



콘크리트 균열 손상의 방향성을 고려한 다중파괴기준 소성 모델

김재요^{1)*} · 박흥근²⁾

¹⁾삼성물산(주) 건설부문 초고층팀 ²⁾서울대학교 건축학과

Plasticity Model for Directionality of Concrete Crack Damages

Jae-Yo Kim^{1)*} and Hong-Gun Park²⁾

¹⁾High-Rise Team, Samsung Engineering & Construction, Sungnam 463-824, Korea

²⁾Dept. of Architecture, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

ABSTRACT The inherent characteristic of concrete tensile cracks, directional nonlocal crack damage, causes so-called rotating tensile crack damage and softening of compressive strength. In the present study, a plasticity model was developed to describe the behavior of reinforced concrete planar members in tension-compression. To describe the effect of directional nonlocal crack damage, the concept of microplane model was combined with the plasticity model. Unlike existing models, in the proposed model, softening of compressive strength as well as the tensile crack damage were defined by the directional nonlocal crack damage. Once a tensile cracking occurs, the microplanes of concrete are affected by the nonlocal crack damage. In the microplanes, microscopic tension and compression failure surfaces are calculated. By integrating the microscopic failure surfaces, the macroscopic failure surface is calculated. The proposed model was implemented to finite element analysis, and it was verified by comparisons with the results of existing shear panel tests.

Keywords : directional nonlocality, plasticity model, concrete, multiple failure criteria, finite element analysis

1. 서 론

철근콘크리트 구조물의 정밀한 비선형해석을 위해서는 콘크리트의 응력-변형률 관계를 정확히 정의할 수 있는 재료 모델의 개발이 필요하다. 특히 콘크리트는 균열 발생 이후, 뚜렷한 방향성 (directionality)을 갖게 되어 거동 양상과 응력 분포가 복잡하게 변화되므로, 이에 대한 면밀한 고려가 필요하다.

콘크리트의 인장균열은 실제로 다양한 방향의 수많은 미세균열 (microcrack)로 구성되어 있으며, 작용 하중의 증가에 따라 보다 많은 그리고 보다 다양한 방향으로 미세균열이 확산됨으로써 균열 손상이 발생한다. 콘크리트의 응력이 탄성한계에 도달하면, 미세균열의 발생에 의하여 콘크리트는 비선형거동을 나타내며, 하중의 진행에 따라 새로운 미세균열들이 발생하고 균열 손상이 점진적으로 확대되면서, 주응력 방향에서 대표인장균열 (macrocrack)을 구성한다 (Fig. 1).

콘크리트 인장균열 손상의 특징은 골재의 존재와 비균질성 재료 특성으로 인하여 모든 미세인장균열이 주인장 응력축의 직각방향과 일치하지 않으며 많은 미세인장균열이 방향적으로 분산된다는 것이다. 즉, 콘크리트의 균

열 손상은 대표인장균열 방향뿐만 아니라 인접한 미세균열 방향들에도 존재하며, 대표인장균열과 가까운 방향일수록 미세균열이 더욱 많이 존재하여 손상 정도가 크다. 이러한 현상은 방향적 비국소 균열 손상 (directional nonlocal crack damage)으로 정의될 수 있으며, 콘크리트의 구조적 거동에 영향을 미친다. 특히 인장-압축 (전단)을 받는 철근콘크리트의 경우에는 이러한 방향적 비국소 손상의 영향이 철근콘크리트의 인장거동 뿐만 아니라 압축거동에도 큰 영향을 미친다.

본 연구는 이러한 콘크리트의 방향성 및 방향적 비국소 균열 손상을 분석하고, 균열의 방향적 비국소 현상을 반영한 응력-변형률 관계의 개념 정의 및 소성모델에 대한 적용을 목적으로 한다.

2. 방향적 비국소 균열 손상

인장-압축을 받는 철근콘크리트에서는 인장균열 발생 후 응력의 변화나 철근의 비대칭 배근 등의 원인에 의하여 주응력 방향이 점차 변화한다. 주응력 방향이 점진적으로 변화한다고 하더라도, 콘크리트에는 기존 인장균열과 구별되는 완전히 새로운 인장균열이 발생하지 않으며, 변화된 주응력 방향과 방향적 유사성을 가진 기존의 미세인장균열과 주응력 방향에서 새롭게 발생한 미세인장균열의 조합에 의하여 새로운 주응력축에서 대표인장

*Corresponding author E-mail : kimjyo@hanmail.net
Received June 11, 2007, Accepted August 21, 2007
©2007 by Korea Concrete Institute

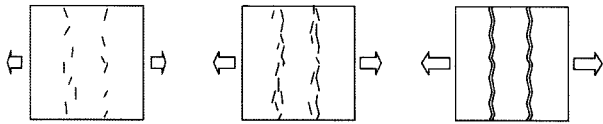


Fig. 1 Propagation of micro-crack and development of macro-crack

균열 방향을 형성한다. 이러한 방향적 비국소 균열 손상의 영향으로 인하여 회전하는 주응력축에서 인장응력-변형률 곡선은 고정된 인장응력축에서 발생하는 인장응력-변형률 곡선과 비슷하게 지속적인 연화 (softening) 현상을 나타낸다 (Fig. 2). 이러한 콘크리트의 비국소 손상 인장거동은 마치 이전의 주응력축에서 발생한 콘크리트의 기존 인장균열 손상이 주응력 축방향의 변화에 따라서 회전하는 것처럼 나타난다^{1,2)}. 다만, 대표인장균열의 방향이 회전하는 경우에는 주응력-변형률의 관계가 경화 (stiffening)되는 현상이 관찰되는데, 이는 대표인장균열의 회전에 따라서 새롭게 발생하는 인장균열응력이 대표인장균열응력에 기여하기 때문이다.

인장-압축을 받는 콘크리트에서의 방향적 비국소 손상은 인장거동 뿐만 아니라 압축거동에도 영향을 미친다. 인장-압축을 받는 철근콘크리트에서 인장균열의 폭이 증가하면, 인장균열의 방향적 비국소 손상으로 인하여 콘크리트의 압축력을 전달할 수 있는 스트럿의 유효면적이 감소된다 ($\Sigma b_i < b$, Fig. 3). 이러한 유효면적의 감소 현상은 일정한 콘크리트면적에 대한 콘크리트의 강도의 저하 ($\alpha f_{ck} < f_{ck}$)로 간주될 수 있다. 이러한 주압축응력 방향에 대한 직각방향 인장균열에 의한 콘크리트 압축강도 감소 현상은 여러 실험 연구들에 의하여 보고되었다^{1,3)}.

기존의 거시모델 (macroscopic model)에서는 인장거동과 압축거동에 대한 인장균열 손상의 영향을 각각 다른 개념을 사용하여 나타내고 있다. 콘크리트의 인장거동에

대한 균열 손상의 영향을 고려하기 위하여 회전 균열 모델 혹은 다중 고정 균열 모델이 사용된다^{1,4,5)}. 이 모델들에서는, 회전하는 주응력축에서 인장연화작용이 지속적으로 나타나도록 균열 손상 및 응력-변형률 관계가 정의된다. 한편, 콘크리트의 압축거동에 대한 비국소 균열 손상의 영향을 고려하기 위하여 Collins and Vecchio¹⁾, Belarbi and Hsu³⁾는 인장-압축을 받는 전단패널 실험 결과에 근거하여 압축강도 감소식을 개발하였다. 이 압축강도 감소식에서는 인장균열폭을 나타내는 인장균열변형률의 함수로 압축강도의 감소계수 (α , Fig. 3)를 정의하였다.

