産業別 施設의 適正規模에 관한 研究

池　　龍　　熙

Ⅰ. 序　　論

現代經營者는 過去의 經驗을 토대로 하는 어떠한 形態의 直觀보다도 數的으로 確實한 근거만 찾을 수 있다면 이를 더 確信하려고 한다. 勿論 現在 經營者들의 大部分은 單純한 推測에 의하여 그들의 意思를 決定 하는 경우도 많다. 이러한 推測을 最少限으로 줄일수 있는 보다 科學的인 意思決定 過程을 모색하려는 研究가 最近 많이 進行되고 있다. 이러한 경향으로 해서 可能 하다면 現在 처해있는 企業상황을 數量化 하려고 한다. 이를 토대로하여 다음에 適正化란 數學的 過程을 通한 意思決定에 到達하려고 한다.

많은 企業의 測面은 쉽게 數量化 할 수 있다. 예를 들면 한 會社가 여러 창고 중의 한 곳에서 고객에게 출하를 하여야 할때 각 창고에서의 출하 비용은 쉽게 계산할 수 있다. 그 會社가 많은 고객과 많은 창고를 갖고 있을때라 하여도 最少經費를 내는 分配「패턴」을 決定할 수 있다.

性質上으로는 數量化 할수 있지만 쉽게 數量化할 수 없는 경우도 있다. 數量化할려면 主觀的인 評價를 하지 않으면 안되는 경우도 많다. 이러한 경우와같이 數量化할 수 없는 상태에서라도 어느 程度 數量化하므로써 많은 成功을 거둔 예가 적지않다. 많은 研究가 이 方面에서 활발히 進行되고 있다. 한 企業體의 完全한 運營「모델」은 그 企業體의 全測面이 完全히 數量化될 것을 前提條件으로 한다. 未來에는 이것까지 可能할지도 모른다.

筆者 : 서울大學校 商科大學 附設 韓國經營研究所 補助 研究員. 서울大學校 商科大學 助教.

여기서 우리는 産業別 研究에서 以上과 같은 OR的 觀點과 더불어 計量經濟學에서 많이 論議되고 있는 生産函數와 費用函數를 고찰하며 이들이 여하이 施設의 適正化 規模를 決定하는데 도움을 줄수 있는가를 보겠다. 現在 計量經濟學은 많이 發展 되었다. 理論뿐만 아니라 實際的인 研究도 많이 進行 되어서 政策 立案에도 많은 도움을 주었다. 그러나 아직도 理論的인 많은 問題點을 갖고 있다. 예를 들면 heteroscedasticity 나 multicollinearity 기타 問題들이 생길때 이를 하나 하나 解決하는 方法은 어느程度 研究가 되어 있다고 해도 이러한 問題들이 同時에 發生할 경우에는 그야말로 束手無策이라고 아니 할 수가 없을 것이다. 이러한 여러 問題에 대한 實際的 指針으로 도움이 되고저 하기위한 monte carlo studies 가 있지만 아직 이러한 問題에 대한 完全한 解答은 앞으로의 研究에 期待할 수 밖에 없다고 하겠다.

O.R 도 앞으로의 研究가 進行되는 대로 現在의 많은 問題를 解決할 수 있을 것이라 믿는다.

Ⅱ. 生産函數와 費用函數

生産函數(production function)의 研究에는 일반적으로 두개의 接近方法이 있다. 즉 하나는 統計的 接近方法(statistical approach)이며 또 하나는 分析的 接近方法(analytical approach)라 하겠다.

現在까지 發表된 生産函數의 大部分은 統計的인 接近方法을 利用한 것이다. 주로 이 方法은 技術的 가정이나 또 科學의 發達로서 생기는 生産性 問題를 고려하지 않고 過去의 費用 資料와 生産 혹은 다른 變數와의 關聯만을 생각한다. 長期的인 命題에 대하여 短期的 分析을 한다는 것이 타당한 가에 대하여 무척 의심스럽다. 왜냐하면 여러가지 相異한 生産機會와 制約條件을 갖는 여러 種類의 工場에 대한 統計的 短期 費用曲線이 特定한 産業에 대하여 만족할 만한 長期費用曲線을 나타내 주지는 않기 때문이다. 結局 가정과 추세를 利用하여 모든 것이 現在와 같다고 보는 것이 問題點이라 하겠다.

