

## 압축력을 받는 콘크리트에 대한 세 직교 응력 성분을 이용한 소성 모델

김재요<sup>1)</sup> · 박홍근<sup>1)\*</sup>

<sup>1)</sup> 서울대학교 건축학과

(2003년 12월 20일 원고접수, 2004년 3월 5일 심사완료)

## Plasticity Model Using Three Orthogonal Stress Components for Concrete in Compression

Jae-Yo Kim<sup>1)</sup> and Hong-Gun Park<sup>1)\*</sup>

<sup>1)</sup> Dept. of Architecture, Seoul National University, Seoul, 151-742, Korea

(Received December 20, 2003, Accepted March 5, 2004)

### ABSTRACT

A plasticity model was developed to predict the behavioral characteristics of concrete in multiaxial compression. To extend the applicability of the proposed model to concrete in various stress states, a new approach for failure criteria was attempted. A stress was decomposed into one volumetric and two deviatoric components orthogonal to each other. Three failure criteria were provided independently for each stress component. To satisfy the three failure criteria, the plasticity model using multiple failure criteria was implemented. Each failure surface was defined by equivalent volumetric or deviatoric plastic strain. To present dilatancy due to compressive damage, a non-associative flow rule was proposed. The proposed model was implemented to finite element analysis, and it was verified by comparisons with various existing test results. The comparisons show that the proposed model predicted well most of the experiments by using three independent failure criteria.

**Keywords :** triaxial compression, plasticity, concrete, multiple failure criteria, finite element analysis

### 1. 서 론

콘크리트의 비선형거동을 나타내기 위하여 소성 모델, 손상 및 파괴 역학 모델, 손상-소성 모델, 미소면 모델 등 다양한 재료모델들이 개발되어 왔다. 이 모델들은 다양한 응력 상태에서의 콘크리트 거동 특성을 정확히 나타내기 위하여 다양한 이론적 연구와 실험결과를 바탕으로 개발되었다.

콘크리트는 응력 상태에 따라서 다양한 거동특성을 나타내며, 압축 응력상태에 있는 콘크리트의 강도 및 거동 특성에 대한 많은 실험 및 해석연구가 수행되었다<sup>1-12)</sup>. 1축 압축응력 상태에서 콘크리트의 초기거동은 거의 선형 거동을 보이나, 하중의 증가와 함께 미세 균열의 발생에 의하여 비선형거동이 나타나며, 최대응력 이후 미세 균열의 불안정적인 확대 및 전파로 인하여 두드러진 변형률 연화(strain softening) 현상이 나타난다. Kupfer et al.<sup>1)</sup> 등의 실험 결과에 따르면 2축 압축응력 상태에서는 두 직

교 방향의 압축 응력비에 따라서 1축 압축강도보다 최대 25% 정도의 강도 증가가 발생하며, 이러한 현상은 다른 2축 압축 실험결과에서도 유사하게 발견된다<sup>2-5)</sup>. 또한, 다양한 3축 압축 실험결과에 따르면, 횡압축응력이 증가함에 따라서 콘크리트는 현저한 강도 및 변형 능력의 증가를 보여주고 있다.(Fig. 1)<sup>6-12)</sup>

이러한 다양한 압축응력 상태에서의 콘크리트의 거동 특성을 나타내기 위하여, 소성 모델이 많이 사용되고 있다. Chen and Chen<sup>13)</sup> 이후, 많은 연구자들은 완성된 이론을 바탕으로 콘크리트의 다양한 응력 상태에 대한 소성 모델의 적용성을 확대 발전시켜 왔다. 소성모델은 다양한 압축상태의 콘크리트 강도의 변화를 나타내기 위하여 3-매개변수 (Willam et al.), 4-매개변수 (Ottosen, Hsieh-Ting-Chen), 5-매개변수 (Willam-Warnke) 등 응력불변 계수(stress invariants)로 표현되는 파괴기준으로 발전되어 왔다<sup>14,15)</sup>. 또한 다축압축상태에서 재하 또는 제하시의 변형거동특성을 나타내기 위하여, 손상 모델을 이용하거나 비상관 소성흐름(non-associative plastic flow)을 이용한 다양한 소성변형률의 정의방법을 사용하고 있다<sup>16-19)</sup>.

최근의 소성 모델들은 발전된 파괴기준과 소성변형률을

\* Corresponding author

Tel : 02-880-7055 Fax : 02-871-5518

E-mail : parkhg@snu.ac.kr

통하여 다축압축상태의 콘크리트의 거동을 비교적 잘 나타내고 있다<sup>18,19</sup>. 그러나 기존의 소성 모델들은 단일 파괴 기준과 단일 소성변형률을 사용하므로 다양한 응력상태의 복잡한 콘크리트의 거동을 나타내는데 한계를 갖고 있다. 대부분 소성 모델들의 적용성은 모델의 개발에 사용한 기본적인 실험결과에 국한되며 다양한 실험결과를 나타내기 위해서는 모델에 사용된 변수를 조정하여야 한다. 따라서 소성 모델의 적용성을 넓히기 위해서는 콘크리트 1축 압축강도 및 변형률 등의 기본변수 이외에 다른 변수의 조정 없이 실험결과들을 전반적으로 잘 나타낼 수 있는 모델의 개발이 필요하다.