이와 같이, 인장균열 발생 후 콘크리트의 인장거동과 압축거동이 균열의 방향적 비국소 손상이라는 동일한 원인의 영향을 받음에도 불구하고, 기존의 거시모델에서는 인장거동과 압축거동에 대하여 균열 손상의 영향을 분리하고, 별도의 개념을 사용하여 정의하고 있다. 따라서 본 연구에서는 기존의 거시모델과 달리 동일한 방향적 비국소 손상 모델을 사용하여 콘크리트의 인장거동과 압축거동을 나타내고자 한다. 콘크리트 미소 요소에 대한 방향적 비국소 손상을 직접적으로 나타내기 위하여 미소면 모델 (microplane model)의 개념을 사용한다⁶⁻⁸⁾. 콘크리트의 인장균열 손상을 나타내기 위한 미소면 모델이 Bazant^{6,7)}에 의하여 개발 되었으며, 미소면 모델의 개념을 응용하여, 2차원 요소에 대한 인장균열 후 철근콘크리트의 인장균열 거동을 나타내기 위한 미소면 소성 모델 (microplane plasticity model)을 Park and Kim⁸⁾이 개발하였다. 기존의 재료 모델들과 비교할 때, 본 연구에서 제안하는 모델은 인장균열 거동 뿐만 아니라 압축강도 연화 거동에서도 비국소 인장균열의 영향을 고려하였으며, 비국소 인장균열의 영향을 고려하는데 있어서 기존의 손상 모델과는 달리 미소면 모델을 응용한 소성 모델을 사용하였다는 점에서 차별성이 있다.

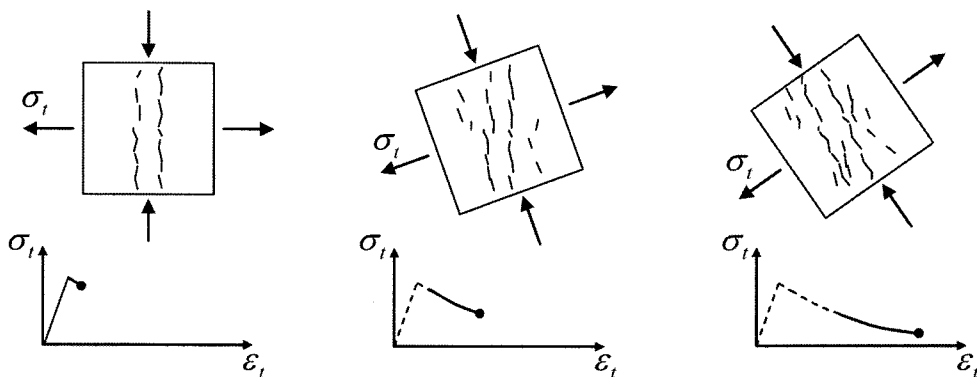


Fig. 2 Effect of nonlocal crack damage on tensile behavior of concrete : rotating crack damage

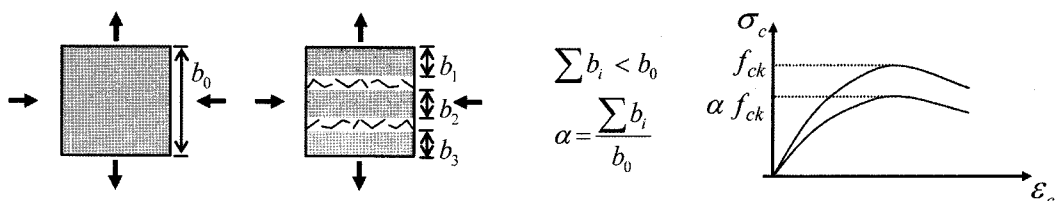


Fig. 3 Effect of nonlocal crack damage on compressive behavior of concrete : compression softening due to tensile cracking

3. 파괴 기준

인장-압축을 받는 철근콘크리트 면부재에 대하여 인장 및 압축거동을 나타내기 위하여, Park and Klingner⁹⁾의 다중 파괴 기준을 이용한 소성 모델을 수정 적용한다. 이 소성 모델에서는 압축파괴와 인장균열에 대한 세 개의 독립적인 파괴 기준을 만족하여야 한다.

$$f_1 = f_2 = f_3 = 0 \quad (1)$$

여기서 첨자 '1'은 압축파괴를 나타내며, 첨자 '2'와 '3'은 인장균열을 나타낸다. 총 소성변형률 $\hat{\epsilon}_p$ 는 인장과 압축파괴 기준에 대한 각각의 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{pi}$ 의 합으로 정의된다.

$$\hat{\epsilon}_p = \sum_{i=1}^3 \hat{\epsilon}_{pi} \quad (2)$$

등방성을 갖는 콘크리트의 압축파괴에 대해서는 응력 불변량 (stress invariant)으로 정의되는 Drucker-Prager 파괴 기준¹⁰⁾을 사용한다.

$$f_1 = \hat{\sigma}_1 (I_1, J_2) - \bar{\sigma}_1 = 0 \quad (3)$$

여기서, $\hat{\sigma}_1$ 는 압축에 대한 유효응력이며, $\bar{\sigma}_1$ 는 대표 압축파괴면 (macroscopic comp. failure surface)으로서 압축과 인장 손상의 영향을 받는 미소면 (microplane)에서 정의 되는 미소 압축파괴면들의 조합에 의하여 정의된다 ("4. 파괴면의 정의" 참조). 유효응력 $\hat{\sigma}_1$ 는 응력불변량 I_1, J_2 에 의하여 정의된다.

$$\hat{\sigma}_1 (I_1, J_2) = A_1 I_1 + A_2 \sqrt{3J_2} + A_3 \quad (4)$$

상수 A_1, A_2, A_3 는 기존의 2축 압축 실험값을 이용하여 계산할 수 있다⁹⁾.

비등방성을 갖는 인장균열에 대해서는 주인장응력으로 정의되는 Rankine 파괴 기준¹⁰⁾이 사용된다.

$$f_i = \hat{\sigma}_i(\underline{\sigma}) - \bar{\sigma}_i = 0 \quad \text{for} \quad \hat{\epsilon}_{pi} > 0 \quad (5a)$$

$$f_i = \hat{\sigma}_i(\underline{\sigma}) - \bar{\sigma}_i < 0 \quad \text{for} \quad \hat{\epsilon}_{pi} = 0 \quad (5b)$$

여기서, $i=2, 3$ 이며, $\hat{\sigma}_i$ 는 인장균열에 대한 유효응력으로서, 주응력 방향의 수직응력 성분 값으로 정의된다.

$$\hat{\sigma}_i = \sigma_{\theta i} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta_i + \tau_{xy} \sin 2\theta_i \quad (6)$$

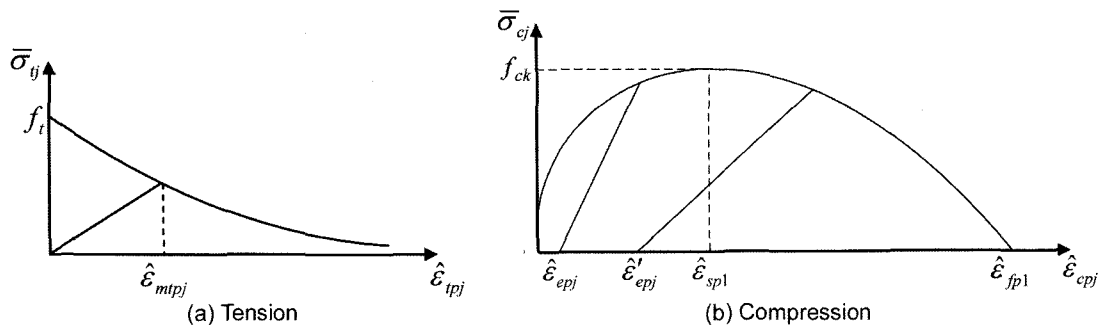


Fig. 5 Stress-equivalent plastic strain relations in reference axes

여기서, σ_{θ} 는 주응력 방향을 나타내며, x축으로부터의 각도로 정의한다 ($\theta_3 = \theta_2 + 90^\circ$ 또는 $\theta_3 = \theta_2 - 90^\circ$).

$\bar{\sigma}_i$ 는 대표인장균열 파괴면으로서 인장손상의 영향을 받는 미소면 (microplane)에서 정의되는 미소 인장파괴면들의 조합에 의하여 정의된다 ("4. 파괴면의 정의" 참조).

