【논문】

양상체계에서의 언어수준 혼용의 문제

이 창 후

【주제분류】 분석철학, 논리철학
【주요어】 형식체계, 형식적 의미론, 양상체계, 형식체계구성의 문제
【요약문】 이 논문에서 필자는 양상형식체계의 의미론을 구성함에 있어서 대상언어와 메타언어가 잘못 혼용되는 문제를 "언어수준 혼용의 문제"라고 명명하고 이에 대해 다음의 논의를 한다. 첫째는 필자가 '언어수준 혼용의 문제'가 지칭하는 바가 구체적으로 어떤 문제점인지를 설명하고자 한다. 이를 위해서 필자는 우리가 아는 한에서 가장 문제의 여지가 없이 받아들이는 형식체계인 명제논리와 1차술어논리의 체계에 단순하지만 명백히 잘못된 조작을 가하여 가장 명백해 보이는 문제를 가진 체계 $\mathscr{P}^{\#}$과 $\mathscr{L}^{\#}$를 구성한다. 둘째는 언어수준 혼용의 문제가 나타나는 체계의 정확한 특징을 지적하고 그것이 왜 받아들일 수 없는 문제점인지를 설명한다. 셋째는 카르납, 캥어, 몬태규의 형식체계를 조심스럽게 기술하면서 각 체계들에서 어떻게 언어수준 혼용의 문제가 발생하는지를 드러낼 것이다.

Ⅰ. 서론

필자가 이 논문에서 논의하고자 하는 것은 "언어수준 혼용의 문제"라고 하는 형식체계 구성에서의 결함에 대한 것이다. 이 문제는 형식적 의미론을 구성함에 있어서 대상언어와 메타언어가 잘못된 방식으로 혼용되고 있는 문제를 가리킨다. 이 문제가 논의과정에서 빈번하

게 지칭될 것이므로 그 명칭을 "언어수준 혼용의 문제"라고 짧게 줄이는 것이 효율적일 것이다. 필자는 카르납, 캥어, 몬태규의 체계에서 언어수준 혼용의 문제가 나타남을 보여주고자 한다.

본 논문의 전체 내용은 크게 세 부분으로 나뉘어진다. 첫째는 필자가 '언어수준 혼용의 문제'로 지칭하는 바가 구체적으로 어떤 문제점인지를 설명하는 단계이다. 이를 위해서 필자는 우리가 아는 한에서 가장 문제의 여지가 없이 받아들이는 형식체계인 명제논리체계 $\mathscr{P}$와 1차술어논리 체계 $\mathscr{L}$에, 단순하지만 명백히 잘못된 조작을 가하여 심각한 문제를 가진 체계 $\mathscr{P}^{\#}$과 $\mathscr{L}^{\#}$를 구성할 것이다. 둘째 단계에서는 언어수준 혼용의 문제가 나타나는 체계의 정확한 특징을 지적하고 그 체계들이 왜 받아들일 수 없는 체계들인지를 설명할 것이다. 셋째 단계에서는 카르납, 캥어, 몬태규의 형식체계를 조심스럽게 기술하면서 각 체계들에서 언어수준 혼용의 문제가 발생하고 있음을 보여주고자 한다.

정확한 분석과 이해의 편의를 위해서 필자는 이 논문에서 몇 가지 일관된 기호 사용법을 설정하고 시작하겠다. 이 논문에서는 형식체계들을 수식문자 $\mathscr{S}$, $\mathscr{P}$, $\mathscr{L}$을 사용하여 표시할 것이다. 그리고 $\mathscr{S}$를 $\mathscr{P}$, $\mathscr{L}$과 같은 임의의 체계를 나타내는 대명사 기호로 사용하겠다.[1] 또한 언어수준 혼용의 문제를 가진 체계는 "#"을 위 첨자로 덧붙여서 $\mathscr{S}^{\#}$와 같이 표시하겠다. 각 기호들은 이탤릭체와 정자체가 구분되어 있고 모양이 다른 모든 기호들은 서로 다른 기호들로 간주될 것이다. 끝으로, 대개의 경우 체계를 예시할 때에는 구문론 전체, 혹은 구문론에서의 공리들이나 추론규칙들이 생략할 것이다.

1) 그러므로 $\mathscr{S}^{*}$는 $\mathscr{P}^{*}$나 $\mathscr{L}^{*}$을 가리키고, $\mathscr{S}^{\#}$은 $\mathscr{P}^{\#}$이나 $\mathscr{L}^{\#}$을 각각 대응적으로 나타낸다.

Ⅱ. 언어수준 혼용의 문제를 보여주는 체계: $\mathscr{P}^{\#}$과 $\mathscr{L}^{\#}$

언어수준 혼용의 문제가 무엇이며, 그것이 어떻게 생겨나는지를 잘 보여주기 위해서 먼저 필자는 $\mathscr{P}$와 $\mathscr{L}$를 변형하여 잘못된 형식체계들 $\mathscr{P}^{\#}$과 $\mathscr{L}^{\#}$을 구성해 보겠다. $\mathscr{P}$와 $\mathscr{L}$의 구문론은 잘 알려져 있고, 필자의 논의는 형식적 의미론에 초점을 맞추고 있으므로 두 체계의 표준적인 구문론 기술은 생략하겠다.

1. 명제논리 $\mathscr{P}$의 의미론[2)]

문장 기호들의 집합 S에 대한 진리값 할당함수 v는 다음과 같은 함수로 정의된다.

$$v:\ S \rightarrow \{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$$

이제 $\overline{S}$를 S의 원소들에 대해서 구문론적으로 정의된 형성 규칙들에 의해서 생성된 바른식들의 집합이라고 한다면 v의 확장 $\overline{v}$는 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{v}:\ \overline{S} \rightarrow \{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$$

그리고, $\overline{v}$는 $\overline{S}$의 각각의 바른 식에 다음과 같은 방식으로 진리값들을 부여한다.

(Ⅱ.1.0) 임의의 $\alpha \in S$에 대하여, $\overline{v}(\alpha) = v(\alpha)$이다.

또한 $\overline{S}$의 임의의 원소 α, β에 대하여,

(Ⅱ.1.1) $\overline{v}((\neg\alpha))$는, $\overline{v}(\alpha) = \mathbf{F}$이면 $\mathbf{T}$이고, 그렇지 않으면 $\mathbf{F}$이다.

(Ⅱ.1.2) $\overline{v}((\alpha \rightarrow \beta))$는, $\overline{v}(\alpha) = \mathbf{T}$이고 $\overline{v}(\beta) = \mathbf{F}$이면 $\mathbf{F}$, 그렇지 않으면 $\mathbf{T}$이다.

한편 Σ를 바른식들의 집합이라 하자. Σ의 모든 원소에서 나타나는 문장기호들에 대한 (동시적인) 값할당 v에 대하여, v에서 Σ의 모든 원소들이 참인 경우 그 경우에만 "v가 Σ를 만족시킨다"라고 말

2) 이 사례는 Enderton, Herbert B.(1972)를 주로 참조하였다.

하자. 이때,

(Ⅱ.1.3) [항진적 함축 :$\vDash$] Σ가 ϕ를 항진적으로(tautologically) 함축하는($\Sigma \vDash \phi$) 경우 그 경우에만, Σ를 만족시키는 모든 v는 ϕ 역시 만족시킨다.

(Ⅱ.1.4) [항진명제] $\varnothing \vDash \phi$인 경우 그 경우에만 ϕ는 "항진명제"이다. "$\varnothing \vDash \phi$"를 흔히 "$\vDash \phi$"라고 쓴다. 따라서, $\vDash \phi$인 경우 그 경우에만, 모든 v는 ϕ를 만족시킨다.

2. 1차 술어논리 $\mathscr{L}$의 의미론

1차 술어논리에 대한 의미를 정의하기 위하여 다음을 가정하자.

> δ와 ϕ, ψ 등은 1차 논리의 어떤 바른식이다.
> $\mathfrak{A}$는 그 언어의 (하나의) 구조(혹은 해석)이다. 그리고 전체집합 $|\mathfrak{A}|$는 공집합이 아니다.
> s: $V \rightarrow |\mathfrak{A}|$는 모든 변항들의 집합 V에서 $\mathfrak{A}$의 전체집합 $|\mathfrak{A}|$로 가는 어떤 함수이다.

그러면 우리는 문장들 δ와 구조들 $\mathfrak{A}$에 대하여 "δ가 $\mathfrak{A}$에서 참이다"를 $\vDash_{\mathfrak{A}} \delta$로 표시하며, $\mathfrak{A}$가 "s로 ϕ를 만족시킨다(satisfy)"는 $\vDash_{\mathfrak{A}} \phi[s]$라고 표기하고 이것이 의미하는 바를 정의할 것이다. 전체 내용을 먼저 직관적으로 설명하자면 그 내용은 다음과 같다. $\vDash_{\mathfrak{A}} \phi[s]$인 경우 그 경우에만, 변항 x가 자유롭게 나타나는 모든 경우에 그것은 $s(x)$로 번역되는, $\mathfrak{A}$에 의해 결정되는 ϕ의 그런 번역이 참이다.

만족(satisfaction)의 형식적 정의는 다음과 같이 진행된다.

(Ⅱ.2.1) [항들] 항들의 의미는 다음과 같이 정의된다. 먼저 우리는 다음과 같은 확장된 함수 $\overline{s}$를 정의한다.

$$\overline{s}: T \rightarrow |\mathfrak{A}|$$

이 함수는 모든 항들의 집합 T에서 $\mathfrak{A}$의 전체집합으로 가는 함수이다. 기본 아이디어는 $\overline{s}(t)$는 항 t라는 이름을 가진 전체집합 $|\mathfrak{A}|$의

원소라는 것이다. $\overline{s}$는 다음과 같이 회귀적으로 정의된다.[3)]

1. 각 변항 x에 대하여, $\overline{s}(x) = s(x)$.
2. 각 상항 기호 c에 대하여, $\overline{s}(c) = c^{\mathfrak{A}}$.

(Ⅱ.2.2) [원자식] 원자식들에 대한 만족의 정의는 다음과 같다.

n-항 술어 매개변항 P에 대하여

$\vDash_{\mathfrak{A}} Pt_1 \cdots t_n[s]$인 경우 그 경우에만 $< \overline{s}(t_1), \cdots, \overline{s}(t_n) > \in P^{\mathfrak{A}}$.

(Ⅱ.2.3) [다른 바른식들] 귀납적으로 정의된 바른식들에 대해서는 그 만족이 회귀적으로 정의된다.

(1) 원자식에 대해서는 그 정의가 위의 내용과 같다.
(2) $\vDash_{\mathfrak{A}} \neg\phi[s]$인 경우 그 경우에만 $\not\vDash_{\mathfrak{A}} \phi[s]$이다.
(3) $\vDash_{\mathfrak{A}} (\phi \rightarrow \psi)[s]$인 경우 그 경우에만 $\not\vDash_{\mathfrak{A}} \phi[s]$이거나 $\vDash_{\mathfrak{A}} \psi[s]$이거나, 혹은 둘 다이다.
(4) $\vDash_{\mathfrak{A}} \forall x\phi[s]$인 경우 그 경우에만, 모든 $d \in |\mathfrak{A}|$에 대하여, $\vDash_{\mathfrak{A}} \phi[s(x|d)]$이다.