Bazant and Prat<sup>20</sup>은 이러한 소성 모델의 단점을 개선하기 위하여 미소면 모델(Microplane Model)을 개발하였다. 미소면 모델은 콘크리트 단위체적의 표면이 여러 개의 미소면으로 구성되어 있다고 가정하고 이 미소면들에서 정의되는 체적(volumetric), 편차(deviatoric), 접선(tangential) 응력-변형률 관계의 조합으로서 전체 단위체적의 응력-변형률의 관계를 정의하고 있다. 미소면 모델은 응력과 변형률의 관계가 간단하여 수치계산이 쉽고, 다양한 방향성을 갖는 미소면에서 정의되는 응력-변형률 관계의 조합으로서 거동을 나타내므로 다양한 응력상태에 따른 콘크리트의 거동의 변화를 전반적으로 잘 나타낼 수 있다. 이러한 미소면 모델의 정확성은 콘크리트의 거동을 체적, 편차, 접선응력성분으로 구분하여 정의하는 것이 바람직하다는 점을 가리키고 있다. 다만, 미소면 모델은 접선응력방향의 정의가 명확하지 않고, 일부실험에 대해서는 여전히 변수의 조정이 필요하다는 단점을 가지고 있다.

이 연구에서는 미소면 모델의 장점을 소성 모델에 도입하여 다양한 압축 응력 상태에서 콘크리트의 거동 특성을 나타낼 수 있는 재료 모델을 개발하고자 한다.

## 2. 응력 성분의 정의

일반적으로 콘크리트의 응력상태는 등압 응력불변계수(hydrostatic stress invariant)  $\xi$ , 편차 응력불변계수(deviatoric stress invariant)  $\rho$ , 편차각도(deviatoric polar angle)  $\theta$ 로서 정의할 수 있으며, 이 값들은 응력 텐서  $\sigma_{ij}$ 에 대한 응력불변계수  $I_1, J_2, J_3$ 에 의하여 정의할 수 있다:  $\xi = I_1/\sqrt{3}$ ,  $\rho = \sqrt{2J_2}$ ,  $\cos 3\theta = (3\sqrt{3}J_3)/(2J_2^{3/2})$ . 등압 응력불변계수는 등압축선상의 위치, 편차 응력불변계수는 편차응력면(deviatoric plane)에서의 반지름의 길이, 편차각도는 등방 2축 압축상태를 나타내는 편차 응력면의 축선으로부터의 각도를 나타낸다.  $\theta = \pi/3$ 는 1축 압축 상태,  $\theta = 0$ 는 등방 2축 압축 상태를 나타낸다. 등압 응력불변계수  $\xi$  값은 다축 압축 상태에서의 강도 및 연성도 증가를 나타내는 중요한 지표이다.

이 연구에서는 위에서 언급한 일반적인 응력값의 정의 방법과 달리, 미소면 모델에서와 같이 한 개의 체적성분과 두 개의 편차성분으로 응력을 나타내기 위하여 3차원상의 압축응력 값을 3개의 직교 성분  $p, q, r$ 에 의하여 나타낸다 (Fig. 2와 3). 이 성분들은 응력불변계수들에 의하여 다음과 같이 정의된다.

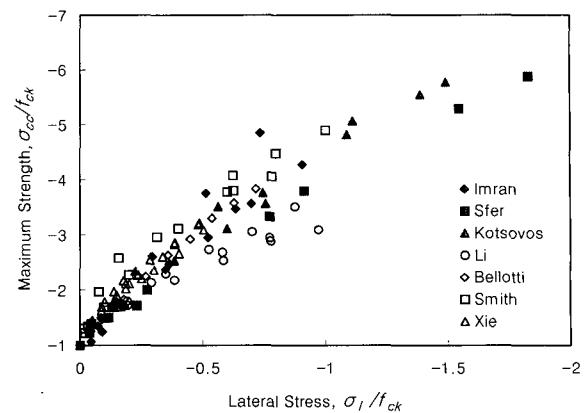


Fig. 1 Test results - triaxial compression

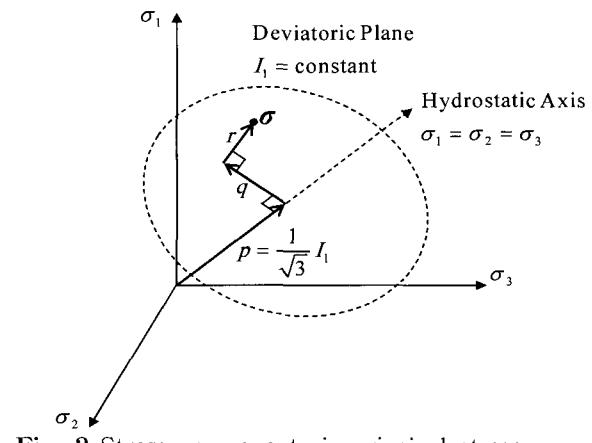


Fig. 2 Stress components in principal stress space

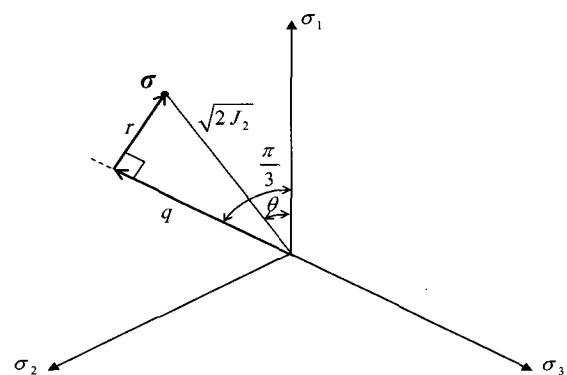


Fig. 3 Stress components in deviatoric plane

$$p = |I_1/\sqrt{3}| \quad (1a)$$

$$q = |\sqrt{2J_2} \cos(\pi/3 - \theta)| \quad (1b)$$

$$r = |\sqrt{2J_2} \sin(\pi/3 - \theta)| \quad (1c)$$

3개의 직교 성분  $p, q, r$ 에 의하여, 주응력 공간에서의 주응력 벡터는 다음과 같이 3개의 독립적인 벡터의 조합으로 표현될 수 있다( $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ )。

$$\begin{aligned} (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) &= p \left( -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \\ &+ q \left( \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}} \right) \quad (2) \\ &+ r \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right) \end{aligned}$$

