



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

수중 라이저 광대역주파수
진동해석을 통한 피로수명
예측 연구

A Study on Prediction for Fatigue Life of
Subsea Riser through Broadband
Frequency Vibration Analysis

2023년 8월

서울대학교 대학원

조선해양공학과

현 다 훈

수중 라이저 광대역주파수
진동해석을 통한 피로수명
예측 연구

지도교수 홍 석 윤

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함
2023년 8월

서울대학교 대학원
조선해양공학과
현 다 훈

현다훈의 공학석사 학위논문을 인준함
2023년 7월

위 원 장 _____ 조 선 호 _____ (인)

부위원장 _____ 홍 석 윤 _____ (인)

위 원 _____ 김 도 균 _____ (인)

초 록

해양 자원의 개발 제약은 기술 발전으로 해결되고 있으며, 깊은 수심에서 유전개발 필요성이 강조되고 있다. 특히 해양 유전에서 가장 중요한 유연 라이저는 지면에 고정되어 있지 않고, 수면을 관통하고 있어 파도 및 조류에 의해 와류기인진동(Vortex Induced Vibration; VIV)이 발생한다. 이로 인해 반복된 진동으로 피로파괴 예측을 위해 수중 라이저의 진동수와 진폭의 파악이 중요하다. 본 논문은 유체-구조 연성(Fluid-Structure Interaction; FSI)의 기법 중 하나인 Wake Oscillator Model을 이용하여 균일류 내 유연한 실린더의 동적거동을 수치해석 기법을 이용해 해석한다. 진폭 관점에서 Single Van der Pol 식을 사용하여 실린더의 Span에 따른 다양한 진동 모드 중첩을 통해 RMS 변위의 비대칭성 구현과 RMS 변위 및 최대 진폭을 예측할 수 있다. 다음으로, 진동수 관점에서 Single Van der Pol 식의 진동수 항을 구조 변위 및 시간에 대한 함수로 변경한 Broadband Frequency Van der Pol식을 사용함으로써 수중 라이저 VIV 광대역주파수를 구현하여 정확한 진동수를 예측할 수 있다. 개발한 수치해석 방법을 활용함으로써 높은 정확도의 수중 라이저의 피로수명 예측이 가능했다.

주요어 : 유체구조연성(FSI), 와류기인진동응답(VIV), 수중 라이저, 유연 실린더, 피로파괴, Wake Oscillator 모델, Van der Pol 식
학 번 : 2021-29869

목 차

1. 서 론	1
1.1 연구배경 및 목적	1
1.2 논문 구성	4
2. 수중 라이저 와류기인진동해석 방법	9
2.1 도입	9
2.2 수중 라이저 구조지배방정식	12
2.2.1 보-스트링 이론	12
2.2.2 수중 라이저에 가해지는 유체력	15
2.3 수중 라이저 와류방정식	22
2.3.1 Van der Pol 식	22
2.3.2 Discrete Van der Pol 식	24
2.3.3 Single Van der Pol 식	25
2.4 구조지배방정식과 와류방정식 상호작용	34
3. 수중 라이저 구조피로파괴식	38
3.1 도입	38
3.2 구조피로파괴식	40
3.3 수중 라이저에 가해지는 응력범위	43
3.3.1 수중 라이저에 가해지는 수직응력	43
3.3.2 수중 라이저에 가해지는 전단력	46
3.3.3 폰 미세스 응력	51
3.4 Rainflow Counting	53
4. 수중 라이저 와류기인진동 해석	58
4.1 수중 라이저 해석 기법	58
4.1.1 테일러 전개	58

4.1.2 수중 라이저 경계조건.....	64
4.1.3 시간 간격 별 수치해석.....	68
4.2 수중 라이저 Span별 RMS 변위 해석.....	75
4.3 수중 라이저 광대역주파수 해석.....	81
4.4 수중 라이저 진폭 및 주파수 선행실험 검증.....	92
5. 수중 라이저 구조피로도 해석.....	95
5.1 유속별 수중 라이저 Span별 구조피로도 해석.....	95
5.2 유속별 수중 라이저 피로파괴부위 예측.....	98
5.3 실제 스케일 수중 라이저 피로파괴 해석.....	100
6. 결 론.....	103
참고문헌.....	105
Abstract.....	109

표 목차

[Table.1] 수중 라이저 피로파괴 예측 선행연구 사례	6
[Table.2] Wake Oscillator Model을 이용한 2 자유도계 실린더 와류기인진동 선행연구	20
[Table.3] 1차원 보의 단면에 따른 최대 전단응력 크기와 위치 .	51
[Table.4] Rainflow Counting의 결과	58
[Table.5] 수중라이저의 해석 조건	74
[Table.6] 모형 및 실제 스케일 라이저 물성치	102

그림 목차

[Figure 1] 실제 수중 라이저 피로파괴 사례	5
[Figure 2] 본 논문의 수중 라이저 구조피로도 예측 방법	8
[Figure 3] 원형 실린더의 와류박리	11
[Figure 4] 장력을 받고 있는 스트링의 굽힘	13
[Figure 5] 1차원 보에서 전단력과 모멘트의 관계	13
[Figure 6] 유체력 및 장력을 받는 수중 라이저 모식도	17
[Figure 7] 수중 라이저의 Added Mass	20
[Figure 8] 실린더 형상별 Added Mass (Newman, 1977)	20
[Figure 9] 항력, 양력, Crossflow, Inline방향 유체력의 성분 분해 (Ogink and Metrikine, 2010)	21
[Figure 10] Van der Pol 식의 Self-Excited/Limited 특성	23
[Figure 11] Discrete Van der Pol 식 변수간 커플링	29
[Figure 12] Single Van der Pol 식을 이용한 단단한 실린더 와류 기인진동 해석	30
[Figure 13] Single Van der Pol 식의 진자 개념	31
[Figure 14] Single Van der Pol 식 변수간 커플링	32
[Figure 15] Discrete Van der Pol 식을 이용한 유연 실린더 와류기인진동해석	33

[Figure 16] 실제 유조선의 피로파괴 사례(프레스티지호, 1943년)	39
[Figure 17] 실제 항공기의 피로파괴 사례(알로아항공 243편, 1988년).....	39
[Figure 18] 금속재료의 S-N 선도.....	42
[Figure 19] 모멘트를 받는 1차원 보의 수직응력.....	45
[Figure 20] 두 방향으로 모멘트가 가해질 때 수직응력.....	45
[Figure 21] 모멘트를 받는 1차원 보의 전단응력.....	48
[Figure 22] 전단응력 성분간 관계.....	49
[Figure 23] Rainflow Counting 적용 예시.....	56
[Figure 24] 미분계수 수치해석의 전진차분법.....	62
[Figure 25] 미분계수 수치해석의 후진차분법.....	62
[Figure 26] 미분계수 수치해석의 중앙차분법.....	63
[Figure 27] 수중 라이저의 Span/Time별 변위 정리.....	63
[Figure 28] 수중 라이저의 경계조건.....	67
[Figure 29] 수중 라이저의 Time Step별 수치해석.....	72
[Figure 30] 레이놀즈 수에 따른 원형 실린더 Strouhal 수.....	74
[Figure 31] Discrete Van der Pol 식의 RMS 변위(Gao et al., 2021).....	77
[Figure 32] Discrete/Single Van der Pol 식의 RMS 변위 차이	

	(0.18m/s)	78
[Figure 33]	Discrete/Single Van der Pol 식의 RMS 변위 차이	
	(0.24m/s)	79
[Figure 34]	Discrete/Single Van der Pol 식의 RMS 변위 차이	
	(0.48m/s)	80
[Figure 35]	Span에 따른 모드의 진폭별 진동수 성분 정리	83
[Figure 36]	실험값과 Single Van der Pol식의 광대역 주파수	
	진폭 성분 비교.....	84
[Figure 37]	자유유동과 수중 라이저의 상대속도	85
[Figure 38]	Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교	
	(0.24m/s, CF)	86
[Figure 49]	Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교	
	(0.24m/s, IL).....	87
[Figure 40]	Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교	
	(0.48m/s, CF)	88
[Figure 41]	Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교	
	(0.48m/s, IL).....	89
[Figure 42]	Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교	
	(0.6m/s, CF)	90
[Figure 43]	Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교	

(0.6m/s, IL)	91
[Figure 44] 유속별 BF Van der Pol식의 진동수 실험값 비교 ...	93
[Figure 45] 유속별 BF Van der Pol식의 RMS 평균 실험값 비교	94
[Figure 46] 수중라이저 단면 구조피로도 해석지점	96
[Figure 47] 유속에 따른 Single/BF Van der Pol식 연간 구조피로도	97
[Figure 48] 수중 실린더 피로파괴 예측부위	99
[Figure 49] 깊이에 따른 해석의 해류속력	101

1. 서 론

1.1 연구배경 및 목적

해양 자원의 개발제약은 기술발전으로 해결되고 있으며, 깊은 수심에서 유전개발 필요성이 강조되고 있다. 특히 해양유전에서 가장 중요한 수중 라이저는 지면에 고정되어 있지 않고, 수면을 관통하고 있어 파도 및 조류에 의해 와류기인진동 (Vortex Induced Vibration; VIV)이 발생한다. 와류기인진동은 유동 내 구조물에서 좌우로 번갈아 와류가 떨어져 나가는 와류박리 (Vortex Shedding)로 인해 발생한다. 와류박리로 인한 유동 내 반복적인 압력변화로 구조진동이 발생하게 되고, 이를 와류기인진동이라고 한다. 와류기인진동은 러더, 수중 파이프 등 유동내 모든 구조물에 일어난다. 수중 라이저는 수중에 설치되는 특성상 수리 및 교체에 많은 비용이 필요하다. 따라서 유전의 수명, 금속의 부식, 해류 및 파도 세기 등을 고려한 수중 라이저의 수명예측이 중요하다. Baarholm et al. (2006) 를 통해 수중 라이저의 수명예측에 와류기인진동 응답이 좋은 지표가 될 수 있음이 밝혀졌다. 와류기인진동으로 인한 수중 라이저의 피로수명 예측을 위해 구조수명예측에 보편적으로 이용되는 구조피로파괴식 (Miner Rule)을 사용한다. Miner Rule을 이용한 구조수명예측을 위해 구조에 가해지는 응력의 범위, 반복횟수가 필요하며 이들은 각각 구조의 변위, 구조의

진동수를 이용해 유도할 수 있다. 즉, 수중 라이저의 피로수명을 예측하기 위해선 수중 라이저 와류기인진동응답의 진폭 및 진동수 파악이 중요하다.

수중 라이저의 진폭 및 진동수를 구하기 위해선 실험을 이용한 방법과 수치해석을 이용하여 구하는 방법, 마지막으로 상용프로그램을 이용한 방법이 있으며 선행연구 예를 표1에 정리하였다. 실험을 이용한 방법으론 McNeill et al. (2014), Devaney et al. (2018), Wang et al. (2022) 등이 있다. 하지만 실험을 통한 방법은 비용이 많이 들고, 원하는 스케일의 실험이 제한되며, 실험결과를 다른 조건에 적용할 수 없다는 일반화 문제점이 있다. 수치해석을 이용한 방법으로는 첫번째로 유체력을 구하기 위해 각각의 Mesh 단위에 Navier-Stokes 식을 적용하는 전산유체역학 (CFD)를 이용하는 방법이 있다. Postnikov et al. (2017), Jin et al. (2023)등이 CFD를 이용하여 실린더의 와류기인진동을 구현하였다. 하지만 CFD를 이용한 방법은 계산비용이 많이 들고, CFD-PEM을 이용한 FSI 해석결과 진동수 및 진폭이 실험결과와 잘 일치하지 않아 현재 정확한 피로수명 예측은 불가능한 상황이다. 마지막 상용프로그램을 이용한 방법으로는 Kim et al. (2018), Chang et al. (2019), Sivaprasad et al. (2023)이 있다. 상당히 정확한 변위와 진동수를 예측할 순 있지만, 단일 진동수에 대한 해석밖에 하지 못한다는 단점이 있다. 이를 해결하기 위해서 경험식을 이용한 비선형 이론모델을 사용하는 방법이 있다 CFD에 비해 계산비용이 저렴하고

유동식의 계수 조절을 통해 비교적 쉽게 물성치를 조절할 수 있는 장점이 있다. 그리하여 본 연구에서는 실린더 와류기인진동 구현에 보편적으로 쓰이는 모델인 Wake Oscillator Model을 이용하여 수중 라이저의 와류기인진동을 구현하려고 한다. Wake Oscillator Model은 유동의 흐름과 수직방향인 (Crossflow) 방향 1개 자유도 (1자유도계)를 가진 단단한 (Rigid) 실린더의 와류기인진동 구현에 널리 사용되었다. Facchinetti et al. (2004), De Langre (2006), Ogink & Metrikine (2010) 등이 Wake Oscillator Model식을 발전시켜 실린더의 와류기인진동 구현에 사용하였다. 최근에는 해양공학의 발달로 심해유전의 중요성이 늘면서 수중 라이저의 와류기인진동 구현이 필요하다. 따라서 Crossflow 방향뿐 아니라 유동의 흐름방향 (Inline)까지 구현이 가능한 2자유도계 유연 (Flexible) 실린더의 와류기인진동 이론적 모델이 연구되었다. 2자유도계 유연 실린더를 구현하는데 사용된 방법은 Van der Pol 식을 각각의 방향에 독립적으로 사용하여 실린더의 와류기인진동을 구현한 Discrete Van der Pol 식이 주로 사용되었다. 현재까지 Discrete Van der Pol식을 이용한 2DOF 유연 실린더의 연구 상황은 표2와 같다.

본 연구에서는 수중 라이저의 피로수명예측을 위해 수중 라이저 와류기인진동의 정확한 진폭 및 진동수를 구현하고자 한다. 더 정확한 와류기인진동을 구현하기 위한 방법으로 Qu & Metrikine (2020)가 2자유도계 단단한 실린더에 적용한 Single Van der Pol식을 유연

실린더에 적용하였다. 또한 광대역 주파수 성분을 구현하기 위해 Single Van der Pol 식을 기반으로 Broadband (BF) Van der Pol 식을 개발하였다. 개발한 유동식을 활용함으로써 높은 정확도의 수중 레이저 피로수명 예측이 가능하다.

1.2 논문 구성

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에는 수중 레이저 와류기인진동 해석을 위해 필요한 이론적 배경들을 정리하였다. 수중 레이저의 와류기인진동을 해석하기 위해 필요한 수중 레이저 구조지배방정식, 와류방정식에 대해 정리하였다, 3장에선 와류기인진동 진폭 및 진동수 해석값을 이용하여 수중 레이저의 구조피로도를 해석하기 위한 구조피로파괴식에 대해 정리하였다. 4장에는 앞선 배경 이론을 토대로 수중 레이저의 와류기인진동을 해석하기 위한 수치해석 적용 및 Matlab코드 작성, Span별 RMS 변위 해석, 광대역주파수 해석결과를 실험 결과와 검증하였다. 5장에는 앞서 구한 수중 레이저 진폭 및 진동수값을 이용하여 대상 유속별 수중 레이저 Span별 구조피로수명을 예측하고 기존 방법대비 개선점을 확인하였다. 또한 대상 유속별 수중 레이저 피로파괴부위를 예측하였다. 그 후 실제 스케일 수중 레이저에 대한 피로파괴 해석을 하였다. 그림3에 순서대로 위 내용들을 정리하였다. 마지막으로 6장에선 결론에 대해 정리하였다.



Figure 1 수중 라이저 피로파괴 사례

Table 1 수중 라이저 피로파괴 예측 선행연구 사례

기관	년도	Riser 시료실험	Riser 일부구간 계측	상용프로그램 해석
Stress Engineering Services	2014		0	
Universiti Teknologi PETRONAS	2018			0
DNV GL, Norway	2018	0		
University of Rio de Janeiro	2018			0
TechnipFMC plc	2019			0
Tianjin Univ,	2022	0		
Indian Institute of Technology	2023			0

Table 2 Wake Oscillator Model을 이용한 2DOF 실린더 와류기인진동 선행연구

기관	년도	유동식	진폭	진동수	Flexible 실린더 적용 여부	광대역 주파수 고려 여부
Huazhong University	2018	Discrete Van der Pol 식 사용	O	X	O	X
Tsinghua University	2019		O	X	O	X
Shandong University of Science and Technology	2020		X	X	O	X
Shanghai Jiao Tong University	2020	Single Van der Pol 식 사용	O	O	X	X
Harbin Institute of Tech.	2021	Discrete Van der Pol 식 사용	X	X	O	X
Shanghai University	2022	Discrete Van der Pol 식 사용	O	X	O	X
본 연구	2023	Single Van der Pol 식 사용	O	O	O	O

Subsea Riser VIV 구현 및 피로수명 예측

대상 Subsea Riser

- Flexible 실린더

실린더 VIV 해석 및 실험 검증

- Wake Oscillator Model 사용
 - 구조식 : Beam String Theory
 - 유동식 : BF Van der Pol 식

구조피로파괴식 대입

- 응력범위/반복횟수 대입
 - VIV 진폭/진동수에서 유도

구조피로도 실험검증

- Span별 구조피로도 확인
- 개선점 확인

Figure 2 본 논문의 수중 라이저 구조피로도 예측 방법

2. 수중 라이저 와류기인진동해석 방법

2.1 도입

와류기인진동 (Vortex Induced Vibration; VIV)이란 유동 내 구조물 후류에 좌우로 번갈아가며 와류가 떨어져 나가는 와류박리 (Vortex Shedding)가 발생하면서 생긴다. 반복적인 와류 박리로 인해 구조물 주위 유동장에 반복적인 압력변화가 나타나게 되고, 이로 인해 구조물이 반복적으로 진동하게 된다. 와류기인진동은 전봇대의 전선의 진동, 차량 안테나의 진동 등 일상생활에서도 쉽게 접할 수 있는 현상이다. 특히 수중 구조물의 경우 해류 및 파도로 인해 상시 유동의 흐름이 발생하게 되고, 공기보다 밀도가 큰 해수의 특성상 와류기인진동의 효과가 더 커지게 된다.

수중 라이저의 와류기인진동 구현을 위한 경험적 모델로 Wake Oscillator Model을 사용한다. Wake Oscillator Model은 유체-구조 연성기법 (Fluid-Structure Interaction; FSI)기법 중 하나이며, 실린더 와류기인진동 해석에 사용되는 보편적인 이론 모델이다. Brikhoff (1953)이 처음으로 제안한 모델이며, 크게 실린더의 구조식과 와류식 2개로 나뉜다. 두 식의 구조 변수와 와류변수가 시간에 따라 서로 영향을 미치며 유동의 와류박리와 구조의 와류기인진동을 구현하는

방식이다. 따라서 다음절에 수중 라이저의 와류기인진동을 구현하기
위한 수중 라이저의 구조지배방정식과 와류방정식에 대해 설명한다

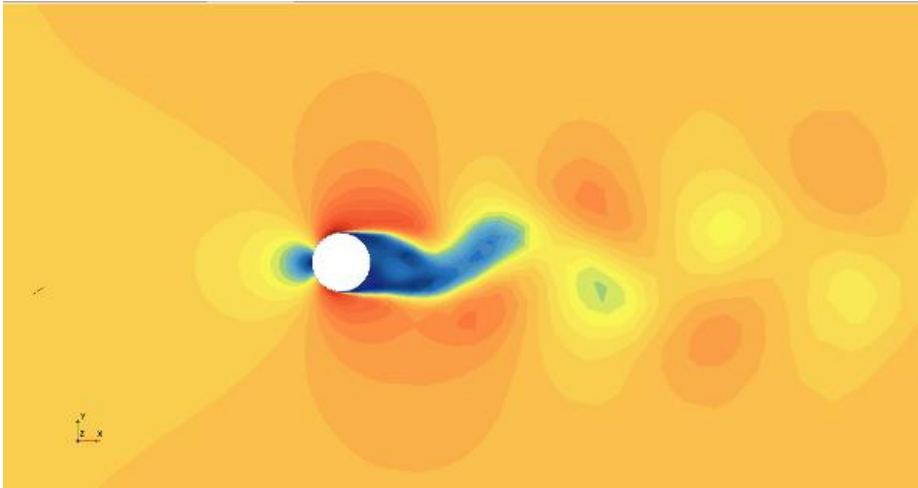


Figure 3 원형 실린더의 와류박리

2.2 수중 라이저 구조지배방정식

2개 방향의 자유도 (2DOF)를 가진 수중 라이저에 대한 구조지배방정식을 세워야 한다. 2개의 자유도를 가졌기 때문에 Inline 방향과 Crossflow 방향 2개 방향에 대해 각각의 지배 방정식을 고려해야 한다.

2.2.1 보-스트링 이론

수중 라이저는 직경에 비해 길이가 1000배 이상 길다. 그렇기 때문에 수중 라이저는 두께 효과를 무시한 보로 가정할 수 있다. 보는 종축을 따라 측면 하중을 전달하는 구조물로 변형은 굽힘뿐이며 1차원적 특징을 가지고 있다. 식(1)과 같이 굽힘을 통하여 보의 모멘트를 구할 수 있다.

$$M(x) = EI \frac{1}{\rho} = EI \frac{d\theta}{dx} = EI \frac{d^2v(x)}{dx^2} \quad (2.2.1)$$

M 은 보에 가해지는 모멘트, EI 는 보의 굽힘 강성, ρ 는 보의 곡률 반지름, θ 는 보의 굽혀진 각도, v 는 보의 변위이다. 그림5와 같이 보에 가해지는 전단력 w 와 모멘트 M 사이에는 식(2.2.2)와 같은 관계식이 성립한다.

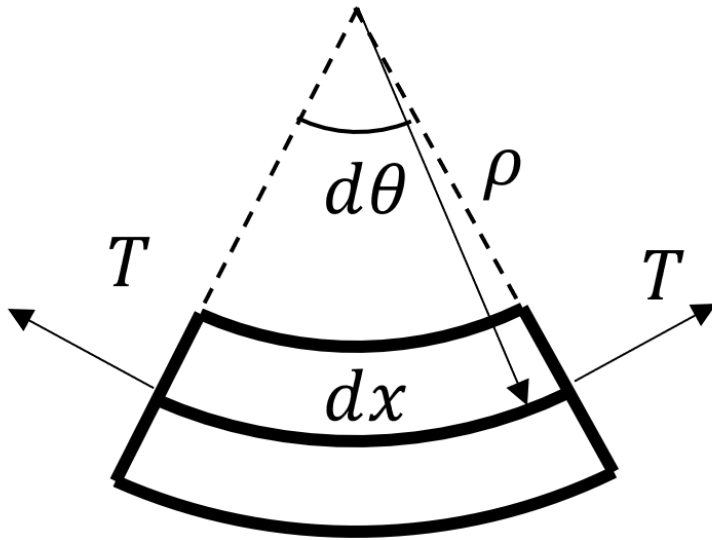


Figure 4 장력을 받고 있는 스트링의 굽힘

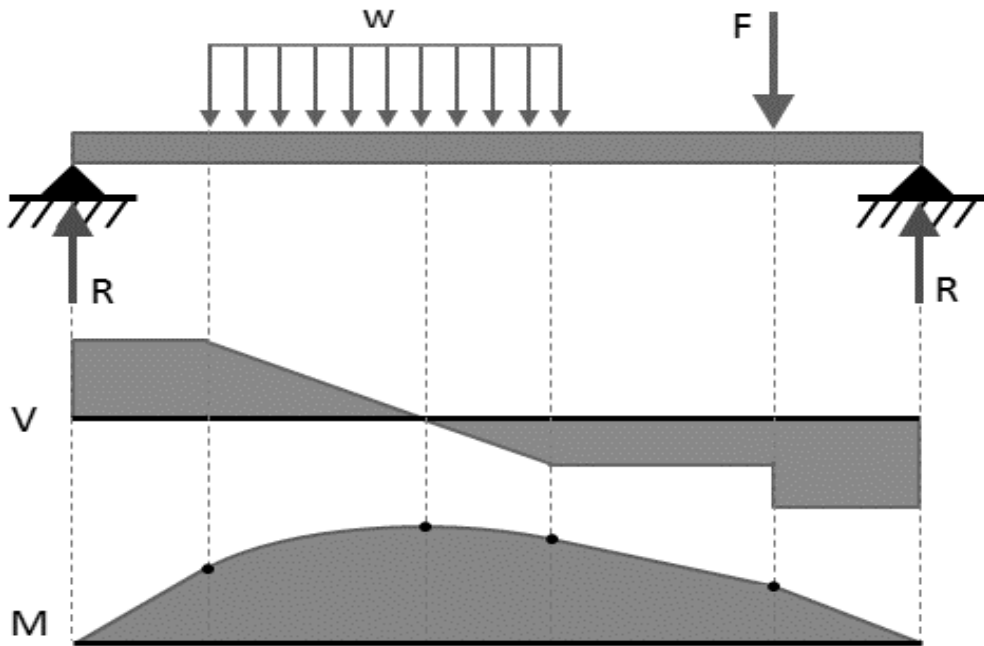


Figure 5 1D Beam에서 전단력과 모멘트의 관계

$$w(x) = -\frac{d^2M(x)}{dx^2} = -EI \frac{d^4v(x)}{dx^4} \quad (2.2.2)$$

이를 통해 보의 굽힘에 의한 전단력의 크기를 구할 수 있다. 또한 수중 라이저는 장력을 받기 때문에 스트링의 성질도 가지고 있다. 그림4와 같이 장력 T 을 받고 있는 스트링의 수직응력 s 는 식(3)과 같다.

$$s(x) = \frac{d}{dx} \left(T \frac{dv(x)}{dx} \right) \quad (2.2.3)$$

이를 종합하면 장력을 받는 보는 장력을 받는 스트링의 특성을 가진 보-스트링으로 생각할 수 있다. 즉, 아무 외력이 없다고 가정할 때 보 구조지배방정식은 식(2.2.4)와 같다.