分析的 接近方法은 주어진 條件이 相異한 여러가지 代替的인 計劃의 經濟的 評價와 더불어 長期的인 面을 가지며 주로 「엔지니어」들에 의하여 많이 취해지는 方法이다. 이러한 接近方法으로 短期的 分析뿐만 아니라 長期的 分析도 할수 있다. 生産活動이 몇개 變數간의 간단한 過程에 의한 것일때는 이러한 현미경적 分析은 假定의 그릇된 想定이나 技術問題로 因한 별 問題없이 많은 효과를 기대할수 있다.

그러나 工程이 복잡하여 여러 變數를 갖게 되고 이들 變數間의 關係가 曲線的 일 때에

는 分析的 研究는 統計的 推定을 利用하여 좀더 巨視的인 面을 포함 하여야 한다. 大部分 이러한 分析作業과 費用推定은 特定 地域上의 工場 計劃과 「디자인」에 關聯하여 遂行 된다. 自然的으로 規模의 差異에 따른 諸條件을 따지게 된다. 大部分의 경우에 있어서 이러한 研究는 經濟學者들에 의한 長期曲線의 推定과 비슷하다고 하겠다. 이러한 接近方法으로 費用의 單純한 分析뿐만 아니라 費用函數도 分析 說明하기를 企圖한다. 또한 「모델」의 가정들을 폐기할 때나 變數가 바뀔 경우에 있어서의 費用에 미치는 영향을 分析하는데에도 도움을 준다.

이러한 두개의 相異한 技術上의 接近方法을 혼합한 여러가지의 方法들이 있다. 工學資料가 生産函數의 適正한 變數를 채택하는데 基準이 되지만 工學資料뿐만 아니라 經濟統計로 부터도 또한 「파라미터」(parameter)의 推定을 할수있다. 두가지 方法이 特定産業의 生産函數를 研究하는데 있어서 관념적으로는 다르다 할지라도 反面에 서로 補完하는 面도 많다고 하겠다. 歷史的 事實에 不過한 統計的 資料에 理論的이며 實驗的 性格의 技術的 資料를 附加 함으로써 순전한 統計的 고찰 보다도 더 많은 實用性을 거둘수 있다고 하겠다.

理論的으로나 實際的으로나 CD(Cobb-Douglas) 生産函數는 거의 過去 40年間에 있어서 많은 공헌을 하였다. 最近에 Arrow, Chenery, Minhas, 그리고 Solow 等에 의하여 CD 生産函數에 대한 修正이 가하여졌다. 이들은 代替 彈力性에 대한 制約을 완화한 一團의 生産函數를 誘導 하였다. 그러므로 CD 生産函數와 Leontif 의 生産函數는 特定한 경우로 여기에 포함된다고 하겠다.

前者는 代替彈力性이 1 일 때이며 後者는 代替彈力性이 0 으로 수렴 할 때인 것이다. 이러한 意味에서 CD 生産函數는 一般性을 결여하고 있다고 하겠다.

Arrow 等에 의한 研究에 의하면 代替彈力性이 0 도 1 도 아니라는 것이 明白하여 졌다. CES(constant elasticity of substitution) 生産函數는 이러한 面에서 좀더 包括的이라 하겠다. 이 生産函數는 規模의 差異에 따른 收穫이 不確定하다는 것을 認定하기 때문이다.

總合的 生産函數에 관한 大部分의 研究에 있어서 要素의 몫과 相對的 要素 價格에 관한 資料는 중요한 役割을 해 왔다. 이러한 資料는 國民經濟의 要素收入에 대한 競爭 狀態를 검토 하는데 사용 되었다. 이의 좋은 예로서 우리는 Douglas 의 研究를 들수 있다.[1]

CD 生産函數에 소위 Hicks 가 말한 技術 變化가 $(10^{\lambda}-1)$의 率로 進行 된다면 그 生産函數는 $X_t = A10^{\lambda t} L_t^{\alpha} K_t^{\beta} U_t$ 가 된다. 여기서 X_t 는 實際 生産量, L_t 는 勞動 投入量, K_t 는 資

(1) Douglas, Paul H., "Are There Laws of Production?" *American Economic Review*, XXXVIII, No. 1 (March 1948), pp. 1-41.

本 投入量, U_t 는 「랜덤 · 디스터번스」(random disturbance), 그리고 A, λ, α, β 는 「파라미터」(parameter)를 表示한다. 이것을 log로 고치면 別 問題없이 $\log A$, λ, α, β 를 推定할 수 있다.