첫 번째 성분  $p$ 는 등압 응력불변계수  $\xi$ 와 동일하며, 콘크리트의 체적성분을 나타내고 압축 상태에서의 강도 및 연성도 증가에 영향을 미치는 요소이다. 다른 성분들인  $q$ 와  $r$ 는 편차면에 존재하므로 편차 응력불변계수  $\rho$ 와 편차 각도  $\theta$ 에 관련되며, 콘크리트의 편차성분을 나타낸다. 두 번째 성분  $q$ 는 편차성분에서 최대압축응력  $\sigma_3$ 의 거동 특성을 나타내며, 1축 압축 상태( $\theta = \pi/3$ )의 경우 편차 응력불변계수  $\rho$ 와 동일하다. 세 번째 성분  $r$ 은 편차성분에서 2축 혹은 3축 압축 상태의 거동 특성을 나타내며, 동일한 편차 응력면에서 동방 2축 압축 상태( $\theta = 0$ )인 경우 최대값을 갖는다. 이러한 개념을 사용함으로서, 압축응력은 3개의 직교 성분으로 분리할 수 있다.

이와 같이 3개의 직교 성분  $p, q, r$ 은 콘크리트의 1축, 2축, 3축 압축 거동 특성을 나타내는데, 다양한 실험 결과를 바탕으로 1축, 2축, 3축 압축 상태에서의 거동 특성은 상세하게 밝혀진 상태이다<sup>[4][20]</sup>. 따라서, 실험 결과에 근거하여 3개의 직교 성분  $p, q, r$ 을 명확히 정의할 수 있다.

### 3. 파괴기준

앞서 언급한 바와 같이 하나의 응력값은 1개의 체적성분과 2개의 편차성분 등 3개의 직교성분으로 정의되며, 이 3개의 응력성분에 대하여 독립적인 파괴기준을 사용한다. 3개의 독립된 파괴기준을 소성모델에 적용하기 위하여, Park and Klingner<sup>[21]</sup>의 “다중파괴기준을 이용한 소성 모델”的 해석 알고리즘을 수정 적용하였다. 이 연구에서 제안한 소성모델에서는 압축응력 상태를 나타내는 3개의 직교 성분에 대한 세 개의 독립적인 파괴기준을 만족하여야 한다.

$$f_1 = f_2 = f_3 = 0 \quad (3)$$

여기서, 첨자 ‘1’, ‘2’, ‘3’은 앞서 언급한 세 직교 성분 중

에서 각각  $p, q, r$ 에 관련된다. 세 파괴기준 각각에 관련된 파괴면 및 등가 소성 변형률이 별도로 정의되며, 총 소성 변형률  $\epsilon_p$ 는 해당 파괴기준에 대한 각각의 소성 변형률  $\epsilon_{pi}$ 의 합으로 나타낸다. :  $\epsilon_p = \sum_{i=1}^3 \epsilon_{pi}$

각 파괴기준은 다음과 같이 정의된다.

$$f_1 = \hat{\sigma}_1(I_1) - \bar{\sigma}_1(\epsilon_{p1}) = 0 \quad (4a)$$

$$f_2 = \hat{\sigma}_2(J_2, J_3) - \bar{\sigma}_2(\epsilon_{p1}, \epsilon_{p2}) = 0 \quad (4b)$$

$$f_3 = \hat{\sigma}_3(J_2, J_3) - \bar{\sigma}_3(\epsilon_{p1}, \epsilon_{p3}) = 0 \quad (4c)$$

여기서,  $\hat{\sigma}_i$ 는 응력불변계수로 정의되는 유효 응력이며,  $\bar{\sigma}_i$ 는 등가 소성 변형률  $\epsilon_{pi}$ 의 함수로 표현되는 파괴면을 가리킨다. 각 유효 응력은 압축 응력 상태를 나타내는 세 직교 성분  $p, q, r$  각각의 크기와 동일하다(식 (1)).

$$\hat{\sigma}_1(I_1) = |I_1/\sqrt{3}| \quad (5a)$$

$$\hat{\sigma}_2(J_2, J_3) = |\sqrt{2J_2} \cos(\pi/3 - \theta)| \quad (5b)$$

$$\hat{\sigma}_3(J_2, J_3) = |\sqrt{2J_2} \sin(\pi/3 - \theta)| \quad (5c)$$

유효 응력  $\hat{\sigma}_1$ 은 체적응력에 대한 응력 상태를 나타내며, 유효 응력  $\hat{\sigma}_2$ 와  $\hat{\sigma}_3$ 는 편차응력면상에서의 응력 상태를 나타내는 직교성분이다.

$\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3$ 는 각 유효응력에 대한 각각의 파괴면을 나타낸다. 실험결과에 의하면 체적응력이 증가하면 편차응력면상의 파괴면은 보다 확장된다. Fig. 4는  $\xi-\rho$  평면상에서 횡압축력을 받는( $\theta = \pi/3$ ) 3축 압축 실험 결과<sup>[6][12]</sup>들과 그 평균값인 압축 축 편차(compressive meridian)를 보여주고 있다. 작은 체적응력 상태에서는 파괴면이 선형적으로 증가하나, 큰 체적응력 상태에서는 파괴면의 증가율이 감소한다. 이러한 현상은 횡압축응력의 변화에 따른 최대압축력의 크기를 나타낸 Fig. 1에서도 관찰할 수 있다.

