



공학석사 학위논문

# 무격자 기반 질점계 적응 단계 단축 기법 개발

- Development of Cycle Reduction Technique for Meshless Method-based Point Adaptation -

2023 년 8 월

서울대학교 대학원

항공우주공학과

윤 정 민

# 무격자 기반 질점계 적응 단계 단축 기법 개발

- Development of Cycle Reduction Technique for Meshless Method-based Point Adaptation -

지도교수 김 규 홍

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함 2023 년 6 월

> 서울대학교 대학원 항공우주공학과 윤 정 민

윤정민의 공학석사 학위논문을 인준함 2023 년 6 월

위육	신 장 _	이 관 중	(인)
부위	원장 _	김 규 홍	(인)
위	원	이 복 직	(인)

#### 국문초록

초음속 유동의 문제에서 정확한 해석을 위해서는 충격파 위치 에 많은 질점이 모여있어야 한다. 이것은 많은 질점 적응 단계를 요구한다. 질점 적응 단계를 감소시키기 위하여 질점 적응 시 충 격파 영역의 옥트리 셀을 추가 분할하여 충격파 위치에 질점이 더 많이 생기도록 하였다. 충격파 위치의 판단을 위해서 압력 구배 방향의 마하수가 1이 되는 지점을 찾았고, 추가로 압력 구배를 이 용한 필터를 사용하였다. 압력 구배를 이용한 필터는 격자 크기나 문제에 상관없이 사용할 수 있는 필터를 제시하였다. 적응 기법은 압축성 탐지자를 이용하여 적응이 필요한 위치의 옥트리 cell을 한 번만 나누는 방법과 추가로 충격파 위치를 2번 나누는 방법을 비 교하였다. 충격파 위치의 옥트리 cell을 2번 분할하는 방법이 초음 속 문제에서 더 효율적임을 확인하였다. 하지만 아음속 문제에서 적응 단계에 따라 충격파 위치가 변해 문제가 생기는 것도 확인하 였다.

#### 주요어 : 적응 기법, 충격파 판단, 무격자 학 번 : 2021-23859

제 1 장 서론 제 1 절 적응 격자 기법 제 2 절 연구 배경	1 1 3
제 2 장 무격자 유동 해석 프로그램	4
제 1 절 질점계	4
제 2 절 지배방정식	6
제 3 절 무격자 해석 기법	7
제 3 장 질점 적응 기법 제 1 절 질점계 적응 프로세스 제 2 적 직전계 적응 기주	9 9 10
제 2 절 결 계 ㅋ 8 기 관 제 2 저 추 겨 파 다 기 주	10
제 4 장 결과 ··································	18 18 23 29 34
참고문헌 ······ Abstract ·····	35 37

### 표 목 차

표	1	구 유동 해석 조건	18
표	2	적응 단계별 옥트리 질점 개수 (구)	19
표	3	double wedge 유동 해석 조건	23
표	4	적응 단계별 옥트리 질점 개수 (double wedge)	27
표	5	ONERA M6 Wing 유동 해석 조건	29
표	6	적응 단계별 옥트리 질점 개수 (ONERA M6 Wing)	29

### 그림 목차

그림 1 정렬 격자계 적응 방법: (a) block-based, (b) cell-based
(c) patch based[4]2
그림 2 비정렬 격자계 적응 기법 적용 결과[7]
그림 3 질점계 구성
그림 4 옥트리 구조
그림 5 Local Point System(LPC)7
그림 6 질점계 적응 프로세스9
그림 7 coarse 질점계
그림 8 fine 질점계
그림 9 coarse 질점계에서 분포
그림 10 fine 질점계에서 분포
그림 11 coarse 질점계에서 필터 사용 시 충격파 영역16
그림 12 fine 질점계에서 필터 사용 시 충격파 영역
그림 13 coarse 질점계에서 필터 사용 시 충격파 영역 17
그림 14 fine 질점계에서 필터 사용 시 충격파 영역
그림 15 0 level 질점계

그림 16 단일 분할 한 경우 1 level 질점계
그림 17 이중 분할 한 경우 1 level 질점계
그림 18 단일 분할 한 경우 2 level 질점계
그림 19 이중 분할 한 경우 2 level 질점계
그림 20 단일 분할 한 경우 3 level 질점계
그림 21 double wedge 형상 및 유동 구조23
그림 22 double wedge 0 level 질점계
그림 23 double wedge 0 level 압력 Contour
그림 24 double wedge 단일 분할 시 2 level 질점계 25
그림 25 double wedge 단일 분할 시 2 level 압력 Contour…25
그림 26 double wedge 2중 분할 시 2 level 질점계
그림 27 double wedge 2중 분할 시 2 level 질Contour 26
그림 28 double wedge 표면 압력 분포28
그림 29 ONERA M6 Wing 적응 단계에 따른 양력 계수 30
그림 30 ONERA M6 Wing 0 level 질점계 및 마하수 Contour 31
그림 31 ONERA M6 Wing 0 level 질점계 및 마하수 Contour
(충격파 영역)
그림 32 ONERA M6 Wing 단일 분할 시 1 level 질점계 및 마하
수 Contour
그림 33 ONERA M6 Wing 단일 분할 시 2 level 질점계 및 마하
수 Contour
그림 34 ONERA M6 Wing 이중 분할 시 1 level 질점계 및 마하
수 Contour
그림 35 ONERA M6 Wing 이중 분할 시 2 level 질점계 및 마하
수 Contour