우리가 競爭的 要素市場에서의 費用 最少化를 나타내 주는 限界生產性 條件을 이 CD生產函數에 同時 導入하면

$$\frac{P_{kt}}{W_t}=\left(\frac{\partial X_t}{\partial K_t}\Big/\frac{\partial X_t}{\partial L_t}\right)V_t$$

$$=\frac{\beta}{\alpha}\frac{L_t}{K_t}V_t \text{ 가 된다.}$$

여기서 P_{kt} 는 資本에 대한 價格, W_t 는 賃金率, V_t 는 새로운 「랜덤 · 디스터번스」(random disturbance)를 나타낸다.

CES 生產函數는 다음과 같다. 즉

$$X_t=A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho}+(1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}}U_t$$

여기서 A 는 效率性의 「파라미터」이고

δ 는 分配의 「파라미터」이고

ρ 는 代替性의 「파라미터」이고

μ 는 同質性의 「파라미터」이다.

代替彈力性을 σ 라 한다면, $\sigma=\dfrac{1}{1+\rho}$ 이다.

여기서 統計學的 問題를 論議해 보자. 이 生產函數는 파라미터인 A, λ, δ, ρ 및 μ 에 關해서 非直線的 函數다. log나 또는 다른 方法으로 간단히 直線的 關係로 고칠 수가 없다. 이러한 경우에는 非直線的 推定方法을 利用하지 않을 수 없다.

여기에 二段階의 推定方法(the two-step procedure for estimation)을 쓰려면 먼저 最少費用을 基本으로한 限界 生產性의 關係를 고려 하여야 한다. 즉

$$\frac{P_{kt}}{W_t}=\frac{\delta}{1-\delta}\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{-(\rho+1)}V_t$$

윗 式을 log로 고치면

$$\log\frac{P_{kt}}{W_t}=\log\frac{\delta}{1-\delta}-(\rho+1)\log\frac{K_t}{L_t}+\log V_t \text{ 가 된다.}$$

여기서 우리는 $\dfrac{\delta}{1-\delta}$ 와 $(\rho+1)$ 의 推定値를 얻을 수 있다.

우리가 δ 의 推定値를 $\hat{\delta}$, ρ 의 推定値를 $\hat{\rho}$ 라 놓으면 다음의 式을 얻을 수 있다. 즉

$\log X_t = \log A + \lambda_t - \frac{\mu}{\rho}\log[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L_t^{-\rho}] + \log U_t$ 가 된다. 이 두번째의 回歸分析을 通하여 A, λ, μ 의 推定値를 얻을 수 있다. $\log Xt$ 와 t, 그리고 $\log[\delta K_t^{-\rho}(1+\delta)L_t^{-\rho}]$ 에서 「파라미터」의 推定値를 구하면 된다.

보다 나은 方法으로 Ronald G. Bodkin 과 Lawrence R. Klein 에 의한 方法을 소개하면 다음과 같다. 그들에 의하면 P_{kt}, W_t 와 X_t 를 주어진 것으로 보고 L_t 와 K_t 의 可望函數 (likelihood function)를 만들어 이 函數를 最大化 하는 A, λ, δ 와 ρ 의 값을 구한다는 것이다.

예를 들면 $\log X_t = \log A + \lambda_t + \alpha \log L_t + \beta \log K_t + \log U_t$ 의 未知 常數는 이 方法에 의하여 $S = \sum_t (\log U_t)^2 = \Sigma(\log X_t - \log A - \lambda_t - \alpha \log L_t - \beta \log K_t)^2$ 을 $\log A$, λ, α 와 β 의 관한 最少値를 구함으로써 推定 할 수 있다.

結果的인 推定等式은 未知 「파라미터」에의 一次式이 될 것이 分明하다. 그러나 이것은 $S^2 = \sum_t (X_t - A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho} + (1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}})^2$ 에는 通하지 않는다. 可能한 方法 중의 하나는 未知 「파라미터」들에 대한 임의의 값 즉 A_o, λ_o, δ_o, ρ_o 와 μ_o 를 정하여 다음의 式을 만들면 된다. 즉

$$
\begin{aligned}
X_{ot} = {} & A_o 10\lambda_o{}^t[\delta_o K_t^{-\rho_o} + (1-\delta_o)L_t^{-\rho_o}]^{-\frac{\mu_0}{\rho_o}} \\
& + \left(\frac{\partial X_t}{\partial A}\right)_0 (A - A_o) + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \lambda}\right)_0 (\lambda - \lambda_o) \\
& + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \delta}\right)_0 (\delta - \delta_o) + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \rho}\right)_0 (\rho - \rho_o) \\
& + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \mu}\right)_0 (\mu - \mu_o)
\end{aligned}
$$

