

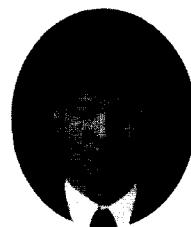
바닥하중과 압축력을 받는 플랫 플레이트의 장기거동에 대한 해석적 연구

Numerical Study on Long-term Behavior of Flat Plate
Subjected to In-Plane Compressive and Transverse Loads



최경규*

Choi, Kyoung-Kyu



박홍근**

Park, Hong-Gun

ABSTRACT

Numerical studies were carried out to investigate long-term behavior of flat plates, subjected to combined in-plane compressive and transverse loads. For the numerical studies, a computer program of nonlinear finite element analysis was developed. It can address creep and shrinkage as well as geometrical and material nonlinearity, and also it can address various load combinations and loading sequences of transverse load, in-plane compressive load and time. This numerical method was verified by comparison with the existing experiments. Parametric studies were performed to investigate the strength variations of flat plates with four parameters: 1) loading sequence of floor load, compressive load and time 2) uniaxial and biaxial compression 3) the ratio of dead to live load 4) span length. Through the numerical studies, the behavioral characteristics of the flat plates and the governing load combinations were examined. These results will be used to develop a design procedure for the long-term behavior of flat plates in the future.

Keywords : flat plate, nonlinear analysis, creep, compression

* 정회원, 서울대학교 공과대학 건축학과 석사과정
** 정회원, 서울대학교 공과대학 건축학과 조교수

• 본 논문에 대한 토의를 2000년 2월 28일까지 학회로 보
내 주시면 2000년 4월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

도심지의 대규모 건물들은 공간확보를 위하여 깊은 지하층을 건설하고 있다. 이러한 지하구조의 슬래브에는 바닥하중과 함께 토압 및 수압으로 인한 압축력이 동시에 작용하므로 지하슬래브의 해석 및 설계 시에는 바닥하중에 의한 휨과 토압 및 수압에 의한 압축력의 조합력이 고려되어야 한다.(Fig. 1)

면내 압축력과 바닥 하중을 동시에 재하받는 플랫 플레이트에 대한 이전의 연구^(1,2,3,10,11)에 의하면, 수직하중에 의한 처짐이 면내 압축력에 의한 2차 효과를 증가시킴으로써 슬래브의 강도에 큰 영향을 미치는 것으로 밝혀졌다.

한편 콘크리트 구조물은 하중조건이 변하지 않더라도 시간에 따라 거동이 계속 변화하는 시간의존적 거동특성을 보인다. 지금까지의 연구^(4,13)에 의하면 크리프와 건조수축에 의한 변위는 초기 변위의 3배 이상이 되는 것으로 알려져 있다. 이때 크리프와 건조수축에 의한 수직처짐의 증대 효과는 앞서 언급된 면내 압축력에 의한 2차 효과를 보다 크게 증폭시키며, 따라서 슬래브의 강도에 매우 큰 영향을 줄 수 있다.

본 연구에서는 바닥하중과 면내 압축력을 받는 슬래브의 장기거동을 고려할 수 있는 수치해석 방법을 개발하고 수치해석 연구를 실시하고자 한다. 이를 위하여 소성이론에 근거하여 개발되었던 기존의 재료 및 기하학적 비선형 유한요소해석 프로그램⁽⁹⁾에 크리프 및 건조수축 등의 장기거동 해석 기능을 부여하고, 기존의 실험연구 결과와의 비교를 통하여 개발된 프로그램의 유효성을 검증한다. 이 해석프로그램을 이용한 수치해석 연구를 통하여 바닥하중과 압축력을 재하받는 플랫 플레이트에 대해 다음과 같은 영향 요소 즉 1) 바닥하중, 압축력, 시간의 재하순서 2) 1축과 2축 압축 3) 고정하중 대 활하중의 비 4) 스패의 길이 등에 따른 슬래브의 강도 변화를 연구하고자 한다.

2. 콘크리트 소성모델

바닥하중과 1축 또는 2축의 면내 압축력을 받

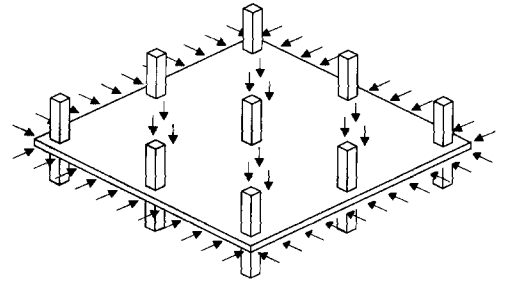


Fig. 1 Flat plate subjected to combined in-plane compressive and floor loads

는 슬래브의 해석에 사용되는 콘크리트의 재료 모델에서 고려해야 할 대표적 특징은 다축 압축에 의한 강도의 증가와 인장균열이다. 이전 논문에서⁽⁹⁾ 제시된 재료모델은 압축파괴와 인장균열의 다중파괴기준을 사용함으로써 재료의 상이한 두 거동 특성을 모두 표현할 수 있다. 콘크리트는 연계유동법칙 (associative flow)과 등방성경화법칙(isotropic hardening)에 따라 소성 거동을 한다고 가정하며, 압축 및 인장균열파괴기준으로는 Drucker - Prager모델을 사용하여 다축압축에 의한 강도의 증가와 회전인장균열을 이상화하였다.

$$f_i = g_i(\sigma, J_2) - \bar{\sigma}_i(\hat{\epsilon}_{pi}) \quad (1)$$

$$g_i(\sigma, J_2) = A_{1i}\sigma + A_{2i}\sqrt{3}J_2 + A_{3i} \quad (2)$$

식 (1), (2)에서 $i = 1, 2$ 일때 각각 압축과 인장파괴기준을 나타낸다. g_i 는 유효응력이고 $\bar{\sigma}_i$ 는 파괴면으로서 유효소성변형도 $\hat{\epsilon}_{pi}$ 의 함수로 표현된다. 상수 A_{1i}, A_{2i}, A_{3i} 는 각각 다양한 응력상태의 압축파괴와 인장균열에 대한 실험결과로서 구할 수 있다. $g_i, \bar{\sigma}_i$ 그리고 각 상수들은 참고문헌 (9)에 자세히 기술되어 있다. Fig. 2는 본 소성모델에서 제시하는 2차원 응력상태에서의 압축과 인장파괴 강도를 나타내고 있으며 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

소성모델에서는 응력 증분과 변형도 증분 사이에 식(3)의 구성관계⁽⁹⁾가 성립하며 여기서 D^{ϕ} 는 소성변형에 의하여 저장된 강성행렬이다.