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = w(x) + s(x) = -EI \frac{d^4v(x)}{dx^4} + \frac{d}{dx} \left(T \frac{dv(x)}{dx} \right) \quad (2.2.4)$$

하지만 수중 실린더는 물속에 있기 때문에 그림6과 같이 유체의 감쇠력(Damping Force) 및 유체역학적힘(Hydrodynamic Force)이 추가로 가해진다. 이를 정리하여 식(2.2.5)로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{cases} m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + C \frac{\partial X}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 X}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Theta \frac{\partial X}{\partial Z} \right) = F_X(Z, t) \\ m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + C \frac{\partial Y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 Y}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Theta \frac{\partial Y}{\partial Z} \right) = F_Y(Z, t) \end{cases} \quad (2.2.5)$$

X, Y 는 각각 수중 라이저의 유동에 대한 Inline 방향, Crossflow 방향변위, Z는 Span방향 성분, C는 유체의 감쇠계수, m은 수중 라이저의 길이당 질량, EI 는 굽힘 강성, Θ 는 장력, F 는 길이당 가해지는 유체역학적 힘이다.

2.2.2 수중 라이저에 가해지는 유체력

유체역학적 힘 F는 다음과 와류에 의한 힘과 점성에 의한 관성력으로 나눌 수 있다.

$$\begin{cases} F_X = F_{VX} + F_{AX} = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_{VX}(Z, t) - m_a \frac{d^2 X}{dt^2} \\ F_Y = F_{VY} + F_{AY} = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_{VY}(Z, t) - m_a \frac{d^2 Y}{dt^2} \end{cases} \quad (2.2.6)$$

ρ 는 유체의 밀도, D는 실린더 직경, V는 자유유동 속력이다. C_{VX} 와 C_{VY} 는 각각 Inline 방향, Crossflow 방향의 유체력 계수이다. m_a 는 유체에 의한 실린더 길이당 Added Mass이다. Added Mass란 유체내 물체가 움직일 때, 물체와 유체가 같은 공간에 동시에 존재할 수 없으므로 물체가 유체에 대해 상대적인 가속도를 가지게 되면 물체를 둘러싼 유체도 가속도가

생기게 된다. 이때 유체가 가속하는데 필요한 힘은 물체로부터 받아야 하며, 이것이 마치 물체에 추가적인 질량이 생긴 것과 같은 효과를 낸다고 하여 생긴 개념이다. 그림7과 같이 수중 라이저와 같은 실린더 형상의 경우 Added mass의 크기는 $m_a = \frac{C_a \pi \rho D^2}{4}$ 이다. C_a 는 Added Mass 계수로 원형 실린더 형상의 경우 $C_a = 1$ 이라는 것이 알려져 있다 (Newman, 1977). 식(2.2.5)과 식(2.2.6)를 이용하면 식(2.2.7)의 구조 지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{cases} (m + m_a) \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + C \frac{\partial X}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 X}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Theta \frac{\partial X}{\partial Z} \right) = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_{VX}(Z, t) \\ (m + m_a) \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + C \frac{\partial Y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 Y}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Theta \frac{\partial Y}{\partial Z} \right) = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_{VY}(Z, t) \end{cases} \quad (2.2.7)$$

실린더에 가해지는 유체력 F_X 와 F_Y 은 시간에 따라 변하는 변수이며, 크게 시간에 관계없이 작용하는 Mean Force 성분과 시간에 따라 0을 중심으로 진동하는 Fluctuating Force 성분의 합으로 나타낼 수 있다. Facchinetti et al. (2004)가 양력에 대한 Fluctuating Force 성분을 정리하였다. 마찬가지로 Ogink & Metrikine (2010)이 입사각이 작을 때 실린더에 작용하는 순간적인 항력을 실험결과와 일치하도록 Mean Force와 Fluctuating Force로 성분으로 나누어 정리하였다. 실린더에 가해지는 순간적인 항력 F_{VD} 와 양력 F_{VL} 는 실린더와 유동간의 상대속력 U 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

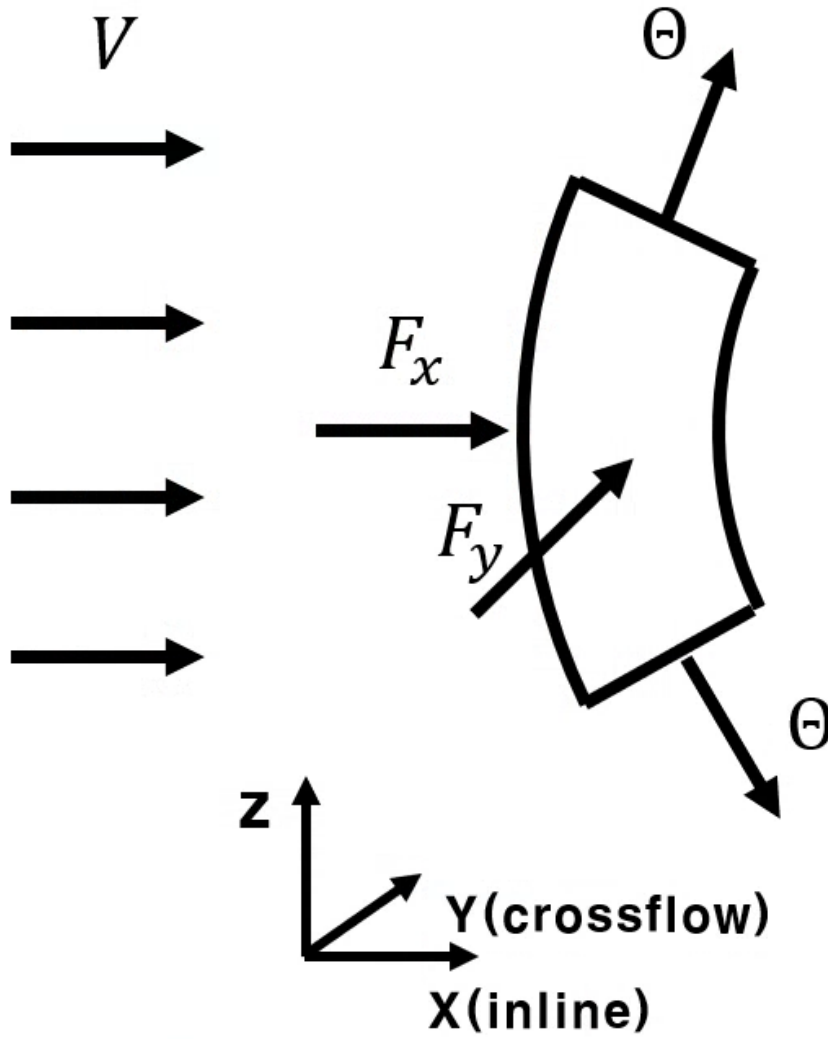


Figure 6 유체력 및 장력을 받는 수중 라이저 모식도

$$F_{VD} = \frac{1}{2} \rho D U^2 C_{VD} \quad (2.2.8)$$

$$F_{VL} = \frac{1}{2} \rho D U^2 C_{VL} \quad (2.2.9)$$

$$U = \sqrt{\left(V - \frac{dX}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dt}\right)^2} \quad (2.2.10)$$

여기서 C_{VD} 와 C_{VL} 은 각각 순간적인 항력계수와 양력계수를 의미한다. 이를 이용하여 와류에 의한 Inline 성분과 Crossflow 성분 힘 F_{VX} 와 F_{VY} 를 그림9와 같이 식(2.2.11), 식(2.2.12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{VX} = \frac{1}{2} C_{VL} \rho D U^2 \sin \beta + \frac{1}{2} C_{VD} \rho D U^2 \cos \beta \quad (2.2.11)$$

$$F_{VY} = \frac{1}{2} C_{VL} \rho D U^2 \cos \beta + \frac{1}{2} C_{VD} \rho D U^2 \sin \beta \quad (2.2.12)$$

β 는 자유유동 V 와 유동-구조 상대속력 U 사이의 각도이고, 다음과 같은 관계식을 가진다.

$$\sin \beta = -\frac{dY}{dt} / U \quad (2.2.13)$$

$$\cos \beta = \left(V - \frac{dX}{dt}\right) / U \quad (2.2.14)$$

이를 식(2.2.11)과 식(2.2.12)에 대입하면 식(2.2.15)와 식(2.2.16)을

유도할 수 있다.

$$C_{VX} = -C_{VL} \frac{dY}{dt} / U + C_{VD} \left(V - \frac{dX}{dt} \right) / U \quad (2.2.15)$$

$$C_{VY} = C_{VL} \left(V - \frac{dX}{dt} \right) / U - C_{VD} \frac{dY}{dt} / U \quad (2.2.16)$$

와류에 따른 C_{VD} 와 C_{VL} 값을 구하면 구조지배 방정식을 구할 수 있다.

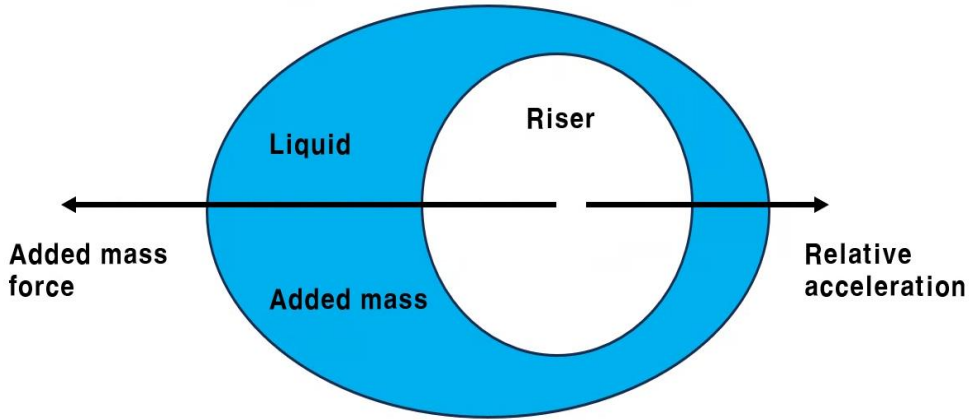


Figure 7 수중 라이저의 Added Mass

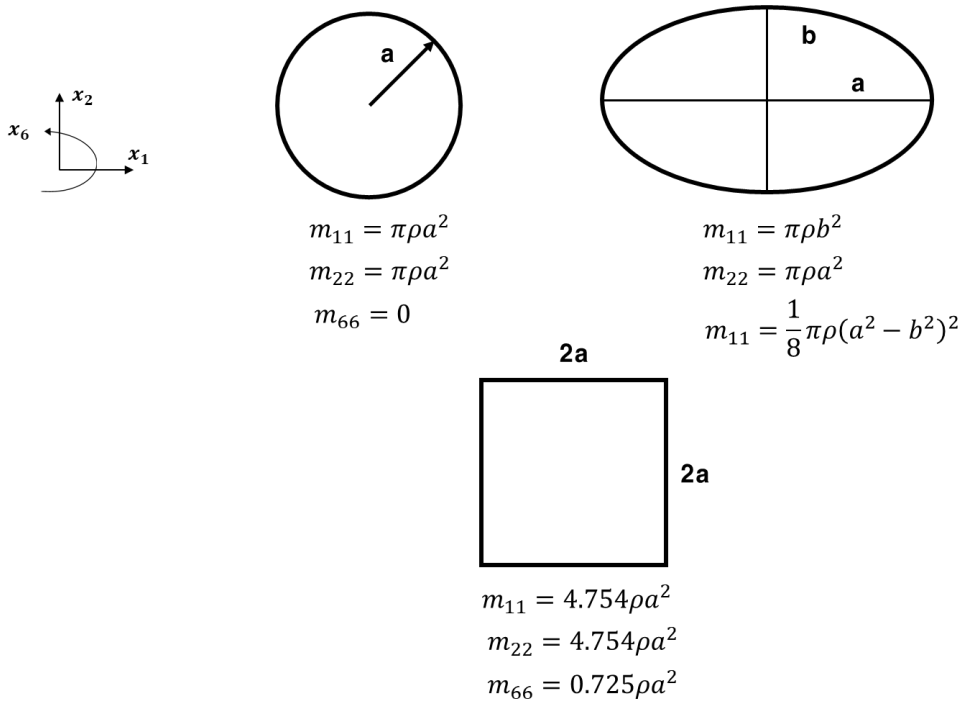


Figure 8 실린더 형상별 Added Mass

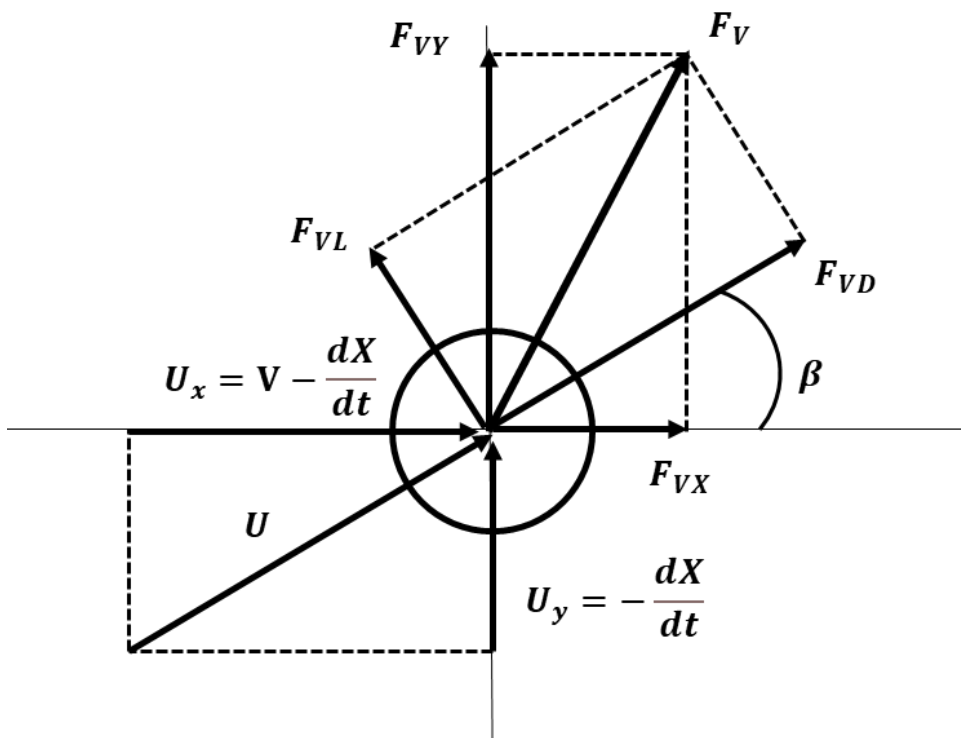


Figure 7. 항력, 양력, Crossflow, Inline방향 유체력의 성분 분해

2.3 수중 라이저 와류방정식

2.3.1 Van der Pol 식

Wake Oscillator Model을 이용하여 실린더의 VIV를 구현할 때 사용되는 유동식은 와류박리를 모사하는 Van der Pol식을 이용한다. 와류박리를 모사하여 유체력을 구현하기 위해 스스로 가진(Self-Exciting) 및 제한(Self-Limited)하는 비선형 방정식인 Van der Pol식이 제안되었다. (Bishop & Hassan, 1964) 1DOF Crossflow 방향 실린더를 모사할 때 사용되는 Van der Pol 식은 식(2.3.1)와 같다. (Facchinetti et al., 2004)

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \varepsilon\omega_s(q^2 - 1)\frac{dq}{dt} + \omega_s^2q = \frac{A}{D}\frac{d^2Y}{dt^2} \quad (2.3.1)$$

q 는 와류변수, ω_s 는 와류박리진동수이다. 여기서 $\omega_s = \frac{2\pi StV}{D}$ 이다. St 는 Strouhal수이다. A 와 ε 는 경험적 계수이다. Van der Pol 식은 q 에 대해서 Mass-Spring-Damper Model과 유사하다. 각각 대응되는 항들을 살펴보면 ε 는 와류의 감쇠에 관한 매개변수임을 알 수 있다. Mass-Spring-Damper Model와 가장 큰 차이점으로는 감쇠항의 $(q^2 - 1)$ 으로 인해 와류변수의 진폭이 크면 감쇠로 인해 진폭이 줄어들고, 진폭이 충분하지 않으면 감쇠가 음수가 되어 오히려 진폭이 커진다. 이를 통해

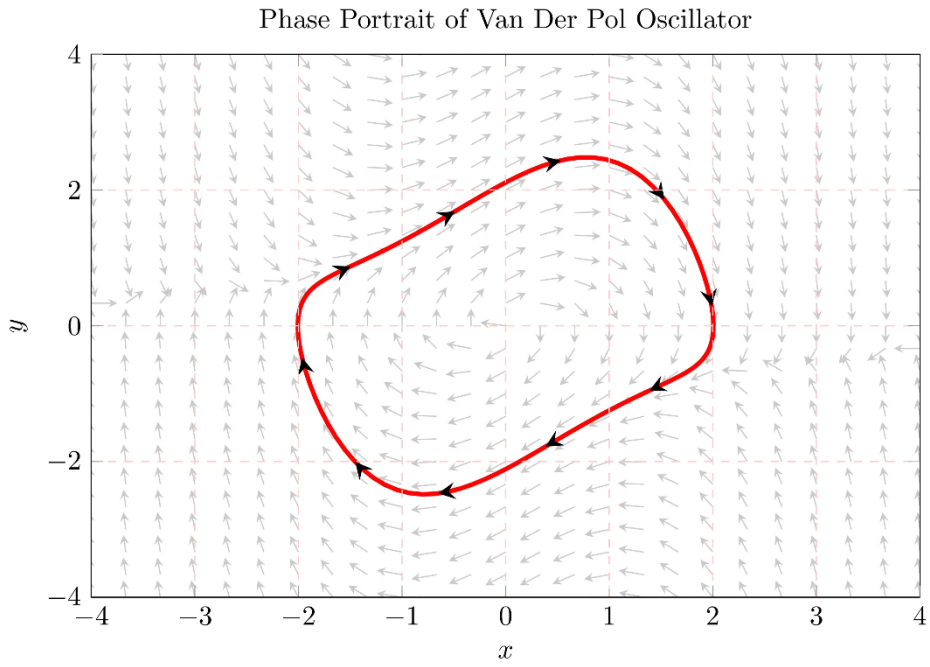


Figure 8 Van der Pol 식의 Self-Excited/Limited 특성 (Almog,2010)

그림10과 같이 Van der Pol식의 자가 가진 (Self-Exciting), 자가 제한 (Self-limiting)하여 진폭의 크기가 일정해지는 특성을 확인할 수 있고, 이것이 와류박리의 특성과 일치한다. 와류변수 q 에 따라 실린더에 가해지는 양력계수의 크기가 다음과 같은 $C_{VL} = \frac{1}{2qC_{L0}}$ 으로 정해지며, C_{L0} 는 고정된 실린더에서 측정된 최대 양력계수이다. 다음은 수중 라이저 해석 상황과 같은 Crossflow 방향과 Inline 방향 2DOF 실린더의 와류기인진동을 구현하기 위해 고안된 Van der Pol 식을 알아본다.

2.3.2 Discrete Van der Pol 식

2DOF 실린더를 모사하기 위해선 Crossflow 방향뿐만 아니라 Inline 방향에 대한 유동식이 필요하다. Gao et al. (2021), Zhu et al. (2022)는 Crossflow 방향과 Inline 방향에 각각 별개의 Wake Oscillator Model 을 사용하여 2DOF 유연 (Flexible) 실린더의 와류기인진동을 구현하였다. 이를 Discrete Van der Pol 식이라 하며 식(2.3.2)과 같다.

$$\begin{cases} \frac{d^2p}{dt^2} + \varepsilon_x \omega_s (p^2 - 1) \frac{dp}{dt} + 4\omega_s^2 p = \frac{A_x}{D} \frac{d^2X}{dt^2} \\ \frac{d^2q}{dt^2} + \varepsilon_y \omega_s (q^2 - 1) \frac{dq}{dt} + \omega_s^2 q = \frac{A_y}{D} \frac{d^2Y}{dt^2} \end{cases} \quad (2.3.2)$$

구조지배방정식 식(2.2.7)과 와류방정식 식(2.3.2)의 관계를 살펴보면 Inline 구조변위성분 X , 와류변수 p 가 서로 하나의 Wake Oscillator

Model로 묶여있고, Crossflow 구조변위성분 Y , 와류변수 q 가 다른 항의 Wake Oscillator Model로 묶여 있음을 확인할 수 있다. 그림11과 같이 Inline방향 성분과 Crossflow방향 성분사이에는 어떠한 커플링 (Coupling)이 없다. 즉 Inline방향 성분과 Crossflow방향은 서로 간섭 없이 독립적으로 와류기인진동이 구현된다. Trim et al. (2005)의 실험과 같은 조건의 Discrete Van der Pol 해석결과를 그림12에 나타내었다. (a)는 Crossflow방향 Span별 RMS 변위이고 (b)는 Inline방향 Span별 RMS 변위이다. 실험값에 비해 해석값은 RMS 변위의 비대칭성이 구현 되지 않는 것을 확인할 수 있다. 이는 와류기인진동의 Inline과 Crossflow방향간 주요 모드의 간섭이 없이 독자적으로 하나의 주요모드 만 나타나기 때문이다. 그렇기 때문에 정확한 변위를 구하기 위해선 RMS 변위의 비대칭성이 구현되어야 하며, Inline과 Crossflow방향 간 간섭이 일어나 여러가지 모드가 중첩 구현되어야 한다. 이를 보완하기 위해 Qu & Metrikine (2020)가 제안한 Single Van der Pol식을 사용한다.