다음 단계로 $S_2^1 = \sum_t (X_t - X_{ot})^2$ 을 最少化하는 A, λ, δ, ρ 와 μ 의 推定値를 구하는 것이다. 우리가 이 計算된 「파라미터」의 推定値를 A_1, λ_1, δ_1, ρ_1 그리고 μ_1 이라고 하면 우리는 전과 같이 다음 式을 얻을 수 있다. 즉

$$
\begin{aligned}
X_{1t} = {} & A_1 10^{\lambda_1 t}[\delta_1 K_t^{-\rho_1} + (1-\delta_1)L_t^{-\rho_1}]^{-\frac{\mu_1}{\rho_1}} \\
& + \left(\frac{\partial X_t}{\partial A}\right)_1 (A - A_1) + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \lambda}\right)_1 (\lambda - \lambda_1) \\
& + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \delta}\right)_1 (\delta - \delta_1) + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \rho}\right)_1 (\rho - \rho_1) \\
& + \left(\frac{\partial X_t}{\partial \mu}\right)_1 (\mu - \mu_1)
\end{aligned}
$$

$S''_2=\sum_t(X_t-X_{1t})^2$ 를 다시 最少化 시킴으로써 또다시 A_2, λ_2, δ_2, ρ_2 그리고 μ_2 의 推定値를 얻을 수 있다. 우리는 이와같은 過程을 이렇게 하여 구한 推定値가 어떤 特定의 값에 수렴 할 때까지 되풀이 하면 된다.

다음은 Clark Edwards에 의한 方法을 소개해 보자.[2] 먼저 다음의 一聯의 式을 만든다. 즉

$$\frac{\partial\sum_t(X_t-A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho}+(1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}})^2}{\partial A}=0$$

$$\frac{\partial\sum_t(X_t-A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho}+(1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}})^2}{\partial \lambda}=0$$

$$\frac{\partial\sum_t(X_t-A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho}+(1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}})^2}{\partial \delta}=0$$

$$\frac{\partial\sum_t(X_t-A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho}+(1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}})^2}{\partial \rho}=0$$

$$\frac{\sum_t(X_t-A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho}+(1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}})^2}{\partial \mu}=0$$

이들 式의 各各은 임의의「파라미터」의 값에 대하여 다음과 같이 展開될 수 있다. 편의상

$$\frac{\partial\sum_t(X_t-A10^{\lambda t}[\delta K_t^{-\rho}+(1-\delta)L_t^{-\rho}]^{-\frac{\mu}{\rho}})^2}{\partial A}=ⓐ$$

라 놓으면

$$\begin{aligned}\frac{\partial ⓐ}{\partial A}&=\left(\frac{\partial ⓐ}{\partial A}\right)_0+\left(\frac{\partial^2 ⓐ}{\partial A^2}\right)_0(A-A_0)\\&\quad+\left(\frac{\partial^2 ⓐ}{\partial A\partial\lambda}\right)_0(\lambda-\lambda_0)+\left(\frac{\partial^2 ⓐ}{\partial A\partial\delta}\right)_0(\delta-\delta_0)\\&\quad+\left(\frac{\partial^2 ⓐ}{\partial A\partial\rho}\right)_0(\rho-\rho_0)+\left(\frac{\partial^2 ⓐ}{\partial A\partial\mu}\right)_0(\mu-\mu_0)\\&=0\end{aligned}$$

이와같은 方法으로 다른 式들도 展開할 수 있다. 그러므로 같은 節次로 되풀이 할 수 있다.

(2) Edwards, Clark., "Non-Linear Programming and Non-Linear Regression Procedures", *Journal of Farm Economics*, XLIV, No. 1 (Feb.,(1962), pp. 100-114.

몇번 되풀이를 하여야 하나는 맨 처음의 「파라미터」값의 推測에 달려 있다. 그러나 보통의 경우에 있어서는 15번 程度의 되풀이를 하면 된다고 알려져 있다.

J. Kmenta에 의한 計算方法이 있다.(3) 그는 代替方法으로 CES生產函數를 ρ에 관하여 一次式이 되는 近似式을 쓸 것을 主張하고 있다. 이것은 $\rho=0$을 中心으로 Taylar 展開公式을 利用하면 된다. 三次나 그 以上의 部分을 버리면 우리는 다음의 式을 얻을 수 있다. 즉

$$\log X_t=\log A+\lambda_t+\mu\delta\log K_t+\mu(1-\delta)\log L_t$$
$$-\frac{1}{2}\rho\mu\delta(1-\delta)[\log K_t-\log L_t]^2+\log U_t$$

윗式에 의한 CES生產函數에 대한 近似式은 두 部分으로 나누어질 수 있다. 한 部分은 CD生產函數와 一致하며 또 다른 한 部分은 ρ가 0과 다름으로 해서 必要하게 되는 矯正要素를 表示한다. 이 矯正要素는

$-[\rho\mu\delta(1-\delta)/_2][\log K_t-\log L_t]^2$에 의하여 表示되며 $\rho=0$일때는 이것도 0이 된다. 이 近似方法의 誤差는 ρ가 0과 얼마나 다른가에 달려 있다.

