本人—代理人 模型에서의 參與制約, 最低賃金制約 및 最適賃金契約

金泰成 · 李承勳[(1)]

본논문에서는 기존의 本人—代理人 模型에서 사용되는 참여제약의 문제점을 제기하고, 참여제약 대신 최저임금제약을 사용하는 본인—대리인 모형의 最適契約을 분석한다. 그리고 본인—대리인 모형의 최적계약 하에서 본인과 대리인의 몫이 동시에 본인 산출량의 증가함수이기 위한 條件을 제시하고 있다.

1. 序 論

道德的 解弛(moral hazard)가 일어날 수 있는 경제에서 파레토효율적 배분이 성취될 수 없음은 기존의 경제학 문헌에서 이미 잘 알려져 있는 사실이다. 그리고 최근에 와서, 道德的 解弛가 일어날 수 있는 상황 하에서 次善의 배분(second best allocation)이 가지는 특성들에 대한 경제학자들의 연구가 시작되었다. 이러한 연구에서 제기된 가장 근본적인 문제는 실제 행동을 취하는 代理人(agent)과 이러한 대리인의 행동을 관찰할 수 없는 本人(principal) 사이의 최적배분규칙(optimal sharing rule)은 어떠한 것일까 라는 것이다. 이와 같은 本人—代理人 문제(principal-agent problem)의 가장 잘 알려진 현실의 例는 지주와 소작인의 관계다.

이러한 본인—대리인 문제의 解를 직접 구해내는 것은 이론적으로 매우 복잡하며, 따라서 문제의 해를 다소 간단히 구하기 위하여 1階 접근법(first order approach) 이라는 기법이 널리 사용되고 있다. 이러한 1계 접근법의 요지는 본인—대리인 모형에서 대리인이 자신의 효용을 최대화하는 행동을 선택한다는 制約을 이보다 약한 制約 즉, 대리인이 최적화의 1階 조건이 만족되는 행동을 선택한다는 制約으로 대치하여 분석하는 것이다. 그 결과, 1계 접근법은 이론적으로 훨씬 간편한 분석인 반면, Mirrlees(1975)가 지적했듯이 1계 접근법의 解가 본인—대리인 문제의 해와 동일하다는 것이 일반적으로 보장되지 않는다. 따

(1) 이 論文의 초고는 이화여자대학과 일본 큐슈대학의 이론 워크샵에서 발표되었다. 저자들은 워크샵 참가자들과 백대영, 정혁의 조언에 감사를 표한다. 이 연구는 1991년도 學術振興財團의 지원하에 이루어졌다.

라서, 어떠한 경제환경 하에서 1階 접근법의 해와 원래의 해가 동일해지는가 하는 의문이 제기되고, 그러한 경제환경의 범주가 몇몇 문헌에서 밝혀졌다〔Mirrlees(1979), Holmstrom(1979), Rogerson(1985), Jewitt(1988) 참조〕. 또한 1階 접근법이 유효한 경제환경 하에서는 본인이 대리인에게 부여하는 대리인의 최적임금계약(optimal wage contract)이 산출량에 대하여 비감소(nondecreasing) 함수임이 밝혀졌다〔Grossman and Hart(1983), Rogerson(1985)〕.

1階 접근법의 이론을 요약해보면, 대리인에게 미리 주어진 수준 이상의 기대효용이 보장되어야 한다는 제약 하에서 그리고 대리인의 행동이 최적화의 1階 조건을 충족시킨다는 제약 하에서, 본인이 자신의 기대효용을 최대화시켜주는 임금계약(wage contract)을 대리인에게 부여한다는 것이다. 여기에서 대리인에게 미리 주어진 수준 이상의 기대효용이 보장되어야 한다는 제약은 흔히 참여제약(participation constraint)이라 불리어진다.

이 논문에서는 本人—代理人 문제를 기존의 접근과는 약간 상이한 접근법을 통하여 분석하고자 한다. 특히 우리의 분석에서는 기존의 접근에서 흔히 사용되는 참여제약 대신, 대리인이 생산해내는 産出量에 관계없이 항상 대리인에게 일정 수준 이상의 賃金이 보장되어야 한다는 것을 본인—대리인 문제에서 본인이 직면하는 제약으로 부과하고자 한다.