유효응력 $\hat{\sigma}_i$ 가 파괴면 $\bar{\sigma}_i$ 에 도달하여 $\hat{\epsilon}_{pi} > 0$ 이면, 주응력 방향 (θ_2 또는 θ_3)에서 인장균열이 발생하는 것으로 가정한다. 2축 인장의 경우, $\hat{\epsilon}_{p2} > 0$ 와 $\hat{\epsilon}_{p3} > 0$ 이 되며, 1축 인장 혹은 인장-압축의 경우에는 $\hat{\epsilon}_{p2} > 0$, $\hat{\epsilon}_{p3} = 0$ 이 된다.

4. 파괴면의 정의

파괴면은 압축파괴와 인장균열에 대하여 독립적으로 정의된다. 방향적 비국소 균열 손상의 영향을 나타내기 위하여 미소면 모델 (microplane model)의 개념을 도입한다⁸⁾. Fig. 4에 나타난 바와 같이 원판형 콘크리트의 단위개체는 여러 개의 미소면으로 구성된다고 가정한다. 이 콘크리트 단위 개체의 압축과 인장의 대표 파괴면 (macroscopic failure surface)은 각 미소면에서 결정된 수직방향 (σ_N)과 접선방향(σ_T)에서의 미소 파괴면 (microscopic failure surface)들의 조합으로 정의된다.

4.1 인장파괴면

j 번째 미소면에서 미소 파괴면 $\bar{\sigma}_{ij}$ 는 등가 1축 응력-변형률 관계에 의하여 정의된다(Fig. 5)^{9,11)}.

$$\bar{\sigma}_{ij} = f_i \exp(-\hat{\epsilon}_{tpj} / \hat{\epsilon}_{fi}) \quad (7)$$

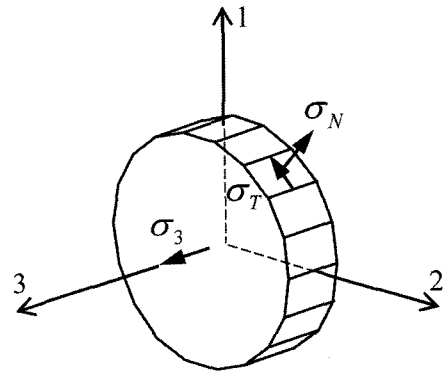


Fig. 4 Proposed disk microplanes

여기서, $\hat{\epsilon}_{fi} = G_i/f_b$, $f_i=1$ 축 인장 강도, G_i =인장균열에 대한 파괴에너지, $\hat{\epsilon}_{ipj} = j$ 번째 미소면에서의 미소 등가 인장 소성변형률이며, 주응력방향 대표 등가 소성변형률의 함수로 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{\epsilon}_{ipj} = \alpha_j \hat{\epsilon}_{pj} \quad (8)$$

여기서, $\hat{\epsilon}_{pj}$ = 주응력 방향에서의 대표 등가 인장 소성변형률 ($i=2$ 또는 $i=3$) (식 (20) 참조), $\alpha_j=j$ 번째 미소면에서 인장거동에 대한 비국소 균열 손상을 나타내는 손상계수이다.

인장균열 거동은 주응력 방향의 영향을 받는 비등방 손상이므로, 인장균열의 방향적 비국소 손상은 주인장응력 방향에 가까운 인근방향의 미소면에 영향을 미친다. 본 연구에서는 인장 균열의 방향적 비국소 손상의 영향 범위를 균열 방향으로부터 $\pi/4$ 범위 이내로 한정한다. 따라서 기존의 균열 방향과 $\pi/4$ 만큼 떨어진 방향에서는 새로운 인장균열이 발생할 수 있으며, 그 결과 서로 직각인 두 개의 독립된 인장균열이 존재할 수 있다. 식 (8)에서 j 번째 미소 등가 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{ipj}$ 는 해당 미소면의 방향과 더 가까운 주응력 방향의 대표 등가 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{ipj}$ 또는 $\hat{\epsilon}_{p3}$ 에 의하여 계산된다.

각 미소면에 대한 방향적 비국소 균열 손상의 영향을 나타내는 손상계수 α_j 는 주인장응력 방향과 미소면 방

향의 각도 θ_j 의 함수로 정의되며, 균열 방향에서 멀리 멀어질수록 적은 손상 영향을 발생한다. 앞서 언급한 바와 같이 인장균열 거동에 대한 비국소 손상은 균열 방향으로부터 $\pi/4$ 범위 이내에 적용된다. 따라서, 균열이 발생한 인장응력 방향으로부터 $\pi/4$ 이상 떨어진 방향에 대해서 $\alpha_j=0$ 이며, 주인장응력과 동일한 방향에 대해서 $\alpha_j=1$ 이다. 이러한 경계조건을 만족시키고, 실험 결과에 대한 조정을 통하여 비국소 손상 계수는 다음과 같은 지수함수로서 제안하였다.

$$\alpha_j = 1 - \exp[-5(\cos 2\theta_j)^m] \text{ for } |\theta_j| \leq \pi/4 \quad (9a)$$

$$\alpha_j = 0 \text{ for } |\theta_j| > \pi/4 \quad (9b)$$

여기서, $\theta_j=j$ 번째 미소면 방향으로부터 인접한 주응력 방향까지의 각도이다. Fig. 6은 지수 m 에 따른 방향적 비국소 손상 계수 α_j 의 변화를 보여준다. 본 연구에서는 전단 패널 실험 결과에 근거하여 $m=2$ 로 결정하였으며¹²⁾, 48개의 미소면이 사용되었다.

각 미소면의 균열손상 이력은 최대 등가 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{mtpj}$ 로서 정의된다. Fig. 5 (a)에 나타난 바와 같이 인장 제하 (unloading)/재하 (reloading) 시의 응력-변형률 관계는 $\hat{\epsilon}_{mtpj}$ 에 해당되는 할선강성으로 정의된다.

콘크리트 단위 개체는 동일한 면적을 가진 미소면으로 구성되어 있으므로, 단위 개체의 손상을 나타내는 대표 인장파괴면 $\bar{\sigma}_2$ 과 $\bar{\sigma}_3$ 는 각 미소면에서 정의된 미소 인장 파괴면 $\bar{\sigma}_{ij}$ 의 평균값으로 정의된다. 다만, 인장균열은 비등방 손상이므로 각 대표 인장파괴면은 균열각 (주응력 방향)과 관계있는 균열 방향으로부터 $\pi/4$ 범위 이내의 미소면 (갯수 = $n/2$)들의 평균값으로 정의된다.

$$\bar{\sigma}_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^{n/2} \bar{\sigma}_{ij} \quad (i=2,3) \quad (10)$$

Fig. 7은 1축 인장상태에서 6개의 미소 방향을 이용하여 1축 인장 응력 상태에 대하여 미소 인장파괴면들을 정의하는 예를 보여주고 있다.