2.3. Single Van der Pol 식

Qu & Metrikine (2020)는 Discrete Van der Pol 식의 한계점인 Inline방향 성분과 Crossflow방향 성분의 커플링이 없다는 점을 해결하기 위해 스프링에 달려있는 단단한 (Rigid) 실린더에 대해 Single Van der Pol 식을 고안하였다. Single Van der Pol 식은 그림13과 같이 와류

박리로 인한 유체력을 구조물에 Inline 방향으로 매달린 진자로 인해 받는 힘으로 가정하여 설명한다. 진자의 길이는 와류박리주파수와 동일하게 설정하면 오직 진자의 각도 ϕ 하나만으로 구조물에 가해지는 Inline 방향 성분과 Crossflow 방향 성분의 유체력을 설명 및 구현할 수 있다. 구조물의 질량을 m_s , 진자의 질량을 m_f , 스프링계수를 k_s 진자의 길이를 L 구조물의 Inline, Crossflow 방향 변위를 각각 X , Y 라고 하면 라그랑지안 공식을 이용하여 다음과 같은 운동방정식을 세울 수 있다.

$$(m_s + m_f) \frac{d^2 X}{dt^2} + k_s X = m_f L \left(\phi \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 \right) \quad (2.3.2)$$

$$(m_s + m_f) \frac{d^2 Y}{dt^2} + k_s Y = -m_f L \frac{d^2 \phi}{dt^2} \quad (2.3.3)$$

$$m_f L^2 \frac{d^2 \phi}{dt^2} + m_f g L \phi - m_f L \frac{d^2 X}{dt^2} \phi = -m_f L \frac{d^2 Y}{dt^2} \quad (2.3.4)$$

다음 관계식을 이용하여 식들을 식 (2.3.5)와 같이 무차원화 시키면 식 (2.3.6)부터 식 (2.3.8)까지 구할 수 있다.

$$\tau = t\omega_n; \quad \Omega = \frac{\omega\phi}{\omega_n}; \quad x = \frac{X}{D}; \quad y = \frac{Y}{D}; \quad (2.3.5)$$

여기서 $\omega_n = \sqrt{\frac{k_s}{(m_s+m_f)}}$, $\omega_n = \sqrt{\frac{m_f g}{(m_f L)}}$ 이다.

$$\ddot{x} + x = M(\ddot{\phi}\phi + \dot{\phi}^2) \quad (2.3.6)$$

$$\ddot{y} + y = -M\ddot{\phi} \quad (2.3.7)$$

$$\ddot{\phi} + \Omega^2 \phi - \ddot{x} \phi = -\ddot{y} \quad (2.3.8)$$

여기서 $M = \frac{m_f L}{(m_s + m_f) D}$ 이다.

진자의 질량 m_f 을 음의 질량 $-m_f$ 로 치환하면 식(2.3.8)부터 식(2.3.11)까지 구할 수 있다.

$$\ddot{x} + x = -M(\ddot{\phi} \phi + \dot{\phi}^2) \cong M\ddot{\phi} \quad (2.3.9)$$

$$\ddot{y} + y = M\ddot{\phi} \quad (2.3.10)$$

$$\ddot{\phi} + \Omega^2 \phi - \ddot{x} \phi = -\ddot{y} \quad (2.3.11)$$

Wake Oscillator Model 과 굉장히 유사한 형태의 구조식 2 개와 와류방정식 1 개가 나타남을 확인할 수 있다. 여기서 와류식에 대응되는 식(2.3.11)을 와류방정식으로 다시 쓰면 식(2.3.12)을 구할 수 있다.

$$\ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q - k\ddot{x}q = A\ddot{y} \quad (2.3.12)$$

마지막으로 높은 주파수대역에서 Inline 방향 변위의 안정화를 위해 $\ddot{x}q$ 를 $\frac{\ddot{x}}{1+\ddot{x}^2}q$ 로 치환하면 최종적인 Single Van der Pol 식인 식(2.3.13)를 구할 수 있다.

$$\ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q - k\frac{\ddot{x}}{(1 + \ddot{x}^2)}q = A\ddot{y} \quad (2.3.13)$$

그림 14 와 같이 Single Van der Pol 식은 하나의 와류방정식 및 와류변수만을 이용하여 Inline 방향과 Crossflow 방향의 와류로 인한 유체력을 설명할 수 있고, Inline 변위와 Crossflow 변위 성분 x, y 모두 들어있어 각 방향 간의 커플링이 강화됨을 확인할 수 있다. 단단한(Rigid) 실린더에 대해 해석한 결과는 그림 15 에 나와있다. (a)는 Crossflow 방향 유속별 진폭, (b)는 Inline 방향 유속별 진폭, (c)은 유속별 와류기인진동수를 나타낸다. 진폭과 진동수 관점에서 실험결과 (Jauvtis and Williamson, 2004)와 상당히 잘 일치함을 확인할 수 있다. 특히 Inline 방향 유속별 진폭에서 Crossflow 방향의 공진으로 인한 진폭 증가가 확인되는점, 유속별 진동수 그래프에서 Inline, Crossflow 모든 방향에 대한 Lock-in 현상이 나타나는 것으로 보아 두 방향 사이의 커플링이 잘 되어있음을 확인할 수 있다. 따라서 단단한 실린더에만 적용되었던 Single Van der Pol 식을 수중 라이저, 즉 유연한 실린더의 와류기인진동 구현에 적용해볼 것이다.

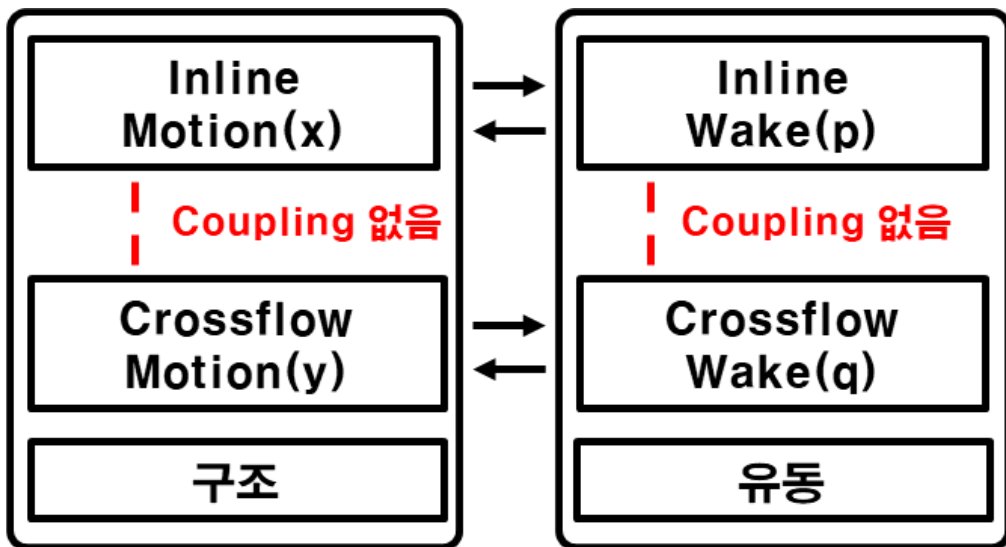


Figure 9 Discrete Van der Pol 식 변수간 커플링

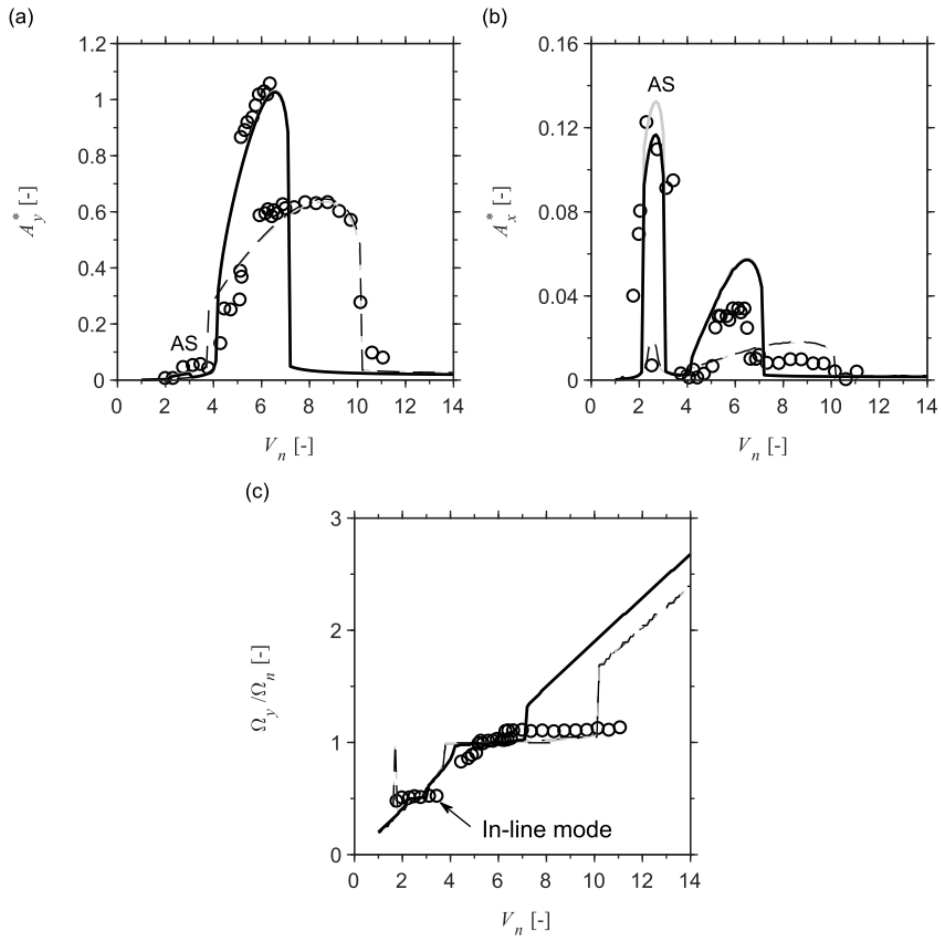


Figure 10 Single Van der Pol 식을 이용한 단단한 실린더
와류기인진동 해석(Qu & Metrikine, 2020)

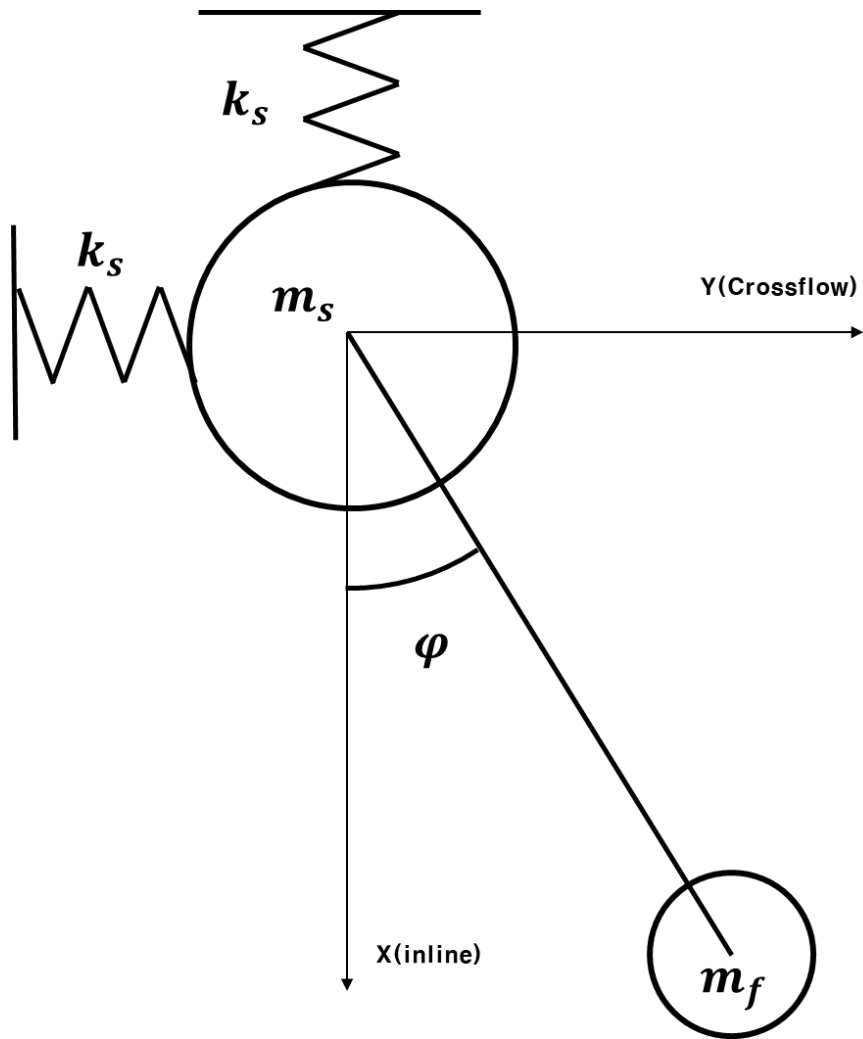


Figure 11 Single Van der Pol 식의 진자 개념

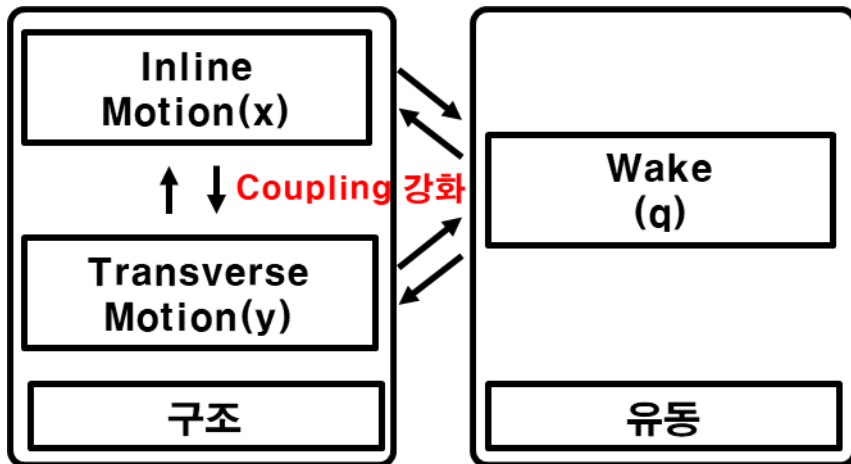
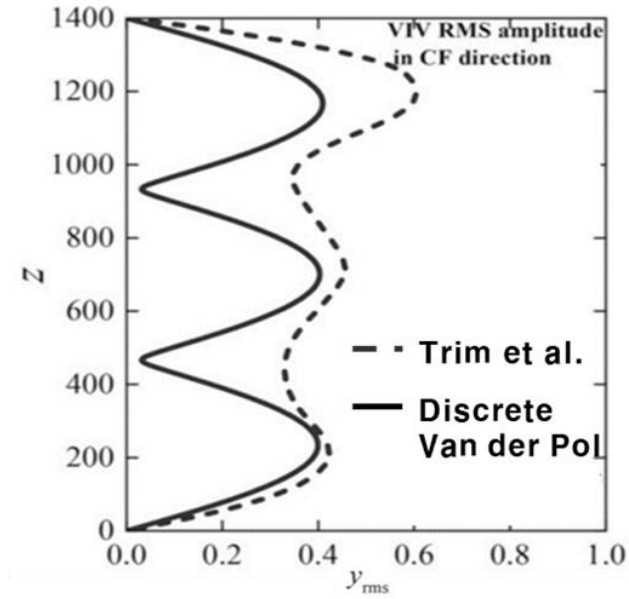
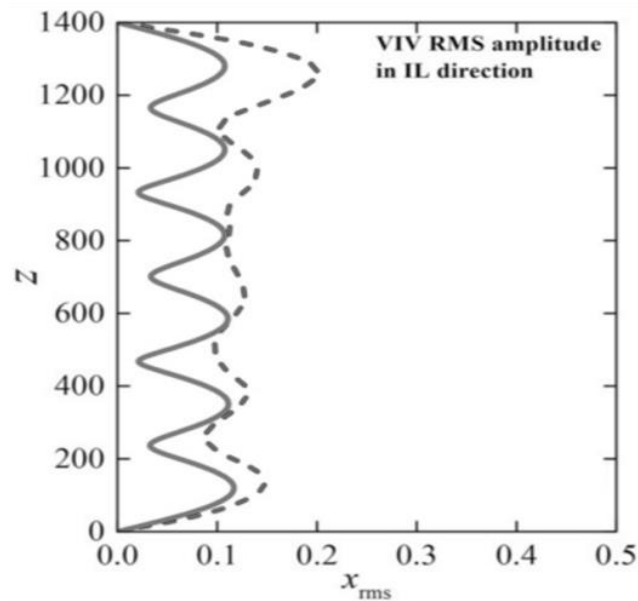


Figure 12 Single Van der Pol 식 변수간 커플링



(a)



(b)

Figure 13 Discrete Van der Pol 식을 이용한 유연 실린더 와류기인진동해석 (Gao et al., 2021)

2.4 구조지배방정식과 와류방정식 상호작용

Wake Oscillator Model을 이용하여 2.2장에서 구한 수중 라이저 구조지배방정식과 2.3장에서 구한 Discrete Van der Pol 식과 Single Van der Pol식을 와류방정식으로 수중 라이저 와류기인진동을 구현한다. 먼저 앞서 구한 수중 라이저 구조지배방정식 식(2.2.7)에서 유체력 계수 C_{VX} 와 C_{VY} 에 대해 정리한다. 식(2.2.15)과 식(2.2.16)에서 Inline 성분 유체력계수와 Crossflow 유체력계수를 항력계수와 양력계수로 정리하였다. 먼저 Discrete Van der Pol 식의 경우 항력계수 C_{VD} 의 Mean값과 Fluctuating값을 와류변수 $p(Z, t)$ 에 관해 정리할 수 있다.

$$C_{VD}(Z, t) = C_{DM} + \frac{1}{2}p(Z, t)C_{D0} \quad (2.4.1)$$

C_{DM} 은 항력계수의 평균값이고, C_{D0} 은 항력계수의 Fluctuating 성분 진폭이다. 양력계수의 평균값은 0이므로 식(2.4.2)으로 정리할 수 있다.

$$C_{VL}(Z, t) = \frac{1}{2}q(Z, t)C_{L0} \quad (2.4.2)$$

C_{L0} 은 양력계수의 최대값이다. 식(2.4.1) 및 식(2.4.2)과 앞서구한 수중 라이저 구조지배방정식 및 와류방정식을 이용하면 Discrete Van der Pol 식을 이용한 2DOF 수중 라이저의 와류기인진동을 구현할 수 있다.

$$\begin{cases} (m + m_a) \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + C \frac{\partial X}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 X}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\ominus \frac{\partial X}{\partial Z} \right) = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_{VX}(Z, t) \\ (m + m_a) \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + C \frac{\partial Y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 Y}{\partial Z^4} - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\ominus \frac{\partial Y}{\partial Z} \right) = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_{VY}(Z, t) \end{cases} \quad (2.2.7)$$

$$C_{VX} = -\frac{1}{2} q(Z, t) C_{L0} \frac{dY}{dt} / U + \left(C_{DM} + \frac{1}{2} p(Z, t) C_{D0} \right) \left(V - \frac{dX}{dt} \right) / U \quad (2.4.3)$$

$$C_{VY} = \frac{1}{2} q(Z, t) C_{L0} \left(V - \frac{dX}{dt} \right) / U - \left(C_{DM} + \frac{1}{2} p(Z, t) C_{D0} \right) \frac{dY}{dt} / U \quad (2.4.4)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 p}{dt^2} + \varepsilon_x \omega_s (p^2 - 1) \frac{dp}{dt} + 4\omega_s^2 p = \frac{A_x}{D} \frac{d^2 X}{dt^2} \\ \frac{d^2 q}{dt^2} + \varepsilon_y \omega_s (q^2 - 1) \frac{dq}{dt} + \omega_s^2 q = \frac{A_y}{D} \frac{d^2 Y}{dt^2} \end{cases} \quad (2.3.2)$$

위 식들을 다음과 같이 시간과 길이에 따라 무차원화 시킨다.

$$\tau = t\omega_n; \quad x = \frac{X}{D}; \quad y = \frac{Y}{D}; \quad z = \frac{Z}{D}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{\gamma}{\mu} \dot{x} + b^2 \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - c^2 \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{C_{VX}(z, \tau)}{2\pi^3 St^2 (m^* + C_a)} \\ \ddot{y} + \frac{\gamma}{\mu} \dot{y} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{C_{VY}(z, \tau)}{2\pi^3 St^2 (m^* + C_a)} \end{cases} \quad (2.4.5)$$

$$C_{VX} = \left(-\frac{1}{2} q(z, \tau) C_{L0} (2\pi St \dot{y}) + \left(C_{DM} + \frac{1}{2} p(z, \tau) C_{D0} \right) (1 - 2\pi St \dot{x}) \right) u \quad (2.4.6)$$

$$C_{VY} = \left(\frac{1}{2} q(z, \tau) C_{L0} (1 - 2\pi St \dot{x}) - \left(C_{DM} + \frac{1}{2} p(z, \tau) C_{D0} \right) (2\pi St \dot{y}) \right) u \quad (2.4.7)$$

$$u = \sqrt{(1 - 2\pi St \dot{x})^2 + (2\pi St \dot{y})^2}$$

$$\begin{cases} \ddot{p} + \varepsilon_x(p^2 - 1)\dot{p} + 4p = A_x\ddot{x} \\ \ddot{q} + \varepsilon_y(q^2 - 1)\dot{q} + q = A_y\ddot{y} \end{cases} \quad (2.4.8)$$

여기서 $\mu = \frac{m}{\rho D^2}$, $b = \sqrt{EI/m}/(\omega_n D^2)$, $c = \sqrt{\Theta/m}/(\omega_n D)$, m^* 은 물에 대한 질량비이다.

다음은 Single Van der Pol 식을 이용한 경우 항력계수 C_{VD} 의 Mean 값과 Fluctuating 값을 식(2.4.5)와 같이 정리할 수 있다.

$$C_{VD}(Z, t) = C_{DM} + \alpha C_{VL}^2(Z, t) \quad (2.4.9)$$

C_{VL} 의 경우 식(2.4.2)와 동일하다 마찬가지로 Single Van der Pol 식을 이용한 2DOF 수중 실린더의 와류기인진동을 무차원화한 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{\gamma}{\mu}\dot{x} + b^2\frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - c^2\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{C_{VX}(z, \tau)}{2\pi^3 St^2(m^* + C_a)} \\ \ddot{y} + \frac{\gamma}{\mu}\dot{y} + b^2\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - c^2\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{C_{VY}(z, \tau)}{2\pi^3 St^2(m^* + C_a)} \end{cases} \quad (2.4.5)$$

$$\begin{aligned} C_{VX} = & \left(C_{DM}(1 - 2\pi St\dot{x}) + \frac{1}{2}q(z, \tau)C_{L0}(2\pi St\dot{y}) \right) u \\ & + \alpha \left(\frac{1}{2}q(z, \tau)C_{L0}(2\pi St\dot{y}) \right)^2 (1 - 2\pi St\dot{x})|1 - 2\pi St\dot{x}| \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

$$C_{VY} = \left(-C_{DM}(2\pi St\dot{y}) + \frac{1}{2}q(z, \tau)C_{L0}(1 - 2\pi St\dot{x}) \right) u \quad (2.4.11)$$

$$u = \sqrt{(1 - 2\pi St\dot{x})^2 + (2\pi St\dot{y})^2}$$

$$\ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q - k \frac{\ddot{x}}{(1 + \ddot{x}^2)} q = A\dot{y} \quad (2.3.12)$$

위 식을 이용하여 수중 라이저의 Span 및 시간에 따른 Inline/Crossflow 변위를 해석할 수 있다.

3. 수중 라이저 구조피로파괴식

3.1 도입

모든 구조물은 인장응력만큼 큰 힘을 받지 않더라도 응력변화가 지속되면 결국 절단이 일어나게 된다. 이를 피로파괴라고 한다. 그 순간의 응력 세기만 계산하면 되는 인장강도와는 달리 피로파괴는 응력 세기 및 반복횟수에 따라 피로도가 누적되기 때문에 응력의 세기뿐만 아니라 얼마나 응력변화가 지속되는지 계산할 필요가 있어 피로수명 예측에 어려움이 있다. 또한 아주 작은 응력이라도 반복횟수가 충분하면 유의미한 피로도가 누적되는 점도 피로수명 예측 실패의 원인이 된다. 그림16과 그림17과 같이 지속적으로 큰 응력을 받는 선박, 항공기, 건축물 등 대형 구조물이 피로파괴에 취약하며, 눈에 잘 보이지 않는 내부에서부터 피로파괴가 일어나는 경우가 많기 때문에 이를 알아차리기 쉽지 않다. 피로수명예측에 실패하면 막대한 인명피해가 발생할 뿐만 아니라 인명피해가 발생하지 않더라도 대형 구조물의 특성상 손상부위의 교체 및 수리에 상당한 비용이 든다. 따라서 현재 피로파괴를 막기위해 피로한도가 높은 신소재를 개발하고, 수많은 피로파괴 실험이 행해지고 있다. 이번에는 구조피로수명예측에 보편적으로 쓰이는 Miner Rule과 앞서 구한 수중 라이저의 와류기인진동값을 이용하여 수중 실린더 피로수명을 예측하는 방법에 대해 설명한다.