이 새로운 最低賃金制約은 여러 가지 측면에서 중요한 의미를 함축하고 있다. 첫째, 임금계약협상시 대리인이 일정 수준의 최저임금 이상을 요구하는 상황이 현실에서 흔히 발견되고 있다.

둘째, 기존의 접근에서 參與制約은 균형에서 항상 등식으로 만족되는 수학적 특성을 가지고 있어서 대리인이 생산한 産出量이 상대적으로 작은 수준일 경우 오히려 대리인이 본인에게 돈을 지불해야 하는 경우가 발생할 수 있다(자세한 분석은 제 4 절 참조). 이와 같은 이론적 현상에 현실적인 經濟的 意味를 부여하기 어려우나 우리의 최저임금제약 하에서는 이같은 현상이 발생하지 않는다.

셋째, 이론적으로 임금계약의 산출량에 대한 기울기(slope)에 관해서는 일반적인 결론을 내릴 수 없다는 것이 기존의 본인—대리인 문제의 문헌에서 널리 알려져 있다. 예를 들어, Tirole(1988, p. 54)의 논문에서는 이와 관련하여,

> 이윤이 1달러 증가할 경우 직관적으로는 대리인의 임금이 0달러에서 1달러 사이에서 증가할 것으로 예상된다. 그러나 본인—대리인 모형의 최적임금계약에서는 반드시 그러하지는 않다.

라고 기술하고 있다. 반면, 대리인의 임금이 산출량 혹은 이윤에 대하여 비감소함수일 충

분조건은 몇몇 논문에서 이미 밝혀졌다[Grossman and Hart(1983), Rogerson(1985) 참조]. 그러나 본인의 몫 즉, 산출량으로부터 대리인의 임금을 제한 부분이 산출량에 대하여 비감소함수일 조건은 알려져 있지 않다. 우리의 논문에서는 기존의 본인—대리인 모형에서 參與制約을 最低賃金制約으로 대치함으로써 대리인의 임금뿐 아니라 본인의 몫도 산출량에 대해 非減少函數가 되는 조건을 밝히고자 한다. 이는 수학적으로 볼 때 대리인에게 부여되는 임금계약의 산출량에 대한 기울기가 0에서 1 사이임을 의미한다. 이 논문에서는 이러한 분석에 병행하여 본인과 대리인 사이의 최적임금계약의 특성을 밝히고, 특히 적정수준 이하의 산출량이 생산될 경우에 대리인에게 최저임금만을 지불하는 것이 最適契約의 한 특성임을 보여주고 있다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 第2節에서는 본인—대리인 문제의 기본모형을 논의하고, 第3節에서는 道德的 解弛가 일어날 수 있는 경우에 본인이 대리인에게 부여하는 최적임금계약의 특성을 밝힌다. 그리고 第4節에서는 참여제약에 내재되어 있는 경제적 해석상의 難點을 논의하고, 마지막으로 第5節에서는 대리인의 임금과 본인의 몫이 동시에 산출량에 대하여 비감소함수일 充分條件을 제시한다.

2. 基本 模型

이 모형에는 本人과 代理人이라 불리는 두 경제주체가 있으며, 대리인은 $A=(\underline{a},\bar{a})$의 區間에서 a로 표시되는 하나의 행동을 선택하고, 이 행동 a는 아래에서 설명할 생산기술을 통하여 산출 x를 區間 $[0,\infty)$ 중의 한 값으로 실현시킨다. 주어진 생산기술 하에서 產出量은 행동 a의 값에 따라 달라질 수 있으며, 행동 a의 값이 주어지면 산출량은 $F(x,a)$라는 분포함수에 의해 확률적으로 결정된다. 또한 각 a값에 대하여, 분포함수 $F(\cdot,a)$는 밀도함수 $f(\cdot,a)$를 가지며, 함수 f의 편미분 f_x, f_a, f_{xa}, f_{aa}가 존재하는 것으로 가정하자. 그리고 본인은 위험중립적이며, 산출 x를 관찰할 수 있는 반면 대리인의 행동 a는 관찰할 수 없는 것으로 가정하자. 따라서 본인은 자신이 관찰할 수 있는 산출 x의 함수로 대리인에게 부여할 임금계약 $s(x)$를 선택하여 기대수익최대화를 추구한다. 반면 대리인의 效用函數는 임금계약 s와 행동 a의 함수로서 $u(s)-c(a)$로 주어지고, 대리인은 자신에게 주어진 임금계약 하에서 기대효용을 최대화시켜주는 행동 a를 선택한다. 여기서 u는 오목 증가(concave and increaing) 함수로, c는 볼록 증가(convex and increasing) 함수로 가정하자.

