

# 聯合原價 및 副產品原價에 관한 計量模型的 研究

郭 秀 壹

<目 次>

- I. 連產品·副產品 原價計算의 目的
- II. 連產品 및 副產品의 本質
  - 1. 主製品과 副產品의 生産量이 固定比率로 나오는 生産工程의 경우.
  - 2. 生産量이 可變의 比率로 나오는 경우.
- III. 連產品·副產品에 對한 會計 處理 方法의 考察
  - 1. 連產品에 對한 會計處理
  - 2. 副產品에 對한 會計處理
- III. 經營意思決定을 위한 連產品·副產品原價計算
  - 1. 內在費用으로서의 라그란제 乘數
  - 2. 重回歸分析에 의한 連產品 原價計算
- IV. 副產品 原價計算에 對한 附言
- V. 結 論

## I. 連產品·副產品 原價計算의 目的

一般的으로 原價計算制度(Cost accounting system)는 經營者에게 收益 및 財務狀態의 決定, 計劃과 統制, 그리고 意思決定을 위한 基礎를 提供한다. 또한 企業原價(business cost)는 經濟的 資源의 獲得과 創出을 위하여 意圖的으로 消費된 價値의 測定值(ameasured amount of value purposely released for the acquisition or creation of economic resources)라고 定義될 수 있다. 따라서 原價를 적절히 測定하기 爲하여는, 測定 그 자체의 過程도 중요하지만 동시에 우리가 무엇을 測定하려고 하는가를 분명히 把握함이 중요하다고 볼 수 있다.

이러한 觀點에서 볼 때 하나의 原價란 消費된 價値를 測定하는 目的과 그것을 어느 程度로까지 測定할 수 있는 가에 의해 좌우된다고 하겠다<sup>(1)</sup>. 따라서 原價計算을 하는 相異한 目的에 따라 必然的으로 相異한 原價가 要求되는 것이다 美國會計學會의 原價概念 및 基準에 관한 委員會(the Committee on Cost Concepts and Standards)는 1955년에 原價概念의

筆者: 서울大學校 商科大學 附設 韓國經營研究所 研究員, 서울大學校 經營大學院 助教授.

變動을 아래와 같이 해설하여 놓았다. (2)

『包括的으로 말한다면, 目的에 따라 原價를 달리 산정하게 되는 理由는 다음과 같다. 즉 經營의 目的은 各 經營活動의 범위(全社의 活動으로 부터 些少한 活動에 이르기까지)와 遂行되는 經營機能(計劃機能으로 부터 統制機能에 이르기까지)에 따라 달라지며, 고로 原價報告書에 包含되어야 할 各 原價項目의 數值도 企業이 處해 있는 狀況 및 經營層의 特定한 目的에 따라 달라지게 된다.』

이것을 넓은 의미에서 보면, 어떤 製品의 原價는 그것을 測定하는 目的에 따라 그 數值가 決定된다고 할 수 있는 것이다. 즉, 原價는 經營者決定과 函數關係를 가지고 있으며, 連產品(Joint Product) 및 副產品(By-Product)의 原價計算에 있어서도 먼저 그 目的을 設定하여야 할 것이다.

過去에는 會計擔當者가 連產品 및 副產品 原價計算을 하는 주된 目的은 企業의 損益 및 財政狀態의 決定을 위한 基礎資料를 提供하는 것이었다. 이러한 目的을 위하여 開發한 종래의 連產 및 副產品 原價計算의 方法은 連產 및 副產品을 生産하여 販賣하는 企業에 있어서 어떤 中間製品을 그대로 販賣할 것인가, 더 加工하여 販賣할 것인가, 또는 完製品으로 만들어서 販賣할 것인가를 決定하는 經營者 意思決定에 利用되기에는 非合理的 내지는 不充分한 情報밖에는 提供할 수 없었다. 즉, 傳統的인 連產 및 副產品 原價計算의 處理法인 價格比例配分法(Allocation by ability to carry costs)이나 物理的 屬性에 따른 配分法(Allocation by physical attribute)등에 의한 配分은 上記한 바와 같이 生産이나 販賣의 決定에 있어서 필요한 情報를 適切히 提供치 못하고 있는 것이다.

近年에 와서 經營意思決定을 위하여 必要한 情報를 提供하여, 企業의 精確한 財務狀態의 決定을 위하여 보다 合理的인 在庫評價도 할 수 있는 連產 및 副產品의 原價配分方法이 몇 가지 試圖되었다. (3) (4) (5) (6) (7) 本稿의 目的은 一次的으로는 合理的이고 適切한 經營者의 管理決定을 내릴 수 있게 하고, 副次的으로는 企業의 收益決定(income determination)을 위한 連產 및 副產品의 合理的인 在庫評價를 가능케 하는 連產 및 副產品의 原價計算方法을 開發함에 있다.

먼저 連產品 및 副產品의 本質과 이에 대한 종래의 原價計算上의 處理方法을 살펴 보기로 한다.

## II. 連產品 및 副產品의 本質

同一原材料 또는 同一生産工程(Single Production Process)에서 2種 또는 그 以上の 製品이 生産될 때 이러한 製品을 連產品이라고 하며, 그 代表的인 例로서는 精油工場에서 原油

를 도입하여 여러種類의 기름을 生産하는 경우를 들수 있다. 美國原價會計士協會(National Association of (Cost) Accountants)에 의하면 이러한 連產品 發生의 경우 「重要도가 큰 製品을 主製品, 보다 덜 重要한 製品을 副製品이라 한다」라고 說明하고 있으며, 이때 重要度 測定의 基準으로서는 「①副產品의 總價値는 이 副產品과 관련된 主製品의 總價値보다 적어야 하고, ②副產品은 어떤 生産工程의 主目的生産에 不可避하게 附隨되어 우연히 生産되는 것이며 때로는 願치 않는 品目이다」의 두가지를 들고 있다. (6) 위와 같이 理解할 때 連產品과 副產品을 區分하는 基準은 兩製品間의 相對的인 市場價値(즉 販賣額)의 多寡이며, 따라서 어느 것이 主製品이고 어느 것이 副產品인지를 뚜렷히 구별할 수는 없다고 볼 수 있다. 그 結果 會計用語 및 實務上 여러가지 混亂이 야기되는 것이다.

