물리탐사
Vol. 6, No. 2, 2003, p. 95~100

셀 매개변수에 의한 탄성파 반사주시 토모그래피

서영탁[1)] · 신창수[1)] · 고승원[1)]

Seismic Reflection Tomography by Cell Parameterization

Seo Young Tak[1)], Shin Chang Soo[1)] and Ko Seung Won[1)]

요 약 : 본 연구에서는 복잡한 지질구조에 대해서도 신속하고 효율적으로 주시를 계산할 수 있는 Straight Ray Technique(SRT)을 이용한 반사주시 토모그래피 역산 알고리듬을 개발하였다. 역산을 위한 초기 속도모델은 지층경계면에 임피던스 변화를 갖는 상속도 모델을 사용하였다. 실제 속도모델의 반사주시와 초기 속도모델의 반사주시 차이를 계산하여 각각의 요소마다 주시의 오차를 줄이는 방법인 가우스-뉴튼 알고리듬을 이용하여 역산을 수행하였다. 자코비안의 요소는 파선이 지나가는 거리함수로 구성되며, 이를 최소자승형태의 근사 헤시안 행렬로 구성하여 역산을 수행하였다. 역산 시 해가 수렴할 수 있도록 근사 헤시안 행렬의 대각성분에 일정한 감쇠인자를 더하였다. 역산된 속도모델을 이용하여 Kirchhoff구조보정을 실시한 결과 실제 속도모델구조에 근사한 단면영상을 얻을 수 있었다.

주요어 : 반사주시 토모그래피, Straight Ray Technique, 가우스-뉴튼 알고리듬, 헤시안 매트릭스

Abstract : In this study, we developed reflection tomography inversion algorithm using Straight Ray Technique (SRT) which can calculate travel time easily and fast for complex geological structure. The inversion process begins by setting the initial velocity model as a constant velocity model that has only impedance boundaries. The inversion process searches a layer-interface structure model that is able to explain the given data satisfactorily by inverting to minimize data misfit. For getting optimal solution, we used Gauss-Newton method that needed constructing the approximate Hessian matrix. We also applied the Marquart-Levenberg regularization method to this inversion process to prevent solution diverging. The ability of the method to resolve typical target structures was tested in a synthetic salt dome inversion. Using the inverted velocity model, we obtained the migration image close to that of the true velocity model.

Keywords : Reflection tomography, Straight Ray Technique, Gauss-Newton method, Hessian matrix

서 론

탄성파탐사 자료처리의 궁극적 목적은 지하구조를 정확히 영상화하는데 있다. 지하구조의 영상화를 위해서는 구조보정이 반드시 필요하며 이러한 구조보정 단면 영상의 질을 결정짓는 가장 중요한 요소는 속도모델이다. 구조보정에 필요한 속도모델을 얻기 위해서는 지하매질의 속도를 역산하는 과정이 필요하다. 하지만 역산을 수행하기위해서는 많은 계산시간을 요한다. 최근 컴퓨터의 계산능력 발달과 더불어 파형역산(Waveform Inversion) 및 토모그래피와 같은 지하매질의 속도 역산에 관한 연구가 활발히 진행되고 있지만(Talantola, 1984; Pratt, 1990; Shin, 1988) 현장 자료의 적용에 있어서 파형역산은 음원파형요소(Source Wavelet)를 알지 못하면 정확한 결과를 얻을 수 없다. 따라서 대부분의 석유탐사현장에서는 획득한 탐사자료에 대하여 지하매질의 속도를 역산하는 방법으로 토모그래피를 이용한다.

일반적으로 탄성파 토모그래피는 사용되는 주시에 따라 투과, 굴절, 및 반사주시 토모그래피로 나눈다. 이중 석유 및 가스 개발탐사에 적용하기 위해서는 반사주시 토모그래피가 가장 적절한 기법으로 알려져 있다(신창수 외, 2002). 반사주시 토모그래피는 투과나 굴절주시 토모그래피와 달리 반사경계면을 가진 초기 속도 모델이 필요하다. 또한 정확한 반사 경계면을 갖는 초기 속도 모델의 설정은 역산의 결과에 직접적인 영향을 미치는 중요한 요소이다.