費用函數는 生產函數및 限界 生產性 條件에 관한 理論을 構成하는 많은 要素들을 함축성있게 포함하고 있다고 하겠다. 生產函數는 몇개의 投入要素와 生產과의 關係를 나타내 준다. 反面에 費用函數는 總費用과 生產과의 雙方的인 關係를 나타내 주는 것이 보통이다.

國家經濟의 한 分野인 產業別 硏究에 있어서 構造的 特徵을 決定하고 이를 檢討하기 위하여 그 生產函數를 아는 同時에 生產要素에 대한 需要와 그 產業의 生產品에 대한 需要도 알아야 한다. 이러한 것들에 의하여 費用과 供給方程式도 決定될 것이다.

우리는 편의상 다음과 같은 變數를 사용 하겠다. 즉

X_i : 生產量

N_{it} : 雇傭量

C_{it} : 原料의 使用量

D_{it} : 資本의 使用量

P_{it} : 生產品의 價格

W_{it} : 賃金率

Q_{it} : 原料의 價格

---

(3) J. Kmenta; "On Estimation of the CES Production Function", *International Economic Review*, June 1967. Vol. 8, No. 2, p. 180.

R_{it} : 資本의 價格

P_t : 一般物價水準

Y : 國民所得

여기서 t는 時間을 나타내며 i는 i라는 特定産業을 表示한다. 生産函數는 $X_{it}=f(n_{it}, C_{it}, d_{it}, U_{it})$라 表示할수 있다. 마찬가지로 U는「랜덤·디스터빈스」(random disturbance)를 表示하고 있다.

우리가 完全競爭市場을 가정한다면 다음과 같은 限界生産 또는 要素需要方程式을 얻을 수 있다. 즉

$$\frac{\partial f}{\partial n_{it}}=g_1\left(\frac{W_{it}}{P_{it}}, U_{2t}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$\frac{\partial f}{\partial C_{it}}=g_2\left(\frac{q_{it}}{P_{it}}, U_{3t}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$$\frac{\partial f}{\partial d_{it}}=g_3\left(\frac{r_{it}}{P_{it}}, U_{4t}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

우리가 完全競爭市場이라는 가정을 없앤다면 ①의 方程式은 새로운 常數를 도입함과 同時에 修正 될 수 있다. 이 새로운 常數는 生産에 대한 需要와 要素 供給의 彈力性에 依存한다. 예를 들면 勞動의 限界生産性 方程式은

$$\frac{\partial f}{\partial n_{it}}=g_1\left[\frac{W_{it}\left(1+\frac{1}{\eta}\right)}{P_{it}\left(1-\frac{1}{\epsilon}\right)}, U_{2t}\right]$$ 가 된다. 여기서 η은 供給彈力性을 表示하며 ϵ는 需要彈力性을 表示한다. ②式과 ③式도 마찬가지 方法으로 變更될 수 있다.

윗 式들은 生産函數의「파라미터」와 限界生産 方程式의「파라미터」와의 關係를 나타내주고 있다.

이와같은 生産函數와 費用函數의 硏究에는 물론 時系列이나 횡단資料도 使用될 수 있다. 國家經濟 全體에 대한 生産函數는 企業體들 間의 또는 産業間의 生産技術의 分布에 대한 意味를 갖는다. 總合的인 形態로서 모두 相異한 技術이 結合된 것이기 때문에 이러한 巨視的 關係 뒤에 있는 觀念的인 複雜性을 注視 하여야 한다.

이러한 觀點에서 볼때 한 産業의 總合的 生産函數는 보다 더 明確한 意味를 갖는다. 技術的인 差異는 한 産業內에도 存在한다. 그러나 全國家經濟에 比하면 훨씬 同質的이라 할 것이다.

우리는 以上에서 特定産業의 生産이나 費用面에 대한 計量經濟學的 分析方法을 보았다.

실제적인 適正規模의 算出을 위한 方法으로서 O. R.的 接近方法을 보겠다.

