

최적 Over-booking 모형**

南 益 鉉*

《目 次》

I. 서론	III. Yield Management
II. 수익관리(Yield Management)의 도입배경	IV. 적절한 초과예약 접수 수준의 결정
1. 경쟁심화	1. 만석 실패 손실 비용
2. 고객 욕구의 다양화 및 항공 시장의 세분화	2. 초과 판매 손실 비용
3. 항공사의 대형화 및 노선망의 확장	3. 초과예약 접수율 결정
4. 신속한 의사결정의 필요	V. 모형의 설정
	1. Newsboy 모형
	2. 초과예약 접수 수준의 결정
	VI. 맺음말

I. 서론

1960년대와 1970년대에는 국제 항공업계가 정부의 보호아래 규제적 과정의 형태를 띠었지만 1980년대에 들어와 상품의 성숙화, 공급의 초과, 각국의 규제, 법규완화 등 외부여건의 변화로 자유 경쟁체제로 바뀌게 되었다. 1978년 미 연방 민간 항공국(CAB; Civil Aeronautics Board)이 발표한 규제 완화법은 미국을 출발, 도착하는 모든 국제 항공업체에 새로운 노선 진입(route entry) 규제의 해제, 기존 노선 탈퇴(route exit)의 자유, 서비스 의무의 폐지(항공사가 원하는 서비스를 마음대로 제공할 수 있음), 운임 및 운임요율의 자유로운 책정을 가능하게 했다.

따라서 규제 완화는 시장 참여의 자유화로 공급이 증대되어 항공 운임의 자유화 및 저운임 경쟁등 과당 경쟁을 유발하게 되었고, 이로 인해 항공사들의 전체적인 실수익(yield)은 하락하게 되어 경영악화, 적자, 나아가서 도산까지 이르게 되었다. 따라서 많은 항공사들은 주어진 환경을 최대한 활용하여 최대의 수익을 달성하기 위한 효율적인 방

* 서울대학교 경영대학 助敎授

** 본 연구는 서울대학교 경영대학 경영연구소 연구지원비지원에 의한 研究論文임.

안을 여러 각도로 모색하게 되었는데, 이를 위한 방안들로서 항공사와 연구 기관들은 공동으로 항공사 재고 관리 시스템(inventory control system), 매 항공권당 수익의 극대화를 위한 최적의 좌석 배분 방법 및 초과 예약 접수율(over-booking rate)에 대한 연구를 진행시켜 Yield Management System(YMS) 개발의 이론적 기초를 수립하였다.

II. 수익관리(Yield Management)의 도입배경

항공업체들이 탑승율 위주의 좌석관리 방법에서 yield를 고려한 탑승율 위주의 관리로 변화하게 된 배경 및 필요성은 다음과 같다.

1. 경쟁심화

최근 항공산업에서의 주목할 만한 변화는 공급 증대이다. 신규 항공사의 참여, 각 항공사의 노선 개설 및 운항횟수의 증가 등으로 인한 공급 증대는 이미 항공수요를 앞서기 시작하고 있다. 이에 따라 각 항공사들은 고객 유치에 격심한 경쟁상태에 돌입할 수 밖에 없으며, 곧 이 경쟁은 항공 운임의 자율화로 인한 극심한 가격 할인 경쟁을 낳았고, 이는 항공사 실수익의 하락으로 이어져 항공사의 경영을 심각하게 압박하고 있다. 따라서 무차별적인 가격경쟁을 지양하고 고수익(high yield) 단위의 승객을 최대한 유치하는 동시에 시장 점유율을 잃지 않아야 하는 상호 배반적인 두 가지의 목표를 동시에 추구해야 하는 것이 현재 항공사들이 가지고 있는 숙제인 셈이다.