여기서, $s(x|d)$는 다음의 한 조건 외에는 s와 정확히 동일한 함수이다. 즉 그 조건은 변항 x에 대한 값으로 d를 할당한다는 것이다. 이것은 다음의 방정식으로 표현될 수 있다.

$$s(x|d)(y) = \begin{cases} y \neq x\text{이면} & s(y) \\ y = x\text{이면} & d \end{cases}$$

(Ⅱ.2.4) [논리적 함축 :⊨] Γ가 바른식들의 어떤 집합이고 ϕ가 하나의 바른식이라 하자. 그러면 Γ가 ϕ를 "논리적으로 함축하는" ($\Gamma \vDash \phi$) 경우 그 경우에만, 그 언어에 대한 모든 구조 $\mathfrak{A}$와, $\mathfrak{A}$가 s

3) 위와 같은 s의 확장 함수 $\overline{s}$가 유일하게 존재한다는 것은 회귀정리(recursion theorem)에 의해 도출된다. Enderton(1972), 1.2절 참조.

로 Γ의 모든 원소를 만족시키는 그런 모든 함수 $s : V \rightarrow |\mathfrak{A}|$에 대하여, $\mathfrak{A}$는 또한 s로 ϕ도 만족시킨다.

(Ⅱ.2.5) [타당성] $\varnothing \vDash \phi$인 경우 그 경우에만 ϕ는 "타당하다". 그런데 "$\varnothing \vDash \phi$"를 흔히 "$\vDash \phi$"라고만 쓴다. 따라서,

> $\vDash \phi$인 경우 그 경우에만, 모든 $\mathfrak{A}$와 모든 $s : V \rightarrow |\mathfrak{A}|$에 대하여 $\mathfrak{A}$가 s로 ϕ를 만족시킨다.

3. 언어수준 혼용의 문제

이제 $\mathscr{P}$와 $\mathscr{L}$의 구문론과 의미론에 간단한 조작을 가하여 '언어수준 혼용의 문제'라는 것을 명료하게 예시적으로 보여주는 체계 $\mathscr{S}^{\#}$와 $\mathscr{L}^{\#}$을 구성할 차례이다. 그런데 임의의 체계 $\mathscr{S}$에 대하여 $\mathscr{S}^{\#}$에 있는 언어수준 혼용의 문제는 얼핏 보면 아무 문제가 없는 것으로 보일 수 있다.4) 그래서 언어수준 혼용의 문제를 직관적으로 쉽게 보여주기 위해서 먼저 $\mathscr{S}$*을 구성하고 이것을 다시 $\mathscr{S}^{\#}$으로 수정하는 방법을 필자는 택하고자 한다.

$\mathscr{P}$*는 $\mathscr{P}$에 다음과 같은 내용을 추가함으로써 얻어진다.

> **(Ⅱ.3.1) [$\mathscr{P}$*의 구문론]** $\mathscr{P}$의 바른식 ϕ에 대하여 $\vDash \phi$ 역시 바른식이다.
>
> **(Ⅱ.3.2) [$\mathscr{P}$*의 의미론]** $\overline{v}(\vDash \phi) = \mathbf{T}$인 경우 그 경우에만, 모든 v는 ϕ를 만족시킨다.

여기서 (Ⅱ.3.2)의 우변은 (Ⅱ.1.4)의 항진명제 정의의 우변과 동일하다. 그렇다면 (Ⅱ.3.2)와 (Ⅱ.1.4)를 결합하여 다음을 도출할 수 있다.

> (Ⅱ.3.3) $\overline{v}(\vDash \phi) = \mathbf{T}$인 경우 그 경우에만, $\vDash \phi$이다.

---

4) 여러 학자들의 형식체계에서 언어수준 혼용의 문제가 더 일찍 발견되지 않았던 이유가 바로 이것 때문이라고 필자는 믿는다.

직관적으로 이것을 받아들이기 곤란하기 때문에 $\mathscr{P}$*의 **'구문론'에서** "$\vDash$"를 "□"라는 기호로 대체하여 $\mathscr{P}^{\#}$를 다음과 같이 구성한다면 어떻겠는가?(이 때 (Ⅱ.3.3)의 두 $\vDash$ 중 하나만 □로 대치된다.)

> **(Ⅱ.3.4) [$\mathscr{P}$#의 구문론]** $\mathscr{P}^{\#}$의 원초적 기호들의 집합에 □를 추가한다. 한편 바른식 ϕ에 대하여 □ϕ 역시 바른식이다.
>
> **(Ⅱ.3.5) [$\mathscr{P}$#의 의미론]** $\overline{v}(\Box\phi)=$T인 경우 그 경우에만, 모든 v는 ϕ를 만족시킨다.

그렇다면 (Ⅱ.3.3)는 $\mathscr{P}^{\#}$에서 다음과 같이 변형될 것이다.

> (Ⅱ.3.6) $\overline{v}(\Box\phi)=$T인 경우 그 경우에만, $\vDash\phi$이다.

한편 $\mathscr{L}^{\#}$ 역시 이와 비슷한 방식으로 구성된다. 즉 $\mathscr{L}$에 다음의 내용들을 추가하여 $\mathscr{L}$*을 먼저 구성하자.

> **(Ⅱ.3.7) [$\mathscr{L}$*의 구문론]** $\mathscr{L}$의 바른식 ϕ에 대하여 $\vDash\phi$ 역시 바른식이다.
>
> **(Ⅱ.3.8) [$\mathscr{L}$*의 의미론]** $\vDash_{\mathfrak{A}}(\vDash\phi)$[5]인 경우 그 경우에만, 모든 $\mathfrak{A}$와 모든 $s: V\rightarrow|\mathfrak{A}|$에 대하여 $\mathfrak{A}$가 s로 ϕ를 만족시킨다.

여기서 (Ⅱ.3.8)의 우변은 (Ⅱ.2.5)의 타당성 정의의 우변과 동일하다. 그렇다면 (Ⅱ.3.8)와 (Ⅱ.2.5)를 결합하여 다음을 도출할 수 있다.

> (Ⅱ.3.9) $\vDash_{\mathfrak{A}}(\vDash\phi)$인 경우 그 경우에만, $\vDash\phi$이다.

그렇다면 체계 $\mathscr{L}$*에서도 $\mathscr{P}$*와 같은 문제가 있음이 보인다. 이제 직관적으로 이것을 받아들이기 곤란하기 때문에 $\mathscr{L}$*의 **'구문론'**의 기호 "$\vDash$"를 "□"라는 기호로 대체하여 $\mathscr{L}^{\#}$를 구성하자. 이때 $\mathscr{L}^{\#}$는 1차

---

5) 좌변의 $\vDash_{\mathfrak{A}}$ 다음의 괄호 안의 내용이 구문론의 문장이다.

술어논리에, (Ⅱ.3.7)과 (Ⅱ.3.8) 대신 다음과 같은 (Ⅱ.3.10)과 (Ⅱ.3.11)을 포함한 체계가 된다.

(Ⅱ.3.10) [$\mathscr{L}^{\#}$의 구문론] $\mathscr{L}^{\#}$의 원초적 기호들의 집합에 □를 추가한다. 그리고 바른식 ϕ에 대하여 □ϕ 역시 바른식이다.

(Ⅱ.3.11) [$\mathscr{L}^{\#}$의 의미론] $\vDash_{\mathfrak{A}} \Box\phi$인 경우 그 경우에만, 모든 $\mathfrak{A}$와 모든 $s : V \rightarrow |\mathfrak{A}|$에 대하여 $\mathfrak{A}$가 s로 ϕ를 만족시킨다.

한편 $\mathscr{L}$*의 (Ⅱ.3.9)은 $\mathscr{L}^{\#}$에서 다음과 같이 변화할 것이다.

(Ⅱ.3.12) $\vDash_{\mathfrak{A}} \Box\phi$인 경우 그 경우에만, $\vDash \phi$이다.

이제 우리는 $\mathscr{P}^{\#}$과 $\mathscr{L}^{\#}$의 경우를 일반화하여 다음과 같이 말할 수 있다. 즉 언어수준 혼용의 문제는 $\mathscr{S}$*에서 분명하게 보이며, 사실상 $\mathscr{S}^{\#}$에서도 언어수준 혼용의 문제가 그대로 포함되어 있다. 비록 $\mathscr{S}^{\#}$의 구문론에는 메타언어의 기호인 $\vDash$가 나타나지 않고 단지 새로운 기호인 □가 나타날 뿐인 것으로 보이지만 말이다. 그것은 (Ⅱ.3.2)와 (Ⅱ.3.5), 그리고 (Ⅱ.3.8)와 (Ⅱ.3.11)의 정의들은 $\mathscr{S}$*의 $\vDash$와 $\mathscr{S}^{\#}$의 □는 모양만 다를 뿐 같은 기호라는 것을 말하기 때문이다.

$\mathscr{S}^{\#}$에서 언어수준 혼용의 문제가 포함되는 단계들은 3단계로 분석된다.

우선 1단계는 (Ⅱ.3.1)과 (Ⅱ.3.7)에서 분명하게 보인다. 이 정의들에서 순수하게 의미론에서만 나타날 수 있는 기호 "$\vDash$"가, $\mathscr{S}$에서의 의미 그대로 구문론적으로 바른식을 형성하는 데에 쓰였다. 간단히 말해서 순수한 메타언어의 기호가 대상언어에 섞여들어 온 것이다.

2단계는 (Ⅱ.3.2)와 (Ⅱ.3.8)에서 $\mathscr{S}$*의 구문론적 기호 $\vDash$는 메타언어에서의 $\vDash$와 동일한 의미임이 진리조건으로 정의되는 것이다. 어떤 구문론적 기호에 대한 진리조건이 동일하다면 그 기호의 모양이 달라도 '실질적으로' 같은 기호일 수밖에 없다. 따라서 구문론과 의미론에서 $\vDash$는 단지 모양새만 같은 기호가 아니라 정확히 같은 기호이다.

위의 두 단계에서 확인되는 언어수준 혼용의 문제는 (Ⅱ.3.6)과 (Ⅱ.

3.12)로 귀결되며 이것이 곧 3단계이다. 그런데 (Ⅱ.3.6)과 (Ⅱ.3.12)는 얼핏 보면, 타르스키가 제시한 진리도식 T(“x가 참인 경우 그 경우에만 P이다.”)에 적합한 것으로 보일지 모르겠다. 하지만 사실은 그렇지 않다. 진리도식 T에 적합한 의미론적 정의는 (Ⅱ.2.2)의 원자식의 진리조건이다. (Ⅱ.2.2)에서 좌변에서 “$Pt_1 \cdots t_n$”는 문장이름이고 이것이 “$\vDash_{\mathfrak{A}}$(…이 참이다)”와 결합되어 좌변 전체를 이룬다. 한편 우변에서는 $< \overline{s}(t_1),\cdots,\overline{s}(t_n) > \in P^{\mathfrak{A}}$가 전체이고 이것은 문장이름이 아니라, 문장이름이 지시하는 것이다. 이 점들을 유념하고서 (Ⅱ.3.6)과 (Ⅱ.3.12)의 진리조건 정의를 살펴보면 그 내용들은 곧 “x가 참인 경우 그 경우에만 x이다”와 같은 형식에 따르고 있음을 알 수 있다. 이것은 타르스키가 거짓말쟁이 역설의 원인이라고 진단한, 의미론적으로 닫힌 체계의 핵심적인 속성이기도 하다.