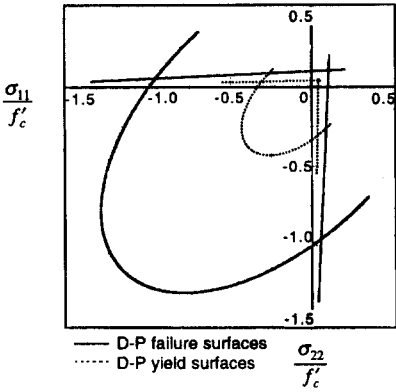


Fig. 2 Druker-Prager failure surfaces in terms of plane stresses

$$\Delta\sigma = D(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_p) = D^{ep} \cdot \Delta\varepsilon \quad (3)$$

3. 시간의존적 거동 해석방법

콘크리트의 크리프와 건조수축을 나타내는 모델로는 ACI 모델, CEB-FIP 모델, BP 모델 등이 대표적인데 본 연구에서는 장기까지 변형의 지속적 증가현상을 잘 표현하고 정확성 면에서 앞서는 BP 모델을 사용한다. Bazant와 Panula가 개발한 BP 모델⁽⁶⁾에서 크리프함수는 식 (4)와 같다.

$$K(t, t') = 1/E_0 + C_0(t, t') + \overline{C}_d(t, t', t_0) - C_p(t, t', t_0) \quad (4)$$

크리프 함수는 즉시변위부 $1/E_0$ 와 기본크리프 $C_0(t, t')$, 건조 크리프 $\overline{C}_d(t, t', t_0)$ 그리고 조기 건조부 $C_p(t, t', t_0)$ 로 구성되며 이 때 t, t', t_0 는 측정 시점, 재하시점, 건조가 시작된 시점을 각각 나타낸다. 식 (4)에서 크리프 함수에는 건조수축 함수가 내재되어 상호결합되어 있으므로 건조수축을 응력과 무관하게 계산할 수 없으며 구조물 내의 응력분포에 영향을 받게 된다.

크리프와 건조수축으로 대표되는 콘크리트의 장기거동은 매우 복잡하며 수치해석면에서 이를 정확히 고려하기 어렵다. 따라서 본 연구에서는

이론적 한계성에도 불구하고 수치해석의 용이성을 위해 크리프와 건조수축을 상호 분리하며 콘크리트의 재령효과(aging effect), 영구변형(flow), 크리프 적응(adaptation), 제하(unloading)로 인한 크리프 회복 등 비선형성을 배제한다. 즉 식 (4)에서 건조 크리프 $\overline{C}_d(t, t', t_0)$ 와 조기건조부 $C_p(t, t', t_0)$ 를 무시하며, 전체 변형도는 응력과 관계된 부분과 응력과 무관한 건조수축변형도 $\varepsilon_{sh}(t)$ 의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon(t) = \int_0^t K(t, t') d\alpha(t') + \varepsilon_{sh}(t) \quad (5)$$

식 (5)에 나타난 바와 같이 크리프 변형도는 응력 증분에 의하여 발생하는 크리프 변형도 증가분의 중첩으로 구할 수 있다. 따라서 일정시점에서 크리프 변형도를 구하기 위해서는 응력증분 이력을 전부 기억하여야 하는데 이러한 난점을 해결하기 위하여 Bazant와 Kabir는 크리프 함수를 Dirichlet series로 표현하였다. 이때 시간의존적 거동을 고려한 변형도와 응력 증가분의 관계를 유도할 수 있다.^(4,6,14)

$$\Delta\sigma = E_{(cr+sh)}(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_{(cr+sh)}) \quad (6)$$

부록에 수록된 $E_{(cr+sh)}$ 와 $\Delta\varepsilon_{(cr+sh)}$ 의 유도과정에 나타난 바와 같이 $E_{(cr+sh)}$ 와 $\Delta\varepsilon_{(cr+sh)}$ 는 이전 시간의 변형도 미분값으로부터 구할 수 있으므로 응력이력을 모두 기억할 필요가 없다.

본 연구에서는 응력과 변형도 증분의 시간의존적 관계를 나타내는 식 (6)을 다차원의 응력과 변형도 관계로 확장하고 식 (3)의 재료 비선형 효과를 나타내는 소성 변형도 성분을 포함하여 다음과 같은 시간의존적 소성모델을 구성한다.

$$\Delta\sigma = D_{(cr+sh)}(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_p - \Delta\varepsilon_{(cr+sh)}) \quad (7)$$

식 (7)에서 $\Delta\varepsilon$ 은 전체 변형도 증분이고 $\Delta\varepsilon_p$ 은 소성 변형도 증분, $\Delta\varepsilon_{(cr+sh)}$ 은 크리프와 건조수축 변형도 증분이며 $D_{(cr+sh)}$ 은 탄성강성행렬 D 에서 재료탄성계수 E 대신 $E_{(cr+sh)}$ 를 사용한

강성행렬이다. 본 연구에서는 식 (6)의 1차원 $\Delta \epsilon_{(cr+sh)}$ 을 다차원의 $\Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 로 확장하기 위해 두 가지 방법을 사용한다.

첫 번째 방법은 $\Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 의 각 성분인 $\Delta \epsilon_{(cr+sh) i}$ ($i=1\sim 6$)이 $\Delta \sigma_i$ 와 독립적으로 관계가 있다고 가정한다.(Anderson⁽⁴⁾) 따라서 부록 식 (16)~(26)에 의한 크리프 변형도 계산은 각각의 응력 및 크리프 변형도 성분에 독립적으로 적용된다.

두 번째 방법은 크리프에 의하여 부피의 증가가 발생하지 않는다는 가정하에 크리프 변형도를 J_2 이론에 의하여 규정한다.⁽⁸⁾ 부록 식에서 $\Delta \sigma$ 와 $\Delta \epsilon_{(cr+sh)}$ 는 각각 등가응력과 등가변형도인 $\Delta \bar{\sigma}$, $\Delta \bar{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 의 관계로 치환되며, J_2 소성이론을 적용하여 $\Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 는 식 (8)과 같이 정의된다.

$$\Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta \bar{\epsilon}_{(cr+sh)}}{\sigma} \cdot \underline{s} \quad (8)$$

여기서 \underline{s} 는 deviatoric stress이다. 위의 두 방법에 의한 해석결과는 5장과 6.2장에서 비교된다.

가상 일의 원리를 적용하면 가상 변위에 의한 내부일 $\delta \Delta W_i$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta \Delta W_i &= \int \delta \Delta \underline{\epsilon}^T \cdot \Delta \underline{\sigma} dV \\ &= \delta \Delta \underline{u}^T \int \underline{B}^T \underline{D}_{(cr+sh)} (\Delta \underline{\epsilon} - \Delta \underline{\epsilon}_p \\ &\quad - \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}) dV \end{aligned} \quad (9)$$

외부일은 $\delta \Delta W_e = \delta \Delta \underline{u}^T \cdot \Delta \underline{P}$ 이며 $\delta \Delta W_i = \delta \Delta W_e$ 로부터 식 (10)과 같은 평형방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{K} \cdot \Delta \underline{u} &= \Delta \underline{P} + \Delta \underline{P}_{(cr+sh)} \quad (10) \\ \underline{K} &= \int \underline{B}^T \underline{D}^{op}_{(cr+sh)} \underline{B} dV \\ \Delta \underline{P}_{(cr+sh)} &= \int \underline{B}^T \underline{D}_{(cr+sh)} \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)} dV \end{aligned}$$

이 식에서 $\Delta \underline{P}_{(cr+sh)}$ 는 크리프와 건조수축 변형도에 의한 등가하중이며 $\underline{D}^{op}_{(cr+sh)}$ 는 E 대신 $E_{(cr+sh)}$ 를 사용하여 크리프 효과를 고려한 소성 접선강성행렬이다.