한편 탄성파 토모그래피는 속도모델을 매개 변수화하는 방법에 따라 블록(Blocky) 및 셀(Cell) 토모그래피로 나눈다. 블록 토모그래피는 해석한 단면을 토대로 균질한 속도 값을 가지는 큰 블록으로 속도 모델을 구성하기 때문에 역산 시 미지수의 개수가 적어서 빠른 역산이 가능하므로 반복적인 역산에 용이하다. 또한 지층을 층서로 구성하여 지층 경계면의 모양을 변화시킬 때 편리하다. 그러나 초기 모델이 실제 모델과 다를 경우, 특히 매개 변수의 개수가 실제보다 적게 설정될 경우에

*2003년 5월 1일 접수
1) 서울대학교 지구환경시스템공학부

는 자코비안 행렬을 구할 수 없으므로 실제 속도모델에 근접한 초기모델 설정이 필수적이다. 셀 토모그래피는 작은 셀을 매개변수로 설정하기 때문에 계산시간이 많이 소요되는 단점이 있지만 정교한 역산이 가능하며 매개변수가 실제보다 적게 설정될 확률을 줄일 수 있는 장점이 있다.

토모그래피를 이용하여 속도를 역산하기 위해서는 주어진 초기모델에 대한 주시계산이 필요하다. 주어진 모델의 파선경로에 대한 주시를 계산하는 방법은 발사법(Shooting Ray Method), 굴곡법(Bending Ray Method), 유한차분법 등이 있다 그러나 발사법의 경우 암영대의 문제를 해결하지 못하는 단점이 있고 굴곡법은 계산시간은 비교적 적게 들지만 실제 최소도달시간이 아닌 국부적 최소도달값(Local Minium)을 계산하는 경우가 있다. 그리고 유한차분법을 이용하여 파선경로를 구하기위해서는 공간적 편미분치를 계산하여야 하므로 상당한 계산시간을 필요로 하며 속도변화가 큰 구조에서는 정확도가 떨어진다는 단점이 있다. 이에 본 연구에서는 초기설정 모델에 대한 주시계산에서 SRT(Harry, *et al.*, 2002)를 이용하여 계산시간을 줄이고 암영대의 문제점을 해결하고자 한다. 그리고 셀 매개변수를 이용하는 역산을 수행하고자 한다.

본 연구에서는 우선 임피던스 경계만을 가지는 상속도 모델을 역산을 위한 초기모델로 설정하였다. 이 모델에 대해 SRT를 이용하여 주시를 계산하고 실제모델에 대한 주시와의 오차를 계산하여 역산을 수행하였다. 본 연구의 타당성을 검증하기 위해 돔 구조를 갖는 지층모델에 대한 역산 결과를 이용하여 Kirchhoff 구조보정을 수행하고 이를 선형적으로 속도가 증가하는 모델(고승원, 2001)을 이용한 구조보정 영상과 비교하였다.

파선추적이론

파선 추적법은 Thurber와 Ellsworth(1980)이 개발한 굴곡법, Cerveny(1977)에 의해 개발된 발사법 그리고 Vidale(1988)에 의해 개발된 유한차분법(finite difference method)이 있다. 이들은 식 (1)의 파선방정식(Eikonal equation)과 음원을 출발한 파는 최소경로를 따라 수진기에 기록된다는 Fermat의 원리(principle of least time or brachistochrone principle)에 그 기초를 두고 있다.