Figure 15 유조선의 피로파괴 사례 (프레스티지호, 1943년)



Figure 14 항공기의 피로파괴 사례 (알로아항공 243편, 1988년)

3.2 Miner Rule

피로파괴예측에 가장 기본이 되는 그래프는 S-N 선도이다. S-N 선도는 표준회전 피로시험기로 얻어지는 그래프로 파로파괴가 일어날 때까지 가해진 응력범위 크기와 반복횟수를 정리한 것이다. 그림18에 한 금속재료의 S-N 선도가 나와있다. 이를 통해 이 금속재료는 진폭 σ_{ak} 의 응력이 약 $N_k = 10^6$ 번 가해지면 피로파괴가 일어남을 알 수 있다. 하지만 S-N 선도를 이용한 피로파괴예측은 응력의 진폭이 일정할 때만 가능하다. 따라서 이를 보완한 구조피로파괴식(Miner Rule)을 보편적으로 사용한다. Miner Rule은 구조의 피로도가 선형적으로 증가한다는 가정을 하여 구조 피로도를 예측하는 식이다. Miner Rule은 식(3.2.1)과 같다.

$$D = \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{N_i} = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^N n_i (\Delta\sigma_i)^m \quad (3.2.1)$$

여기서 D 는 구조피로도로 값이 1을 넘으면 피로파괴가 일어난다. N_i 는 해당 응력이 가해질 때 피로파괴가 일어나기 위한 반복횟수, n_i 는 해당 응력의 반복적으로 가해진 횟수, $\Delta\sigma_i$ 는 응력 범위이다. a 와 m 은 구조의 물질에 따라 정해지는 상수이다. 이를 수중 라이저에 적용하기 위해선 수중 라이저에 가해지는 응력과 응력의 반복횟수를 알아야 한다. 수중

라이저에 가해지는 응력은 수중 라이저의 변위를 통해 유도할 수 있고
응력의 반복 횟수는 수중 라이저의 진동수를 이용하여 구할 수 있다.

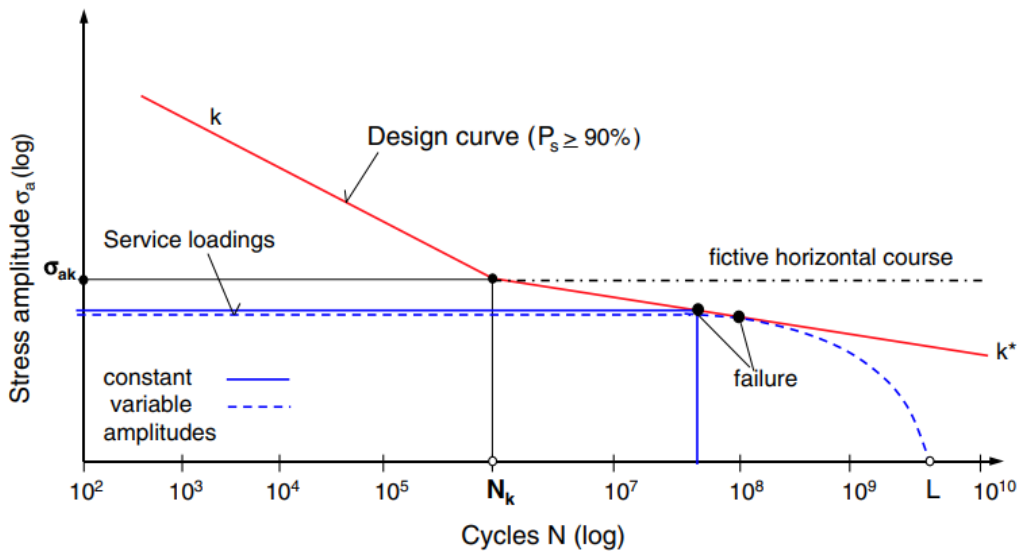


Figure 16 금속재료의 S-N 선도(Sonsino, 2007)

3.3 수중 라이저에 가해지는 응력범위

3.3.1 수중 라이저에 가해지는 수직응력

수중 라이저에는 단면의 방향과 힘의 작용방향이 평행한 수직응력이 가해진다. 보 이론을 이용하여 수중 라이저에 가해지는 수직응력을 구할 수 있다. 그림19과 같이 보에 모멘트가 가해진다고 할 때, 보에 걸리는 응력은 다음과 같다.

$$\sigma_x(z) = -z \frac{M}{I} \quad (3.3.1)$$

σ_x 는 보에 가해지는 x방향 수직응력크기, z 는 중립축 (Neutral Axis; NA)으로부터 거리, M 은 보에 가해지는 모멘트, I 는 보의 NA 기준 2차 모멘트 크기이다. 그림20과 같이 y 와 z 방향 모두 모멘트 성분이 있는 경우 다음 식(3.3.2)을 이용하여 수직응력을 구할 수 있다.

$$\sigma_x(y, z) = (-z) \frac{M \cos \theta}{I_y} + (-y) \frac{M \sin \theta}{I_z} = (-z) \frac{M_y}{I_y} + (-y) \frac{M_z}{I_z} \quad (3.3.2)$$

I_y, I_z 는 각각 y, z 축에 대한 2차 모멘트 크기이다. 수중 실린더의 경우 단면이 속이 빈 원형 (Hollow Circle) 모양이기 때문에 2차 모멘트의

크기는 다음과 같다.

$$I_y = I_z = \frac{\pi}{4}(D_o^4 - D_i^4) \quad (3.3.3)$$

D_o 는 수중 라이저의 바깥 직경 (Outer Diameter), D_i 는 수중 라이저의 안쪽 직경 (Inner Diameter)이다.

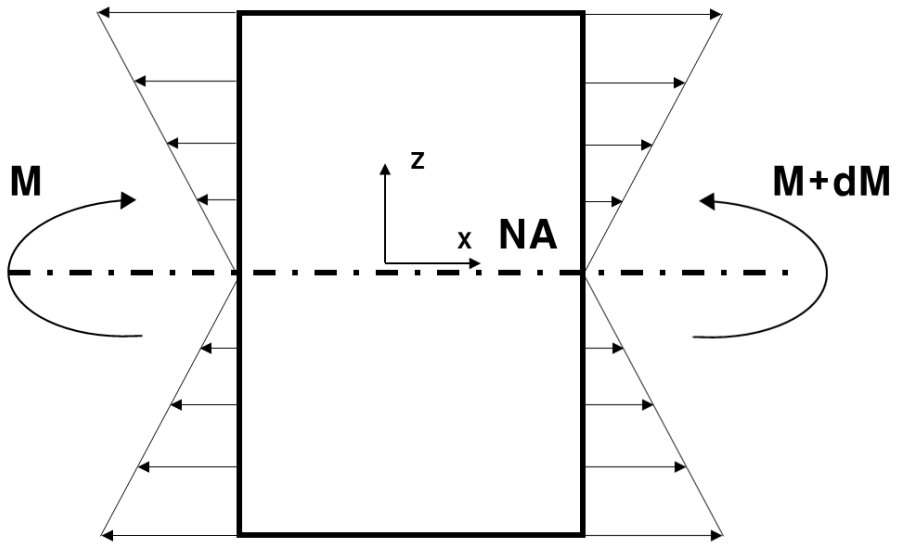


Figure 17 모멘트를 받는 1D Beam의 수직 응력

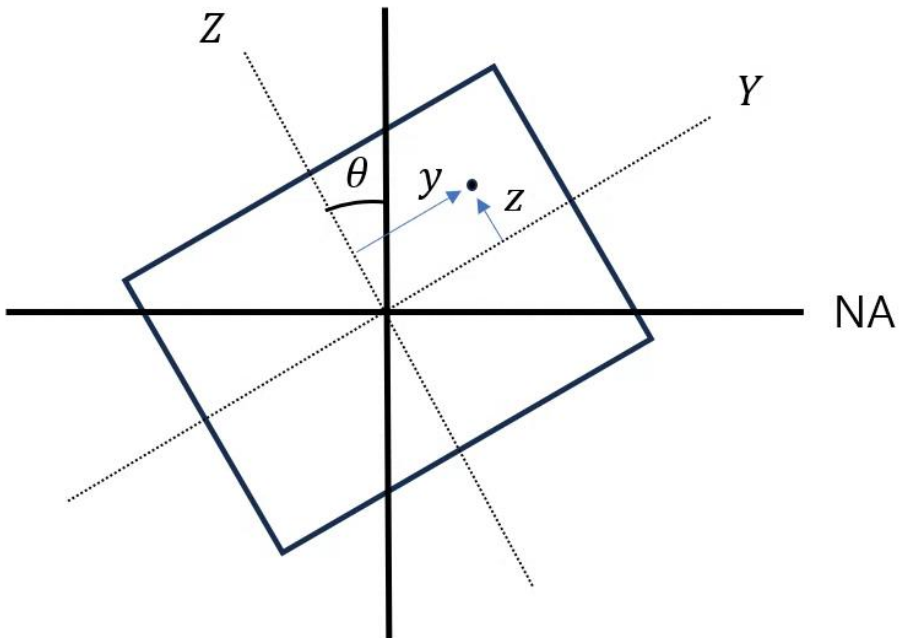


Figure 18 두 방향으로 모멘트가 가해질 때 수직응력

3.3.2 수중 라이저에 가해지는 전단응력

수중 라이저에는 수직응력 뿐만 아니라 단면의 방향과 힘의 작용방향이 수직한 전단응력 또한 가해진다. 보이론을 이용하여 수중 라이저에 가해지는 전단응력을 구할 수 있다. 먼저 그림5와 같이 보에 가해지는 전체 전단력 크기 V 를 구할 수 있다.

$$V(x) = \frac{dM}{dx} = EI \frac{d^3v(x)}{dx^3} \quad (3.3.4)$$

그림22를 보면 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ 임을 알 수 있다. τ_{yx} 를 구하기 위해 그림21의 pp_1n_1n 성분의 x 방향 힘의 성분을 분석하면 식(3.3.5)과 같이 전단응력을 구할 수 있다.

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int ydA \quad (3.3.5)$$

Q 를 색찰할 부위의 1차모멘트, 즉 $Q = \int ydA$ 정의하면 전단응력을 식(3.3.6)로 정리할 수 있다.

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (3.3.6)$$

수직 응력이 중심축에서 멀어지면 커지는 것과 다르게 전단응력은 중심축과 가까워질수록 커지는 경향이 있다. 표3에 보 단면 모양 별 최대 전단응력의 크기와 위치에 대해 정리되어 있다. 수중 라이저의 단면과 같은 Hollow Circle의 단면에서 최대 전단응력의 크기는 $2\frac{V}{A}$ 이며, 위치는 중립축이다. 중립축이 아닌 일반적인 부분의 전단응력은 프로그램을 이용하여 두 방향에 대한 전단응력 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ 와 $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ 의 값을 구하였다.

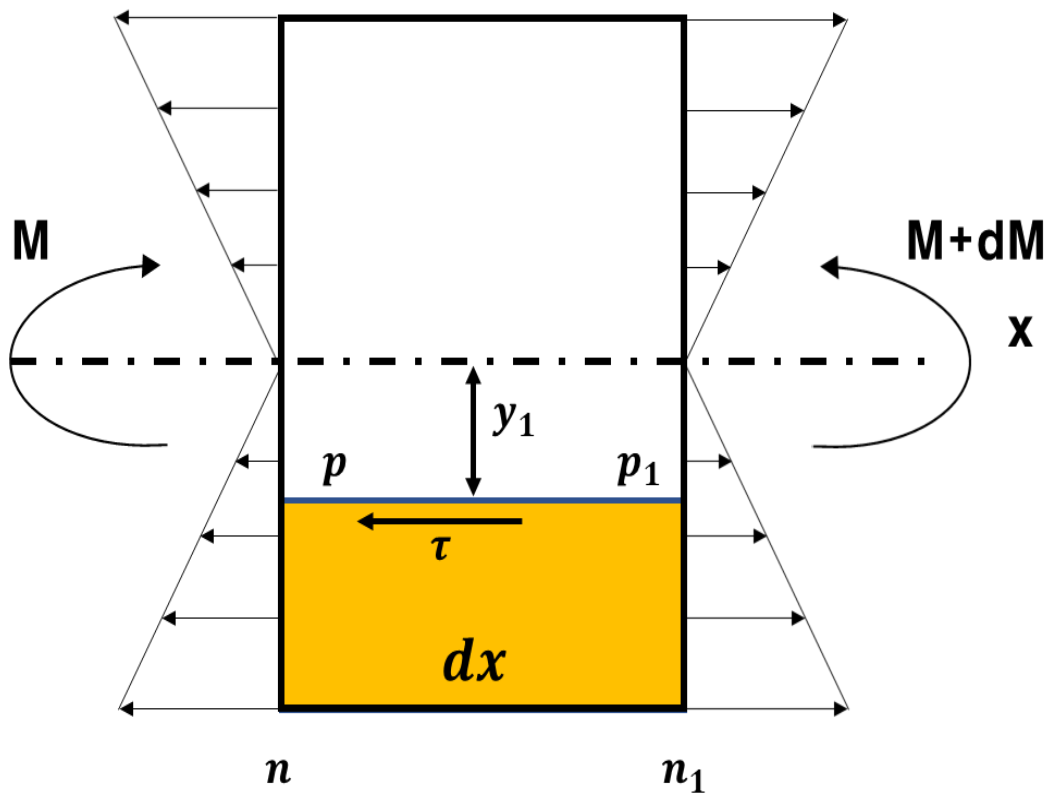


Figure 19 모멘트를 받는 1D Beam의 전단응력

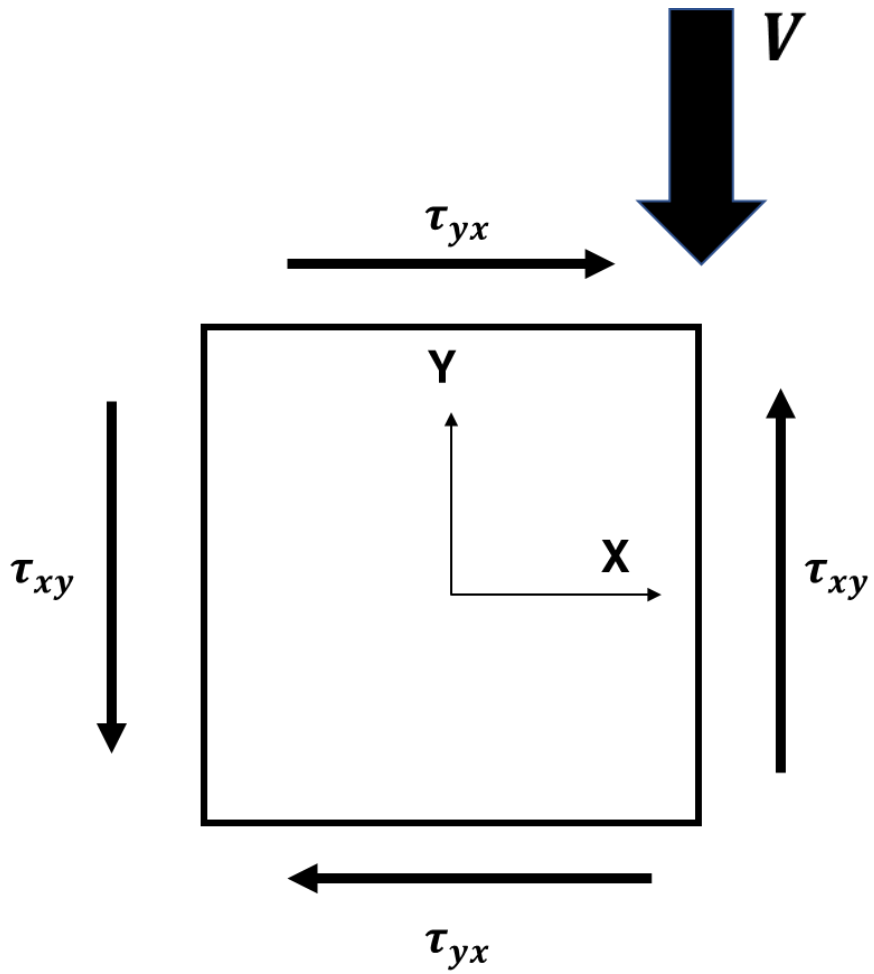


Figure 20 전단응력 성분간 관계

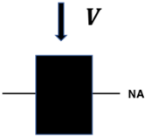
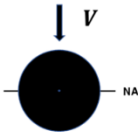
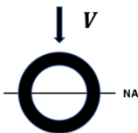
Cross Section		Maximum Shearing Stress	Location
Rectangle		$\tau_{max} = \frac{3V}{2A}$	NA
Circle		$\tau_{max} = \frac{4V}{3A}$	
Hollow Circle		$\tau_{max} = 2\frac{V}{A}$	

Table 3 1D Beam의 단면에 따른 최대 전단응력 크기와 위치

3.3.3 폰 미세스 응력

수중 라이저에는 여러가지 응력들이 가해진다. 임의의 한 지점에서 총 3 방향의 수직응력과 3 개의 독립적인 전단응력이 가해진다. 응력으로 인한 구조피로파괴를 계산할 때 각성분의 최대값을 사용하여 독립적으로 피로수명을 예측하는 것이 아닌 6 개의 응력성분으로 인해 저장된 비틀림 에너지의 총합을 기준으로 한다. 이 때 사용되는 비틀림 에너지를 나타내는 값을 폰 미세스 응력이라고 하며, 현재 가장 정확하게 피로파괴를 예측하는 기준응력으로 알려져 있다. W 를 에너지 밀도, 즉 에너지/단위체적이라고 한다면 선형탄성 재료의 에너지밀도는 다음 식(3.3.7)과 같다.

$$W = \int \sigma : d\varepsilon = \frac{1}{2} [\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz} + 2(\sigma_{xy}\varepsilon_{xy} + \sigma_{yz}\varepsilon_{yz} + \sigma_{zx}\varepsilon_{zx})] \quad (3.3.7)$$

$\sigma = \sigma_H + \sigma'$, $\varepsilon = \varepsilon_H + \varepsilon'$ 을 식(3.3.7)에 대입한다. $\sigma_H : \varepsilon'$ 와 $\sigma' : \varepsilon_H$ 의 값은 0 이므로 식(3.3.8)을 구할 수 있다.

$$W = \frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma') : (\varepsilon_H + \varepsilon') = \frac{1}{2}\sigma_H : \varepsilon_H + \frac{1}{2}\sigma' : \varepsilon' \quad (3.3.8)$$

후크의 법칙 $\varepsilon' = \frac{\sigma'}{2G}$ 와 조합하면 식 (3.3.9)을 구할 수 있다.

$$W = \frac{1}{2}\sigma' : \varepsilon' = \frac{1}{4G}\sigma' : \sigma' = \frac{1}{4G}\sigma_{Rep}^2 \quad (3.3.9)$$

σ_{Rep} 는 스칼라 응력으로 크기는 $\sigma_{Rep} = \sqrt{\sigma' : \sigma'} = \sqrt{2/3}\sigma$ 이다. 단축응력은 폰 미세스응력과 동일해야 하므로 최종적으로 폰 미세스응력을 정의할 수 있다.

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma' : \sigma'} \quad (3.3.10)$$

또는 식(3.3.10)을 변형하여 식(3.3.11)로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sigma_{VM} \\ & = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{zz}\sigma_{xx} + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

수중 라이저의 경우 $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{yz} = 0$ 이라고 가정하기 때문에 식(3.3.12)와 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (3.3.12)$$

σ_{xx} 와 τ_{xy} , τ_{zx} 는 식(3.3.2), 식(3.3.6)을 이용하여 구할 수 있다.

3.3.4 Rainflow Counting

Miner Rule 에 대입할 응력범위크기는 앞선 장에서 구하였다. 이번장에서는 Miner Rule 에 대입할 응력의 반복횟수를 구하는 법에 대해 설명한다. 응력범위가 시간과 관계없이 일정하다면 단순히 Miner Rule 에 대입할 응력범위 크기와 반복횟수를 구하기 쉬운 것이다. 하지만 실제 구조물이 받는 응력변화를 살펴보면 응력범위가 수시로 바뀌고 그에 따른 반복횟수를 구하기가 쉽지 않다. 이를 해결하기위해 나온 방법이 Rainflow Counting 이다. Rainflow Counting 은 응력의 범위와 그 반복횟수를 세는 방법이 그림 23 (b)와 같이 비가 떨어지는 모습과 유사하여 다음과 같은 이름이 붙었다. 먼저 시간에 따른 응력 그래프를 시간이 세로축, 응력이 가로축이 되도록 오른쪽으로 90 도

회전시켜 놓는다. 그 후 피크점에서 물이 흐른다고 생각하며 다음과 같은 조건이 될 때까지 선을 긋는다.

- (1) 마지막 시간선에 도달하였을 경우
- (2) 다른 흐름선과 만났을 때 자신이 나중의 피크에서 시작했을 경우
- (3) 반대편 피크가 더 클 경우

이를 골에서 한번, 마루에서 한번 총 2 번 시행해준다.

그림 23 (a)에 대해 Rainflow Counting 한 그림이 (b)이며 이를 이용하여 응력 범위 및 반복횟수를 표 4 에 정리하였다. 이번 예시에는 반사이클의 개수가 없었지만, 반사이클은 0.5 개로 취급할 수 있다. 짧은 시간의 경우 예시와 같이 손으로 직접 그리면서 응력범위 및 횟수를 계산할 수 있지만 시간이 긴 경우 이를 세는 것은 불가능하기 때문에 Rainflow Counting Matlab 코드를 사용하였다. 이로서 구조피로과괴식에 대입할 모든 값들을 구하는 법을 알아보았다.

정리하면 구조피로과괴식에 대입할 응력범위와 반복횟수를 구하기 위해서 먼저 수중 라이저의 시간에 따른 변위에서 시간에 따른 수중 라이저의 수직응력과 전단응력을 구한 뒤, 이를 폰 미제스응력으로 변환하고 다시 Rainflow Counting 을 통해 응력 범위 및 반복횟수를

유도한다. 그리고 이를 Miner Rule 에 대입하여 최종적으로 구조피로도를 구한다.