Ⅲ. 언어수준 혼용의 문제가 나타나는 체계 $\mathscr{S}^{\#}$의 특징

Ⅱ장의 예시를 통해서, 어떤 형식체계 $\mathscr{S}$에서 언어수준 혼용의 문제가 발생한다고 필자가 말할 때 그 의미가 정확히 무엇인지, 그리고 그런 일이 생겨나는 대표적인 한 과정은 어떤 것인지가 충분히 설명된 것으로 보인다. 필자는 이 문제가 몇몇 양상형식체계들에서 나타난다는 점을 보여주고자 한다. 한편 필자는 또한 $\mathscr{S}$에서 언어수준 혼용의 문제가 발견된다면 그것은 $\mathscr{S}$가 바르게 구성된 형식체계가 아니라고 말하고자 한다. 그렇다면 그 이유 역시 분명하게 말할 수 있어야 할 것이다. 이를 위해서 필자는 ① 먼저 형식체계 $\mathscr{S}$의 의미론의 기본적인 속성과 그 구성원칙들을 확인해 보고, ② $\mathscr{S}$*나 $\mathscr{S}^{\#}$에 있는 언어수준 혼용의 문제가 이 구성원칙들을 어떻게 위반하며 그로 인해서 어떤 논리적인 문제가 생기는지를 살펴보며, ③ 이를 토대로 문제가 있는 체계 $\mathscr{S}^{\#}$이를 가려내기 위한 속성들을 밝혀보겠다. 그리하여

③의 내용은, 임의의 체계 $\mathscr{S}$에 대해서 $\mathscr{S}$가 언어수준 혼용의 문제를 가지고 있는지를 검사하는 시금석이 될 것이다.

1. 형식체계 $\mathscr{S}$의 모형이론적 의미론의 기본 속성과 구성 원칙

먼저 우리가 모형이론적 의미론을 이해하고 구성할 때 적용하는 몇 가지 일반적인 원칙들에 대해서 생각해 보자. 이 원칙들은 모형이론적 의미론을 정의함에 있어서 너무나 당연하게 적용되므로 명시적으로 논의되거나 기술되는 경우가 잘 없지만 Ⅱ장에서 제시된 $\mathscr{S}^{\#}$ 체계들의 문제점을 분석하는 데에 꼭 필요하다.

이를 위해 모형이론적 의미론에서 모형, 혹은 구조가 어떤 기능을 하는 것이 적절한지를 확인해 보자. 구체적인 예를 통해 생각하기 위해 $\mathscr{L}$의 경우를 논의하겠다. Ⅱ장에서 $\mathscr{L}$의 구조 $\mathfrak{A}$는 맥락에 따라서 모형으로 불리기도 하는데[6], $\mathscr{L}$의 구체적인 문장 Fab와 그에 대한 구체적인 해석 $\mathfrak{A}$의 경우들을 생각해 보면 다음의 표 (Ⅲ.1.0)과 같이 열거될 수 있다.

표 (Ⅲ.1.0)

모형	$\mathfrak{A}_1$	$\mathfrak{A}_2$	…
$\lvert\mathfrak{A}\rvert$	{t,u,v}	$\{\alpha,\beta,\gamma\}$	
F	$\{<t,t>,\ <t,u>,\ <t,v>\}$	$\{<\alpha,\beta>,\ <\beta,\gamma>\}$	…
a	t	α	…
b	u	γ	…

표 (Ⅲ.1.0)이 의미하는 바를 이해하기는 어렵지 않을 것이다. 맨 왼쪽 세로줄에는 전체집합과 구체적인 문장들의 매개변수가 나열되어 있고 나머지의 각 세로줄은 구체적인 개별 해석들을 예시한다. 따라

6) 이런 구절의 모호함은 이 논문의 다른 엄밀한 논의에 의해서 보완되고 있으며, 또한 현재의 맥락에서는 허용가능한 것이라고 본다.

서 해석 $\mathfrak{A}_1$에서는 a가 t를 가리키고 b는 u를 가리킨다. 맨 윗 항이 $\mathfrak{A}_n$인 어떤 새로줄에서 우리는 F에 "(실제 세계에서)⋯가 ∼의 아버지이다"라는 해석을, 그리고 a에는 철수를, 그리고 b에는 영호를 할당할 수도 있다.

필자는 여기서 형식체계에 대한 우리의 바른 지식 속에서 매우 명백한 사항 두 가지를 강조하고자 한다.

첫째, 개개의 모형은 $\mathscr{L}$의 '임의의' 바른식 ϕ가 참이거나 거짓일 조건, 즉 ϕ의 진리조건을 제공한다. 예를 들어 $\mathfrak{A}_1$에서 Fab와 $\forall xFbx$는 참으로 검증된다. $\mathfrak{A}_2$에서는 Fab와 $\forall xFbx$가 거짓으로 검증된다.

둘째는 $\mathscr{L}$의 $|\mathfrak{A}|$는 $|\mathfrak{A}_1|$일 수도 있고 $|\mathfrak{A}_2|$일 수도 있지만 동시에 $|\mathfrak{A}_1|$과 $|\mathfrak{A}_2|$일 수는 없다. 또한 가로로 배열된 (2개 이상의) 여러 $|\mathfrak{A}_i|$들을 포함하는 하나의 모형 $|\mathfrak{A}|$는 $\mathscr{L}$에서는 가능하지 않다.

$\mathscr{L}$의 예를 통해 설명했지만 이 두 사항은 $\mathscr{L}$에만 해당되는 독특한 사항들이 아니라 형식체계 구성에서 일반적으로 준수되어야 하는 규칙이라고 필자는 생각한다. 보다 정확히 말해서, 임의의 $\mathscr{S}$에 대해서 $\mathscr{S}$의 '각' 모형은 개별적으로 임의의 ϕ의 진리조건을 구성할 수 있어야 하며 각 개별 모형 $\mathfrak{A}_i$에는 다른 개별 모형 $\mathfrak{A}_j$가 포함될 수 없다는 규칙은 우리가 모형이론적 의미론을 구성할 때 보편적으로 적용하는 기본 개념이라는 것이 필자의 믿음이다.

물론 이것이, 한 문장 ψ의 진리조건을 구성하기 위해서 여러 모형들이 요구되는 그런 체계 $\mathscr{S}^+$가 절대로 불가능함을 의미하지는 않는다. 예를 들어 $\mathscr{S}_1$의 $\mathfrak{A}_n$에서 $|\mathfrak{A}|$에 어떤 모형 $\mathscr{m}$들의 집합이 할당되는 것도 가능할 것이다. 단, 이 때 $\mathfrak{A}_n$의 세로줄 어느 한 칸에는 $\{\mathscr{m}|\mathscr{m}$은 ⋯}이 들어가야 하며, 그런 식으로 모형이 구성되어야 한다. 동시에 $\mathscr{m}$은 $\mathfrak{A}_n$과 같은 가로줄에 나타나는 어떤 $\mathfrak{A}_m$과 같을 수는 없다.7)

한편 '함수(function)'의 개념을 통해서도 우리는 형식적 의미론 구성의 원칙을 도출해 볼 수 있다.

---

7) 이것은 $\mathscr{S}_1$의 구조 $\mathfrak{A}$n에서 $|\mathfrak{A}$n$|$의 원소인 $\mathscr{m}$이 모형임을 의미할 뿐이다. 즉 $\mathscr{S}_1$의 구조 $\mathfrak{A}$n에 보통의 $\mathscr{L}$의 구조 $\mathfrak{A}$와 다를 바가 없다.

형식체계 $\mathscr{S}$에 대한 해석 i는 “구조(structure)”라고도 불리는데, 일종의 함수(function)이다.[8] 이것은 해석 i가 구성되는 기본 목적을 생각해 보아도 쉽게 알 수 있다. 해석 i는 형식체계 $\mathscr{S}$의 각 구문론적 기호들에 일의적인(univocal) 의미를 부여하도록 구성된다. 어떤 구문론적 기호나 바른식에 여러 의미가 부여되어도 안 되고, 아무런 의미가 부여되지 않은 기호나 바른식이 있어서도 안 된다. 그러므로 이런 i의 속성은 함수의 정의를 정확히 만족시킨다.

$\mathscr{P}$의 해석 i는 Ⅱ.1에서의 $\bar{v}$이다. $\bar{v}$는 $\mathscr{P}$의 바른식을 논항으로 취하고 진리값을 함수값으로 취한다. 즉 dom($\bar{v}$)= $\bar{S}$이고 ran($\bar{v}$)= {**T**, **F**}이다. $\mathscr{L}$의 해석 i는 좀더 복잡하다. 문장 구성요소 중 일부에 할당되는 지시체들(즉, 함수값들)이 $\mathfrak{A}$에 의해 구성되고 $\bar{s}$가 문장요소들 중 일부를 이 구성요소에 할당한다. 최종적으로 바른식 ϕ에 진리값을 할당하는 함수는 Ⅱ.2의 내용에서는 명시적으로 나타나지 않는다. 대신에 ‘$\models$’라는 기호가 사용된다. 그런데 (Ⅱ.2.2)와 (Ⅱ.2.3)을 보면 $\models$는 $<\mathfrak{A}, \bar{s}, \phi>$의 순서쌍을 논항으로 취하고 진리값을 함수값으로 취하는 함수임을 알 수 있다. 이 함수를 $f_{\models}$라고 한다면, 앤더튼(Enderton)은 $\bar{s}$와 $f_{\models}$의 합을 $\mathfrak{A}$와 동일시한다. 이에 따를 때 dom($\mathfrak{A}$)은 매개변수들의 집합이고 ran($\mathfrak{A}$)는 다음과 같다.[9]

(Ⅲ.1.1) $\mathfrak{A}$는 양화사 기호 $\forall$에 비공집합 $|\mathfrak{A}|$를 할당하며 이것은 $\mathfrak{A}$의 전체집합(universe)이라 불린다.

(Ⅲ.1.2) $\mathfrak{A}$는 각 n-항 술어 기호 P에 n-항 관계 $P^{\mathfrak{A}} \subseteq |\mathfrak{A}|^n$를 할당한다. 즉 $P^{\mathfrak{A}}$는 전체집합의 원소들의 n-중체들의 어떤 집합이다.

(Ⅲ.1.3) $\mathfrak{A}$은 각 상항 기호 c에 전체집합 $|\mathfrak{A}|$의 한 원소 $c^{\mathfrak{A}}$를 할당한다.

보다 간략하게 정리하면, 해석 $\mathfrak{A}$는 1차 술어 언어에 다음을 제공하는 역할을 한다.[10]

---

8) Enderton(1972), 79쪽.

9) Enderton(1972)에는 네 번째 조항으로 n-항 함수기호에 n-항 연산을 할당한다는 구절이 추가되어 있다. 하지만 본 논문에서는 생략하였다.

