

선형계획모형을 이용한 결합원가의 배분*

김 성 기**

.....

동일한 재료를 투입하여 동일한 공정에서 생산하는데도 불구하고 종류가 다른 여러 제품이 생산되는 경우가 있다. 이와 같이 하나의 공정을 통하여 여러 가지 결합제품을 생산하는 경우, 이 공정에 투입되는 결합 원가를 주산제품과 부산품에 어떻게 배분할 것인가에 대한 문제가 대두된다. 이 논문은 이러한 결합원가의 배분 문제에 대해 선형계획모형을 이용하여 보다 체계적인 해법을 구하며, 특히 결합제품을 전량 분리점에서 판매하거나 추가가공 해야 하는 해만을 제시하는 기존의 전통적 해결방안을 보완·대체할 수 있는 대안에 대하여 고찰한다.

.....

I. 서 론

동일한 원료나 동일한 공정으로부터 동시에 생산되는 여러 가지 결합제품들은 일정한 생산단계, 즉 분리점에 도달하기 전에는 개별제품으로 확인할 수가 없다. 이처럼 동일한 원료나 동일한 공정으로부터 생산되는 결합제품들은 총수익에 대해서 각 제품이 갖는 상대적 중요성에 따라 주산제품과 부산품으로 나누어진다. 총수익에서 차지하는 비중이 보다 큰 제품을 주산제품으로 분류하고, 그 비중이 보다 작은 제품을 부산품으로 분류한다. 이러한 결합제품을 생산할 때 분리점에 도달할 때까지 발생한 결합원가를 개별제품에 어떻게 배분하느냐는 문제가 대두된다. 한편 분리점에서 분리된 각 개별제품들은 분리점에서 판매되기도 하고 추가로 가공한 후에 판매되므로, 분리점 이후 각 개별제품의 추가가공여부를 결정하는 문제가 제기된다.

이러한 문제들에 대한 관리회계교재에 설명되어 있는 전통적인 해결방안은 다음과 같다. 즉, 추가가공으로 인한 증분매출액에서 추가가공원가를 차감하여 추가가공으

*본 연구는 서울대학교 경영대학 경영연구소의 연구비 지원에 의해 수행되었음.

**서울대학교 경영대학 교수

로 인한 증분이익이 발생할 것으로 예상되면 추가가공하고 추가가공으로 인한 증분 손실이 발생할 것으로 예상되면 분리점에서 판매한다. 그러나 이 해결방안은 상황이 극히 단순한 경우에만 적용될 수 있으며 결합제품전량을 분리점에서 판매하거나 추가가공하는 한계를 갖는다. 그러므로 보다 복잡한 요인을 고려해야할 경우에는 전통적인 해결방안을 적용할 수가 없어 보다 체계적으로 문제해결을 시도해야 하는데 본 논문에서는 선형계획모형을 이용하여 이러한 문제를 어떻게 해결할 수 있는지를 살펴본다.

II. 선형계획모형

다음과 같이 변수를 정의한다.

X_i = 분리점에서 결합제품의 판매량

P_i = 분리점에서 결합제품의 단위당 판매가격

X_j = 분리점 이후 결합제품의 판매량

P_j = 분리점 이후 결합제품의 단위당 추가공헌이익

f = 결합원가

R_i = 원자재 투입량

M_j = 각 공정에서 제품 1단위를 생산하는데 소요되는 생산설비의 사용량

위의 변수를 이용하여 이익을 극대화하기 위한 각 제품의 판매량을 선형계획모형으로 설정하면 다음과 같다.

목적함수: $P_i X_i + P_j X_j - f$

제약조건: $R_i \leq$ 원자재의 총사용가능량

$M_j R_i + M_j X_j$ 생산설비의 총 사용가능량

분리점과 분리점 이후의 각제품의 1단위생산량 = 원자재 1단위에 대한
생산량

결합원가를 각 결합제품에 배분하는 문제를 선형계획모형으로 나타내면 다음과 같다.

목적함수: $P_i X_i - f$

제약조건: $X_i \leq C_i R_i$

여기서 C_i = 분리점에서 결합제품 1단위 생산량에 대하여 원자재 소요량

위의 선형계획모형을 풀어 최적심플렉스상의 제약조건에 대응하는 그림자가격을 이용하면 결합원가를 각제품별로 배분할 수 있고 주산품과 부산품을 구분할 수도 있다.