평형방정식 식 (10)으로부터 시간경과에 대한 변위 증가분 $\Delta \underline{u}$ 을 구할 수 있으며 $\Delta \underline{\epsilon} = \underline{B} \Delta \underline{u}$ 로부터 $\Delta \underline{\epsilon}$ 를 구할 수 있고, 크리프와 건조수축 변형 증가분 $\Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 을 부록 식 (26)과 식 (8)을 이용해서 구할 수 있다. 이때 응력을 일으키는 변형도 증가분은 $\Delta \underline{\epsilon} - \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 로써 Backward - Euler Iteration⁽⁹⁾을 수행하여 응력증가분 $\Delta \underline{\sigma}$ 와 소성변형도 증가분 $\Delta \underline{\epsilon}_p$ 을 구할 수 있으며, 그리고 이 응력 증가분 $\Delta \underline{\sigma}$ 와 이전의 $\underline{\sigma}$ 을 체적에 대하여 적분하면 총 내력 \underline{Q} 를 구할 수 있다.

비선형 해석을 위한 변위 제어(Displacement control)⁽¹²⁾를 사용하기 위하여 평형방정식 식 (11)은 외력증가분에 대한 평형방정식 식 (12)와 잔존력 $\underline{P} - \underline{Q}$ 와 크리프 및 건조수축의 등가하중에 대한 평형방정식 식 (13)으로 나눈다.

$$\underline{K} \cdot \Delta \underline{u} = \lambda \bar{\underline{P}} + \underline{P} - \underline{Q} + \Delta \underline{P}_{(cr+sh)} \quad (11)$$

$$\underline{K} \cdot \Delta \underline{u}^I = \bar{\underline{P}} \quad (12)$$

$$\underline{K} \cdot \Delta \underline{u}^{II} = \underline{P} - \underline{Q} + \Delta \underline{P}_{(cr+sh)} \quad (13)$$

$$\Delta \underline{u} = \lambda \Delta \underline{u}^I + \Delta \underline{u}^{II} \quad (14)$$

변위 $\underline{u} (= \underline{u} + \Delta \underline{u})$ 의 성분 중 지정된 자유도의 변위 u_{spec} 이 목표변위 u_{Target} 과 일치되도록 외력 증가분 λ 가 제어되며 λ 는 식 (15)로 계산된다.

$$\begin{aligned} u_{Target} &= \lambda^{(i)} \Delta u_{spec}^{I(i)} + \Delta u_{spec}^{II(i)} \\ \lambda^{(i)} &= \frac{u_{Target} - \Delta u_{spec}^{II(i)}}{\Delta u_{spec}^{I(i)}} \end{aligned} \quad (15)$$

지정된 자유도의 변위는 첫 번째 반복계산 ($i=1$)에서 u_{Target} 만큼 증가하고 두번째 반복계산부터는 ($i \geq 2$) 그 증가분 $u_{Target} = 0$ 이 되며, 반면 그 외 자유도의 변위는 반복계산이 진행될

때 마다 그 값이 지속적으로 갱신된다.⁽¹²⁾ 식 (11)과 (13)에서 크리프와 건조수축 변형도는 이전 시간까지의 응력이력의 함수로 가정할 수 있으며, 이 경우 두 번째 반복계산에서부터 $\Delta E_{(cr+sh)} = 0$ 이므로 결국 $\Delta P_{(cr+sh)} = 0$ 이 되고 외력과 내력의 차이인 $P - Q$ 만 고려하면 된다. 이러한 반복계산은 외력과 내력이 같아지도록 $\|P^{(i)} - Q^{(i)}\|$ 가 허용치 이내로 소멸될 때까지 반복된다. 한편, 수렴성을 높이기 위해서는 시간 간격(ΔT)을 작게 함으로써 $\Delta P_{(cr+sh)}$ 가 지나치게 크지 않도록 유지해야 하며, 변위제어방법의 식 (11)과 (13)에서의 $\Delta P_{(cr+sh)}$ 를 수개의 수렴 단계(step)에 분할하여 입력하는 것이 유리하다.

4. 유한요소 해석 프로그램

바닥하중과 면내 압축력을 받는 슬래브의 시간의존적 해석을 위하여, 앞서 소개된 시간의존적 거동 해석기능을, 소성이론을 기반으로 구성되었던 기존의 쉘 해석 전용 프로그램 RcShell⁽⁹⁾에 부가하였다.

면내 압축력 및 휨을 고려하기 위하여 9 절점의 쉘요소가 사용되었으며 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 각 절점의 위치 및 접면의 방향벡터는 변위를 반영하여 계속 갱신된다. 철근은 배근된 면에 대해 균등분포된 재료특성(smearred material properties)을 갖도록 이상화하였다. 쉘요소의 강성 및 내력선정을 위한 가우스적분을 하기 위하여, 면당 9개와 두께방향으로 8개 총 72개의 가우스 점을 사용하였다.

비선형 해석방법으로는 하중제어, 변위제어, 시간제어가 자유롭게 조화되어 어떠한 하중순서 및 조합도 가능하도록 하였다(Fig. 9). Fig. 3은 프로그램 RcShell의 주요 수치해석 흐름도를 나타내고 있다.