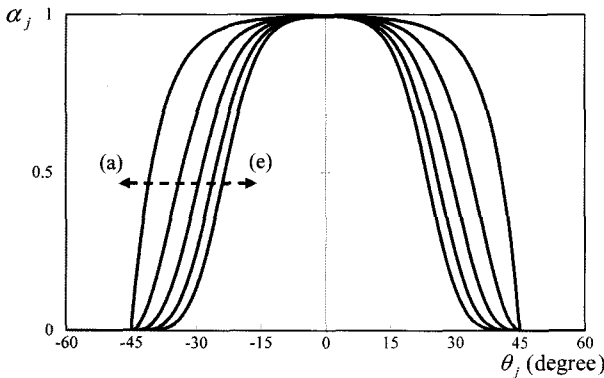


Fig. 6 Nonlocal damage effect factor: $m =$ (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; and (e) 5

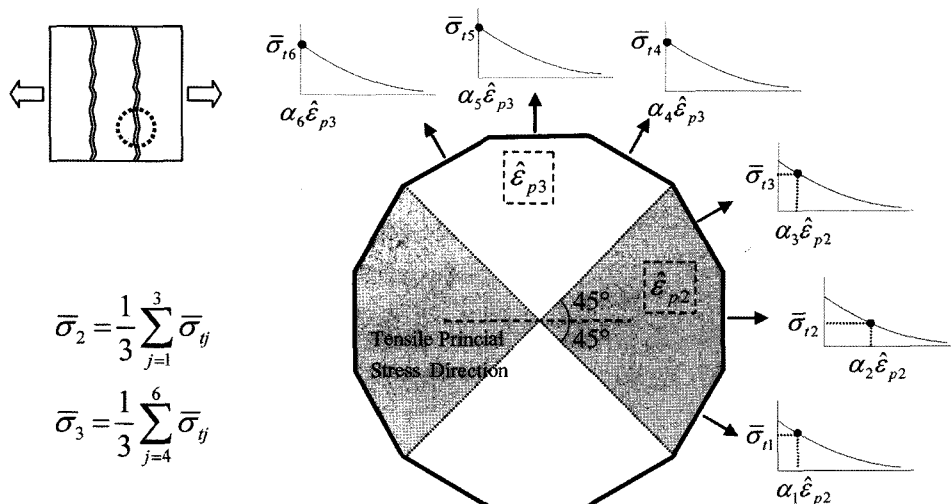


Fig. 7 Tensile failure surfaces in microplanes

4.2 압축파괴면

언급한 바와 같이 인장-압축을 받는 철근콘크리트에서는 압축력의 직각방향 인장균열 손상에 의하여 콘크리트의 압축강도가 저하된다^{1,3)}. 제안된 모델에서는 방향적 비국소 인장균열의 비등방 손상에 의하여 영향을 받는 미소면이 증가함에 의하여 콘크리트의 압축강도가 저하되는 현상을 이상화하였다.

j 번째 미소 압축 파괴면 $\bar{\sigma}_{cj}$ 는 등가 1축 응력-변형률 관계에 의하여 정의된다^{9,11,12)} (Fig. 5(b)).

$$\bar{\sigma}_{cj} = f_{ck} \left[0.1 + 0.9 \sqrt{2 \frac{\hat{\epsilon}_{cpj}}{\hat{\epsilon}_{sp1}} - \left(\frac{\hat{\epsilon}_{cpj}}{\hat{\epsilon}_{sp1}} \right)^2} \right] \text{ if } \hat{\epsilon}_{cpj} \leq \hat{\epsilon}_{sp1} \quad (11a)$$

$$\bar{\sigma}_{cj} = f_{ck} \left[1 - \frac{(\hat{\epsilon}_{cpj} - \hat{\epsilon}_{sp1})^2}{(\hat{\epsilon}_{fp1} - \hat{\epsilon}_{sp1})^2} \right] \text{ if } \hat{\epsilon}_{cpj} > \hat{\epsilon}_{sp1} \quad (11b)$$

여기서, $\hat{\epsilon}_{cpj}$ = j 번째 미소면의 등가 압축 소성변형률, $\hat{\epsilon}_{sp1}$ = 압축강도에 해당하는 등가 소성변형률, 그리고, $\hat{\epsilon}_{fp1}$ = 종국 등가 소성변형률이다. Fig. 5(b)의 압축파괴면곡선에서 압축력에 대한 콘크리트의 탄성한계를 $0.1f_{ck}$ 로 가정하였다.

압축파괴를 등방성 손상으로 가정하면, 압축손상은 모든 미소면 방향에서 대표 등가 압축 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{p1}$ 로 일정하다. 그러나, 인장균열폭이 증가하면, 방향적 비국소 인장균열 손상에 의하여 영향을 받는 미소면의 등가압축 소성변형률이 감소되며, 이로 인하여 압축력을 받는 미소면의 수가 감소한다. 이러한 압축거동에 대한 방향적 비국소 균열 손상의 영향을 나타내기 위하여, j 번째 미소 등가 압축 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{cpj}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\epsilon}_{cpj} = \hat{\epsilon}_{p1} - \epsilon_{tpj} \quad \text{if} \quad \epsilon_{pj} > 0 \quad (12a)$$

$$\hat{\epsilon}_{cpj} = \hat{\epsilon}_{p1} \quad \text{if} \quad \epsilon_{pj} \leq 0 \quad (12b)$$

여기서, $\hat{\epsilon}_{p1}$ = 압축파괴에 대한 대표 등가 소성변형률이며, ϵ_{tpj} = j 번째 미소면에서의 미소 등가 인장 소성변형률 성분의 크기이다.

식 (12)에 나타난 바와 같이 각 미소면의 미소 등가 압축 소성변형률은 대표 등가 압축 소성변형률에서 미소 등가 인장 소성변형률 값을 감하여 정의되었다. 따라서 인장균열 손상이 발생하는 경우에는 비국소 균열 손상의 영향을 받는 미소면의 압축파괴면이 영향을 받는다. 인장 소성변형률이 증가하고 균열 손상의 영향을 받는 방향의 범위가 확대됨에 따라서 압축 소성변형의 영향을 받는 미소면의 범위가 축소되고, 그 영향에 의하여 해당 미소면의 압축파괴면이 감소한다. Fig. 8은 하중의 증가에 따른 소성변형률에 대한 모어의 원 (Mohr's circle)의 변화 양상을 보여주고 있다. 앞서 언급한 바와 같이, 하중 단계가 진행됨에 따라 인장 소성변형률에 해당하는 영역 (식 12a)이 증가하고, 압축 소성변형의 영향을 받는 영역 (식 12b)은 축소된다. 인장 균열변형률에 의한 압축 영향 범위의 축소는 Fig. 3에 나타난 바와 같은 인장균열폭의 확대에

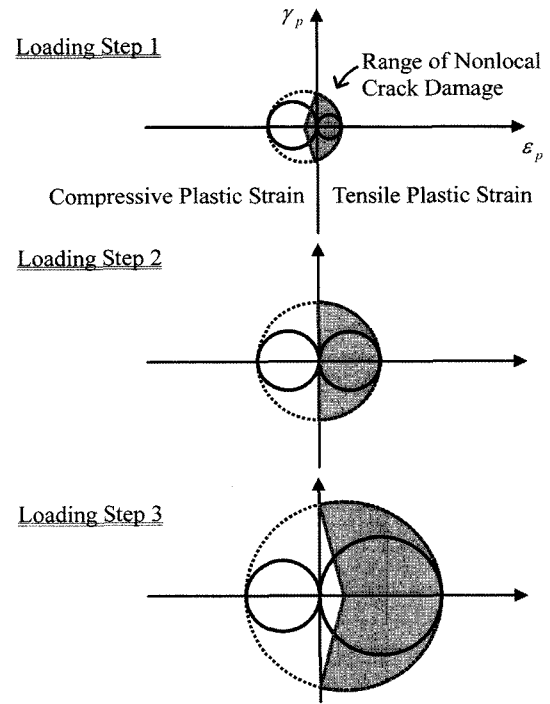


Fig. 8 Variations of damaged range in compression with development of tensile cracks

따른 유효압축면적의 감소를 이상화하고 있다. 이러한 모델링을 통하여 인장균열폭의 증가에 따른 압축강도의 감소를 나타낼 수 있다.

Fig. 9는 6개의 미소면을 이용하여 인장-압축 응력 상태에 대하여 압축파괴면들을 정의하는 예를 보여주고 있다. 인장균열 손상이 있는 미소면에서는 식 (12a)를 인장균열 손상이 없는 미소면에서는 식 (12b)에 의하여 미소 등가 압축 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{cpj}$ 가 계산된다.

콘크리트 단위 개체는 동일한 면적을 가진 미소면으로 구성되어 있으므로, 단위 개체의 손상을 나타내는 대표 압축파괴면 $\bar{\sigma}_1$ 은 각 미소면에서 정의된 미소 압축 파괴면 $\bar{\sigma}_{cj}$ 의 평균값으로 정의된다.

