega - \Omega_\pm$이다. 여기서 두 모드에 대한 로런츠형 선모양은 원자-공진기 진동수 차이의 부호에 따라 각각 원자형 봉우리 또는 공진기형 봉우리로 해석될 수 있다. 그림 2.2는 $\Omega_\pm$의 중심 진동수와 $\Gamma_\pm$의 선폭을 갖는 두 모드의 선모양에 대한 식 (2.28)과 공진기 장의 투과 식 (2.22)을 함께 나타낸 것이다.

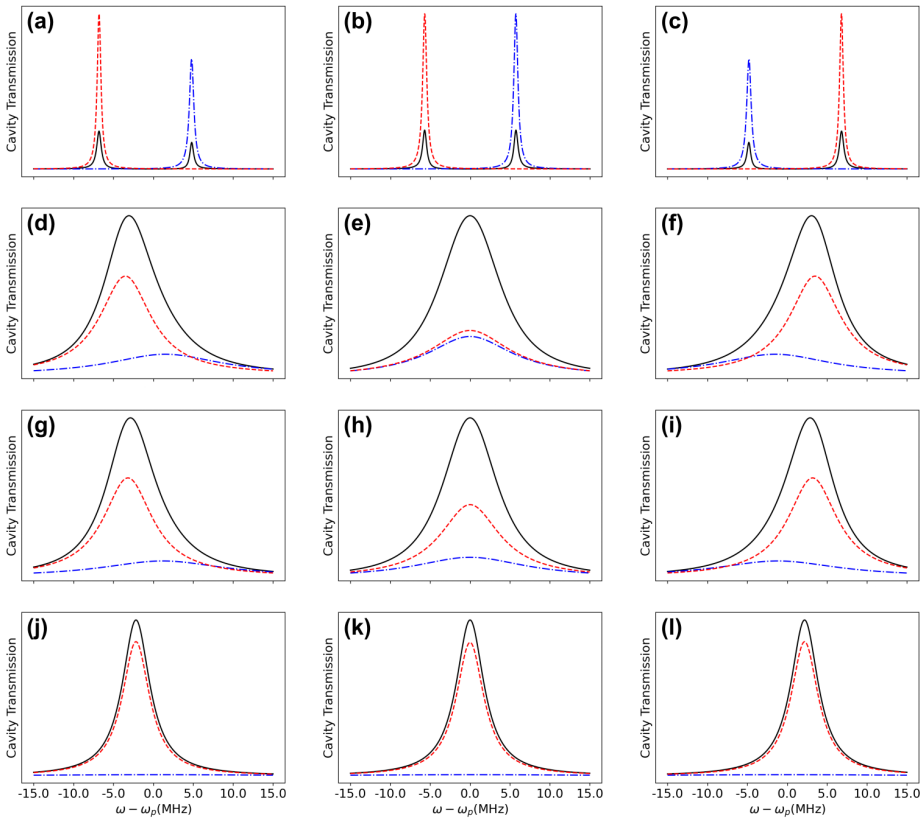

그림 2.2 Δ_{cp}가 각각 $-2\,\mathrm{MHz}$(a, d, g, j), $0\,\mathrm{MHz}$(b, e, h, k), $2\,\mathrm{MHz}$(c, f, i, l)일 때 투과 선모양(실선, 검은색, 식 (2.22))과 공진기형 선모양(dashed, 빨간색), 원자형 선모양(dashdot, 파란색, 식 (2.28))을 함께 나타낸 것이다. $\gamma_p/2\pi = 25\,\mathrm{kHz}$(a, b, c)일 때 강한 결합 조건을 만족하고, $\gamma_p/2\pi = 1.89\,\mathrm{MHz}$(d, e, f)일 때 EP 조건을 만족한다. $\gamma_p/2\pi = 2.0\,\mathrm{MHz}$(g, h, i)일 때 진동수 밀어냄이 발생하고, $\gamma_p/2\pi = 3.5\,\mathrm{MHz}$(j, k, l)일 때 약한 결합 조건을 만족한다. $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$이다.

그림 2.1의 파란색 점선에 해당하는 $\gamma_p/2\pi = 25\,\mathrm{kHz}$인 강한 결합 조건에서는 Ω_+와 Ω_-가 분리되어 있다. 그림 2.2에서 또한 이에 해당하는 공진기형 봉우리와 원자형 봉우리가 서로 교차하지 않고 두 모드 선모양의 Γ_+와 Γ_-가 서로 완전히 분리되어 있음을 알 수 있다.

그림 2.1의 검은색 실선에 해당하는 $\gamma_p/2\pi = 1.894\,\mathrm{MHz}$인 EP 조건은 그림 2.2 (h)에서 공진기형 봉우리와 원자형 봉우리가 융합되어 있음이 확인된다. 또,

약한 결합은 그림 2.1의 초록색 점선에 해당하며, 그림 2.2에서 한 개의 투과 봉우리를 확인할 수 있다.

한편, 그림 2.1의 빨간색 점선은 $\alpha = 0.65$인 $\gamma_p/2\pi = 2.0\,\mathrm{MHz}$일 때이며 EP 조건 근처이다. 단원자의 경우 $g < |\gamma_-|$로 약한 결합 조건에 해당하지만, $\sqrt{N}$에 의해 EP 조건에 가깝게 되었다. EP 조건과의 차이점은 원자와 공진기의 진동수가 동일할 때 나타난다. 그림 2.2 (e)인 EP 조건에서는 두 모드가 완전히 겹쳐 있지만, (h)인 진동수 밀어냄 상황에서는 공진기형 선모양이 약간 더 우세하다. 이 차이로 인해 진동수 밀어냄이 관찰된다.

2.3 제인스-커밍스 해밀토니언으로부터의 진동수 이동

원자 빔과 공진기의 장이 결합한 상황은 제인스-커밍스(Jaynes-Cummings) 해밀토니언으로부터 유도된 마스터 방정식을 통해 묘사될 수 있다. 2.3절의 논의는 (Kim 2022)에서 진동수 밀어냄을 설명하기 위해 시도한 방법을 따라간다. 공진기 장, 원자, 그리고 상호작용에 대한 해밀토니언은 다음과 같다.

$$H_{rad} = \sum_{\nu} \hbar\omega_{c,\nu}(a_\nu^+ a_\nu + \frac{1}{2}) \tag{2.29}$$

$$H_{atom} = \sum_{k}\sum_{\alpha} \epsilon_\alpha(k)\sigma_\alpha^+(k)\sigma_\alpha(k) \tag{2.30}$$

$$H_{int} = \sum_{k}\sum_{\nu}\sum_{\alpha\beta} \hbar g_{\alpha\beta}^{\nu}(k)\sigma_\alpha^+(k)\sigma_\beta(k)(a_\nu + a_\nu^+) \tag{2.31}$$

여기서 $\sigma^+(\sigma)$는 원자의 상승(하강) 연산자이며, $a^+(a)$는 생성(소멸) 연산자이다. ν는 광자의 모드이며, k번째 원자에 대해 α와 β는 원자의 에너지 준위를 나타낸다. 공진기-원자계에 대한 총 해밀토니언은 $H_T = H_{rad} + H_{atom} + H_{int}$이며, 밀도 반전 $\sigma_z = (\sigma_\alpha^+\sigma_\alpha - \sigma_\beta^+\sigma_\beta)$과 회전파 근사(RWA)를 사용하여 H_T를 정리하면

다음과 같다.

$$H_T = \frac{1}{2}\hbar\omega_p\sigma_z + \hbar\omega_c a^+ a + \hbar g(\sigma^+ a + \sigma a^+) \tag{2.32}$$

$\Delta_{pc} = \omega_p - \omega_c$일 때 원자-공진기 장 상호작용에 해당하는 해밀토니언 H_{AF}는 다음과 같다.

$$\frac{H_{AF}}{\hbar} = \frac{\Delta_{pc}}{2}\sigma_z + g(\sigma^+ a + \sigma a^+) \tag{2.33}$$

$|a\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$이고 $|b\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$일 때, 유니테리 시변 연산자(unitary evolution operator) $U(\tau)$는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U(\tau) = e^{-iH_{AF}\tau/\hbar} &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-i\tau/\hbar)^n}{n!}H_{AF}^n \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\Omega_n\tau/2) - i\Delta_{pc}\tau/2\,\mathrm{sinc}(\Omega_n\tau/2) & -ig\tau\,\mathrm{sinc}(\Omega_n\tau/2)a \\ -ig\tau a^+\mathrm{sinc}(\Omega_{n-1}\tau/2) & \cos(\Omega_{n-1}\tau/2) + i\Delta_{pc}\tau/2\,\mathrm{sinc}(\Omega_{n-1}\tau/2) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.34}$$

여기서 $\Omega_n \equiv \sqrt{\Delta_{pc}^2 + 4g^2(a^+a+1)}$이다. 만일, 원자와 공진기 장이 아주 짧은 시간 동안 상호작용하여 τ만큼 시간이 지난 후 원자가 공진기를 통과하여 나간다면, $\sqrt{n+1}g\tau \ll 1$을 가정하여 $g\tau$의 이차항까지 전개하여 식을 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\cos(\Omega_n\tau/2) \simeq \cos(\Delta_{pc}\tau/2) - \frac{1}{2}\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)(g\tau^2)(a^+a+1), \\ &\mathrm{sinc}(\Omega_n\tau/2) \simeq \mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2) \\ &\qquad + \frac{2}{(\Delta_{pc}\tau)^2}\cos(\Delta_{pc}\tau/2) - \sin(\Delta_{pc}\tau/2)(g\tau)^2(a^+a+1). \end{aligned} \tag{2.35}$$

공진기 장의 상태를 구하기 위해서는 원자-공진기(AF)에 대한 밀도 행렬(ρ_{AF})을 원자의 상태에 대해 대각합을 구하면 된다. 이때 구해지는 공진기 장에 대한 밀도 행렬은 $\rho(\tau) = Tr_p[U(\tau)\rho_{AF}(0)U(\tau)^+] = \langle b|U(\tau)\rho_{AF}(0)U(\tau)^+|b\rangle + \langle a|U(\tau)\rho_{AF}(0)U(\tau)^+|a\rangle$로 표현된다. 식 (2.35)의 근사 결과를 적용하여 $\rho(\tau)$를 계산하고, 그 결과에 린드블라드 연산자 $\mathcal{L}[a]\rho = a\rho a^+ - \frac{1}{2}(a^+a\rho + \rho a^+a)$를