여기서 限界收益의 概念을 사용하여 連產品 및 副產品의 公式의인 區分을 생각해 볼 수 있으며, 이와 같이 일정한 基準에 의하여 主製品과 副產品을 區別함으로써 原價算定에서의 혼란을 방지하고 나아가서는 合理的인 原價計算에 도움을 줄 수 있는 것이다. 먼저 生産工程(production process)을 ①副產品과 連產品의 生産量이 어떤 固定比率로 나오는 경우와 ②副產品과 連產品의 生産比率이 可變的인 경우의 2가지로 나누고, 各各에 대한 模型을 構成하여 보기로 한다.

### 1. 主製品과 副產品의 生産量이 固定比率로 나오는 生産工程의 경우

同一工程에서 하나의 原料配合에 의하여 固定的 比率로 生産量이 決定되는 두가지 製品  $y_1, y_2$  에 대하여 各各 獨立된 需要函數가 주어졌다고 假定하면 다음과 같은 模型을 만들수 있다.

模型 1

$$(1) \text{ Maximize Profit : } P = R_1(y_1) + R_2(y_2) - C(y_1 + y_2)$$

$R_1, R_2$  :  $y_1, y_2$  제품 各各에 대한 收益

$C(y_1 + y_2)$  : 2 제품의 連合原價

또  $y_1 = \alpha y_2$  (이때  $\alpha$  는 比例常數)의 固定比率에 따라 生産이 되고 있다고 하면 위의 目的函數는 1 個의 變數로서 다음과 같이 바꿀 수 있겠다.

$$(1) - a, \text{ Maximize Profit : } P = R_1(\alpha y_2) + R_2(y_2) - c(\alpha y_2 + y_2)$$

$$(1) - b, \text{ Maximize Profit : } P = R_1(y_1) + R_2\left(\frac{y_1}{\alpha}\right) - c\left(y_1 + \frac{y_1}{\alpha}\right)$$

여기서 위의 目的函數는 一次導函數를 취함으로써 아래와 같은 限界收益을 구할 수 있게 된다.

(2) 限界收益

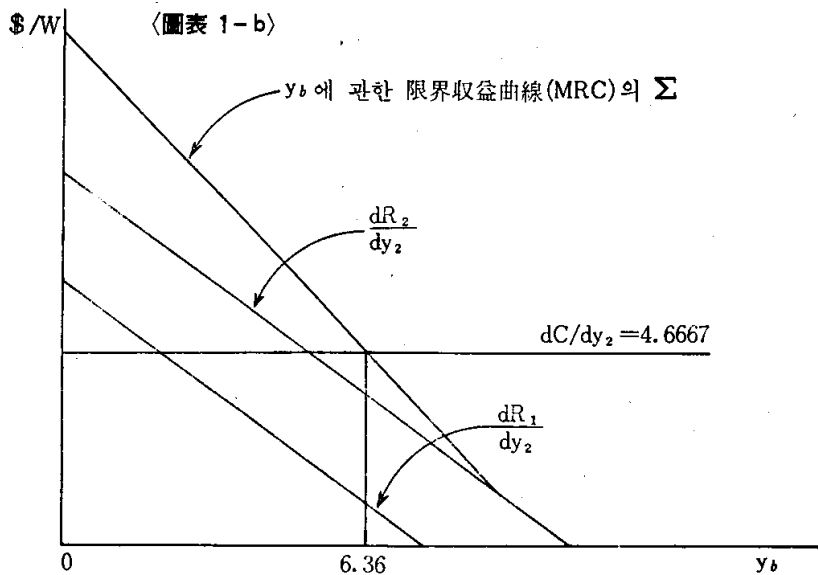
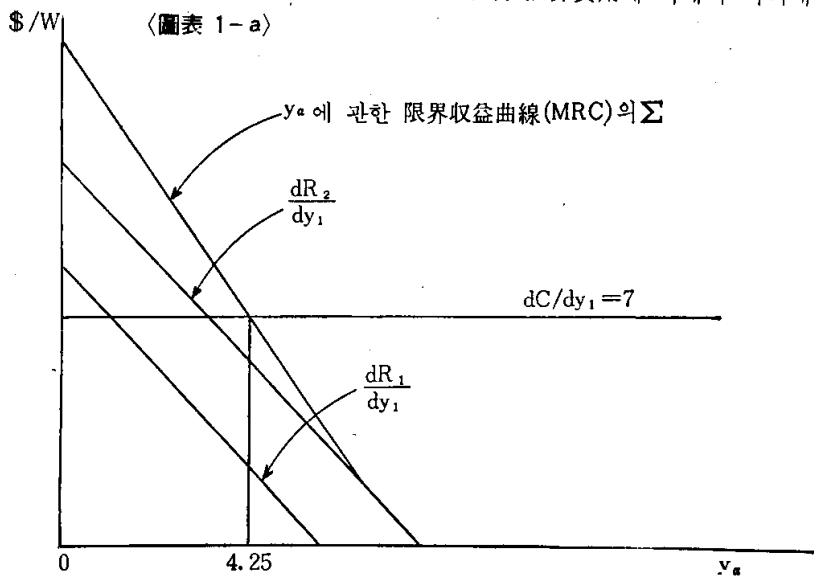
(2) - a,  $y_1$  에 관하여 풀면

$$\frac{dP}{dy_1} = \frac{pR_1}{dy_1} + \frac{dR_2}{dy_1} - \frac{dc}{dy_1} = 0$$