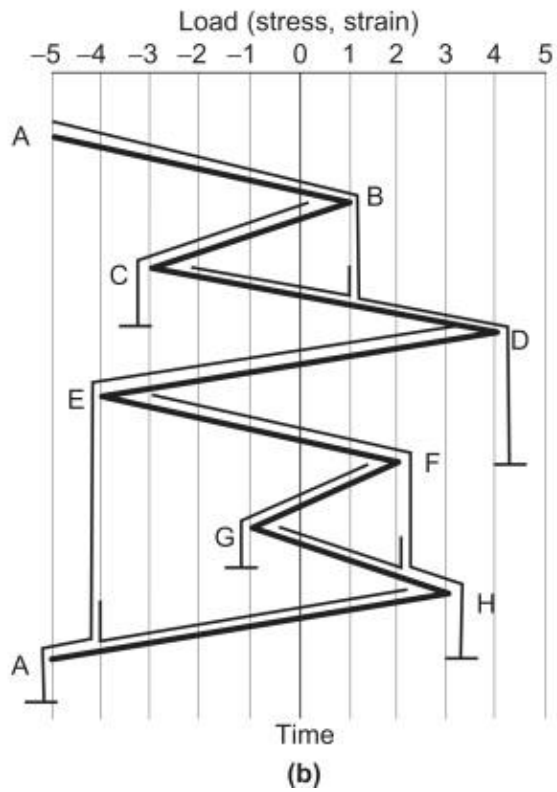
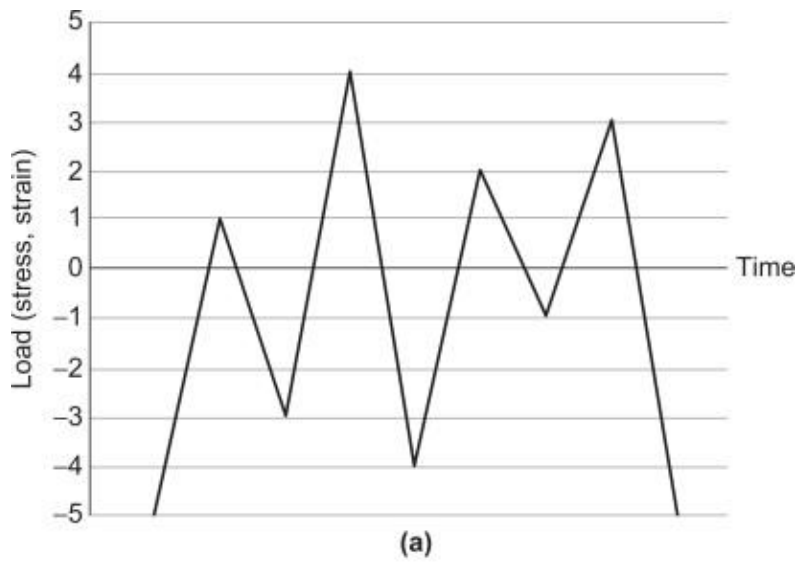


Figure 21 Rainflow Counting 적용 예시 (Lee, 2011)

Table 4 Rainflow Counting의 결과

Stress Range	Half-Cycle	Full-Cycle
3	0	1
4	0	1
7	0	1
9	0	1

4. 수중 라이저 와류기인진동 해석

4.1 수중 라이저 수치해석 기법

4.1.1 테일러 전개

2장에서 설명한 Wake Oscillator Model의 구조식과 와류식은 비선형 미분방정식이기 때문에 직접적인 해를 구하기가 매우 힘들다. 그렇기 때문에 비선형 방정식을 선형방정식으로 근사하여 수치해석으로 푸는 방법이 있다. 대표적인 방법이 테일러 전개를 이용한 방법이다. 테일러 전개를 이용한 미분가능한 비선형식은 다음과 같이 무한한 급수로 전개될 수 있다. 이를 테일러 급수라고 하며 식(4.1.1)과 같다.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_i)}{3!}h^3 + \frac{f^{(4)}(x_i)}{4!}h^4 + \dots \quad (4.1.1)$$

여기서 x_i, x_{i+1} 은 임의의 두 값이며 $h = x_{i+1} - x_i$ 이다. 즉 x_i 의 함수값을 이용하여 x_{i+1} 의 함수값을 구할 수 있다. h 가 충분히 작다고 가정하였을 때 다음과 같은 식(4.4.2)를 사용할 수 있다.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(\xi)}{2!}h^2 \quad (4.1.2)$$

여기서 ξ 는 x_i 와 x_{i+1} 사이의 어떤 값이다. 이를 이용하여 1차 미분 값을 구하면 식(4.1.3)과 같다.

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2!}h \quad (4.1.3)$$

여기서 근사값을 $\frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$ 라고 하면 오차의 크기는 $\frac{f''(\xi)}{2!}h$ 와 같다. 오차의 크기는 h 에 비례하므로 식(4.1.4)로 쓸 수 있다.

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} + O(h) \quad (4.1.4)$$

h 의 값이 100배 줄어들면 오차 또한 100배 줄어든다. 같은 방법으로 식(4.1.5)과 식(4.1.6)과 같이 미분계수의 근사값을 구할 수 있다.

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h} + O(h) \quad (4.1.5)$$

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h} + O(h^2) \quad (4.1.6)$$

식(4.1.4)와 같이 미분계수를 구하고자 하는 지점보다 앞의 함수값을 이용하는 것을 전진차분법, 식(4.1.5)와 같이 미분계수를 구하고자 하는 지점보다 뒤의 함수값을 이용하는 것을 후진차분법, 식(4.1.6)와 같이 미분계수를 구하고자 하는 지점이 중앙에 있을때를 중앙차분법이라고 한

다. 후진차분법은 전진차분법과 마찬가지로 오차가 h 에 비례하지만 중앙차분법은 오차가 h^2 에 비례하는 것을 확인할 수 있다. 즉, h 의 값이 100배 줄어들면 오차는 10000배 줄어든다. 이를 통해 중앙차분법이 오차가 제일 적음을 알 수 있다. 그림24, 그림25, 그림26에 각각 전진차분법, 후진차분법, 중앙차분법을 도식화하였다. 그림에서도 그림26, 중앙차분법이 나머지 둘에 비해 더 정확하다는 것을 확인할 수 있다. 와류방정식인 식(2.4.8)을 보면 시간에 대한 1차 미분계수 뿐만 아니라 2차 미분계수 또한 필요함을 알 수 있다. 2차 미분계수 또한 식(4.1.6), 식(4.1.7)과 같이 테일러 전개를 이용하여 전진, 후진, 중앙차분법을 이용하여 구할 수 있다.

$$f''(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_{i+1}) + f(x_i)}{h^2} \sim O(h) \quad (4.1.7)$$

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i) - 2f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))}{h^2} \sim O(h) \quad (4.1.8)$$

$$f''(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1}))}{h^2} \sim O(h^2) \quad (4.1.9)$$

식(4.1.7)이 전진차분법, 식(4.1.8)이 후진차분법, 식(4.1.9)가 중앙차분법으로 1 차 미분계수와 마찬가지로 중앙차분법이 가장 오차가 적음을 알 수 있다. 이를 토대로 중앙차분법을 사용하는 것이 가장 정확한 값을 얻을 수 있음을 확인하였다. 수중 실린더의 경우 시간 뿐만 아니라 Span 에 대한 미분계수도 구할 필요가 있다. 시간 및 Span 에 따른 수중 라이저의 변위를 $x_{n,m}$ 라고 하자. 그림 27 과 같이 n 는 시간,

m 는 Span 에 따른 Note 이다. Span 에 대한 미분계수의 근사값은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f(x_{n,m})}{\partial z} = \frac{x_{n,m+1} - x_{n,m-1}}{2\Delta z} \sim O(\Delta z^2) \quad (4.1.10)$$

$$\frac{\partial^2 f(x_{n,m})}{\partial z^2} = \frac{x_{n,m+1} - 2x_{n,m} + x_{n,m-1}}{\Delta z^2} \sim O(\Delta z^2) \quad (4.1.11)$$

$$\frac{\partial^4 f(x_{n,m})}{\partial z^4} = \frac{x_{n,m+2} - 4x_{n,m+1} + 6x_{n,m} - 4x_{n,m-1} + x_{n,m-2}}{\Delta z^4} \sim O(\Delta z) \quad (4.1.12)$$

여기서 Δz 는 Span 의 Node 사이 간격이다.

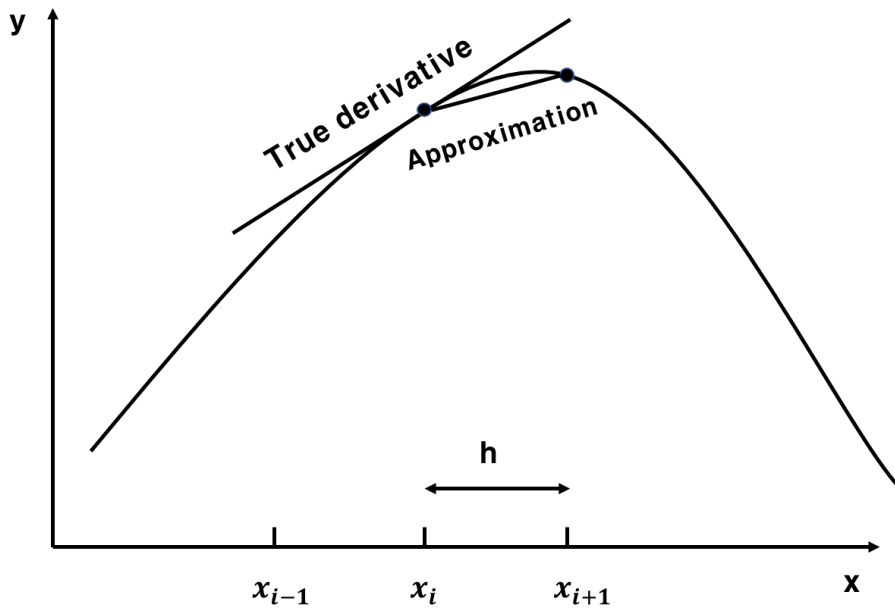


Figure 22 미분계수 수치해석의 전진차분법

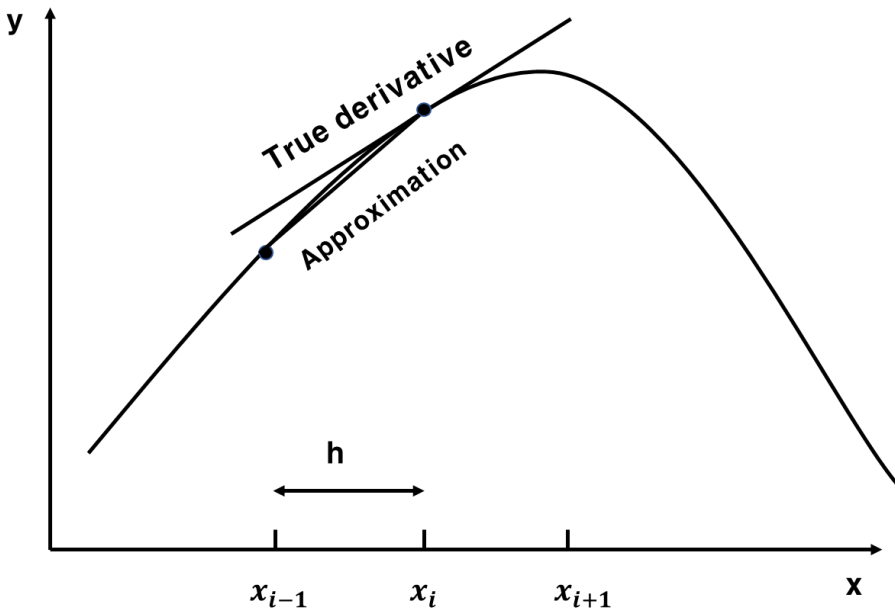


Figure 23 미분계수 수치해석의 후진차분법

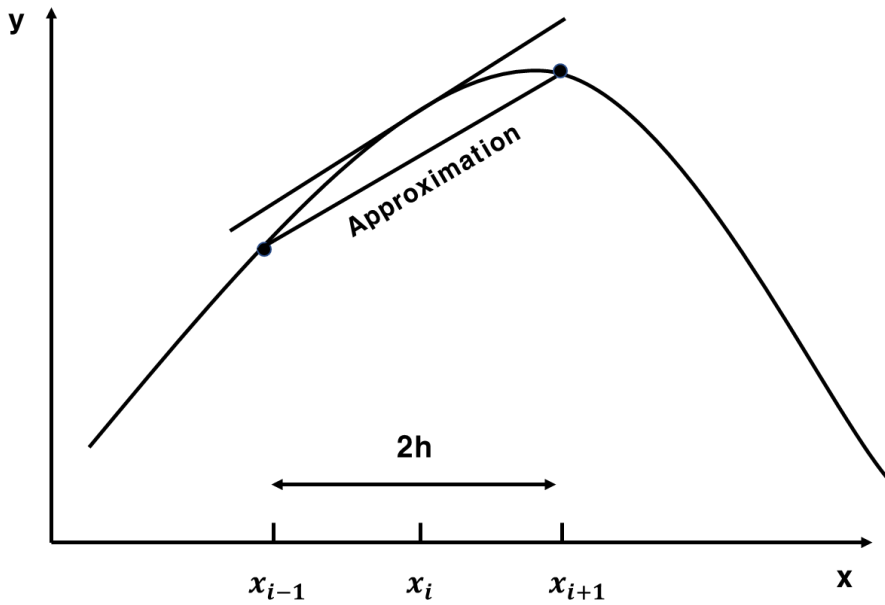


Figure 26 미분계수 수치해석의 중앙차분법

		Time				
Riser	Span	$x_{0,0}$	$x_{1,0}$	$x_{2,0}$		$x_{N,0}$
		$x_{0,1}$	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$...	$x_{N,1}$
		$x_{0,2}$	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$		$x_{N,2}$
			\vdots			\vdots
		$x_{0,M}$	$x_{1,M}$	$x_{2,M}$...	$x_{N,M}$

Figure 27 수중 라이저의 Span/Time별 변위 정리

4.1.2 수중 라이저 경계조건

수중 라이저의 시간 및 span별 변위의 해를 특정하기 위해선 경계조건이 필요하다. 수중 라이저의 경계조건은 다음과 같다.

- (1) 수중 라이저의 초기 변위 및 속력은 0
- (2) 수중 라이저의 양끝의 변위 및 속력은 0
- (3) 수중 라이저의 양끝은 pin 고정 (Simply Supported)

(1)번 조건에서 수중 라이저의 초기 변위는 0이므로 $n = 0$ 일 때 Inline, Crossflow방향 변위가 0이어야한다.

$$\begin{cases} x_{0,m} = 0 \\ y_{0,m} = 0 \end{cases} \quad (4.1.11)$$

또한 초기속력이 0이기 때문에 식(4.1.12)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} x'_{0,m} = \frac{x_{1,m} - x_{0,m}}{\Delta t} = 0 \\ y'_{0,m} = \frac{y_{1,m} - y_{0,m}}{\Delta t} = 0 \end{cases} \quad (4.1.12)$$

이를 통해 $x_{1,m} = y_{1,m} = 0$ 임을 알 수 있다. (2)번 조건에서 라이저 양끝의 변위와 속력이 0이기 때문에 식(4.1.13)과 식(4.1.14)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} x_{n,0} = x_{n,M} = 0 \\ y_{n,0} = y_{n,M} = 0 \end{cases} \quad (4.1.13)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f(x_{n,0})}{\partial z} = \frac{x_{n,1} - x_{n,0}}{\Delta z} = 0 \\ \frac{\partial f(y_{n,0})}{\partial z} = \frac{y_{n,1} - y_{n,0}}{\Delta z} = 0 \end{cases} \quad (4.1.14)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f(x_{n,M})}{\partial z} = \frac{x_{n,M} - x_{n,M-1}}{\Delta z} = 0 \\ \frac{\partial f(y_{n,M})}{\partial z} = \frac{y_{n,M} - y_{n,M-1}}{\Delta z} = 0 \end{cases} \quad (4.1.15)$$

여기서 M 은 그림27과 같이 Span note의 최댓값이다. 식(4.1.14)와 식(4.1.15)를 통해 $x_{n,1} = y_{n,1} = 0$, $x_{n,M} = y_{n,M-1} = 0$ 임을 알 수 있다. 마지막 (3)번 조건은 식(4.1.16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f(x_{n,0})}{\partial z^2} = \frac{x_{n,1} - 2x_{n,0} + x_{n,-1}}{\Delta z^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 f(y_{n,0})}{\partial z^2} = \frac{y_{n,1} - y_{n,0} + y_{n,-1}}{\Delta z^2} = 0 \end{cases} \quad (4.1.16)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f(x_{n,M})}{\partial z^2} = \frac{x_{n,M+1} - 2x_{n,M} + x_{n,M-1}}{\Delta z^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 f(y_{n,M})}{\partial z^2} = \frac{y_{n,M+1} - 2y_{n,M} + y_{n,M-1}}{\Delta z^2} = 0 \end{cases} \quad (4.1.17)$$

식(4.1.13)을 대입하면 식(4.1.18)과 식(4.1.19)를 구할 수 있다.

$$\begin{cases} x_{n,-1} = -x_{n,1} \\ y_{n,-1} = -y_{n,1} \end{cases} \quad 4.1.18$$

$$\begin{cases} x_{n,M+1} = -x_{n,M-1} \\ y_{n,M+1} = -y_{n,M-1} \end{cases} \quad (4.1.19)$$

지금까지 구한 경계조건을 그림29로 나타낼 수 있다.

	Time					
Span	0	0	0		0	0
	0	0	$x_{2,1}$...	$x_{N-1,1}$	$x_{N,1}$
	0	0	$x_{2,2}$		$x_{N-1,2}$	$x_{N,2}$
		\vdots				\vdots
	0	0	$x_{2,M-1}$		$x_{N-1,M-1}$	$x_{N,M-1}$
	0	0	0	...		0

Figure 24 수중 라이저의 경계조건

4.1.3 Time Step별 수치해석

4.1.1장의 방법으로 식(2.4.5)부터 식(2.4.8)까지의 수중 라이저 와류기인진동을 Discrete Van der Pol을 와류방정식으로 사용한 Wake Oscillator Model로 구현할 것이다. 먼저 식(2.4.5)를 변형하면

$$\begin{aligned}
 & \frac{x_{n+1,m} - 2x_{n,m} + x_{n-1,m}}{\Delta t^2} + \frac{\gamma}{\mu} \frac{x_{n+1,m} - x_{n-1,m}}{2\Delta t} \\
 & + b^2 \frac{x_{n,m+2} - 4x_{n,m+1} + 6x_{n,m} - 4x_{n,m-1} + x_{n,m-2}}{\Delta z^4} \\
 & - c^2 \frac{x_{n,m+1} - 2x_{n,m} + x_{n,m-1}}{\Delta z^2} = \frac{C_{VX}(n, m)}{2\pi^3 St^2 (m^* + C_a)}
 \end{aligned} \tag{4.1.20}$$

이를 $x_{n+1,m}$ 에 관해 정리하면 식(4.1.21)로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\gamma}{2\mu\Delta t} \right) x_{n+1,m} \\
 & = \left(\frac{2}{\Delta t^2} - \frac{2c^2}{\Delta z^2} - \frac{6b^2}{\Delta z^4} \right) x_{n,m} + \left(\frac{\gamma}{2\mu\Delta t} - \frac{1}{\Delta t^2} \right) x_{n-1,m} \\
 & + \left(\frac{c^2}{\Delta z^2} + \frac{4b^2}{\Delta z^4} \right) (x_{n,m+1} + x_{n,m-1}) \\
 & - \left(\frac{4b^2}{\Delta z^4} \right) (x_{n,m+2} + x_{n,m-2}) + \frac{C_{VX}(n, m)}{2\pi^3 St^2 (m^* + C_a)}
 \end{aligned} \tag{4.1.21}$$

C_{VX} 에 관한 식(2.4.6) 또한 식(4.1.22)로 변형 가능하다.

$$\begin{aligned}
 C_{VX} = & \left(-\frac{1}{2}q(z, \tau)C_{L0} \left(2\pi St y \frac{y_{n,m} - y_{n-1,m}}{\Delta t} \right) \right. \\
 & + \left(C_{DM} + \frac{1}{2}p(z, \tau)C_{D0} \right) \left(1 \right. \\
 & \left. \left. - 2\pi St \frac{x_{n,m} - x_{n-1,m}}{\Delta t} \right) u \right. \\
 u = & \sqrt{ \left(1 - 2\pi St \frac{x_{n,m} - x_{n-1,m}}{\Delta t} \right)^2 + \left(2\pi St \frac{y_{n,m} - y_{n-1,m}}{\Delta t} \right)^2 }
 \end{aligned} \tag{4.1.22}$$

여기서 $\mu = \frac{m}{\rho D^2}$, $b = \frac{\sqrt{EI/m}}{(\omega_n D^2)}$, $c = \frac{\sqrt{\Theta/m}}{(\omega_n D)}$, m^* 은 물에 대한 질량비이다. 와류

방정식 식(2.4.8)도 같은 방법으로 변환하면 식(4.1.23)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \frac{p_{n+1,m} - 2p_{n,m} + p_{n-1,m}}{\Delta t^2} + \varepsilon_x (p_{n,m}^2 - 1) \frac{p_{n+1,m} - p_{n-1,m}}{2\Delta t} \\
 + 4p_{n,m} = A_x \frac{x_{n+1,m} - 2x_{n,m} + x_{n-1,m}}{\Delta t^2}
 \end{aligned} \tag{4.1.23}$$

이를 $p_{n+1,m}$ 에 관해 정리하면 식(4.1.24)로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\varepsilon_x(p_{n,m}^2 - 1)}{2\Delta t} \right] p_{n+1,m} \\
&= \left(\frac{2}{\Delta t^2} - 1 \right) p_{n,m} - \frac{1}{\Delta t^2} p_{n-1,m} \\
&+ \left(\frac{\varepsilon_x(p_{n,m}^2 - 1)}{2\Delta t} \right) p_{n-1,m} \\
&+ A_x \frac{x_{n+1,m} - 2x_{n,m} + x_{n-1,m}}{\Delta t^2}
\end{aligned} \tag{4.1.24}$$

Crossflow방향에 대한 식도 같은 방법으로 $y_{n+1,m}$, $q_{n+1,m}$ 에 관해 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\gamma}{2\mu\Delta t} \right) y_{n+1,m} \\
&= \left(\frac{2}{\Delta t^2} - \frac{2c^2}{\Delta z^2} - \frac{6b^2}{\Delta z^4} \right) y_{n,m} + \left(\frac{\gamma}{2\mu\Delta t} - \frac{1}{\Delta t^2} \right) y_{n-1,m} \\
&+ \left(\frac{c^2}{\Delta z^2} + \frac{4b^2}{\Delta z^4} \right) (y_{n,m+1} + y_{n,m-1}) \\
&- \left(\frac{4b^2}{\Delta z^4} \right) (y_{n,m+2} + y_{n,m-2}) + \frac{C_{VY}(n,m)}{2\pi^3 S t^2 (m^* + C_a)}
\end{aligned} \tag{4.1.25}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\varepsilon_y(p_{n,m}^2 - 1)}{2\Delta t} \right] q_{n+1,m} \\
&= \left(\frac{2}{\Delta t^2} - 1 \right) q_{n,m} - \frac{1}{\Delta t^2} q_{n-1,m} \\
&+ \left(\frac{\varepsilon_y(q_{n,m}^2 - 1)}{2\Delta t} \right) q_{n-1,m} + A_y \ddot{y}
\end{aligned} \tag{4.1.26}$$

위 식들을 이용하여 그림29와 같이 전 Time Step의 변위를 알면 다음 Time Step의 변위를 구할 수 있다. 그림28과 같은 경계조건을 초기조

건으로 Time Step별로 수중 라이저의 변위를 구할 수 있다. 한가지 특이한 점은 $x_{n,1}$ 과 $x_{n,M-1}$ 을 구하기 위해선 $x_{n-1,-1}$ 과 $x_{n-1,M+1}$ 의 값이 필요한데 이는 식(4.1.18)과 식(4.1.19)을 이용하여 $-x_{n-1,1}$ 와 $-x_{n-1,M+1}$ 값으로 대체하여 사용할 수 있다. 같은 방법으로 Single Van der Pol을 와류방정식으로 사용하는 Wake Oscillator Model도 구현 가능하다.

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\varepsilon_y(p_{n,m}^2 - 1)}{2\Delta t} \right] q_{n+1,m} \\
 & = \left(\frac{2}{\Delta t^2} - 1 + k \frac{\ddot{x}}{(1 + \dot{x}^2)} \right) q_{n,m} - \frac{1}{\Delta t^2} q_{n-1,m} \quad (2.3.12) \\
 & + \left(\frac{\varepsilon_y(q_{n,m}^2 - 1)}{2\Delta t} \right) q_{n-1,m} + A_y \ddot{y}
 \end{aligned}$$

수치해석 조건은 표 3 과 같다. 여기서 Strouhal 수 (St)는 그림 30 과 같이 해석범위인 레이놀즈 수 $Re = 10^4 \sim 10^5$ 범위내에서 0.18 인 것이 확인되었다. 이와 같은 해석을 통해 다음 4.2 장에서 Discrete Van der Pol 식과 Single Van er Pol 식의 해석 결과 차이에 대해 살펴볼 것이다.