III. 선형계획모형의 예

[예제 1]

오뚜기회사는 3개의 생산공정을 보유하고 있다. 공정 I에서는 원재료 R을 가공하여 제품 P와 Q를 생산하는데 원재료 1단위로부터의 생산량은 제품 P가 3단위, 제품 Q가 2단위이다. 원재료 1단위당 가공원가는 ₩2,000이다.

제품 P는 공정 I에서 생산되는 즉시 단위당 ₩7,000에 판매할 수도 있고, 공정 II를 거쳐 제품 A로 추가가공한 후 단위당 ₩14,000에 판매할 수도 있다. 공정 II의 추가가공원가는 단위당 ₩5,000이다.

제품 Q는 생산되는 즉시 단위당 ₩6,000에 판매할 수도 있고 공정 III을 거쳐 제품 B로 추가가공한 후 단위당 ₩10,000에 판매할 수도 있다. 공정 III의 추가가공원가는 단위당 3,000이다.

한편, 오뚜기 회사가 이용할 수 있는 월간 최대기계시간은 총 90,000시간인데, 공정 I에서 원재료 R을 1단위 가공하는데 소요되는 기계시간은 1시간이고, 공정 II에서 제품 P를 1단위 추가가공하는데 소요되는 기계시간은 0.5시간이며, 공정 III에서 제품 Q를 1단위 추가가공하는데 소요되는 기계시간은 0.4시간이다. 오뚜기회사가 월간 가공할 수 있는 원재료 R의 최대량은 50,000단위이다.

[물음] 오뚜기회사가 이익을 최대화하기 위한 제품 P, A, Q의 판매량 및 원재료 R의 투입량을 구하라.

[해답] 예제내용을 요약하면 다음과 같다.

$$\frac{\text{원재료 R@2,000}}{\text{공정 I}} \begin{cases} \text{P3단위 @W7,000} \xrightarrow[\text{공정 II}]{\text{@W5,000}} \text{A@W14,000} \\ \text{Q2단위 @W6,000} \xrightarrow[\text{공정 III}]{\text{@W3,000}} \text{B@W10,000} \end{cases}$$

변수를 다음과 같이 정의한다.

- x_1 = 제품 P의 판매량
- x_2 = 제품 A의 판매량
- x_3 = 제품 Q의 판매량
- x_4 = 제품 B의 판매량
- x_5 = 원재료 R의 투입량

이러한 변수를 이용하여 위 문제를 선형계획모형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{목적함수: 최대화 } z = 7,000x_1 + 9,000x_2 + 6,000x_3 + 7,000x_4 - 2,000x_5 \quad (1)$$

$$\text{제약조건: } x_5 \leq 50,000 \quad (2)$$

$$0.5x_2 + 0.4x_4 + x_5 \leq 90,000 \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 = 3x_5 \quad (4)$$

$$x_3 + x_4 = 2x_5 \quad (5)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

위의 선형계획모형에서 식 (1)은 오뚜기회사가 최대화하고자 하는 이익을 나타내는 목적함수이다. 식 (2)는 원재료 R의 투입량이 50,000단위 이내로 제한되어 있음을 나타내고, 식 (3)은 생산공정 I, II, III에서의 기계시간 합계가 총 90,000시간 이내여야 함을 나타낸다. 식 (4)는 제품 P의 판매량과 제품 A의 판매량 합계가 공정 I에서

생산된 제품 P의 총 생산량과 일치하여야 함을 나타내고, 식 (5)는 제품 Q의 판매량과 제품 B의 판매량 합계가 공정 I에서 생산된 제품 Q의 총생산량과 일치하여야 함을 나타낸다. 이 문제에 대한 최적해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &= 70,000 \text{단위} & x_2 &= 80,000 \text{단위} \\ x_3 &= 100,000 \text{단위} & x_4 &= 0 \text{단위} \\ x_5 &= 50,000 \text{단위} & z &= \text{₩}1,710,000,000 \end{aligned}$$

따라서 오뚜기회사는 원재료 R(x_5)을 50,000단위 가공하여 제품 P를 150,000단위, 제품 Q를 100,000단위 생산한 후 추가가공하여 다음과 같이 판매한다.