(2)-b,  $y_2$  에 관하여 풀면

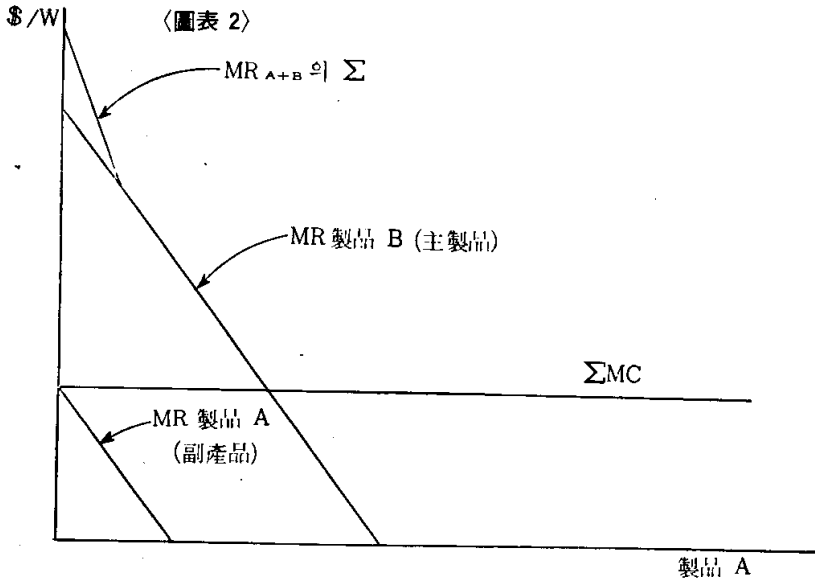
$$\frac{dP}{dy_2} = \frac{dR_1}{dy_2} + \frac{dR_2}{dy_2} - \frac{c}{dy_2} = 0$$

위의 2개의 等式은 利益을 製品個當, 限界收益 및 限界費用에 의해서 나타내고 있다.



<圖表 1-a>는 總收益 및 費用이  $y_1$  과  $y_1$  의 最適產出量으로 나타낸 것을 보여주며, <圖表 1-b>는  $y_2$  에 관하여 같은 內容을 나타낸다.

이때 만일 各各의 限界收益을 計算할 수 있다면 <圖表 2>를 그릴 수 있다. 이 限界收益의 計算은 Lagrange Multiplier 를 사용하여 할 수 있는 데, 이는 뒤에서 經營者의 意思決定을 위한 原價配分의 問題를 다룰 때 論하기로 하자.



<圖表 2>는 A제품과 B제품의 限界收益曲線 뿐만 아니고 그 限界收益曲線의 合까지 表示하여 준다. 여기서 最適產出量은 0—이고, 이때의  $y_1$  의 限界收益은 0—이며,  $y_2$  의 限界收益은 0—이 된다. (最適產出量은  $MR(\text{한계수익})=MC(\text{한계비용})$ 의 상태에서 성취되므로 限界收益 그 자체가 連合原價計算의 方法(the joint product costing method)이 됨은 後半에 가서 論議하기로 한다.)

## 2. 生産量이 可變的 比率로 나오는 경우

Chui 와 DeCoster 教授는 可變的 比率로 主製品과 副產品이 生産되는 경우에 重回歸分析 (Multiple Correlation Analysis)을 應用하여 連產品의 限界費用을 推定하려고 하였다. 그들의 基本模型은 위에서 설명한 ①의 경우와 같다. 즉, 總費用 Y를 들어서 製品 1, 2, 3을 生産할 때의 模型은 :

$$Y_i = B_0 + B_1 X_{1i} + B_2 X_{2i} + B_3 X_{3i} + E_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$Y_i$  :  $i$  期間의 總費用

$X_{1i}$  : 製品 1의  $i$  期間에서 產出된 量

$E_i$  : random errors

그러면  $B_1 = \frac{\alpha Y}{\alpha X_1}$ ,  $B_2 = \frac{\alpha Y}{\alpha X_2}$ ,  $B_3 = \frac{\alpha Y}{\alpha X_3}$ 가 되며, 이때  $B_i$ 는 각각의 製品의 產出量  $X_i$ 가 한 單位 변화됨에 따른 總費用  $Y$ 의 變化를 나타낸다. 다시 말하면  $B_1$ 은 製品 1의 限界費用인 것이다. 이와 같이 回歸分析式을 微分하면 限界費用을 구할 수 있다는 것을 活用함으로써  $B_i$ 의 推定值인  $b_i$ 을 重回歸分析을 통해서 計算해 낼 수 있다. 즉, 製品  $X_1, X_2, X_3$ 를 生産할 때 總費用이  $Y$ 만큼 든다고 하면 線型回歸分析式은

$$Y = b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

이며, 이때

$$\sum y X_1 = b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 + b_3 \sum X_1 X_3$$

$$\sum y X_2 = b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2 + b_3 \sum X_2 X_3$$

$$\sum y X_3 = b_1 \sum X_1 X_3 + b_2 \sum X_2 X_3 + b_3 \sum X_3^2$$

이 된다. 위의 等式을 聯立해서 풀면  $B_1, B_2, B_3$ 의 推定值를 얻게 되며 이것이 限界費用이 된다. (이 模型의 缺點은 뒤에 가서 자세히 論하기로 한다.)

$B_i$ 의 推定值와 販賣價格을 알게 되면 懸案連產品이 모두 主製品이라고 할 수 있는가, 또는 하나만 主製品이고 나머지는 副產品인가에 따라 서로 다른 種類의 圖表를 그릴 수 있게 된다. 이에 의해서 우리는 어떤 製品이 連產品이고 어떤 製品이 副產品인가를 決定할 수 있는 간단한 規則을 樹立할 수 있다. 그 規則은; 만일 어떤 製品이  $\sum MR = \sum MC$  點에서 總限界收益( $\sum MR$ )에 寄與하지 못하면(즉, 증가시키지 못하면) 그 製品은 副產品이다. 反對로 만일 어떤 製品이  $\sum MR = \sum MC$  點에서 總限界收益( $\sum MR$ )을 增加시키면 그 製品은 連產品이 된다.