Ⅲ. O. R. 的 接近方法

가장 간단한 動態的「모델」(dynamic model)로서 이 「모델」은 다음의 가정을 갖는다.

1) 需要는 算術的인 率로 時間이 지남에 따라 계속해서 增加한다.

2) 外國으로 부터 輸入을 하지 않으며 모든 需要는 國內 生產으로 充足된다.

3) 割引率(discount rate)과 生產費用函數(manufacturing cost function)은 時間과 關係없이 一定하다.

4) 工場의 수명은 無限하다.

5) 割引率을 適用하기 위한 時間要素를 無限하다고 본다.

이러한 가정하에 最善의 政策은 一定한 時間 간격으로 같은 규모의 공장을 계속해서 세우는 것이다. 앞으로의 需要 增加를 예측해서 이를 充足시키기 위한 工場 규모를 결정하는데 몇년이 걸려야 이 증가된 수요를 충족 할 수 있는가를 결정 한다. 미래의 수요를 충족시키기 위하여는 지금부터 工場을 건립하여야 하며 그동안에는 과잉 시설을 갖게 된다. 그러나 과잉 시설이 없게 되는 시점이 있게 되며 그 時點을 regeneration point라 한다.

regeneration point마다 언제나 새로운 공장이 세워 져야 한다.

最適周期年數(x^*)를 計算하기 위하여 우리는 편의상 다음을 정의한다.

$C(x)$: x의 函數로서 regeneration point에서 본 未來의 現價로 割引된 費用合計.

D: 年當 需要 增加量

x : 공장 건립에 있어서의 시간 간격(年)

$\therefore$ xD : 공장규모

$f(xD)$: xD라는 규모의 단일 공장의 投資費用函數

r : 年割引率(年一回씩).

$\therefore$ e^{-rt} : t年 후에 생길 비용의 現價換算率

매 x年마다 한 공장이 세워 진다. 이러한 공장들의 割引되지 않은 投資費用函數인 $f(xD)$는 같다. 0年, x年, $2x$年, ……nx年에 세워진다.

$C(x)$는 x의 函數로서 regeneration point에서 본 割引된 미래 비용의 合計를 나타내므로 다음의 等式이 成立한다. 즉

$$C(x)=\underbrace{f(xD)}_{\text{첫주기의 시초에 드는 投資費用}}+\underbrace{e^{-rx}C(x)}_{\text{미래에 드는 附帶費를 現價로 換算한것.}} \text{——①}$$

①式에서

$$C(x)=\frac{f(xD)}{1-e^{-rx}} \text{——②}$$

실제 계산을 하기 위하여 우리는 $f(xD)$의 구체적인 函數형을 확정 지워야 한다. engineering study 나 計量경제학에서 가장 많이 쓰이는

$f(xD)=k\cdot(xD)^a$ [k : Proportionality 를 表示하는 常數, a:한 단위 시설당 평균 비용 증가율]을 사용 하는것이 외국과 비교하기에도 좋다.

$a=1.0$ 이면 economies—of— scale 이 없다는 것을 말한다.

$a>1.0$ 이면 工場규모를 늘임으로써 오히려 비용이 더 많이 늘어나는 것을 意味하므로 $0<a<1.0$ 라는 제한을 economies—of—scale parameter 인 a 에 두었다.

$f(xD)=k\cdot(xD)^a$ 를 ②式에 代入하면

$$C(x)=\frac{k\cdot(xD)^a}{1-e^{-rx}}$$

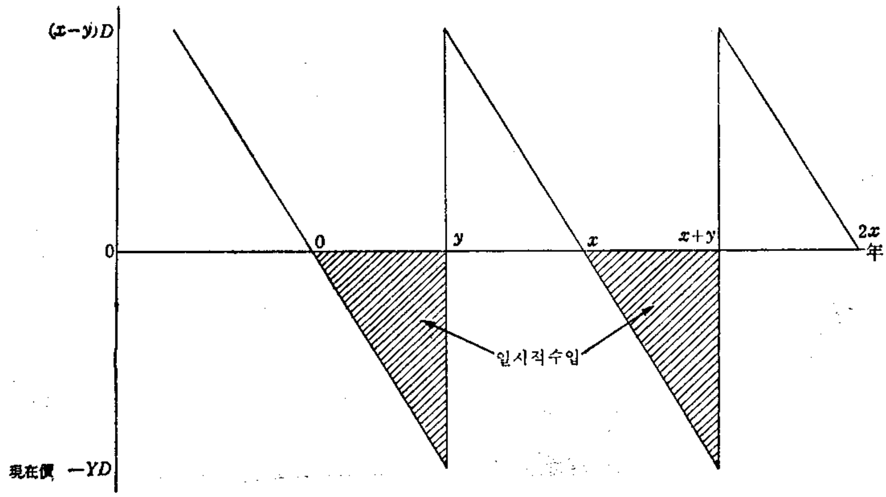
여기서 k, D 는 x^*와 無關하며 a, r 이 x^*를 결정하게 된다.