제품 P(x_1)	70,000	제품 Q(x_3)	100,000단위
제품 A(x_2)	80,000	제품 B(x_4)	0
합 계	150,000	합 계	100,000단위

이때의 이익은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{매출액} &= \text{₩}7,000 \times 70,000 \text{단위} + \text{₩}14,000 \times 80,000 \text{단위} + \text{₩}6,000 \times 100,000 \text{단위} \\ &= \text{₩}2,210,000,000 \\ \text{원 가} &= \text{₩}2,000 \times 50,000 \text{단위} + \text{₩}5,000 \times 80,000 \text{단위} + \text{₩}3,000 \times 0 \text{단위} \\ &= \text{₩}500,000,000 \\ \text{이 익} &= \text{₩}2,210,000,000 - \text{₩}500,000,000 \\ &= \text{₩}1,710,000,000 \end{aligned}$$

[예제 2]

예제 1에서와 동일한 상황을 가정하되, 시장여건상 제품 P의 월간판매량 x_1 이 50,000단위 이내이며 제품 A의 월간 판매량 x_2 가 6,000단위 이내라고 하자.

[물음] 이 경우 오뚜기 회사가 이익을 최대화시키기 위한 제품 P, A, Q, B의 판매

량 및 원재료 R의 투입량을 구하라.

[해답] 예제 1에서와는 달리 여기서는 원재료 R의 가공을 통하여 생산된 제품 P 가운데 일부를 판매 혹은 추가가공하지 않고 재고로 남기는 경우를 고려하여야 한다. 왜냐하면, 제품 P와 A의 판매가능량이 제한되어 있으므로 원재료 R의 가공으로 생긴 제품 P를 모두 판매하거나 추가가공할 수는 없지만 제품 Q나 B의 생산량 증대를 위해서는 제품 P와 A가 재고로 남을 것이 확실시되더라도 제품 P의 생산을 중지할 수 없기 때문이다. 즉, 제품 Q나 B의 판매로 인한 이익이 재고로 남는 제품 P의 제조원가까지도 부담할 수 있을 정도로 매우 높은 경우에는 제품 Q나 B의 생산량 증대를 위하여 제품 P가 필요이상으로 생산되는 것을 감수하여야 한다.

이런 경우에는 제품 P의 생산량과 제품 P 및 제품 A의 판매량의 합계가 일치하지 않기 때문에 공정 I에서 생산되는 제품 P의 수량을 나타내는 새로운 변수(x_6)를 도입하여야 한다.

이를 이용하여 선형계획모형을 설정하면 다음과 같다.

$$\text{목적함수: 최대화 } z = 7,000x_1 + 9,000x_2 + 6,000x_3 + 7,000x_4 - 2,000x_5 \quad (1)$$

$$\text{제약조건: } x_5 \leq 50,000 \quad (2)$$

$$0.5x_2 + 0.4x_4 + x_5 \leq 90,000 \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq x_6 \quad (4)$$

$$x_3 + x_4 = 2x_5 \quad (5)$$

$$x_6 = 3x_5 \quad (6)$$

$$x_1 \leq 50,000 \quad (7)$$

$$x_2 \leq 60,000 \quad (8)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, \geq 0$$

위의 선형계획모형에서 식 (1), (2), (3), (5)는 예제 3에서와 같고 식 (4)는 제품 P의 판매량과 제품 A의 판매량 합계가 공정 I에서의 제품 P의 생산량보다 적을 수도 있음을 나타낸다. 식 (6)은 공정 I에서 원재료 R 1단위당 3단위의 제품 P가 생산됨을 나타내고 식 (7)과 (8)은 각각 제품 P 및 A의 판매량이 50,000단위와 6,000단위 이내로 제한되어 있음을 나타낸다. 이 문제에 대한 최적해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 50,000 \text{단위} & x_2 &= 6,000 \text{단위} \\
 x_3 &= 7,500 \text{단위} & x_4 &= 92,500 \text{단위} \\
 x_5 &= 50,000 \text{단위} & x_6 &= 150,000 \text{단위} \\
 z &= \text{₩}966,500,000
 \end{aligned}$$

따라서 오텍이회사는 원재료 R(x₅)을 50,000단위 가공하여 제품 P를 150,000단위, 제품 Q를 100,000단위 생산한 후, 추가가공하여 다음과 같이 판매한다.

제품 P(x ₁)	50,000단위	제품 Q(x ₃)	7,500단위
제품 A(x ₂)	6,000	제품 B(x ₄)	92,500
재 고	94,000	합 계	100,000단위
합 계	150,000단위		

이때 이익은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \text{매출액} &= \text{₩}7,000 \times 50,000 \text{단위} + \text{₩}14,000 \times 6,000 + \text{₩}6,000 \times 7,500 \text{단위} \\
 &\quad + \text{₩}10,000 \times 92,500 \text{단위} = \text{₩}1,404,000,000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{원 가} &= \text{₩}2,000 \times 50,000 \text{단위} + \text{₩}5,000 \times 6,000 \text{단위} + \text{₩}3,000 \times 92,500 \text{단위} \\
 &= \text{₩}407,500,000
 \end{aligned}$$

$$\text{이 익} = \text{₩}1,404,000,000 - \text{₩}407,500,000 = \text{₩}996,500,000$$