### Ⅲ. 連產品·副產品에 대한 會計處理方法의 考察

連產品 및 副產品을 위와 같이 定義하게 되면 連產品의 製造原價는 相對的으로 重要한 販賣價値를 지니는 둘 또는 그 以上の 製品을 生産하는 單一 내지 一連의 工程에서의 原價를 나타내며, 各各의 製品이 分離되는 點까지 發生된 總原價가 되는 것이다. 이 點을 分離點(split-off point)이라고 한다.

#### 1. 連產品에 대한 會計處理

위에서 言及한 바와 같이 傳統的인 連產品 原價計算은 損益決定 및 財務狀態의 파악을 위주로 하였다. 다음은 過去에 주로 쓰였던 原價配分方法이다.

##### a) 賣出價格基準法

이 방법에 의하면 總連合原價(total joint cost)는 各 製品의 賣出價格에 의하여 配分된다. 이 방법은 모든 原價가, 그 原價에 一定率의 利潤을 붙여서 製品을 販賣함으로써 이를 回收하리라는 期待下에 發生한다는 傳統的 思考方式에 근거를 두고 있다. 즉, 이 방법은 各 製品의 原價吸收能力에 따라 連合原價를 配分하는 것이다. 自然的으로 各 製品간의 賣出利益率을 같게 한다는 것에서 그 正當性을 찾을 수 있겠다. 다시 말하면 特殊한 競爭의 狀態를 제외한 狀態에서는 各 製品간에 同一 利益率이 維持되어야 한다는 면에서 이 방법은 妥當性을 갖는 것이다. 만일 連合生産品이 分離點 以後에도 더 加工을 하여야 한다면, 또는 그 點에서 連合生産品에 대한 市場價格이 成立되지 않을 때에는 個別的으로 確認이 가능한 加工費는 賣出價格基準法을 適用하기 위하여 賣出價格에서 控除하여야 한다.

b) 生産數量基準法

만약 連產品의 產出量이 어떤 共通의 物理的 測定單位에 의하여 測定될 수 있다면, 連合原價는 各 連合生産品의 產出量比率에 따라 各 各의 製品에 配分될 수 있을 것이다. 그러나 이 방법은 여러 種類의 連產品이 꼭 共通의 單位로서 測定되지 않더라도 사용될 수는 있다. 예를 들면 連產品中 어느 하나가 液體이며 gallon으로 測定되고 다른 製品이 固體이며 pound로 測定될 경우, 各 各 다른 單位로 測定된 兩製品의 產出을 特定 轉換要因(conversion factor)에 의해 同等한 單位로 表示함으로써 이에 의한 連合原價의 配分을 행할 수 있는 것이다. 이와 같이 生産數量基準法의 基本的인 假定은 連產品과 副產品의 產出량이 同一한 單位로써 測定되거나, 또는 최소한 두 製品의 生産량을 一定한 方法에 의해서 같은 單位로 환원하여 측정할 수 있어야 한다는 것이다.

生産數量基準法의 가장 큰 弱點은 原價가 各 製品의 收益創出力과 無關하며, 連產品이나 副產品의 一單位가 同一한 價値를 갖는다고 가정함에 있다. 즉, 이 방법에 의하면 連產品에서의 各 製品은 그 重要도가 같으므로 어느것을 生産하던 간에 收益에는 영향을 미치지 않는다는 結論이 나오게 되는 것이다.

이 방법의 또 하나의 弱點은 보수적인 財務會計原則에 의하여 貸借對照表를 評價함으로써 나타난다. 즉, 높은 價値의 製品에 割當된 單位當 原價와 同等한 原價를 낮은 價値의 製品의 各 單位에 割當하는 것은 많은 경우에 있어서 市場價値를 超過해서 在庫評價를 하는 結果를 초래하게 되는 것이다. 이와 같이 貸借對照表上에서 어떤 製品은 過大評價되는 反面, 어떤 製品은 過小評價되는 경우가 있으며, 오직 市場價値를 고려한 配分模型에서 만이 이러한 缺點을 회피할 수 있을 것이다.

c) 生産單位當 平均原價法

連合原價를 特定製品에 대하여 個別的으로 認識한다는 것이 不可能하다는 前提下에, 全體 生産量에 관한 平均原價를 計算하는 것이다. 이 방법은 만일 平均原價가 每期間 계속해

서 在庫評價를 위하여 使用된다면, 損益決定을 하는 데 있어서 他方法과 별 차이가 없다는 게 그 근거를 두고 있다.

d) 標準產出量方法

이 方法은 엔지니어에 의하여 事前에 決定된 標準產出量에 따라서 原材料 및 加工費를 各 連合生産品에 配分하는 것이다.

e) 實現可能價值基準法

前述한 方法들이 많은 비판을 받고 있으므로, 여러 企業들은 販賣價值, 혹은 純實現可能價值(=窮極의인 販賣價值-製造 및 販賣에 관한 推定된 分離原價(estimated separable cost))에 의해 在庫評價를 하기도 한다. 이와 같은 實現可能價值基準法은 連合生産原價를 전혀 무시하고 있으며, 따라서 많은 비판을 받을 여지가 있다. 즉, 이러한 方法에서는 在庫를 항상 販賣價值基準으로 유지하고 있으므로, 利益이 販賣이 이루어지기 前에 認識되는 것이다. 通常 使用되고 있는 在庫評價方法과 비교하면 이 方法에서는 在庫가 增加되면 보다 많은 利益이 計上되며, 在庫가 減少하면 보다 적은 利益이 計上된다. 이와 같이 在庫評價의 基準으로써 販賣價格(혹은 그 變動額)을 使用하는 것은 原價와 販賣價格의 差異가 적고 回轉率이 높은 產業部門에서는 보다 効果的이다.