#### 제 1 장 서론

#### 제 1 절 적응 격자 기법

적응 격자 기법(mesh adaptation)은 수치 오차가 큰 곳에 작은 격자를 배치하고 수치 오차가 작은 곳엔 큰 격자를 배치하여 효율적인 격자를 만드는 방법이다. 비행체 전체 형상 해석과 같이 거대한 물체의 전산 해 석을 위한 효율적인 격자 생성이나 와류, 충격파 등 복잡한 물리 현상들 의 해석 정확도를 높이기 위하여 적응 격자 기법이 사용된다.[1, 2, 3] 적 응 격자 기법을 사용할 경우 물체의 형상과 물리현상에 맞는 격자를 만들어 사용자의 경험과 상관없이 정확한 격자를 만들 수 있다.

정렬 격자계에서 격자를 적응 하는 방식은 cell based, block-based, patch based 세가지 방법이 있다.[4] cell based 방식은 cell 한 개씩 따로 분할하는 방식이고, block based 방식은 격자를 일정한 block으로 나누어 block안의 cell이 adaptation 될 때 block 전체를 adaptation 하는 방식이 다. patch based 방식은 다양한 크기의 patch를 이용하여 격자를 나누는 방식으로 대표적으로 AMR 방법[5, 6]이 있다. cell based 방식의 적응 기 법은 다양한 형태의 격자를 생성할 수 있지만 비효율적인 메모리 사용이 많으며, block based 방식은 단순한 자료 구조를 가지지만 불필요한 격 자가 너무 많이 분할 될 수 있다. patch 방식은 패치를 사용하여 효율적 인 메모리 사용이 가능하나 병렬화가 어렵다. 비정렬 격자계에서 적응을 하는 방법은 mesh 를 다시 만드는 방법, 격자를 변형시키는 방법, 격자 를 나누는 방법 등이 있다.[7] 비정렬 격자계를 사용한 적응 기법의 경우 비등방적 물리현상에서 격자의 크기가 물리현상의 최소길이에 맞춰 줄어 들 필요가 없기 때문에 더 적은 격자 개수로 비등방적 물리현상을 나타 낼 수 있다. 하지만 코드 구현이 어렵다는 단점이 있다.



그림 1 정렬 격자계 적응 방법: (a) block-based, (b) cell-based (c) patch based[4]



그림 2 비정렬 격자계 적응 기법 적용 결과[7]

#### 제 2 절 연구 배경

본 연구에서 사용한 프로그램은 질점을 만들 때 옥트리 구조를 이용 하여 점을 생성하기 때문에 이 구조를 유지하며 점을 만드는 적응 기법 을 개발한다. 비정상 유동의 해석 시 적응이 필요한 지점이 시점마다 변 화하지만 본 연구에 사용되는 프로그램에서는 질점의 제거나 옥트리의 제거가 코드 구조적인 문제로 인해 어렵다. 그래서 비정상 유동 해석에 서 적응 기법을 사용하면 불필요한 질점과 cell이 유지되어 프로그램의 효율을 떨어트린다. 이를 해결하기 위하여 시간 전진이 이루어졌을 때 최초 질점계에서부터 적응이 필요하며, time step마다 목표 정확도에 도 달하기 위한 많은 적응 단계가 필요하다.

격자의 적응은 수렴한 해를 기반으로 이루어진다. 따라서 격자 적응을 수행하기 위해서는 해의 수렴 정도를 지속적으로 판단하여야 하며 이를 위해 사람의 지속적인 모니터링이 필요하다.

초음속 문제에서는 충격파를 정확히 잡는 것이 중요하다. 충격파에서 발생한 수치오차가 물체에 전달되어 열전달량등의 계산 결과를 부정확하 게 만들 수 있다. 또한, 충격파가 멀리 떨어져 있는 물체와 상호작용을 하는 경우 충격파가 퍼지지 않도록 물체에서 멀리 떨어져 있는 곳까지 작은 격자를 유지해야 하며 효율적인 해석을 위해서는 충격파의 위치에 만 작은 격자를 배치하여야 한다.