대리인에게 임금계약 $s(x)$가 주어지고, 대리인이 행동 a를 선택할 경우 본인과 대리인의

期待效用은 각각

$$\int [x-s(x)] f(x,a)\,dx$$

와

$$\int u(s(x)) f(x,a)\,dx - c(a)$$

가 된다.

이 논문에서는 대리인의 임금이 산출량 x에 관계없이 항상 0 이상이어야 한다는 최저임금제약을 모형에 부과한다. 반면, 본인은 대리인에게 생산된 산출 이상을 지불하지는 않는다는 제약도 생각해볼 수 있으나, 우리의 모형에서는 본인의 몫 $x-s(x)$이 陰의 값이 되는 가능성을 배제하지는 않는다. 그러나 최적계약에서는 적정 조건 하에서 이러한 상황은 일어날 수 없음이 이 논문에서 보여진다.

따라서 본인은

$$a \in \operatorname{argmax}\left\{\int u(s(x)) f(x,a)\,dx - c(a)\right\}, \tag{2.1}$$

그리고 모든 x에 대하여

$$s(x) \geq 0 \tag{2.2}$$

라는 두 제약하에서

$$\int [x-s(x)] f(x,a)\,dx$$

를 최대화시켜주는 임금계약 $s(\cdot)$와 이에 상응하는 代理人의 행동 a를 선택하게 된다. 이와 같은 두 제약 하에서의 본인의 최대화문제를 (P.1)이라 부르자.

제약 (1)은 흔히 유인합치조건(incentive compatibility condition)이라 불리며, 그 요지는 代理人이 본인이 원하는 행동수준 a를 선택할 충분한 유인이 있어야 한다. 즉, 本人이 원하는 대리인의 행동수준 a가 대리인의 기대효용을 최대화시켜주는 행동수준이어야 한다는 것이다. 흔히 기존의 본인—대리인 모형에서는 대리인에게 일정 수준의 期待效用이 보장되어야 한다, 즉, 수학적으로는

$$\int u(s(x)) f(x,a)\,dx - c(a) \geq R$$

로 표현되는 參與制約(particpation constraint)이 부과되고 있다. 그러나 이 논문의 본인—대리인 모형에서는 이러한 참여제약 대신 最低賃金制約 (2.2)를 부과하며 0이 최저임금으로 해석된다. 최저임금은 0뿐 아니라 임의의 숫자가 될 수 있으며 이 숫자의 선택이 논문 결과에 아무런 영향을 미치지 못하므로 이 논문에서는 편의상 0을 선택한다.

3. 最適契約의 基本 特性

1階 접근법은 本人—代理人 模型을 분석하는 데 널리 쓰이는 방법으로서, 이 접근에서는 대리인의 유인합치조건 (2.1)을 이보다 약한

$$\int u(s(x))f_a(x,a)\,dx-c'(a)=0$$

이라는 제약으로 대치하여 분석하며, 이는 대리인의 기대효용이 그 자신의 행동수준 a에 대하여 定常(stationary) 상태에 있어야 한다는 제약이다.

따라서 1階 접근법을 사용하면 본인은

$$\int u(s(x))f_a(x,a)\,dx-c'(a)=0,$$

그리고 모든 x에 대하여

$$s(x)\geq 0$$

라는 두 제약하에서,

$$\int [x-s(x)]f(x,a)\,dx$$

를 최대화시켜주는 임금계약 $s(\cdot)$와 이에 상응하는 대리인의 행동 a를 선택하게 된다. 이와 같은 두 제약 하에서의 본인의 최대화문제를 (P.2)라 부르자.

Mirrlees(1975)가 지적했듯이 (P.1)의 解와 (P.2)의 解는 일반적으로 다르지만, 두 解가 동일하면서 경제적 의미가 있는 충분조건들이 Mirrlees(1979), Holmstrom(1979), Rogerson (1985), Jewitt(1988) 등의 논문들을 통하여 알려져 있다. 따라서 이 논문에서는 (P.2)의 解를 중심으로 본인—대리인 문제를 분석코자 한다. 이에 아래의 定理1은 본인—대리인 모형의 最適賃金契約(optimal wage contract)을 규정지어주고 있다.

定理1 : 함수 $s^*:[0,\infty)\to R$와 실수 $a\in A$가 존재하여 $(s^*(\cdot),a^*)$가 (P.2)의 解라 하자. 그러면 각 $x\in[0,\infty)$에 대해 실수들 μ, $\delta(x)$, $\eta(x)$가 존재하여 다음의 條件들을 충족시킨다. 모든 $x\in[0,\infty)$에 대해,

(3.1) $$\frac{1}{u'(s^*(x))}=\frac{\mu f_a(x,a^*)}{f(x,a^*)}+\frac{\delta(x)}{u'(s^*(x))f(x,a^*)},$$

(3.2) $$\int u(s^*(x))f_a(x,a^*)\,dx-c'(a^*)=0,$$

(3.3) $$\int [x-s^*(x)]f_a(x,a^*)\,dx+\mu\left[\int u(s^*(x))f_{aa}(x,a^*)\,dx-c''(a^*)\right]=0,$$

$$\delta(x)s(x)=0. \tag{3.4}$$

證明 : 위 조건들 (3.1)~(3.4)은 ($s^*(\cdot)$, a^*)가 (P.2)의 필요조건임이 자명하다. ▨

그런데 조건 (3.1)의 실수 μ의 부호가 이 논문의 나머지 결과들을 도출하는 데 매우 중요하게 사용되므로 다음의 간단한 補助定理를 통하여 μ가 陽의 부호를 가짐을 보이고자 한다.

補助定理2 : 만약 모든 a에 대해 $c'(a)>0$이고 u가 증가함수이면, 定理1의 μ는 陽의 부호를 가진다.

證明 : 모순법을 사용하여 정리를 증명하기 위해 $\mu\leq 0$이라고 가정하자. 그러면 定理1의 (3.1)에 의해, $f_a(x,a^*)>0$인 x에 대해서는 $\delta(x)>0$이 성립한다. 따라서 定理1의 (3.4)에 의해, $f_a(x,a^*)>0$인 x에 대해서는 $s^*(x)=0$이다. 그러므로,

$$\begin{aligned}&\int u(s^*(x))f_a(x,a^*)dx-c'(a^*)\\&=\int u(0)f_a(x,a^*)dx+\int u(s^*(x))f_a(x,a^*)dx-c'(a)^*\\&\leq\int u(0)f_a(x,a^*)dx+\int u(0)f_a(x,a^*)dx-c'(a^*)\\&=u(0)\int f_a(x,a^*)dx-c'(a^*)\\&=-c'(a^*)\\&<0\end{aligned}$$

이며, 이는 定理1의 (3.2)에 모순이다. ▨

따름定理3 : 만약 ($s^*(\cdot),a^*$)가 (P.2)의 解면, $f_a(x,a^*)\leq 0$을 만족하는 모든 x에 대해 $s^*(x)=0$이 성립된다.

證明 : $f_a(x,a^*)\leq 0$이기 때문에 定理1의 (3.1)에 의해 $\delta(x)>0$이 된다. 그러면 (3.4)에 의하여 $s^*(x)=0$이 성립하게 된다. ▨

따름定理3에 의하면, 대리인이 노력을 더 경주하면 실현될 確率이 줄어드는 산출수준에 대해서는 최저임금만을 지불하는 것이 最適契約의 필요조건이다. 이제 이 논문의 나머지 결과들을 얻는 데에 사용될 조건들을 소개하자. 첫번째는 單調尤度條件(MLRC: monotone likelihood ratio condition)이라 불리는 조건이다.

條件1(MLRC) : 각 주어진 a에 대하여, $f_a(x,a)/f(x,a)$는 x에 대한 非減少函數이다.

위의 條件1은 尤度比(likelihood ratio)의 x에 대한 비감소성, 즉 주어진 $a_1, a_2(a_1<a_2)$에 대하여 $f(x, a_2)/f(x, a_1)$의 x에 대한 非減少性과 동일함이 Milgrom(1981)에 의해 밝혀졌다. 따라서 조건이 만족되는 상황 하에서 높은 산출수준은 대리인이 확률적 지배(stochastic dominance)의 개념으로 볼 때 더 열심히 일했다는 사실을 의미한다. 다음의 補助定理4는 추후의 결과들을 도출하는 데 유용하게 사용되므로 여기에 소개한다.

補助定理4 : MLRC 조건 하에서는 각 a에 대해 $x^*(a)\in[0,\infty)$가 존재하여, $x\leq x^*(a)$인 모든 x에 대해서는

$$f_a(x, a)/f(x, a)\leq 0$$

이 성립하고, $x>x^*(a)$인 모든 x에 대해서는

$$f_a(x, a)/f(x, a)>0$$

이 성립한다.

證明 : 補助定理4의 결론은 모든 a에 대해 $\int f(x, a)dx=1$이라는 사실과 MLRC 조건으로부터 자명하다. ▨

이제 定理1과 補助定理4를 이용하면 다음의 定理5가 쉽게 증명된다.

定理5 : MLRC 조건을 가정하자. 만약 $(s^*(\cdot), a^*)$가 (P. 2)의 解이면, 어떤 산출수준 $x^*\in[0,\infty)$가 존재하여, $x\leq x^*$인 모든 x에 대해서는

$$s^*(x)=0$$

이 성립하고, $x>x^*$인 모든 x에 대해서는

$$\frac{1}{u'(s^*(x))}=\frac{\mu f_a(x, a^*)}{f(x, a^*)}$$

이 성립한다.

證明 : 補助定理4에 의하면, $x\leq x^*(a^*)$인 x에 대해서는

$$f_a(x, a^*)/f(x, a^*)\leq 0$$

이 성립한다. 따라서 따름定理3에 의하면 $x\leq x^*(a^*)$인 x에 대해서는 $s^*(x)=0$이다. 그러나 $s^*(x)>0$이면 定理1의 (3.4)에 의해 $\delta(x)=0$이다. 그러므로 (3.1)에 의해, $s^*(x)>0$인 x에 대해서는

$$\frac{1}{u'(s^*(x))}=\frac{\mu f_a(x, a^*)}{f(x, a^*)}$$

이 성립한다. 이제 $x^*=\sup\{x : s^*(x)=0\}$으로 놓으면 定理5의 결론이 만족된다. ▨

定理5에 의하면 產出이 어떤 수준 이하가 되면 본인은 대리인에게 최저임금을 지불하는 것이 최적계약의 한 특성이다. $f_a(x,a)$는 代理人의 노력수준 a가 변함에 따라 특정 산출 x가 실현될 확률의 변화를 의미하므로, $f_a(x,a)/f(x,a)$는 노력의 限界收益의 측도라 해석될 수 있다. $f_a(x,a)/f(x,a)<0$인 산출수준 x는 대리인이 더 노력하면 실현될 확률이 줄어드는 그러한 수출수준이다. 그러므로 定理5에 의하면 最適契約에서는 이 측도 $f_a(x,a)/f(x,a)$가 양의 값이면 이 측도에 비례하여 상여금이 지급되어야 한다.

4. 參與制約의 問題點

기존 本人—代理人 모형의 참여제약 하에서는 어떤 산출수준이 발생하면 오히려 대리인이 본인에게 돈을 지불하는 것이 최적계약이 될 수 있음을 이 절에서 보이고자 한다. 따라서 기존의 參與制約을 사용하는 본인—대리인 모형에서의 최적계약은 비현실적으로 보여질 수 있다.

이를 살펴보기 위해 $(s^*(\cdot),a^*)$가 (P.2)의 解라 해보자. 그리고 x^*는 $x\leq x^*$인 모든 x에 대해

$$s^*(x)=0$$

이며, $x>x^*$인 모든 x에 대해

$$1/u'(s^*(x))=\mu^* f_a(x,a^*)/f(x,a^*)$$

인 실수라 하자. 또한 R^*는 $(s^*(\cdot),a^*)$ 계약에서 대리인이 누리는 期待效用, 즉 수학적으로는

$$R^*=\int u(s^*(x))f(x,a^*)dx-c(a^*)$$

로 놓자. 이제 참여제약하에서의 本人—代理人 모형을 살펴보면, 이는

$$\int u(s(x))f_a(x,a)dx-c'(a)=0$$

과

$$\int u(s(x))f(x,a)dx-c(a)\geq R^*$$

의 제약 하에서

$$\int [x-s(x)]f(x,a)dx$$

를 최대화시키는 $(s(\cdot),\ a)$를 선택하는 문제이다. 이 문제를 (P.3)라 부르자. 그리고

$(s^0(\cdot),\ a^0)$을 (P.3)의 解라 하자. 그러면 $(s^0(\cdot),\ a^0)$이 (P.3)의 解가 되기 위해서는, 모든 非陰의 x에 대해

$$1/u'(s^0(x))=\lambda^0+(\mu^0 f_a(x,a^0)/f(x,a^0))$$

이 성립하는 λ^0, μ^0이 존재해야 한다[Jewitt(1988) 참조]. 여기서 $(s^0(\cdot),\ a^0)$이 $(s^*(\cdot),\ a^*)$와 다른 것은 자명하고, 따라서

$$\int[x-s^0(x)]f(x,a^0)\,dx>\int[x-s^*(x)]f(x,a^*)\,dx \tag{4.1}$$

이 성립한다. 이제 모든 非陰의 x에 대해 $s^0(x)\geq 0$이라 가정해보자. 그러면 계약 (s^0, a^0)은 최저임금제약을 충족시키고, 따라서

$$\int[x-s^*(x)]f(x,a)^*dx>\int[x-s^0(x)]f(x,a^0)\,dx$$

이 성립하며 이는 (4.1)에 모순이다. 그러므로 어떠한 산출수준 x에 대해서는 $s^0(x)<0$이 성립해야 한다.

현실에서 어떤 경우에 오히려 대리인이 본인에게 돈을 지불하는 그러한 계약을 발견하기 어렵고, 따라서 위 사실은 參與制約을 사용하는 일반적인 본인—대리인 모형의 문제점을 시사해주고 있다. 그러나 참여제약 대신 최저임금제약을 모형에 부과하면 이와 같은 문제가 사라진다는 것은 자명한 일이다. 다음 절에서는 最低賃金制約下에서 어떤 의미있는 가정을 부과하면 대리인과 본인의 몫이 동시에 산출수준의 單調增加函數가 됨을 보이고자 한다.

5. 代理人의 賃金과 本人의 몫의 單調性

다음의 定理6은 MLRC 조건 하에서 대리인의 임금이 산출수준에 대하여 減少函數임을 보여준다. Grossman and Hart(1983)와 Rogerson(1985)에서도 定理6과 유사한 결과가 증명되었다.

定理6 (代理人 賃金의 單調性) : MLRC 조건이 만족되고 $(s^*(\cdot),\ a^*)$ 계약이 (P.2)의 解라 하자. 그러면 $x\leq\hat{x}$인 x와 $\hat{x}$에 대해서는

$$s^*(x)\leq s(\hat{x})$$

이 성립한다.

證明 : 定理5에 의하면 $x\leq x^*$인 x에 대해서는 $s^*(x)=0$이다. 그러므로 x^*보다 큰 x에 대해서만 정리를 증명하면 충분하다. 定理5에 의하면 $x>x^*$인 $\hat{x}$에 대해서는

$$\frac{1}{u'(s^*(x))}=\frac{\mu f_a(x,a^*)}{f(x,a^*)}$$

이다. 그런데 函數 u가 오목함수이고 MLRC에 의하면 함수 f_a/f가 x에 대해 비감소함수이므로 정리의 결론이 성립한다. ▨

다음으로 본인의 몫이 산출수준에 대해 非減少函數일 조건을 알아보자.

條件2 : 모든 陽(positive)의 산출 x에 대해, 그리고 $f_a(x,a)>0$을 만족하는 $a\in(\underline{a},\bar{a})$에 대해

$$\frac{\dfrac{\partial(f_a/f)}{\partial x}}{f_a/f}\leq r$$

이며, 모든 s에 대해

$$-u''(s)/u'(s)\geq r$$

인 그러한 실수 r이 존재한다.

條件2는 근본적으로 두 종류의 제약을 함축하고 있다. 첫째는 노력수준의 산출량으로 표시한 限界收益을 나타내는 측도 $f_a(x,a)/f(x,a)$가 産出 x의 증가에 따라 너무 급속히 증가해서는 안된다는 것이다. 둘째, 理代人이 어느 정도 위험기피적이어야 한다. 다음 정리는 어떤 가정 하에서 本人의 몫이 산출수준에 대해 비감소함수인가를 보여주고 있다.

定理7(本人 몫의 單調性) **:** 條件1과 2가 만족되고 $(s^*(\cdot),\ a^*)$가 (P. 2)의 解라 하자. 그러면 $x\leq\hat{x}$인 x와 $\hat{x}$에 대해서는

$$x-s^*(x)\leq\hat{x}-s^*(\hat{x})$$

이 성립한다.

證明 : 정리5에 따르면, $x\leq x^*$이면 $s^*(x)=0$이고, 따라서 $x\leq\hat{x}\leq x^*$이면 $x-s^*(x)\leq\hat{x}-s^*(\hat{x})$이다. 그러므로 $\hat{x}\geq x\geq x^*$인 $\hat{x}$와 x에 대해서만 $x-s^*(x)\leq\hat{x}-s^*(\hat{x})$인 것을 보이면 충분하다.

먼저 $x>x^*$인 x에 대해 $s^{*\prime}(x)\leq 1$임을 보이자. 定理1에 의하면, $x>x^*$인 모든 x에 대해서

$$\frac{1}{u'(s^*(x))}=\frac{\mu f_a(x,a^*)}{f(x,a^*)} \tag{4.2}$$

이 성립한다. (4.2)의 양변을 x로 미분하면, $x>x^*$인 x에 대해서

$$\frac{-u''(s^*(x))s^{*\prime}(x)}{[u'(s^*(x))]^2}=\mu\frac{\partial(f_a(x,a^*)/f(x,a^*))}{\partial x}$$
$$=\frac{1}{u'(s^*(x))}\frac{1}{\dfrac{f_a(x,a^*)}{f(x,a^*)}}\frac{\partial(f_a(x,a^*)/f(x,a^*))}{\partial x}$$

이다. 여기서 두번째 등식은 (4.2)에 의거한다. 그러므로 $x>x^*$인 x에 대하여

$$s^{*\prime}(x)=\frac{-u'(s^*(x))}{u''(s^*(x))}\frac{\dfrac{\partial(f_a(x,a^*)/f(x,a^*))}{\partial x}}{\dfrac{f_a(x,a^*)}{f(x,a^*)}} \tag{4.3}$$

이다. 이제 條件2를 사용하면 $s^{*\prime}(x)\leq 1$은 즉시 성립하게 된다. 그러므로 $x>x^*$인 x에 대해서는 $s^{*\prime}(x)\leq 1$이고, 따라서 $x^*<x<\hat{x}$이면

$$x-s^*(x)\leq\hat{x}-s^*(\hat{x})$$

이 성립한다.

마지막으로, $x^*<x$인 x에 대해서 $x^*-s^*(x^*)\leq x-s^*(x)$임을 보이면 충분하다. 그런데 $s^*(\cdot)$이 연속함수이므로, 平均値定理(mean value theorem)에 의하면 x^*와 x 사이에 y가 존재하여 $s^*(x)-s^*(x^*)=s^{*\prime}(y)(x-x^*)$가 성립한다. (4.3)에 의하면 $s^{*\prime}(y)\leq 1$이므로 $s^*(x)-s^*(x^*)\leq x-x^*$이고, 따라서 $x^*<x$인 x에 대해서는

$$x^*-s^*(x^*)\leq x-s^*(x)$$

이 성립한다. ▨

이제 定理7의 따름정리로서 최적계약하 에서는 본인의 몫이 산출수준에 관계없이 항상 非陰임을 보이고자 한다. 이 논문의 모형에서는 본인의 몫이 陰이 될 가능성을 배제하지 않았으나 최적계약 하에서는 이러한 상황이 발생하지 않는다.

따름定理8 : 定理7과 동일한 가정 하에서는 모든 x에 대해

$$x-s^*(x)\geq 0$$

이 성립한다.

證明 : 定理5와 定理7을 사용하면 따름定理8의 결과는 자명하다. ▨

위 定理7에서는 본인 몫의 單調增加性을 보이기 위해 條件2를 가정하였다. 이 條件2의 역할을 보기 위해서

$$\frac{\dfrac{\partial(f_a/f)}{\partial x}}{f_a/f}$$

가 條件2를 충족시키지 못하도록 큰 값이라 해보자. 定理5에서 논의되었듯이 f_a/f는 산출량으로 표시한 대리인의 노력의 限界收益을 나타내주는 측도이며, 이 측도에 비례하여 대리인의 賃金을 지불하는 것이 본인에게 최적이다. 그런데 만약 어떤 산출수준 x에서 이 측도가 너무 높으면 (4.2)를 만족시키기 위해서는 최적임금 $s^*(x)$가 x에 대해 급격히 증가해야 한다. 이 사실은 본인의 몫 $x-s^*(x)$가 어떤 산출수준에서는 x에 따라 감소할 수도 있음을 의미한다. 반면, 危險忌避度(risk aversion measure)

$$-u''(s)/u'(s)$$

가 너무 낮으면, 대리인은 賃金契約의 기대치가 높은 한 임금수준의 산출에 따른 기복(fluctuation)에는 개의치 않게 되고, 따라서 어떤 산출수준 x에서는 $s^*(x)>1$이 될 수도 있게 된다. 따라서 定理7의 결과를 얻기 위해서는 條件2가 필수적인 가정으로 보여진다.

일견 最適契約이 당연히 만족시켜야 할 것으로 보이는 본인 몫의 單調性이 상대적으로 제약적인 조건들 하에서 얻어졌다는 점에서 定理7은 다소 미흡스럽기도 하다. 그러나 조금 깊이 생각해보면 본인의 몫이 산출에 반드시 單調增加하지는 않는 매우 현실적인 계약들이 존재한다. 예를 들어, 產出可能領域은 $[0,\infty)$이지만 현실적으로 지불의 편의를 위하여 지불단위가 연속적이 아니라 불연속적인 몇몇 임금수준중 하나를 선택해야 하는 경우를 고려해보자. 이 경우 모든 賃金契約은 산출에 대하여 계단함수 형태가 될 수밖에 없고, 따라서 賃金이 도약(jump)하는 산출수준에서 본인의 몫은 줄어들 수밖에 없다. 그러나 이 경우에도 다음의 두 가지 정도를 감안해야 한다. 첫째, 본인의 몫은 임금이 도약하는 산출수준을 제외하고는 여전히 산출에 대하여 增加函數이며, 도약하는 빈도를 수학적으로 보면 르베그측도(Lebesgue measure) 0으로 극히 미미하다. 둘째, 현실적으로 賃金이 불연속적인 몇몇 수준으로 주어진다면, 산출도 그와 같이 몇몇 수준으로 축소시켜서 보는 것이 타당하며, 이 경우에는 模型의 구조가 완전히 달라지게 된다. 하지만, 이 논문의 분석을 불연속적 모형에 대한 近似化로 보아도 큰 무리는 없을 것으로 보인다.

서울大學校 國際經濟學科 助敎授
151-742 서울 관악구 신림동
전화 : (02)880-6396
팩시 : (02)888-4454

서울大學校 經濟學科 敎授
151-742 서울 관악구 신림동
전화 : (02)880-6369
팩시 : (02)888-4454

參 考 獻 文

Grossman, S., and O. Hart(1983): "An Analysis of the Principal-Agent Problem," ***Econometrica***, **51**, 7～45.

Harris, M., and A. Raviv(1979): "Optimal Incentive Contracts with Imperfect Information," ***Journal of Economic Theory***, **20**, 231～259.

Holmstrom, B. (1979): "Moral Hazard and Observability," ***Bell Journal of Economics***, **10**, 74～91.

Jewitt, I. (1988): "Justifying the First Order Approach", ***Econometrica***, **56**, 1170～1190.

Milgrom, Paul(1981): "Good News and Bad News: Representation Theorems and Applications," ***Bell Journal of Economics***, **12**, 380～391.

Mirrlees, J. (1975): "The Theory of Moral Hazard and Unobservable Behavior—Part I", mimeo. Nuffield College, Oxford.

_______(1979): "The Implications of Moral Hazard for Optimal Insurance," mimeo, Seminar given at Conference in Honor of Karl Borch, Bergen, Norway.

Rogerson, W. (1985): "The First Order Approach to Principal Agent Problems," ***Econometrica***, **53**, 1357～1368.

Sappington, D. (1983): "Limited Liability Contracts between Principal and Agent," ***Journal of Economic Theory***, **29**, 1～21.

Shavell, S. (1979): "Risk Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship", ***Bell Journal of Economics***, **10**, 55～73.

Tirole, J. (1988): ***The Theory of Industrial Organization***, The MIT Press.