以上과 같이 連產品에 대한 傳統的인 會計處理方法인 a) 賣出價格基準法, b) 生産數量基準法 c) 生産單位當 平均原價法, d) 標準產出量方法 e) 實現可能價值基準法等의 5가지 方法을 간단히 살펴 보았다. 여기서 強調해야 할 점은 위에서 叙述한 諸方法들은 단지 財務諸表의 作成을 위한 것이며, 經營者意思決定에는 도움이 되지 못한다는 것이다. 뒤에서 論하는 바이지만 連合生産品の 生産이 바람직한가, 아닌가등에 대한 決定을 위하여는 모든 連合生産品에 關聯하여 發生된 總費用 및 總收益에 관한 資料가 必要하게 된다. 同時에 個別的 加工의 程度에 관한 決定을 위하여는 더욱 加工을 하는 데 必要한 加工費 및 流通費의 增分과 그에 따른 市場價値의 增分과의 比較를 가능케 하는 資料가 必要하게 된다. 그러나 上記한 諸 方法은 이러한 目的을 위한 意味있는 資料를 전혀 提供하지 못하는 것이다. ⑨

## 2. 副產品에 대한 會計處理

連產品, 副產品, 그리고 廢棄物(scrap)의 區別은 製品의 相對的 價値에 의해 크게 영향을 받는다. 이러한 意味에서 副產品은 主製品과 비교하여 보다 적은 販賣價値를 가지는 複數製品이라 할 수 있다. 한편 廢棄物과 副產品은 일반적으로 다음과 같이 區分되어 진다. 즉, 副產品은 (1) 廢棄物보다 相對的으로 큰 販賣價値를 지니며, (2) 廢棄物이 보통 販賣되어 버리는 反面 副產品은 分離點을 넘어서 追加的인 原價費用을 필요로 한다. 그러나 廢



棄物과 副產品에 대한 基本的인 會計處理는 同一하며, 兩者의 純實現可能價値는 主製品의 原價로 부터 控除되는 것으로 취급되는 것이 바람직할 것이다. 다시 말하면 副產品에 대한 會計處理는 基本的으로는 副產品에 의하여 획득할 수 있는 金額을 連產品 生産에 따라 發生한 總生産原價로 부터 控除하는 것이다. 다음은 이러한 基本的 會計處理方法의 여러 變形이다. (10)

- a) 副產品 收入을 收益附加項目(additional revenue)으로 表示
- b) 副產品 收入을 雜收入으로 表示
- c) 副產品 收入을 賣出原價에서 控除項目으로 表示
- d) 副產品 收入을 製造原價에서 控除項目으로 表示
- e) 副產品의 純實現可能價値(net realizable value)를 製造原價에서 控除項目으로 表示
- f) e)와 같으나, 단지 主要製品의 期末在庫額을 總生産原價가 아닌 純主製品生産原價로서 表示

前述한 여섯가지 方法中 最善의 方法은 概念的으로 考察하면 f)라 할 수 있다. 이 方法은 生産과 販賣間의 間격을 제거하고 있으며, 主製品의 生産原價에 대하여 副產品의 原價 減少效果를 直接的으로 對應시키고 있다. 이러한 方法의 效果는 在庫를 販賣額(혹은 그 變動額)으로 評價되는 資産으로 認識함으로써 示顯될 수 있다. 副產品에 대한 基礎的인 會計處理方法인 實現可能價値方法이 論理的으로 使用되기 위하여는 主製品의 在庫는 純生産原價에 기초되어야 하며, 總生産原價에 의해 評價되어서는 안된다. 그럼에도 불구하고 實際的으로는 f)와 같은 세련된 方法이 많이 사용되지 않는 것은 이것이 他方法에 비해보다 많은 事務的인 努力을 필요로 하기 때문이다.

#### IV. 經營意思決定을 위한 連產品·副產品 原價計算

위의 論議에서 살펴 본 바와 같이 連產品·副產品 原價計算은 대체적으로 극히 人爲的인 것이며, 또한 上記한 方法들은 주로 損益 및 財政狀態의 決定을 위한 것이었다. 이러한 方法들에 의하여 產出된 製品原價는 經營意思決定에 그다지 기여하여 못하며, 여기서 얻어진 原價情報에 基礎를 둔 決定은 오류를 범하기 쉽게 된다. 連產品을 生産하는 企業에 있어서 經營者는 副產品을 더욱 加工할 것인가, 中間製品으로서 販賣할 것인가, 또는 完製品으로 만들어 販賣할 것인가의 문제에 逢着하게 된다. 이 경우 經營자에게 必要한 情報은 위에서 論議했던 바와 같은 連合價가 아니고 追加收益과 追加費用을 比較할 수 있게 만들어진 情報이 될 것이다. 여기서 限界費用 및 限界收益의 概念이 必要하게 되고, 이것이 바로 經營意思決定에 適合한 原價情報이 될 수 있는 것이다.

다음에서 限界收益과 限界費用의 概念에 立脚한 連產品 原價計算을 論議하기로 한다. (이 論議는 주로 Bierman,<sup>(7)</sup> Well<sup>(6)</sup>과 Chui & Decoster<sup>(6)</sup>에 의하였다.

1. 內在費用(Implicit Cost)으로서의 라그란제 乘數(Lagrange Multiplier)

소(牛)를 도살하여 쇠고기와 가죽제품을 얻는 경우를 생각해 보자.  $Q_b$ 와  $P_b$ 를 각각 쇠고기의 量과 價格,  $Q_h$ 와  $P_h$ 를 각각 가죽의 量과 價格을 表示한다고 하고, 소 한마리의 價格을 \$10이라 하자. 또한 쇠고기와 가죽에 대한 需要曲線을 각각  $P_b=30-2Q_b$ ,  $P_h=20-Q_h$ 라 나타내기로 하자. 이 경우에는 制約된 最適解를 구하는 方法(constrained optimization method), 즉 라그란제 乘數(Lagrange Multiplier)와 칸-터커 定理(Kahn-Tucker Theorem)를 使用하여 限界收益(또는 費用)의 概念에 立脚한 原價의 配分을 할 수 있다. 위의 쇠고기와 가죽문제는 아래와 같은 式으로 表現할 수 있다.