본 연구에서는 옥트리 구조의 질점계에서 목표 정확도에 도달하기 위 한 적응 단계 및 사람의 지속적인 모니터링을 줄이고 충격파 영역의 정 확한 해석을 위하여 충격파 영역에 더 많은 적응을 수행하는 적응 기법 을 개발하고자 한다. 이를 위하여 한번의 적응 단게동안 충격파 위치의 cell을 다중 분할하였다. 하나의 cell을 한번에 다중분할 할 경우 불필요 한 점들이 늘어날 수 있기 때문에 먼저 2중 분할만을 수행하였다.

- 3 -

#### 제 2 장 무격자 유동 해석 프로그램

#### 제 1 절 질점계

본 연구에 사용된 프로그램의 질점계는 <그림 3>과 같이 이동질점계 와 배경질점계로 이루어져있다. 이동질점계는 물체와 같이 이동하는 질 점계이며 물체 근처의 경계층 해석을 위하여 물체 근처는 prism 구조, 물체에서 먼 곳은 형상에 상관없이 자동 질점 생성이 용이하고 빠른 주 변 탐색 알고리즘이 존재하는 octree 구조로 구성되어있다. 배경 질점계 는 균일한 질점 분포 및 빠른 주변 탐색이 가능하도록 Cartesian grid로 구성되어있다.



그림 3 질점계 구성

옥트리 구조는 <그림 4> 같이 3차원에서 많이 사용되는 자료 구조로 부모 cell이 분할되어 8개의 자식 cell을 만드는 구조이고 본 연구에 사 용된 프로그램에서는 각 cell의 꼭짓점을 질점으로 사용한다.



그림 4 옥트리 구조

만약 물체의 이동으로 인하여 질점계간의 겹침 또는 결손이 발생할 경우 질점들은 삭제되거나 추가되는 것이 아닌 On/Off가 되며 해석에는 On 된 점들만 사용된다.

#### 제 2 절 지배방정식

본 연구에서 질점을 적응하는 옥트리 영역은 경계층 바깥의 영역이므 로 3차원 압축성 오일러 방정식을 이용하였다. 보존형 방정식을 사용하 였으며 그 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0$$
 (1)

Q는 보존 벡터이고, E, F, G는 x, y, z 방향의 비점성 플럭스이다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho u w \\ \rho u w \\ \rho u (e_t + \frac{p}{\rho}) \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v v \\ \rho v^2 + p \\ \rho v w \\ \rho v w \\ \rho v w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ \rho v (e_t + \frac{p}{\rho}) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho w w \\ \rho w^2 + p \\ \rho w (e_t + \frac{p}{\rho}) \end{bmatrix}$$

 $e_t$ 는 total energy로 calorically perfect gas인 경우 다음과 같다

$$e_t = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$
(3)

#### 제 3 절 무격자 해석 기법

무격자 해석 기법은 격자의 개념 없이 점만을 이용하여 방정식을 해 석하는 방법이다. 한 점과 주위의 점들을 연결하여 Local Point Cloud(LPC)를 구성하고 이 LPC를 이용하여 방정식을 차분한다.[8] 무격 자 기법에서 차분을 위하여 기준 점 i에 대하여 테일러 전개를 하면 다 음과 같다.



그림 5 Local Point System(LPC)

$$\phi(x,y,z) = \phi_i + \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}|_i + \Delta y \frac{\partial \phi}{\partial y}|_i + \Delta z \frac{\partial \phi}{\partial z}|_i$$
(4)

위의 식에서  $\frac{\partial \phi}{\partial x}|_i, \frac{\partial \phi}{\partial y}|_i, \frac{\partial \phi}{\partial z}|_i$ 를 구하기 위하여 i와 연결된 점 j들에 대하여 가중 함수  $w_j$ 를 고려하여 최소 제곱법을 사용한다.

$$\min imize \sum_{j} w_{j} \left[ \Delta \phi_{j} - \Delta x_{j} \frac{\partial \phi}{\partial x} |_{i} - \Delta y_{j} \frac{\partial \phi}{\partial y} |_{i} - \Delta z_{j} \frac{\partial \phi}{\partial z} |_{i} \right]^{2}$$
(5)

가중 함수는 거리 가중 함수를 사용한다.

$$w_j = \frac{1}{\sqrt{\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2 + \Delta z_j^2}} \tag{6}$$

위의 최소 제곱법을 이용하면  $\frac{\partial \phi}{\partial x}|_i, \frac{\partial \phi}{\partial y}|_i, \frac{\partial \phi}{\partial z}|_i$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}\Big|_{i} = \sum_{j} a_{ij}(\phi_{j} - \phi_{i})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}\Big|_{i} = \sum_{j} b_{ij}(\phi_{j} - \phi_{i})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}\Big|_{i} = \sum_{j} c_{ij}(\phi_{j} - \phi_{i})$$
(7)