2. 고객 욕구의 다양화 및 항공 시장의 세분화

항공 운송은 과학 기술의 발달, 여행욕구의 증가 등에 힘입어 날이 갈수록 보편화되고 있으며, 공급이 수요를 앞지르고 있는 이상 고객들은 다양한 선택을 할 수 있게 되었다. 수요의 성격에 따라서 항공사의 상품에 요구하는 주안점이 다양한 형태로 나타나게 되어서 스케줄, 서비스, 가격, 여정, 심지어 항공사 이미지까지도 항공사 선택시 고려되고 있다. 이렇듯 다양한 고객 욕구를 만족시키기 위해서 항공사들은 서비스 차별화, 이미지 제고를 위한 광고 및 선전 등에 노력을 경주하기도 하며, 각종의 특별 판촉 요금을 도입하고 있는데 특히, 복잡해진 운임체계는 항공 수요의 개발, 항공시장의 세분화를 가능하게 한 반면 이의 효율적인 관리 방안의 필요성을 인식하게 만든 계기가 되었다.

3. 항공사의 대형화 및 노선망의 확장

항공사의 대형화 및 노선망의 확장으로 엄청난 양의 재고 좌석을 효율적으로 관리할 수 있는 지원체제가 필요하게 되었으며, 이에 따라 고도로 체계화된 정보를 가지고 의사결정을 할 수 있는 수준에서의 의사결정지원 시스템(DSS; Decision Support System)이 필요하게 되었다.

4. 신속한 의사결정의 필요

영업환경이 격심한 경쟁체제 속에서 운항비용은 증가하며 고객들의 취향은 매우 까다로워지고 있다. 이러한 상황에서 살아 남기 위해서 무엇보다도 체계적이고 신속한 의사결정이 필요하며, 변화 무쌍한 시장상황 변동에 적극적이면서도 능동적으로 대처하여 적기에 적절한 의사결정을 수행할 수 있어야 한다. 그러기 위해서는 필요한 자료가 적절한 때에 수집, 분석, 정보화되는 과정을 가져야 하는데, 이때의 정보량은 인력에 의한 관리만으로는 처리 불가능할 정도로 방대하기 때문에 컴퓨터에 의한 관리체제가 필요하다. 그럼으로써 인원절감이 가능하고 신속한 의사결정으로 적기에 적절한 전략 구사가 가능하게 되어 경쟁력을 확보할 수 있게 되는 것이다.

Ⅲ. Yield Management

Yield Management란 지불 금액이 다른 승객들을 적절하게 배합하여 가격의 적절한 적용을 도모하면서 판매 좌석과 판매가격과의 균형을 유지하여 매 항공편마다 수익을 극대화함으로써 전체 수익을 극대화하는 것으로 요약할 수 있다. 즉 주어진 영업환경 속에서 매 항공편당 수익을 극대화함으로써 전체 영업 수익을 극대화하려는 전략이다.

$$\text{Revenue} \uparrow = \text{판매좌석수} \uparrow \times \text{평균 수익} \uparrow$$

따라서 수익을 증대시키기 위해서는 탑승객의 수를 늘리거나, 좌석당 평균 수익단가를 올리는 방법을 생각할 수 있을 것이다.

항공사에서 판매 좌석 수를 늘리는 방법은 초과예약접수(over-booking)를 행함을 의미한다. 이것은 어떠한 항공기편이 빈 좌석이 있는 상태로 출발하는 것을 방지하기 위한 것으로서, 예약 미탑승율(no show rate)의 평균과 표준편차를 이용하여, 초과예약 좌석당

기대값(expected value)과 초과 판매(over-sale)했을 때 탑승거부(denied boarding)승객에 대한 보상이나, 이미지 손상으로 인한 손실 비용과 같은 자료를 가지고 손실액이 가장 적을 때를 찾고자 한다.

한편 좌석당 평균 수익을 높이는 방법으로는, 시장 세분화에 의하여 가격을 차별화하고 각 수요의 조합(combination on traffic mix)을 통하여 평균 수익의 제고, 나아가서는 총 수익의 증대를 도모하는 것이 있다.

다시 말하면, 항공업에서의 수익관리(YM)란, 판매좌석의 보다 과학적이고 합리적인 통제관리를 통해 판매 좌석 또는 여객 탑승율의 제고를 도모하고, 가격 차별화 및 최적의 배합을 통해 평균 수익을 높임으로써 수익 증대를 가져오게 하려는 것을 뜻한다. 이러한 판매 좌석의 관리와 시장별 가격 차별화 관리를 위해서는 여러 가지 종류의 예약, 운송 및 수입관리 자료들이 필요한데, 이러한 자료의 수집, 저장, 분석등 의사결정을 지원하기 위해서는 컴퓨터 시스템의 지원이 필요하다. 이상과 같은 내용을 종합하여 YM에 대해 정의의를 내리면 다음과 같다.