적용한 뒤 새로운 함수 $f(\Delta_{pc})$를 정의하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\rho(\tau)-\rho(0) = &(g\tau\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2))^2\rho_{aa}\mathcal{L}[a^+]\rho(0)+(g\tau\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2))^2\rho_{bb}\mathcal{L}[a]\rho(0)\\ &+i\rho_{bb}f(\Delta_{pc})(g\tau)^2a^+a\rho(0)-i\rho_{bb}f(\Delta_{pc})(g\tau)^2\rho(0)a^+a\\ &-i\rho_{aa}f(\Delta_{pc})(g\tau)^2aa^+\rho(0)+i\rho_{aa}f(\Delta_{pc})(g\tau)^2\rho(0)aa^+\\ &+ig\tau\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\Big\{-\rho_{ab}a^+\rho(0)e^{-i\Delta_{pc}\tau/2}-\rho_{ba}a\rho(0)e^{i\Delta_{pc}\tau/2}\Big\}\\ &+ig\tau\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\Big\{\rho_{ba}\rho(0)ae^{i\Delta_{pc}\tau/2}+\rho_{ab}\rho(0)a^+e^{-i\Delta_{pc}\tau/2}\Big\}\\ &+\mathcal{O}\Big((g\tau)^3\Big)\end{aligned} \tag{2.36}$$

$$f(\Delta_{pc})\equiv\frac{\cos(\Delta_{pc}\tau/2)}{\Delta_{pc}\tau}\left[\cos(\Delta_{pc}\tau/2)-\ \mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\right]+\frac{1}{2}\sin(\Delta_{pc}\tau/2)\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2) \tag{2.37}$$

만일 원자의 공진기 투과 시간 τ가 공진기 장의 변화가 일어나는 시간보다 작다면, 밀도 행렬의 시간 미분은 $\dot{\rho}(t)\simeq\frac{\rho(\tau)-\rho(0)}{\tau}$로 근사 될 수 있으며, 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}\dot{\rho}(t) = &-\frac{i}{\hbar}\Big[H,\rho(t)\Big]+\frac{N}{\tau}(g\tau\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2))^2\rho_{aa}\mathcal{L}[a^+]\rho(t)\\ &+\frac{N}{\tau}(g\tau\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2))^2\rho_{bb}\mathcal{L}[a]\rho(t)\end{aligned} \tag{2.38}$$

이는 공진기 내부에 있는 평균 원자 수를 각 항에 곱한 결과이다. 마스터 방정식의 해밀토니언 H는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}H/\hbar\equiv &-\gamma_{inj}(\rho_{bb}-\rho_{aa})f(\Delta_{pc})(g\tau)^2a^+a\\ &+\gamma_{inj}g\tau\,\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau)\Big(\rho_{ab}a^+e^{-i\Delta_{pc}\tau/2}+\rho_{ba}ae^{i\Delta_{pc}\tau/2}\Big)\end{aligned} \tag{2.39}$$

여기서 $\gamma_{inj}\equiv N/\tau$로 원자가 공진기에 주입되는 주입률을 의미한다. 이제 식 (2.38)의 우변에 $2\gamma_c\mathcal{L}[a]\rho(t)$를 추가하여 공진기의 감쇠를 추가해준 뒤 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{\rho}(t)=-\frac{i}{\hbar}\Big[H,\rho(t)\Big]+\Gamma_r\overline{n}_{th}\mathcal{L}[a^+]\rho(t)+\Gamma_r(\overline{n}_{th}+1)\mathcal{L}[a]\rho(t) \tag{2.40}$$

여기서 열 광자 수와 감쇠 상수는 각각 $\overline{n}_{th} \equiv \frac{\rho_{aa}\gamma_{inj}\{g\tau\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\}^2}{(\rho_{aa}-\rho_{bb})\gamma_{inj}\{g\tau\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\}^2+2\gamma_c}$와 $\Gamma_r \equiv (\rho_{bb}-\rho_{aa})\gamma_{inj}\{g\tau\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\}^2+2\gamma_c$로 정의된다. 한편, (2.39)의 첫 번째 항은 진동수 당김과 진동수 밀어냄 효과에 관한 항으로 다음과 같이 표현된다.

$$\delta(\Delta_{pc},\rho_{aa}) = -\gamma_{inj}(\rho_{aa}-\rho_{bb})(g\tau)^2\left[\frac{\cos(\Delta_{pc}\tau/2)}{\Delta_{pc}\tau}\Big\{\cos(\Delta_{pc}\tau/2)-\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\Big\} + \frac{1}{2}\sin(\Delta_{pc}\tau/2)\mathrm{sinc}(\Delta_{pc}\tau/2)\right] \tag{2.41}$$

식 (2.41)에 해당하는 진동수 이동은 조사 레이저가 없는 상태에서 정상 상태에 있는 공진기 장 자체의 진동수 이동으로 해석된다. 따라서 조사 레이저를 공진기에 주입하여 조사 레이저의 진동수에 따른 선모양의 변화를 보는 것과의 차이가 있을 수도 있다. $\delta(\Delta_{pc},\rho_{aa})$은 뒤에서 논의할 그림 4.4에서 실험 데이터와 함께 제시하였다.

3 실험 준비

3.1 원자 빔

실험에서는 바닥 상태의 바륨 원자가 사용되었으며, 바륨의 여러 동위 원소 중 ^{138}Ba의 에너지 준위가 사용되었다. 두 준위 원자로 다뤄질 때 $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ 전이에 해당하는 바륨 원자의 파장은 공기 중에서 791.1329 nm이고, 진공 중에서 791.34 nm이다. 바륨 빔을 얻는 과정은 다음과 같다. 우선 탄탈룸 관 안에 산화막을 벗겨낸 바륨 막대를 넣어 밀봉한 후 드릴로 관의 중앙에 지름이 250 µm인 구멍을 뚫는다. 탄탈룸 관의 주위에는 200 A ∼ 400 A의 전류가 흐르며, 줄 가열을 통해 바륨이 기화되어 구멍을 통해 분출된다. 이렇게 완성된 바륨 오븐으로부터 분출된 바륨 빔은 여러 개의 집속 슬릿을 통과하여 공진기에 도달한다.

3.2 파브리-페로 공진기

공진기는 휘네스가 매우 큰 거울들로 구성된다. 두 거울은 서로를 마주 보게 정렬되어 있으며, 두 거울 사이의 거리는 1.09 mm이다. 공진기의 축 방향으로 빛이 입사하였을 때, 빛은 두 거울 사이에서 무수히 많은 반사를 반복하며 갇혀 있다가 시간이 지남에 따라 조금씩 새어 나간다. 이는 공진기 감쇠율 γ_c(반치폭, HWHM)로 표현된다.

휘네스가 큰 공진기의 선폭은 레이저의 진동수 요동보다 작아서 레이저의 진동수를 추적하는 방법으로는 휘네스를 측정하기가 어렵다. 따라서 다른 방법

으로 측정이 진행되어야 하며, 이는 공진기 링 다운 분광법(cavity ring-down spectroscopy)을 통해 이루어진다(An 1995). 휘네스를 측정하는 방법은 다음과 같다. 우선 함수 발생기를 통해 압전 센서(piezoelectric transducer, PZT)에 삼각파 형태의 전압을 공급한다. 그런 다음에 공진기의 공명 진동수와 동일한 진동수의 조사 레이저를 공진기 장의 감쇠 시간보다 짧은 시간 동안 주입하며 공진기 내부를 20 GHz로 스캔한다. 이후 APD(avalanche photodiode)를 통해 감쇠하는 신호를 측정한다. 이 신호는 2차 일관성을 나타내는 식과 비교되어 감쇠율 γ_c의 값을 얻는 데 쓰이며, 해당 방법으로 얻은 γ_c는 74 kHz이다.

공진기는 여러 요인에 의해 진동하여 길이가 안정되어 있지 않다. 이에 따라 고정 빔(lock beam)으로 공진기를 스캔하여 길이 변화를 추적하고, 피드백 과정을 거쳐 거울의 지지대에 부착된 PZT로 공진기의 길이를 원하는 길이로 계속하여 맞출 수 있다. 공진기에 주입된 빔은 입사한 거울의 맞은편에 위치한 거울을 통과하여 편광 반투명 거울(polarizing beam splitter, PBS)을 지나 단일 광자 검출기(single photon counting module, SPCM)에서 cps(count per second)의 단위로 값이 측정된다. 공진기가 위치한 상자(chamber) 내부는 회전 펌프와 확산 펌프로 인해 진공 상태가 유지된다.

바륨 오븐으로부터 공진기까지의 거리는 대략 630 mm이며, 사이에는 7개의 집속 슬릿이 놓여있다. 집속 슬릿 중 바륨 빔이 공진기에 입사하기 직전에 통과하는 구멍(aperture)은 크기가 250 µm × 25 µm인 직사각형이며, 육각 발에 고정되어 실험 중 육각 발을 회전시킴에 따라 다른 슬릿이나 격자(array)와 교체될 수 있다. 만일 원자 빔이 정상 모드로 공진기에 들어가고 있는지, 즉 원자 빔이 공진기의 축에 수직으로 입사하고 있는지 확인하고자 한다면 바륨 오븐을 좌우로 움직여 조사 빔에 의한 투과 신호의 봉우리가 한 개로 보이고, 봉우리의 선폭이 가장 좁아지는지 확인하면 된다. 만일 원자 빔이 정상 모드가 아닌 진행파 모드로 입사하고

있다면 투과 신호의 봉우리가 두 개로 나뉘어 보이며, 이는 정상 모드에서 바륨 오븐을 조금씩 옆으로 이동시키면 확인할 수 있다.

3.3 레이저 최적화

결맞는 791 nm 단색 광원으로 사용되는 레이저는 `Verdi V6`로 펌핑되는 `MBR-110`이다. 레이저의 선폭은 30 kHz이며 바륨의 공명 진동수에 레이저의 진동수를 고정하기 위해 바륨 셀이 사용된다. 바륨 셀 내부는 진공이며 코일로 둘러싸인 파이프로 이루어져 있으며, 파이프의 내부에서는 산화막을 벗긴 바륨 막대를 줄 가열을 통해 기화시킨다. 바륨 셀의 양 끝단에는 5 ∼ 8 W의 조사 빔과 25 ∼ 30 W의 펌프 빔이 서로 마주 보며 통과하며 SAS 고정 과정(Foot 2004)이 수행되고, 따라서 레이저의 진동수가 고정된다. 이 과정에서 사용되는 조사 빔과 펌프 빔은 빔 분리기로 분리되어 동일한 진동수를 가지는 두 빔이 각각 사용된다. 바륨 원자에 펌프 빔이 흡수되어 원자가 들뜬 상태가 되면 도플러 확장된 흡수 선모양이 생긴다. 이곳에 작은 세기의 조사 빔이 지나가면 유도 방출에 의해 전자가 바닥 상태로 전이하며 자연 선폭을 가지는 선모양이 관찰된다. 이는 램 딥(Lamb dip)의 역전된 모양으로 관찰되고, 조사 빔에 의한 선모양이 도플러 확장 선모양의 중앙에 생기면 레이저 진동수 고정이 된 것이다. 이러한 SAS 고정은 791.1329 nm 근방에서 이루어진다. 더 세밀하게 레이저의 진동수를 안정화하기 위해 에탈론 고정이 사용된다. 에탈론은 오류를 보정하기 위해 90 kHz로 진동한다(Svelto and Hanna 1998).