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2 = S^2(x, z) \tag{1}$$

t : 주시

$S(x, z)$: 느리기(slowness)-속도의 역수

SRT의 원리는 음원을 출발한 파는 방사형으로 진행한다는 것에 기초하여 좌표계를 극좌표계로 변환함으로서 보다 빠르고 간편하게 주시를 계산할 수 있고, 암영대에 대한 문제점을 해결할 수 있다. 음원을 출발한 파는 방사형으로 전파된다는 것에 착안하여 극좌표상에서 Fermat의 원리에 의한 최단경로를 구하는 방법을 사용함으로써 보다 정확하고 신속하게 주시를 계산할 수 있다. 극좌표상의 각 격자점에서 느리기 값이 주어지면 파선의 경로는 격자점과 격자점 사이를 직진한다는 가정하에 음원의 좌표로부터 반경이 커지는 방향으로 파의 도달시간을 계산하게 된다. 이 때 파의 도달시간의 정확도는 극좌표상의 격자점의 간격에 따라 결정되는데 속도차이가 큰 매질일수록 격자점의 간격은 작아야 한다. 그리고 극좌표에서 격자간격을 크게 하면 속도모델을 변환함으로서 발생하는 변환에러(discretization error)는 커지고, 반면 격자간격을 아주 작게 나누면 변환에러를 줄일 수 있다. 즉 격자 간격을 0으로 근사시킬 때 변형된 속도 모델은 초기모델에 근사하게 된다.

Fig. 1은 돔 구조 모델로서 최저속도와 최고 속도가 각각 1.5 km, 4.0 km인 지층모델이다.

Fig. 2는 돔 구조를 갖는 모델에 대하여 SRT를 이용하여 계산한 주시와 일방향 파동방정식을 이용하여 계산한 초동주시를 비교하고 있다. Fig. 2에서 실선은 일방향 파동방정식을 이용하여 계산한 주시곡선이며 점선은 SRT를 이용하여 계산한 주시곡선이다. SRT를 이용하여 계산한 주시는 Vidale의 알고

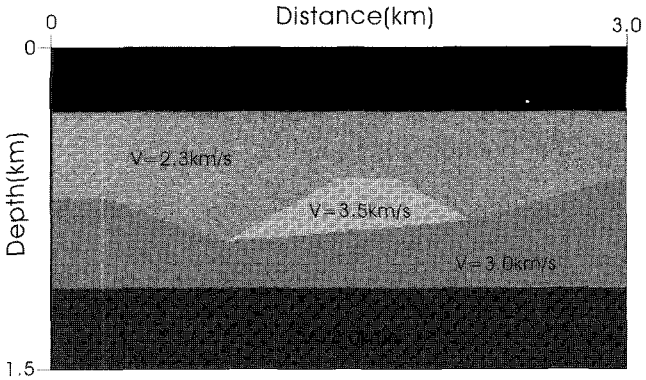

Fig. 1. Dome velocity model.

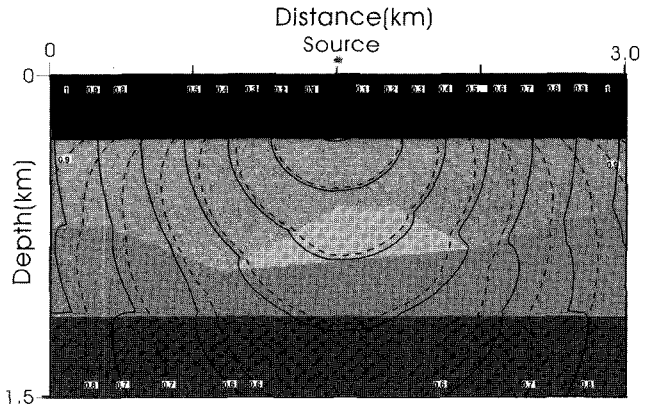

Fig. 2. Travel time contours section for dome velocity model in Fig. 1; solid line are those of one way wave equation, dashed line are those of SRT.