5. 해석 프로그램의 검증

5.1 Taylor 슬래브

Taylor⁽¹³⁾의 실험에 사용된 슬래브의 치수는 610 cm×508 cm, 두께는 20.3 cm이고 기둥의

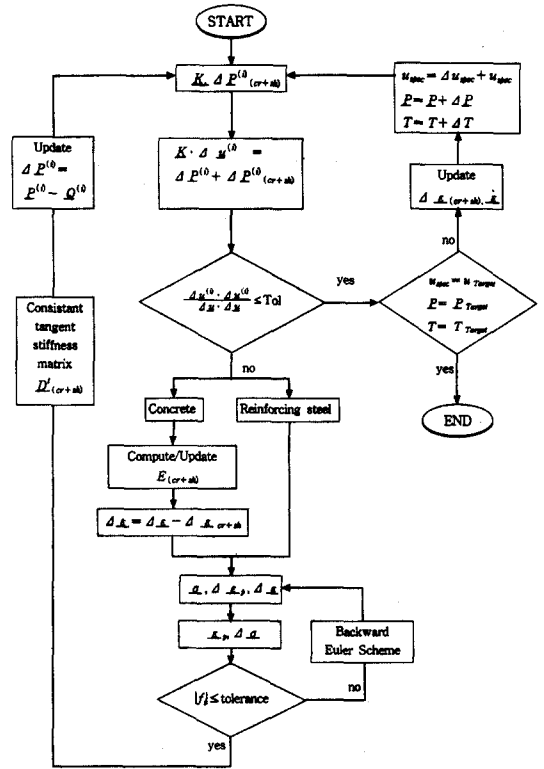


Fig. 3 Flow chart of RcShell

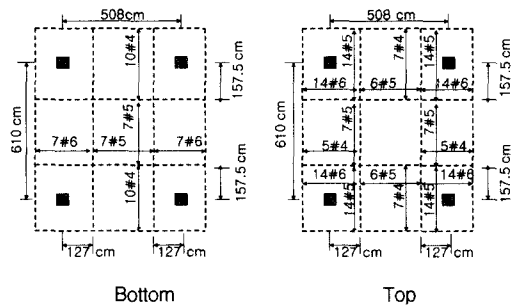


Fig. 4 Reinforcement of Taylor slab

단면 치수는 35.6 cm×35.6 cm이며 기둥상부는 78.7 cm×78.7 cm의 주두 보강재(steel collars)로 보강되어 있다. 실험에 사용된 부재의 형상과 철근배치는 Fig. 4과 같다.

콘크리트 항복강도 $f_{cr} = 211.0 \text{ kgf/cm}^2$ 이고 철근의 항복강도 $f_y = 3515.3 \text{ kgf/cm}^2$ 이며 실험에 사용된 증력하중은 0.0904 kgf/cm^2 이며, 실험 시간 중의 온도와 습도 조건은 참고문헌 (13)에 제시

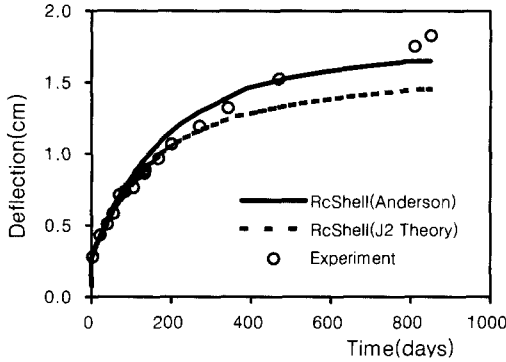


Fig. 5 Deflection history of Taylor slab

되어 있다. 부재는 66개의 쉘요소로 분할하여 해석하였으며, 크리프 변형도를 구하는 방법으로서 Anderson의 방법과 J_2 이론을 각각 적용하여 해석한 결과와 실험결과⁽¹³⁾는 Fig. 5에 제시하였다.

그림에 나타나 바와 같이 RcShell에 의한 해석결과는 실험결과에 거의 일치하는 것으로 나타났으며, 특히 Anderson의 이론이 실험결과에 좀더 근사할 뿐 아니라 안전측인 것으로 나타났다. 850 일이 경과했을 때의 장기변위는 1.83 cm로써 초기변위 0.28 cm의 대략 6.5배에 해당한다.

5.2 Helgason 보

Helgason⁽⁷⁾이 실험한 철근콘크리트 보에 대해 RcShell프로그램으로 해석을 수행하였다. RcShell은 면부재에 대한 해석 프로그램이지만 RcShell에 사용되는 쉘요소는 보의 휨거동을 정확히 해석할 수 있다.

시험부재의 치수와 형상은 Fig. 6에 제시되어 있다. 보에 사용된 재료 특성, 양생조건 그리고 하중이력은 Table 1과 같으며, 실험의 전체 기간에 걸쳐서 양생온도와 습도는 그대로 유지되었다

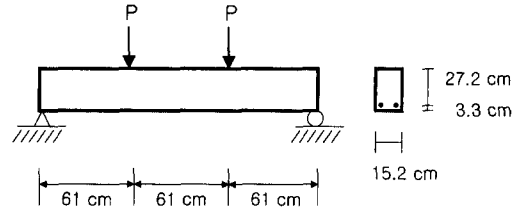


Fig. 6 Reinforced concrete beam (Helgason)

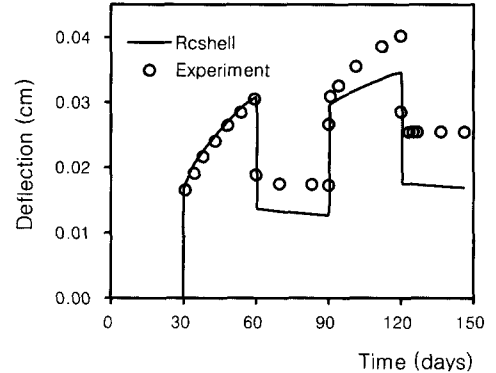


Fig. 7 Long-Term deflection of Helgason's beam

고 가정한다. 실험부재는 길이방향으로 32개의 요소로 분할하여 해석하였다.

Fig. 7에 비교되어 있는 바와 같이 60일까지의 해석결과는 Helgason의 실험결과에 근사함을 확인할 수 있으며, 60일이 경과했을 때의 변위는 대략 0.03 cm으로 초기변위 0.015 cm의 2배 정도가 된다.

60일 이후의 해석 결과는 실험값 보다 작게 나타나는데, 이는 제하(unloading)의 경우 중첩의 원리가 잘 적용되지 않기 때문이다.^(4,6) 그러나 본 연구에서는 지속적인 시간이력 변형에 의한 2차 효과의 증가를 연구목적으로 하므로 하중제하 이력은 사용되지 않는다.

6. 바닥하중과 압축력을 받는 플랫 플레이트

Table 1 Properties and loading history of RC beam (Helgason)

f_{ck} (kgf/cm ²)	Temperature	Humidity	Reinforcement ratio	Time (t') (Days)	30	60	90	20
293	21.1±1.1°C	50±2%	0.303%	Load (P) (kgf)	563	0	563	0