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \bar{\sigma}_{cj} \quad (13)$$

Fig. 5(b)에 나타난 바와 같이 압축파괴면-등가 소성변형률 관계에서, Karsan and Jirsa¹³⁾의 실험 결과를 토대로 선형의 제하/재하 응력-변형률 관계를 정의하였다¹⁴⁾. 제하/재하 곡선의 정의를 위한 j 번째 미소면에서 영구 등가 소성변형률 $\hat{\epsilon}_{epj}$ 혹은 $\hat{\epsilon}'_{epj}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\hat{\epsilon}_{epj}}{\hat{\epsilon}_{sp1}} = 0.145 \left(\frac{\hat{\epsilon}_{mpj}}{\hat{\epsilon}_{sp1}} \right)^2 + 0.13 \left(\frac{\hat{\epsilon}_{mpj}}{\hat{\epsilon}_{sp1}} \right) \quad (14)$$

여기서, $\hat{\epsilon}_{mpj}$ = j 번째 미소면에서 제하 (unloading)가 발생하기 시작한 최대 등가 소성변형률이다.

5. 인장강화 응력

1축 인장 응력에서의 철근콘크리트의 인장거동은 Fig.

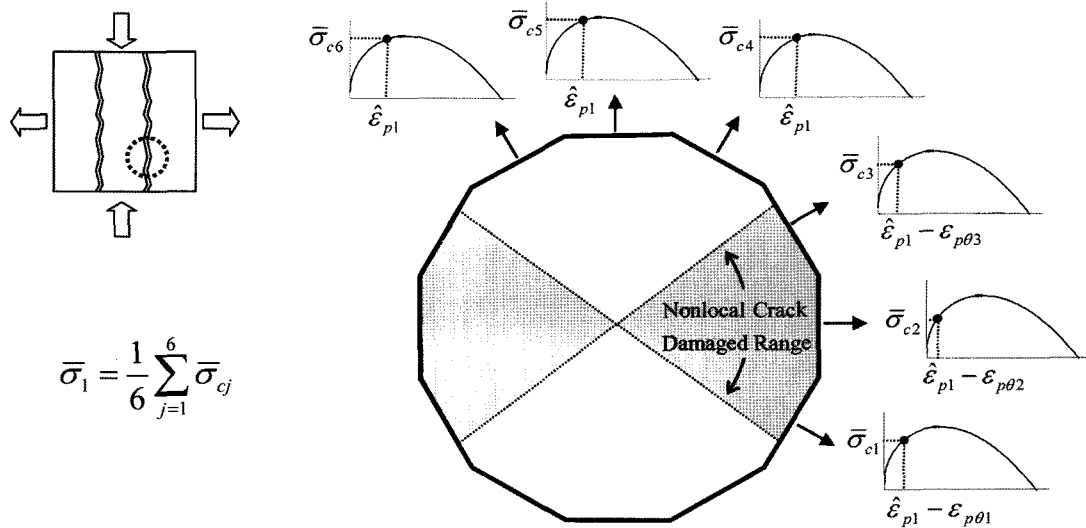


Fig. 9 Compressive failure surfaces in microplanes

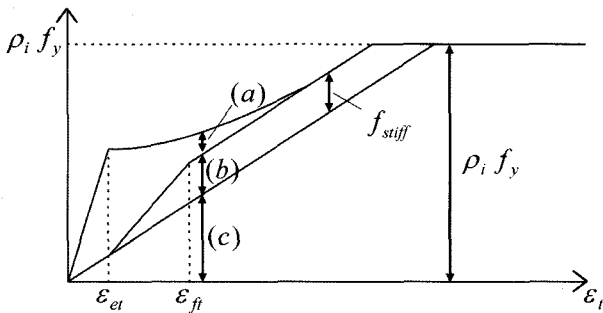


Fig. 10 Tensile stress-strain relation of reinforced concrete: (a) tension softening; (b) stiffening stress; and (c) stress of re-bar

10과 같이 이상화할 수 있다. 철근콘크리트의 균열 후 응력 조합은 인장 연화응력 (tension softening stress), 강화응력 (stiffening stress), 철근 응력 (re-bar stress)의 조합으로 구성된다. 강화응력은 콘크리트와 철근 사이의 상호작용에 의해 발생하는 인장균열 후의 응력 증가를 나타낸다. 따라서 인장강화 (tension stiffening) 현상은 인장연화응력과 강화응력의 합으로 정의할 수 있다. 일반적으로 철근의 방향과 인장균열의 방향은 일치하지 않으므로, 인장연화응력 σ_c 는 주응력 방향에서 식 (7)로 정의하며, 강화응력 σ_{stiff} 는 각 철근의 방향에서 정의된다. Fig. 10에서 ϵ_{et} 와 ϵ_{ft} 는 각각 콘크리트 인장균열 강도와 최대 인장강화응력에 도달하는 인장변형률 값이며, 최대 인장강화응력 f_{stiff} 는 Park and Klingner⁹⁾에 의하여 다음과 같이 제안되었다.

$$f_{stiff} = 30f_i\rho \leq 0.6f_i \quad (15)$$

여기서 ρ = 철근비이다. 철근콘크리트의 균열 후 최대 인장응력값은 철근에 의한 항복 인장응력 $\rho_i f_y$ 를 넘지 않도록 정의된다. 결과적으로, 강화응력을 포함한 콘크리트의 총 응력은 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma = \sigma_c + \sum_{i=1}^l \sigma_{stiff,i} \quad (16)$$

여기서, l = 철근층의 총 개수이다.

6. 소성 변형률

소성모델에서 소성변형률은 소성 포텐셜 함수의 변화량 (gradient)에 의하여 계산된다. 다축 압축 상태의 콘크리트의 거동에 대한 실험 결과에 따르면 체적 변형률의 비상관성 (non-associativeness)이 명확하게 나타난다¹⁵⁾. 그러나 인장-압축상태의 콘크리트에서는 압축응력에 대한 체적변형률의 비상관성의 영향이 미약하므로, 수치해석상의 편의를 위하여 비상관성을 무시하였다. 따라서, 각 파괴기준에 대한 소성변형률 증가분은 상관 소성흐름법칙 (associative flow rule)에 의하여 다음과 같이 정의한다.

$$d\epsilon_{pi} = d\lambda_i \left(\frac{\partial f_i}{\partial \sigma} \right) \quad (17)$$

여기서, $d\lambda_i$ = 소성변형률 계수이다. 등가 소성변형률 증가분 $d\epsilon_{pi}$ 는 소성변형률 증가분 $d\epsilon_{pi}$ 에 의해 다음과 같이 정의하며, 식 (17)을 적용하여 등가 소성 포텐셜 변화량 C_i 와 소성변형률 계수 $d\lambda_i$ 로 나타낼 수 있다.

$$d\epsilon_{pi} = [(2/3)(d\epsilon_{pi} \cdot d\epsilon_{pi})]^{1/2} = C_i d\lambda_i \quad (18)$$

총 등가 소성변형률 ϵ_{pi} 는 등가 소성변형률 증가분 $d\epsilon_{pi}$ 의 합으로 정의된다.

$$\epsilon_{pi} = \int d\epsilon_{pi} \quad (19)$$

7. 해석 방법

비선형 유한요소해석에서, 주어진 총변형률 혹은 변형률 증가에 대하여 식 (3)과 (5)의 파괴기준을 모두 만족하는 응력을 산정하여야 한다. 이를 위하여 본 수치해석 프로그램에서는 일반적인 탄성 예측 (elastic predictor) - 소성 수정 (plastic corrector) 알고리즘을 적용한다^{9,14)}. 이 반복계산을 위하여, 식 (3)과 (5)의 파괴기준은 다음과 같이 수정하였다.

$$|f_i| \leq \text{tolerance} \quad \text{for } \epsilon_{pi} \quad (20a)$$

$$f_i \leq \text{tolerance} \quad \text{for } \hat{\varepsilon}_{pi} = 0 \quad i = 2, 3 \quad (20b)$$

$$|f_i| \leq \text{tolerance} \quad \text{for } \hat{\varepsilon}_{pi} > 0 \quad i = 2, 3 \quad (20c)$$

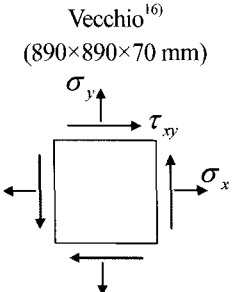
유한요소해석을 위하여 철근콘크리트 부재는 4-절점 직사각형 요소로 모델링하였다. 철근은 분포 특성을 가진 2차원 직사각형 요소로 이상화할 수 있으며, 콘크리트와 철근은 완전 부착된 것으로 가정하였다. 또한, 철근이 변형률 강화 (strain hardening) 영역에 도달할 정도로 과도한 변형률이 발생하지 않으며, 본 논문은 콘크리트 재료 모델 개발을 목적으로 하므로 철근에 대해서는 가장 간단한 형태인 완전 탄소성 재료 모델로 가정하였다. 비탄성해

석을 위한 수치해석 방법으로서 변위 조절 방법 (displacement control method)을 사용하였다.