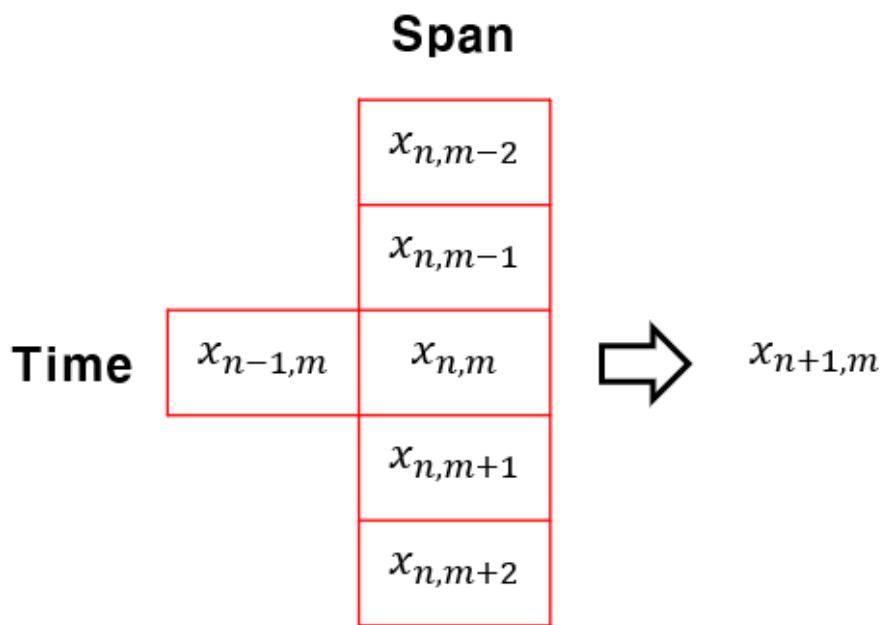


Figure 25 수중 라이저의 Time Step별 수치해석

Total Time (T)	500
Time Step (Δt)	0.001
Num. of Node	250
Amplitude of Lift Coefficient (C_{L0})	0.3
Mean Drag Coefficient (C_{DM})	1.2
Fluctuating Drag Coefficient (C_{D0})	0.2
Strouhal Number (St)	0.18
Stall Parameter (γ)	0.8
Tunning Parameter (ϵ)	0.02
Tunning Parameter (κ)	7.5
Tunning Parameter (A)	20

Table 5 수중라이저의 해석 조건

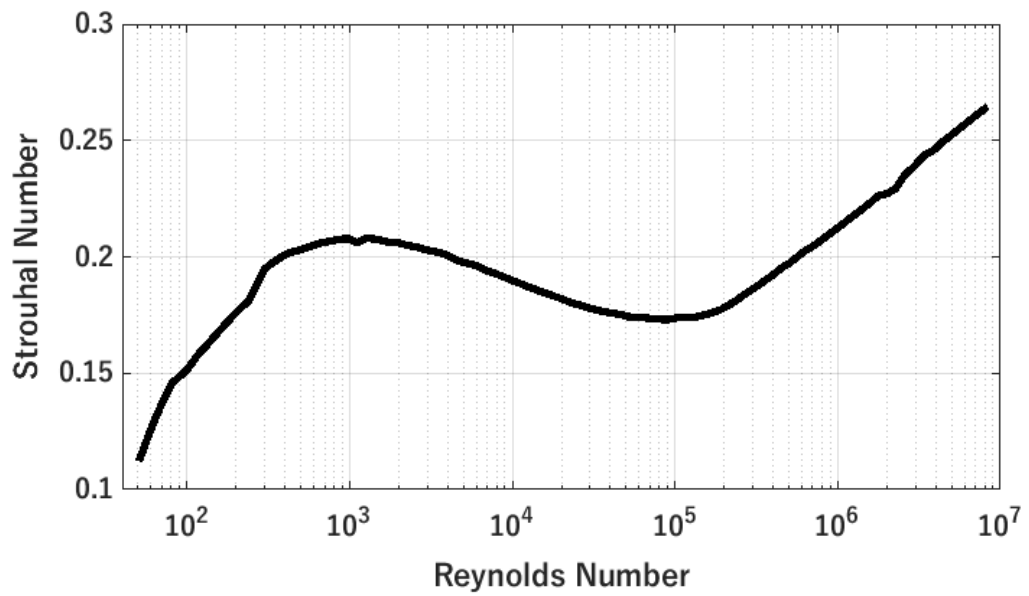


Figure 26 레이놀즈 수에 따른 원형 실린더 Strouhal 수

4.2 수중 라이저 Span별 RMS 변위 해석

Discrete Van er Pol 및 Single Van der Pol 수중 라이저의 Span별 RMS 변위에 대한 해석결과는 그림31에 나와있다. 실험값은 앞과 같이 Trim(2005)의 실험값을 사용하였다. Discrete Van der Pol식에 대한 해석결과를 보면 실험값과 주요 모드가 3차인 것은 일치한다. 하지만, 실험값은 다른 모드들도 합쳐져 RMS 변위의 비대칭성이 나타나는 반면 Discrete Van der Pol 해석값은 오직 3차 모드만 구현이 되어 RMS 변위의 비대칭성이 나타나지 않는 모습을 보인다.

더 많은 예시를 보기 위해 Song (2011)의 실험값으로 유속별로 Discrete Van der Pol과 Single Van der Pol 해석결과를 비교해 보았다. 그림32, 그림33, 그림34는 각각 유속이 0.18m/s, 0.24m/s, 0.48m/s일 때 실험값과 해석값을 비교하였다. 먼저 유속이 1.8m/s일 때 최대 RMS 변위는 크게 차이가 없지만 Span 중앙에서 극소 RMS 변위값을 확인해 보면, Discrete Van der Pol식은 하나의 모드가 주도적으로 나타나므로 극소값이 0에 가깝게 나오는 반면, Single Van der Pol 해석은 여러 Mode의 중첩으로 인해 극소값이 실험값과 비슷한 값으로 나오는 것을 확인할 수 있다. 유속이 0.24m/s인 경우 실험값은 RMS 변위의 비대칭성이 크게 나타나는 반면, Discrete Van der Pol은 RMS 변위가 대칭적으로 나타나는 것을 확인할 수 있다. Single Van der Pol식의 해석결과는 실험값과 비슷하게 RMS 변위의 비대칭성이 잘 구현됨을 확인할 수 있

다. 유속이 0.48m/s인 경우도 Single Van der Pol식의 RMS 변위는 극대 극소값의 차이가 크게 나지 않아 실험값과 같이 여러 Mode가 중첩되어 구현된 것을 확인할 수 있다. 이를 통해 Single Van der Pol을 이용한 와류기인진동 구현이 변위관점에서 Discrete Van der Pol 식보다 더 유리한 것을 확인할 수 있다.

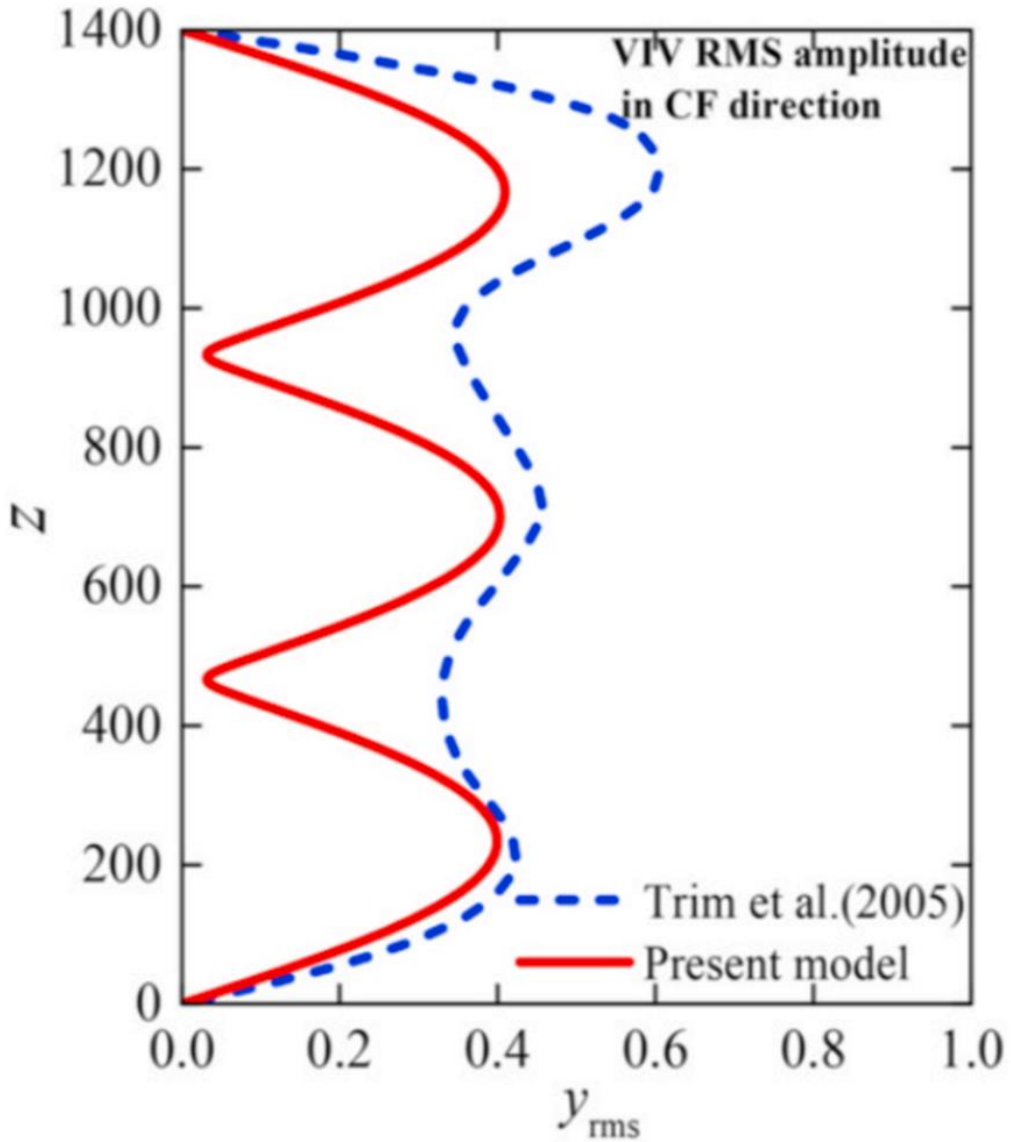


Figure 27 Discrete Van der Pol 식의 RMS변위 (Gao,2021)

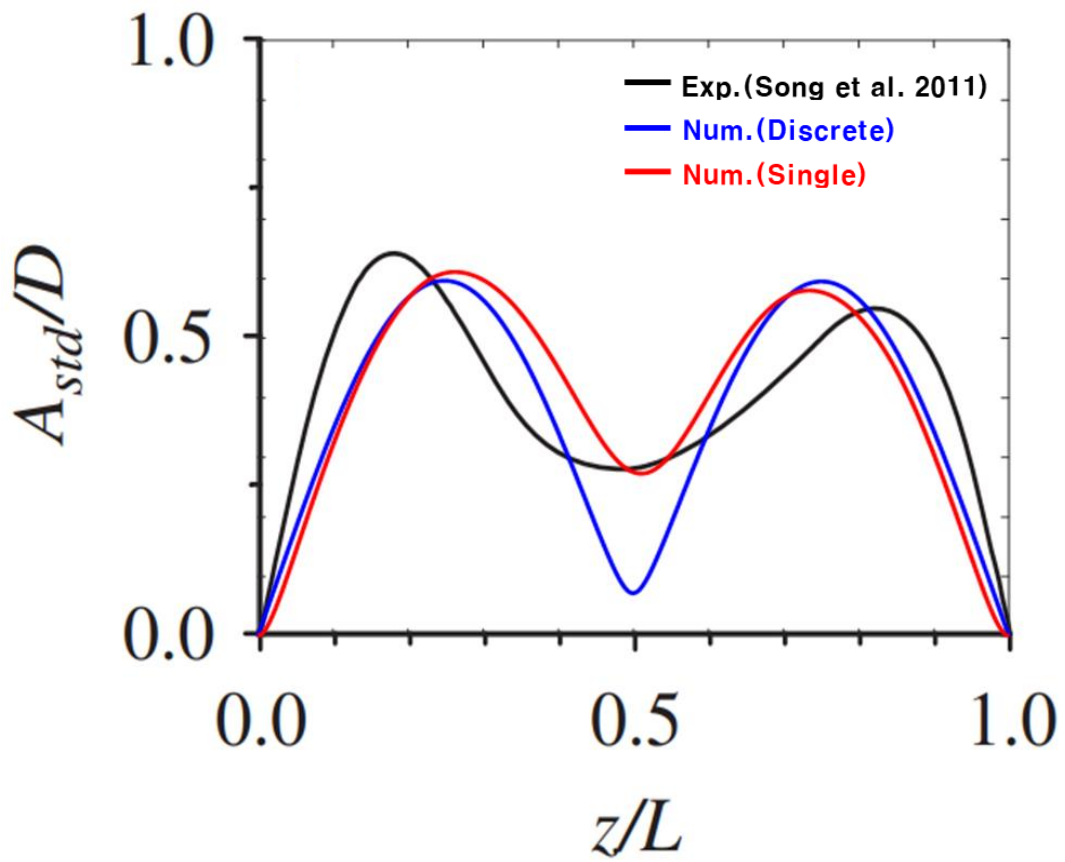


Figure 28 Discrete/Single Van der Pol 식의 RMS변위 차이 (0.18m/s)

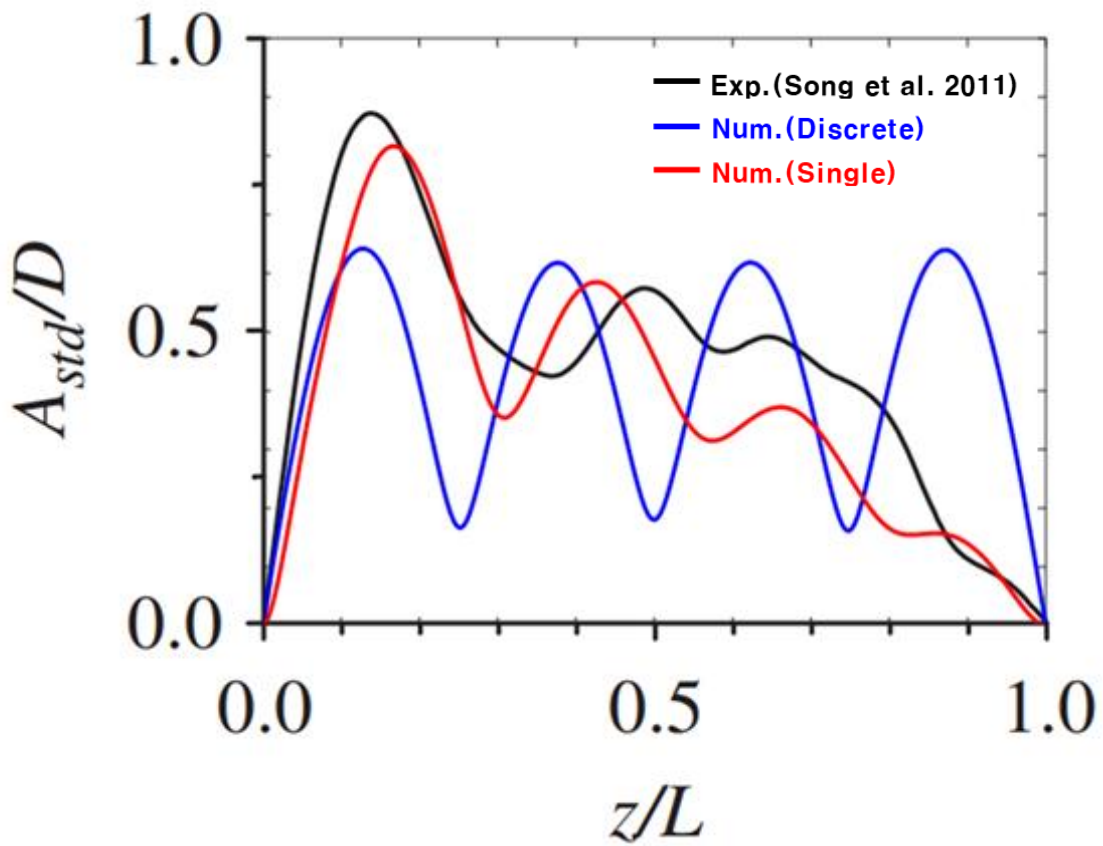


Figure 29 Discrete/Single Van der Pol 식의 RMS변위 차이(0.24m/s)

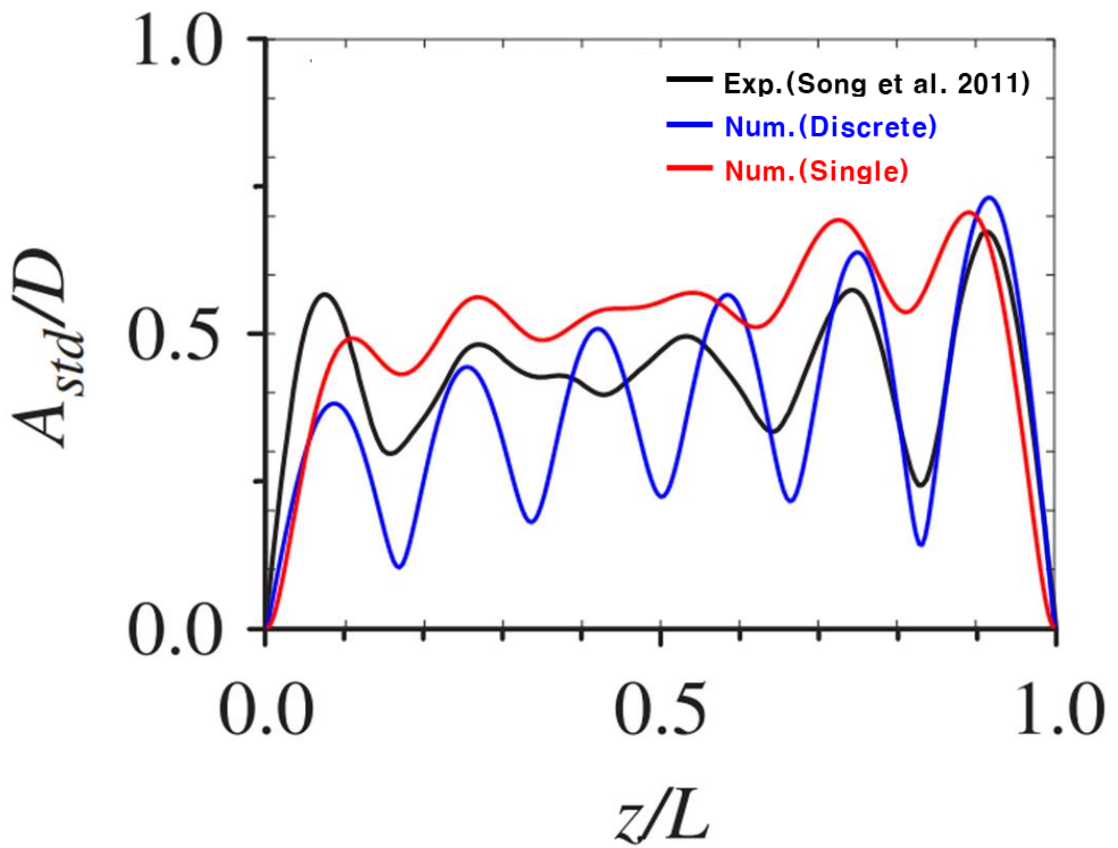


Figure 30 Discrete/Single Van der Pol 식의 RMS변위 차이(0.48m/s)

4.3 수중 라이저 광대역 주파수 해석

변위 관점에서 Discrete Van der Pol식보다 Single Van der Pol 식이 더 유리한 것을 확인하였다. 다음은 진동수 관점에서 실험값과 해석값을 비교한다. 먼저 모드 및 진동수별 진폭 값을 구하기 위해 그림 35과 같이 해석값을 시간별 Span에 대한 모드분석을 한 뒤, 다시 시간에 대한 FFT를 해준다. 이를 통해 각 모드별로 진동수의 진폭성분을 한 눈에 볼 수 있다. 유속 0.6m/s에서 주요 모드의 진동수 별 진폭성분에 대해 실험값(Song,2011)과 Single Van der Pol 식을 비교하여 그림36에 나타냈다. 실험값은 진폭성분이 여러 진동수에 걸쳐 나타나는 반면, 해석값은 주요 진동수에만 집중적으로 진폭성분이 나타남을 확인할 수 있다. 이는 진동수 관점에서 실험값과 일치하지 않으므로 실험값처럼 광대역 주파수 성분을 구현할 필요가 있다. 광대역 주파수를 구현하기 위해 Van der Pol 식의 진동수항을 상수에서 변수로 변경하였다. 기존 진동수항은 식(4.3.1)과 같다.

$$\omega_s = 2\pi \frac{st.V}{D} \quad (4.3.1)$$

여기서 V 는 자유유동속력으로 기존의 ω_s 는 시간과 관계없는 상수이므로 이를 식(4.3.2)와 같이 변형하였다.

$$\omega'_s = 2\pi \frac{st.U}{D} \quad (4.3.2)$$

$$U = \sqrt{(V - \dot{x})^2 + (\dot{y})^2}$$

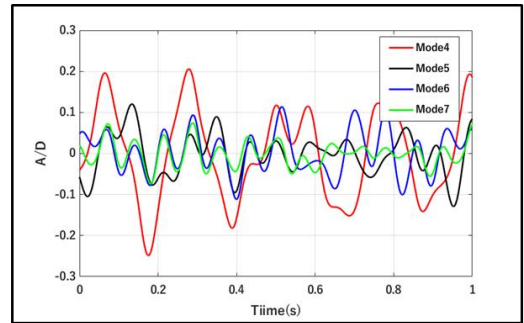
U 는 구조-자유유동간의 상대속도로 시간에 따라 변화하는 변수이다. 그렇기 때문에 ω'_s 또한 시간에 따라 변화하는 변수가 되며, 이로 인해 광대역 주파수 성분의 진폭을 구현할 수 있다. 이를 광대역주파수 Van der Pol식, Broadband; BF Van der Pol 식이라고 한다. 무차원화 BF Van der Pol 식에 대해선 식(4.3.3)에 정리하였다.

$$\ddot{q} + \varepsilon \left(\frac{\omega'_s}{\omega_s} \right) (q^2 - 1) \dot{q} + \left(\frac{\omega'_s}{\omega_s} \right)^2 \left(1 - k \frac{\ddot{x}}{(1 + \ddot{x}^2)} \right) q = A \ddot{y} \quad (4.3.3)$$

그림38부터 그림43까지 대상 유속에 따른 BF Van der Pol 식과 Single Van der Pol 식에 대한 Crossflow 방향과 Inline 방향 주파수별 진폭 성분 비교를 나타내었다. 유속이 낮은 상황에서는 BF Van der Pol과 Single Van der Pol식은 크게 차이가 없지만 유속이 커질수록 실험값의 광대역 주파수 성분이 나타날 때, Single Van der Pol 식은 광대역 주파수 성분을 구현하지 못하는 반면, BF Van der Pol 식은 광대역 주파수 성분이 잘 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이를 통해 유속이 커질수록 BF Van der Pol 식이 수증 라이저의 와류기인진동을 구현하는데 더 유리함을 알 수 있다.