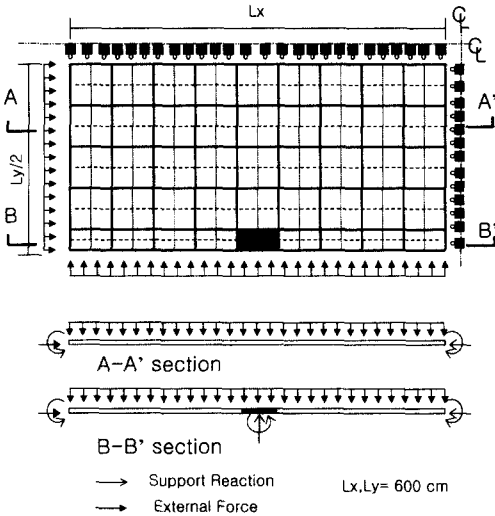


Fig. 8 Finite element model of flat plate

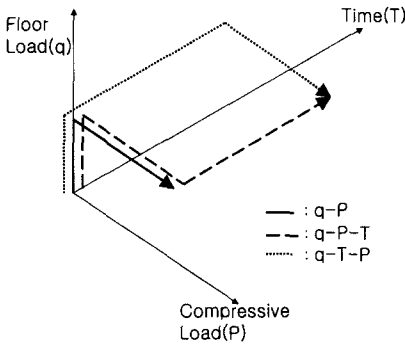


Fig. 9 Loading sequences

기존에 연구된, 바닥하중과 면내 압축력을 받는 플랫폼 플레이트 슬래브^(1,11)에 대하여 크리프와 건조수축의 영향을 포함하는 시간의존적 해석연구를 실시하였다. 슬래브의 시간해석연구에서 중요한 변수로 판단되는 1) 하중 및 시간의 재하순서 2) 1축 및 2축 압축 3) 고정하중 대 활하중의 비율 4) 스패의 길이에 대하여 연구한다.

해석에 사용된 부재의 치수와 특성은 Table 2

Table 2 Dimensions and properties of plate

L_1 (cm)	L_2 (cm)	f_{ck} (kgf/cm ²)	f_y (kgf/cm ²)	Reinforcement ratio*		Thickness (cm)
				Top	Bottom	
600	600	240	4000	0.01	0.01	17

* Reinforcement bars are uniformly distributed at the top and bottom of the plate.

에 요약되어 있으며 연속된 플레이트에서 하중과 지지조건의 대칭성에 의해 Fig. 8와 같은 축소모델을 이용한다. 크리프와 건조수축에 대한 해석에서 상대습도는 60%, 물시멘트비는 0.5로 가정하였고, 시간해석은 1000 일까지 수행하였다. 크리프 변형도를 구하는 방법으로는 5장의 해석 프로그램 검증에서 나타난 바와 같이 실험결과에 보다 가깝고 안전측인 Anderson의 방법을 사용하였다.

6.1 재하순서의 영향

슬래브의 강도에 미치는 크리프의 영향은 바닥 하중, 압축력, 시간의 재하순서에 따라 그 정도가 달라질 수 있다. 여기서는 슬래브가 균등분포 바닥하중과 1축 압축력을 재하받으며 바닥하중 전체가 크리프를 발생시킨다고 가정한다.

하중재하순서의 영향을 연구하기 위해 동일한 크기의 하중을 세 가지 방식으로 재하하였다 (Fig. 9). 첫째, 바닥하중 (q) 후 1축 압축력 (P)을 가한 즉시 하중 조건으로서 참고문헌 (4)의 해석 결과이다. 두 번째 재하순서는 바닥하중 (q)을 재하하고 곧이어 1축 압축력 (P)을 가한 후에 시간을 1000일 경과 (T)시키는 방식이며, 세 번째 재하조건은 바닥하중 (q)을 재하하고 시간을 1000일 경과 (T)시킨 뒤 1축 압축력 (P)을 재하시키는 방식이다. 이 재하순서들은 각각 $q-P$, $q-P-T$, $q-T-P$ 로 기호화 한다.

$q-P$ 와 $q-P-T$ 의 재하순서에 따른 압축력과 수직처짐의 관계는 Fig. 10에 제시되어 있다. 그림에 나타난 바와 같이 수직하중 대 최대수직하중재하능력의 비 $q/q_0 = 0.6$ 인 경우 재하순서 $q-P$, $q-P-T$, $q-T-P$ 에 대한 슬래브의 압축강도는 각각 316 tf/m, 92 tf/m, 227 tf/m로서 $q-P-T$ 가 지배하중조건임을 알 수 있다.

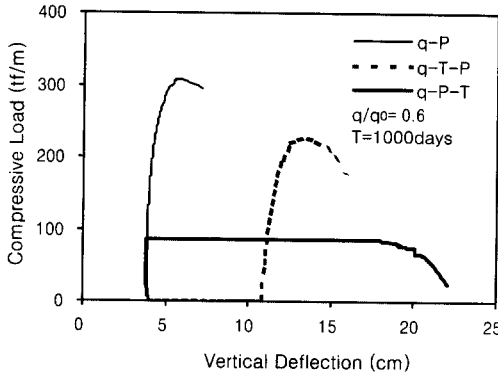


Fig. 10 Compressive load - vertical deflection curve

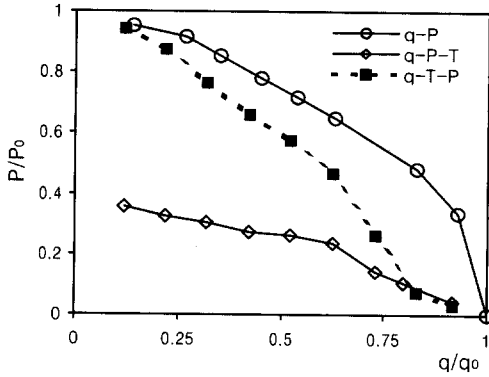


Fig. 11 $P/P_0 - q/q_0$ curves

q/q_0 의 전 영역에 걸친 슬래브 강도의 변화는 Fig. 11에 나타나 있다. 여기서 P_0 는 단위길이 당 압축 재하능력 ($0.85 f_{ck} A_g$)이고 q_0 는 단위면 적당 바닥하중 재하능력이다. $q-P-T$ 재하방식에 대한 해석결과에서 크리프 및 건조수축에 의해 슬래브의 압축 재하능력 또는 수직하중 재하능력이 크게 저감되며, 압축력이 클수록 강도저하가 더 크다는 사실을 확인할 수 있다. $q-P-T$ 재하방식이 $q-T-P$ 경우 보다 슬래브 강도의 급격한 감소를 초래하는 이유는, $q-T-P$ 재하방식에서는 수직력에 대해서만 크리프 효과가 발휘됨에 반해 $q-P-T$ 재하방식에서는 수직력과 압축력 모두에 대해 크리프가 적용되기 때문이다. 재하순서에 대한 연구를 통하여 $q-P-T$ 가 슬래브 강도에 대한 지배하중조건임이 밝혀졌으며

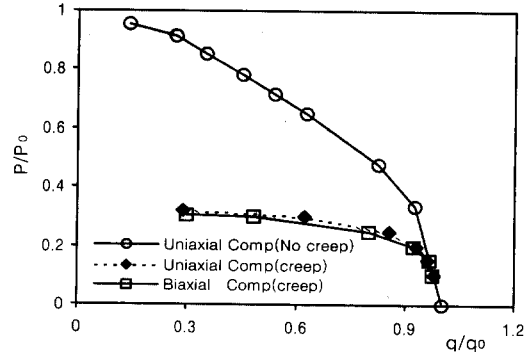


Fig. 12 Strength variations of flat plates with uniaxial and biaxial compression

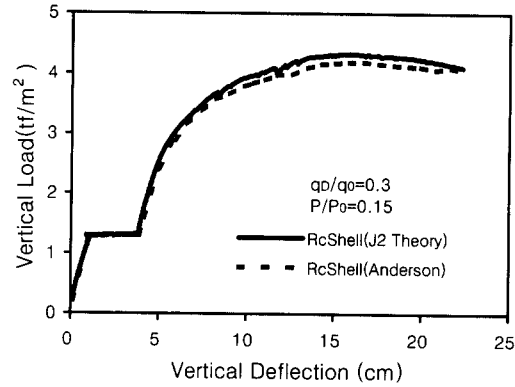


Fig. 13 Floor load - vertical deflection curve for flat plate under biaxial compression

로 이후의 변수연구는 이 하중조건에 대하여 수행한다.

6.2 1축 및 2축 압축의 영향

1축 및 2축 압축력에 대한 영향을 연구하기 위하여 다음과 같은 해석연구를 실시하였다. 이 연구에서 하중재하순서는 고정하중-압축력-시간-활하중 ($q_D - P - T - q_L$)로 하였고 이 때 q_D 는 q_0 의 30%로 가정하였다. 단 활하중은 모든 슬래브에 균등재하된다고 가정한다.

Fig. 12에 나타난 바와 같이, 1축 압축과 2축 압축조건에서 슬래브의 강도 감소정도가 거의 동일한 것으로 확인되었다.

또한 Fig. 13에서 2축 압축을 받는 경우 Anderson

방법과 J_2 이론에 대한 슬래브 강도는 거의 동일한 것으로 나타났다.

6.3 고정하중 대 활하중의 비

일반적으로 슬래브에 작용하는 수직하중 중에서 고정하중만이 크리프 효과를 유발시키므로 고정하중과 활하중의 비율에 따라 슬래브의 강도 감소정도가 달라질 수 있다. 또한 기존의 연구⁽¹⁾에 의하면 활하중이 슬래브에 불균등하게 작용하는 경우 좌굴길이가 길어져 슬래브의 강도가 감소하는데, 그 효과는 Fig. 14와 같이 활하중이 슬래브간에 교대로 작용할 때 최대로 발휘되는 것으로 나타났다.

이 연구에서는 활하중이 균등하게 분포하는 경우와 Fig. 14와 같이 불균등하게 분포하는 경우에 대하여, 전체 바닥하중에 대한 고정하중의 비율에 따른 슬래브 강도의 변화를 연구하였다. 하중재하순서로는 지배하중조건인 $q_D - P - T - q_L$ 를 사용하였고, 기둥의 슬래브에 대한 휨강성비는 $(EI/L)_c / (EI/L)_s = 4$ 로 하였다. P/P_0 을 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3으로 변화시키면서 해석한 결과, 고정하중(q_D)의 증가에 따른 슬래브의 수직재하능력은 Fig. 15의 (a)와 (b)와 같이 나타났다.

Fig. 15(a)는 바닥하중이 전체 슬래브에 균등하게 재하되는 경우에 대하여 슬래브의 강도를 나타내고 있다. 고정하중(q_D)이 증가함에 따라 추가 수직재하능력(q_L)과 전체 수직재하능력($q = q_D + q_L$)이 감소하며 그 감소비율도 증가함을 알 수 있는데, 이는 고정하중이 클수록 초기수

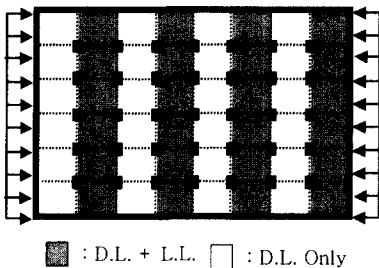
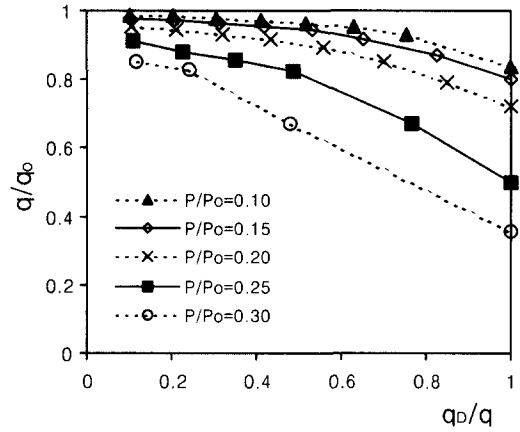
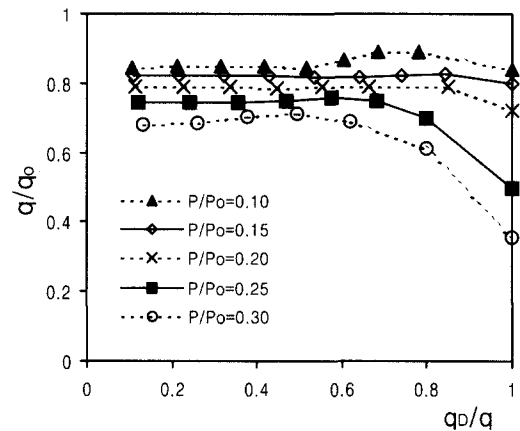


Fig. 14 Strip load pattern



(a) Uniform live load



(b) Strip pattern of live load

Fig. 15 Strength variations of flat plates with D.L./L.L. (uniaxial compression)

직처짐이 크며 또한 크리프효과에 의해 처짐이 더 큰 비율로 증폭되기 때문이다. 이 현상은 면내 압축력이 클수록 더 명료하게 나타나는데 Fig. 15(a)에서 $P/P_0 = 30\%$ 이면 크리프 효과에 의해 슬래브의 수직재하능력은 최대값의 40%이하로 매우 크게 저감됨을 알 수 있다.

Fig. 15(b)는 활하중이 Fig. 14와 같이 슬래브에 불균등하게 재하되는 경우이다. 균등하중의 경우인 Fig. 15(a)와 비교하면 활하중(q_L)이 클수록 크리프효과는 감소되나 불균등하중에 의해 좌굴형상이 단곡률로 바뀐에 따라서 슬래브의 강도는 감소한다. 그러나 q_L 이 감소하면 불균등 활하중의 효과가 줄어들면서 강도는 오히려 증가

하며, 반면 q_L 이 아주 작은 경우에는 고정하중 (q_D)에 의한 크리프 효과에 의하여 강도가 크게 감소하며 q_D/q 가 1에 근사할수록 슬래브의 강도가 균등분포 상태에 수렴한다. 이 연구결과 q_D/q 가 작은 경우에는 불균등하중분포가, q_D/q 가 큰 경우에는 균등하중분포가 슬래브 강도를 지배함을 알 수 있다.

6.4 스패 길이의 영향

국내 철근콘크리트 계산기준 또는 ACI 기준에 따르면 슬래브의 처짐에 대한 사용성 기준을 만족하기 위하여 슬래브의 길이 대 두께의 비 (L/h)를 일정하게 유지하도록 규정하고 있다. 이 연구에서는 연속 플랫 플레이트 슬래브에 대하여 L/h 를 일정하게 유지하면서 슬래브의 길이에 따른 강도의 변화를 연구하였다. 국내 철근콘크리트 계산 기준에 따라 (L/h) = 33으로 유지하였고 슬래브의 길이는 6m, 9m, 12m를 사용하였다. 하중 재하순서는 $q_D - P - T - q_L$ 이고 고정하중 q_D 는 최대수직재하능력인 q_0 의 30%로 하였으며, Table 2에 나타난 스패 6m 슬래브의 바닥하중재하능력 q_0 와 동일하도록 9m와 12m 슬래브 상하단에 철근비 1.045%와 0.908%의 철근을 균등하게 배근하였다.

Fig. 16에 의하면 슬래브의 장기거동을 고려한 $P/P_0 - q/q_0$ 관계는 슬래브의 길이에 거의 무관함을 알 수 있고, 따라서 재하순서, 1축 및 2축 압축효과, 고정하중 대 활하중의 비 등의 변수에 따른 6장의 연구는 어떠한 길이의 슬래브에도 일반적으로 적용될 수 있다.

한편 $P/P_0 - q/q_0$ 곡선이 슬래브 길이에 관계없이 거의 동일하다라도 스패 길이가 긴 경우가 압축력에 대한 설계시 유리하다. 이는 L/h 가 일정하므로 스패가 길어지면 슬래브의 두께도 함께 증가하기 때문이다. 슬래브 두께가 증가함에 따라 슬래브의 최대압축성능 P_0 는 커지는 반면 외력으로 작용하는 압축력(P)은 일정하므로 P/P_0 값이 감소하게 되고, 그 결과 $P/P_0 - q/q_0$ 곡선상에서 수직재하능력 q/q_0 가 증대하는 효과가 발휘되기

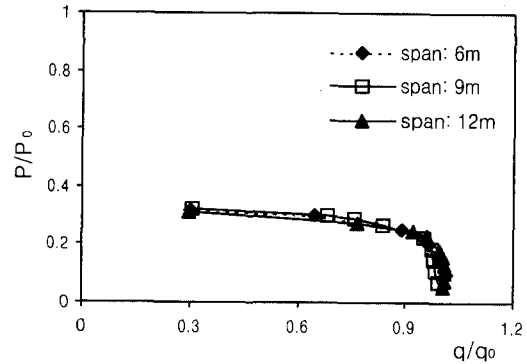


Fig. 16 Strength variations of flat plates with span length

때문이다. 따라서 슬래브의 길이가 작을수록 면내 압축력의 영향을 보다 면밀히 고려해야 한다.

7. 결론

이 연구에서는 선형이론과 중첩의 원리를 BP 모델에 적용한 시간의존적 해석 기능을, 소성이론을 근간으로 해서 개발되었던 기존의 프로그램에 부가함으로써 기하학적 비선형, 재료적 비선형, 시간해석을 수행할 수 있는 쉘해석 프로그램 (RcShell)을 개발하였으며 기존 실험과의 비교를 통해 검증하였다.

이 해석 방법을 사용하여 면내 압축력과 면외 하중을 동시에 재하받는 플랫 플레이트에 대해 수치해석을 수행하였으며 그 주요한 결과는 다음과 같다.

- 1) 크리프에 의해서 수직처짐이 현저하게 증대되었고 그 결과 압축력에 의한 2차 효과가 크게 유발되어 슬래브의 강도도 큰 폭으로 감소하였다.
- 2) 재하순서에 대한 연구에서 바닥하중, 압축력 재하 후 시간경과가 플랫 플레이트의 강도에 대한 지배하중조건임이 밝혀졌다.
- 3) 슬래브에 대한 1축 및 2축 압축력의 영향은 거의 비슷한 것으로 나타났다.
- 4) 고정하중의 비율이 증가할수록 크리프 효과에 의해 슬래브의 강도가 크게 감소되고, 활하중의 비율이 증가할수록 크리프 효과는

감소하지만 불균등재하로 인한 좌굴길이가 증가하면서 슬래브의 강도가 감소하게 되는데, 이러한 경향들은 모두 면내 압축력이 커질수록 급격히 심화된다.

- 5) 현행 설계기준과 같이 슬래브의 길이 대 두께 (L/h)를 일정하게 유지하는 경우 $P/P_0 - q/q_0$ 관계는 슬래브의 길이와 관계없이 거의 일정하다.

추후의 연구에서는, 이전의 연구에서 개발되었던 모멘트 증대법을 바탕으로 본 연구에서 개발된 해석프로그램과 해석결과를 이용하여 크리프 효과를 고려할 수 있는 모멘트 증대법⁽²⁾을 수정 개발하고자 한다.

감사의 글

본 연구는 2000년도 두뇌한국 21 핵심분야사업으로 지원된 연구비에 의해 수행되었으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. 김재요, "면내 압축력과 불균등 바닥하중을 받는 플랫 플레이트 슬래브," 서울대학교 건축학과 석사학위논문, 2000.
2. 박홍근, "면내 압축력을 받는 플랫 플레이트 슬래브에 대한 모멘트 증대법," 한국콘크리트학회, 제11권, 1호, 1999. 1.
3. 박홍근, "면내 압축력 및 면외 바닥하중을 받는 플랫 플레이트 슬래브," 한국콘크리트학회, 제11권, 1호, 1999. 1.
4. Anderson, C. A. (1982). "Numerical Creep Analysis of Structures," Creep and Shrinkage in Concrete Structures, chapter8, pp.259-303.
5. Bazant, Z. P. (1982). "Input of Creep and shrinkage characteristics for a structural analysis program," Materials and Structures (RILEM: Paris), 15. pp. 283-290.
6. Bazant, Z. P. (1982). "Mathematical Models for Creep and Shrinkage of Concrete," Creep and Shrinkage in Concrete Structures, chapter7, pp. 163-256.
7. Helgason. T. (1973). "Time Dependent Deformation in Plain Concrete and in Reinforced Concrete Beams," thesis, presented to Illinois

Institute of Technology in Chicago, Ill., In particular fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