8. 해석 모델의 검증

제안된 재료 모델의 유효성을 검증하기 위하여, 수치해석 결과를 재료 성질 및 하중 조건 등이 다른 다양한 인장-압축 응력 상태 (전단 상태)의 철근콘크리트 패널에 대한 기존 실험 결과들¹⁶⁻¹⁹⁾과 비교하였다. 검증에 사용된 전단패널 시험체의 재료 특성 및 하중 조건은 Table 1에 요약되어 있다. 해석을 위한 재료성질 가정은 $f_t = 0.33\sqrt{f_{ck}}$ MPa (직

Table 1 Summary of shear panels test

Reference (panel size)	Specimen	Loading	Concrete		Reinforcement				
		$\sigma_x : \sigma_y : \tau_{xy}^*$	f_{ck} (MPa)	ε_0^{**} ($\times 10^{-3}$)	X-direction		Y-direction		
					f_y (MPa)	ρ_x (%)	f_y (MPa)	ρ_y (%)	
Vecchio ¹⁶⁾ (890×890×70 mm) 	PV1	0:0:1	34.5	2.2	483	1.785	483	1.68	
	PV2	0:0:1	23.5	2.25	428	0.183	428	0.183	
	PV3	0:0:1	26.6	2.3	662	0.483	662	0.483	
	PV4	0:0:1	26.6	2.5	242	1.056	242	1.056	
	PV5	0:0:1	28.3	2.5	621	0.742	621	0.742	
	PV6	0:0:1	29.8	2.5	266	1.785	266	1.785	
	PV7	0:0:1	31.0	2.5	453	1.785	453	1.785	
	PV8	0:0:1	29.8	2.5	462	2.616	462	2.616	
	PV9	0:0:1	11.6	2.8	455	1.785	455	1.785	
	PV10	0:0:1	14.5	2.7	276	1.785	276	0.999	
	PV11	0:0:1	15.6	2.6	235	1.785	235	1.306	
	PV12	0:0:1	16.0	2.5	469	1.785	269	0.446	
	PV13	0:0:1	18.2	2.7	248	1.785	0	0	
	PV14	0:0:1	20.4	2.23	455	1.785	455	1.785	
	PV16	0:0:1	21.7	2.0	255	0.74	255	0.740	
	PV18	0:0:1	19.5	2.2	431	1.785	412	0.315	
	PV19	0:0:1	19.0	2.15	458	1.785	299	0.713	
	PV20	0:0:1	19.6	1.8	460	1.785	297	0.885	
	PV21	0:0:1	19.6	1.8	458	1.785	302	1.296	
	PV22	0:0:1	19.6	2.0	458	1.785	420	1.524	
	PV23	-0.39:-0.39:1	20.5	2.0	518	1.785	518	1.785	
	PV24	-0.83:-0.83:1	23.8	1.9	492	1.785	492	1.785	
	PV25	-0.69:-0.69:1	19.2	1.8	466	1.785	466	1.785	
	PV26	0:0:1	21.3	1.85	456	1.785	463	1.009	
	PV27	0:0:1	20.5	1.9	442	1.785	442	1.785	
	PV28	0.32:0.32:1	19.0	1.85	483	1.785	483	1.785	
	Ohmori et al. ¹⁷⁾ (2,500×2,500×140 mm)	SM10	0:0:1	31.5	2.56	398	1.02	398	1.02
		SM14	0:0:1	31.4	2.7	398	1.36	398	1.36
SM20		0:0:1	28.1	2.64	398	2.04	398	2.04	
Belarbi ¹⁸⁾ (1,397×1,397×178 mm)	F2	1.0:-2.0:0	40.1	2.2	447	1.27	498	0.54	
	F3	1.0:-3.0:0	42.6	2.0	447	1.27	498	1.27	
	F4	1.0:-4.0:0	41.9	2.2	447	1.27	498	1.27	
Vecchio et al. ¹⁹⁾ (890×890×70 mm)	PHS1	0:0:1	72.2	2.68	606	3.23	521	0	
	PHS2	0:0:1	66.1	2.48	606	3.23	521	0.41	
	PHS3	0:0:1	58.4	2.44	606	3.23	521	0.82	
	PHS4	0.25:0.25:1	68.5	2.6	606	3.23	521	0.82	
	PHS5	0.25:0.25:1	52.1	2.58	606	3.23	521	0.41	
	PHS6	-0.25:-0.25:1	49.7	2.25	606	3.23	521	0.41	
	PHS7	-0.25:-0.25:1	53.6	2.1	606	3.23	521	0.82	
	PHS8	0:0:1	55.9	2.17	606	3.23	521	1.24	
	PHS9	-0.25:-0.25:1	56.0	2.68	606	3.23	521	0.41	
	PHS10	0.25:0.25:1	51.4	2.45	606	3.23	521	1.24	
	PA1	0:0:1	49.9	2.09	522	1.65	522	0.82	
	PA2	0:0:1	43.0	1.99	522	1.65	522	0.82	

*for σ_x and σ_y , (+): tension and (-): compression

** ε_0 = strain corresponding to f_{ck}

접인장강도²⁰⁾, $E_c = 4,700 \sqrt{f_{ck}}$ MPa, $E_s = 200,000$ MPa를 사용하였다.

주요 시험체들에 대한 검증 결과는 Figs. 11~14에 나타나 있다. 각 시험체들의 전단응력-전단변형률, 주압축응력-주압축변형률, 주인장응력-주인장변형률 관계(식 (6) 참조)에 대하여 실험 결과와 제안 모델을 이용한 수치해석 결과를 비교하고 있다.

철근배근 조건 및 전단력-축력의 비율에 따라서, 각 시험체들은 다양한 거동 양상을 보이고 있다. 하중재하 시작 후 응력-변형률 관계는 선형 상태를 유지하다가, 콘크리트 인장 균열의 발생으로 인하여 비선형거동을 보이기 시작하며, 압축강도의 저하가 발생한다. 이후, 철근의 항복이 발생한 후 콘크리트 파괴가 발생하는 연성거동(시험체 PV6, PV10, PV11, SM10, SM14 등 철근의 항복강도 혹은 철근비가 낮은 경우)을 보이거나 또는 철근의 항복 이전에 콘크리트가 파괴되는 취성거동(시험체 PV9, PV25, PV28, SM20 등 철근의 항복강도 및 철근비가 높은 경우)을 보이며 파괴가 발생한다.

그림에 나타난 바와 같이 다양한 실험 조건 및 거동 양상에 대하여, 해석 결과는 실험 결과의 응력-변형률 관계와 비교적 잘 일치하고 있다. 특히 인장균열 발생 후, 압축강도의 저하를 비교적 정확히 나타내고 있다. Fig. 15는 전체 시험체에 대한 최대전단응력 및 최대압축강도를 해석결과와 비교하고 있다. 이 비교에서는 국부적인 파괴로 인하여 최대 강도 도달 전에 실험이 종료된 일부 시험체(PV1, PV5, PV7, PV8, PV9, PV14, PV18, PV24)를 제외하였다. 그림에 나타난 바와 같이 제안 모델은 다양한 인장-압축상태를 받는 전단패널의 최대전단강도 및 인장균열로 인한 압축강도 저하 현상을 비교적 정확히 예측한다(Fig. 15의 상관계수 R값 참조). 다만, 제안 모델이 강도를 다소 크게 예측하는 경향이 있다.