여기서 최소제곱 계수  $(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ 는 다음 선형 연립방정식의 해로 구 해진다.

$$AX = B$$

$$X^{T} = [a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}]$$

$$A = \begin{bmatrix} \sum w (\Delta x)^{2} \sum w \Delta x \Delta y \sum w \Delta x \Delta z \\ \sum w \Delta x \Delta y \sum w (\Delta y)^{2} \sum w \Delta y \Delta z \\ \sum w \Delta x \Delta z \sum w \Delta y \Delta z \sum w (\Delta z)^{2} \end{bmatrix}$$

$$B^{T} = [w_{j} \Delta x_{j}, w_{j} \Delta y_{j}, w_{j} \Delta z_{j}]$$
(8)

Huh[9] 등은 초음속 영역에서 위의 방식으로 구한 최소제곱 계수를 사용할 경우 보존성이 확보되지 않는 문제점을 해결하기 위하여 기하학 적 보존을 만족하는 최소 제곱법(GC-LSM)을 제시하였다. 기하학적인 보 존을 만족하기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$\sum_{j} a_{ij} = 0, \ \sum_{j} b_{ij} = 0, \ \sum_{j} c_{ij} = 0$$
(9)

이 조건을 만족하는 최소 제곱 계수를 구하기 위해 라그랑주 승수법 을 사용한다.

본 연구에서는 GC-LSM을 이용하여 최소 제곱 계수를 구하였다.

#### 제 3 장 질점 적응 기법

#### 제 1 절 질점계 적응 프로세스

질점계 적응 과정은 <그림 6>과 같다. 먼저 기존의 질점계에서 수렴해 를 얻은 후에 각 CPU에서 수렴해를 바탕으로 적응 탐지자를 계산한다. 이 적응 탐지자들로부터 분할이 필요한 옥트리를 결정한다. 옥트리의 꼭 짓점 중 한 개의 점이라도 적응 탐지자가 기준보다 크다면 옥트리 구조 를 유지하며 옥트리를 분할하다. 이후 분할된 옥트리의 정보를 하나의 CPU로 통합하며 새로운 질점계를 생성한다. 이 때 기존에 있던 질점들 의 유동변수 또한 통합이 되며 새로 생긴 점들은 주위 질점들의 값을 이 용하여 내삽이 된다.

cpu 별 계산량을 균일하게 분배하기 위한 병렬화를 진행한다. 이를 위해 점의 분배는 외부프로그램 scotch를 이용하여 진행하고, 해석을 위 한 input을 만드는 기존 병렬화 프로그램은 라이브러리로 바꿔 병렬화 작업이 유동해석 중에 사용될 수 있도록 하였다.

병렬화가 다시 되면서 기존의 질점계와 아예 다른 질점계가 각 CPU 에 배정되기 때문에 무격자 계수 생성, 추가적인 유동변수 생성등의 작 업이 필요하다.



그림 6 질점계 적응 프로세스

#### 제 2 절 질점계 적응 기준

질점계 적응은 충격파 영역 뿐만 아니라 팽창파, 속도 구배가 큰 영역 등 압축성 영역을 판단하기 위하여 적응 탐지자로 속도의 divergence를 이용한 아래 식 (10) 을 사용하였다.

$$\tau_D = \left| \nabla \cdot \vec{V} \right| h^2 \tag{10}$$

V는 속도이고 h는 LPC 내에서 질점 간 최소 거리이다. 적응 기준에 속도의 divergence 뿐만 아니라 질점간 최소 거리의 제곱을 곱한 이유는 질점 적응 시 충격파 편향성을 완화하기 위해서이다.[10] 적응 탐지자 τ<sub>D</sub> 의 속도 divergence에 h를 곱하지 않거나 h만을 곱하는 경우, 적응 단계 가 진행될수록 충격파 영역에서 τ<sub>D</sub>는 증가하거나 일정하다. 반면, 연속 적인 영역에서 τ<sub>D</sub>는 일정하거나 감소한다. 이런 τ<sub>D</sub>를 사용할 경우 초기 의 성긴 격자에서 잘못 충격파를 판단할 경우, 잘못된 충격파의 위치는 항상 τ<sub>D</sub>가 크고 점이 모이면 더 커지게 되므로 잘못된 위치에 점이 계 속 모이게 된다. h<sup>2</sup>을 곱하여 사용할 경우 충격파 위치에 일정 수준 점 이 모이고 나면 τ<sub>D</sub>가 작아져 continuous 영역의 변화도 고려할 수 있게 된다.