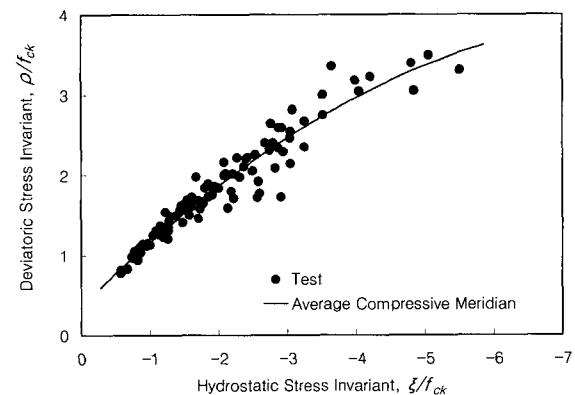


Fig. 4 Test results in  $\xi-\rho$  plane

따라서, 식 (4a)에서와 같이 체적 성분에 대한 파괴면은 체적 성분에 대한 등가 소성 변형률  $\hat{\epsilon}_{p1}$ 에 의하여 독립적으로 결정되나, 식 (4b)와 (4c)의 편차 성분에 대한 파괴면은 각 기준에 대한 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{p2}$ ,  $\hat{\epsilon}_{p3}$ 와 함께 체적 성분에 대한 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{p1}$ 에 의하여 결정된다.

#### 4. 파괴면의 정의

전통적인 소성모델에서는 항복면과 파괴면을 각각 정의하고, 응력 상태가 항복면에 도달한 이후 소성변형이 발생한다. 이 연구에서는 항복면과 탄성 구간을 별도로 지정하지 않고, 초기부터 해석이 수행되는 각 단계에서 등가 소성변형률에 의하여 정의되는 파괴면의 연속된 전이 과정으로 가정한다. 파괴면  $\bar{\sigma}_i$ 는 Bazant and Prat<sup>20)</sup>의 미소면 모델에서 사용하는 체적, 편차 성분에 대한 응력-변형률 관계식과 동일한 형태로 정의되었다. 다만, 각 파괴면 함수는 각 파괴 기준에서 발생하는 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{pi}$ 의 함수로 정의한다(Fig. 5). 또한, 각 파괴면의 제하 시 강성은 초기강성을 적용한다.

$$\frac{\bar{\sigma}_1}{f_{ck}} = \frac{E_c}{1-2\nu} \left[ \left( 1 + \frac{\hat{\epsilon}_{p1}}{a} \right)^{-s} + \left( \frac{\hat{\epsilon}_{p1}}{b} \right)^t \right] \hat{\epsilon}_{p1} \quad (6a)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_2}{f_{ck}} = \frac{E_c}{1+\nu} \exp \left[ - \left( \frac{\hat{\epsilon}_{p2}}{c_2} \right)^{m_2} \right] \hat{\epsilon}_{p2} \quad (6b)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_3}{f_{ck}} = \frac{E_c}{1+\nu} \exp \left[ - \left( \frac{\hat{\epsilon}_{p3}}{c_3} \right)^{m_3} \right] \hat{\epsilon}_{p3} \quad (6c)$$

파괴면을 정의하기 위하여 사용된 계수값들은 다양한 실험결과를 바탕으로 하여 결정되었다. 파괴면  $\bar{\sigma}_1$ 은 등압 응력과 관계있으므로, Green and Swanson<sup>22)</sup>에 의한 3축 압축 실험결과를 토대로 하여 계수  $a = 2.5 \times 10^{-5}$ ,  $b = 2.5$ ,  $s = 0.8$ ,  $t = 1.15$ 으로 결정하였으며, 이 값들은 다른 3축 압축 실험결과도 비교적 정확히 나타낼 수 있다. 파괴면  $\bar{\sigma}_2$ 에 대한 계수들은 1축 압축응력과 관계있으므로, 1축 압축 상태의 최대 응력과 그에 해당하는 변형률을 이용하여 결정되었다. 1축 압축 상태에서 최대응력 도달시  $\hat{\sigma}_2 = \sqrt{6}f_{ck}/3$ 이므로(식 (2) 참고), 식 (6b)의 최대값이 이에 해당하도록 탄성계수  $E_c$ 와 푸아송비  $\nu$ 에 의하여 계수들은 다음과 같이 결정되었다(Fig. 5 (b)).

$$m_2 = - \frac{1}{\ln \left( \frac{1+\nu}{E_c} \frac{\sqrt{6}}{3} \frac{\alpha_2}{\beta_2 \hat{\epsilon}_{sp2}} \right)} \quad (7a)$$

$$c_2 = \beta_2 \hat{\epsilon}_{sp2} (1/m_2)^{1/m_2} \quad (7b)$$

여기서,  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ 는 각각 다축 압축에 의한 파괴면  $\bar{\sigma}_2$ 의 최대값 및 해당 등가 소성변형률의 증가를 나타내는 계수이고(1축 압축 상태의 경우  $\alpha_2 = \beta_2 = 1$ ),  $\hat{\epsilon}_{sp2}$ 는 최대 1축 압축 응력에 해당하는 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{p2}$ 로서, 이 연구에서는 여러 실험 결과들과의 검증을 통하여  $\hat{\epsilon}_{sp2} = 0.0012$ 로 결정되었다. 마찬가지로, 2축 압축응력과 관계있는 파괴면  $\bar{\sigma}_3$ 은 등방 2축 압축 실험 결과<sup>1)</sup>를 토대로 하여  $\bar{\sigma}_2$ 와 동일한 과정으로 다음과 같이 결정되었다.

$$m_3 = - \frac{1}{\ln \left( \frac{1+\nu}{E_c} \frac{1.15}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_3}{\beta_3 \hat{\epsilon}_{sp3}} \right)} \quad (8a)$$

$$c_3 = \beta_3 \hat{\epsilon}_{sp3} (1/m_3)^{1/m_3} \quad (8b)$$

여기서,  $\alpha_3$ ,  $\beta_3$ 는 각각 다축 압축에 의한 파괴면  $\bar{\sigma}_3$ 의 최대값 및 해당 등가 소성변형률 값의 증가를 나타내는 계수이고(등방 2축 압축 상태의 경우  $\alpha_3 = \beta_3 = 1$ ),  $\hat{\epsilon}_{sp3}$ 는 최대 2축 압축응력에 해당하는 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{p3}$  값으로, 이 연구에서는 여러 실험 결과들과의 검증을 통하여  $\hat{\epsilon}_{sp3} = 0.0025$ 로 결정되었다.