9. 결 론

콘크리트의 인장균열은 방향적 비국소 손상의 특징을 나타낸다. 이러한 방향적 비국소 인장균열 손상은 인장-압축을 받는 철근콘크리트 전단부재에서 회전인장균열 특성 및 압축강도 감소 현상을 일으킨다. 본 연구에서는 인장과 압축거동에 대하여 다른 손상 모델을 사용하는 기존의 방법과는 달리, 동일한 인장균열 손상모델을 사용하여, 인장균열거동과 압축연화거동을 나타냈다. 이러한 비국소 균열 손상의 영향을 나타낼 수 있는 소성모델을 개발하기 위하여 미소면 모델의 개념을 도입하였다.

기존의 소성모델과 달리, 비국소 균열 손상을 나타내기 위하여 인장과 압축의 소성파괴면은 각 미소면에서 정의하였으며, 각 미소파괴면의 조합에 의하여 대표파괴면을 정의하였다. 이때, 방향적 비국소 균열 손상을 나타내는 소성 인장변형률의 영향에 의하여 각 미소면의 인장과 압축 소성변형률의 크기가 결정되었다. 본 연구에서 개발된 소성모델은 유한요소해석에 적용되었으며,

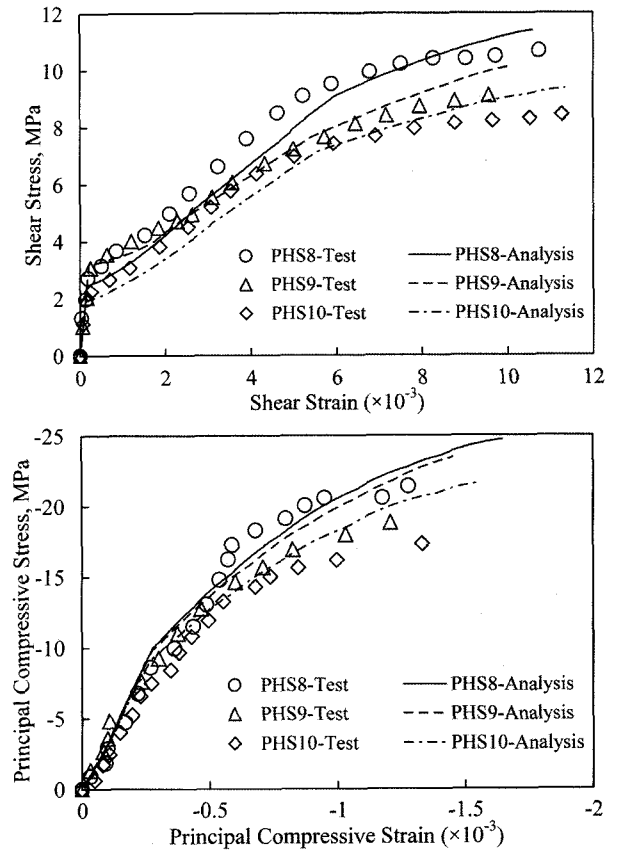


Fig. 11 Comparisons with test results by Vecchio et al.¹⁹⁾

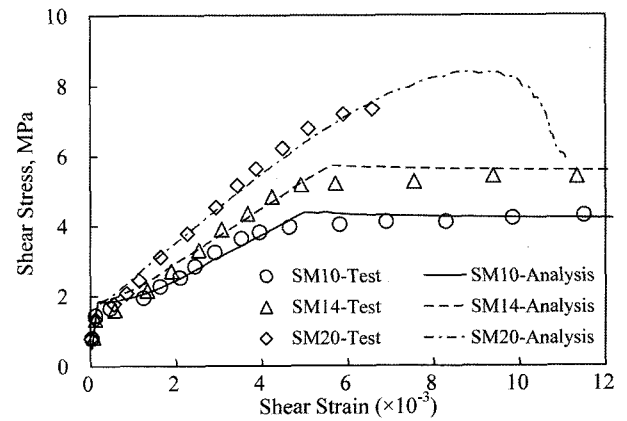


Fig. 12 Comparisons with test results by Ohmori et al.¹⁷⁾

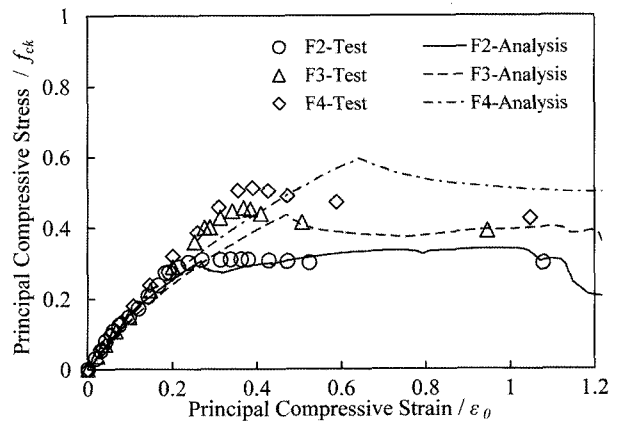


Fig. 13 Comparisons with test results by Belarbi¹⁸⁾

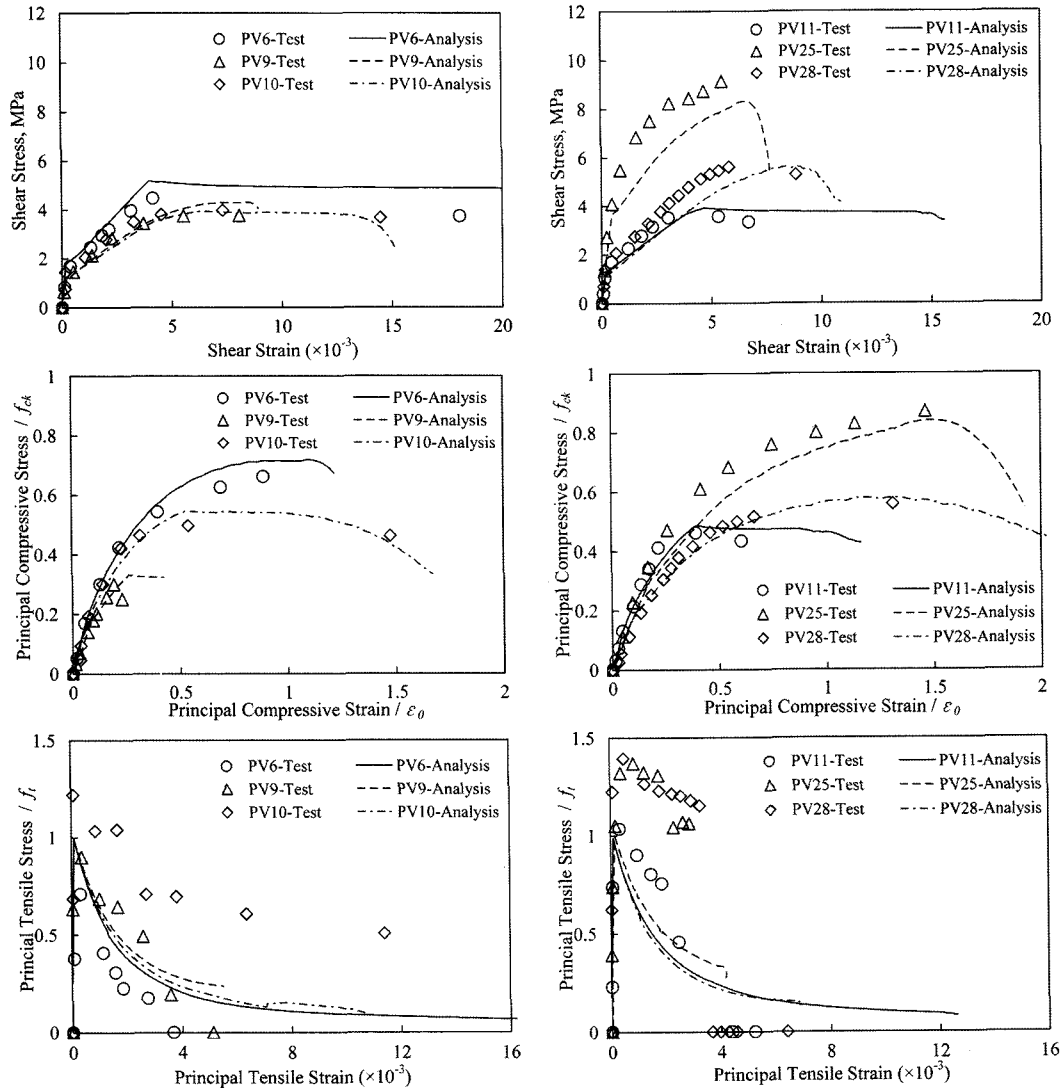


Fig. 14 Comparisons with test results by Vecchio¹⁶⁾

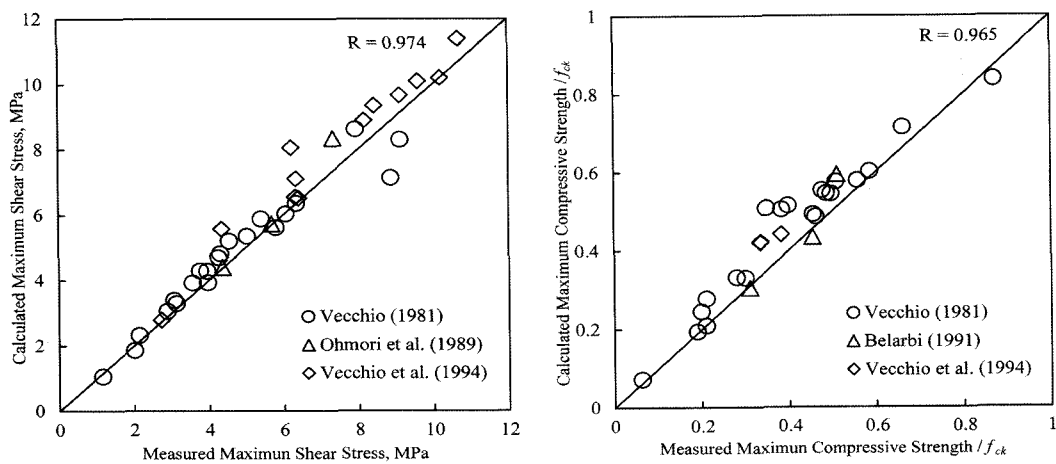


Fig. 15 Comparisons with maximum shear stress and compressive strength

다양한 전단패널의 기존 실험 결과들과 비교하여 제안된 재료 모델의 유효성을 검증하였다.

참고문헌

1. Vecchio, F. J. and Collins, M. P., "The Modified Com-

pression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", *ACI Struct. J.*, ACI, Vol.83, No.2, 1986, pp.219~231.

2. Feenstra, P. H. and de Borst, R., "A Composite Plasticity Model for Concrete", *Int. J. Solids and Struct.*, Pergamon, 33(5), 1996, pp.707~730.

3. Belarbi, A. and Hsu, Thomas T. C., "Constitutive Laws of

- Softened Concrete in Biaxial Tension-Compression”, *ACI Struct. J.*, ACI, Vol.92, No.5, 1995, pp.562~573.
4. Okamura, H. and Maekawa, K., *Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete*, Gihobo, Tokyo, Japan, 1991.
 5. de Borst, R. and Nauta, P., “Non-Orthogonal Cracks in a Smeared Finite Element Model”, *Engrg. Computations*, 2, 1985, pp.35~46.
 6. Bazant, Z. P. and Prat, P. C., “Microplane Model for Brittle-Plastic Material”, *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol.114, No.10, 1988, pp.1672~1688.
 7. Bazant, Z. P., Xiang, Y., and Prat, P. C., “Microplane Model for Concrete”, *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol.122 No.3, 1996, pp.245~254.
 8. Park, H. and Kim, H., “Microplane Model for Reinforced-Concrete Planar Members in Tension-Compression”, *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol.129, No.3, 2003, pp.337~345.