질점 적응 기준은 식 (11) 와 같다.

$$\tau_D > \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \tau_{D,i}}{N}} \text{ and } h > h_{\min}$$
(11)

질점의 TD가 제곱 평균 제곱근보다 크면 그 주위 옥트리를 분할한다. 만약 옥트리가 사용자가 설정한 최소 옥트리 길이보다 작다면 분할하지 않는다. 초음속 문제의 해석에서 충격파 영역의 유동은 큰 구배를 가지기 때 문에 수치오차가 크고, 물체 표면의 정확성에 큰 영향을 미친다. 이를 위하여 충격파 위치에서는 작은 격자 또는 충격파 방향과 일치하는 격자 들이 필요하다. 위의 7<sub>D</sub>를 사용할 경우, 충격파 위치에 작은 옥트리 cell 들이 분포하게 되며 적응이 이루어진다. 물체에서 거리가 가까운 옥트리 는 초기에 cell의 크기가 작기 때문에 사용자가 설정한 최소 길이까지 적 응되는데 적은 단계가 필요하다. 하지만 물체에서 거리가 먼 cell들은 초 기에 크기가 크기 때문에 최소 cell 크기까지 적응 시키기 위해서는 많은 적응 단계가 필요하다. 따라서 적응 단계를 단축을 위하여 충격파 위치 에서는 옥트리를 한번 더 분할하여 총 2번 분할하도록 하였다. 충격파 위치를 판단하는 방법은 다음 절에서 설명하였다.

#### 제 3 절 충격파 판단 기준

충격파는 shock visualization에서 사용되는 shock capturing 방법[11]을 개선하여 탐색하였다. shock capturing 방법은 비정상 문제에서는 다음 과 같은 조건으로 shock을 찾는다.

$$\frac{1}{|\nabla p|} \frac{1}{a} \frac{Dp}{Dt} = \frac{1}{|\nabla p|} \frac{1}{a} \frac{dp}{dt} + \frac{\overline{M} \cdot \nabla p}{|\nabla p|} > 1$$
(12)

정상 문제에서는 식 (12) 에서 우변의 첫 번째 항이 사라지고 두 번째 항은 충격파에서 압력 구배의 방향이 shock에 수직한 방향이므로 shock 의 수직한 방향의 마하수로 생각할 수 있다. 정상문제에서는 식 (13)과 같이 두 번째 항이 1이 되는 지점들을 찾으면 충격파를 찾을 수 있다.

$$Ma_n = \frac{\overrightarrow{M}_1 \cdot \nabla p}{|\nabla p|} = 1 \tag{13}$$

CFD에서는 수치오차로 인하여 충격파가 아니지만 식(13) 이 1이 되는 지점이 나올 수 있기 때문에 충격파 영역을 찾기위한 필터가 필요하다. 충격파에서 압력 구배가 크다라는 것을 이용하여 압력 구배를 이용한 필 터를 사용하였고, 압력 구배를 이용한 필터 식 (14) 와 식 (15) 를 비교 하였다.

$$|\nabla p| > \eta |\nabla p|_{\max} \tag{14}$$

$$\frac{|\nabla p|h}{p} > \eta \tag{15}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M^2 - 1)$$
(16)

두 필터의 차이는 <그림 7>과 <그림 8> 같은 coarse한 질점계와 fine 한 질점계에서 나타난다. 이 때, 식 (14) 필터의 경우 η로 0.02를 사용하 였다. 식 (15) 에서 η는 수직충격파 관계식 식 (16) 을 이용하여 γ=1.4 이고 마하수가 1.01인 경우 압력비 0.002로 설정하였다. Ma<sub>n</sub> = 1인 지점 을 찾으면 두 질점계에서 <그림 9>와 <그림 10>과 같이 충격파가 아닌 지점도 Ma<sub>n</sub> = 1인 위치들이 발생한다. 이를 보정하기 위한 필터로 식 (14)를 사용할 경우 <그림 11>과 같이 격자 크기가 큰 경우 충격파가 안 잡힐 수 있으며 <그림 12>와 같이 이미 작은 격자에서만 충격파를 판단 할 수 있다. 또한 η의 정확한 기준이 없어 사용자의 경험에 따라 문제마 다 다르게 설정하여야 한다. 반면 필터로 식 (15)를 사용한 경우 <그림 13>과 <그림 14>와 같이 격자 크기에 영향을 덜 받으며 충격파를 판단하 였고, 수직충격파 관계식을 사용하므로 문제에 상관없이 η를 사용할 수 있다. 따라서 이 논문에서는 압력구배에 질점 거리를 곱한 식 (15)를 필 터로 사용하였다.

본 연구의 프로그램에서 충격파의 판단은 충격파의 정확한 위치 혹 은 질점을 찾는 것이 아닌 cell 내부에 충격파 여부를 판단한다. 이를 위 하여 옥트리 cell의 질점들 중에  $Ma_n$ 이 1보다 큰 점과  $Ma_n$ 이 1보다 작 은 점이 같이 있으면 옥트리 cell 내에  $Ma_n = 1$  지점이 있는 것으로 판 단하고 그 cell을 분할하였다.