(1) 利益의 極大化:

$$P = P_b Q_b + P_h Q_h - 10C$$

$$\text{但: } Q_b \leq C, Q_h \leq C$$

(2)  $P_b$ 와  $P_h$ 를 각각의 需要函數로서 代置하면,

$$\text{極大化 } P = (30 - 2Q_b)Q_b + (20 - Q_h) - 10C$$

$$\text{但: } Q_b \leq C, Q_h \leq C$$

(3) 이를 라그란제 乘數를 써서 表現하면,

$$\text{極大化 } P(Q_b, Q_h, C, X_1, X_2)$$

$$= 30Q_b - 2Q_b^2 + 20Q_h - Q_h^2 - 10C - X_1(Q_b - C) - \lambda_2(Q_h - C)$$

가 된다.

(4) 各 要素에 대한 一次導函數를 구하면,

$$(4)\text{-a } \frac{dP}{dQ_b} = 30 - 4Q_b - \lambda_1 = 0$$

$$(4)\text{-b } \frac{dP}{dQ_h} = 20 - 2Q_h - \lambda_2 = 0$$

$$(4)\text{-c } \frac{dP}{dC} = -10 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$(4)\text{-d } \frac{dP}{d\lambda_1} = -Q_b + C = 0$$

$$(4)\text{-e } \frac{dP}{d\lambda_2} = -Q_h + C = 0$$

위의 5개의 等式을 聯立方程式으로써 풀면,  $Q_b = Q_h = C = 6\frac{2}{3}$ ,  $\lambda_1 = 3\frac{1}{3}$ ,  $\lambda_2 = 6\frac{2}{3}$ 로 된다.

여기에서 重要한 概念은 制約條件인  $Q_b \leq C$ ,  $Q_h \leq H$ 에 대해서 부과한 라그란제 乘數가 바로

牛肉 및 가축에 대한 連合原價의 配分이라는 것이다. 즉, (4)-c 等式  $\lambda_1 + \lambda_2 = 10$ 은 連合原價를 配分하는 데 있어서 價格의 合計는 原材料인 소의 原價와 같아야 됴을 나타내고 있으며, 위의 例에서  $\lambda_1 = 3\frac{1}{3}$ ,  $\lambda_2 = 6\frac{2}{3}$ 로 連合原價를 配分한 것이다. 이 關係는 連產品의 種類가 몇 개이건, 또 需要函數의 形態가 어떠한 間に 恒常 成立되어야 한다. (4)-c 等式 그 자체는  $\lambda_1, \lambda_2$ 를 決定짓지 못하나, 需要函數를 알게 되면  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 求할 수 있다.

Lagrangian 乘數의 값은 限界收益이라고 말할 수 있으며, 동시에 그것은 機會費用, 內在費用(implicit cost), 또는 潛在價格(shadow prices)이라고도 말할 수 있는 것이다.<sup>5)</sup> 그러나 Lagrange 乘數를 사용하는 데 있어서 그 乘數中の 어느 한 값이라도 負의 값을 가질 때 問題點이 發生한다. 이러한 경우에는 Kahn-Tucker 理論으로서 問題를 解決할 수 있다. Kahn-Tucker 理論에 의하면 Lagrange 乘數가 陰이 된 特定 制約式을 無視하고 다시 問題를 풀면 最適解를 求할 수 있다는 것이다.

위의 理論的 模型의 妥當性을 檢證하기 위하여 이를 Bierman의 著書<sup>(11)</sup> 및 그의 論文<sup>(7)</sup>에 收錄되어 있는 例에 適用하여 보자 Bierman은 數學的 模型을 사용하지 않고 連合原價計算의 問題를 解決하려고 하였으므로, Bierman의 結果와 위에서 導出한 結果를 比較할 수 있을 것이다.

Bierman의 例 :

原材料 1 單位의 原價( $R_1$ )	\$20
原材料加工에 드는 連合原價( $R_2$ )	7
A 製品의 個別加工費	5
B 製品의 個別加工費	3
總原價	\$35

A에 對한 需要曲線

$$Q_A = 100 - 2P_A \quad (\text{or } P_A = \frac{1}{2}(100 - Q_A))$$

B에 對한 需要曲線

$$Q_B = 20 - \frac{1}{2}P_B \quad (\text{or } P_B = 40 - 2Q_B)$$

이에 대한 模型을 만들면 :

$$\text{利益의 極大化 } P = P_A Q_A + P_B Q_B - 20R_1 - 5Q_A - 3Q_B$$

$$= Q_A(50 - \frac{1}{2}Q_A) + Q_B(40 - 2Q_B) - 20R_1 - 7R_2 - 5Q_A - 3Q_B$$

$$= 50Q_A - \frac{1}{2}Q_A^2 + 40Q_B - 2Q_B^2 - 20R_1 - 7R_2 - 5Q_A - 3Q_B$$

但 :  $Q_A \leq R_2, R_2 \leq R_1, Q_B \leq R_2$

이를 Lagrangian 函數로서 表現하면 :

極大化  $P(Q_A, Q_B, R_1, R_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$

$$= 50Q_A - \frac{1}{2}Q_A^2 + 40Q_B - 2Q_B^2 - 20R_1 - 7R_2$$

$$- 50Q_A - 3Q_B - \lambda_1(Q_A - R_2) - \lambda_2(R_2 - R_1) - \lambda_3(Q_B - R_2)$$

各各의 要素에 대한  $P$ 의 偏導函數를 구하면 :

$$\frac{dP}{dQ_A} = 45 - Q_A - \lambda_1 = 0$$

$$\frac{dP}{dQ_B} = 37 - 4Q_B - \lambda_3 = 0$$

$$\frac{dP}{dR_1} = -20 + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{dP}{dR_2} = -7 + \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 = 0$$

$$\frac{dP}{d\lambda_1} = -Q_A + R_2 = 0$$

$$\frac{dP}{d\lambda_2} = -R_2 + R_1 = 0$$

$$\frac{dP}{d\lambda_3} = -Q_B + R_2 = 0$$

위의 7個의 等式을 聯立하여 풀면  $\lambda_1 = 34, \lambda_2 = 20$ , 그리고  $\lambda_3 = -7$ 이 된다. 그런데  $\lambda_3$ 는 負의 값이므로 우리는 最適解를 얻지 못한다. 고로 Kahn-Tucker 理論에 의해서  $\lambda_3$ 와 關聯되는 制約式인  $Q_B \leq R_2$ 를 버리고, 다음과 같은 새로운 模型을 만들게 된다.