		Time			
Span	$x_{0,0}$	$x_{1,0}$	$x_{2,0}$		$x_{N,0}$
	$x_{0,1}$	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$...	$x_{N,1}$
	$x_{0,2}$	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$		$x_{N,2}$
		⋮			⋮
	$x_{0,M}$	$x_{1,M}$	$x_{2,M}$...	$x_{N,M}$

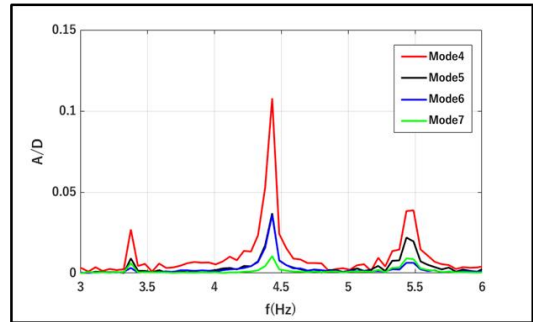
Span별
모드 분석



시간에 따른 Span Mode 성분



시간에 대한
FFT



Span Mode 별 진동수 성분

Figure 31 Span에 따른 모드의 진폭별 진동수 성분 정리

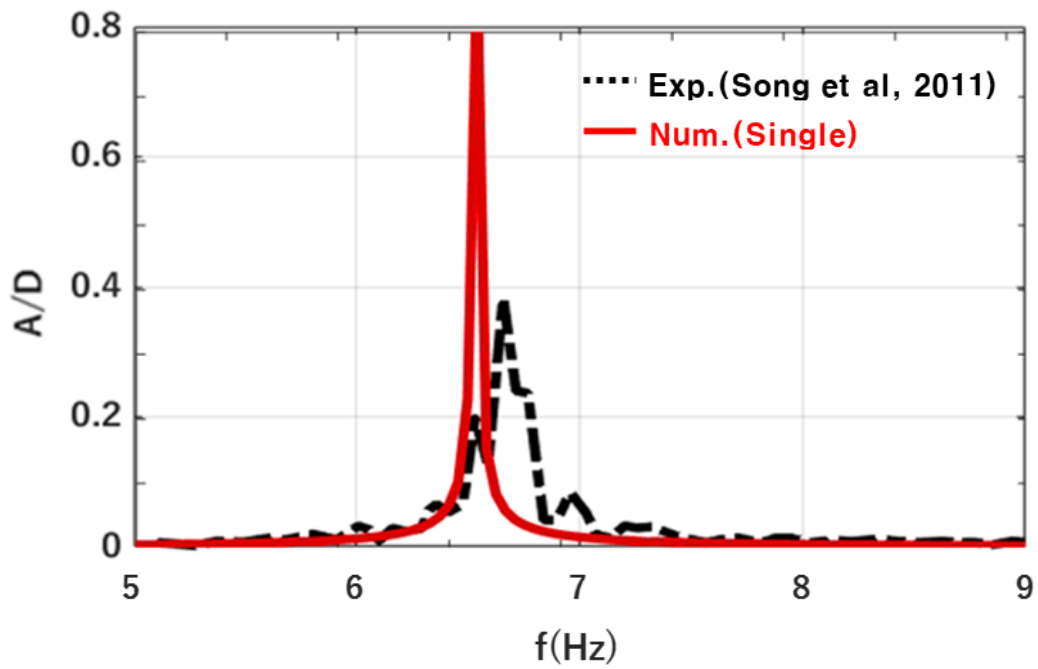


Figure 32 실험값과 Single Van der Pol식의 광대역 주파수 진폭 성분 비교

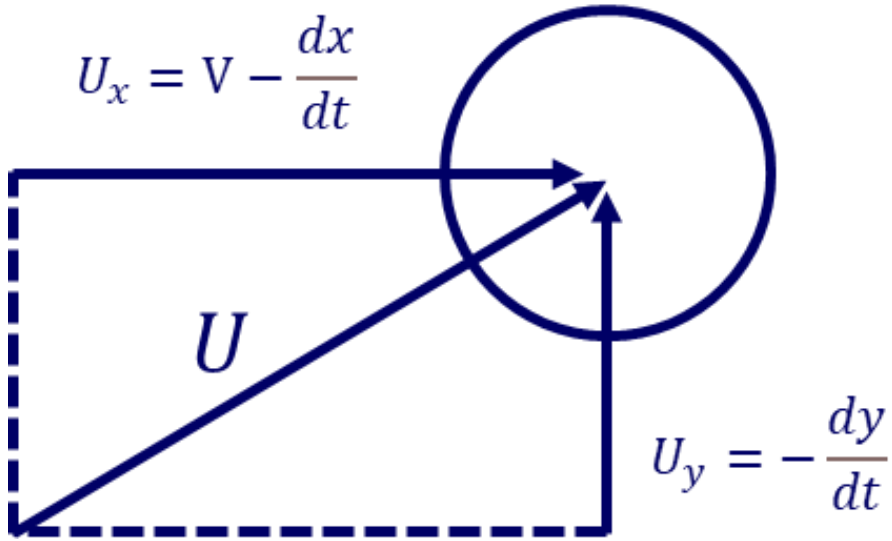


Figure 33 자유유동과 수중 레이저의 상대속도

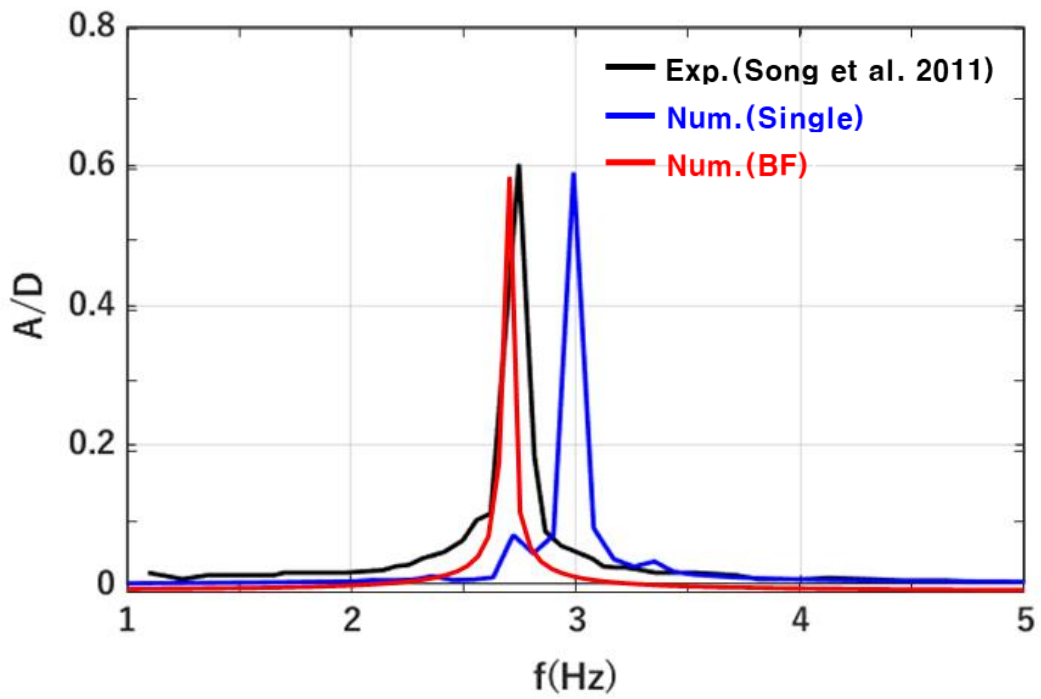


Figure 34 Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교(0.24m/s, CF)

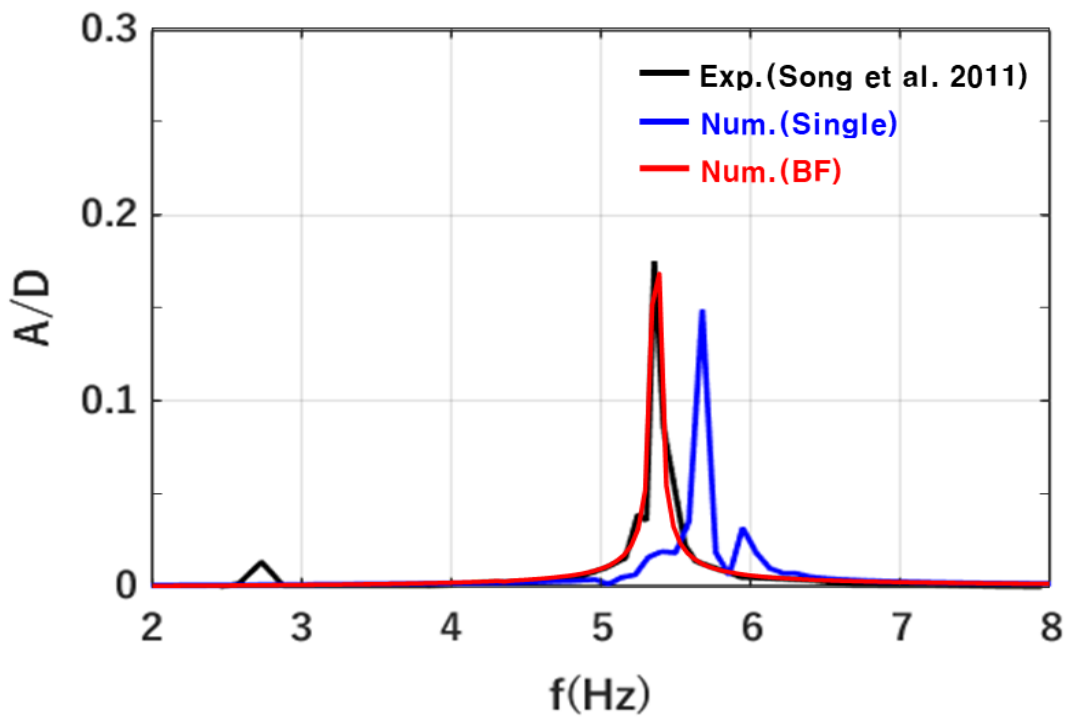


Figure 35 Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교(0.24m/s, IL)

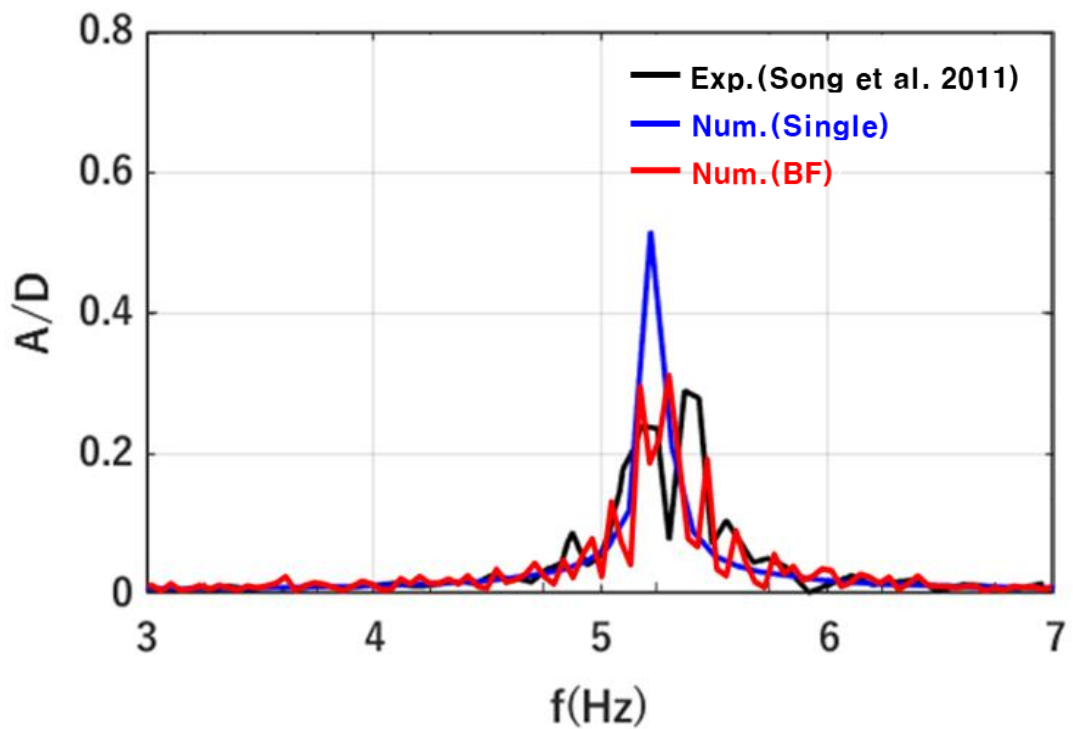


Figure 36 Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교(0.48m/s, CF)

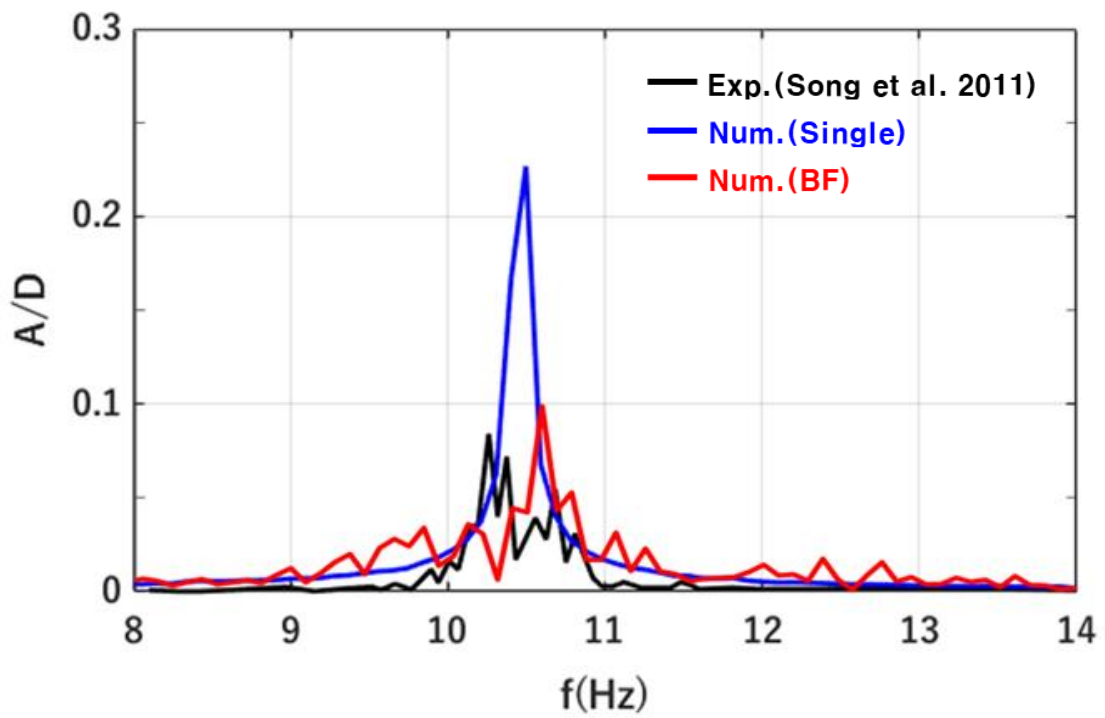


Figure 37 Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교(0.48m/s, IL)

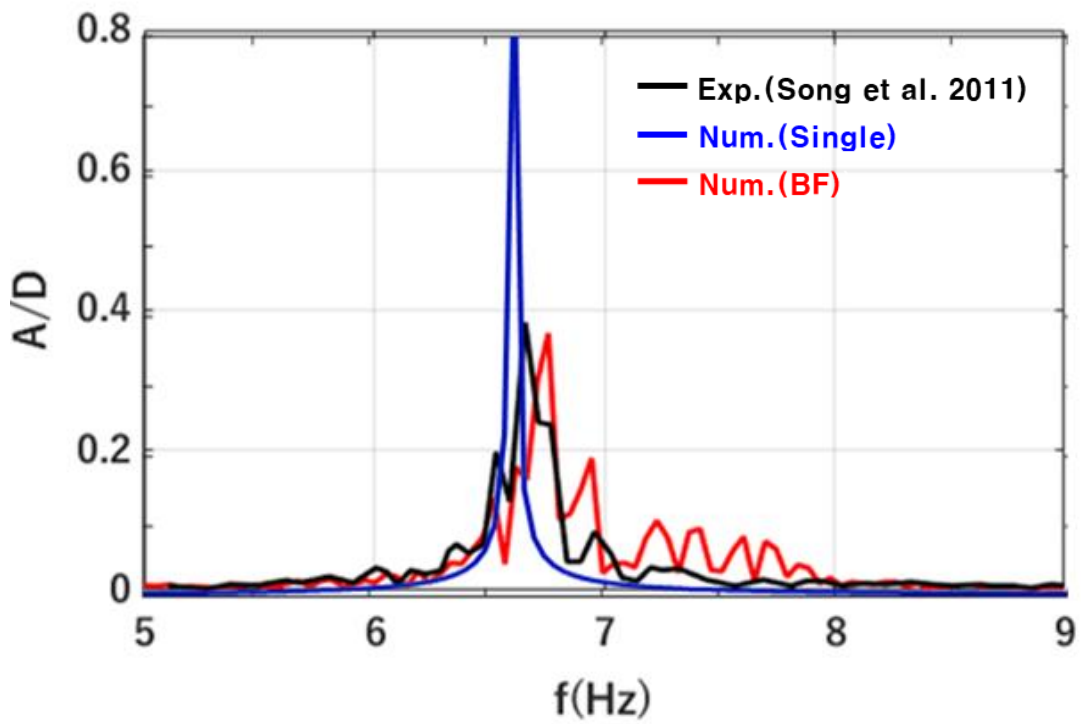


Figure 38 Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교(0.6m/s, CF)

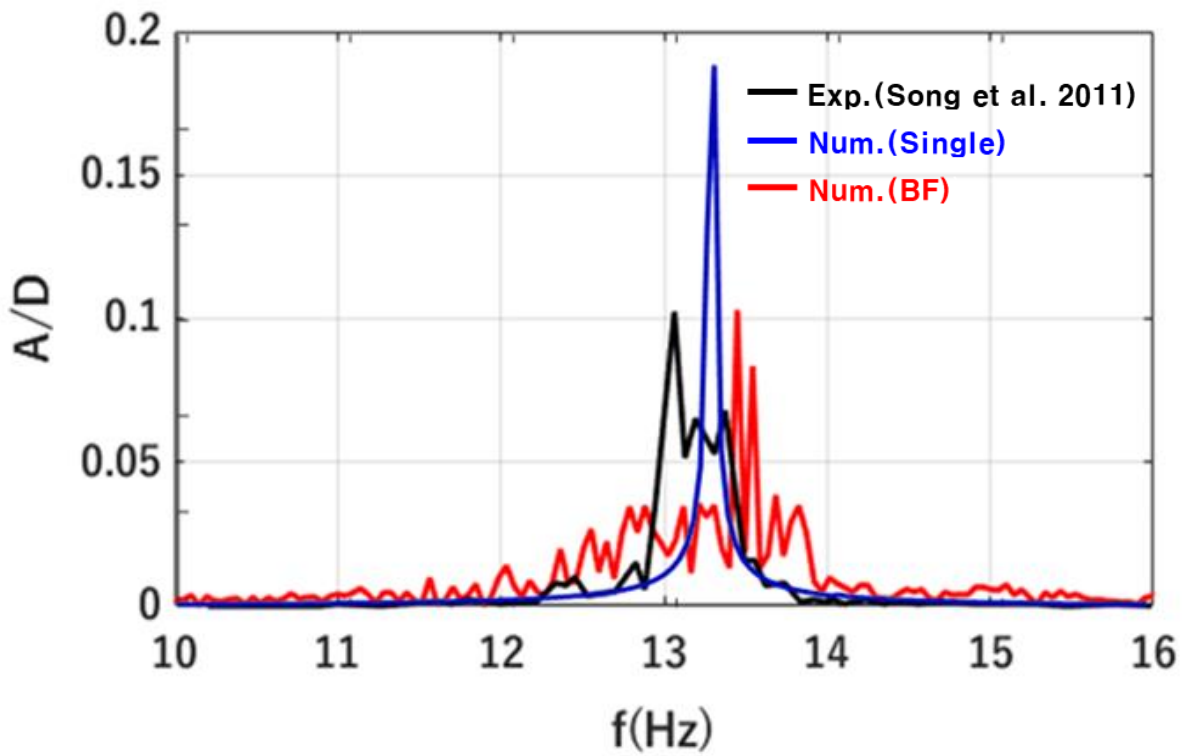


Figure 39 Single/BF Van der Pol식의 광대역 주파수 성분 비교(0.6m/s, IL)

4.4 수중 라이저 진폭 및 주파수 선행실험검증

앞서 설명한 BF Van der Pol식을 이용하여 유속별 RMS 변위의 평균과 주요 진동수에 대한 해석값을 Trim(2005) 실험값과 비교하여 나타내었다. 변위와 진동수 관점에서 모두 실험값과 잘 일치함을 확인하였다. 이를 통해 수중 라이저 와류기인진동 해석에 BF Van der Pol식 사용이 타당함을 확인할 수 있다.

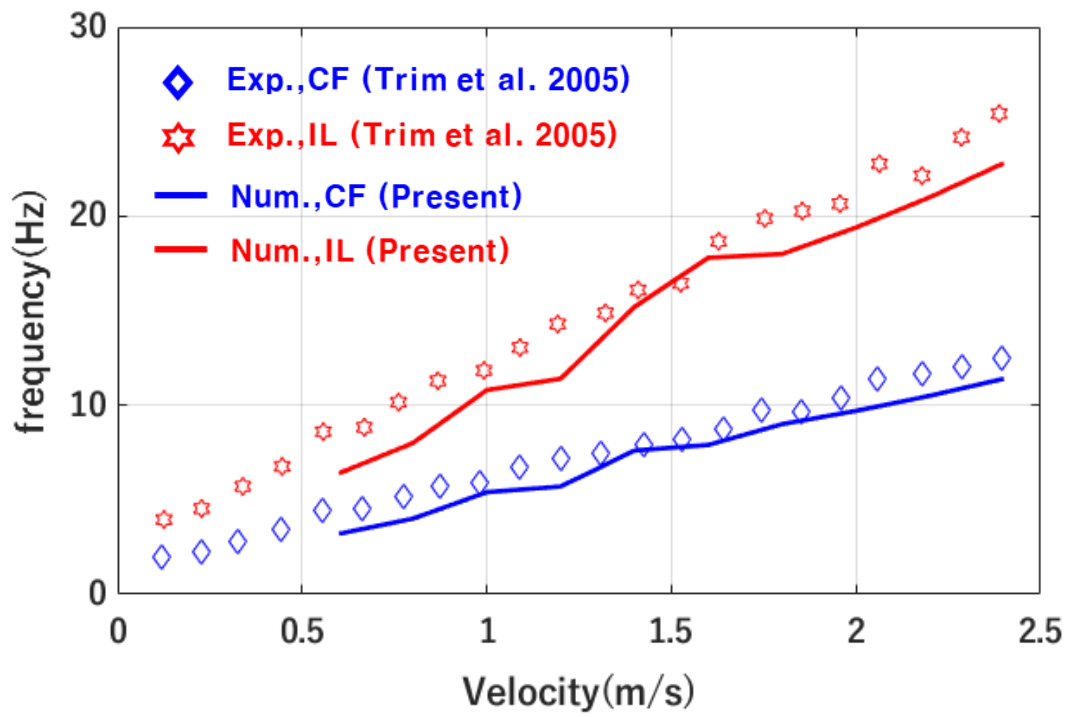


Figure 40 유속별 BF Van der Pol식의 진동수 실험값 비교

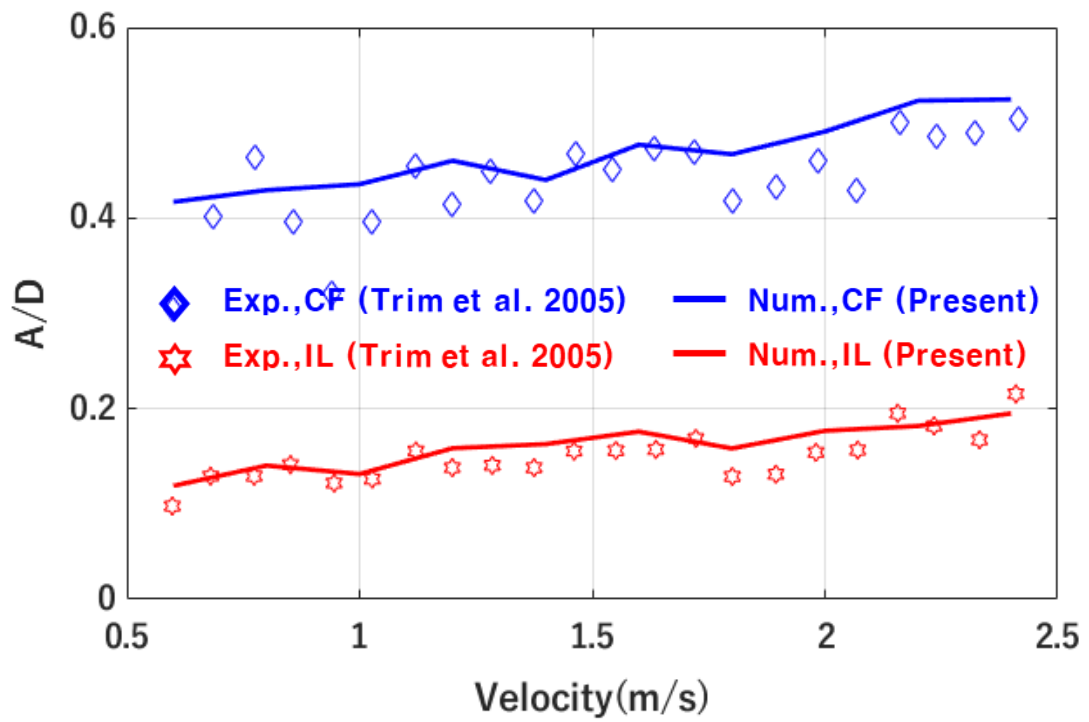


Figure 41 유속별 BF Van der Pol식의 RMS평균 실험값 비교

5. 수중 라이저 구조피로도 해석

5.1 유속별 수중 라이저 Span별 구조피로도 해석

유속별 수중 라이저의 Span 별 진폭 및 진동수 값을 이용하여 유속별 수중 라이저 Span 별 구조피로도 및 피로수명을 예측할 수 있다. 그림 46 과 같이 수중 라이저 단면 중 안쪽면과 바깥쪽면 각각 두곳에서 Span 별 구조피로도를 측정하였고, 3 장에서 설명하였던 Miner Rule 에 각각 폰 미세스 응력과 Rainflow Counting 을 이용한 반복횟수를 대입하여 구한 연간피로도를 그림 47 에 나타내었다. 먼저 전체적으로 해석값과 실험값이 일치하는 것을 확인할 수 있다. 유속이 작을 경우 Single Van der Pol 식과 BF Van der Pol 식을 이용한 연간 구조피로도는 크게 차이가 없다. 하지만, 유속이 커질수록 둘사이의 연간 구조피로도의 차이가 벌어지고 BF Van der Pol 식이 실험값과 더 잘 일치함을 확인할 수 있다. 정리하면 유속이 작을 땐 Single Van der Pol 식과 BF Van der Pol 식의 구조피로도 예측의 차이가 없지만 광대역 주파수가 나타나는 고유속 상황에서는 이를 구현할 수 있는 BF Van der Pol 식이 기존 Single Van der Pol 식보다 구조피로도 예측 관점에서 더 유리하고 할 수 있다.