그림 8 fine 질점계



그림 9 coarse 질점계에서  $Ma_n = 1$  분포



그림 10 fine 질점계에서  $Ma_n = 1$  분포



그림 11 coarse 질점계에서  $|\nabla p| > \eta |\nabla p|_{\max}$  필터 사용 시 충격파 영역



그림 12 fine 질점계에서  $|\nabla p| > \eta |\nabla p|_{\max}$  필터 사용 시 충격파 영역



그림 13 coarse 질점계에서  $|\nabla p|h > \eta$  필터 사용 시 충격파 영역



그림 14 fine 질점계에서  $|\nabla p|h > \eta$  필터 사용 시 충격파 영역

#### 제 4 장 결과

#### 제 1 절 구

구 주변의 비점성 유동을 Minmod, AUSMPW+를 사용하여 해석하였다. 표면 질점의 개수는 18,988개였으며 초기 Octree 질점 개수는 약 650,000개이다.

유동 조건은 <표 1>과 같다.

자유류 유동 조건			
압력	100 kPa		
온도	300 K		
마하수	3		
표면 질점 개수	18,988 개		

표 1 구 유동 해석 조건

적응 기법을 적용하여 생성되는 결과는 <그림 16>~<그림 20>과 같다. (그림15>는 적응 기법을 적용하기 전 초기 격자이다. 충격파 위치에 2중 분할을 적용한 1 level 결과(그림 17)는 충격파 영역에서 추가 분할이 되 어 단일 분할한 적응 기법의 1 level, 2level 결과(그림 16, 그림 18)의 사 이 모습을 보인다. 충격파 단일 분할을 적용한 기법의 3 level 결과(그림 20)와 2중 분할을 적용한 2 level 결과(그림 19)는 분할이 되는 최소 길 이까지 분할된 영역이 비슷하게 분할되어 2중 분할 기법이 단일 분할 기 법에 비해 적응 단계를 줄일 수 있는 것을 확인할 수 있다.

적응 단계별 옥트리의 질점 개수는 <표 2>와 같다.

	단일 분할	충격파 2중 분할
Olevel	656,697	
1level	1,122,252	1,815,341
2level	2,398,202	6,935,389
3level	7,281,609	_

표 2 적응 단계별 옥트리 질점 개수 (구)

충격파 영역에 추가 분할을 한 1 level 의 점 개수는 단일 분할 한 1, 2 level 점 개수의 중간이고, 2 level의 점 개수는 단일 분할 2, 3 level 점 개수의 중간이다. 하지만 2중 분할한 2 level과 단일 분할한 3 level의 점 개수가 비슷하여 최종 결과에서 질점 개수에 큰 이득이 발생하진 않 는다.



그림 15 0 level 질점계



그림 17 이중 분할 한 경우 1 level 질점계



그림 19 이중 분할 한 경우 2 level 질점계



그림 20 단일 분할 한 경우 3 level 질점계

#### 제 2 절 Double Wedge

〈그림 21〉과 같은 double wedge 문제를 Euler Equation으로 Minmod AUSMPW+를 사용하여 해석하였다.



#### 그림 21 double wedge 형상 및 유동 구조

유동 조건은 다음 〈표 3〉 와 같다.

자유류 유동 조건		
압력	170 Pa	
온도	296 K	
마하수	9	
표면 질점 개수	256,468 개	

표 3 double wedge 유동 해석 조건

이 조건에서 shock-shock interaction은 type 6 형태로 나타난다.[13] type 6 형태의 shock-shock interaction은 첫 번째 wedge에서 발생한 충 격파가 발생하고 두 번째 wedge에 발생한 충격파와 충돌하여 팽창파와 contact discontinuity가 발생한다. 표면에서는 첫 번재 충격파 이후 압력 이 증가하였다가 두 번째 충격파를 지나며 압력이 크게 증가하고 팽창파 가 표면에 도달할 때부터 압력이 낮아졌다가 다시 증가하는 양상을 보인 다.



그림 22 double wedge 0 level 질점계



그림 23 double wedge 0 level 압력 Contour



그림 24 double wedge 단일 분할 시 2 level 질점계



그림 25 double wedge 단일 분할 시 2 level 압력 Contour



그림 26 double wedge 2중 분할 시 2 level 질점계



그림 27 double wedge 2중 분할 시 2 level 질Contour

질점의 분포를 보면 단일 분할로 2level 적응을 한 결과(그림 24)보다 이중 분할 방식으로 2level 적응한 결과(그림 26)가 충격파 영역에서 더 많이 나눠져 있는 것을 볼 수 있다. 질점의 개수는 이중 분할 방식의 결 과가 단일 분할의 결과보다 약 2.5배 많이 만들어졌다.