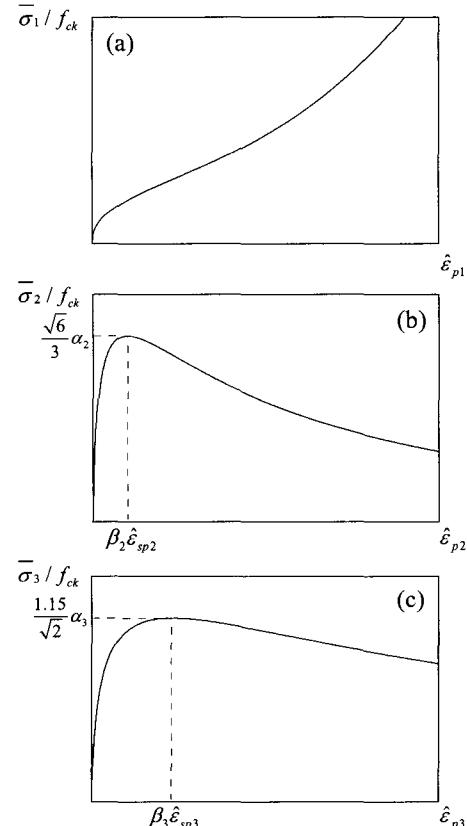


Fig. 5 Failure surfaces:  $\bar{\sigma}_1$ ,  $\bar{\sigma}_2$ , and  $\bar{\sigma}_3$

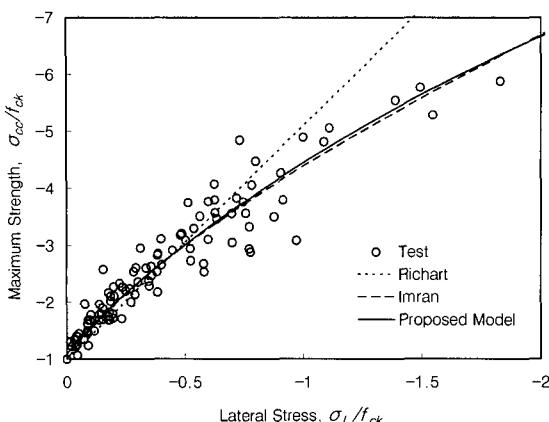


Fig. 6 Comparison of proposed strength equations and test results

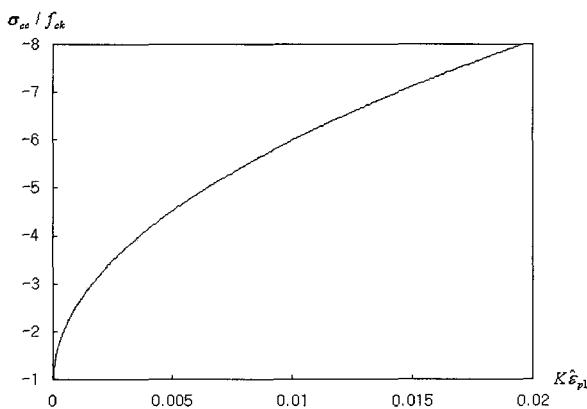


Fig. 7 Strength enhancement with equivalent volumetric plastic strain

콘크리트는 다축 압축 상태에서 강도 및 연성도 증가 현상이 발생하며, 3축 압축 상태에서 특히 두드러지게 관찰된다. Imran and Pantazopoulou<sup>18)</sup>는 최근의 여러 3축 압축 실험 결과를 바탕으로 Hsieh-Ting-Chen 파괴 기준을 수정하여, 다음과 같은 관계식을 제안하였다(Fig. 6).

$$\frac{\sigma_{\alpha c}}{f_{ck}} = \frac{\sigma_l}{f_{ck}} + 0.021 - \sqrt{1.043 - 10.571 \frac{\sigma_l}{f_{ck}}} \quad (9)$$

여기서,  $\sigma_l$ 은 압축 주응력의 직각방향으로 작용하는 횡구 속 응력이고( $\sigma_3 < \sigma_2 = \sigma_1 (= \sigma_l) < 0$ ),  $\sigma_{\alpha c}$ 는 횡구속 압축 응력에 의하여 증가된 압축강도이다 ( $\sigma_l = 0$ 인 경우  $\sigma_{\alpha c} = -f_{ck}$ ).

식 (9)는 다양한 압축강도 및 횡구속 응력 상태에 대하여 실험 결과들과 비교적 일치하는 경향을 보인다(Fig. 6). 이 연구에서는 식 (9)의 형식을 토대로 하여, 체적 응력 증가에 따른 압축강도 증가식을 유도하였다. 등가 소성 변형률로 정의되는 파괴면  $\bar{\sigma}_2$ 에 적용하기 위하여, 횡구속

응력 대신에 체적응력에 대한 파괴 기준  $f_1$ 에서 발생한 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{p1}$ 의 함수로서 정의하였다(Fig. 7).

$$\frac{\sigma_{\alpha c}}{f_{ck}} = -1 - \sqrt{0.182K\hat{\epsilon}_{p1} - 0.127} \quad (10)$$

여기서,  $K$ 는 체적계수로,  $K = \frac{E_c}{3(1-2\nu)}$  이다. 식 (10)을 파괴면에 적용하여, 식 (7)의 강도증가계수  $\alpha_2$ 는 다음과 같다.

$$\alpha_2 = 1 + \sqrt{0.182K\hat{\epsilon}_{p1} - 0.127} \quad (11)$$

Fig. 6에서 식 (11)을 적용한 결과와 여러 실험결과들을 비교하였다. Fig. 6에 나타난 결과는  $E_c = 29000 MPa$ ,  $\nu = 0.15$  인 경우에 대한 값으로서 실험결과를 잘 나타내고 있으며, Imran and Pantazopoulou<sup>14)</sup>의 제안식과 거의 유사한 결과를 보이고 있다.