10) Enderton(1972), 79쪽.

(Ⅲ.1.4) 보편 양화사 기호($\forall$)가 지시하는 것들의 집합.
(Ⅲ.1.5) 다른 매개변수들(술어와 함수기호들)이 지시하는 것들(생략).

$\mathfrak{A}$에서 ¬, →와 양화사들은 그것들의 보통의 의미를 부여받는데 그 내용은 (Ⅱ.2.3)의 (2)와 (3), 그리고 (4)에서 정의된 바와 같다.

정리하자면, 형식체계 $\mathscr{S}$에 대한 해석 ⅰ는 함수이다. 그런데 모든 함수 f는 f의 정의역(domain) dom(f)의 각 원소에 f의 공변역(range) ran(f)의 원소 하나를 대응시키는 일종의 관계, 즉 순서쌍들의 집합이다. 그러므로 일종의 함수인 해석 ⅰ에 대해서도 우리는 dom(ⅰ)와 ran(ⅰ)를 생각할 수 있다. 이때 ⅰ$\not\in$dom(ⅰ)이고 동시에 ⅰ$\not\in$ ran(ⅰ)이다. 만약 ⅰ$\in$dom(ⅰ)이거나 ⅰ$\in$ran(ⅰ)일 수 있다면 곤란한 문제가 생겨난다. $f\in$ran(f)의 경우만을 생각해 보자.[11] 그러면 dom(f) $=\{a, b, \cdots\}$이고 ran(f)$=\{f_1, f_2, \cdots\}$이다. $f=\{<a,f_1>, <b,f_2>, \cdots\}$가 되고 $f=f_1$이라고 하면, f는 다음과 같을 것이다.

(Ⅲ.1.6) $f=\{<a,\{<a,f_1>, <b,f_2>, \cdots\}>, <b,f_2>, \cdots\}$

그런데 (Ⅲ.1.6)의 우변에도 다시 f_1이 있으므로 여기에 f 전체를 대입할 수 있다. 그리고 이것은 무한히 반복된다. 결론적으로 $f\in$ ran(f)의 경우에 f는 정의될 수 없게 된다.

또한, $f\not\in$ran(f)인 것 이상으로 $\forall f\not\in$ran(f)이다. 여기서 "$\forall f$"는 '모든 f', 즉 f들의 집합을 나타낸다. 최소한 $f\in$ran(f)이 불가능한 것을 이해하는 한에서 $\forall f\in$ran(f)이 불가능함은 직관적으로 쉽게 이해될 것이다. 왜냐하면 $\forall f\in$ran(f)일 경우 최소한 f의 한 원소는 $<a,\forall f>$이어야 하는데, 이것이 $f\in$ran(f)일 때와 똑같은 문제를 일으킬 것이기 때문이다.

따라서 ⅰ$\in$ran(ⅰ)의 경우를 확장하여 다음과 같이 말할 수 있다. 만약 언어수준 혼용의 문제가, 체계 $\mathscr{S}^{\#}$에서 $\forall$ ⅰ$\in$ran(ⅰ)임을 의미한

11) $f\in$dom(f)의 경우도 동일함은 쉽게 알 수 있을 것이다.

다면 그것은 $\mathscr{S}^{\#}$이 정의될 수 없는 체계임을 의미할 것이다.

2. 체계 $\mathscr{S}^{\#}$에 언어수준 혼용의 문제가 나타나는 조건

어떤 체계가 언어수준 혼용의 문제를 포함하는지 그렇지 않은지를 어떻게 알 수 있는가?

적어도 2장에서 언어수준 혼용의 문제가 분명하게 포함되도록 구성하기 위해 $\mathscr{P}^{\#}$와 $\mathscr{L}^{\#}$에 필자가 의도적으로 포함시킨 속성은 (Ⅱ.3.4), (Ⅱ.3.5), 그리고 (Ⅱ.3.10), (Ⅱ.3.11)에서 드러난다. 그것은 $\mathscr{S}^{\#}$이 다음과 같이 두 가지 속성을 갖도록 의도된 것이다.

> (Ⅲ.2.1) $\mathscr{S}^{\#}$의 '개별' 모형이 $\mathscr{S}^{\#}$의 어떤 바른식($\Box\phi$)의 진리조건을 구성해내지 못한다.
>
> (Ⅲ.2.2) $\mathscr{S}^{\#}$에서는 어떤 바른식의 진리조건이 값할당 v나 s, 혹은 구조 $\mathfrak{A}$와 같은 메타언어적 함수의 양화를 포함한다.

먼저 (Ⅲ.2.1)의 속성에 대해서 논의하자. 이 속성이 포함된 체계가 왜 잘못 구성된 형식체계로 간주될만한지는 Ⅲ.1절에서 논의된 바를 상기하면 쉽게 이해가 될 것이다. 이것은 우리가 모형이론적 의미론을 구성할 때 적용하는 일반 원칙과 맞지 않다. 모형의 개념은 형식의미론에서 <*D*, *V*>와 같이 어떤 모형이든지 포괄할 수 있는 추상적인 형식으로 정의된다. 하지만 구체적인 문장의 진리조건은 최종적으로 구체적인 개별 모형에서 주어진다. "철수(c)는 영희(d)의 친구이다(F)"(Fcd)라는 문장의 진리조건은 "철수"에 특정인을 할당하고 "영희"에 특정인을 할당하며 "친구이다"에 특정 관계를 할당하는 어떤 모형(예를 들어 현실세계)에서 참이거나 거짓이다. 한 문장의 진리값을 결정하기 위해 여러 모형을 고려하는 것은 결코 아니다.

다음으로 (Ⅲ.2.2)의 의미를 살펴보자. 이것은 다음의 (Ⅲ.2.3)으로 바꾸어서 기술할 수 있다.

(Ⅲ.2.3) $\mathscr{S}^{\#}$에서는 어떤 구문론적 기호에, 의미론을 기술하는 값할당 (value assignment) v나 모형 $\mathfrak{A}$의 양화를 포함하는 어떤 것이 할당된다.

(Ⅲ.2.2)이 (Ⅲ.2.3)으로 재기술될 수 있는 까닭은 다음과 같다. 어떤 형식체계 $\mathscr{S}$가 잘 구성되었다면 $\mathscr{S}$의 각 구문론적 요소들은 명시적으로 정의된(할당된) 의미(지시체) 외의 다른 의미를 가지지 않을 것이다.[12] 이제 $\mathscr{S}$의 두 문장 ϕ와 $\Box\phi$에 대하여, ϕ의 진리조건에는 값할당이나 구조에 대한 양화가 포함되어 있지 않고, $\Box\phi$의 진리조건에는 값할당에 대한 양화가 포함된다고 가정해 보자. 그런데 진리조건은 각 문장에 그 문장이 참일 유일한 조건을 할당한다. 따라서 문장의 진리조건은 하나의 함수이다. 타르스키의 진리도식 T("x가 참인 경우 그 경우에만 P이다.")를 생각한다면, T라는 진리조건은 곧 x에 P를 할당하는 함수임을 알 수 있다. 그렇다면 $\Box\phi$의 진리조건에서 ϕ의 진리조건을 뺀 나머지는 □에 할당될 것이다. 즉 값할당이나 구조에 대한 양화가 □에 할당되는 것에 포함될 수밖에 없다. 그렇지 않다면 $\mathscr{S}$는 명시적으로 정의된 의미 외의 다른 의미를 가지거나 어떤 의미를 누락시킬 것이다. 이 경우 $\mathscr{S}$는 그 자체로서 잘못된 형식체계가 된다.

Ⅲ.1에서 논의한 내용을 기억한다면 (Ⅲ.2.3)의 속성이 왜 체계 $\mathscr{S}^{\#}$에 심각한 문제를 유발하는지를 이해하는 것은 어렵지 않다. 왜냐하면 (Ⅲ.2.3)은 $\forall\ \mathrm{i} \in \mathrm{ran}(\ \mathrm{i})$를 의미하기 때문이다. 실제로 (Ⅱ.3.5)의 예를 보면, 진리조건인 그 우변에서 ϕ를 제외한 부분이 □에 할당되는 부분일 텐데, 그것은 "모든 v는 …를 만족시킨다", 즉 $\forall v v(\phi) = \mathbf{T}$이고 이것은 곧 값할당 v를 보편양화하는 2차식이다. $\Box\phi$의 진리조건이 $\forall v v(\phi) = \mathbf{T}$이므로 양쪽에서 ϕ를 제거하면 □에 할당되는 것은 곧 '$\forall v v(\ )$'라는 함수이다.[13] (Ⅱ.3.8)에 대해서도 동일한 분석을 할

12) 이 원칙을 지킴으로써 우리는 추론에 사용하는 구문론에 '암암리에 개입되는 의미'가 없음을 보장한다. 그리고 일상 언어가 아닌 형식언어를 사용하는 것은 이런 목적 때문이다.

13) 여기에 대해서 양쪽의 ϕ를 똑같이 제거하는 것이 메타언어와 대상언어를

수 있다.

언어수준 혼용의 문제에 대한 이상의 분석에 대한 한 가지 예상되는 반론에 대해서만 더 논의하겠다. 그것은 어떤 측면에서는 대상언어와 메타언어가 혼용되는 것이 올바를 수 있다는 지적이다. 타르스키적인 모형이론적 의미론에서 대상언어에서 나타나는 모든 문장은 메타언어에서도 역시 나타나야 한다. 즉 메타언어는 대상언어를 부분으로서 포함해야만 하는 것이다(Van Fraasen(1971)). 그러므로 대상언어와 메타언어가 혼용되고 있다고 하더라도 대상언어가 메타언어에 나타나는 것은 잘못된 혼용의 증거가 아닐 수 있다. 이것은 옳다. 하지만 언어수준 혼용의 문제가 지적하는 것은 대상언어가 메타언어에 나타나는 것이 아니라 메타언어가 대상언어에 나타나는 것에 해당된다. 구체적으로 메타언어의 술어가 대상언어의 술어로 정의되는 것이다. (Ⅲ.2.2)의 구체적 예인 (Ⅱ.3.1), (Ⅱ.3.2), (Ⅱ.3.7), (Ⅱ.3.8)에서 메타언어가 대상언어에 나타났고 (Ⅱ.3.4), (Ⅱ.3.5), (Ⅱ.3.10), (Ⅱ.3.11)에서는 이 명백한 잘못을 숨겼다. 그런데 이렇게 잘못을 숨기기 위해서 어떤 조작이 필요했는가? 구문론과 의미론에서 나타나는 기호 '$\vDash$'는 실제로 동일한데, $\vDash$가 구문론에서 나타날 때에만 □로 표시하였다. 동일한 기호($\vDash$)를 그것이 구문론에서 나타날 경우에만 다른 기호(□)로 바꾸는 것은 형식적으로 잘못된 조작이다. $\mathscr{S}^{\#}$이 $\mathscr{S}^*$를 우회하지 않고 관찰되었을 때 별 문제가 없어 보일 수 있는 것은 바로 이 잘못된 조작 덕분이다.