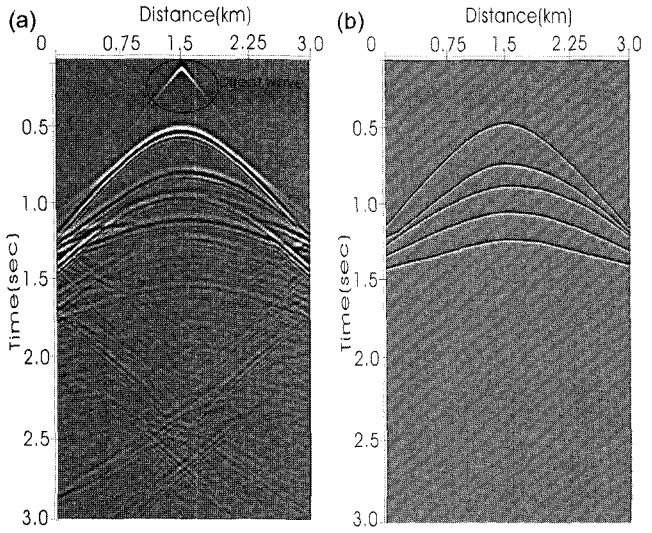

Fig. 3. Comparison of seismograms for dome velocity model of Fig. 1. (a) seismogram generated by using finite difference modeling. (b) seismogram generated by using SRT.

리듬을 이용하여 계산한 초동주시보다는 느리고 유한요소법을 이용하여 계산한 최대 진폭주시보다는 빠르게 기록된다(Harry, *et al.*, 2002).

Fig. 3은 SRT를 이용하여 계산한 탄성파기록과 유한차분법을 이용하여 계산한 탄성파기록을 비교한 것이다. SRT를 이용하여 계산할 경우 반사주시만을 고려하여 계산하기 때문에 Fig. 3(a)에서 보이는 직접파는 나타나지 않는다. (a)와 (b) 반사주시가 서로 정확히 일치함을 볼 수 있다.

역산 이론

탄성파 토모그래피는 지하매질의 속도와 반사면의 구조 등 지하매질에 대한 정보를 얻기 위하여 실시하는데 이의 원리는 탄성파 자료에서 발췌한 주시와 초기 가정모델에서 계산한 주시의 오차를 최소화시킬 수 있도록 속도모델을 역산하는 가우스-뉴튼 알고리즘으로 정의할 수 있다.

n개의 실제 탐사 자료에서 발췌한 주시를 $\bar{d}$라 하고 초기모델로부터 계산한 주시를 $\bar{u}$라고 하면 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\bar{d}=(d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n)^T$$
$$\bar{u}=(u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n)^T$$
$$\bar{p}=(p_1, p_2, p_3, \ldots, p_m)^T \tag{2}$$

이때 T는 전치행렬을 나타낸다. 여기서 $\bar{p}$는 역산시 사용되는 m개의 매개변수로 구성된 벡터이다. 매개변수의 초기값을 $\overline{p^0}$라고 하고, 이 때 이론값을 $\overline{u^0}$라고 할 경우 $\bar{u}$를 $\bar{p}$에 대해 테일러 급수전개하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{u} = \overline{u^0} + J\Delta p \tag{3}$$

식 (3)에서 J는 자코비안 행렬이며 Δp는 매개변수의 변화량을 나타내는 벡터이다.

$$J_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial p_j} \tag{4}$$

$$\Delta p_j = p_j - p_j^0 \tag{5}$$

식 (4)로부터 자코비안 행렬은 파선이 셀을 지나가는 시간과 셀의 속도에 대한 함수로 정의되며 이때 J_{ij}를 $\Delta t/\Delta v$로 근사시키면

$$\frac{\Delta t}{\Delta v} = \frac{\Delta r \Delta v}{\Delta v} = \Delta r \tag{6}$$

와 같다. 여기서 Δt는 파선이 셀을 지나가는 시간이며 Δv는 셀의 속도 그리고 Δr은 셀을 지나가는 파선의 거리이다. 즉 자코비안 행렬의 단위 구성요소는 셀을 지나가는 파선의 시간으로 나타낼 수 있다.