r 이 높을수록 또 a 가 클수록 x^*는 작아진다. 원재료비, 연료비, 노무비 등의 작업 비용은 費用函數에서 제외 되었다. 이들은 生產量에 비례한다고 생각된다. 만약 이들에도 economies—of—scale 이 적용된다면 포함시켜야 됨은 물론이다.

또 고려하여야 할 점은 공장 수명이 무한하다는 가정이 실제하고 다르다는 것이다. t年간이 工場수명이라 하면 replacement factor 는 $\rho=\frac{1}{1-e^{-rt}}$ ($\because$ $\rho=1+e^{-rt}+e^{-2rt}+e^{-3rt}+\cdots$) 가 된다.

이제 전의 가정을 완화해서 需要가 수입에 의해서도 充足 될수 있다고 상정하자. 새로운 工場이 필요할 만큼 국내 需要가 증가 할 때까지 國內 생산 시설에 투자할 것을 미루는 일시적인 수단으로서 수입을 생각 할 수 있다. 바꿔말하면 국내수요가 國內生產을 초과하게 되며 이 초과분에 대하여 penalty cost 를 부담하게 된다. 수입에 대한 penalty cost 는 수입량에 관계없이 일정하다고 가정하면 다음 도표와 같은 관계가 성립한다.

전과 마찬가지로 0, x, $2x$,……는 regeneration point 를 表示한다. 전번과 근본적으로 다른 점은 이제는 「마이너스」의 超過施設을 허용한다는 점이다. 여기서 y 는 매주기의 일시



적 수입의 기간을 표시 한다.

P를 단위당 penalty cost 라하면 regeneration point 에서 본 總現價割引費用은

$$C(x,y)=\underbrace{\int_0^y P(tD)e^{-rt}dt}_{①}+\underbrace{e^{-ry}f(xD)}_{②}+\underbrace{e^{-rx}C(x,y)}_{③}——ⓐ$$

여기서 ①은 첫 工場이 建設되기 前의 期間동안에 「페날티 • 코스트」(penalty cost)의 現價割引된 合計이며 ②는 y年의 工場投資의 現價이며 ③은 未來의 모든 費用의 現價를 表示한다.

윗 식에서

$$C(x,y)=\frac{1}{1-e^{-rx}}\left\{\frac{PD}{r^2}[1-e^{-ry}(1+ry)]+e^{-ry}f(xD)\right\}——ⓑ$$

工場을 세우는데 있어서 x와 關聯된 y의 最適選擇은 $y(x)=\frac{rf(xD)}{PD}\leq x$——ⓒ라는 條件을 滿足시켜야 한다.

위의 관계로 해서

$C(x,y(x))=\frac{PD}{r^2}\left[\frac{1-e^{-ry}}{1-e^{-rx}}\right]$ ⓓ의 最少値를 구하면 된다.

마찬가지로 $S(x,y(x))$를 單位當 費用으로 表示한다면 우리는 다음식을 유도할 수 있다. 즉

$$C(x,y(x))=\int_0^\infty S(x,y(x))(tD)e^{-rt}dt$$

$$=\frac{D}{r^2}S(x,y(x))——ⓔ$$

ⓔ式과 ⓓ式을 結合하면

$S(x,y(x))=P\left[\frac{1-e^{-ry}}{1-e^{-rx}}\right]$ 이 된다.

e^{-ry}를 전개해서 代入하면 ⓓ式은

$$C(x,y(x))=\frac{1}{1-e^{-rx}}\left[f(xD)-\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{r^2}{PD}\right)^i(-f(xD))^{i+1}}{(i+1)!}\right]$$ 이 된다.

P가 無限大로 되는 限界値를 택하면 輸入을 하지 않는 경우의 費用函數로서 전과 마찬가지로

$C(x,o)=\frac{f(xD)}{1-e^{-rx}}$를 갖게 된다.