極大化  $P(Q_A, Q_B, R_1, R_2, \lambda_1, \lambda_2)$

$$= 50Q_A - \frac{1}{2}Q_A^2 + 40Q_B - 2Q_B^2 - 20R_1 - 7R_2 - 50Q_A - 3Q_B - \lambda_1(Q_A - R_2) - \lambda_2(R_2 - R_1)$$

그리고 各 獨立變數에 대한 偏導函數를 구하면 :

$$(1) \frac{dP}{dQ_A} = 45 - Q_A - \lambda_1 = 0$$

$$(2) \frac{dP}{dQ_B} = 37 - 4Q_B = 0$$

$$(3) \frac{dP}{dR_1} = -20 + \lambda_2 + \lambda_2 = 0$$

$$(4) \frac{dP}{dR_2} = -7 + \lambda_1 - \lambda_2 = 0$$

$$(5) \frac{dP}{d\lambda_1} = -Q_A + R_2 = 0$$

$$(6) \frac{dP}{d\lambda_2} = -R_2 + R_1 = 0$$

위의 聯立方程式을 풀면  $Q_A=18, Q_B=9, \lambda_1=27, \lambda_2=20, \lambda_3=0$ 가 된다.

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 의 意味를 생각해 보면, 等式(3)의  $\frac{dP}{dR_1} = -20 + \lambda_2 = 0$ 는 '原材料 \$20어치를 工程에 投入하는 原料에 割當한다는 뜻이고, 等式(4)의  $\frac{dP}{dR_2} = -7 + \lambda_1 - \lambda_2 = 0$ 는 '分離點까지 \$27이 限界費用으로서 製品A에 投入되었다는 뜻이다. (이 點까지는 製品B에는 費用이 割當되지 않았다.) 따라서 製品A의 最終 限界費用은  $\$27 + \$5$ (直接費) =  $\$32$ 이고, 製品B의 限界費用은  $\$0 + \$3$ (B에 대한 直接費) =  $\$3$ 이 된다.

이 模型에서의 解는 A製品 18單位와 B製品  $9\frac{1}{4}$ 單位를 生産하고 販賣할 때 A製品の 限界費用은  $\$32$ 이고 B製品の 限界費用은  $\$3$ 이 되는 것이다. 또한 이때 A 및 B의 最適限界費用은 各 製品の 限界收益과 같게 된다. 우리가 想定하고 있는 目的인 經營意思決定을 위하여는 連產品 原價計算은 A製品이  $\$32$ , B製品이  $\$3$ 이라는 情報에 의하여 行해져야 한다. (단일 A製品 18單位の 生産을 위한 B製品量이  $9\frac{1}{4}$ 을 超過할 때는, 그 超過分은 原價增大를 超過하지 않고서 處分될 수 있다고 假定한다.)

連產品 原價計算을 限界收益 및 限界費用의 概念을 사용하여 行하는 여러 理論的 方法에서의 主要 骨存는, 우리가 模型에서 보아서 알 수 있듯이 原價의 配分이 需要函數에 크게 의존하고 있다고 보는 것이다. 在庫評價問題와 關聯해서 Bierman은 그의 論文<sup>(7)</sup>에서 논하기를 限界收益 및 限界費用의 概念에 의한 原價配分方法에 따라 產出된 原價는, 단일 在庫가 상당히 多量에 이를 때는 그 在庫評價의 基準으로서 사용되기에 適合하지 않다고 하였다. 그러나 역시 連產品 原價計算에서의 原價概念은 經營意思決定을 위한 最善의 情報를 제공한다는 點에서 의심의 餘地가 없다고 보겠다.

## 2. 重回歸分析(Multiple Regression Analysis)에 의한 連產品 原價計算

앞에서 論議한 바와 같이 Chui와 Decoster 教授는 重回歸分析을 使用하여 適產品의 限界費用을 測定하려고 試圖하였다.<sup>(6)</sup>

그들의 模型은 :

$$Y_i = B_0 + B_1X_{1i} + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + E_i$$

(但 :  $i=1, 2, \dots, n$ )

이다. 여기서  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 은  $n$ 期間동안 各 期間에 發生한 總費用의 系列을 나타내며  $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}$ 은 製品1의 產出量의 變動을 各 期間別로 표시할 것이고 마찬가지로  $X_{2i}, X_{3i}$ 는 各 製品2, 製品3에 대하여 產出量의 變動을 時系列로 나타낸 것이다. 또한  $E_1, E_2, \dots, E_n$ 은 random error의 系列을 나타낸다. 그리고  $B$ 's를  $B_1 = \frac{\alpha y}{\alpha X_1}, B_2 = \frac{\alpha y}{\alpha X_2}, B_3 = \frac{\alpha y}{\alpha X_3}$ 로 定義하기로 한다. 다시 말하면  $B_1$ 은 製品1의 產出量 1單位 變動에 대한 總費用  $Y$ 의 變動

率을 表示한 것이다.

最小自乘法에 의하여 重回歸方程式  $Y = -a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$  을 구하면  $b$ 's 는  $B$ 's 의 推定值이며 위의 偏導函數에 해당한다. 이때 이  $b$  는 限界費用이 되며, 이와 같은 方式으로 Chui 와 Decoster 教授는 連產品 生産에 다른 限界費用을 測定하려고 하였다.