역산을 수행함에 있어서 대개의 경우 자코비안 행렬은 정방행렬로 구성되지 않는다. 정방행렬로 구성되어 있다하더라도 특이(singular)하기 때문에 역행렬이 존재하지 않을 수 있다. 그리고 매개변수의 개수보다 측정점의 개수가 많은 과잉결정문제(overdetermined)인 경우가 대부분이다. 따라서 최적화이론에 따라 측정값과 이론값의 오차제곱합을 최소화시키는 매개변수를 선택해야 하며 오차벡터 e는

$$e = d - u \tag{7}$$

와 같다. 식 (7)을 식 (3)에 대하여 풀면

$$d - u^0 = J\Delta p + e \tag{8}$$

와 같이 되고, 초기값에 대한 모형의 이론값과 측정값의 차이를 잔차벡터 g라고 하면 $g = d - u^0$가 되며 식 (8)은

$$e = g - J\Delta p \tag{9}$$

가 된다. 최소자승법 또는 가우스-뉴튼법은 매개변수의 변화벡터 Δp에 관하여 오차제곱의 합인 $S = e^T e$을 최소화 시키는 것이므로 S는 식 (9)로부터

$$S = (g - J\Delta p)^T (g - J\Delta p) \tag{10}$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 S의 최소값은 Δp에 대하여 미분하였을 때 0이 된다.

$$\frac{\partial S}{\partial \Delta p} = 0 \tag{11}$$

식 (10)을 식 (11)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 정규방정식(normal equation)을 유도할 수 있다.

$$J^T J \Delta p = J^T g \tag{12}$$

이로부터 식 (10)으로 정의되는 오차제곱합을 최소화시키는 매개변수의 변화량을 계산할 수 있다.

$$\Delta p = (J^T J)^{-1} J^T g \tag{13}$$

식 (13)의 매개변수 변화벡터 Δp는 제한 조건(unconstrained)이없을 때 가우스-뉴튼법으로 구한 최소자승해이지만 행렬 $J^T J$의 역행렬이 존재하지 않거나 또는 역행렬이 존재한다하더라도 초기값 u^0가 참값으로부터 멀리 있어 오차벡터가 클 경우 발산할 가능성이 있으며 수렴속도가 늦어진다.

본 역산에서는 가우스-뉴튼법의 단점을 극복하기 위하여 매개변수 변화벡터의 에너지, 즉 오차제곱합이 일정한 유한값 범위내에 존재해야 한다는 제한조건을 이용하는 Marquart-Levenberg 기법을 이용하였다. 이러한 제한 조건은 매개변수 변화벡터가 무제한 진동되는 것을 방지한다.

식 (10)에 매개변수 변화벡터의 크기를 제한하는 조건을 도입하면

$$S = (g - J\Delta p)^T (g - J\Delta p) + \lambda(\Delta p^T \Delta p - \Delta p^2) \tag{14}$$

여기서 λ를 감쇠인자(damping factor) 또는 Lagrange multiplier라고 한다(Lines and Treitel, 1984).

식 (14)을 Δp에 대하여 미분한 후 정리하면

$$(J^T J + \lambda I)\Delta p = J^T g \tag{15}$$

$$\Delta p = (J^T J + \lambda I)^{-1} J^T g \tag{16}$$

이 된다. 식 (15)는 비선형문제를 선형화 시킨 것이다. 정방대칭행렬인 근사 헤시안 행렬 $(J^T J)$의 대각 성분에 더해진 감쇠인자 λ는 행렬이 특이하게 되는 것을 방지하며 수렴할 경우 감쇠인자의 크기를 줄이고 발산할 경우에는 증가시켜준다.