[예제 3]

꿀두기화학은 원료 R을 가공하여 제품 X와 Y를 생산하는데, 원료 R 1단위를 가공하면 제품 X 3단위와 제품 Y 2단위가 생산된다. 원료 R을 1단위 가공하는데는 ₩4이 소요되며, 제품 X와 Y의 단위당 판매가격은 각각 ₩4과 ₩3이다. 한편, 시장여건상 제품 X의 수요는 매월 100단위 이내로, 제품 Y의 수요는 매월 70단위 이내로 제한되어 있다.

[물음] 꿀뚜기화학이 이익을 최대화하기 위한 제품 X, Y의 판매량 및 원료 R의 투입량을 구하고 원료 R의 가공에 소요된 결합원가를 합리적 기준에 따라 X와 Y에 배분하라.

[해답] 꿀뚜기화학의 결합원가의 배분문제를 선형계획모형으로 나타내면 다음과 같다.

목적함수: 최대화 $z=4X+3Y-4R$

제약조건: $X \leq 3R$ (1)

$Y \leq 2R$ (2)

$X \leq 100$ (3)

$Y \leq 70$ (4)

$X, Y, R \geq 0$ (5)

여기서 X, Y = 각각 제품 X, Y의 판매량

R = 원료 R의 투입량

이 선형계획모형을 심플렉스해법으로 풀어서 최적해를 구하면 다음과 같다.

$X=100$ 단위 $Y=70$ 단위

$R=35$ 단위 $Z=\text{₩}470$

따라서 꿀뚜기화학은 원료 R을 35단위 가공하여 제품 X를 105단위, 제품 Y를 70단위 생산한 후, 제품 X는 100단위를 판매하고 나머지 5단위는 재고로 남기며, 제품 Y는 70단위를 전부 판매함으로써 최대이익 ₩470을 얻을 수 있다.

원료 R 1단위당 가공원가 ₩4을 제품 X와 Y에 어떻게 배분할 것인지를 알기 위해서는 그림자가격을 이용하여야한다. 최적심플렉스표상에서 제약조건 (1), (2), (3), (4)에 대응하는 그림자 가격은 $s_1=0$, $s_2=2$, $s_3=4$, $s_4=1$ 으로 나타나는데, 이들의 의미는 각각 다음과 같다.

첫째, $s_1=0$ 이라는 것은 제품 X의 생산에 사용되는 원료 R의 한계가치가 ₩0이라는 것을 의미한다. 이는 제품 X의 생산량 중 5단위가 재고로 남아있다는 사실을 생각하

면 쉽게 이해가 갈 것이다. 즉, 제품 X의 재고가 남아있기 때문에 원료 R 1단위를 증가시켜 제품 X의 생산량을 증가시키더라도 회사의 이익은 전혀 증가하지 않는다.

둘째, $s_2=2$ 라는 것은 제품 Y의 생산에 사용되는 원료 R의 한계가치가 W2이라는 것을 의미한다. 이 역시 제품 Y의 생산량 전부가 판매되고 있다는 사실을 생각하면 쉽게 이해가 될 것이다. 한편, 이를 다음과 같이 확인해 볼 수 있다. 원료 R 1단위를 가공하면 제품 Y가 2단위 생산되는 데, 제품 Y의 단위당 판매가격이 W3이므로 여기서 W6의 수익을 얻을 수 있다. 그런데 원료 R 1단위의 가공에는 W4이 소요되므로 원료 R의 한계가치는 W2이 된다.

셋째, $s_3=4$ 라는 것은 제품 X의 수요가 현재보다 1단위 증가하면 회사의 이익이 W4만큼 증가함을 뜻한다. 이는 다음과 같이 확인해 볼 수 있다. 제품 X는 재고가 존재하므로 추가수요 1단위를 충족시키는 데는 아무런 원가가 발생하지 않는다. 반면에, 단위당 판매가격이 W4이므로 제품 X의 수요가 1단위 증가하면 회사의 이익이 W4만큼 증가하게 된다.

넷째, $s_4=1$ 이라는 것은 제품 Y의 수요가 현재보다 1단위 증가하면 회사의 이익이 W1만큼 증가함을 뜻한다. 이는 다음과 같이 확인해볼 수 있다. 제품 Y의 재고가 없기 때문에 추가수요 1단위를 충족시키려면 0.5단위의 원료 R을 추가가공하여야 한다. 이 경우 W2(W0.5단위)의 원가가 발생한다. 반면에 단위당 판매가격이 W3이므로 제품 Y의 수요가 1단위 증가하면 회사의 이익이 W1만큼 증가하게 된다.