정리하자면, (Ⅲ.2.1)이나 (Ⅲ.2.2)의 속성이 형식체계에 나타난다면, 그것으로 인해서 그 형식체계는 올바르게 정의될 수 없게 된다. 즉 (Ⅲ.2.1)이나 (Ⅲ.2.2)는 어떤 체계 $\mathscr{S}$가 언어수준 혼용의 문제를 포함하는지를 검사하는 시금석이 될 수 있다.

이제 이러한 이해를 바탕으로 언어수준 혼용의 문제가 발생하는 형식체계들을 분석해 보도록 하자.

혼동하는 것이라고 비판하는 사람이 있을지 모르겠다. 그런 측면이 있을 수 있는데 그것은 이 진리조건 자체가 처음부터 메타언어와 대상언어를 혼용하고 있기 때문에 생겨나는 결과이다.

Ⅳ. 카르납의 양상논리에서의 대상언어와 메타언어의 혼용 문제

제일 먼저 고찰해 볼 체계는 카르납의 양상논리체계이다. 카르납은 양상논리에 의미론적 방법론을 도입한 최초의 학자였다.[14] 카르납의 양상논리 체계를 명제양상논리체계(이하 CPML)와 양화양상논리체계(이하 CQML)로 나누어서 살펴보도록 하자.

1. 카르납의 명제양상논리(CPML)의 구문론과 의미론

카르납의 CPLM 체계를 현대적인 용어들로 기술해 보면 다음과 같다.

(Ⅳ.1.1) CPML의 구문론(바른식과 형성규칙들)

명제양상 체계 CPML의 원초적 기호들은 $\mathscr{P}$의 원초적 기호들에 □를 추가함으로써 구성된다.

CPML의 형성 규칙들(formation rules)은 다음과 같다.

a. 명제 문자 P는 바른식이다.
b. ϕ와 ψ가 CPML의 바른식이면, $\neg\phi$와 $\phi\rightarrow\psi$도 CPML의 바른식이다.
c. ϕ가 CPML의 바른식이면, $\Box\phi$도 바른식이다.

(Ⅳ.1.2) CPML의 의미론

CPML은 명제논리체계 $\mathscr{P}$을 확장하여 구성되며, 따라서 CPPML의 의미론 역시 $\mathscr{P}$의 의미론을 확장하여 구성된다. $\mathscr{P}$에 대한 의미론의 출발점은 참의 정의이다. $\mathscr{P}$에서의 참에 대한 정의의 내용은, “사태기술(state-description)”을 기초 개념으로 사용한다. 사태기술 σ는 원자 명제들(propositional letters)의 집합인데, “모든 원자 문장에 대해서

14) Hintikka(1961); Feys(1963), 292쪽.

그 문장이나 그 부정을 포함하지만 동시에 양자를 모두 포함하지는 않고, 또한 다른 문장들을 포함하지도 않는” 집합이다.[15)]

사태기술들 중에는 참인 사태기술이 유일하게 존재하여 우주의 실제 상태(actual state)를 기술한다. 이것을 “@”라고 하자. @는 모든 참인 원자 문장들, 그리고 거짓인 문장들의 부정을 포함한다. 즉 @는 오직 참인 문장들만을 포함한다.[16)] 그러므로 원자문장 ϕ에 대하여 $\phi \in @$인 경우 그 경우에만 ϕ는 참이다. 이에 따라서 명제논리의 바른식들에 대한 의미론은 다음과 같이 정의된다.

(Ⅳ.1.2.1) ϕ가 참이다. $=_{Df}$ $\phi \in @$이다
(Ⅳ.1.2.2) $\phi \rightarrow \psi$가 참이다. $=_{Df}$ $\phi \notin @$이거나 $\psi \in @$이다.
(Ⅳ.1.2.3) $\neg\phi$가 참이다. $=_{Df}$ $\phi \notin @$이다.

이 개념에 근거하여 카르납의 양상체계(CML)가 구성되며 이것은 명제양상논리체계(CPML)와 양화양상논리체계(CQML)를 모두 포함한다.[17)] 카르납 자신의 저작 속에서 CPML과 CQML은 구분되지 않았지만 이 논문에서는 구분해서 논의하도록 하겠다.

CPML은 명제논리체계에 새로운 연산자 ‘□’을 추가하고 이에 대한 의미론적 정의들을 추가함으로써 얻어지는데, CPML의 카르납의 의미론은 다음과 같다.[18)]

(Ⅳ.1.2.4) [정의] 문장 ϕ_i가 (PL에서) L-참이다.$=_{Df}$ ϕ_i는 (PL에서) 모든 사태기술에서 성립한다.

a. ϕ_i는 (PL에서) L-거짓이다. $=_{Df}$ $\neg\phi_i$가 L-참이다.

---

15) Carnap(1947), 9쪽.
16) Carnap(1947), 10쪽.
17) 실제로는, CML은 이오타 연산자와 람다 연산자도 포함한다. 따라서 CML은 CPML과 CQML의 합집합보다 크다. 특히 람다 연산자와 관련해서 카르납의 체계는 현대 양화양상논리 이상의 체계라고 볼 수도 있다.
18) Carnap(1947), 10-11쪽.

b. ϕ_i는 (PL에서) ϕ_j를 L-함축한다. $=_{Df}$ 문장 $\phi_i \rightarrow \phi_j$가 L-참이다.
c. ϕ_i가 ϕ_j와 L-동등하다. $=_{Df}$ $\phi_i \equiv \phi_j$가 L-참이다.
d. ϕ_i가 (PL에서) L-결정적이다. $=_{Df}$ ϕ_i가 L-참이거나 L-거짓이다.

한편, 양상연산자 기호의 의미에 대한 카르납의 정의는 다음과 같다.

(Ⅳ.1.2.5) $\square\phi$가 참인 경우 그 경우에만, ϕ는 L-참이다.
(Ⅳ.1.2.6) CML에서 $\square\phi$가 L-참인 경우 그 경우에만, ϕ는 L-참이다.

2. 카르납의 양화양상논리(CQML)의 구문론과 의미론

한편 카르납의 양화양상논리체계(CQML)을 이해해 보자. 다음은 기브런과 모스토프스키가 정리한 CQML이다.[19)]

(Ⅳ.2.1) <CQML 구문론>

CQML에서 σ가 순수하게 관계적 어휘들이고, $\mathfrak{V} = \{x_0, x_1, x_2, \ldots\}$를 모든 1차 변항들의 집합이라고 하자.

(Ⅳ.2.1.1) [정의] 우선 우리는 어휘 σ의 원자 식들의 집합 $AFrm_\sigma$를 정의한다.

$$AFrm_\sigma = \{x_i = x_j | i, j \in \omega\} \cup$$
$$\{P(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_n}) | i_1, i_2, \ldots, i_n \in \omega,\ P\text{는 } \sigma\text{에서의 } n\text{항 술어이다.}\}$$

$LFrm_\sigma$는 최소 집합 X인데 X는 $AFrm_\sigma$를 포함하고, 다음의 조건을 만족시킨다. 즉, 만약 $\phi, \psi \in X$이면,

1. $\neg\phi \in X$,
2. $(\phi \rightarrow \psi) \in X$,
3. $\square\phi \in X$,

19) Gheerbrant & Mostowski(2006), 87-88쪽.

4. 각각의 $i \in \omega$에 대해서, $\forall x_i \phi \in X$이다.

(Ⅳ.2.2) <CQML 의미론>

한편 CQML의 형식적 의미론은 다음과 같이 정의될 수 있겠다.

(Ⅳ.2.2.1) [정의] M을 σ-모형이라 하자. 임의의 함수 $\overline{a}: \mathfrak{V} \rightarrow |M|$을 "$M$에서의 값부여(valuation)"이라 한다. 우리는 "값부여 $\overline{a}$ 하에서의 모형 M에서의 식 ϕ의 만족 관계"를 다음과 같이 정의한다.

(Ⅳ.2.2.2) $\phi \in AFrm_\sigma$에 대해서, $M \vDash \phi[\overline{a}]$는 1차 논리의 경우와 동일한 방식으로 정의된다.

(Ⅳ.2.2.3) 임의의 $\phi, \psi \in LFrm_\sigma$에 대하여, 다음이 성립한다.

(i) $M \vDash \neg\phi[\overline{a}] =_{Df} M \nvDash \phi[\overline{a}]$이다.

(Ⅱ) $M \vDash (\phi \rightarrow \psi)[\overline{a}] =_{Df}$ 만약 $M \vDash \phi[\overline{a}]$이면 $M \vDash \psi[\overline{a}]$이다.

(Ⅲ) $M \vDash \forall x_i \phi[\overline{a}] =_{Df}$ 모든 $b \in |M|$에 대해서 $M \vDash \phi[\overline{a}(x_i/b)]$이다.

(Ⅳ) $M \vDash \Box\phi[\overline{a}] =_{Df} |M| = |M'|$인 모든 σ-모형 M'에 대해서 $M' \vDash \phi[\overline{a}]$이다.[20]

3. 카르납의 양상체계에서의 언어수준 혼용의 문제

카르납은 양상논리에 대하여 오늘날의 형식적 의미론에서 요구하는 만큼의 엄밀한 형식적 의미론을 정의하지 않았다. 이 때문에 카르납의 양상의미론에는 서로 다른 해석들이 가능한 여지가 있다. 그러므로 필자는 (Ⅳ.2.2)에 기초한 언어수준 혼용의 문제를 먼저 간단히 분석하고, 다시 추가적으로 카르납이 직접 제시한 의미론에 근거할 때에도 카르납의 체계에 언어수준 혼용의 문제가 잠재되어 있음을 보이겠다.

먼저 CPML과 CQML에서 모형은 사태기술 σ일까 아니면 σ들의 집합 $\sum$일까? 카르납 자신의 형식체계 구성이 엄밀하지 않으므로 두

---

20) 여기서 $|M| = |M'|$인 까닭은 Ⅳ장의 맨 마지막에서 설명됨.

가지 해석이 모두 가능하지만 대체로 카르납은 $\mathscr{P}$에서의 v, $\mathscr{L}$에서의 $\mathfrak{A}$에 해당하는 것으로서 $\sum$가 아닌 σ를 생각한 것 같다. 1차적으로 (Ⅲ.2.1)을 기준으로 카르납의 체계들에서 언어수준 혼용의 문제가 있는지를 탐색하자면 오직 이 경우에만 CPML과 CQML에 문제가 있음을 발견할 수 있다.

하지만 (Ⅲ.2.2)를 사용하여 카르납의 체계들에 언어수준 혼용의 문제가 있는지를 탐색한다면 웬만한 해석의 여지에도 불구하고 카르납의 체계에서 문제를 발견할 수 있다. (Ⅳ.2.2)의 내용에 따르면 (Ⅳ.2.2.3)의 (Ⅳ)는 명백히 모형 M'에 대한 양화를 포함한다. 앞의 (Ⅲ.2.2)에서 지적하였듯이 언어수준 혼용의 문제가 생기지 않도록 하려면 문장의 진리조건이 값할당이나 모형을 양화하거나 지시해서는 안 된다. 좀 더 포괄적으로 지적하자면, (Ⅳ.2.2)의 의미론 전체는 앞에서 필자가 $\mathscr{L}^{\#}$을 구성했던 것과 그 구성방법이 중요한 점에서 동일하다. 즉 1차술어논리를 위한 모형 M을 정의하고 이 'M들에 대한 양화'에 근거해서 양상문장 $\Box\phi$에 대한 진리조건을 정의하였다.

그러면 기브런과 모스토프스키가 정리한 CQML 의미론이 아니라 카르납이 직접 제시한 의미론에 기초해서 분석해 보면 어떨까? 필자가 보기에는 이 경우에도 문제는 크게 달라질 것 같지 않다.

카르납의 의미론은 사태기술 σ들의 집합에 기초한다고 가정하자. 그러면 Ⅳ.1에서 (Ⅳ.1.2.1)은 $\mathscr{P}$에서 문장기호에 진리값을 할당하는 함수 v에 대한 정의와 대응된다. 이것을 형식적으로 말하면 다음과 같다.

(Ⅳ.3.1) $\phi \in @$인 경우 그 경우에만 $v(\phi) = \mathrm{T}$이다.

$@ \in \sum$이므로 이 정의를 $\sum$의 임의의 원소 σ에 대해 일반화할 수 있다. 각각의 σ_i에 대하여 유일한 v_i를 할당하고 다음과 같이 정의하자.

(Ⅳ.3.2) $\phi \in \sigma_i$인 경우 그 경우에만 $v_i(\phi) = \mathrm{T}$이다.

(Ⅳ.3.2)과 Ⅱ.1의 내용을 비교해 보면 $\mathscr{P}$의 의미론에서 v의 기능은

CPML에서의 σ의 기능에 대응됨을 알 수 있다. 그러므로 CPML에서 $\Box\phi$의 진리조건이 σ에 대한 양화를 필요로 한다면 그것은 곧 진리값 할당 v를 양화하는 것과 동치가 된다. 이것은 (Ⅲ.2.1)에 의해서 언어수준 혼용의 문제가 포함되는 형식체계임을 보여준다. 즉 (Ⅳ.1.2.4)와 (Ⅳ.1.2.5)에 의해서, CPML에서는 ϕ가 L-참인 경우 그 경우에만 ϕ는 모든 사태기술에서 성립한다. 그런데 ϕ가 모든 사태기술에서 성립하는 경우 그 경우에만 ϕ는 모든 진리값 부여 v에서 참이다. 이것은 (Ⅱ.3.5)과 일치한다.

CQML에서도 동일한 문제가 나타난다. (Ⅳ.2.1.3)의 (Ⅳ)와 (Ⅱ.3.11)을 비교해 보면 그 차이는 단순하다. (Ⅱ.3.11)은 $\Box\phi$의 진리조건이 모형 $\mathfrak{A}$와 값할당 s에 대한 보편양화를 요구하지만 (Ⅳ.2.1.3)은 모형 M에 대한 보편양화만을 요구할 뿐이고 $|M|=|M'|$이므로 양화되는 M들은 모두 그 전제집합이 동일해야 한다. 그런데 이 차이는 카르납이 사태기술들의 집합을 통해서 의미론을 정의함에 의해서 생겨나는 것일 뿐이다. 카르납의 사태 기술은 "모든 원자 문장에 대해서 그 문장이나 그 부정을 포함하지만 동시에 양자를 모두 포함하지는 않는다"[21] 그러므로 각 사태기술 σ_i에서 도출할 수 있는 $|M_i|$는 모두 동일하다.

Ⅴ. 캥어(Kanger)의 양화양상논리(L*)와 언어수준 혼용의 문제

다음 고찰할 체계는 캥어(Kanger)의 양화양상논리체계이다. 캥어는 타르스키 류의 모형이론적 의미론을 가진 양화된 양상 논리의 언어를 제시하고자 하였는데[22] 이를 위해 캥어는 1차 술어체계에 대한 모형이론적 의미론에서 출발하여서는 그것을 양상 연산자들을 가진 L*로

21) Carnap(1947), 9쪽.
22) Lindström(1998), 206쪽.

확장한다. 이 때 캥어가 L*을 구성하는 기본 아이디어는 필자가 2장에서 보여준 $\mathscr{L}^{\#}$의 경우와 매우 유사하다. L*의 체계는 겐쩬 유형(Gentzen type)의 1차 술어 구성 방식에 따르기 때문에 많은 사람들에게 익숙하지는 않는데 그 핵심 내용을 요약하여 정리하면 다음과 같다.

1. 캥어의 술어논리체계 $\mathscr{L}$

(V.1.1)[기호들, 바른식][23] 원초적 기호들과 바른식의 집합은 $\mathscr{L}$의 경우와 동일하다.

(V.1.2)[논의영역, 틀][24] 대상들의 비공집합 $\mathscr{D}$를 논의영역이라고 한다. $r \subseteq \mathscr{D}$인 r을 '틀'이라 한다.

(V.1.3)[1차 값부여 V] 1차 값부여 V는 다음과 같은 임의의 2항 연산 V이다.

(V.1.3.1) V의 첫째 논항의 값들의 논의영역은 틀들의 집합이다.

(V.1.3.2) V의 둘째 논항의 값들의 논의영역은 항들, 명제상항들, n-항 술어들의 집합이다.

(V.1.3.3) $V(r,P)=\mathbf{T}$ 혹은 $\mathbf{F}$이다. (여기서 $r \subset \mathscr{D}$, 즉 틀이며, P는 명제변항이다.)

(V.1.3.4) $V(r,F^n)$는 r의 데카르트적 누승 r^n의 어떤 부분집합이다.(여기서 P^n은 n-항 술어이다.)

(V.1.3.5) $V(r,t)$는 r의 한 원소이다. (여기서 t는 항이다.)

1차 값부여 V'가 a를 제외하고는 V와 같다고 말할 때 (기호로는 $V' =_a V$로 쓴다.) 그 의미는 $x=a$인 경우 이외의 모든 경우에서

---

23) 캥어는 원초적 기호, 식, 진술(statement), 나열(Sequents)의 네 단계로 구문론을 정의한다. 그 상세 내용은 본 논문의 논점과 무관해 보이므로 생략하도록 하겠다.

24) 캥어의 틀(frame)은 모형이론적 의미론에서의 논의영역(domain)에 해당한다.

$V'(r,x) = V(r,x)$라는 것이다.

1차 값부여 V가 정상적(normal)이기 위한 충분조건은, 각각의 r에 대해, r의 원소들의 순서쌍 $< v_1 \cdots v_n w >$가 $V(r, '' \in '')$의 원소인 경우, 그리고 오직 그 경우에만 $< v_1 ... v_n >$은 w의 원소라는 것이다.

(V.1.4)[2차 값 부여 T] 2차 값 부여 T는 3항 연산 T인데, T는 틀과 1차 연산이 주어져 있을 때, 각 식과 나열(sequent)에 **T**나 **F**를 할당한다. 세부 정의는 다음과 같다.

(V.1.4.1) T의 공변역은 {**T**, **F**}이다.
(V.1.4.2) T의 첫째 논항의 값들의 논의영역은 틀들의 집합이다.
(V.1.4.3) T의 둘째 논항의 값들의 논의영역은 1차 값부여 V들의 집합이다.
(V.1.4.4) T의 셋째 논항의 값들의 논의영역은 바른식들의 집합이다.
(V.1.4.5) $T(r, V, P) = V(r, P)$이다.
(V.1.4.6) $< V(r,t_1), \cdots, V(r,t_n) > \in V(r, F^n)$인 경우 꼭 그 경우에만 $T(r, V, F^n t_1 \cdots t_n) =$ **T**이다.
(V.1.4.7) $T(r, V, \phi) =$ **F**인 경우 그 경우에만 $T(r, V, \neg\phi) =$ **T**이다.
(V.1.4.8) $T(r, V, \phi) =$ **T**이고 $T(r, V, \psi) =$ **F**인 경우 그 경우에만 $T(r, V, (\phi \rightarrow \psi)) =$ **F**이다.

(V.1.5)[체계] 체계(system) $\mathfrak{s}$는 순서쌍 $<r, V>$를 가리킨다.[25] 체계 $\mathfrak{s}=<r, V>$에서 진술 ϕ가 참(거짓)이기 위한 충분조건은 $T(r, V, \phi) =$ **T**($T(r, V, \phi) =$ **F**)이다.

(V.1.6)[논리적 참과 타당성] 문장 ϕ가 각각의 V에 대해 $<r, V>$에서 참이면 ϕ는 "r에서의 논리적 참"이고, 혹은 "r에서 타당"하다. 만약 ϕ가 모든 체계에서 참이면 우리는 ϕ가 "논리적 참"이라고 말하고 또한 ϕ가 "타당하다"라고도 말한다.

---

25) 캥어는 체계를 가리키는 기호 "$\mathfrak{s}$"를 사용하지 않았다. 필자가 설명의 편의를 위해 도입할 뿐이다.

2. 캥어의 양상 논리 체계 L*

(V.2.1)[L*의 구문론] 캥어는 1차 술어 논리체계인 형식언어 $\mathscr{L}$에 몇 가지 규정들을 추가함으로써 L*를 기술한다. 먼저 양상 연산자들인 1항 양상 연산자들

$$\Box_1, \ \Box_2, \ \cdots$$ [26]

의 집합을 추가함으로써 $\mathscr{L}$의 기호들의 집합을 확장한다. 또한 ϕ가 L*의 바른식이면 $\Box\phi$도 L*의 바른식이라는 규정도 포함해서 여러 기술적인 규정들이 추가된다.

(V.2.2)[값 부여] 양상연산자가 붙은 문장들에 대한 일반 해석을 정의하기 위해서 캥어는 4항 관계 "$R_i(i=1,\ 2,\ \cdots)$"를 정의한다. 즉 R_i는 순서 4중체 $<r', V\cdot', r, V>$이다. 직관적으로 이해하자면, 이 중에서 순서쌍 $<r, V>$는 하나의 체계 $\mathfrak{s}$이므로 R_i는 두 체계 $\mathfrak{s}$와 $\mathfrak{s}$'의 관계라고 이해할 수 있다.

L*에 대한 값부여를 얻기 위해서 캥어는 T의 정의에 다음의 규정들을 추가하여 $\mathscr{L}$에 대한 값부여를 확장한다.

(V.2.2.1) $R_i(r', V', r, V)(i=1,\ 2,\ \cdots)$인 그런 r'와 V'에 대해서 $T(r', V', \phi)=$ **T**인 경우 그 경우에만, $T(r, V, \Box_i\phi)=$ **T**이다.

이 (V.2.2.1)의 내용이 캥어의 양상 의미론의 핵심인데, 이것을 크립키적인 가능세계 의미론의 해석방식에 비유해서 설명하자면 다음과 같다. 즉, $\Box_i\phi$가 어떤 체계 $<r, V>$에서 참인 경우 그 경우에만 $<r, V>$와 R_i 관계에 있는 다른 (임의의) 체계 $<r', V'>$에서 ϕ가 참이다. 양상 연산자 $\Box_i$의 해석은 R_i의 속성에 의존한다. 그러므로 이후의 기술에서는 R_i에 대한 여러 속성들이 정의됨에 따라서 L*의 양상들이 분류된다.