결과 및 고찰

돔 구조 형태의 지층 모델에 대해 본 알고리듬을 적용하여

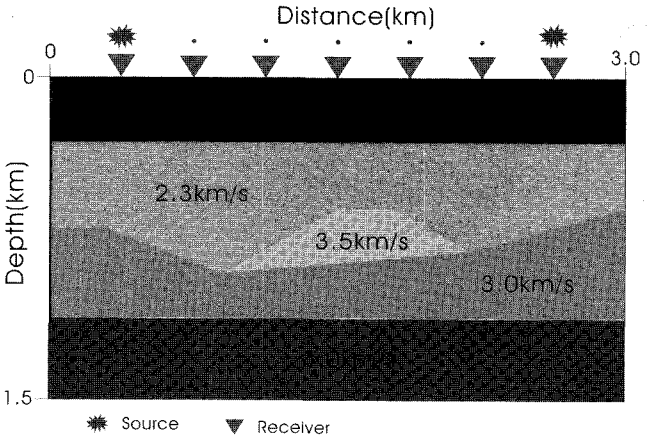

Fig. 4. Two dimensional velocity model to inverse.

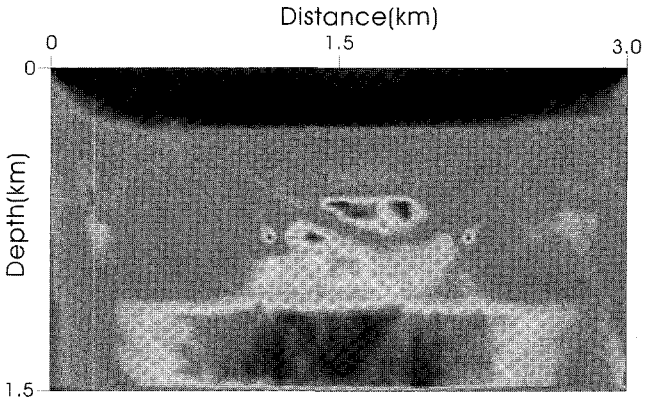

Fig. 5. Inversion result for dome velocity model.

보았다. Fig. 4는 실제 속도모델이다. 모델의 크기는 가로 3 km 세로 1.5 km이며 음원과 수진기의 배열은 100 m 지점부터 2900 m 지점까지 50 m 간격으로 설치시켰다. 역산을 하기위한 초기 속도모델은 임피던스 경계면을 지닌 1500 m/s의 상속도 모델로 설정하였다.

Fig. 5는 돔 구조 지층모델의 역산결과이다. 개발된 알고리듬의 속도분해능을 확인하고 역산결과에서 나타나는 인공잡음(artifact)이 속도에 미치는 영향을 알아보기 위하여 모델의 750 m, 1500 m, 2200 m 3지점에서 깊이에 따른 속도단면을 비교하여 보았다. 속도 단면을 비교한 결과 750 m 지점과 2200 m 지점에서의 속도에 대한 인공잡음의 영향은 크지 않았으나 1500 m 지점에서는 영향을 미친 것을 알 수 있었다. 이는 속도모델의 주시를 계산하는 과정에서 파선이 적게 지나가는 지역(null space)의 자코비안 값이 작게 형성되기 때문인 것으로 판단된다. 비록 감쇠인자의 크기를 조절함에 따라 인공잡음의 영향이 달리 나타나기는 하였지만 감쇠인자를 통하여 인공잡음을 제거할 수 없었다.

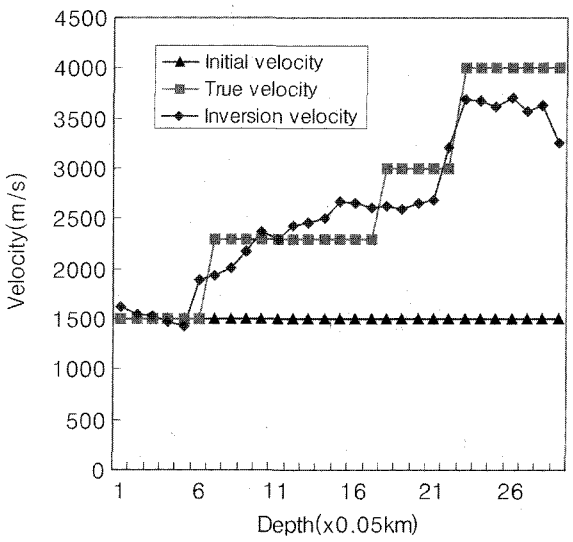

Fig. 6. Comparison of velocity profile for dome velocity model at 750m.