Yield Management란 계속적으로 변화하고 있는 항공시장에 적극적, 효율적으로 대처하면서 수익극대화를 이루기 위해 컴퓨터 지원체제를 적용한 과학적, 체계적, 종합적 의사결정과정이다.

IV. 적정한 초과예약 접수 수준의 결정

이 글에서는 판매좌석수 관리에 국한하여 초과예약을 다루기로 한다. 초과 예약접수 관리(over-booking management)의 기본개념은 탑승거부(denied boarding)율을 조절하면서, 만석 실패 좌석(seat spoilage)을 억제하여 수익 기회를 극대화하는 것이다. 이를 통해 항공사는 기대 수익의 감소를 방지할 수 있으며, 승객은 최대한의 탑승기회를 얻게 된다. 적정 초과예약 접수율의 예약 접수는, 예약 후 미탑승 승객의 발생으로 인한 만석 실패시의 손실비용(spoilage cost)과 초과 판매로 인해 발생하는 손실비용(oversale cost)등 두 가지 손실비용이 가장 적게 되는 초과 예약접수 수준을 의미한다. 이를 구체적으로 설명하면 다음과 같다.

1. 만석 실패 손실 비용

만석 실패 좌석(seat spoilage)은 예약이 허용된 D-352 시점 이후 한 번이라도 좌석제공

이 거절된 항공편이 공석으로 출발한 경우를 의미한다. 만석 실패율은 다음과 같다.

$$\text{만석 실패율} = \text{공석 출발 좌석수} \div \text{공급석} \times 100$$

예를 들어 공급석 300인 비행편이 20석 공석으로 출발하였다면 만석실패율은 $20/300 \times 100 = 6.67\%$ 이다.

그리고 이 만석 실패좌석(seat spoilage)은 만석으로 운항하여 얻을 수 있는 기회를 손실했다는 의미에서 비용으로 간주할 수 있으며, 계량화하면 다음과 같다.

$$\text{만석실패 손실액} = \text{서비스 등급의 평균 수익} \times \text{만석 실패 좌석수}$$

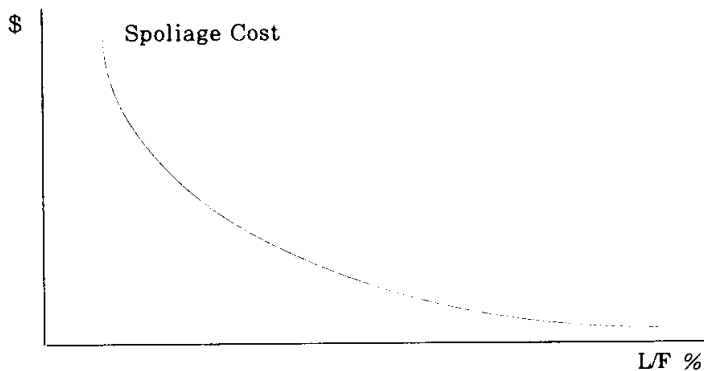
그리고 만석 실패 손실액은 탑승율(load factor)이 100%에 근접할수록 <그림 1>과 같이 감소한다.

2. 초과 판매 손실 비용

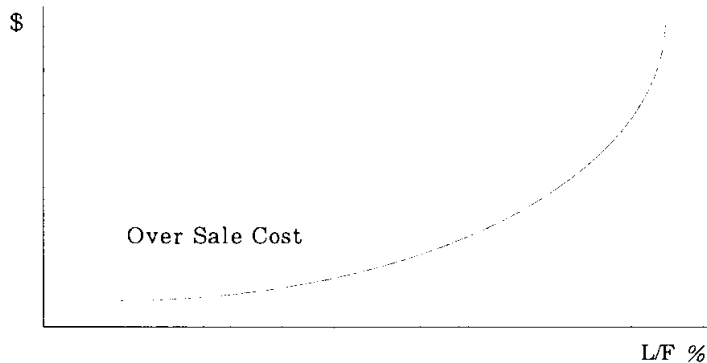
초과판매 손실비용(oversale cost)은 초과판매로 인한 탑승거부(denied boarding)가 발생한 경우 이에 대한 보상과 이미지 손실 비용(loss of goodwill cost)을 포함한다.