그러나 그들의 理論의 弱點은 限界費用曲線이 一次式이라고 가정한 데에 있다. 즉, 그들의 模型인  $Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$  는 모든 產出量의 範圍에서 限界費用이 一定하다고 보는 것이다. 이러한 一次函數關係의 假定은 必然的으로 限界費用 = 平均可變費用이라는 結論으로 誘導된다. 다시 말하면  $y = a + bx$  (但:  $y$  는 總費用,  $a$  는 固定費)가 直線回歸의 關係에 있다면  $b$  는 限界費用일 수도 있고 平均可變費用일 수도 있다는 것이다. 예를 들어서 위의 式에서 限界費用을 求하기 위하여  $y$  를  $x$  에 관하여 微分하면  $\frac{dy}{dx} = b$  가 되며 이때  $b$  가  $x$  의 限界費用이 될 것이다. 그러나 이 경우 위의 方程式을 變形하여  $y - a = bx$ , 따라서  $b = \frac{y-a}{x}$  의 式을 만들 수 있으며 이때는  $b$  가 平均可變費用이 되는 것이다. 이와 같이 一次函數關係의 假定은 平均可變費用 = 限界費用 = 常數라는 結論을 이끌어 내는 것이다.

이러한 경우 筆者는  $b$ 's 를 값이 一定한 限界費用이라기 보다는 平均可費用이라 부르고 싶다. Chui 및 Decoster 教授의 模型은 오직 限界費用 = 平均可費用 = 一定이 되는 特定한 產出量 範圍를 우리가 미리 알 수 있을 때에 그 範圍內에서만 妥當한 것이다. 따라서 그들의  $b$ 's 는 위와 같이 時系列 資料의 各 期間間의 平均可變費用이라고 불러야 될 것이다. 거듭 말하거니와 限界費用 = 平均可變費用이 되는 適當한 產出量 水準의 範圍를 우리가 알 수 없을 때는 이 模型은 經營意思決定에 適切한 情報를 提供하여 주지는 못하는 것이다.

### V. 副產品 原價計算에 대한 附言

위에서 論한 諸 模型은 經營意思決定을 위하여 必要한 情報를 얻는 데 있어서 主製品, 副產品 兩者에 다 같이 이용될 수 있다. 그러나 本稿를 매듭짓기 前에 副產品에 대하여 한 가지 重要한 點을 指摘해 두어야 하겠다.

위에서 살펴 본 바와 같이 두가지 製品  $Y_1, Y_2$  中에서  $Y_1$  製品의 限界收益이  $Y_2$  製品의 限界收益보다 적고, 또한  $\sum MC = \sum MR$  되는 點에서 限界收益의 會計에 寄與하지 못할 경우에  $Y_1$  製品을 副產品이라고 할 수 있다. 이러한 狀況下에서는  $Y_1$  의 限界費用 =  $Y_2$  의 限界收益이 되는 價格下에서 副產品인  $Y_1$  을 판매할 수 있게 하기 위하여 얼마간의  $Y_1$  을 廢棄하여야 하는 것이다. 예를 들면 Lagrange 乘數 模型에서 論議한 Bierman 의 例와 같이 A 製品 18 單位의 生産을 위하여 B 製品 18 單位가 만들어진다고 하자. 이때의 最適狀態는 B 製品  $9\frac{1}{4}$  單位만 販賣할 때 成立되므로 나머지  $8\frac{3}{4}$  單位는 버려야 되는 것이다. 이와 같은경

우에는 生産에 投入된 基礎原料의 原價가 副產品에 配分되면 안된다는 觀點에서 傳統的 會計處理方法의 하나인 副產品의 販賣에 의한 收入金額을 製造原價에서 控除하는 方法은 正當化될 수 있다고 하겠다.

## VI. 結 論

우리는 지금까지 經營意思決定에 有用한 連產品·副產品 原價計算方法에 대하여 論議해 보았다. 本稿에서는 連產品, 副產品에 대한 傳統的 會計處理方法을 簡單히 살펴 보았고 동시에 連產品에 대한 限界收益 및 限界費用의 計算方法도 살펴 보았다. 그러나 어떤 製品의 原價는 그것을 測定하는 目的과 그것을 어느 정도 正確히 測定할 수 있는 가에 의해 좌우되므로 어떤 하나의 原價를 算出하여 낸다는 것은 不可能하다. 이렇게 본다면 連產品·副產品 原價計算을 위한 하나의 最善의 方法은 없는 것이다. 여기서 論議한 것은 다만 原價測定目的에 따른 가장 最善의 情報를 導出하기 위한 方法들을 定立하기 위한 것이다.

### <參考文獻>

- (1) Morton M. Bedford, "The Nature of Business Costs," *Accounting Review*, Jan. 1957, 9-10
- (2) 1955 Committee on Cost Concepts Standards, AAAA, "Tentative Statement of Cost Concepts Underlying Reports for Management Purposes," *Accounting Review*, Apr. 1956
- (3) R.P. Manes and Vernon L. Smith, "Economic Joint Cost Theory and Accounting Practice," *Accounting Review*, Jan. 1965, 31-35
- (4) A.A. Walters, "The Allocation of Joint Costs with Demands as Probability Distributions," *The American Economic Review*, Jun. 1960, 419-432
- (5) Roman L. Well, Jr., "Allocating Joint Costs," *The American Economic Review*, 1342-1345
- (6) John.S. Chiu and Don T. Decoster, "Multiple Product Costing by Multiple Correlation Analysis," *Accounting Review*, Oct. 1966, 673-680
- (7) Harold Bierman, Jr., "Inventory Evaluation, the Use of Market Prices," *Accounting Review*, Oct. 1967, 731-737
- (8) Costing Joint Products, National Association of Cost Accountants, *Research Series* 31 (Apr, 1957), p. 7-11
- (9) Charles T. Horngren, *Cost Accounting*, 2nd ed., Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1967.
- (10) Gordon Shillinglaw, *Cost Accounting*, Rev. Ed., Richard D. Irwin, Inc., Homewood Ill, 1967.
- (11) Harold Bierman, Jr., *Topics in Cost Accounting & Decisions*, McGraw-Hill, New York, 1963.