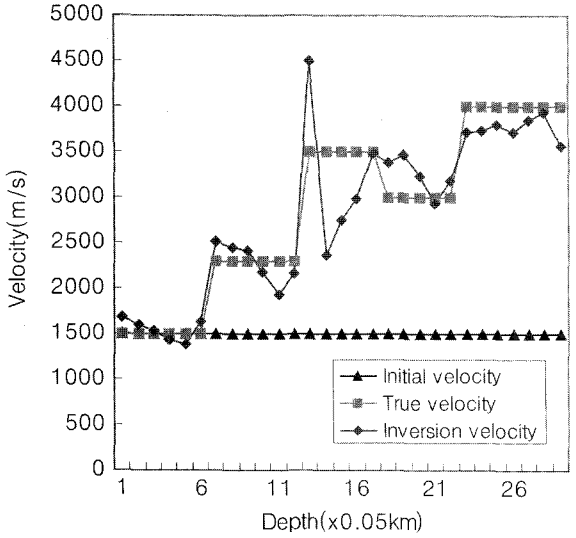

Fig. 7. Comparison of velocity profile at 1500m of dome velocity model.

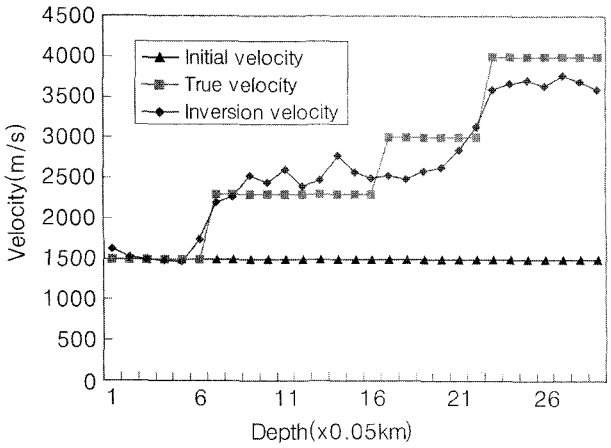

Fig. 8. Comparison of velocity profile at 2200m of dome velocity model.

본 연구를 통하여 얻어진 속도모델의 역산결과를 확인하기 위하여 역산된 속도모델에 대하여 평활화 과정을 거친 후 중합전 심도 구조 보정의 속도 모델로 하여 Kirchhoff 심도 구조 보정을 실시하고 선형적으로 속도가 증가하는 모델(Smooth Background Model)에 대한 구조보정 한 영상과 비교하여 보았다.

Fig. 9는 역산된 속도모델에 대한 구조보정 영상과 SBM에 대한 구조보정 영상을 비교한 것이다. 1층 반사면에 대한 영상은 역산한 속도 모델의 영상과 SBM의 영상이 잘 재현되었다. 그러나 SBM에 대한 구조보정 영상이 돔 아래 부분 그리고 4층과 5층의 경계면에서 실제 모델의 영상과 달리 곡선으로 보이지만 역산한 속도모델에 대한 구조보정 영상은 돔 부분과 돔 아랫부분 경계면 그리고 마지막 층에 대한 이미지가 실제 속도모델과 근사하게 나타남을 알 수 있었다. 또한 Fig. 9 구조보정영상에서 볼 수 있듯이 Fig. 7에서 나타나는 돔 부분의 속도차이가 많이 나는 부분은 구조보정 영상을 얻는데 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