제반 비용에는 탑승거부 비용(denied boarding compensation), 식사비용, 숙박비, 시내 관광비 등이 포함된다.

이미지 손실 비용의 결정은 상당히 어려운 문제이나, 적정 초과 예약 접수시 반드시 고려해야 할 사항이다. 이는 해당 항공사의 서비스 전략을 포함한 마케팅 전략에도 영향을 받으며, 국민의식 구조에도 영향을 받는다. 그리고 초과판매 손실비용(oversale cost)은 <그림 2>와 같이 탑승율이 증가함에 따라 증가하는 경향을 보인다.



<그림 1> 만석실패 손실액



〈그림 2〉 초과탑승 손실비용

3. 초과예약 접수율 결정

탑승 취소 승객과 만석 실패 좌석의 발생 가능성을 최소화하면서 수익을 극대화하기 위한 최적의 초과예약 운영방법은, 만석실패 손실 비용(spoilage cost)과 초과판매 손실 비용(over-sale cost)의 합을 최소화하는데 있다. 이는 이 두 비용 곡선의 합의 최저점에 해당되는 점에서 최적의 초과 예약율이 결정됨을 의미한다.

이러한 기본 원리를 설명하는 것은 쉬운 것으로 보이지만, 실제 결정에서는 그렇게 간단하지 않다. 하루에 수백 편의 항공편에 대한 초과 예약접수관리(over-booking)수준을 설정하는 데에는 예약 미탑승율(no-show rate)과 예약탑승율(show-up rate) 자료가 필요하며, 이들은 요일, 출발 시간, 도시간 연결(city pair), 수요 혼합(traffic mix), 계절형(seasonality) 등의 요인들에 의해 큰 영향을 받고 있다. 특히 고려해야 할 사항은 연휴 혹은 성수기 그리고 상용 수요 및 관광 수요의 구성비 등이다.

V. 모형의 설정

이 부분에서는 최적의 예약접수 수준을 결정하기 위한 모형을 다루려고 한다. 최적의 예약접수 수준은 최적의 초과예약 접수수준을 결정함으로써 구할 수 있게 된다. 우선 분석을 위해 필요로 하는 기본 모형으로 newsboy model을 살펴보기로 하자.

1. Newsboy 모형

신문팔이 소년이 새벽에 당일 신문을 하나당 c 원에 구입하여 손님들에게 p 원을 받고 팔

고 있다. 저녁까지 팔리지 않은 신문은 폐지수집상에게 매당 s 원에 판매할 수 있다. 신문을 사려고 하는 손님의 숫자는 확률변수 D 로 표시되며 이것의 누적분포함수는 $F(\cdot)$ 라고 하자. 확률밀도함수는 $f(\cdot)$ 로 표시하자. 이때 신문팔이 소년은 자신의 이윤을 최대화하기 위해서 새벽에 몇 부의 신문을 구입하여야 하는가? 의사결정변수는 신문 구입량으로 Q 라 할 때, 신문팔이 소년의 하루당 기대이익은

$$g(Q) = E_D[p \cdot \min\{D, Q\} - cQ + s[Q - D]^+]$$

이 되어 $g(Q)$ 를 최대로 하는 Q^* 를 찾아야 한다. 여기서 $[x]^+ = \max\{x, 0\}$ 로 정의한다. $g(Q)$ 를 최대화하는 것은 다음의 $w(Q)$ 를 최소화하는 것과 동일하다.

$$\begin{aligned} w(Q) &= (c-s) \int_0^Q (Q-x)f(x)dx + (p-c) \int_Q^\infty (x-Q)f(x)dx \\ &= C_0 \int_0^Q (Q-x)f(x)dx + C_u \int_Q^\infty (x-Q)f(x)dx \end{aligned}$$