이와 함께 다축 압축에 의한 변형률 증가계수인  $\beta_2$ 도 유사한 형식으로 다음과 같이 정의된다.

$$\beta_2 = 1 + (10K\hat{\epsilon}_{p1} - 7)^{1.43} \quad (12)$$

식 (12)에 의하여 체적응력(변형률) 증가에 따른 콘크리트의 연성도 증가 현상이 고려되며, 식에 사용된 각 계수들은 횡압축력을 받는 여러 3축 압축 실험결과<sup>6-12)</sup>들과의 비교를 통하여 결정되었다.

파괴면  $\bar{\sigma}_3$ 에 대하여 다축 압축에 의한 강도증가계수  $\alpha_3$ 는 Wang et al.<sup>23)</sup>의 실험 결과를 이용하여, 식 (11)과 동일한 형식에서 계수를 수정하여 식 (13)과 같이 결정되었으며,  $\beta_3$ 도 마찬가지로 식 (12)의 계수 조정을 통하여 결정되었다.

$$\alpha_3 = 1 + \sqrt{0.077K\hat{\epsilon}_{p1} - 0.054} \quad (13)$$

$$\beta_3 = 1 + (4K\hat{\epsilon}_{p1} - 2.8)^{1.43} \quad (14)$$

이상과 같이, 체적 성분에 대한 파괴 기준에서 발생한 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{p1}$ 에 의하여 편차 성분에 대한 증가계수  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ 이 결정되고, 이 계수들에 의하여 각 파괴면들이 정의됨으로서 다축 압축 상태에서의 콘크리트 강도 및 거동이 결정된다. 이 과정에서 각 계수값들은 콘크리트의 기본적인 성질인 1축 압축강도, 탄성계수, 푸아송비가 주어진다면, 하중 상태에 따라 식 (6)~(14)에 의하여 자동으로 결정된다.

## 5. 소성변형률

콘크리트의 소성변형률은 소성 포텐셜 함수의 변화량 (gradient)으로 정의하며, 이에 필요한 규칙을 소성 흐름

(plastic flow)으로 정의한다. 1축 또는 3축 압축 실험결과에 따르면 체적변형률의 비상관성(non-associativeness)을 명확하게 보여주고 있다<sup>[7,12]</sup>. 실험결과에 의하면, 소성변형률의 체적 성분은 하중 초기의 수축(contraction)에서 콘크리트의 압축손상이 진행되고 최대강도이후 강도가 감소됨에 따라서 급속히 팽창(dilatation)으로 변화한다(Fig. 10(b), 11(b) 참고). 그러나, 체적성분과 비체적성분이 분리된 이 모델에서 체적응력에 비례하여 체적변형률이 정의되는 상관소성흐름법칙을 적용할 경우 압축손상에 의하여 나타나는 급속한 체적의 팽창을 나타내기 어렵다.

Fig. 5에 나타난 바와 같이 콘크리트의 손상 및 그에 의한 응력의 감소는 편차응력의 연화(softening)에 의하여 일어난다. 편차응력의 연화는 응력의 감소와 함께 편차 등가 소성변형률의 큰 증가를 수반한다. 따라서 압축손상에 의하여 나타나는 체적변형률의 증가를 나타내기 위해서는 편차 등가 소성변형률과 체적 소성변형률(또는 체적응력)과의 관계가 정립되어야 한다. 기존의 소성모델에서도 이러한 비상관 소성흐름법칙(non-associative flow rule)을 적용하고 있는데<sup>[16-19]</sup>, 이 연구에서는 보다 간단하게 비상관성을 나타낼 수 있다.

각 파괴기준의 소성변형률을 나타내기 위한 소성 포텐셜을 다음과 같이 정의한다.

$$g_1 = f_1 \quad (15a)$$

$$g_2 = \kappa f_1 + f_2 \quad (15b)$$

$$g_3 = \kappa f_1 + f_3 \quad (15c)$$

체적 성분에 대한 소성 포텐셜  $g_1$ 은 파괴기준  $f_1$ 과 동일하다. 위에서 언급한 바와 같이 편차 등가 소성변형률과 체적 소성변형률을 연계하기 위하여 편차 성분의 소성 포텐셜  $g_2, g_3$ 는 체적성분에 대한 파괴기준과 편차성분에 대한 파괴기준의 합으로 정의하였다. 계수  $\kappa$ 는 응력 상태에 따라 결정되는 계수로서, 응력의 체적 성분과 편차 성분의 비  $\kappa = -J_2/I_1^2$ 을 사용하였다.