`MBR-110`에서 출발한 레이저가 공진기까지 도달하는 과정에서 광학 테이블 위의 수많은 광학 기기들을 통과하며, 이 과정에서 레이저의 효율이 감소한다. 레이저의 출력이 최대가 되기 위해서는 광학 기기들의 올바른 정렬 과정이 필요하다.

3.4 공진기 진동수의 고정

두 준위로 근사 된 원자는 단일 공명 진동수 값 ω_p를 갖는다. 한편, 공진기의 진동수 ω_c는 공진기의 두 거울 사이의 길이에 따라 변할 수 있다. 이에 따라 원자와 공진기 사이의 진동수 차이($\Delta_{pc} = \omega_p - \omega_c$)가 형성될 수 있다. 공진기의 축 방향의 길이는 양 끝 거울의 지지대에 부착된 PZT를 통해 조절되며, 이 PZT에는 램프 신호의 형태로 전압이 걸려있다. 공진기의 자유 스펙트럼 범위(free spectral range, FSR) 이상의 진폭으로 전압을 스캔하면 반복되는 투과 신호를 얻는다. 한편, 공진기의 진동수를 하나의 값으로 고정하기 위해서는 진동하는 공진기의 길이가 고정되어야 한다. PZT에 가해지는 전압이 고정되면 공진기의 길이는 고정되며, 이 과정을 공진기 안정화 과정이라고 부른다. 실제로 공진기의 길이는 완벽하게 고정되지 못하고 시간이 지남에 따라 조금씩 이동한다. 따라서 고정 빔의 투과 신호를 관찰하여 전압의 이동을 지속해서 보정해주어야 한다.

한편, 공진기 고정에 사용되는 고정 빔은 공진기를 통과하는 원자들에게 영향을 미치지 못한다. 공진기의 거울은 이전의 실험에서 사용되며 깎여 있는 상태이기에 두 거울은 서로 다른 곡률을 가지고 있다. 이에 따라 수평 편광과 수직 편광은 4 MHz의 차이로 서로 다른 공명 진동수를 갖는다. 원자에 영향을 미치는 조사 빔은 수평 편광으로 입사하며, 공진기 고정 빔은 수직 편광으로 입사하기에 조사 빔으로 공진기를 스캔하는 동시에 공진기의 길이를 고정하는 작업이 이루어질 수 있다. 그림 3.1에 공진기-QED 마이크로레이저 장치의 모습이 나타나 있다.

실험에서는 공진기의 길이가 일정한 간격으로 조정되어 원자-공진기 사이의 진동수 차이를 만들어 내었다. 진동수 차이는 1 MHz 간격으로 -10 MHz에서 $+10$ MHz까지 생성되었다.

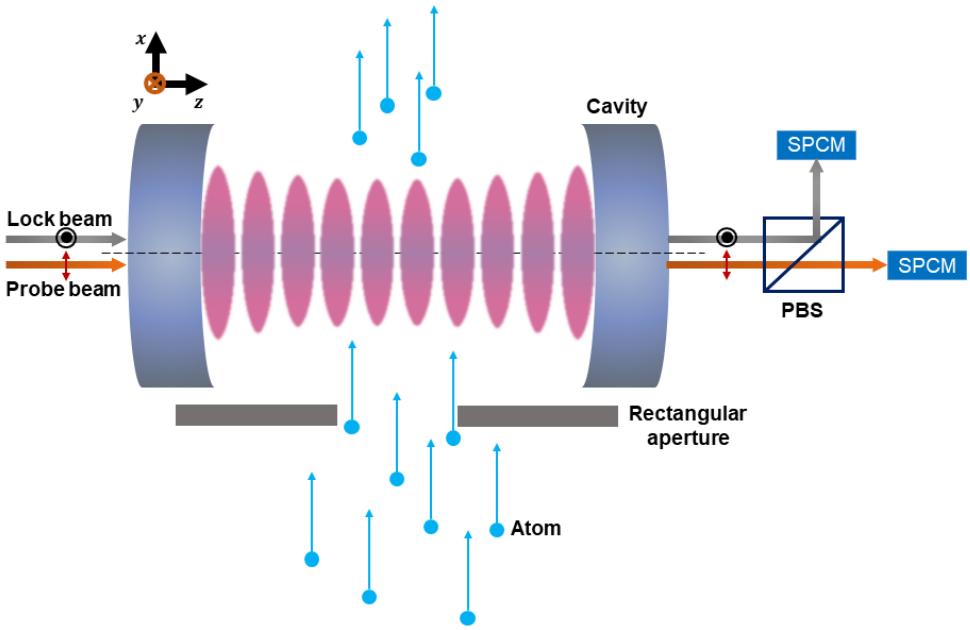

그림 3.1 공진기 내부를 원자가 투과하는 모습을 위에서 내려다본 모습이다. 원자 앞에는 직사각형의 집속 슬릿이 위치하며, 공진기의 축 방향으로 조사 빔과 고정 빔이 주입된다. 편광이 수직인 두 빔은 PBS에 의해 분리되어 각각 SPCM에서 측정된다.

3.5 레이저 진동수의 변조

공진기 내부에 원자가 없을 때 조사 레이저의 투과는 공진기 진동수에서 일어난다. 하지만 공진기 내부에 원자가 지나가고 있을 때는 조사 레이저의 투과가 공진기 진동수에서 벗어난 곳에서 일어난다. $\Delta_{cp} = \omega_c - \omega_p$에 따라 공진기의 최대 투과가 발생하는 진동수는 공진기의 진동수에서 일정량만큼 이동해있다. 이러한 진동수 이동의 크기와 방향을 측정하기 위해 조사 레이저의 진동수를 스캔하였고, 공진기의 진동수 ω_c를 기준으로 하는 진동수 이동을 측정하기 위해 조사 레이저의 중심 진동수가 공진기의 진동수와 일치하도록 하였다. 원자의 진동수와 공진기의 진동수가 어긋나 있는 상황($\Delta_{cp} \neq 0$)에서 투과 신호의 최댓값은 조사 레이저의

중심 진동수에서 약간 크거나 작은 지점에서 발생하였다.

AOM(acousto-optic modulator)은 PZT를 통해 결정에 음파를 발생시켜 결정을 통과하는 빛의 진동수를 변화시킨다(Saleh and Teich 2019). 음파는 마치 움직이는 평면 격자와 같아서 굴절률을 변화시켜 빛을 산란시키는 역할을 한다. AOM에 입사한 빛은 음파의 진동수와 동일한 만큼 도플러 이동되어 산란하며, 이는 광자와 포논의 에너지 보존과 운동량 보존으로 이해할 수 있다.

진동수 변조를 위해 레이저 테이블에서는 마스터 AOM, 조사 빔 AOM, 공진기 고정 빔 AOM이 사용되었다. `MBR-110`에서 출발한 레이저 빔은 마스터 AOM을 통과하여 반투명거울(beam splitter)에서 두 갈래로 갈라지며, 각각은 조사 빔 AOM, 공진기 고정 빔 AOM을 통과한다. 마스터 AOM에서는 진동수를 $+80\,\mathrm{MHz}$ 만큼 변조하고, 조사 빔 AOM에서는 $-80\,\mathrm{MHz}$만큼, 공진기 고정 빔 AOM에서는 $-83.1\,\mathrm{MHz}$만큼 다시 변조한다. 이 과정을 통해 조사 빔과 공진기 고정 빔 사이에 약 $3\,\mathrm{MHz}$만큼의 진동수 차이가 발생한다.

일부가 깎여 있는 공진기의 거울에 의한 복굴절 현상으로 거울에 입사하는 수직 편광과 수평 편광 사이에는 $3 \sim 4\,\mathrm{MHz}$의 공명 진동수의 차이가 있다. 조사 빔과 공진기 고정 빔은 서로 수직인 선 편광으로 입사하므로 각각 공진기와 공명할 수 있도록 AOM을 통한 진동수 변조 과정이 필요하다. 두 빔은 완전히 겹친 상태로 공진기에 입사하는데, 공진기가 나타내는 복굴절 특성에 의해 서로의 측정에 영향을 주지 않는다. 결국 조사 빔으로 공진기의 내부를 스캔하는 동안 공진기의 길이가 고정될 수 있다.

진동수 조절을 위한 세 가지 AOM을 지나기 전에 추가 AOM이 있다. 추가 AOM의 목적은 에탈론을 이용한 고정 과정에서 나타나는 신호에 의한 빠른 속도

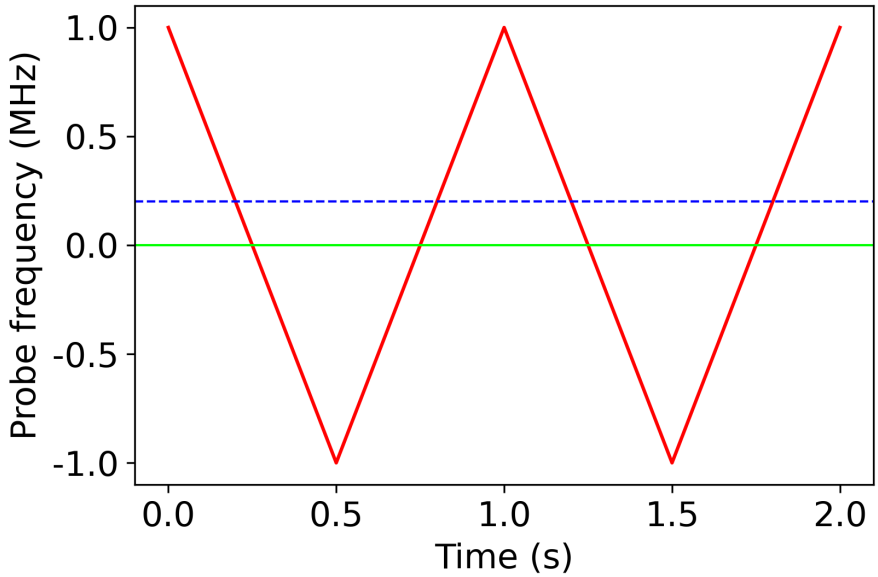

그림 3.2 조사 빔은 4 MHz/s로 공진기를 스캔하며, 진동수 밀어냄 현상에 의해 공진기 장의 진동수(파란색 점선)는 공진기의 공명 진동수(초록색 실선)에서 벗어난 값을 가진다. 조사 빔의 중심 진동수는 공진기의 공명 진동수와 동기화되어 있다.

의 오차를 보정하기 위함이다. 바륨 원자의 791 nm파장에 해당하는 자연 선폭은 50 kHz이다. 하지만 레이저의 진동수를 고정하는 과정에서 에탈론은 오차를 보정하기 위해 80 MHz에서 90 MHz로 진동한다. 에탈론의 진동수는 바륨의 자연 선폭보다 크기 때문에 에탈론 자체에 의한 오차를 바륨의 자연 선폭만으로는 잡아내기 어렵다. 따라서 레이저 신호는 더 높은 진동수에 의해 스캔 되어야 정확한 진동수 고정이 이루어질 수 있다. 이때 추가로 설치된 AOM은 에탈론 보다 높은 진동수로 변조하는 역할을 한다.

공진기 장의 진동수를 측정하기 위해 조사 빔의 진동수 쓸기(sweep)를 그림 3.2와 같이 진행하였고 방법은 다음과 같다. 우선 마스터 AOM의 진동수 변조를 조절하여 공진기−원자 진동수 차이를 만들고, 이 단계에서 조사 빔과 공진기 고정 빔이 동기화되어 함께 변조되도록 한다. 이를 통해 공진기의 길이와 조사

빔의 쓸기 진동수의 중심 값이 동시에 같은 크기만큼 변조된다. 이때 두 빔의 진동수는 마스터 AOM을 통해 1 MHz의 간격으로 70 MHz에서 90 MHz 까지 변조되는 과정을 거친다. 다음으로는 오실로스코프의 진동수 쓸기 기능으로 삼각파 형태로 조사 빔의 진동수를 변조한다. 이 과정을 통해 공진기의 공명 진동수 근방에서 투과하는 빔의 진동수를 찾아냈고, 원자−공진기 진동수 차이에 따른 공진기 장의 진동수의 이동을 측정하였다. 모든 진동수 조절 시스템은 `FPGA`내에서 `LabVIEW`로 프로그램하여 각각의 기기로 명령이 전달되도록 자동화하였다. 1초 동안 1 MHz의 진폭으로 진동수 쓸기를 진행하였고, 이에 따른 진동수 변화의 기울기는 $2\,\mathrm{MHz}/0.5\,\mathrm{s} = 4\,\mathrm{MHz/s}$였다. 따라서 공진기의 투과 선모양의 봉우리는 평균적으로 0.5초 당 1 개가 나타났다.

원자-공진기 진동수 차이는 마스터 AOM을 통해 형성되었다. 한편, 공진기를 투과한 조사 레이저는 공진기의 축 방향에 있는 SPCM을 통해 측정되었으며, 그 결과는 그림 3.3에 나타나 있다. 그림 3.3은 레이저의 진동수가 마스터 AOM에 의해 각각 70 MHz와 90 MHz 만큼 변조되어 원자와 공진기 사이에 각각 10 MHz와 −10 MHz의 진동수 차이가 발생하였을 때의 결과이다. 선모양을 확인하기 위해 측정된 결과 중 네 개의 선모양에 대한 평균치를 계산한 결과를 나타내었다. 두 그림은 원자-공진기의 진동수 차이가 가장 큰 경우이며, 봉우리가 나타나는 경향성이 반대임을 알 수 있다. 봉우리의 높이는 투과 신호의 크기이며, Mcps(Mega count per second)로 1초당 측정되는 광자의 수를 나타낸 것이다. 만일 조사 레이저의 진동수 쓸기 범위를 넓혀서 측정한다면, 원자에 의한 선모양이 나타날 것이다. 이때 공진기의 투과 선모양과 원자의 선모양의 사이의 분리된 시간을 측정하면 원자의 진동수와 공진기 장의 진동수 사이의 차이를 알 수 있을 것이다.

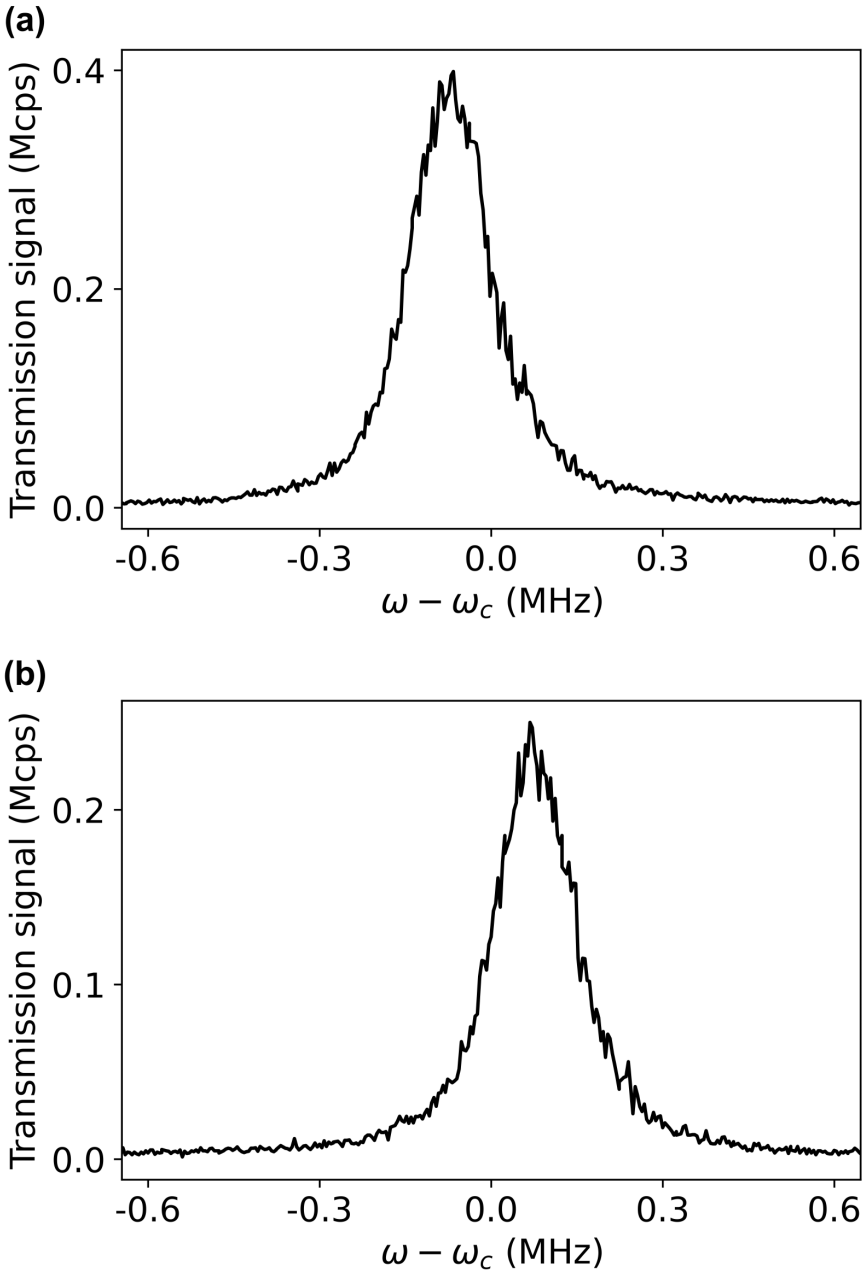

그림 3.3 (a)와 (b)는 각각 마스터 AOM의 변조가 70 MHz, 90 MHz일 때 그림 3.2의 방법으로 측정한 791 nm 투과 신호의 봉우리 4개의 평균 선모양을 나타낸 것이다. $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$, $\tau = 122\,\mathrm{ns}$이다.

3.6 결합 상수

공진기 모드는 축 방향으로 가우스 분포 형태의 장이 형성되어 있다. 이에 따라 결합 상수의 크기도 공진기 모드의 분포에 따라 변하게 된다(Hong et al. 2009). 결합 상수 g의 분포는 다음과 같다.

$$g(\mathbf{r}) = g_0 e^{\frac{r^2}{\omega_m^2}} e^{-ikz - ik\frac{r^2}{2R(z)} + i\zeta(z)}. \tag{3.1}$$

여기서 $\mathbf{r}$은 공진기의 축에 대한 원자의 위치로 공진기 모드의 중심에서 0이다. r은 공진기 축으로부터의 거리이다. z는 공진기의 축 방향으로의 위치를 의미하고, ω_m은 빔 허리의 반지름이며 k는 파수, $R(z)$는 z에서 빔의 파면의 곡률 반경, $\zeta(z)$는 z에서의 Gouy 위상이다. g_0는 원자가 공진기 내부에 형성된 정상파의 배와 결합할 때의 결합 상수로 결합 상수의 최댓값이다. 공진기의 모드가 정상파를 형성한다는 점을 고려한다면 결합 상수는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$g(\mathbf{r}) = g_0 e^{r^2/\omega_m^2} \cos(kz). \tag{3.2}$$

공진기 내의 광자 한 개에 해당하는 전기장 밀도 $\mathscr{E}$는 다음과 같다.

$$\mathscr{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0 V}}. \tag{3.3}$$

여기서 k는 모드의 종류이며, ϵ_0는 진공에서의 유전율, V는 모드의 부피이다. $\mathscr{E}$와 g_0의 관계는

$$g_0^2 = \frac{\mu^2}{\hbar^2}\mathscr{E}_k^2 \tag{3.4}$$

이며 ^{138}Ba의 자연 선폭이 $2\gamma_p$일 때 g_0는 다음과 같이 정의된다.

$$g_0 = \mu\sqrt{\frac{\omega_c}{2\epsilon_0\hbar V}} = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}\gamma_p\lambda c}{\pi\sqrt{RL^3}}} \tag{3.5}$$

이처럼 정의된 원자-공진기 결합 상수의 값은 335 kHz이다. 원자가 공진기에 수직으로 입사하는 정상 모드일 때 결합 상수의 크기는 267 kHz이다.

원자-공진기 간의 결합 상수의 크기를 바꾸고자 할 때는 원자 빔이 가장 마지막으로 통과하는 250 µm × 25 µm의 직사각형 슬릿을 공진기의 축과 원자 빔의 진행 방향에 대해 수직으로 움직이면 된다. 이는 원자가 공진기 내에 형성된 가우스 장의 분포가 다른 지점을 통과하도록 하여 결합 상수를 변화시키는 원리를 이용한 것이다. 가우스 빔의 모드 허리는 대략 43 µm이며 이 범위 내에서 직사각형 슬릿을 움직일 수 있다. 다만 원자 빔이 오븐에서 출발하여 공진기에 도달하기까지 어느 정도의 발산이 있으므로 직사각형 슬릿을 중심으로부터 이동시키면 공진기 내부에 도달하는 원자의 수가 10개 근방에서 변할 수 있다. 따라서 공진기 내부의 원자 수가 일정하게 유지될 수 있도록 칼날 슬릿을 조금씩 열거나 닫으며 원자 수를 추적하는 과정이 필요하다.

만일 공진기의 모드를 에너지 분포가 균일한 플랫 탑 모드로 가정한다면 원자가 공진기 모드를 통과하는 시간인 τ를 구할 수 있다. 원자가 t 시간 동안 v의 속도로 공진기 장의 가우스 분포를 지날 때 식 (3.2)의 결합 상수는 $g(t) = g_0 e^{v^2 t^2/\omega_m^2} \cos(kz)$로 나타내어진다. 원자가 공진기와 상호작용하는 동안 가우스 모드와 플랫 탑 모드에서 라비 각도가 동일한 만큼 돌아간다고 가정하면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} g\, dt = g_0 \sqrt{\pi} \frac{\omega_m}{v} = g_0 \tau \tag{3.6}$$

따라서 플랫 탑 모델로 가정할 때 $\tau = \sqrt{\pi}\frac{\omega_m}{v}$ 동안 원자가 공진기 모드를 지나간다고 할 수 있다. 오븐의 전류가 270 A일 때 원자의 속도가 626.25 m/s이고 가우스 모드의 허리 반지름 ω_m의 크기는 43 µm이므로 $\tau \simeq 122$ ns이다. 라비 각도의 크기는 $2\pi \times 335\,\text{kHz} \times 122\,\text{ns} \simeq 0.2$이므로 대부분의 바륨 원자는 바닥 상태 혹은 약하게 들뜬 상태라고 간주할 수 있다.

3.7 자기장

적절한 크기의 자기장을 원자에 가했을 때 다양한 복잡한 상황을 피할 수 있다. 이를테면 양자 축이 정해지지 않거나 원하지 않는 전이가 일어나는 상황을 예방할 수 있다(Demtröder 1982). 원자에 자기장을 가하면 양자 축이 정해지고, 제이만 갈라짐이 증가하여 $\Delta m = 0$ 이외의 전이가 일어나는 것이 방지된다. 이는 선택 규칙에 따라 스핀이 변화하는 전이인 $m = +1$, $m = -1$ 으로의 전이를 방지하고 π 전이라고도 불리는 $\Delta m = 0$인 전이만 남게 한다. 이를 통해 제이만 효과를 고려하지 않아도 되는 상태가 준비된다.

자기장을 형성하는 코일에는 18 V의 전압이 가해지며 12 A의 전류가 흘러서 23.5 G의 자기장이 형성된다. 이 조건으로 생기는 제이만 갈라짐은 1.7 MHz/G로 총 40 MHz 정도이다. 한편, 통과 시간에 의한 선폭 증가(transit-time broadening)는 10 MHz 정도이다. 제이만 갈라짐이 통과 시간에 의한 선폭 증가보다 4배가량 크므로 π 전이 이외의 전이는 더 이상 고려 대상이 아니다.

4 결과 및 논의

4.1 진동수 밀어냄 결과

삼각파 형태로 진동수가 변화하는 조사 빔이 공진기에 주입되었을 때 공진기의 투과 선모양은 단일 봉우리로 나타났으며, 삼각파 형태의 진동수 쓸기에 의해 동일한 모양이 반복적으로 측정되었다. 이렇게 측정된 선모양의 봉우리 사이의 시간 간격은 일정하게 멀어졌다가 가까워지는 양상을 보였다. 만일 공진기 내에 원자가 지나가지 않아 공진기 장의 진동수가 공진기의 길이에 의해 결정된 공명 진동수와 동일하다면 선모양의 봉우리 사이의 시간 간격이 모두 일정하게 나타날 것이다. 하지만, 원자가 지나가는 동안은 봉우리 사이의 시간 간격이 일정하게 증가하고 감소하였으므로 공진기 장의 진동수는 공진기의 공명 진동수와 차이가 있음을 알 수 있다. 투과 선모양의 봉우리가 나타나는 시간 간격과 평균 시간 간격의 차이를 구하고, 이 값에 조사 빔의 진동수 변화율 곱하면 ω가 ω_c로부터 떨어진 정도를 구할 수 있다. 이 결과가 진동수 밀어냄의 정도이다.

그림 4.1은 공진기-원자 사이의 진동수 차이($\Delta_{cp} = \omega_c - \omega_p$)가 생겨남에 따라 공진기 장의 진동수가 공진기의 공명 진동수로부터 이동하는 양상을 측정한 결과와 식 (2.23)의 비례 상수 α의 값이 각각 1과 0.65일 때의 이론적 추론 양상을 비교한 것이다. y축에 나타난 진동수 이동(δ)은 $\delta = \omega - \omega_c$로 비어있는 공진기의 진동수 대비 공진기 장의 진동수 이동을 나타낸 것이다. $\Delta_{cp} > (<) 0$일 때 $\delta > (<) 0$이므로 공진기 장의 진동수 ω가 원자의 진동수 ω_p로부터 밀려남을 확인할 수 있다. Δ_{cp}가 작을 때는 δ가 급격하게 증가하였고, Δ_{cp}가 1 MHz 근방일 때

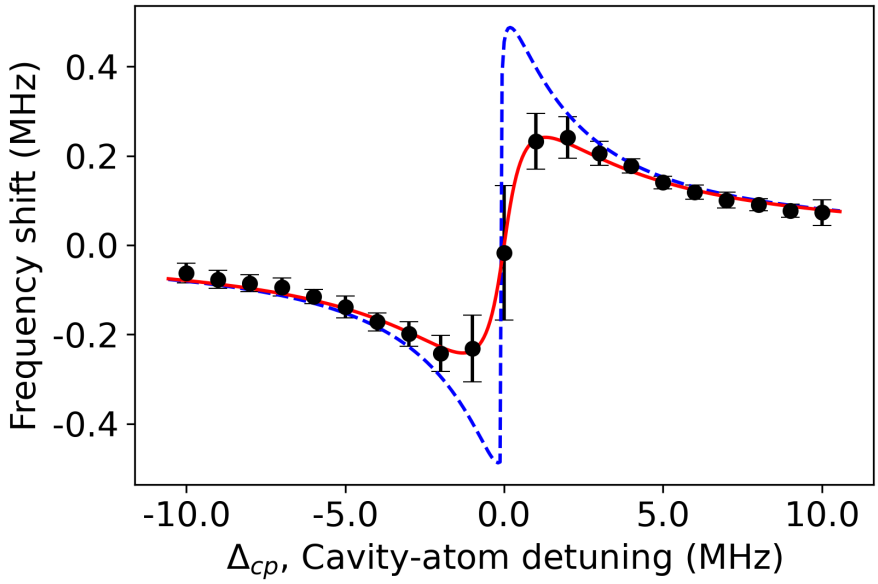

그림 4.1 $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $N = 11.6$, $\tau = 122\,\mathrm{ns}$ 일 때 진동수 밀어냄의 측정 결과(오차 막대, 검은색)이다. $\alpha = 1$(파란색 점선)과 $\alpha = 0.65$(빨간색 실선)일 때의 식 (2.23)을 함께 나타내었다.

δ가 최댓값을 가졌다. 또, Δ_{cp}의 절댓값이 커질수록 δ가 점차 감소하였다. 이를 통해 원자와 공진기의 공명 진동수의 차이가 벌어질수록 원자가 공진기에 미치는 영향력이 작아진다는 사실을 알 수 있었다.

한편, 진동수 이동이 최대가 되는 Δ_{cp}와 그때의 δ가 모두 일치하는 경우는 $\alpha = 0.65$로 투과 식을 계산한 경우였다. 2.1절에서 논의한 τ와 γ_p 사이의 반비례 관계는 엄밀한 정의가 아닌 물리적 상황에 빗대어 가정한 것이므로 비례 상수 α가 포함될 여지가 남아있었다. 따라서 $\gamma_p = 1/(\alpha\tau)$로 표현하였고, 결과를 해석할 때 α를 변화시키며 이론적 예상과 측정 결과를 비교하였다. 이 경우 $\alpha = 0.65$일 때 실험 결과를 가장 잘 설명하였다. 한편, τ는 플랫 탑 공진기 모드를 가정하여 구한 값이므로 실제의 가우스 모드와는 차이가 있으며 이에 따른 오차가 존재한다. 계산 과정에 포함된 원자의 속도 v 또한 항상 일정한 값을 가진다고 보장할 수

없다. 오븐 노즐에서의 갑작스러운 분출, 산란 등의 예상치 못한 상황이 발생할 수 있기 때문이다. 더불어 공진기 내의 원자 수 N 또한 2배 내외의 오차가 존재하므로 오차 범위 내에서는 값을 변화시키며 실험 결과와 일치하는지 확인해볼 수 있다.

4.2 논의

논의에서는 원자를 고전적인 로런츠 진동자로 간주하여 공진기 내에서의 역할을 살펴보았고, 굴절률 곡선을 통해 진동수 밀어냄과 당김을 설명하였다. 더불어 공진기 구동이 존재하는 상황의 해밀토니언을 기술하였고, 마스터 방정식을 풀어 공진기 내부의 광자 수를 조사함으로써 진동수 밀어냄을 설명하였다.

4.2.1 진동수 밀어냄의 고전적 해석

진동수 이동이 원자의 상태에 따라 반전되는 현상의 직관적인 이해를 위해 굴절률의 개념을 도입하여 설명해 보고자 한다. 바륨 원자 빔이 마이크로 레이저에서 이득 매질의 역할을 하며 공진기 내에 비선형적 굴절률을 일으킨다. 이 굴절률의 값이 1보다 클 때 공진기를 투과하는 조사 빔의 광경로가 길어지므로 공진기 장의 진동수 ω는 ω_c보다 작아진다. 반대로 굴절률의 값이 1보다 작을 때 공진기를 투과하는 조사 빔의 광경로가 짧아지므로 공진기 장의 진동수 ω는 ω_c보다 커진다. 비선형 굴절률 곡선을 고려했을 때 굴절률의 값이 1보다 클 때 조사 빔의 진동수가 원자의 공명 진동수보다 작은 상황이다. 즉, $\omega_c < \omega_p$인 상황에서 ω는 ω_c보다 작아지므로 결과적으로 원자의 공명 진동수에 의해 밀려나는 진동수 밀어냄이 나타난다. 반대의 상황도 마찬가지이다. 굴절률의 값이 1보다 작을 때 $\omega_c > \omega_p$이므로 ω는 ω_c보다 커지므로 진동수 밀어냄이 나타난다. 그림 4.2를 통해 이러한 경향성을 확인할 수 있다.

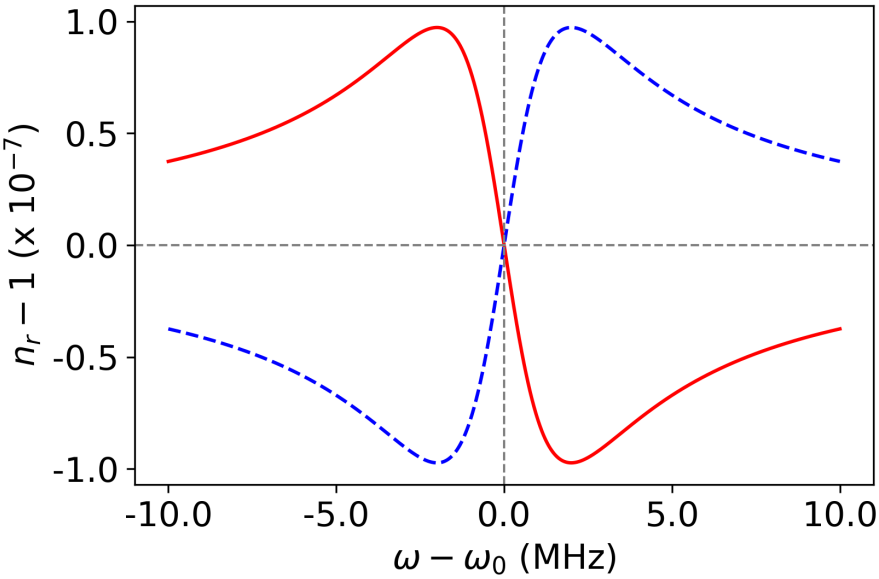

그림 4.2 공명 진동수 근처에서 $\gamma/2\pi = 4\,\mathrm{MHz}$일 때 매질의 굴절률 곡선 n_r을 그린 것이다. 바닥 상태의 원자의 개수 밀도 N(빨간색 실선)과 들뜬 상태의 원자의 개수 밀도 $-N$(파란색 점선)은 서로 반대의 경향성을 보인다.

원자를 고전 전자기학에서 이야기하는 전자가 스프링에 매달려 있는 로런츠 진동자로 간주하고 로런츠 진동자는 고전적인 조화 진동자의 성질을 가진다고 가정한다. 쌍극자 모멘트가 $\mathbf{p}$, 개수 밀도가 N_d, 편극 밀도가 $\mathbf{P}$ 일 때 $\mathbf{P} = N_d\mathbf{p}$이다. 또한 선형, 비분산, 균질한, 등방성인 유전 매질에서 편극 밀도는 모든 위치와 시간에 외부 전기장에 비례하여

$$\mathbf{P} = \epsilon_0\chi(\omega)\mathbf{E} \tag{4.1}$$

가 성립한다. 이때 ϵ_0는 진공의 유전율이고 χ는 매질의 전기 감수율이다. 전기 변위 $\mathbf{D}$에 대해 매질에서는 $\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$가 성립한다. 두 식을 결합하면 $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$이며 이때 유전율은 $\epsilon = \epsilon_0(1+\chi)$로 정의된다. 상대 유전율은 $\epsilon/\epsilon_0 = (1+\chi)$이며 매질의 유전 상수라고도 불린다. 복소 굴절률 n은 유전 상수의 제곱근이며 $n = n_r + in_i = \sqrt{1+\chi}$이다. 여기서 n_r은 굴절률이고 n_i는 흡수와 관련된

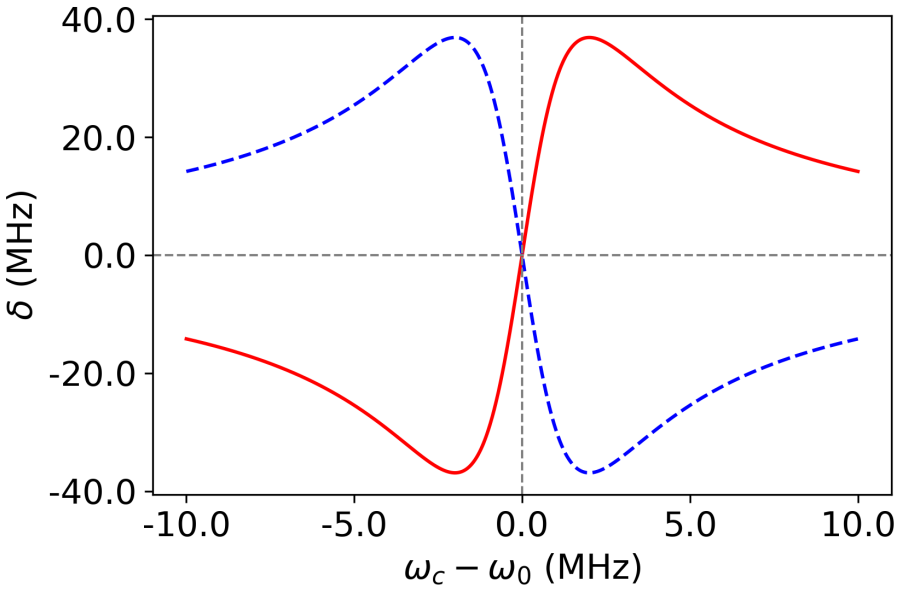

그림 4.3 그림 4.2에 따른 굴절률 변화에 의한 공진기 장의 진동수 밀어냄(빨간색 실선)과 진동수 당김(파란색 점선)을 나타낸 것이다.

항이며, $\mathrm{Re}[\chi(\omega)]$과 $\mathrm{Im}[\chi(\omega)]$이 모두 1보다 매우 작을 때 $n_r \approx 1 + \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\chi(\omega)]$, $n_i \approx \frac{1}{2}\mathrm{Im}[\chi(\omega)]$로 근사할 수 있다(Demtröder 1982).

로런츠 진동자로 이루어진 매질은 감쇠 조화 진동자의 방정식을 따른다.

$$\frac{d^2P(t)}{dt^2} + \gamma\frac{dP(t)}{dt} + \omega_0^2 P(t) = \omega_0^2\epsilon_0\chi_0 E(t) \tag{4.2}$$

원자에 속박된 전자의 운동 방정식 또한 감쇠 조화 진동자의 움직임을 보이므로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \tag{4.3}$$

여기서 γ는 감쇠 계수, $x(t)$는 전자의 변위, $F(t)$는 구동력, m은 전자의 질량, ω_0는 공명 진동수이다. 전자의 전하량이 $-e$일 때 원자 한 개에 해당하는 쌍극자 모멘트가 $p = -ex$라면 매질의 편극 밀도는 $P = N_d p = -N_d ex$이다. 전기장과 구동력은 $E = F/(-e)$의 관계를 만족하므로 P 또한 x에 비례할 것이다. 식 (4.2)

와 (4.3)을 비교하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\chi_0 = \frac{N_d e^2}{\epsilon_0 m \omega_0^2} \tag{4.4}$$

$E(t) = \mathrm{Re}[Ee^{i\omega t}]$, $P(t) = \mathrm{Re}[Pe^{i\omega t}]$로 표현할 수 있다. 이를 식 (4.2)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$P = \epsilon_0 \frac{\chi_0 \omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} E \tag{4.5}$$

식 (4.1)과 비교하면 진동수 ν에 따른 전기 감수율 $\chi(\omega)$에 관한 식을 얻게 된다.

$$\chi(\omega) = \chi_0 \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \tag{4.6}$$

매질의 공명 진동수 근처($\omega \sim \omega_0$)에서 $\omega_0^2 - \omega^2 = (\omega_0 + \omega)(\omega_0 - \omega) \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega)$로 근사할 수 있다. γ에 곱해진 ω도 ω_0로 근사하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\chi(\omega) = \chi_0 \frac{\omega_0/2}{(\omega_0 - \omega + i\gamma/2)} \tag{4.7}$$

따라서, 매질의 굴절률 $n_r(\omega) = 1 + \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\chi(\omega)]$는 다음과 같다.

$$n_r(\omega) = 1 + \frac{N_d e^2}{4\epsilon_0 m \omega_0} \frac{(\omega_0 - \omega)}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2} \tag{4.8}$$

식 (4.8)은 중심 진동수가 ω_0이고, FWHM이 γ인 로런츠형 곡선에 $\omega_0 - \omega$를 곱한 것에 비례하는 모양이다. 그림 4.2는 계수($N_d : N/V_{mode}, N = 11.6, V_{mode} = \pi(21.5\,\mu\mathrm{m})^2 \times 1.09\,\mathrm{mm}$, $\omega_0/2\pi = 3.8 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$, $\gamma/2\pi = 2\gamma_p/2\pi = 4\,\mathrm{MHz}$)를 대입하여 굴절률 곡선을 나타낸 것이며, 그림 4.3은 매질의 굴절률 변화에 의한 공진기 장의 진동수 이동인 $\delta = \omega - \omega_c = \frac{\omega_c}{n_r} - \omega_c \approx -\omega_0(n_r - 1)$을 나타낸 것이다.

식 (4.4)에 의해 χ_0는 조화 진동자의 개수 밀도 N_d에 비례하므로 $\mathrm{Re}[\chi(\omega)]$와 $\mathrm{Im}[\chi(\omega)]$는 모두 N_d에 비례한다. 따라서 $n_r - 1$ 또한 N_d에 비례한다. 한편, 원자가 바닥 상태에서 약하게 들떴을 때 쌍극자 모멘트의 방정식은 고전적인 조화

진동자의 방정식과 같다. 따라서 바닥 상태 원자의 개수 밀도인 N_d은 밀도 반전의 음수라고 볼 수 있다. 밀도 반전은 레이징하기 위해 들뜬 상태의 원자가 준비된 상태를 의미하는데, 바닥 상태의 원자가 준비되었다면 밀도 반전은 음수가 된다. 반대로 생각하면, 들뜬 원자의 개수 밀도는 $-N_d$이며, 이 경우 n_i는 증폭하는 상황이다. 반면에 바닥 상태 원자의 경우 밀도 반전은 $-N$이며, n_i가 레이저와 반대의 부호를 갖게 되므로 증폭이 아닌 흡수를 하게 된다. 이와 더불어 바닥 상태 원자의 $n_r - 1$의 부호는 고전적인 경우와 동일하므로 그림 4.2와 같이 굴절률 곡선의 경향성은 변하지 않고, 결국 그림 4.3과 같이 진동수 밀어냄이 설명된다.

그림 4.1과 그림 4.3에서 최대의 진동수 밀어냄이 나타나는 Δ_{cp}는 동일하다. 식 (2.13)의 γ_p는 반치폭으로 식 (4.2)의 $\gamma/2$와 동등하기 때문이다. 반면에, 진동수 밀어냄의 최댓값은 실험에서 0.24 MHz, 굴절률 해석에서 37 MHz로 원자를 고전적으로 해석할 때 진동수 밀어냄이 154배 더 크게 나타난다.

차이가 발생하는 원인은 고전 전자기학에 의한 식 (4.5)와 양자전기역학(QED)에 의한 식 (2.20)에서의 원자의 편극 밀도를 비교해봄으로써 알 수 있다. 식 (4.5)로부터 $\omega \sim \omega_0$에서의 편극 밀도는

$$P \simeq \frac{Ne^2E}{2m\omega_0 V}\frac{(\omega_0-\omega)-i(\gamma/2)}{(\omega_0-\omega)^2+(\gamma/2)^2} \tag{4.9}$$

이고, 식 (2.20)로부터 정상 상태일 때의 편극 밀도는

$$\mathcal{P} \simeq \frac{N\mu^2\mathcal{E}}{\hbar V}\frac{(\omega_p-\omega)+i\gamma_p}{(\omega_p-\omega)^2+\gamma_p^2} \tag{4.10}$$

이다. $\gamma_p = \gamma/2$이고, $\omega_0 = \omega_p$이므로 두 편극 밀도의 비는 다음과 같다.

$$\frac{P}{\mathcal{P}} = \frac{e^2\hbar}{2m\omega_0\mu^2} \tag{4.11}$$

한편, 고전 전자기학에서 설명하는 전자의 가속 운동에 의한 복사 감쇠율을 Γ_{cl}, 양자전기역학(QED)에서 설명하는 원자의 자발 방출에 의한 감쇠율을 Γ_0라고 할 때, Γ_{cl}과 Γ_0는 다음과 같이 표현된다.

$$\Gamma_{cl} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2\omega_0^2}{3mc^3} \tag{4.12}$$

$$\Gamma_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{4\mu^2\omega_0^3}{3\hbar c^3} \tag{4.13}$$

이에 따라 두 감쇠율의 비는 다음과 같다.

$$\frac{\Gamma_{cl}}{\Gamma_0} = \frac{e^2\hbar}{2m\omega_0\mu^2} \tag{4.14}$$

따라서 식 (4.11)과 식 (4.14)는 동일하다. 이때, Γ_{cl}의 크기는 식 (4.12)에 따라 35.4 MHz이고, ^{138}Ba 원자의 $^1\mathrm{S}_0 \leftrightarrow {}^3\mathrm{P}_1$ 전이에 해당하는 Γ_0는 $2\pi \times 50$ kHz이므로 $\Gamma_{cl}/\Gamma_0 = P/\mathcal{P} \approx 113$이다. 이는 실제 비율인 154와는 1.36배의 차이가 있다.

이처럼 고전적인 해석과 측정 결과 사이의 차이를 가져오는 요인인 Γ_0가 Γ_{cl}보다 작은 이유를 전이 쌍극자 모멘트 μ에서 찾아볼 수 있다. E1 전이에 해당하는 S↔P 전이는 LS 결합 때문에 총 스핀 각운동량이 변할 수 없지만, 바륨의 $^1\mathrm{S}_0 \leftrightarrow {}^3\mathrm{P}_1$ 전이는 총 스핀 각운동량이 변하므로 금지된 전이에 해당한다. 하지만, 실제로 바륨은 원자량이 큰 무거운 원자에 해당하고, $^1\mathrm{S}_0 \leftrightarrow {}^3\mathrm{P}_1$ 전이는 각운동량과 패리티에 따라 전이가 일어날 수 있는 준-금지된 전이에 해당한다. 준-금지된 전이는 허용된 전이보다 매우 느리게 감쇠하므로 Γ_0가 Γ_{cl}보다 작다.

4.2.2 마스터 방정식의 수정 및 재해석

2.3절에서 제인스-커밍스 해밀토니언으로부터 마스터 방정식을 유도하고, 이로부터 진동수 당김과 진동수 밀어냄을 표현하는 식 (2.41)을 얻었다. 이 식을 실험 결과와 함께 그림 4.4에 나타내었고, 진동수 밀어냄의 경향성은 보이지만 실험 결과와 아주 부합하지는 않았다. 공진기 내의 평균 원자 수에 2배 내외의

오차가 있을 수 있는 점을 고려하면, 식 (2.41)에서 $N = 17$일 때 δ의 극값이 유사해졌다. 하지만 여전히 진동수 밀어냄이 최대가 될 때의 Δ_{cp}는 일치하지 않는 문제점이 있다.

문제가 생긴 원인으로 조사 레이저와 공진기 장의 결합이 포함되지 않은 점을 지목할 수 있다. 진동수 밀어냄 현상을 관찰하는 실험 상황에서 조사 레이저는 지속해서 공진기 내부에 주입되며 조사 레이저에 의해 공진기의 장이 형성된다. 앞에서 언급하였듯이 식 (2.38)은 τ를 미소 시간 dt로 취급하여 미분 형태로 근사하여 유도한 미분 방정식이다. 한편, ρ에서 초깃값 ρ_{aa}, ρ_{bb}, Δ_{cp}, N, g, τ에 대해 정상 상태의 해를 얻을 수 있다. 하지만, 원자와 공진기의 감쇠가 포함된 방정식에서 진동수 밀어냄을 위해 원자의 초기 상태를 $\rho_{aa} = 0$, $\rho_{bb} = 1$로 설정하면 공진기 장이 형성되지 않으므로 의미 있는 해를 구할 수 없다.

따라서, 공진기 장의 해밀토니언인 식 (2.39)에 공진기 구동 항을 추가하여 공진기 장을 형성하면 식 (2.38)에서 정상 상태의 해를 구할 수 있다. 조사 레이저에 의한 공진기 구동 항 H_d는 다음과 같다(Ermann et al. 2020).

$$H_d/\hbar = (E_L a^+ e^{-i\omega_L t} + E_L^* a e^{i\omega_L t}) \tag{4.15}$$

여기서 E_L는 조사 레이저와 공진기 사이의 결합을 나타내며, 크기는 조사 레이저의 진폭과 같다. 또, ω_L은 조사 레이저의 진동수이다. H_d는 원자와의 상호작용이 없는 항이므로 원자 상태에 대한 대각합을 구하는 과정을 거치지 않고 공진기 장의 해밀토니언에 바로 추가할 수 있다. 원자가 바닥 상태에만 있다고 가정하면 식 (2.39)의 ρ_{ab}와 ρ_{ba}는 사라진다. 따라서 공진기 구동 항이 포함된 바닥 상태 원자에 대한 해밀토니언을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H/\hbar \equiv -\gamma_{inj}(\rho_{bb} - \rho_{aa}) f(\Delta_{pc})(g\tau)^2 a^+ a + E_L a^+ e^{-i\Delta_{Lc} t} + E_L^* a e^{i\Delta_{Lc} t} \tag{4.16}$$

이는 식 (4.15)의 a와 a^+ 연산자를 유니테리 변환을 통해 상호 작용 그림(interaction picture)으로 나타내고 베이커–캠벨–하우스도르프 공식을 적용하여 공진기 장의 진동수를 기준으로 정리한 결과이다. 여기서 조사 레이저와 공진기 장의 진동수 차이를 $\Delta_{Lc} = \omega_L - \omega_c$로 나타내었다. 이제 $\rho_{aa} = 0$에 대해 식 (2.40)을 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar}\Big[H, \rho(t)\Big] + \Gamma_r \mathcal{L}[a]\rho(t) \tag{4.17}$$

이제 식 (2.40)을 초기 조건 $\rho_{aa} = 0$, $\rho_{bb} = 1$, $N = 11.6$, $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\tau = 122\,\mathrm{ns}$에 대해 풀 수 있다. 마스터 방정식의 해를 얻는 한 방법으로 파이썬의 `QuTiP` 라이브러리를 활용하여 수치 계산을 할 수 있으며, 식 (4.17)의 해 또한 이 방법으로 얻었다. 세부적인 계산 과정으로는 Δ_{Lc}를 $-2\,\mathrm{MHz}$에서 $+2\,\mathrm{MHz}$까지 변화시키며 광자 수(a^+a)의 변화를 관찰하고, 정상 상태에서 최대 광자 수가 나타나는 Δ_{Lc} 값을 구해 진동수 밀어냄 값을 얻었다. 또 Δ_{pc}를 변화시키며 Δ_{Lc}를 구하는 과정을 반복하여 진동수 밀어냄 값을 얻었다.

결과적으로 해밀토니언의 a^+a의 앞에 곱해진 부분과 마스터 방정식을 푼 결과를 비교했을 때 동일한 결과를 얻었다. 그 이유로 Δ_{pc}에 따라 공진기의 감쇠가 달라지고, 또 공진기의 진동수도 함께 달라진다는 점을 생각해볼 수 있다. 그러므로 공진기의 감쇠가 포함되어 있지 않은 식 (2.41)의 결과에서 크게 벗어나지 않는다고 해석할 수 있다. 비록 실험 결과와 아주 합치하지는 않지만, 식 (2.41)의 a^+a에 곱해진 부분의 변화를 진동수 이동으로 해석하는 것과 공진기 구동항을 해밀토니언에 첨가하여 마스터 방정식을 풀어 최대 광자 수를 보이는 조사 레이저-공진기 진동수 차이를 진동수 이동으로 해석하는 것 모두 타당해 보인다. 더불어 조사 레이저의 영향을 고려하여 세운 마스터 방정식의 해가 존재함을 확인하였으므로 공진기 장이 더 이상 커지지 않는 선형 영역에서 진동수 이동이 존재한다는 해석 또한 가능하다.