이때 Q^* 는 다음식으로 부터 구해진다.

$$F(Q^*) = \frac{C_u}{C_0 + C_u}$$

여기서 $C_0 \equiv c - s$ 는 초과시 비용(overage cost)이라 불리는 것으로 실제 수요보다 1단위를 더 구매할 때 발생하는 기회비용이다. 재고 발생시 구입단가 c 만큼의 손실이 발생하지만 이 중 폐지 수집상에 팔아서 남는 s 원 만큼은 보전되므로 $C_0 = c - s$ 로 정의할 수 있다. 한편 $C_u \equiv p - c$ 는 부족시 비용(underage cost)을 나타내는 것으로 실제 수요보다 1단위 부족할 때 발생하는 비용이다. 초과 수요시 c 원에 구입하여 p 원에 판매함으로써 벌 수 있었던 $p - c$ 만큼의 기회비용을 나타낸다. 이러한 newsboy 모형을 응용하여 최적 초과예약 접수 수준을 결정하도록 하자.

2. 초과예약 접수 수준의 결정

보다 구체적으로 over-booking 문제를 고려하기 위하여 다음을 가정하도록 하자. 일정 시간대와 일정구간에 할당된 비행기의 좌석수를 S 라고 하자. 그리고 표를 구입한 임의의 고객이 실제 탑승을 위해 공항에 나올 확률(show-up rate)을 q 로 표시하자. 또한 r 을 판매된 탑승권 1매당 평균수입을 나타낸다고 하고 C_F 를 해당편을 운영에 드는 고정비라 하자. X 는 판매된 탑승권의 숫자를 표시하며, Y 는 탑승하고자 하는 고객의 수를 나타낸

다. 여기서 Y 는 X 와 q 를 모수로 하는 이항분포를 따른다. 즉 $Y \sim B(X, q)$ 이다. C_v 와 C_p 는 각각 고객 1인당 항공기 탑승에 따른 변동비용과 over-booking으로 탑승불능 고객 1인당 발생하는 비용을 나타낸다. 앞에서 언급했듯이 C_p 에는 탑승거부를 당한 고객에게 실제로 소요되는 비용 이외에도 신용상실(loss of goodwill)비용도 포함되어야 한다. 이러한 상황에서 얼마까지의 over-booking을 허용하는 것이 최적일 것인가를 결정하기 위한 모형을 구성해 보면 다음과 같다. 우선 X 개의 표가 판매되었을 때 발생하는 기대이익을 구하면

$$V(X) = rX - \sum_{y=0}^S C_v y f(y) - \sum_{y=S+1}^{\infty} (C_v S + (y-S)C_p) f(y) - C_F$$

$$(f(y) = {}_X C_y q^y (1-q)^{X-y})$$

우리는

$$\sum_{y=S+1}^{\infty} [C_v y - C_v y + C_v S + (y-S)C_p] f(y)$$

$$= \sum_{y=S+1}^{\infty} C_v y f(y) + \sum_{y=S+1}^{\infty} (y-S)(C_p - C_v) f(y)$$

을 이용하면

$$\therefore V(X) = rX - C_v E(Y|X) - \sum_{y=S+1}^{\infty} (y-S)(C_p - C_v) f(y)$$

$$(E(Y|X) = qX)$$

$$= rX - C_v qX - \sum_{y=S+1}^{\infty} (y-S)(C_p - C_v) f(y)$$

한편 고객의 수요를 확률변수 D 로 표시하고 D 의 확률밀도함수를 $q(x)$ 라 하자. 우리가 의도하는 의사결정변수는 over-booking을 고려하여 허용하는 총 판매가능량이 되는데, 이를 T 로 나타내도록 하자. 그러면 판매되는 탑승권의 숫자는

$$X = T \wedge D = \min\{T, D\}$$

로 표시된다.

X 의 확률밀도함수, $h(\cdot | T)$ 를 구해보면,

$$h(x|T) = \begin{cases} q(x), & x < T \\ \sum_{i=T}^{\infty} q(i), & x = T \\ 0, & x > T \end{cases}$$

따라서 구하고자 하는 최종 목적함수는

$$\Pi(T) = E_{X|T} V(X) = \sum_{x=0}^T V(x)h(x|T)$$

으로 표시될 수 있다.