 9. Park, H. and Klingner, R. E., “Nonlinear Analysis of RC Members Using Plasticity with Multiple Failure Criteria”, *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol.123 No.5, 1997, pp.643~651.
 10. Chen, W. F., *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill, New York, 1982, pp.204~217.
 11. Feenstra, P. H. and de Borst, R., “Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete”, *Heron*, 4, 1993, pp.5~26.
 12. Kim, J., *Enhanced Multiple-Criteria Plasticity Model for Concrete Considering Crack and Stress Directionality*, PhD Thesis, Seoul National University, Seoul, Korea, 2004.
 13. Karsan, I. D. and Jirsa, J. O., “Behavior of Concrete under Compressive Loadings”, *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol.95, No.12, 1969, pp.2543~2563.
 14. Park, H. and Kim, J., “Hybrid Plasticity Model for Reinforced Concrete in Cyclic Shear”, *Engrg. Struct.*, Vol.27, No.1, 2005, pp.35~48.
 15. Smith, S. S., Willam, K. J., Gerstle, K. K., and Sture, S., “Concrete over the Top, or: Is There Life after Peak?”, *ACI Mat. J.*, ACI, Vol.86, No.5, 1989, pp.491~497.
 16. Vecchio, F. J., *The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses*, PhD Thesis, Univ. of Toronto, Ont., Canada, 1981.
 17. Ohmori, N., Takahashi, T., Inoue, H., Kurihara, K., and Watanabe, S., “Experimental Studies on Nonlinear Behaviors of Reinforced Concrete Panels Subjected to Cyclic In-Plane Shear”, *Tran. AIJ*, 403, 1989, pp.105~117.
 18. Belarbi, A., *Stress-Strain Relationships of Reinforced Concrete in Biaxial Tension-Compression*, PhD Thesis, University of Houston, 1991.
 19. Vecchio, F. J., Collins, M. P., and Aspiotis, J., “High-Strength Concrete Elements Subjected to Shear”, *ACI Struct. J.*, ACI, Vol.91, No.4, 1994, pp.423~433.
 20. ACI 224.2R-92, “Cracking of Concrete Members in Direct Tension”, *ACI Manual of Concrete Practice*, ACI, 2004, pp.3~4.

요 약 콘크리트의 인장균열에 따른 방향적 비국소 손상이라는 특징은 인장-압축을 받는 철근콘크리트 전단 부재에서 회전인장균열 특성 및 압축강도 감소 현상을 일으킨다. 본 연구에서는 인장과 압축거동에 대하여 다른 손상 모델을 사용하는 기존의 방법과는 달리, 동일한 인장균열 손상 모델을 사용하여, 인장균열거동과 압축연화거동을 나타낸다. 이러한 비국소 균열 손상의 영향을 나타낼 수 있는 소성모델을 개발하기 위하여 미소면 모델의 개념을 도입한다. 기존의 소성모델과 달리, 비국소 균열 손상을 나타내기 위하여 인장과 압축의 소성파괴면은 각 미소면에서 정의하며, 각 미소 파괴면의 조합에 의하여 대표파괴면을 정의한다. 이때, 방향적 비국소 균열 손상을 나타내는 소성인장변형률의 영향에 의하여 각 미소면의 인장과 압축 소성변형률의 크기가 결정된다. 본 연구에서 개발된 소성모델은 유한요소해석에 적용되며, 다양한 전단패널의 기존 실험 결과들과 비교하여 제안된 재료 모델의 유효성을 검증한다.

핵심용어 : 방향적 비국소, 소성모델, 콘크리트, 다중파괴기준, 유한요소해석