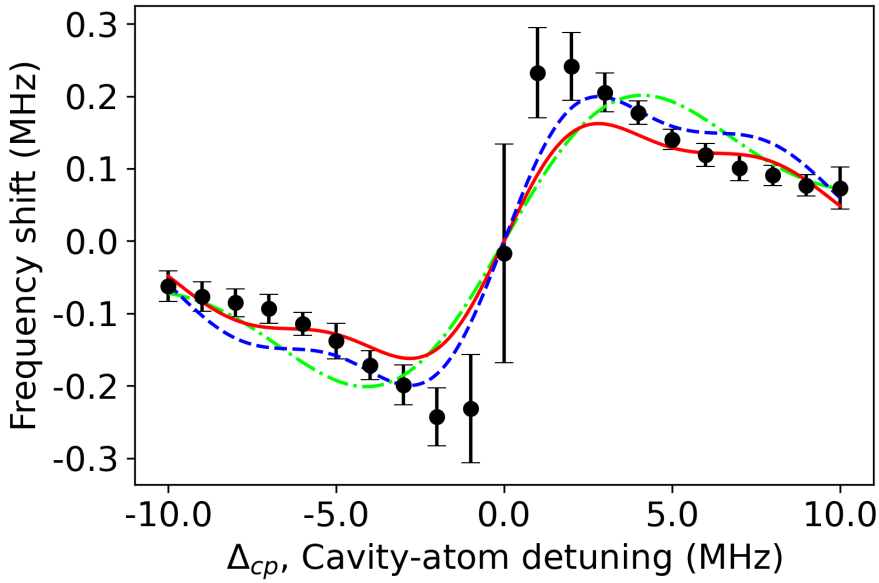

그림 4.4 $\tau = 122\,\mathrm{ns}$, $g/2\pi = 267\,\mathrm{kHz}$, $\gamma_c/2\pi = 74\,\mathrm{kHz}$, $\rho_{aa} = 0$, $\rho_{bb} = 1$에 대해 $N = 11.6$일 때 식 (2.41)(dashdot, 초록색), $N = 11.6$일 때 식 (4.18)(실선, 빨간색), $N = 14.3$일 때 식 (4.18)(dashed, 파란색)을 실험 결과(오차 막대, 검은색)와 함께 나타내었다.

한 가지 시도해볼 방법은 공진기 모드가 실제로는 가우스 분포를 따라간다는 점을 도입하여 해석하는 것이다. 2.3절에서 유니테리 연산자(식 (2.34))를 구하는 과정에서 τ만큼 시간이 지날 동안 결합 상수 g의 크기가 일정하다고 하였다. 이는 공진기 모드를 플랫 탑 모드로 가정한 것이며, 플랫 탑 모드의 푸리에 변환은 싱크 함수이다. 유니테리 연산자에서 싱크 함수를 찾을 수 있다는 점에서 플랫 탑 모드가 가정되었음을 확인할 수 있다. 그런데, 실제로 공진기 모드는 식 (3.2)를 따르는 가우스 분포이며, 가우스 함수의 푸리에 변환은 가우스 함수로 나타난다. 따라서 싱크 함수를 가우스 함수로 치환하여 해석한다면 실험 결과와 더욱 부합하는 결과를 얻을 수 있다. 식 (3.2)에서 원자가 이동한 거리 r은 vt와 같다. 이러한 논리에 따라 $\mathrm{sinc}(\frac{\Delta_{cp}\tau}{2})$는 $e^{-\omega_m^2\Delta_{cp}^2/4v^2}$로 대치될 수 있다.

QuTiP을 통해 마스터 방정식을 계산하는 것은 식 (2.41)을 계산하는 것보다 시간이 오래 걸린다. 두 방법의 결과가 동일하게 나타나므로 싱크 함수를 가우스 함수로 치환하여 결과를 확인하는 과정은 식 (2.41)을 토대로 이루어졌다. 치환 후의 결과 또한 두 방법이 동일하게 나타남을 확인하였다. 따라서 바닥 상태 원자에 대한 진동수 밀어냄 효과의 수정된 결과는 다음과 같다.

$$\delta(\Delta_{pc}) = \gamma_{inj}(g\tau)^2 \left[\frac{\cos(\Delta_{pc}\tau/2)}{\Delta_{pc}\tau} \left\{ \cos(\Delta_{pc}\tau/2) - e^{\frac{-\omega_m^2}{4v^2}\Delta_{pc}^2} \right\} + \frac{1}{2}\sin(\Delta_{pc}\tau/2) e^{\frac{-\omega_m^2}{4v^2}\Delta_{pc}^2} \right] \tag{4.18}$$

싱크 함수를 가우스 함수로 치환한 결과로 진동수 밀어냄 곡선의 꼬리 부분의 오차가 줄어든 것을 그림 4.4에서 확인할 수 있다. 원자 수에서 발생할 수 있는 오차를 확인하기 위해 최소제곱법(least squares method)으로 τ의 크기는 고정한 채 실험 결과와 식 (4.18) 사이의 오차가 최소가 되는 원자 수 $N = 14.3$을 찾았다.

5 결론

본 연구에서는 바닥 상태의 원자에 의한 공진기 장의 진동수 밀어냄을 공진기의 투과 신호를 측정하여 실험적으로 관측하였다. 준 고전적 관점인 맥스웰-슈뢰딩거 방정식으로부터 유도한 투과 식을 주축으로 실험 결과를 분석하였다. 이 과정에서 원자의 유도 쌍극자의 감쇠가 통과 시간에 의한 선폭 증가에 비례하는 만큼 발생한다고 해석하여 $\gamma_p = 1/(\alpha\tau)$의 관계를 도출하였다. 추가로 고전적 관점인 굴절률 개념과 양자역학적 관점인 마스터 방정식의 풀이를 통해 실험 결과를 해석하였다. 또, 진동수 밀어냄은 EP 조건에 가까울 때 두 고유 모드가 겹치면서 나타남을 보였다.

들뜬 상태의 원자에 의해 공진기 장이 형성되는 진동수 당김과 달리 진동수 밀어냄에서는 바닥 상태의 원자 대신에 조사 레이저가 공진기 장을 형성하였다. 이에 따라 본 연구에서는 조사 레이저와 공진기 장의 결합을 포함한 물리적 해석을 하였고, 그 결과로 공진기-QED 마이크로 레이저 장치에서 발생할 수 있는 진동수 이동의 두 경우를 모두 다룰 수 있게 되었다.

추가 연구로는 4.2.2절에서 마스터 방정식의 결과가 실험 결과와 완전히 겹치지 않는 원인을 파악하는 것이 필요하다. 바륨 원자 빔의 속도 분포에 따라 투과 시간 τ가 변하므로 이를 고려한 추가적인 해석이 진행될 수 있을 것이다.

Bibliography

An, Kyungwon, 1995: "The microlaser–study of laser oscillation with one atom in an optical resonator". PhD thesis.

An, Kyungwon, 2003: Semiclassical theory of the many-atom microlaser. *Journal of the Korean Physical Society*, **42**, 505–517.

Childs, James Joseph, 1997: "Atom-field interaction in optical resonators". PhD thesis.

Childs, JJ, Kyungwon An, MS Otteson, RR Dasari, and MS Feld, 1996: Normal-mode line shapes for atoms in standing-wave optical resonators. *Physical review letters*, **77**, 2901.

Demtröder, Wolfgang, 1982: *Laser spectroscopy*. Volume 2. Springer.

Ermann, Leonardo, Gabriel G. Carlo, Alexei D. Chepelianskii, and Dima L. Shepelyansky, Sept. 2020: Jaynes-cummings model under monochromatic driving. *Physical Review A*, **102**.

Foot, Christopher J, 2004: *Atomic physics*. Volume 7. OUP Oxford.

Hong, H-G, 2011: "Spectral lineshape measurement of the cavity-QED microlaser". PhD thesis.

Hong, H-G, W Seo, Y Song, M Lee, H Jeong, Y Shin, W Choi, RR Dasari, and K An, 2012: Spectrum of the cavity-qed microlaser: strong coupling effects in the frequency pulling at off resonance. *Physical review letters*, **109**, 243601.

Hong, Hyun-Gue, Wontaek Seo, Moonjoo Lee, Younghoon Song, Wonshik Choi, Christopher Fang-Yen, Ramachandra R Dasari, Michael S Feld, Jai-Hyung Lee, and Kyungwon An, 2009: Effects of coupled bichromatic atom-cavity interaction in the cavity-qed microlaser. *Physical Review A*, **79**, 033816.

Kim, Jinuk, 2022: "Experimental realization of superradiant quantum heat engine". PhD thesis.

Kim, Jinuk, Juman Kim, Jisung Seo, Kyu-Won Park, Songky Moon, and Kyungwon An, Mar. 2021: Practical lineshape of a laser operating near an exceptional point. *Scientific Reports*, **11**.

Nha, Hyunchul, and Kyungwon An, 2001: Cavity-damping-induced transitions in a driven atom–cavity system. *Optics Letters*, **26**, 923–925.

Saleh, Bahaa EA, and Malvin Carl Teich, 2019: *Fundamentals of photonics*. john Wiley & sons.

Scully, Marlan O, and Zubairy M Suhail, 1999: *Quantum optics*.

Svelto, Orazio, and David C Hanna, 1998: *Principles of lasers*. Volume 4. Springer.

Abstract

Frequency Pushing in an Atom-Cavity Coupled System

Joohye Lee

Department of Physics and Astronomy

The Graduate School

Seoul National University

Frequency pushing is an effect of ground-state atoms coupling with the cavity field. In this paper, we observed the frequency pushing through the cavity transmission in the cavity-QED microlaser set-up and explained the experimental results with the transmission equation obtained from the Maxwell-Schrödinger equation. In addition, the frequency pushing condition was confirmed by examining the change of the cavity mode according to the atom-cavity coupling condition. The solution was obtained by solving the master equation, and the frequency pushing was explained quantum mechanically by tracking the change in the number of photons inside the cavity. Moreover, by interpreting the atom as a classical Lorentz oscillator, the phenomenon of frequency pulling and pushing in terms of the refractive index change inside the cavity was simultaneously dealt with.

In this study, the consistency between the experimental results and the theoretical predictions was confirmed through a semiclassical interpretation, which deals with quantized atoms and classical fields. In addition, various interpretations were demonstrated by dealing with classical atoms or quantized fields. As a result, it was possible to explain not only the well-known frequency-pulling phenomenon but also the frequency-pushing phenomenon. Therefore a theoretical basis for both phenomena of frequency shift due to atom-cavity coupling was prepared.

Keywords: Frequency pushing, Maxwell-Schrödinger equation, Master equation, Atom-cavity coupling, Cavity transmission, Cavity-QED microlaser

Student Number: 2019−20413