---

26) 캥어가 사용하는 기호는 "M_i"이다. 독자들의 이해의 편의를 위하여 이 기호를 □으로 대치하였다.

(V.2.3)[양상들의 분류][27)]

(V.2.3.1) $\Box_i$가 분석적으로 필연적(analytically necessary)이기 위한 충분조건은 정규적이고, $R_i(r', V, r, V)$가 항상 성립한다는 것이다.

(V.2.3.2) $\Box_i$의 논리적 필연성을 가질 충분조건은 $R_i(r', V', r, V)$이 항상 성립한다는 것이다.

(V.2.3.1)와 (V.2.3.2)의 분석적 필연성과 논리적 필연성에 대한 진리조건 정의는 다음과 같이 요약될 수 있다.

(V.2.3.3) $T(r, V, \Box_N \phi) = \mathrm{T}$인 경우 그 경우에만, $\forall r(T(r, V, \phi) = \mathrm{T})$

(V.2.3.4) $T(r, V, \Box_L \phi) = \mathrm{T}$인 경우 그 경우에만, $\forall r \forall V(T(r, V, \phi) = \mathrm{T})$

3. 캥어의 L*에서의 언어수준 혼용의 문제

다시 말하지만, 캥어가 $\mathscr{L}$를 확장하여 L*를 구성하는 방식은 Ⅲ장의 $\mathscr{L}^{\#}$이 구성되는 방식과 매우 유사하다. 동시에 L*에서 언어수준 혼용의 문제가 발생하는 것과 그 원인은 $\mathscr{L}^{\#}$의 경우와 정확하게 동일하다. 이 점을 분석하기 위해서 린드스트룀(1988)이 캥어의 L*를 재형식화하는 방식을 살펴보도록 하자.[28)]

린드스트룀은 동일성과 1항 양상 연산자들의 집합(family) $\{\Box_i: i \in I\}$를 가진 1차 술어 언어를 고찰한다. 이 체계를 KQML이라 하자. 린드스트룀은 캥어의 체계 <r, V>를 순서쌍 <D, v>변형하는데, 여기서 D는 도메인이고 v는 값부여이다. 그리고 $\mathscr{L}$에서 $\mathfrak{A}$가 하나뿐인

27) L*에서의 양상들의 분류는 아주 다양하다. 정규적(regular) 양상, 존재론적(ontological) 양상, 순수하게 존재론적(purely ontological) 양상, 절대적(absolute) 양상, 실현가능(realizable)한 양상, 실현되었(realized)던 양상, 긍정적으로 반중첩적(positively semi-iterative)인 양상, 부정적으로 반중첩적(negatively semi-iterative)인 양상, 중첩적(iterative)인 양상, 분석적으로 필연적(analytically necessary)인 양상, 논리적 필연성이 그것이다. 이 모든 양상들을 검토하는 것은 본 논문의 논점과 무관하므로 본 논문의 주제와 유관할 수 있는 양상 두 개만을 열거하겠다.

28) 린드스트룀(1988), 216-218쪽.

것과 같은 방식으로 KQML에서 <D, v>는 하나뿐이다. $|\mathfrak{A}|=$D, $\mathfrak{A}=$ v라 하면 Ⅱ.2절의 $\mathscr{L}$에 대한 의미론은 <D, v>에 의해 정의될 수 있다. 그리고 이것이 주로 1차 언어에 대한 의미론이 정의되는 방식이다.[29] 이런 린드스트룀의 이해는 잘못된 것이 아니라고 필자는 생각하는데, 그렇다면 L*은 $\mathscr{L}$에 대한 모형 <D, v>만을 포함하면서 개별 <D, v>가 진리조건을 구성할 수 없는 문장($\Box\phi$)을 가지고 있는 것과 같다. 즉 (Ⅲ.2.1)의 속성을 L*이 가지고 있는 것이다. 사실 캥어가 의미론을 정의한 방식의 특수성으로 인해서 L이나 L*에서 $\mathfrak{s}=<r, V>$ 하나가 아닌 $\mathfrak{s}$들의 집합이 전체집합인지는 분명치 않다. 하지만 직접적으로 (V.1.1)-(V.1.6)를 잘 살펴보면 캥어에게서 체계 $\mathfrak{s}=<r, V>$가 하나뿐임을 짐작할 수 있다.[30]

또한 린드스트룀은 L*에서 바른식 ϕ의 참이 정의되는 방식을 다음과 같이 정리한다. 이에 따르면 L*에서 ϕ는 '체계 $\mathfrak{s}=$<D,v>에서 참'인 것으로 정의된다.

(V.3.1) $\mathfrak{s}\models P(t_1 \ldots t_n)$인 경우 그 경우에만, $< v(D,t_1) \ldots v(D,t_n) > \in v(D,P)$

(V.3.2) $\mathfrak{s}\models\neg\phi$인 경우 그 경우에만, $\mathfrak{s}\not\models\phi$.

(V.3.3) $\mathfrak{s}\models(\phi\rightarrow\psi)$인 경우 그 경우에만, $\mathfrak{s}\not\models\phi$이거나 $\mathfrak{s}\models\psi$.

(V.3.4) <D,I,g>$\models\forall x\phi$인 경우 그 경우에만, g'$=_x$g인 각각의 g'에 대해 <D,I,g>$\models\phi$.

(V.3.5) 모든 연산자 $\Box$에 대해서, $\mathfrak{s}\models\Box\phi$인 경우 그 경우에만, $\forall\,\mathfrak{s}'$, 만약 $\mathfrak{s}R_{\Box}\mathfrak{s}'$이면 $\mathfrak{s}'\models\phi$.

---

29) 한편 린드스트룀은 <D, v>가 필요한 경우에 <D,I,g>로 이해될 수 있다고 말하는데, 여기서 D는 도메인이고 I는 해석이며 g는 값 할당이다. v=I∪g이다. 값 부여 v를 I와 g로 나누어서 생각하는 것은 L*에서 V(1차 값부여)와 T(2차 값 부여)를, 표준적인 1차술어에 대한 의미론과 대조하는 데에 편리하기 때문이다. 즉 g는 V에 대응되고 I는 T에 대응된다.

30) 그리고 어떤 학자도 캥어의 L*를 해석하면서 $\mathscr{L}$의 $|\mathfrak{A}|$에 해당하는 전체집합이 $\mathfrak{s}$들의 집합이라고 해석하지는 않는다.

캥어의 L*에는 흥미로운 다양한 아이디어가 포함되어 있지만 본 논문의 초점인 형식체계, 특히 의미론이 적절하게 정의되었는가 하는 관점에서 본다면 이상의 내용에 초점을 모으는 것으로 충분하다. 그리고 (V.3.5)의 구절에서 (Ⅱ.3.11)과 정확히 같은 과정을 보여주고 있다. 즉 (Ⅲ.2.2)의 속성을 보여주는 것이다. 그래서 (V.3.5)에서도 □의 진리조건에 체계 $\mathfrak{s}$에 대한 양화가 포함되어 있고, L*에서 $\mathfrak{s}$의 위치는 $\mathscr{L}^{\#}$에서의 $\mathfrak{A}$의 위치와 다르지 않다. 이것은 린드스트룀이 캥어의 L*를 잘못 재구성했기 때문이 결코 아니다.

(V.1.3)의 1차 값부여 V를 이해하면, V는 $\mathscr{L}$의 각 구문론적 기호들에 지시체를 할당하는 해석 $\mathfrak{A}$와 같고, r은 ran($\mathfrak{A}$)의 원소들을 구성하는 모형구조 $|\mathfrak{A}|$와 같음을 알 수 있다. 즉 체계 $\mathfrak{s}=<r, V>$는 $\mathscr{L}$에서의 <D,v>와 동일한 일종의 해석이다. 이에 더하여 (V.1.4)의 2차 값부여 T를 이해하면 T는 두 항들(r과 V)로 구성되는 $\mathfrak{s}$에 근거해서 세 번째 항인 구문론적 바른식에 **T**나 **F**를 할당하는 함수임을 알 수 있다.

다시 정리하면, 캥어의 L*는 어떤 문장에 대한 진리조건에서 $\mathscr{L}$에서의 $\mathfrak{A}$에 해당하는 $\mathfrak{s}$를 보편양화하는 기호 □를 포함한다. 그리고 L*에서 $\mathfrak{s}$는 명백하게 ran(T)에 속하지 않는, 순수 메타언어이다. 특히 $r \in$ ran(V)이지만, $V \in \mathfrak{s}$는 구문론의 원초적 기호들을 정의역으로 취하는 함수, 즉 해석이므로, 캥어의 L*에는 (Ⅲ.2.1)의 속성이 포함됨이 분명하다.

Ⅵ. 몬태규(Montague)의 MQML과 언어수준 혼용의 문제

몬태규(1960)의 양화양상체계에 대한 접근방식은 캥어와 유사하다. 동시에 캥어가 가진 언어수준 혼용의 문제를 몬태규 역시 그대로 가지고 있다. 즉 캥어와 마찬가지로 몬태규도 비양상적 1차 술어에 대

한 모형이론적 의미론에서 출발하여서는 그것을 양상 연산자들을 가진 언어 MQML에로 확장한다.[31] 그 세부 내용을 살펴보면 다음과 같다.

1. 몬태규의 체계 MQML

(VI.1.1) [모형] 언어 $\mathscr{L}$의 몬태규 모형 $\mathfrak{m}$은 순서 삼중체 $<\mathscr{D}, i, g>$인데 여기서 $\mathscr{D}$는 논의영역, i는 $\mathscr{D}$에 기초해서 각각의 상항에 외연을 할당하는 함수, g는 각 변항에 $\mathscr{D}$의 한 원소를 할당하는 함수, 즉 값 할당이다.

(VI.1.2) [해석] 언어 $\mathscr{L}$의 해석은 "몬태규 모형 $\mathfrak{m}$이 식 ϕ를 만족시킨다"라는 구문에 대한 정의이다. 양상 연산자 '□'를 포함하지 않는 문장이나 식에 대한 정의는 타르스키가 정의한 것과 같은 표준적인 모형이론적 해석을 따른다. 몬태규 모형에서 개별 기호들이 갖는 값은 다음과 같다. 즉 어떤 항 t에 대해서, t가 개별 상항이면 $V_{\mathfrak{m}}(t) = i(t)$이고 t가 변항이면 $V_{\mathfrak{m}}(t) = g(t)$이다.

(VI.2) 몬태규는 이상의 정의에 기초해서 MQML의 식들에 대한 회귀적 정의를 다음과 같이 구성한다.

> (VI.2.1) 만약 F^n가 n 항 술어이고 t_1, …, t_n이 항들이면, $<V_{\mathfrak{m}}(t_1) \cdots V_{\mathfrak{m}}(t_n)> \in i$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m} \models F^n t_1 \ldots t_n$이다.
>
> (VI.2.2) $\mathfrak{m} \not\models \phi$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m} \models \neg\phi$이다.
>
> (VI.2.3) $\mathfrak{m} \not\models \phi$이거나 $\mathfrak{m} \models \psi$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m} \models \phi \rightarrow \psi$이다.
>
> (VI.2.4) $\mathfrak{m}Q\mathfrak{m}'$인 모든 $\mathfrak{m}'$에서 $\models \phi$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m} \models \forall x\phi$이다.
>
> (VI.2.5) $\mathfrak{m}L\mathfrak{m}'$인 모든 $\mathfrak{m}'$에서 $\models \phi$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m} \models \Box_L\phi$이다.[32]

---

31) Lindström(1998), 207쪽.

32) (VI.2.4)와 (VI.2.5)를 몬태규[1960]는 Q-만족, L-만족으로 정의한다. 그 중에서 L-만족의 예를 들면 다음과 같다.
(ML') $\mathfrak{m} \models \Box_L\phi$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m}L\mathfrak{m}'$인 모든 $\mathfrak{m}'$에서 $\models_L\phi$이다.

이제 (VI.2.4)-(VI.2.5)와 관련하여, 모형들 간의 관계 Q와 L은 다음과 같이 정의된다. 먼저 $\mathfrak{m}=<\mathscr{D},i,g>$이고 $\mathfrak{m}'=<\mathscr{D}',i',g'>$라 하자. 그러면

(VI.2.6) $\mathscr{D}=\mathscr{D}'$, $i=i'$, 그리고 x가 아닌 다른 모든 변항 α에 대하여 $g(\alpha)=g'(\alpha)$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m}Q\mathfrak{m}'$이다.

(VI.2.7) $\mathscr{D}=\mathscr{D}'$, $g=g'$인 경우 그 경우에만 $\mathfrak{m}L\mathfrak{m}'$이다.

2 몬태규의 MQML에서의 언어수준 혼용의 문제

몬태규의 진리조건 정의는 (VI.2.4)와 (VI.2.5)가 일관되게 유사한 형식을 취하고 있기 때문에, $\forall x\phi$의 진리조건이 올바른 것과 마찬가지로 유사한 방식으로 정의된 $\Box_L\phi$의 진리조건 정의에도 아무런 문제가 없을 것이라는 착각을 불러일으킨다. 즉 각 진리조건들은 $\mathfrak{m}$과 특정한 관계에 있는 $\mathfrak{m}'$의 관계를 정의하고, 모형 $\mathfrak{m}$에 대한 보편양화를 포함한다. 하지만 면밀히 살펴보면 그렇지 않다. (VI.2.4)은 해석에 대한 양화를 배제하고서도 동일하게 기술될 수 있지만 (VI.2.5)는 그렇지 못하다.

먼저 $\forall x\phi$의 진리조건을 살펴보면 (VI.2.4)에서 비록 모든 $\mathfrak{m}'$에서 ϕ가 참일 것을 요구하지만, −그래서 모형을 양화하지만−(VI.2.6)에서 정의되는 모형들의 관계 Q를 살펴보면 그것은 사실상 변항 x만을 양화한다는 것을 알 수 있다. 왜냐하면 $\mathfrak{m}$과 $\mathfrak{m}'$의 차이는 $\forall$에 의해서 양화된 x에 대한 값할당뿐이기 때문이다. 이에 반해서 (VI.2.5)와 (VI.2.7)을 종합해 보면 $\Box_L\phi$의 진리조건은 $\mathfrak{m}=<\mathscr{D},i,g>$에서의 i를 양화한다. 왜냐하면 (VI.2.7)의 정의에 따르면 $\mathfrak{m}$과 $\mathfrak{m}'$의 차이는 i이기 때문이다. 여기서 i는 $\mathscr{D}$에 기초해서 각각의 상항에 외연을 할당하는 함수이므로 메타언어에 속하는 부분이다. 대조해서 말하자면 $\forall x\phi$의 진리조건은 대상언어의 변항 x를 양화했는데, $\Box_L\phi$의 진리조건은 메타언어의 함수 i를 양화하였다. 즉 (Ⅲ.2.1)에서 지적한 언어수준 혼용의 문제가 나타나는 체계의 특징과 정확히 일치한다.

그 밖에도 몬태규는 P-만족, E-만족 등을 추가적으로 정의하고 있다. 여기서는 논점과 무관하므로 생략하였다.

MQML이 언어수준 혼용의 문제를 포함하고 있음은 (Ⅲ.2.1)을 적용해 보면 쉽게 알 수 있다. MQML에서 몬태규 모형 $\mathfrak{m}$은 순서 삼중체 $<\mathscr{D},i,g>$이다. 즉 MQML에서 개별 모형 $\mathfrak{m}$은 (VI.2.5)에 의해서 $\Box_L\phi$의 진리조건을 제공할 수 없다. 왜냐하면 $\mathfrak{m}L\mathfrak{m}'$인 모든 $\mathfrak{m}'$들을 살펴보아야 진리값을 결정할 수 있기 때문이다.

Ⅶ. 결론

이상에서 필자는 언어수준 혼용의 문제를 정의하고 이 문제가 나타나는 대표적인 형식체계들을 살펴보았다. 이런 논의의 함축은 분명하다. 이 논문의 Ⅱ장에서 제시된 언어수준 혼용의 문제가 여러 형식체계에 포함되어 있다면 그 체계들은 그만큼 (최소한 부분적으로라도) 올바르지 않게 구성되었다고 할 수 있다.

필자가 언어수준 혼용의 문제가 포함되었다고 분석한 체계들에 카르납, 캥어, 몬태규와 같은 영향력있는 학자들의 체계가 포함된다는 사실로 인해서 필자의 분석을 의심할지도 모르겠다. 하지만 우리는 많은 학자들이 양상을 해석함에 있어서 필연성을 '논리적 필연성'과 동일시하였다는 점을 기억할 필요가 있다. 카르납은 필연성을 'L-참'의 개념으로 해석하였고 또한 이 'L-참'의 개념은 라이프니쯔가 필연적 참이라고 부르는 것, 그리고 칸트가 분석적 참이라고 부르는 것들에 대한 명시적 설명(explicatum)을 의미한다고 설명한다.[33] 린드스트룀[1998]에 따르면 캥어 역시 양상을 해석함에 있어서 대상수준의 해석과는 차별되는 메타언어적 해석을 한 것으로 보인다.[34] 몬태규도 이들과 크게 다르지 않은 것 같다.[35]

33) Carnap(1947), 8쪽. 고틀롭(Gottlob(1994))과 토마슨(Thomason(1989), 136쪽) 등의 지적에 따르면, 이를 위해서 카르납은 필연성을 논리적 참으로서의 타당성과 동일한 의미로 해석하였고 이 때의 타당성은 1차 언어에서의 메타언어에서 나타나는 개념이었다.

34) Lindström(1998), 213-216쪽.

정리하자면 여러 학자들은 (논리적 필연성과 같은) 메타언어적 개념을 형식화함으로써 양상에 대한 형식의미론을 구성하려고 하였다. 이런 의도를 고려한다면, 필자가 이 논문의 Ⅱ장에서 예시한 것과 같은 방식으로 실수하면서 몇몇 학자들이 메타언어와 대상언어를 혼용했다는 것은 그리 놀랄 만한 일이 아닐 수 있다. 게다가 아직 누구도 필자가 지적하는 언어수준 혼용의 문제에 대해서 고찰한 적이 없는 것 같다.

오늘날의 모든 양상체계들을 대상으로 생각한다면, 가장 영향력 있는 양상의미론에서는 이와 같은 언어수준 혼용의 문제가 발생하지 않는다. 그것은 크립키가 고안한 것으로 알려진 가능세계 의미론이다. 이것은 다행스러운 일이다. 역사적으로 살펴본다면 크립키의 가능세계 의미론은 여러 학자들의 연구를 토대로 어렵게 얻어졌다(Copeland(2002), 이창후(2008)). 이에 비해서 이 논문에서 문제성 있는 체계들로 제시된 몇몇 양상체계들은 타르스키가 어렵게 고안한 $\mathscr{L}$에 대한 형식의미론에 간단한 조작을 덧붙여서, '상대적으로' 쉽게 얻어진 것으로 보인다.[36] 이 논문은 바로 그런 쉬운 성취 배후에 있을 수 있는 실수를 지적하고자 하는 것이다.

투 고 일: 2010. 07. 31.
심사완료일: 2010. 09. 03.
게재확정일: 2010. 09. 06.

이창후
서울대학교

35) 이창후(2008), Ⅳ장.

36) 즉 크립키의 체계에 비해서 카르납, 캥어, 몬태규는 기존의 의미론을 너무 사소하게 변형시킨 것에 불과하지만 양상 문장에 대한 진리조건을 제공한다는 점에서는 동일한 효과를 산출한다.

참고문헌

이창후, 「가능세계 의미론의 발전사와 그 쟁점들에 대한 비판적 고찰」, 서울대학교 철학과 박사논문, 2008.

Carnap, R., *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*, The University of Chicago Press, Chicago, 1947.

Copeland, B. J., "The Genesis of Possible Worlds Semantics", *Journal of Philosophical Logic* 31, 2002, 99-137쪽.

Enderton, H. B., *An Mathematical Introduction To Logic*, Academic Press, Inc. 1972, Ch. 1-2.

Feys, R.(1963), "Carnap on Modalities" in P. A. Schilpp (Ed.), *The philosophy of Rudolf Carnap*, The Library of Living Philosophers, 1963, 283-298쪽.

Gottlob, G., "From Carnap's Modal Logic to Autoepistemic Logic", in *Lecture Notes in Computer Science* No.838, 1994, 1-18쪽.

Hintikka, J., "Modality and quantification", *Theoria* 27, 1961, 119-128쪽. Revised version reprinted in Hintikka, J., *Models for Modalities: Selected Essays*, Reidel, Dordrecht, 1969.

Kanger, S., *Provability in logic*, Issertation, Stockholm, 1957.

Lindström, S., "An Exposition and Development of Kanger's Early Semantics for Modal Logic", in *Synthese Library*, Kluwer Academic Publishers Group, 1998, 203-234쪽.

Montague, R., "Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics and Quantifiers", *Inquiry*, 4, 1960, 259-269쪽, Reprinted in R. Thomason (Ed.), *Formal Philosophy: Selected Papers of Richard Montague*, Yale University Press, New Haven and London, 1974.

Tarski, A., "The Semantic Conception of Truth", Published in *Philosophy and Phenomenological Research* 4, 1944.

Thomason, R. H., "Combination of Tense and Modality", *Handbook of Philosophical Logic* D. Gabbay and F. Guenthner (Eds.), Vol Ⅱ, 1989, 135-165쪽.

van Fraasen, Bas C., *Formal Semantics and Logic* University of Toronto, 1971.

ABSTRACT

The Problem of Mixing Meta-Language with Object Language in Modal Systems

Lee, Chang-Hoo

In this paper I will discuss the "problem of mixing object language with meta-language in modal semantics" through the following steps. Firstly, I explain what this problem is in detail. For that, I choose propositional calculus and first order logic, which are accepted as standard formal systems, and add some clauses to each of them so that I make seriously problematic ones: $\mathscr{P}^{\#}$ and $\mathscr{L}^{\#}$. Secondly, I analyze exact points of those problematic systems and explain why they cannot be accepted. Thirdly, I describe the formal systems of Carnap, Kanger and Montague and show that each of them includes that problem, at least partly.

Keywords: Formal System, Formal Semantics, Modal System, Construction of Formal System