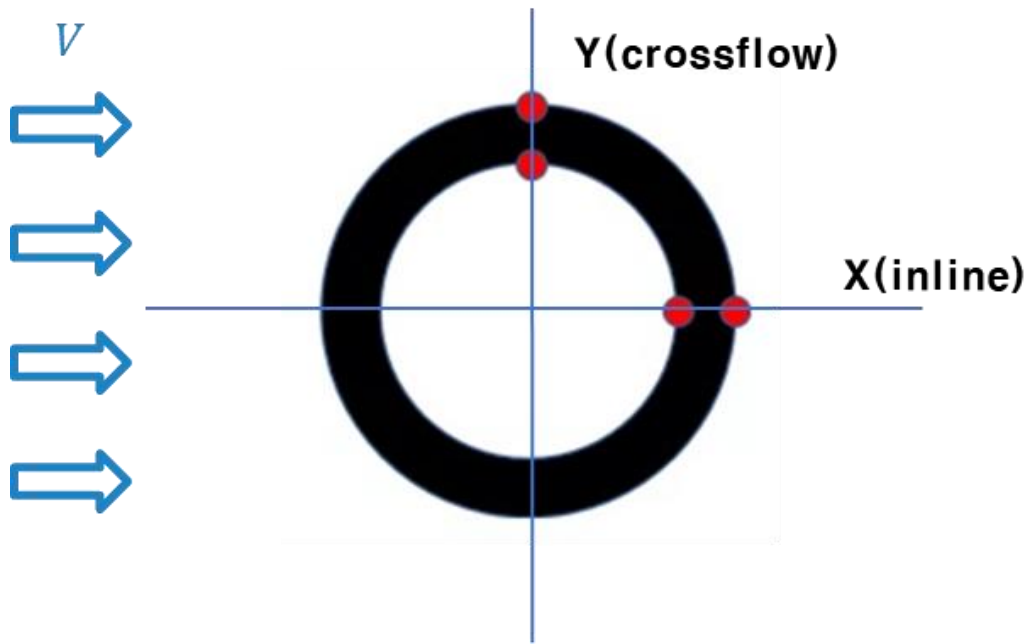


Figure 42 수중라이저 단면 구조피로도 해석지점

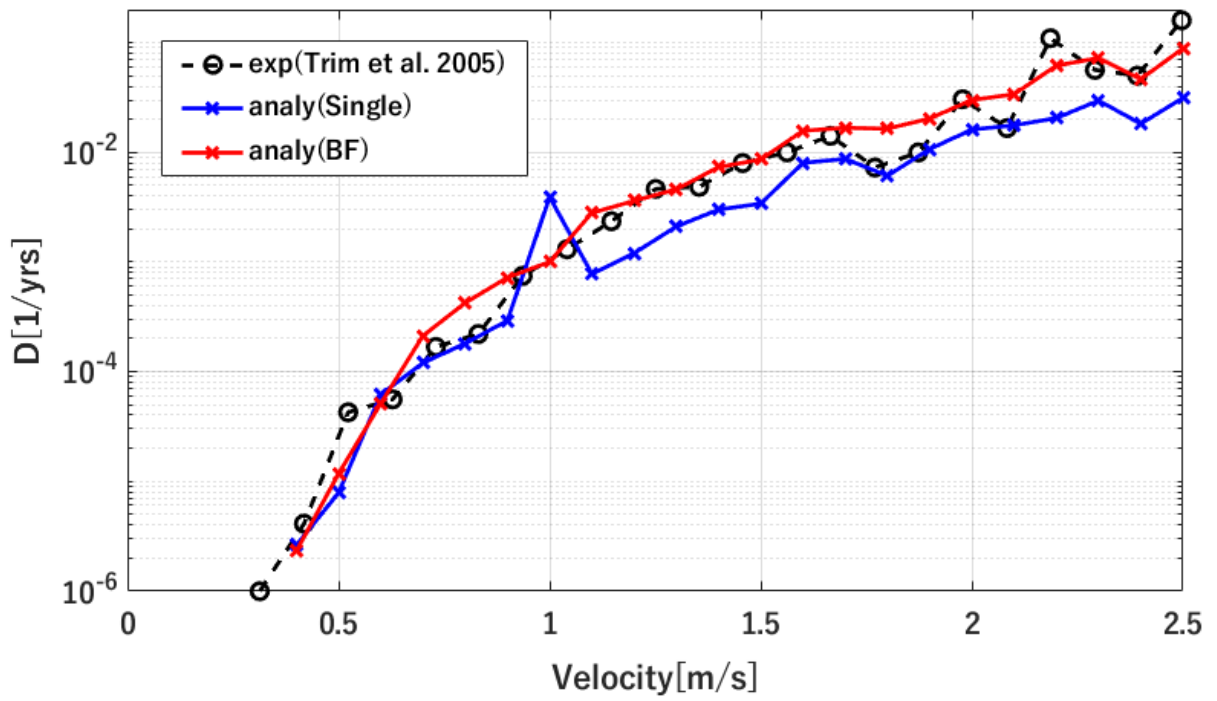


Figure 43 유속에 따른 Single/BF Van der Pol식 연간 구조피로도

5.2 유속별 수중 라이저 피로파괴부위 예측

4 장에서의 수중 실린더 와류기인진동 해석을 전체 Span 에 대해 시행하였기 때문에 수중 라이저의 일부분의 계측을 통해 피로수명 예측을 한 선행연구와는 달리 전체 Span 에 대한 구조피로도를 측정할 수 있다. 따라서 전체 수중 라이저 Span 에 대해 피로파괴부위가 일어날 가능성이 높은 부위를 예측할 수 있다. 그림 48 에 유속에 따른 수중 라이저의 피로파괴 예측부위를 나타내었다. Span RMS 변위와 마찬가지로 여러 모드의 중첩으로 인해 피로파괴 예측 부위가 수중 라이저의 끝에 몰려 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 수중라이저의 끝에서는 여러가지 모드들이 보강간섭을 일으켜 RMS 변위가 크게 나오는 반면, 수중 라이저의 중앙지점에는 여러 모드들이 상쇄간섭을 일으켜 상대적으로 RMS 변위가 작게 나오기 때문이다. 이를 통해 수중 라이저의 물성치가 바뀌는 지점이나, 해저면이 닿거나 선박에 연결되는 부위 등 경계조건이 바뀌는 지점에서 피로파괴가 많이 일어남을 예측할 수 있고 실제로 수중 라이저에서 가장 피로파괴가 많이 일어나는 부위도 연결부위나 해저면 근처이다. 이를 통해 수중 라이저의 피로파괴 부위지점 및 파로수명을 예측할 수 있어 그에 따른 대책을 준비할 수 있다.

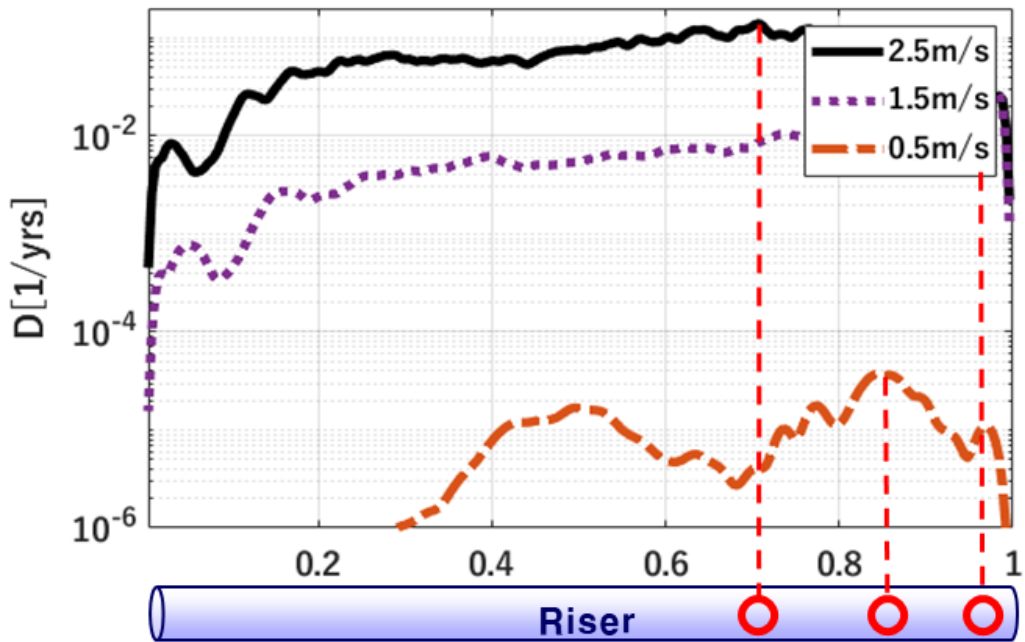


Figure 44 수중 실린더 피로파괴 예측부위

5.3 실제 스케일 수중 라이저 피로파괴 해석

지금까지의 수중 라이저 와류기인진동 실험 및 해석은 통제된 환경에서 시행된 모형 실험이기 때문에 실제 수중 라이저의 물성치와 다른 부분이 있다. 가장 대표적인 차이점이 레이놀즈 수의 차이이다. 그림 49 에 실제 해역의 깊이에 따른 해류 속력에 대해 나타나있다. 해류의 속력 범위는 0m/s~2.5m/s로 실험환경과 크게 차이가 없음을 알 수 있다. 그렇지만 직경차이가 약 10 배정도 차이가 나기 때문에 와류방정식이 적용되는 레이놀즈수의 범위가 다르다. 표 6 에 정리된 것처럼 실험환경에서는 레이놀즈수가 약 10^5 크기의 스케일, 실제 수중라이저는 10^6 크기의 스케일을 가지게 된다. 하지만 표 5 에 정리된 것처럼 와류방정식에 쓰이는 튜닝 매개변수는 모형 수중 라이저의 레이놀즈 수 범위 0~ 10^5 에서 변화가 없음을 확인하였다. 그렇기 때문에 실제 라이저 레이놀즈 수 10^6 스케일에서도 튜닝 매개변수는 크게 차이가 없음을 예상할 수 있다. 같은 튜닝 매개변수로 실제 라이저 스케일에 대해 구조피로도를 해석한 결과 Kim(2018)과 마찬가지로 구조피로도가 V^4 에 비례함을 확인하였다. 해저면과의 접지력, 파도, 선박으로부터의 장력 등 다른 추가적인 외력이 주어질 시 실제 스케일 라이저의 피로수명 및 피로파괴 부위 예측이 가능하다고 할 수 있다.

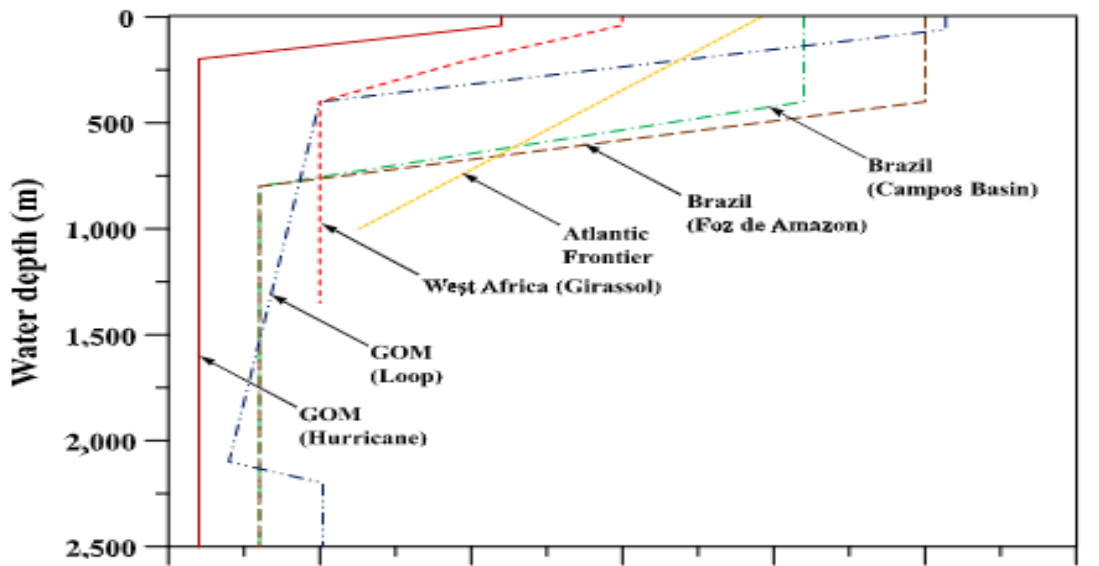


Figure 45 깊이에 따른 해역의 해류속력 (Kim, 2018)

Table 6 모형 및 실제 스케일 라이저 물성치

	유속[m/s]	직경[mm]	레이놀즈 수
모형	0~2.5	15~25	$\sim 10^5$
실제	0~2.5	150~280	$\sim 10^6$

6. 결 론

본 논문에서는 수중 라이저의 피로수명 예측을 위해 광대역 주파수 진폭 성분을 고려한 Broadband(BF) Van der Pol 와류방정식을 개발하였다. 그리고 개발한 BF Van der Pol 식을 이용하여 수중 라이저 피로수명 예측 기법을 개발하였다. 수행된 연구로부터 본 논문의 결론은 다음과 같이 정리하였다.

- (1) 기존 2DOF 유연 실린더의 와류기인진동을 구현할 때 Discrete Van der Pol 식을 사용하였다. 하지만 본 논문에서는 Single Van der Pol 식 적용을 통하여 수중 라이저 Span 에 따른 RMS 변위 비대칭성을 구현하였고 이를 통해 와류기인진동의 진폭 예측을 개선하였다.
- (2) 높은 유속 상황에서의 와류기인진동의 광대역 주파수 성분을 구현하기 위해 Single Van der Pol 식의 진동수 항을 변수로 바꾼 BF Van der Pol 식 개발을 통해 광대역주파수 성분을 구현하였다. 광대역 주파수 성분 구현을 통해 와류기인진동의 진동수 예측을 개선하였다.
- (3) 와류기인진동의 진동수 및 진폭 예측 개선을 통해 수중 라이저 피로수명 및 피로파괴 부위의 예측이 개선되었다. 특히 높은

유속 상황에서의 피로수명 예측이 개선되어 높은 유속 상황에서는 광대역주파수를 고려하는 것이 피로수명 예측이 유리함을 밝혔다.

본 논문의 한계점 및 향후 추가 연구는 다음과 같다.

- (1) 본 논문은 균일류 내 수중 라이저의 와류기인진동에 대해 해석하였다. 하지만 실제 해류는 그림 49 와 같이 균일류 뿐만 아니라 전단유동 (Shear flow) 구간 또한 존재한다. 따라서 전단유동 내 수중 라이저의 와류기인진동에 대한 추가 연구가 필요하다.
- (2) 본 논문은 수중 라이저에 아무런 추가 구조물이 없는 Bare 수중 라이저의 와류기인진동에 대해 해석하였다. 하지만 실제론 와류기인진동 감소를 위해 Strake 등 추가 구조물이 부착된다. 따라서 추가 구조물에 따른 와류기인진동 변화에 대한 추가 연구가 필요하다.
- (3) 본 논문은 오직 와류기인진동에 의한 구조피로도를 해석하였다. 하지만 실제 수중 라이저는 와류기인진동 응답 뿐만 아니라 파도, 조류, 해저면으로 인한 추가 외력을 받는다. 따라서 추가 외력에 대한 구조피로도의 변화에 대한 추가 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

Baarholm, G. S., Larsen, C. M., & Lie, H. (2006). On fatigue damage accumulation from in-line and cross-flow vortex-induced vibrations on risers. *Journal of Fluids and Structures*, 22(1), 109–127.

McNeill, S., Agarwal, P., Kluk, D., Bhalla, K., Young, R., Burman, S., ... & Denison, S. E. (2014, May). Subsea wellhead and riser fatigue monitoring in a strong surface and submerged current environment. In *Offshore Technology Conference*. OnePetro.

Devaney, R. J., O'Donoghue, P. E., & Leen, S. B. (2018). Experimental characterisation and computational modelling for cyclic elastic-plastic constitutive behaviour and fatigue damage of X100Q for steel catenary risers. *International Journal of Fatigue*, 116, 366–378.

Yu, J., Wang, F., Yu, Y., Liu, X., Liu, P., & Su, Y. (2022). Test System Development and Experimental Study on the Fatigue of a Full-Scale Steel Catenary Riser. *Journal of Marine Science and Engineering*, 10(9), 1325.

Postnikov, A., Pavlovskaja, E., & Wiercigroch, M. (2017). 2DOF CFD calibrated wake oscillator model to investigate vortex-induced vibrations. *International Journal of Mechanical Sciences*, 127, 176–190.

Jin, G., Zong, Z., Sun, Z., Zou, L., & Wang, H. (2023). Numerical analysis of vortex-induced vibration on a flexible cantilever riser for deep-sea mining system. *Marine Structures*, 87, 103334.

Kim, D. K., Incecik, A., Choi, H. S., Wong, E. W. C., Yu, S. Y., & Park, K. S. (2018). A simplified method to predict fatigue damage of offshore riser subjected to vortex-induced vibration by adopting current index concept. *Ocean Engineering*, 157, 401–411.

Chang, Y., Wu, X., Zhang, C., Chen, G., Liu, X., Li, J., ... & Xu, L. (2019). Dynamic Bayesian networks based approach for risk analysis of subsea wellhead fatigue failure during service life. *Reliability Engineering & System Safety*, *188*, 454–462.

Sivaprasad, H., Lekkala, M. R., Latheef, M., Seo, J., Yoo, K., & Jin, C. (2023). Fatigue damage prediction of top tensioned riser subjected to vortex-induced vibrations using artificial neural networks. *Ocean Engineering*, *268*, 113393.

Facchinetti, M. L., De Langre, E., & Biolley, F. (2004). Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, *19*(2), 123–140.

De Langre, E. (2006). Frequency lock-in is caused by coupled-mode flutter. *Journal of fluids and structures*, *22*(6–7), 783–791.

Ogink, R. H. M., & Metrikine, A. V. (2010). A wake oscillator with frequency dependent coupling for the modeling of vortex-induced vibration. *Journal of sound and vibration*, *329*(26), 5452–5473.

Qu, Y., & Metrikine, A. V. (2020). A single van der pol wake oscillator model for coupled cross-flow and in-line vortex-induced vibrations. *Ocean Engineering*, *196*, 106732.

Birkhoff, G. (1953). Formation of vortex streets. *Journal of Applied Physics*, *24*(1), 98–103.

Wang, L., Jiang, T. L., Dai, H. L., & Ni, Q. (2018). Three-dimensional vortex-induced vibrations of supported pipes conveying fluid based on wake oscillator models. *Journal of Sound and Vibration*, *422*, 590–612.

Xu, W., Zhang, Q., Yu, Y., Lai, J., & Chang, Y. (2020). Fluid-structure interactions (FSI) behaviour of two unequal-diameter flexible cylinders in tandem configuration. *Ocean Engineering*, *218*, 108148.

Gao, Y., Jiang, Z., Ma, L., Fu, S., He, G., & Shi, C. (2022). Numerical study of vortex-induced vibrations of a circular cylinder at different incidence angles. *Ocean Engineering*, 259, 111858.

Zhu, W., Zhang, Y., Zhang, H., & Di, Q. (2022). Lock-in in the vortex-induced vibrations of a long tensioned riser in internal fluid flow and external uniform and shear flows: A prediction based on models. *Journal of Sound and Vibration*, 530, 116970.

Newman, J. N. (1977). The motions of a floating slender torus. *Journal of Fluid Mechanics*, 83(4), 721–735.

Bishop, R. E. D., & Hassan, A. Y. (1964). The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 277(1368), 51–75.

Almog, J. (2010). *Stability analysis of dynamic nonlinear systems by means of Lyapunov matrix-valued functions* (Doctoral dissertation).

Sonsino, C. M. (2007). Course of SN-curves especially in the high-cycle fatigue regime with regard to component design and safety. *International Journal of Fatigue*, 29(12), 2246–2258.

Lee, Y. L., & Tjhung, T. (2011). Rainflow cycle counting techniques. *Metal Fatigue Analysis Handbook: Practical Problem-solving Techniques for Computer-aided Engineering*, 89.

Blevins, R. D. (1977). Flow-induced vibration. *New York*.

Song, J. N., Lu, L., Teng, B., Park, H. I., Tang, G. Q., & Wu, H. (2011). Laboratory tests of vortex-induced vibrations of a long flexible riser pipe subjected to uniform flow. *Ocean engineering*, 38(11–12), 1308–1322.

Trim, A. D., Braaten, H., Lie, H., & Tognarelli, M. A. (2005). Experimental investigation of vortex-induced vibration of long marine risers. *Journal of fluids and structures*, *21*(3), 335–361.

Abstract

A Study on Prediction for Fatigue Life of Subsea Riser through Broadband Frequency Vibration Analysis

Hyun, Da-Hoon

Naval Architecture and Ocean Engineering

The Graduate School

Seoul National University

The development constraints of marine resources are being solved through technological advances, and the need for oilfield development in deep waters is being emphasized. In particular, flexible subsea riser, one of the most important part in offshore oil fields is not fixed to the ground, but penetrates the water surface, so Vortex Induced Vibration (VIV) is generated by waves and currents. For this reason, it is important to understand the frequency and amplitude of the subsea riser to predict fatigue failure due to repeated vibration. This study analyzes the dynamic behavior of a flexible cylinder in a uniform flow using the Wake Oscillator Model, one of the techniques of Fluid-Structure Interaction (FSI). From the amplitude point of view, using the Single Van der Pol equation, it is possible to predict the asymmetry of RMS displacement and the RMS displacement and maximum amplitude through overlapping of various

vibration modes according to the span of the cylinder. Next, from the frequency point of view, by using the Broadband Frequency Van der Pol equation, which changes the frequency term of the Single Van der Pol equation into a function of structural displacement and time, it is possible to accurately predict the frequency by realizing the underwater riser VIV broadband frequency. By using the developed numerical analysis method, it was possible to predict the fatigue life of the riser with high accuracy.

Keywords : Fluid–Structure Interaction(FSI), Vortex Induced Vibration(VIV), Subsea Riser, Flexible Cylinder, Fatigue Damage, Wake Oscillator Model, Van der Pol Equation

Student Number : 2021–29869