여기에서 주의해야 하는 점은 일반적인 newsboy모형과는 달리 확률밀도함수 $f(y)$ 가 X 의 함수로 나타나고, $h(x)$ 가 T 의 함수로 나타나며, 이 중 기대값을 통해 목적함수를 구한다는 사실이다. 목적함수 $\Pi(T)$ 가 오목함수일 때에는 1차 필요조건으로부터 최적의 over-booking 수준을 결정할 수 있다. 1차 필요조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta(t) \equiv \Pi(t) - \Pi(t-1)$$

$$\Delta(t^*) \geq 0$$

$$\Delta(t^* + 1) \leq 0$$

여기서 t^* 와 $t^* + 1$ 이 최적해의 후보집합을 구성한다.

VI. 맺음말

본 논문에서는 항공편 예약시 최적 허용 발매숫자를 구하고자 하는 모형을 구성하였다. 일반적으로 실제 탑승권을 구매하였으나 고객의 여러가지 사정으로 탑승하지 못하게 되는 no show가 확률적으로 발생하므로 이에 대한 대응으로 어느 정도의 over-booking을 허용하고 있다. 본 논문에서는 over-booking을 하였을 때 발생가능한 비용(좌석 수보다 많은 고객이 탑승을 원했을 때 발생하는 비용)과 그렇지 않은 경우 실제 수요고객이 있었음에도 불구하고 비행기 좌석을 공석으로 만듦으로써 발생하는 비용(영업이익 감소에 따른 기회비용)을 고려하여 최적의 over-booking 허용량을 계산하기 위한 모형을 구성하였다. 기본적으로 재고모형에서 널리 알려진 newboy model을 이용하여 기대이익 최대화를 제공하는 최적의 over-booking 숫자를 구하고자 하였다.

실제 목적함수를 유도할 때에는 2단계의 기대값을 계산하였는데, 우선 over-booking을 허용했을 때 실제로 판매된 탑승권의 숫자에 관한 기대값을 구하기 위하여 수요의 확률분포를 이용하였다. 다음으로 판매된 탑승권의 숫자가 주어져 있을 때 실제 탑승을 위해 공항에 나온 고객의 숫자에 대한 기대값을 구하였다. 이를 위하여 판매된 탑승권의 숫자와 한 고객이 실제 탑승을 위해 공항에 나오는 확률로써 이항분포를 만들 수 있다.

본 논문에서는 분석의 편의를 위해 특정한 상황을 설정하여 모형을 구성하였다. 그러나, 여러 가지 방향으로 보다 현실적 상황을 나타내기 위하여 모형을 확장시킬 수 있다. 이 중 몇 가지를 살펴보면, 우선 수요발생의 기간을 한 단위로 보고 본 논문의 모형이 구성되었지만, 현실적으로는 항공편에 대한 수요는 시간 흐름에 따라 지속적으로 발생한다. 따라서 보다 현실적인 모형은 수요함수가 시간의 흐름에 의해서도 표시되는 확률과정(stochastic process)을 나타내는 것이다. 또한 항공편에 대한 수요도 주요한 특성에 따라 몇 개의 그룹으로 나누는 것이 보다 유용할 수 있다. 가령 상용수요와 관광수요의 구분이란 예가 된다. 상용수요는 출발시기에 임박하여 수요가 발생하는 경우가 많은 데 비하여, 관광수요는 할인율을 최대화하기 위하여 출발하기 오래 전에 수요가 발생하고 출발에 임박해서는 거의 수요가 발생하지 않는다는 특성이 있다. 또한 수요 그룹별, 예약시기별로 판매가격을 달리 책정함으로써 이익의 폭이 달라질 수 있다. 이러한 내용들은 앞으로의 연구과제로 남겨두기로 한다.

참 고 문 헌

- Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability Models*, Academic Press, Inc., 1985.
- Steven Nahmias, *Production and Operation Analysis*, 2nd ed., Irwin, 1993.
- Elizabeth L. Williamson, *Airline Network Seat Inventory Control*, Flight Transportation Laboratory, 1992 6.