	단일 분할	충격파 2중 분할
Olevel	1,826,143	
2level	4,138,197	10,225,603

표 4 적응 단계별 옥트리 질점 개수 (double wedge)

wedge 표면에서의 압력 분포를 2D 1024×1024 격자 해석 결과와 비 교하였다.(그림 28) 2D 해석 결과도 Euler Equation을 Minmod, AUSMPW+를 사용하여 해석하였다. 질점 적응이 안 된 0 level에서는 <그 림 23>과 같이 첫 번째 충격파가 퍼지며 두 번째 충격파와 만나는 지점 도 넓어져 팽창파도 퍼져서 발생한다. 이에 따라 표면 압력 그래프에서 두 번째 충격파 이후 압력의 증가량이 적게 나타나며 바로 압력이 낮아 지는 모습을 보인다. 질점 적응을 하면 첫 번째 충격파가 퍼지지 않으며 두 번째 충격파 이후 압력의 증가량이 높아지고 팽창파로 인해 압력이 내려가는 부분도 늦게 발생한다. 충격파 영역을 2번 분할한 결과가 1번 분할한 결과보다 두 번째 충격파 이후 압력 증가량이 더 높고 팽창파의 영역이 더 가파르게 잡히며 더 좋은 결과를 보인다.



그림 28 double wedge 표면 압력 분포

#### 제 3 절 ONERA M6 Wing

세 번째로 ONERA M6 Wing 문제에 적응 기법을 적용하여 해석하였 다. 유동 조건은 <표 5>와 같다.

자유류 유동 조건			
압력	80.5 kPa		
온도	255 K		
마하수	0.84		
표면 질점 개수	40,864 개		

표 5 ONERA M6 Wing 유동 해석 조건

Euler equation을 Minmod, AUSMPW+을 사용하여 해석하였다.

	단일 분할	충격파 2중 분할
Olevel	256,745	
1level	769,380	993,430
2level	1,587,585	2,415,002

표 6 적응 단계별 옥트리 질점 개수 (ONERA M6 Wing)

〈그림 29〉는 적응 단계에 따른 양력계수 변화를 나타내었다. 양력 계 수는 분할 방법에 따라 큰 차이가 없다. 이는 초기 0 level 격자에서의 충격파 위치와 1, 2 level에서의 충격파 위치가 차이가 나기 때문이다. 〈그림 32〉와 〈그림 34〉에서 볼 수 있듯이 적응이 되며 충격파의 위치가 앞으로 이동하였다. 아음속 영역이 적응 기법 적용으로 분할이 되며 더 정확해져 충격파 위치가 바뀌었다. 이에 따라 충격파 영역을 2중 분할하 는 방법의 경우 1 level에서 잘못된 충격파 위치에 점을 더 많이 생기게 하여 질점 개수에 비하여 비효율적인 점을 생성하였다. 이를 보완하기 위하여 점 삭제 방법 및 물체와 멀어 cell의 크기가 큰 영역만 추가 분할 하는 등의 방법을 사용해야 할 것으로 보인다.



그림 29 ONERA M6 Wing 적응 단계에 따른 양력 계수



그림 30 ONERA M6 Wing 0 level 질점계 및 마하수 Contour



그림 31 ONERA M6 Wing O level 질점계 및 마하수 Contour (충격파 영역)



그림 32 ONERA M6 Wing 단일 분할 시 1 level 질점계 및 마하수 Contour



그림 33 ONERA M6 Wing 단일 분할 시 2 level 질점계 및 마하수 Contour



그림 34 ONERA M6 Wing 이중 분할 시 1 level 질점계 및 마하수 Contour



그림 35 ONERA M6 Wing 이중 분할 시 2 level 질점계 및 마하수 Contour

#### 제 5 장 결론

충격파에서의 수치 오차를 줄이기 위해 충격파 위치에 짧은 거리의 많은 질점이 모여있어야 하고 이것은 필요한 질점 적응의 단계를 증가시 킨다. 질점 적응 단계의 증가는 해석 시간의 증가와 사람의 시간 투자 등을 필요하게 된다. 질점 적응 단계를 감소시키기 위하여 질점 적응 시 충격파 영역을 추가 분할하여 충격파 위치에 질점이 더 많이 생기도록 하였다. 충격파 위치의 판단을 위해서 압력 구배 방향의 마하수를 구하 고 이 마하수가 1이 되는 지점을 찾는 방식을 사용하였고, 이때 수치 오 차로 인해 생기는 잘못된 충격파 위치를 제거하기 위해 압력 구배를 이 용한 필터를 사용하였다. 이때 압력 구배에 질점 거리를 곱한 필터를 사 용함으로써, 격자 크기에 따른 영향성과 해석 문제와 상관없이 사용할 수 있는 기준을 제시하였다.