이상의 s_1, s_2, s_3, s_4 중에서 결합원가의 배분에 필요한 자료는 s_1 과 s_2 이다. 이때 결합원가의 배분규칙은 각각의 그림자 가격에 따라 결합원가를 배분하는 것이다. 즉, 제품 X의 생산자원에 대한 그림자가격 s_1 이 W0이므로 제품 X에 대해서는 결합원가를 전혀 부담시키지 말고, 제품 Y의 생산자원에 대한 그림자가격 s_2 는 W2이므로 제품 Y에 대해서는 단위당 W2씩의 결합원가를 부담시키는 것이다. 그 이유는 다음과 같다. 즉, 현재 제품 X에 대한 100단위의 수요를 충족시키는데 필요한 원료 R의 투입량은 $33\frac{1}{3}$ ($100 \div 3$)단위이다. 그럼에도 불구하고 꼴뚜기화학은 35단위의 원료 R을 투입하고 있다. 이처럼 꼴뚜기화학이 필요이상으로 원료 R을 투입하는 이유는 제품 Y의 수익성이 높아서 원료 R의 초과투입이 정당화하기 때문이다. 따라서 원료 R을 가공하는데 소요된 결합원가는 전부 제품 Y에 배분되어야 하며 제품 X에 배분되어서는 안된다. 이처럼 제품 Y에만 결합원가를 부담시킬 경우 1단위의 제품 Y가 부

담할 결합원가는 $W2(W4 \div 2\text{단위})$ 이 되며, 이 금액은 1단위의 제품 Y를 생산하는데 투입되는 원료 R의 한계가치, 즉, $s_2=W2$ 과 일치함을 알 수 있다. 한편 이렇게 결합원가를 배분할 경우에는 결합제품 X, Y 중에서 주산품은 Y가 되고 부산품은 X가 된다. 왜냐하면 제품 X는 결합원가를 전혀 부담하지 않기 때문이다.

IV. 결 론

분리점에서 분리되어 나온 각 결합제품은 그 시점에서 판매가능할 수도 있고, 추가가공을 하여야 하는 경우도 있다. 결합제품이 분리점에서도 판매가능하고 동시에 추가가공을 하여 판매하는 것도 가능한 경우에는 경영자는 분리점에서 결합제품을 판매할 것인가 아니면 추가가공한 후 보다 높은 가격으로 판매할 것인가에 대해 의사결정을 해야 한다. 이러한 판매-추가가공의사결정문제에 있어 바람직한 의사결정은 가장 큰 미래순현금유입액을 창출시킬 수 있는 대체안을 선택하는 것이다. 그러기 위해서는 판매가치의 증가분과 분리원가와와의 차이가 가장 큰 대체안을 우선적으로 선택해야 한다.

추가가공으로 인한 증분이익의 유무에 따른 의사결정을 가정하는 기존의 전통적인 접근법에서는 결합원가의 배분과 의사결정에 있어 생산된 결합제품을 전량 즉시 판매하거나 또는 전량 추가가공하는 이분법적인 해만을 보여주고 있다.

그러나 이 논문에서는 선형계획법을 사용하여 기업이 직면하고 있는 판매가능량 제한, 재고보유로 인한 보유원가 절감 등 다양한 제약조건을 도입하여 보다 복잡한 상황에서의 의사결정을 도와주고 있다. 또한 심플렉스 해법을 이용한 선형계획접근법은 결합원가를 배분하여 다양한 제품을 판매하고 있는 기업이 보다 높은 이익을 달성하여 기업가치를 극대화 할 수 있는 최적해 창출에 실용적이고 합리적인 대안을 제시하고 있다.

Allocation of Joint Costs Using Linear Programming Technique

Kim, Song-Ki*

A single process may yield two or more products simultaneously. In this situation, a question arises as to how joint costs should be allocated to individual products. In the case of joint costs, it is not feasible to use the cause-and-effect criterion to guide individual product-cost allocation. This study will show how the linear programming technique can be used to allocate joint-product costs.

When a product is an inevitable result of a joint process, decisions regarding whether a product should be sold at the split off point or processed beyond split off should be made. The traditional approach is to compare the incremental revenue with the incremental costs. This study will show that decisions relating to sale or further processing of individual products can be made using the linear programming technique.

*Professor, College of Business Administration, Seoul National University