각 파괴기준에 대한 소성변형률 증가분은 비상관 소성 흐름법칙을 사용하여 소성 포텐셜  $g_i$ 에 의하여 다음과 같이 정의한다.

$$d\bar{\epsilon}_\pi = d\lambda_i \left( \frac{\partial g_i}{\partial \underline{\sigma}} \right) \quad (16)$$

여기서,  $d\lambda_i$ 는 소성변형률계수이다. 등가 소성변형률 증가분  $d\hat{\epsilon}_{pi}$ 는 소성변형률 증가분  $d\bar{\epsilon}_{pi}$ 에 의해 다음과 같이 정의하며, 식 (16)을 적용하여 등가 소성 포텐셜 변화량  $C_i$ 와 소성변형률계수  $d\lambda_i$ 로 나타낼 수 있다.

$$d\hat{\epsilon}_\pi = [(2/3)(d\bar{\epsilon}_\pi \cdot d\bar{\epsilon}_\pi)]^{1/2} = C_i d\lambda_i \quad (17)$$

총 등가 소성변형률  $\hat{\epsilon}_{pi}$ 는 등가 소성변형률 증가분  $d\hat{\epsilon}_{pi}$ 의 합으로 정의된다.

$$\hat{\epsilon}_\pi = \int d\hat{\epsilon}_\pi \quad (18)$$

## 6. 수치 해석

비선형 유한요소해석에서, 주어진 총변형률 혹은 변형률 증가에 대하여 식 (4)의 파괴기준들을 모두 만족하는 응력을 산정하여야 한다. 소성모델에서는 주어진 변형률에 대하여 파괴기준을 만족하는 응력을 직접적으로 구할 수 없으므로, 이 해석방법에서는 각 하중단계에서 탄성거동으로 가정된 최초의 응력을 근거로 반복계산에 의하여 주어진 변형률에 대한 응력을 산출하는 탄성예측-소성수정(elastic-predictor-plastic-corrector) 알고리즘을 적용한다<sup>[21,24]</sup>. 각 반복 계산 단계에서의 파괴기준에 대한 테일러 확장은 다음과 같이 주어진다.

$$f_i^1 = f_i^0 + \left( \frac{\partial f_i^0}{\partial \underline{\sigma}^0} \right)^T \Delta \underline{\sigma}^0 + \sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial f_i^0}{\partial \hat{\epsilon}_{pj}^0} \Delta \hat{\epsilon}_{pj}^0 \right) = 0 \quad (19)$$

여기서, 윗첨자 0과 1은 각각 현재 계산 단계와 다음 계산 단계를 나타내며, 아래첨자는 각 파괴기준을 나타낸다 ( $i = 1, 2, 3$ ). 3차원 응력 벡터  $\underline{\sigma}$ 는  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx})$ 로 정의된다.

각 반복 계산 단계에서의 응력 증가는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\sigma}^0 &= \underline{D} (\Delta \underline{\epsilon}_e^0) = \underline{D} (\Delta \underline{\epsilon}^0 - \Delta \underline{\epsilon}_p^0) \\ &= \underline{D} \left( \Delta \underline{\epsilon}^0 - \sum_{i=1}^3 \Delta \underline{\epsilon}_\pi^0 \right) = \underline{D} \left[ \Delta \underline{\epsilon}^0 - \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial g_i^0}{\partial \underline{\sigma}^0} \Delta \lambda_i^0 \right) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

이때, 각 하중 단계에서 첫 계산 단계에서만 탄성예측 응력이 발생하므로, 이후 반복 단계에서는  $\Delta \underline{\epsilon}^0 = 0$ 이다. 식 (20)를 식 (19)에 대입하면, 각 파괴기준에서 소성 변형률 계수에 대한 식은 다음과 같다.

$$\underline{A} \Delta \underline{\lambda}^0 = \underline{F}^0 \quad (21)$$

$$\text{여기서, } A_{ij} = \left( \frac{\partial f_i^0}{\partial \underline{\sigma}^0} \right)^T \underline{D} \left( \frac{\partial g_j^0}{\partial \underline{\sigma}^0} \right) + \left( \frac{\partial f_i^0}{\partial \hat{\epsilon}_{pj}^0} \right) C_j; \quad (22a)$$

$$\Delta \underline{\lambda}^0 = \langle \Delta \lambda_1^0 \Delta \lambda_2^0 \Delta \lambda_3^0 \rangle^T; \quad (22b)$$

$$\text{그리고, } \underline{F} = \langle f_1^0 f_2^0 f_3^0 \rangle^T. \quad (22c)$$

식 (21)을 이용하면, 각 파괴기준에 대한 소성 변형률 계수를 얻을 수 있고, 이를 이용하여 다음 반복 계산 단계에서의 응력과 등가 소성 변형률을 구할 수 있다.

$$\underline{\sigma}^1 = \underline{\sigma}^0 - \sum_{i=1}^3 (\underline{D} \Delta \epsilon_i^0) = \underline{\sigma}^0 - \sum_{i=1}^3 \left[ \underline{D} \left( \frac{\partial g_i^0}{\partial \underline{\sigma}^0} \right) \Delta \lambda_i^0 \right] \quad (23)$$

$$\hat{\epsilon}_{pi}^1 = \hat{\epsilon}_{pi}^0 + C_i \Delta \lambda_i^0 \quad (24)$$

각 하중 단계의 첫 계산 단계에서 탄성 예측된 응력은 식 (19)~(24)의 반복 연산을 통하여 소성변형률의 증가와 함께 응력 이완(stress relaxation)이 발생한다. 반복 연산은 응력 이완에 의하여 수정된 응력이 세 파괴기준 모두를 만족할 때까지 이루어진다.