압축성 탐지자를 이용하여 적응이 필요한 위치를 판단하고 한 번만 분할하는 방법과, 추가로 충격파 위치를 2번 분할하는 방법을 비교하였 다. 구의 해석 문제에서 최종적으로 비슷한 질점 분포로 적응이 되었지 만, 충격파 위치를 2번 분할하는 방법이 더 적은 단계로 적응이 되었다, double wedge 문제에서는 같은 적응 기법을 적용하였을 때 충격파 위치 를 추가로 분할하는 방법이 더 정확한 결과를 보였다.

하지만 ONERA M6 Wing case에서 볼 수 있듯이, 이전 격자 결과에서 충격파 위치가 잘못 잡힐 경우, 불필요한 질점을 만들어 오히려 비효율 적인 격자계를 만들 수도 있다. 이를 해결하기 위하여, 불필요한 질점 제거 또는 충격파 위치의 영향을 적게 받는 질점 간의 거리가 큰 곳을 먼저 분할하는 등의 추가적인 조치가 필요해 보인다.

#### 참 고 문 헌(16pt)

[1] Michal, T., et al. (2021). "Comparing unstructured adaptive mesh solutions for the high lift common research airfoil." AIAA journal **59**(9): 3566–3584.

[2] Mozaffari, S., Guilmineau, E., Visonneau, M., & Wackers, J. (2022). Average-based mesh adaptation for hybrid RANS/LES simulation of complex flows. *Computers & Fluids*, *232*, 105202.

[3] Gao, S., Seguin, J., Habashi, W. G., Isola, D., & Baruzzi, G. (2019). A finite element solver for hypersonic flows in thermo-chemical non-equilibrium, Part II. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*.

[4]de la Asunción, M., & Castro, M. J. (2017). Simulation of tsunamis generated by landslides using adaptive mesh refinement on GPU. Journal of Computational Physics, 345, 91–110.

[5]Berger, M. J., & Oliger, J. (1984). Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations. Journal of computational Physics, 53(3), 484–512.

[6] MacNeice, P., Olson, K. M., Mobarry, C., De Fainchtein, R., & Packer, C. (2000). PARAMESH: A parallel adaptive mesh refinement community toolkit. *Computer physics communications*, *126*(3), 330–354.

[7] Li, X., Shephard, M. S., & Beall, M. W. (2005). 3D anisotropic mesh adaptation by mesh modification. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, *194*(48–49), 4915–4950

[8] Katz, A., & Jameson, A. (2008, January). Edge-based meshless methods for compressible flow simulations. In 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit (p. 699).

[9] Huh, J. Y., Rhee, J. S., Kim, K. H., & Jung, S. Y. (2018). New least squares method with geometric conservation law (GC-LSM) for compressible flow computation in meshless method. Computers & Fluids, 172, 122–146.

[10] WARREN, G., et al. (1991). Grid convergence for adaptive methods. 10th Computational Fluid Dynamics Conference.

[11] Lovely, D., & Haimes, R. (1999, June). Shock detection from computational fluid dynamics results. In *14th computational fluid dynamics conference* (p. 3285).

[12] Kim, K. H., Kim, C., & Rho, O. H. (2001). Methods for the accurate computations of hypersonic flows: I. AUSMPW+ scheme. Journal of computational physics, 174(1), 38–80.

[13] Olejniczak, J., Wright, M. J., & Candler, G. V. (1997). Numerical study of inviscid shock interactions on double-wedge geometries.Journal of Fluid Mechanics, 352, 1–25.

# Abstract Development of Cycle Reduction Technique for Meshless Method-based Point Adaptation

Jung Min Yoon Department of Aerospace Engineering The Graduate School Seoul National University

For an accurate solution in CFD at supersonic region, a substantial number of grid points should form at the shock wave location. This requires grid point adaptation to be performed over several cycles.. To reduce the cycle of point adaptation, octree cells at shock wave region were further subdivided in one cycle, allowing more grid points to form around the shock wave location. To determine the shock wave location, the point where the Mach number in the direction of pressure gradient becomes 1 was identified. Additionally, a filter using pressure gradient was applied. This pressure gradient-based filter was proposed to be adaptable regardless of grid size or problem. Two adaptive techniques were compared: one dividing the octree cell only once at the required position using a compressiblility detector, and the other additionaly dividing the octree cell at shock wave position twice. It was confirmed that the method of dividing the octree cell at the shock wave location twice was more efficient for the supersonic problem. However, it was also observed that issues arise in the subsonic problem due to changes in the shock wave location based on the adaptive stages.

keywords : Point Adaptation, Shock Detection, Meshless Method Student Number : 2021-23859