8. Kraus, Harry. (1980). Creep Analysis. John Wiley & Sons, A Wiley-interscience Publication.
9. Park, H., and Klinger, R. E. (1997). "Nonlinear Analysis of RC Members Using Plasticity with Multiple Failure Criteria," Journal of Structural Engineering, 123(5), pp.643-651.
10. Park, H. (1999). "Numerical Study on RC Flat Plates Subjected to Combined Axial and Transverse Load," Journal of Structural Engineering and Mechanics, An International Journal, 7(8).
11. Park, H., and Kim, E. (1999). "Reinforced Concrete Flat Plate Subjected to Combined and Out-of-Plane Floor Loads," Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers (ASCE), pp. 1136-1142.
12. Ramm, E. (1981). "Strategies for tracing the nonlinear response near limit points." Nonlinear finite element analysis in structural mechanics, W. Wundelich, E. Stein, and K. J. Bathe, eds., Springer-Verlag KG, Berlin, Germany, 63-89.
13. Taylor, P. J. (1970). "Initial and Long-Term Deflections of a Reinforced Concrete Flat Plate Structure," Civil Engineering Transactions (Sydney), 12(1), pp. 14-20
14. van Zijl, G.P.A.G. Borst, René de, and Rots, J.G. (1998). "FE analysis of the interaction between moisture, creep, shrinkage and cracking," Computational Modelling of Concrete Structure, de Borst, Bicanic, Mang & Meschke.

부록 : Dirichlet Series를 이용한 변형도와 응력 증가분의 관계

Fig. 17에서 \hat{E}_μ 는 수직분할된 각 시리즈의 높이의 역수, τ_μ 는 지연시간(retardation time), μ 는 시리즈의 번호를 각각 의미한다.

$$\mathcal{R}(t, t') = \sum_{\mu=0}^N \frac{1}{\hat{E}_\mu(t')} [1 - \exp(-\frac{(t-t')}{\tau_\mu})] \quad (16)$$

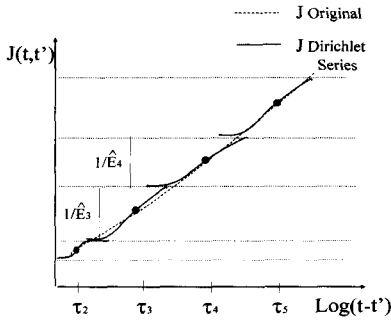


Fig. 17 Creep function degenerated to dirichlet series

본문의 식 (4)에 식 (16)을 대입하면

$$\epsilon(t) = \sum_{\mu=0}^N \epsilon_{\mu}(t) + \epsilon_{sh}(t) \quad (17)$$

$$\epsilon_{\mu}(t) = \int_0^t \frac{d\sigma(t')}{\hat{E}_{\mu}(t')} - \gamma_{\mu}(t) \quad (18)$$

$$\gamma_{\mu}(t) = \int_0^t \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}\right) \frac{d\sigma(t')}{dy_{\mu}(t')} \frac{dy_{\mu}(t')}{\hat{E}_{\mu}(t')} \quad (19)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

이때 ϵ_{μ} 와 γ_{μ} 의 관계는

$$\frac{d\epsilon_{\mu}}{d(t/\tau_{\mu})} = \gamma_{\mu} \text{이며 동시에} \quad (20)$$

$$\frac{d^2\epsilon_{\mu}}{dy_{\mu}^2} + \frac{d\epsilon_{\mu}}{dy_{\mu}} = \frac{1}{\hat{E}_{\mu}} \frac{d\sigma}{dy_{\mu}} \quad (21)$$

가 성립함을 알 수 있다. (단, $y_{\mu}(t) = \frac{t}{\tau_{\mu}}$)

이 관계를 이용하여 변형도와 응력 증가분의 관계를 유도하면 다음과 같다. 식 (20)으로부터 $t + \Delta t$ 시점의 변형도 증가분 $\Delta\epsilon$ 를 구하면 식 (22)와 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= \epsilon(t + \Delta t) - \epsilon(t) \\ &= \sum_{\mu=0}^N \left[\int_t^{t+\Delta t} \frac{d\sigma(t')}{\hat{E}_{\mu}(t')} - (\gamma_{\mu}(t + \Delta t) - \gamma_{\mu}(t)) \right] \\ &\quad + \Delta\epsilon^0 \end{aligned} \quad (22)$$

또한 식 (19)로부터 식 (23)을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma_{\mu}(t + \Delta t) &= \gamma_{\mu}(t) \exp(-y_{\mu}(\Delta t)) \\ &\quad + \frac{\Delta\sigma}{\Delta y} \frac{[1 - \exp(-\Delta y_{\mu})]}{\hat{E}_{\mu}(t + 1/2\Delta t)} \end{aligned} \quad (23)$$

식 (22)을 식 (23)에 대입하여 $t + \Delta t$ 시점의 $\Delta\sigma$ 과 $\Delta\epsilon$ 의 관계를 정리하면 다음과 같다.⁽⁵⁾

$$\Delta\sigma = E_{(cr+sh)}(\Delta\epsilon - \Delta\epsilon_{(cr+sh)}) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_{(cr+sh)}(t + \Delta t)} &= \frac{1}{E(t + 1/2\Delta t)} \\ &\quad + \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - (1 - \exp(-\Delta y_{\mu})) \frac{\tau_{\mu}}{\Delta t}}{\hat{E}_{\mu}(t + 1/2\Delta t)} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\Delta\epsilon_{(cr+sh)} = \sum_{\mu=0}^N (1 - \exp(-\Delta y_{\mu})) \cdot \gamma_{\mu} + \Delta\epsilon_{sh} \quad (26)$$

위의 식 (24)~(26)에 나타난 바와 같이 $t + \Delta t$ 시점의 $\Delta\sigma$ 과 $\Delta\epsilon$ 의 관계는 γ_{μ} 또는 이전시간(t 시점)의 변형도 미분값(식 (20))으로 표현되며 따라서 응력의 이력을 모두 기억해야 하는 문제는 해소된다.

요 약

바닥하중과 면내 압축력을 동시에 재하받는 지하층 슬래브의 시간의존적 거동을 연구하기 위하여 수치해석연구를 실시하였다. 이 수치해석연구를 위하여 비선형 유한요소해석 프로그램을 개발하였다. 이 프로그램은 기하학적, 재료적 비선형성과 함께 크리프와 건조수축을 모두 고려할 수 있으며, 또한 바닥하중, 면내 압축력, 시간경과의 어떠한 하중조합 및 하중순서에 대해서도 해석을 할 수 있다. 이 수치해석방법은 기존의 실험결과와의 비교를 통해 검증되었다. 플랫폼 플레이트의 강도 변화에 큰 영향을 주는 1) 바닥하중, 압축력, 시간의 재하순서 2) 1축 및 2축 압축 3) 고정하중 대 활하중의 비 4) 스팬의 길이에 대한 변수연구가 수행되었다. 수치해석을 통하여 플랫폼 플레이트의 거동적 특성과 지배적 하중조합이 연구되었으며, 이 결과는 플랫폼 플레이트의 장기거동에 대한 설계 과정을 개발하는데 이용될 것이다.

(접수일자 : 2000. 8. 30.)