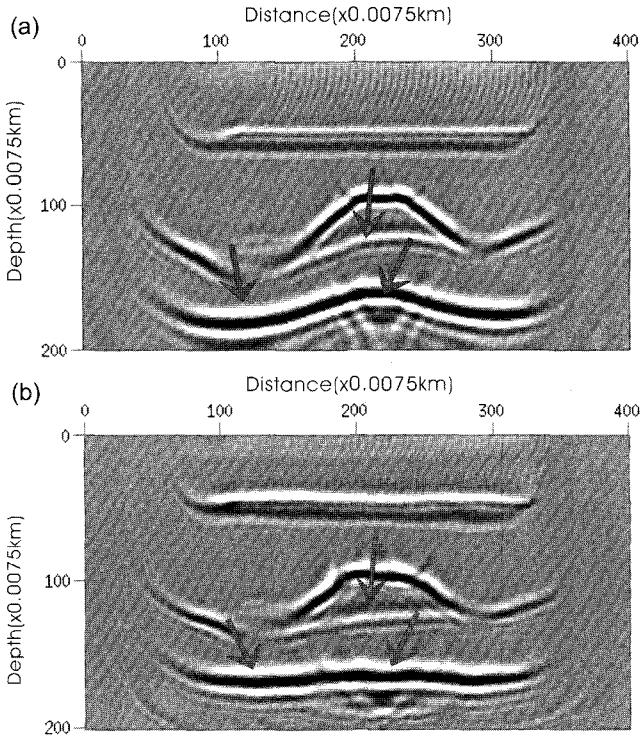

Fig. 9. Comparison of Kirchhoff migration image. (a) is migration image for smooth background model. (b) is migration image for inversion velocity model.

결 론

셀 매개 변수법을 적용함으로서 인공 합성 모델에 대하여 정교한 역산을 수행할 수 있었다. 특히 수평층과 경사면의 경우 실제 속도모델과 거의 근접하는 결과를 보였다. 그러나 모델의 중간에 있는 돔 구조에서 역산결과로 나온 속도가 실제 모델 속도에 비해 큰 차이를 보였는데 구조보정 영상을 통하여 단면구조를 파악하는데 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있었다.

인공합성 모델에 대하여 개발된 알고리듬을 적용시켜본 결과 한번의 역산으로도 층의 경계면과 속도에 대한 분해능이 아주 높은 것을 확인하였다. 향후 현장 자료에 대하여도 중합전 심도 구조보정을 수행하여 얻어진 심도 단면이나 시간 영역에서 중합한 단면을 해석하여 정확한 임피던스 반사면의 정보를 지닌 초기 속도 모델을 구성한다면 현장 자료의 역산에도 상당히 좋은 결과를 보일 것으로 기대된다.

참고문헌

신창수 외, 2002, 중합전 심도 구조보정 및 주시역산 기술: 국지

정연구실사업 1단계 보고서, 141-153.

고승원, 2001, Kirchhoff 중합전 심도 구조 보정에 관한 연구: 한양대학교 공학박사 논문.

Harry Y. Lim, Dong-joo Min, Changsoo Shin, Dongwoo Yang, Youngho Cha, and Junghee Suh, 2002, Prestack depth migration using Straight Ray Technique: *Journal of Seismic Exploration* **11**, 271-281.

Aldo Vesnaver and Gualtiero Bohm, Staggered or adapted grids for seismic tomography: The Leading Edge September 2000, 944-950.

Tarantola, A., 1984a, Linearized inversion of seismic reflection data: *Geophysical prospecting*, *32*, 998-1015.

Pratt, R. G. and Worthington, M. H., 1990, Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. Part 1: Acoustic wave equation method: *Geophysical Prospecting*, **38**, 287-310.

Shin, C. S., 1988, Nonlinear elastic wave inversion by blocky parameterization: Univ. of Tulsa, Ph.D. thesis

Thurber, C. H. and Ellsworth, W. C., 1980, Rapid solution of ray tracing problems in heterogeneous media: *Bull. Seis. Soc. Am.*, **70**, 1138-1148.

Vidale, J., 1988, Finite-difference calculation of travel times: *Bull. Seis. Soc. Am.*, **78**, 2062-2076.

Lines, L. R. and Treitel, S. 1984, A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems.