體系的 危險의 現實的 接近法과 이를 이용한 成果測定

金 瑛 淑

《目 次》

Ⅰ. 序 言

企業財務의 目標는 企業의 價値를 最大化함으로써 株主의 富를 極大化시키는 것이다. 그러나 企業이 價値追求를 위하여 投資決定을 할 때는 항상 期待되는 投資收益과 더불어 危險이 따르기 마련이다.

危險이 어떤 意味를 가지고 있느냐 하는 것에 관하여는 다소 見解의 차이는 있으나, 적어도 危險은 未來豫測에 대한 不完全性에서 오는 것으로 不確實性에 기인한다고 볼 수 있다. 投資案의 危險은 未來의 現金흐름이나 가능한 收益의 分散程度(variability of possible return)를 말하며[1], 未來에 대한 不確實로 인하여 可能한 收益이 平均値에서 이탈하는 정도를 말한다. 이 離脫程度 즉, 分散度는 情報가 확실하면 존재하지 않으므로 確實性이 보장되나 不確實하면 그 정도가 커지고 分散程度가 무한히 크면 意思決定은 不可能하다. 分散度는 經濟全般, 競爭, 技術開發, 消費者의 嗜好, 勞動條件 등의 要因에 의하여 결정되기도 하고 企業의 負債 및 投資案 그 자체의 요인이 작용하여 발생하기도 한다.

本稿에서는 최근 資本市場均衡理論에서 크게 대두되고 있는 資本資產價格決定模型(Capital Asset Pricing Model)을 중심으로 體系的 危險을 전개하여 體系的 危險의 尺度로서 Beta(β)

筆者 : 淸州大學 經營學科 專任講師

(1) James Van Horne, Financial Management and Policy, 4th ed.

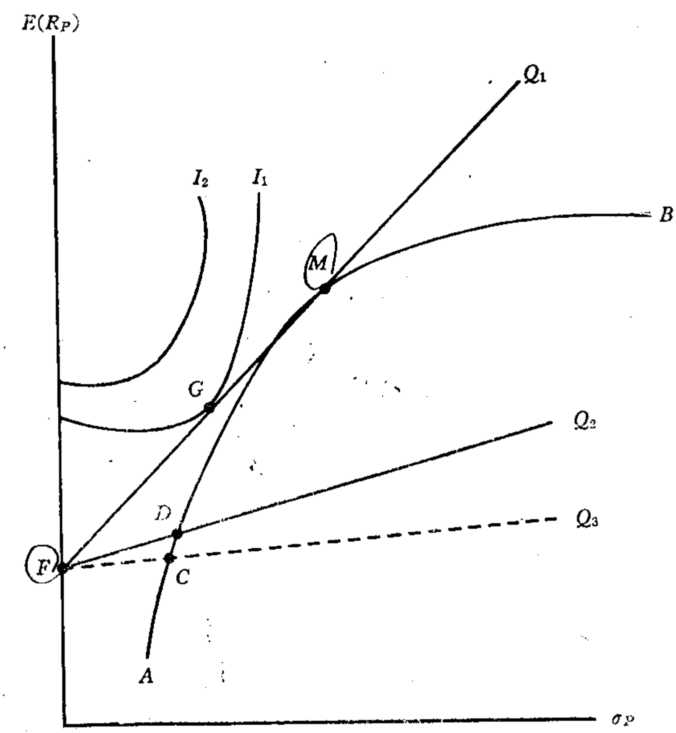
의 중요성을 입증한 후 이를 現實的으로 이용할 수 있는 몇가지 接近法을 제시하여 投資家들이 投資를 한 후 포오트폴리오의 成果測定이 可能하도록 評價模型을 시도함으로써 現在까지의 體系的 危險理論을 구체화 하였다.

Ⅱ. 資本資產價格決定模型과 體系的 危險

1. 資本市場均衡理論

포오트폴리오 (Portfolio)는 證券 뿐 아니라 投資對象이 되는 모든 投資資產의 配合(Asset Mix)과 관련된 뜻으로 이해할 수 있다. 포오트폴리오라함은 證券投資를 함에 있어서 危險을 회피하기 위하여 1種의 證券에 投資를 하지않고 數種의 證券에 分散投資함으로써 하나의 證券群(efficient portfolios)을 형성하는 것을 말하는데, 이는 최초로 마아코윗츠(Markowitz)에 의해서 포오트폴리오의 형성과 最適포오트폴리오 選擇理論이 體系化된 이래, 證券의 分散投資를 중심으로 포오트폴리오의 管理가 전개되고 있다.

그러나 마아코윗츠가 전개한 이 效率的 投資理論도 政府發行國債나 債權 등의 無危險 有



〈圖 1〉

價證券에서는 적용될 수 없어 修正이 되었다.

즉, 無危險利子率에 의한 借入과 貸出이 가능한 경우 포오트폴리오(p)에 대한 期待收益率은

$$E(R_p)=WR_f+(1-W)E(R_c)$$

W : 無危險資産 F에 대한 投資比率

$E(R_c)$: 포오트폴리오 C의 期待收益率

그런데 윗 式에서 W가 (+)이면 無危險收益率에 의한 資金의 貸與를 의미하고 W가 (−)이면 資金의 借入을 의미한다. 이때 포오트폴리오 p에 대한 標準偏差 (σ_p)는 다음과 같다.

$$\sigma_p=\sqrt{W^2\sigma^2_F+(1-W)^2\sigma_c^2+2W(1-W)\ \mathrm{Cov.}\ (R_f, R_c)}$$

이 式에서 資産 F는 위험이 없는 資産이므로 $\sigma_F=0$, Cov. $(R_f, R_c)=0$이다.

〈圖 1〉에서 無危險資産 F와 危險資産의 效率的 投資線 AB上에서 가장 效率的인 포오트폴리오를 표시하는 直線은 點 F에서 曲線 AB에 接線을 그었을 때 接點 M과 F를 연결하는 直線이다. 이 직선상의 모든 점은 危險資産만으로 구성된 하나의 포오트폴리오 M을 제외하고 모두 포오트폴리오 M과 無危險資産 F와의 결합에 의해 이루어 지는 새로운 포오트폴리오들이며 직선 FMQ_1이 새로운 投資線(efficient frontier)이 된다. 이와 같이 無危險資産이 존재하는 경우의 最適포오트폴리오는 F와 M을 연결하는 새로운 效率的 投資線과 無差別效用曲線과의 接點 G에서 이루어 지는데[(2)], 이것이 바로 마아코윗츠가 개발한 效率的 投資線 AB에서 가장 最適이 되는 線이며, 특히 市場포오트폴리오와 無危險資産의 組合을 표시하는 線을 資本市場線(Capital Market Line)이라 한다.

그런데 이 資本市場線은 均衡狀態에 있는 포오트폴리오에 의해서 형성되고 效率的으로 分散된 포오트폴리오만을 표시하므로 資本市場線 위에 있는 포오트폴리오는 어떠한 殘餘危險 (residual risk), 즉 非體係的 危險을 포함하지 않으며 體係的 危險만을 가지고 있다.[(3)]

한편 資本市場線은 無危險資産과 市場포오트폴리오의 同時的 保有에 따른 期待收益과 標準偏差의 相殺作用을 표시하고 있으며 이 直線의 기울기는 危險의 市場價格(Market Price of Risk), 즉 標準偏差의 增加分에 대하여 요구되는 追加的인 期待收益率을 나타낸다.

그러므로 資本市場線의 方程式은 다음과 같이 표시할 수 있다.

---

(2) James C. Van Horne, Ibid, p. 54.

(3) D'Ambrosio, Principles of Modern Investments, Science Research Association Inc. 1976, p. 3.

$$E(R_p)=R_f+\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma_m}\cdot\sigma_p$$

$E(R_p)$: 포오트폴리오의 期待收益率

$E(R_m)$: 市場포오트폴리오의 期待收益率

σ_m : 市場포오트폴리오의 標準偏差

σ_p : 포오트폴리오의 標準偏差

이와 같이 現代 포오트폴리오理論은 資本市場의 均衡(Capital Market Equilibrium)과 관련하여 資本資産價格決定模型(Capital Asset Pricing Model)을 중심으로 企業을 評價하는 理論으로 전개되고 있다.

2. 資本資産價格決定模型과 體系的 危險의 重要性

지금까지 展開하여온 마아코윗츠(Markowitz)模型이나 資本市場線은 理論的이며 規範的인 接近法이다.

포오트폴리오의 危險測定에 있어서 어려운 問題點은 標準偏差의 계산을 위한 相關係數의 산출인데, 샤아프(William F. Sharp)는 各 證劵間의 相關係數를 구하지 않고 特定한 證劵과 市場指數(Market Index: 綜合市場 株價指數)와의 相關關係를 추정하는 보다 실용적인 포오트폴리오 模型인 單一指數模型(Single Index Model)을 개발하였으며[4], 린트너(John Lintner)는 資本市場均衡下에서 존재하는 期待收益率과 危險과의 相殺作用을 분석하기 위하여 이른바 資本資産價格模型을 개발하였다.

現代 포오트폴리오理論은 資本市場의 均衡(Capital Market Equilibrium)과 관련하여 資本資産價格決定模型(Capital Asset Pricing Model)을 중심으로 企業을 評價하는 理論으로 전개되고 있다.

資本資産價格決定模型(CAPM)의 開發에는 여러 가정이 있는데 이를 요약하면 다음과 같다[5].

① 投資家는 모두가 收益의 均衡과 分散(標準偏差)에 기초하여 여러 代案的 포오트폴리오 사이에서 單一期間 終價의 期待效用을 極大化한다.

② 個別證劵의 期待收益, 標準偏差 및 推定値에 대한 投資家의 예측은 모두 同質的이다.

③ 投資家는 無危險利子率 R_f가 外生的으로 주어질 때 무한히 빌려줄 수 있다.

④ 資本市場의 모든 資産은 무한히 分割可能하고 去來費用은 없으며 완전히 流動的이다.

---

(4) William F. Sharpe, "A Simplified Model for Portfolio Analysis", Management Science Jan. 1963.
(5) M.C. Jensen, "Capital Markets: Theory and Evidence," Bell Journal of Economics and Management Science 3 (Autumn), 1972, pp, 363-391.

前述한 〈圖 1〉에서 可用資金의 w比率 만큼을 危險資產의 效率的 投資線 AB上의 資產에 투자하고 그 나머지를 市場포오트폴리오 m에 投資한 경우의 期待收益 $E(R_p)$와 標準偏差 σ_p는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$E(R_p)=WE(R_i)+(1-W)E(R_m)$$

$$\sigma_p=\sqrt{W^2\sigma^2 i+(1-W)^2\sigma^2 m+2w(1-W)_\rho{}^k im^\sigma i^\sigma m}$$

여기에서 W는 1보다 크지 않은 正의 값을 갖는다.

또 만일 無危險資產 f가 市場포오트폴리오 m과 이루어지는 投資의 경우에는 可用資金의 W比率 만큼을 無危險資產 f에 투자한다면 새로운 포오트폴리오(q)에 대한 期待收益率$E(R_q)$와 표준편차 σ_q는 다음과 같다.

$$E(R_q)=WR_f+(1-W)E(R_m)$$

$$\sigma_q=\sqrt{W^2\sigma^2 f+(1-W)^2\sigma^2 m+2W(1-W)\rho fm^\sigma fm^\sigma}$$

그런데 無危險資產의 標準偏差 $\sigma_f=0$이므로 $\sigma_q=(1-W)\sigma_m$이다.

完全資本市場에서는 危險資產의 效率的 投資線 AB위에 있는 危險資產에 투자하는것 보다 無危險利子率(risk-free rate)로 資金을 貸借하여 市場포오트폴리오 m에 투자하는 것이 가장 효율적이기 때문에 모든 投資者들은 市場포오트폴리오 m에만 투자하게 되며 $w=0$가 된다. 市場均衡狀態에서는 〈圖 1〉의 效率的 投資線 AB와 資本市場線 R_fMQ의 均衡點 m에서의 기울기는 同一하므로 이 기울기를 w에 관하여 微分하고 chain rule을 적용하여 풀면

$$\frac{dE(R_q)}{d\sigma_q}=\frac{[R_f-E(R_m)]\sigma_m}{-\sigma^2{}_m}=\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma_m}$$가 된다.

또한 效率的 投資線 AB의 M點에서 기울기를 w에 대하여 微分하고 chain rule을 적용하여 풀면

$$\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma_m}=\frac{[E(R_i)-E(R_m)]\sigma_m}{COV(R_i\cdot R_m)-\sigma^2 m}$$이 된다.

이 式을 危險資產 i의 期待收益率 $E(R_i)$에 대하여 풀면 Sharpe와 Lintner가 말하는 資本資產價格決定模型이 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\text{CAPM}: E(R_i)=R_f+\frac{[E(R_m)-R_f]}{\sigma^2 m}COV(R_i\cdot R_m)$$

$$i=1,2,3\cdots\cdots N$$

여기에서 $\frac{COV(R_i-R_m)}{\sigma^2 m}=\beta_i$라 하면

$$E(Ri)-R_f=\beta_i[E(R_m)-R_f]$$가 되고

個別資產의 危險報酬 〔$E(R_i)-R_f$〕는 市場에 대한 危險報酬 〔$E(R_m)-R_f$〕에 비례한다는 것을 알 수 있으며, 市場포오트폴리오 危險報酬에 대한 個別資產의 危險報酬의 變化程度를 나타내고 있는 比例常數 β_i는 個別資產의 危險測度인 體系的 危險(Systematic Risk)이라 한다.

여기에서 個別資產의 收益(R_i)은 體系的 危險〔$b^2i(R_m)$〕과 非體系的 危險〔$Var(\varepsilon_i)$〕에 기인한다는 것을 명확히 알 수 있다.

특히 個別資產의 危險을 측정하는데는 個別資產의 收益率의 變化와 모든 市場收益率의 變化를 資本資產價格모델 중에서 가장 중요한 證券特性線으로 표시하고 다음과 같은 最少自乘回歸法[6]을 이용한다.

즉, $Rit = a_i + b_iR_mt + e_it$

Rit : 特定期間의 個別資產에 대한 收益率

a_i : 回歸절편(regression intercept)

b_i : 增分(increment)을 나타내는 媒介變數 즉, 回歸線의 기울기

e_it : 任意誤差(random error)

한편 總危險은 통계적으로는 分散(variance)에 의하여 측정되기 때문에 個別資產의 危險을 측정하기 위하여 앞의 式의 分散을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Var(R_i) &= Var(a_i + b_iR_m + e_i) \\ &= Var(a_i) + Var(b_iR_m) + Var(e_i) \\ &= 0 + b^2_i\, Var(R_m) + Var(e_i) \\ &= \text{體系的 危險} + \text{非體系的 危險} \end{aligned}$$

여기에서 $V(e_i)$는 非體系的 危險이며 $b_i^2V(R_m)$은 전체위험에서 體系的 危險이 차지하고 있는 비율이다. 전체 危險중에 體系的 危險이 차지하고 있는 부분은 R_i와 R_m의 相關係數(ρ)와 決定係數(ρ^2)로 표현된다. 그러므로 非體系的 危險은 $(1-\rho^2)$으로 나타낼수 있다.

$$\rho^2 = \frac{\text{體系的 危險}}{\text{總危險}}$$

$$1-\rho^2 = \frac{\text{非體系的 危險}}{\text{總危險}}$$

그러면 體系的 危險이 危險을 고려하는 데 그 측정치로서 가장 중요한 理由는 무엇인가?

體系的 危險이 중요한 것은 非體系的 危險은 分散投資로서 사라진다는 점에 있다. 앞에서 설명한 바와 같이 效率的인 分散投資를 해 둔 投資家들에게 있어서 非體系的 危險이란 投

(6) J.C. Francis, Investments: Analysis and Management, McGraw Hill, Inc., 1972, p. 266.

資過程에서 이미 없어졌기 때문에 個別證券의 危險은 결국 體系的 危險만이 남게 된다.

限界危險(marginal risk)면에서 보면 體系的 危險의 重要性이 더욱 뚜렷해진다. 모든 投資者들은 效率的인 포오트폴리오를 갖고 있다. 어떤 株式을 買入한다고 할 때 그 株式이 市場포오트폴리오와의 관계에서 베타가 크면, 그 株式은 效率的인 포오트폴리오의 危險을 증가시키게 된다. 완전히 효율적인 포오트폴리오의 전체危險은 베타(β_i)인데 베타가 큰 個別株式이 들어온다면 그 포오트폴리오의 危險은 증가하게 된다.

베타가 크다는 것은 危險이 많다는 것이며 베타가 작다는 것은 安定的임을 말한다. 危險이 크다면 이에 적절한 補償이 따라야 할 것이다. 샤아프의 模型을 資本資產價格模型이라고 하는 이유는 市場이 均衡상태일 경우에는 證券市場線(SML)이 株式을 위시한 投資對象이 되는 資產 즉, 資本 資產(capital asset)의 가격을 결정하는 역할을 하기 때문이다. 물론 現實社會에서는 證券去來의 手數料, 配當에 대한 稅金 등의 이유 때문에 완전한 均衡市場은 있을 수 없다 할 지라도 證券市場線과 價格決定理論은 포오트폴리오理論을 投資家들의 意思決定에 이용할 수 있도록 기여한 점이 중요하다.

Ⅲ. 體系的 危險의 現實的 接近法

Blume은 市場모델 $R_it=\alpha_i+\beta_i\tilde{M}t+\tilde{\varepsilon}_it$에서 베타係數($\beta_i$))가 體系的 危險으로서 個別證券의 危險度를 측정할 수 있다는 事實을 포오트폴리오接近法과 均衡接近法으로 정당화시켰으며 Babcock은 市場모델과는 無關하게 共分散接近法에 의하여 危險의 尺度로서 β_i가 사용될 수 있다는 것을 정당화시켰다.(7)

1. 포오트폴리오接近法(Portifolio Approach)

이 접근법에서 중요한 假定은 個人投資者들이 포오트폴리오危險을 그 포오트폴리오를 構成하는 各 個別證券의 베타 係數와 全體的인 포오트폴리오의 위험으로 평가한다는 것이다.

그러나 만일 個人投資家가 어떤 포오트폴리오의 危險을 단순히 그것의 未來 總收益의 分散에 의하여 결정하려고 한다면 n개의 資產에 각각 같은 金額으로 투자한 포오트폴리오의 危險은 市場모델(Market Model)에 의하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Var(\tilde{W}t)=\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\beta_i\right)^2 Var(\tilde{M}t)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{12}{n}\right)Var(\tilde{\varepsilon}_it)$$

(7) G.C. Babcock, "A Note on Justifying Beta as a Measure of Risk," Journal of Finance, June 1972.

$\tilde{W}t$: 포오트폴리오의 收益

이 式은 또한 $Var(\tilde{W}t)=\beta^{-2}Var(\tilde{M}t)+\frac{Var(\tilde{\varepsilon})}{n}$과 같이 바꿀 수 있는데, 證券의 數 n을 증가시킴으로써 式의 마지막 부분 $\frac{Var(\tilde{\varepsilon})}{n}$은 감소할 것이다. Evans와 Archen는 이러한 分散過程이 상당히 빨리 진행되어 10個 이상의 證券을 가지면 대부분 分散效果가 일어난다는 것을 實證하였다. 따라서 效率的으로 分散된 포오트폴리오에서는 $Var(\tilde{W}t)$는 $\beta^2Var(\tilde{M}t)$에 접근할 것이다. 그런데 $Var(\tilde{M}t)$는 모든 證券에 대하여 同一하기 때문에 β는 포오트폴리오의 危險測定 變數로 正當化될 수 있으며, β_i는 β의 크기를 결정하는 요인으로서 個別證券의 危險을 측정하는 尺度가 될 수 있으며 베타가 크면 클수록 포오트폴리오에 變動을 주는 危險은 더 크게 된다.

2. 均衡接近法(The Equilibrium Approach)

Sharpe와 Lintner는 市場모델을 이용하여 資本市場에서 均衡理論을 전개하였다. 이 理論은 個別證券의 危險報酬와 市場危險報酬의 관계에 관련된 것으로서 다음과 같은 관계식으로 표시할 수 있다.

$$E(\tilde{R}_it)-R_f=\beta_i[E(\tilde{R}_mt)-Rf]$$

이 式에서 個別證券의 $[E(R_it)-R_f]$는 市場危險報酬 $[E(\tilde{R}_mt)-Rf]$에 비례한다. 따라서 比例常數 β_i는 個別證券의 危險測定 變數로 정당화될 수 있다. 이 均衡理論은 포오트폴리오 接近法 보다는 훨씬 설득력이 있으나 사실상 現實的으로 존재하지 않는 몇가지 假定에 근거를 두고 있다.

3. 共分散接近法(The Covariance Approach)

이 理論은 前述한 두가지 方法의 假定 및 市場모델과는 관계 없이 Babcock에 의해 전개되었다. 그는 市場보다 더 큰 收益의 分散을 가지고 있는 危險證券과 市場포오트폴리오 M의 결합으로 생긴 새로운 포오트폴리오의 危險은 이 證券과 市場포오트폴리오 사이에 共分散의 정도에 따라 결정된다는 것을 착안하였다. 그리고 市場보다 더 큰 收益의 分散을 가진 危險證券이 있다면, 어떤 조건 아래서 이 危險證券이 市場포오트폴리오의 分散을 적게 하기 위한 方案은 이 危險證券과 市場포오트폴리오 사이에 共分散의 정도에 의하여 결정되는데 이러한 조건은 단순히 危險證券의 Beta 係數(β_i)가 1보다 적은 경우에만 가능하다.

個別危險證券 S와 市場포오트폴리오 M을 결합하여 새로운 포오트폴리오 p를 만들 때의 期待收益(E_p)와 이 收益의 分散($\sigma^2{}_p$)는 다음과 같다.

$$E_p=X_SE_S+X_ME_M$$

$\sigma^2{}_p = X_s{}^2\sigma_s{}^2 + 2X_sXM^{\sigma}MS + X^2M\sigma^2M$

E_s, σ_s ：個別證券(S)의 期待收益과 標準偏差

$EM, \sigma M$：市場포오트폴리오(M)의 期待收益率과 標準偏差

X_s, X_M ：個別證券(S)와 市場포오트폴리오(M)에 대한 投資比率. 단 $X_s + XM = 1$

σM_s ：두 收益率의 共分散

위에서 X_s에 관하여 導函數를 구하면 最低點을 찾을 수 있다.

$\sigma^2p = (1-X_s)^2\sigma^2M + 2(1-X_s)X_s\sigma M_s + X_s{}^2\sigma_s{}^2$

여기에서 點 B가 최소일 때는 $\dfrac{d\sigma_p}{dX_s} = 0$이므로

$0 = -2(1-X_s)\sigma^2M - 2X_s{}^{\sigma}M_s + 2(1-X_s)^{\sigma}M_s + 2X_s\sigma^2{}_s$이다.

이를 X_s에 관하여 정리하면

$X_s = \dfrac{\sigma^2M - \sigma M_s}{\sigma^2M + \sigma_s{}^2 - 2\sigma M_2}$ 이고 $X_s > 0$이어야 하므로

$\sigma M_s < \sigma^2M$이며, 市場포오트폴리오(M)의 分散을 낮추기 위한 最低條件은 $\sigma Ms/\sigma^2M < 1$인데, 證券 S의 베타係數(β_i)는 $\sigma M_s/\sigma^2M$의 比率로서 정의할 수 있기 때문에 베타係數가 1보다 적을 때에만 證券 S를 市場포오트폴리오의 分散을 낮추기 위해서 사용할 수 있다. $B_s < 1$ 또한 이것은 β가 個別證券의 危險의 유용한 척도라는 것을 정당화시켜 준다.

Ⅳ. 포오트폴리오 成果測定모델의 展開

1. 成果測定方法에 관한 諸理論

投資資產에 대한 포오트폴리오를 구성하고 나면, 그 成果가 期待할 수 있는 것인지를 측정하여 봄이 바람직하다. 그것은 狀況이 좋은 경우에 期待收益을 增加시킬 수 있으며, 狀況이 좋지 않은 경우에는 效率的으로 投資를 分散시킴으로써 危險을 最少化하려는데 있다. 그러므로 體系的 危險의 現實的 接近法을 통하여 投資成果를 Sharpe, Treynor, Jensen 等은 資本資產價格모델(CAPM)을 이용하여 각기 포오트폴리오 成果測定(performance measure)에 관한 연구를 하였다.

(1) 샤프(Sharpe)의 포오트폴리오 成果測定指數

資本資產價格모델, $E(\tilde{R}_i) - R_f = \beta_i \,[E(\tilde{R}_m] - R_f]$ (4—1)

均衡關係가 유지된다면 포오트폴리오의 個別 收益에는 超過收益이 나타나지 않는다. 그러나 여기에 不均衡이 생긴다면 다음과 같이 변형하여

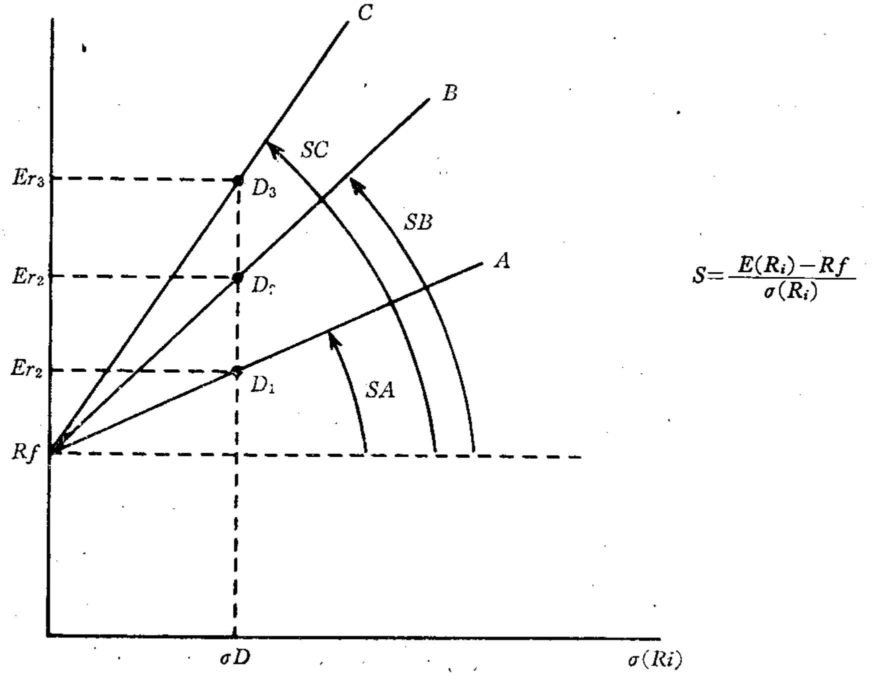
$E(\tilde{R}_i) - R_f = n_i + \beta_i \,[E(\tilde{R}_m) - R_f]$ (4—2)

가 된다. 여기에서 ni는 不均衡(disequilibrium)의 測定値이다.

만일 포오트폴리오 i가 效率的 포오트폴리오이며 資本市場線(CML)위에 놓여 있다면

$$\frac{E(\tilde{R}_i)-R_f}{\sigma(\tilde{R}_i)}=\frac{n_i}{\sigma(\tilde{R}_i)}+\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma(R_m)}\quad\left(S_i=\frac{E(\tilde{R}_i)-R_f}{\sigma(R_i)}\right)\text{이다.}\qquad(4\text{—}3)$$

여기에서 分子는 포오트폴리오 i의 危險프레미엄이며, 分母는 포오트폴리오 i의 標準偏差로서 포오트폴리오 危險을 나타낸다. 특히 左邊의 비율 S_i를 포오트폴리오 成果測定指數라 하며 Sharpe指數라고도 한다.[8] 이 S_i는 純粹利子率(R_f)로 부터 출발하는 直線의 기울기를 나타낸다. 〈圖 2〉에서와 같이 포오트폴리오 C는 포오트폴리오 B보다 더 나은 成果를 나타내고, 포오트폴리오 B는 포오트폴리오 A보다 더 큰 成果를 나타낸다. 즉 $SC>SB>SA$이다. Sharpe는 이 S_i로서 分散에 대한 能力을 평가하고 있다.



〈圖 2〉 Sharpe의 포오트폴리오 成果測定指數

(2) 트레이너(Treynor)의 포오트폴리오 成果測定指數

샤프와 마찬가지로 資本資産價格모델(CAPM)에서 均衡關係가 지켜지지 않는다면

$$E(\tilde{R}_i)-R_f=n_i+\beta_i\,[E(\tilde{R}_m)-R_f]\qquad(4\text{—}4)$$

(8) J.C. Francis, op. cit. pp. 494-497.

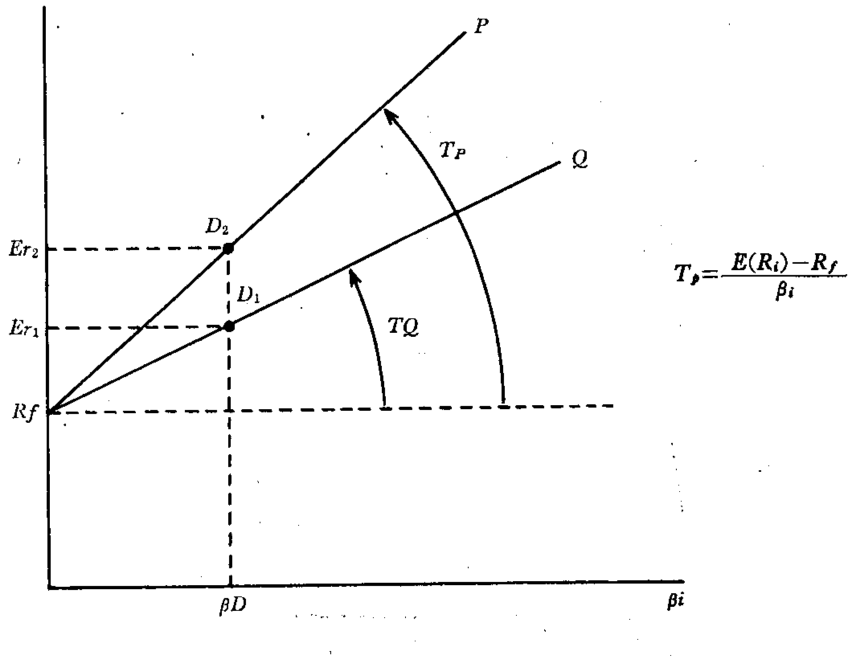
이 式의 양변을 β_i로 나누면

$$\frac{E(\tilde{R}_i)-R_f}{\beta_i}=\frac{n_i}{\beta_i}+[E(\tilde{R}_m)-R_f)] \qquad (4\text{—}5)$$

여기에서 $T_p=\dfrac{E(\tilde{R}_i)-R_f}{\beta_i}$의 分子는 포오트폴리오 i의 危險프레미엄이며, 分母는 베타계수(β_i), 즉 體系的 危險을 나타내는데, 트레이너는 이 左邊의 비율 T_p를 "포오트폴리오 成果測定指數"라 하였다.

트레이너는 샤프의 標準偏差(σ_p)보다도 體系的 危險(β_i)에 기초를 두고 成果를 측정하였다.

〈圖 3〉에서 T_p는 純粹利子率(R_f)로부터 출발하는 直線의 기울기이며 트레이너指數를 나타낸다. 여기에서 포오트폴리오 P는 體系的 危險의 단위당 收益이 포오트폴리오 Q보다 더 크기 때문에 바람직한 포오트폴리오라고 말할 수 있다. 포오트폴리오의 收益은 期待收益과 危險없는 收益과의 差이다. 그리고 포오트폴리오의 변화정도(volatility)는 베타(β_i)에 의해 측정되는데 이것의 比率, 즉 T_p가 높을수록, 기울기가 클수록 포오트폴리오에 대한 收益은 커진다. 트레이너(Treynor)는 이 T_p로서 포오트폴리오選擇의 能力을 평가하고 있다.



〈圖 3〉 Treynor의 포오트폴리오 成果測定指數

(3) 젠센(Jensen)의 포오트폴리오 成果測定指數

前述한 Sharpe와 Treynor는 포오트폴리오의 成果測定에서 成果의 相對的 測定에 치중하고 있으며 포오트폴리오의 順位에 중점을 두고 있다.[9] 그러나 두개의 포오트폴리오 A와 B가 있다면 어떤 條件下에서 A가 B보다 좋다는 것을 아는 것도 중요하지만, 어느 基準値보다 A와 B가 相對的으로 좋다는 것을 아는 것은 매우 중요하기 때문에 포오트폴리오 成果測定은 絶對的 測定이 더 중요하다.

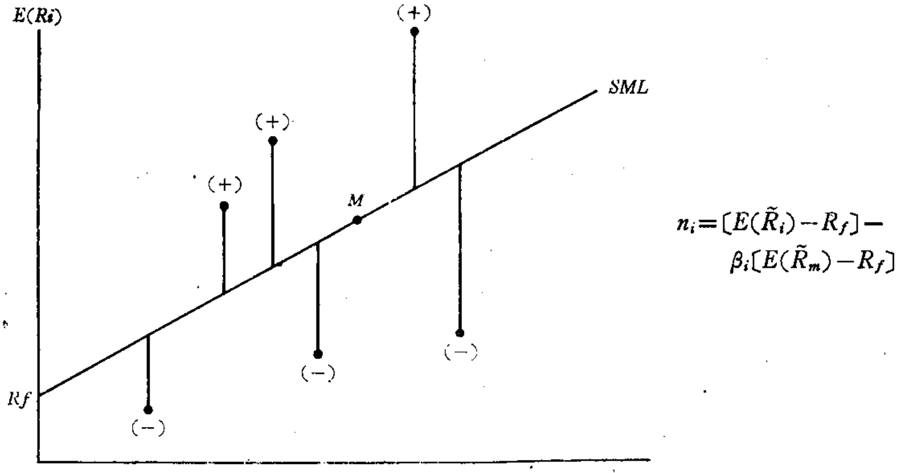
젠센(Jensen)은 이 絶對的 測定으로 成果를 측정하였기 때문에 그의 모델을 중심으로 측정하려 한다.

資本資産價格모델(CAPM)에서, $E(\tilde{R}_i)-R_f=\beta_i\,[E(\tilde{R}_m)-R_f]$ (4—6)

위 式에서 資本市場均衡條件의 諸假定이 지켜지지 못한다면

$$E(\tilde{R}_i)-R_f=n_i+\beta_i\,[E(\tilde{R}_m)-R_f] \qquad (4-7)$$

위 式에서 만약 $n_i=0$이며 포오트폴리오는 均衡狀態에 놓여지고 $n_i>0$이면 포오트폴리오 실제수익은 均衡狀態의 期待收益보다 크게 되며 이것을 "過少評價된 證券"이라하며, $n_i<0$이면 그 證券은 "過大評價"되었다고 말한다[10].



〈圖 4〉 젠센의 포트폴리오 成果測定指數

〈圖 4〉에서는 Jensen의 不均衡 測定値를 나타내고 있다. n_i 즉, 不均衡의 測定値를 젠센의 成果測定指數라고 하는데 젠센은 이 n_i로써 포오트폴리오管理者(portpolio manager)의 豫測能力을 評價하고 있다.

(9) M.C. Jensen op. cit., pp. 389-390.

(10) Friend and M. Blume, "Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty," American Review, 1970. 9. pp. 562-564.

2. 포오트폴리오成果의 評價模型

(1) 評價模型의 前提

資本資産價格모델, $E(\tilde{R}_i)=R_f+\beta_i[E(\tilde{R}_m-R_f)]$에서 體系的 危險 β_i만 주어지면 포오트폴리오 i의 期待收益을 알 수 있다. 그러나 이 期待値는 豫測할 수 없기 때문에 포오트폴리오 i와 M의 收益을 객관적으로 측정할 수 있는 現實化(realization)된 式으로 변형되어야 한다.

위의 式에서 期待收益모델은 다음과 같이하여 實際收益모델(actual return model)로 바꿀 수 있다. 이 式에서 投資가 一期間에서 끝나는 것이 아니고 證券去來가 時間을 통하여 계속적으로 발생하는 複數의 세계로 확대시키기 위해 時間 t를 고려하면,

$$E(\tilde{R}_it)=R_ft+\beta_i[E(\tilde{R}_mt)-R_ft] \qquad (4-8)$$

여기에서 t는 임의의 時間 간격을 의미한다. 또 포오트폴리오의 期待收益 $(\tilde{R}_it)$는 모든 證券의 收益에 영향을 주는 "관찰할 수 있는 市場要因"(observable market factor)을 내포하는 市場포오트폴리오 收益에 體系的 危險(β_i)을 고려한 것이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{R}_it=E(\tilde{R}it)+\tilde{\varepsilon}_it \qquad (4-9)$$

完全市場을 고려한다면 위 式은 $E(\tilde{\varepsilon}_it)$가 된다. 그러나 포오트폴리오 實際收益 $\tilde{R}_it$는 "觀察할 수 없는 市場要因"에 의하여 발생하는 收益을 고려할 수 있으며 이는 誤差項 $\tilde{\varepsilon}_it$에 포함되어 있다.

그러므로 $\tilde{\varepsilon}_it=b_i\pi_t+\tilde{e}_it \qquad (4-10)$

또 위의 兩式에서 $\tilde{R}_it=E(\tilde{R}_it)+b_i\pi t+\tilde{e}_it \quad (i=1, 2, 3, \cdots\cdots N) \qquad (4-11)$

여기에서 b_i는 市場모델에 있어서 體系的 危險 β_i와 거의 일치하며 각 個別證券에서 서로 다른 危險을 나타내는 危險變數이며, π_t는 관찰할 수 있는 市場要因을 나타내며 N은 總證券의 數이다.

變數 $\tilde{\pi}t$와 $\tilde{e}$it는 正規分布를 이루고 있으므로

$$E(\tilde{\pi}t)=0$$

$$E(\tilde{e}_it)=0 \qquad (i=1, 2, 3\cdots\cdots N)$$

$$COV(\tilde{\pi}t, \tilde{e}_it)=0 \quad (i=1, 2, 3\cdots\cdots N)$$

$$COV(\tilde{e}_it,\ \tilde{e}_jt)=\begin{cases}0 & i\neq j \\ \sigma^2(\tilde{e}_i) & i=j\end{cases} \quad (i=1, 2, 3\cdots\cdots N)$$

한편 市場포오트폴리오・實際收益의 근사치는 $\tilde{R}_mt=E(\tilde{R}_mt)+b_i\tilde{\pi}t$ 이며 體系的 危險 β_i와 일치한 市場포오트폴리오 M에 있어서 $b_i=1$이므로

$$\tilde{R}Mt = E(R_m t) + \tilde{\pi}_t \qquad (4\text{—}12)$$

따라서

$$E(\tilde{R}_m t) = \tilde{R}_m t - \tilde{\pi} t \qquad (4\text{—}13)$$

이것을 〈式 4—8〉의 양변에 $\beta_i \tilde{R}t + \tilde{e}_i t$를 더하여 변형하면

$$E(\tilde{R}_i t) + \beta_i \tilde{\pi} t + \tilde{e}_i t \cong R_f t + \beta_i [\tilde{R}_m t - \tilde{\pi} t - R_f) + \beta_i \tilde{\pi} t + \tilde{e}_i t \qquad (4\text{—}14)$$

좌변은 $\tilde{R}_i t$이므로 우변을 정리하여 $R_f t$를 兩側에서 차감하면

$$\tilde{R}_i t - R_f t = \beta_i [\tilde{R}_m t - R_f t) + \tilde{e}_i t \qquad (4\text{—}15)$$

가 된다. 즉 포오트폴리오 i의 危險프레미엄은 $\beta_i [\tilde{R}_m t - R_{ft}]$에 오차항 $\tilde{e}_i t$의 合이다.

(2) 포오트폴리오成果의 評價模型

위의 式 $\tilde{R}_i t - R_{ft} = \beta_i [\tilde{R}_{mt} - R_{ft}] + \tilde{e}_i t$에서 포오트폴리오管理者가 未來證券價格을 예측할 수 있는 특별한 能力을 가졌다면 포오트폴리오의 危險下에서 높은 收益을 기대할 수 있을 것이다. 즉 資本資產價格모델(CAPM)의 가정에서 모든 投資家에게 同一한 投資機會가 주어지고 또 이에 따로 同一한 期待值가 있는 것이 아니고 포오트폴리오管理者가 무분별한 投資者보다 豫測能力이 있다고 하면 〈式 4—15〉에서 얻어지는 收益보다도 높을 것이며, 그는 여기에서 $\bar{e}it > 0$를 실현시키는 포오트폴리오를 구성할 것이다. 이렇게 함으로써 포오트폴리오管理者는 주어진 危險水準에 대한 正常的 危險프레미엄보다도 더 收益을 올릴 수 있을 것이다. 이러한 豫測能力이 있다면 〈式 4—15〉은 다음과 같이 변형시킬 수 있다.

$$\tilde{R}_i t - R_f t = \alpha_i + \beta_i [\tilde{R}_m t - R_f t] + \tilde{U}_i t \qquad (4\text{—}16)$$

但, $E(\tilde{e}_i t) \neq 0$

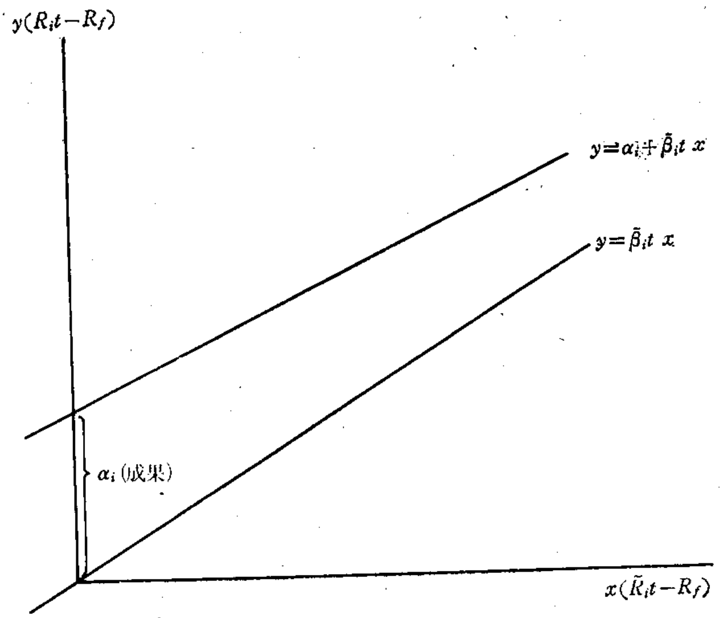
$E(U_i t) = 0$

$\tilde{e}_i t = \alpha_i + \tilde{U}_i t$

여기에서 포오트폴리오管理者가 證券價格을 예측할 수 있는 能力을 갖고 있다면 α_i는 (+)이고 豫測을 잘못하여 많은 費用을 발생시켰다면 α_i는 (−)이며, 무분별한 投資者는 α_i가 (0)가 될 것이다.

그러므로 α_i은 포오트폴리오管理者의 豫測能力(forecasting ability)을 판별하는 測定值로써 사용할 수 있으며 이외에도 成果 α_i는 市場움직임의 豫測能力으로 個別證券을 선택하여 體系的 危險의 下向偏奇(downward bias)에 의하여 α_i가 높아진다〈圖 5〉.

즉 體系的 危險 β_i는 時間의 경과에 따라 不動狀態를 유지하는 경향이 있으나, 포오트폴리오管理者는 포오트폴리오資產을 株式, 社債 등의 多樣한 형태로 용이하게 바꿀 수 있기



〈圖 5〉 成果(Performance)

때문에 포오트폴리오成果모델은 이들의 危險을 보통 일정 水準으로 유지한다고 하여야 포오트폴리오管理者의 成果를 측정할 수 있다.

이상과 같은 假定을 전제함으로써 體系的 危險의 下向偏奇(downward bias)로 인한 成果를 다음과 같이 측정할 수 있다.

$\beta_it=E(\tilde{\beta}_i)+\tilde{\varepsilon}_it$ (4—17)

$E(\tilde{\beta}_i)$: 體系的 危險水準의 期待値

$\tilde{\varepsilon}_it$: $E(\tilde{\varepsilon}_it)=0$인 誤差項

특히 $\tilde{\varepsilon}_it$는 관찰할 수 없는 市場要因 $\tilde{\pi}t$의 행동에 의하여 포오트폴리오管理者의 豫測能力을 평가하기 위한 paramter이다. 즉 $\tilde{\pi}t$가 다음 期에 (+)일 것이라는 확률이 있다는 것을 안다면, 포오트폴리오는 危險을 증가시킴에 의하여 포오트폴리오의 收益을 증가시킬 수 있다. 또 市場要因 πt가 (—)로 期待될 때에는 포오트폴리오의 危險水準을 감소시킴으로써 $\tilde{\varepsilon}_it$를 (—)로 하여 포오트폴리오損失을 감소시킬 수 있다. 또 포오트폴리오 管理者가 豫測能力이 없다면 포오트폴리오의 收益은 일정하게 된다.

그러므로 포오트폴리오管理者가 어느 정도 市場의 움직임을 알 수 있다면 $\tilde{\varepsilon}_it$와 $\tilde{\pi}t$는 (+)의 관계를 갖는다.

$\tilde{\varepsilon}_it=\alpha_i\pi t+\tilde{W}_it(E(\tilde{W}_it)=0$ (4—18)

〈式 4—18〉을 〈式 4—17〉에 대입하면

$$\beta_i t = E(\tilde{\beta}_i) + \alpha_i \tilde{\pi}_t + W_i t \quad (E(\tilde{W}_i t) = 0) \qquad (4\text{—}19)$$

여기에서 $\beta_i t$가 時間의 흐름을 통하여 一定水準을 유지하려는 目標危險水準이라면

$$\beta_i = E(\tilde{\beta}_i) + \alpha_i \tilde{\pi}, \quad E(\tilde{\beta}_i) = \beta_i - \alpha_i \tilde{\pi} \qquad (4\text{—}20)$$

이다. 그리고 위의 期待値 $E(\tilde{\beta}_i)$를 實證的인 수치로 구하기 위하여 時間을 고려한 측정치로 표시하면 다음과 같다.

$$\tilde{\beta}_i t = \beta_i - \alpha_i \tilde{\tilde{\pi}} t \qquad (4\text{—}21)$$

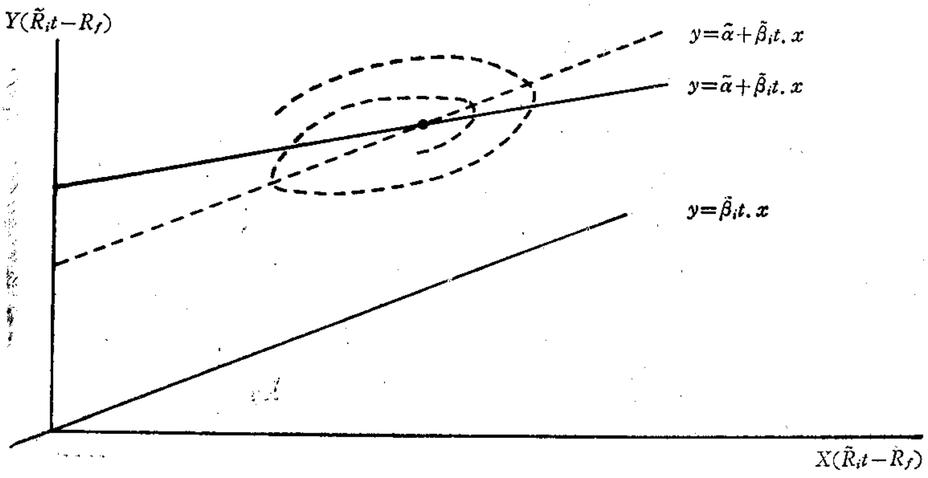
實證的 硏究를 위하여 젠센의 成果모델을 이용한 推定値를 내기위하여 〈式 4—16〉를 변형하면

$$(\tilde{R}_i t - R_f t) = \tilde{\alpha}_i t + \tilde{\beta}_i t[\tilde{R}_m t - R_f t] + \tilde{U}_i t - 15 \qquad (4\text{—}22)$$

〈式 4—21〉와 〈式 4—22〉에서 $\tilde{\beta}_i t$가 $\alpha_i \tilde{\pi} t$에 의하여 下向偏奇됨으로써 "成果" α_i가 위로 올라가 포오트폴리오의 成果는 더 높아진다.

다음의 〈圖 6〉과 같이 體系的 危險의 測定値 $\tilde{\beta}_i t$가 下向하면 回歸直線의 방정식은 個別證券의 평균점을 통과하지 않으면 안되므로 成果 α_i는 위로 기울어 진다.

포오트폴리오管理者의 證券에 대한 成功的 豫測으로 포오트폴리오 成果 α_i는 실제로 포오트폴리오의 합리적인 選擇에서 얻은 超過收益(α')과 市場움직임의 豫測能力으로 α_i의 (+)의 偏奇로 $\tilde{\beta}_i t$가 (−)로 偏奇됨에 따른 超過收益(α'')로 나타낼 수 있다.



〈圖 6〉 市場要因 $\tilde{\pi}_t$을 예측할 수 있을 때의 포트폴리오 $\alpha_i = \alpha' + \alpha''$

Ⅴ. 結　言

證券投資를 비롯하여 無危險資產을 제외한 모든 投資에는 여러가지 형태의 위험이 수반하게 된다. 그러므로 投資者로 하여금 投資를 할 수 있게 하는 與件은 投資에 따른 危險에 대하여 적절한 報償이 따라야 하는 것이다.

危險을 고려할 때 投資에 대한 報償을 收益이라 한다면, 이는 두가지로 구분하여 볼 수 있는데 일반적으로 無危險資產에 대한 投資의 期待收益은 投資期間에 대한 報償이고, 危險이 수반되는 資產에 대한 投資로부터 期待되는 收益은 投資期間에 대한 報償에다가 危險에 대한 報償을 수반하는 것이다.(11) 그러므로 投資의 適正與否를 판단하기 위하여는 우선적으로 投資로부터 期待되는 收益과 投資에 수반되는 危險을 측정하여 相互 比較, 分析하여야 한다.

理性的인 投資家들은 資本市場에서 效率的인 포오트폴리오를 소유하므로 危險의 두 부분 즉 體系的 危險과 非體系的 危險중에서 個別株式을 개개로 볼 때는 非體系的 危險이 중요한 것 같지만 이는 效率的 投資과정에서 分散되어 버리므로 결국 남는 것은 體系的 危險 뿐이다.

그러므로 本稿에서는 資本市場에서 市場性있는 證券全體에 共通的으로 발생되는 위험이 體系的 危險임을 착안하여, 이를 理論的으로 규명하기 위하여 우선적으로 포오트폴리오 評價에 중요한 期待收益率과 危險評價方法을 설명하고 마아코위츠(Markowitz)의 模型에 危險全無한 投資機會를 가정하여 資本市場線(CML)을 찾아내고 여기서 도출된 資本資產價格決定模型을 중심으로 體系的 危險을 展開하여 市場모델(Market Model)인 $R_it=\alpha_i+\beta_iR_mt+\varepsilon_it$에서 β係數 (β_i)가 體系的 危險의 尺度로 사용될 수 있는 理論的 妥當性을 규명하였다.

또한 體系的 危險의 尺度로서 Beta係數(β_i)의 實際的인 接近法을 Blume의 回歸分析을 통한 포오트폴리오接近法과 均衡接近法 및 Babcock의 共分散接近法을 實例로 들어, 이 方法들이 포오트폴리오의 危險測定을 可能케 함을 입증하였다.

마지막으로 投資를 한 후의 포오트폴리오를 資本資產價格모델(CAPM)을 중심으로 전개한 샤프(Sharpe), 트레이너(Treynor) 및 젠센(Jensen) 등의 方法을 중심으로 하여 成果(performance)를 측정하였다.

이상과 같이 體系的 危險의 現實的 接近法을 통하여 投資成果를 측정할 수 있다는 것은

(11) William, F. Sharp, "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," Journal of Finance, Sept., 1964, p. 425.

投資者나 포트폴리오管理者 모두에게 중요한 것이다. 이것은 未來證券의 價値에 대한 成功的인 豫測을 가능케 함으로서 證券市場에써 好況時에는 收益을 增加시키고 不況이 예상될 때에는 體系的 危險이 낮은 證券에 投資함으로써 危險을 最少化시키는 관건이 되기도 한다.

參 考 文 獻

1. 朴廷寔, 現代財務管理, 서울, 茶山出版社, 1979.
2. 沈昞求・李正圭共著, 證券投資論, 서울, 博英社, 1977.
3. 李逸均・尹龍浩共著, 財務管理, 서울, 日新社, 1978.
4. 池 清, 現代財務管理, 貿易經營社, 1978.
5. 具本烈稿, 「證券投資信託의 成果에 관한 硏究」, 서울大學校, 1977.
6. 李昌馥稿, 「體系的危險의 統計的 特性에 관한 硏究」, 서울大學校, 1978.
7. D'Ambrosio, C.A., Principles of Modern Investments, Science Research Associates Inc., 1976.
8. Babcock, G.C. "A Note on Justifying Beta as a Measure of Risk," Journal of Finance, June 1672.
9. Beja, A., "On Systematic and Unsystematic Components of Financial Risk," Journal of Finance, Mar. 1972.
10. Francis, J.C., Investments: Analysis and Management, McGraw Hill, Inc. 1972.
11. Friend, I. & Blume, M., "A Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty," American Economic Review, Sept. 1970.
12. James Van Horne, Financial Management and Policy, 4th ed., Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1977.
13. Jensen M.C., "Risk, the Pricing of Capital Assets and the Evaluation of Investment Portfolios," Journal of Business, Apr. 1969.
14. Sharpe W.F., "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," Journal of Finance, Sep. 1964.
15. Sharpe W.F., "Risk-aversion in the Stock Market: Some Empirical Evidence," Journal of Finance, Sep. 1965.