만약 항구적인 수입이 最善의 政策인 경우가 아니라면 어떠한 xD의 値라도 다음 式을 滿足시켜야 한다. 즉

$f(xD)\leq\int_0^{\infty}(xD)Pe^{-rt}dt=(xD)\frac{p}{r}$ ——ⓕ

ⓕ를 미분 할 수 있다면 ⓔ式의 最少値에 對한 必要條件은 $\log C(x,y(x))$를 最少化 시킴으로서 얻어 질 수 있다.

x에 관해 미분해서 0으로 놓으면

$$\frac{d\log C(x,y(x))}{dx}=r\left\{\frac{rf'(x^*D)}{P(e^{ry*}-1)}-\frac{1}{e^{rx*}-1}\right\}=0$$

혹은

$$\frac{e^{ry*}-1}{e^{ry*}-1}-\frac{rf^1(x^*D)}{P}=y'(x^*)$$

여기에서 y^*가 $y(x^*)$와 같은 $(x^*,\ y^*)$가 最適의 解答을 表示해 준다.

보편적으로 많이 쓰이는

$f(xD)=k\cdot(xD)^a$, $k>0$, $0<a<1$의 경우를 좀더 생각해 보자.

이 投資費用은 concave 함수며 동시에 증가함수다. 만약 규모의 경제성인 a가 작아짐에 따라 적정규모가 커진다고 하면 ⓔ式으로 부터 費用函數인 $C(x,\ y(x))$의 특성으로서 다음을 들수 있다.

i) $\lim_{x\to 0}C(x,\ y(x))=+\infty$

ii) $\lim_{x\to\infty}C(x,y(x))=\frac{PD}{r^2}$

iii) $C(x,y(x))=\frac{PD}{r^2}$에 對한 限定된 唯一의 x 解答은 $x'=y(x')$, 혹은 $x'=\frac{1}{D}\left(\frac{rk}{P}\right)^{1/1-a}$ 가 된다.

특성 (ii)는 수입을 통한 모든 수요를 충족시키는 정책을 위한 비용의 현가를 表示하며

特性 (iii)은 ⓕ를 만족시키는 x'를 한정하고 있다. $x'D$의 공장규모는 외국제품과 경쟁적인 최소한의 허용되는 규모를 表示한다고 하겠다.

마지막으로 「파라미터」를 측정하는데의 오차와 정치적 제약요건의 파급효과를 생각해야 한다.

이러한 간단한 「모델」일지라도 비용함수, 수요예측, penalty facter, 그리고 割引率등 많은 실제 자료를 수집 해야 한다.

이러한 것들의 수치를 결정하는데 있어서 不確實性의 介在로 우리는 틀린 parameter의 추정치를 사용할 수 있다.

더구나 정치적인 여러가지 점을 고려하지 않으면 안된다. 여기에 틀린 parameter에 대한 민감도(sensitivity to incorrect parameters)가 문제가 된다.

여하간에 실제적인 적정규모는 이 「모델」에 반영되지 않은 현실적인 제문제점으로 인하여 달라질 수 있다 하겠다.

Ⅳ. 結 論

完成品의 運搬費가 生產費보다 훨씬 낮다면 單一生產地域 「모델」에 의한 適正規模算出도 無難하다고 하겠다. 그러나 完成品의 生產費가 높다면 이러한 간편한 方法은 용납되지 못할 것이다.

어떤 產業에 있어서는 큰 規模의 工場을 하나 세우는 代身에 여러 市場에 가깝도록 規模가 적은 여러 工場을 세우는 것이 좋은 경우가 많다. 이러한 적은 規模의 工場들은 規模에 대한 經濟性의 觀點에서 본다면 不利 할지는 몰라도 낮은 運賃으로 消費市場에 接近할 수 있다. 우리가 이러한 여러가지 點을 위하여는 位置問題와 時間問題도 고려하여야 한다.

또 하나 생각하여야 될 點은 施設이 확장됨에 따라 投資費는 減少하지만 其他 經營費用은 增加하는 경우도 많으므로 實際 適正規模의 算出에 있어서는 이點을 充分히 감안하여야 한다.

適正規模에 대한 많은 硏究가 있었고 또 「케이스·스터디」(case study)도 이루 열거할 수 없을 程度로 많다. 國家 政策立案者뿐만 아니라 企業家들에게도 많은 實際的 도움을 주고 있다. O.R. 專門家, 經濟學者, 工學者 또 其他 이 方面에 興味를 갖는 여러 사람들의 硏究가 有機的이어야 함은 두말할 必要조차 없다. 그러나 接近方法이 다름으로 해서 이에 대한 結論도 다를 수 있음은 勿論이다. 이러한 面에서 앞으로의 總合的 硏究가 이루워져야 한다.