이 해석 모델에서는 비선형 연산에서 빠르고 안정적인 수렴을 위하여 접선 강성을 사용한다. 식 (19)~(24)의 과정에 대한 미분에 의하여 각 계산 단계에서의 접선 강성을 얻을 수 있다. 응력 성분을 나타내는 식 (20)을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{\underline{\sigma}} = \underline{D} \dot{\underline{\epsilon}} - \sum_{i=1}^3 \left[ \dot{\lambda}_i \underline{D} \left( \frac{\partial g_i}{\partial \underline{\sigma}} \right) \right] - \sum_{i=1}^3 \left[ \Delta \lambda_i \underline{D} \left( \frac{\partial^2 g_i}{\partial \underline{\sigma}^2} \right) \dot{\underline{\sigma}} \right] \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\sigma}} &= \left[ \underline{I} + \sum_{i=1}^3 \left[ \Delta \lambda_i \underline{D} \left( \frac{\partial^2 g_i}{\partial \underline{\sigma}^2} \right) \right] \right]^{-1} \underline{D} \left[ \dot{\underline{\epsilon}} - \sum_{i=1}^3 \left( \dot{\lambda}_i \frac{\partial g_i}{\partial \underline{\sigma}} \right) \right] \\ &= \underline{R} \left[ \dot{\underline{\epsilon}} - \sum_{i=1}^3 \left( \dot{\lambda}_i \frac{\partial g_i}{\partial \underline{\sigma}} \right) \right] \end{aligned} \quad (25b)$$

식 (19)의 파괴기준은 미분 성분에 의하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{f}_i = \left( \frac{\partial f_i}{\partial \underline{\sigma}} \right)^T \dot{\underline{\sigma}} + \sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial f_i}{\partial \hat{\epsilon}_{pj}} \dot{\hat{\epsilon}}_{pj} \right) = 0 \quad (26)$$

식 (25)를 (26)에 대입하면

$$\underline{B} \dot{\underline{\lambda}} = \underline{a}^T \underline{R} \dot{\underline{\epsilon}} \quad (27)$$

$$\text{여기서, } B_{ij} = \left( \frac{\partial f_i}{\partial \underline{\sigma}} \right)^T \underline{R} \left( \frac{\partial g_j}{\partial \underline{\sigma}} \right) + \left( \frac{\partial f_i}{\partial \hat{\epsilon}_{pj}} \right) C_j; \quad (28a)$$

$$\dot{\underline{\lambda}} = \langle \dot{\lambda}_1 \ \dot{\lambda}_2 \ \dot{\lambda}_3 \rangle^T; \quad (28b)$$

$$\text{그리고, } \underline{a} = \left( \frac{\partial f_1}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial f_2}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial f_3}{\partial \underline{\sigma}} \right). \quad (28c)$$

식 (27)을 (25)에 대입하면 다음과 같은 접선 강성을 구할 수 있다.

$$\underline{D}_T = \underline{R} - \underline{R} \underline{a} \underline{B}^{-1} \underline{a}^T \underline{R}^T \quad (29)$$

식 (19)~(24)의 탄성예측-소성수정 반복 계산에서 식 (29)의 접선 강성을 사용함으로서, 비선형 수치 해석을 보다 빠르고 안정적으로 수행할 수 있다.

## 7. 해석모델의 검증

제안된 재료모델의 유효성을 검증하기 위하여, 수치해석 결과를 압축강도와 탄성계수가 다른 다양한 압축 응력 상태의 기준 실험결과들과 비교한다.

다양한 압축강도 및 탄성계수를 갖는 콘크리트의 1축 압축 거동에 대한 Hognestad et al.<sup>25)</sup>과 Desayi and Krishnan<sup>26)</sup>의 실험결과와 비교를 수행하였다. Hognestad의 실험에 사용된 공시체의 1축 압축강도는 각각  $f_{ck} = 20, 34.5, 46, 51 \text{ MPa}$ 이며, 탄성 계수  $E_c = 18700, 21550, 26900, 31600 \text{ MPa}$ 이다. 또한, Desayi and Krishnan의 실험에 사용된 공시체의 1축 압축강도는 각각  $f_{ck} = 21.1, 31.2, 50 \text{ MPa}$ 이며, 탄성계수  $E_c = 25000, 32000, 35700 \text{ MPa}$ 이다. 압축 강도에 따른 각 실험의 결과는 Fig. 8과 9에 나타나 있다. 그림에 나타난 바와 같이 이 연구에서 제안된 콘크리트 모델은 다양한 압축 강도와 탄성 계수에 따른 1축 압축 거동을 비교적 잘 나타내고 있다. 특히, 최대 강도 이후 콘크리트의 압축강도에 따른 변형률 연화거동을 나타내기 위하여, 기존의 소성모델에서는 별도의 변형률 연화 매개변수를 사용하는데 반하여, 제안된 모델에서는 식 (7b)의 파괴면의 적용만으로 잘 예측하고 있다.

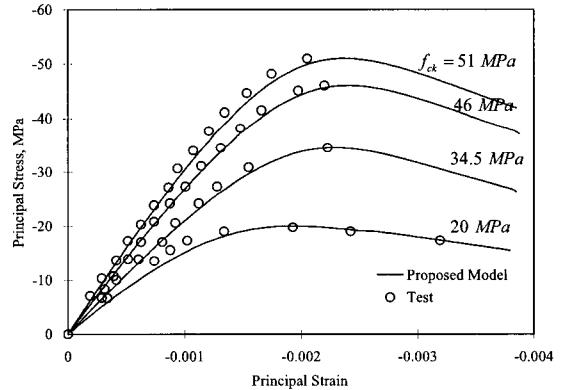


Fig. 8 Uniaxial test - Hognestad et al.

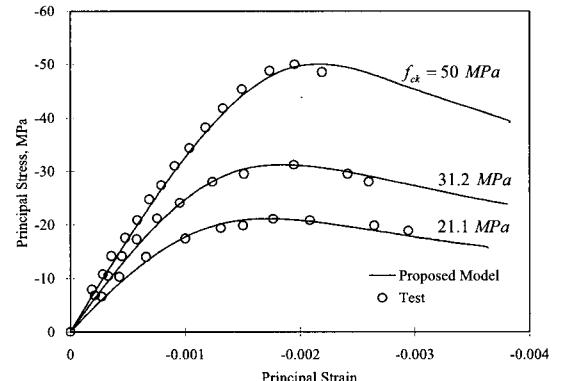
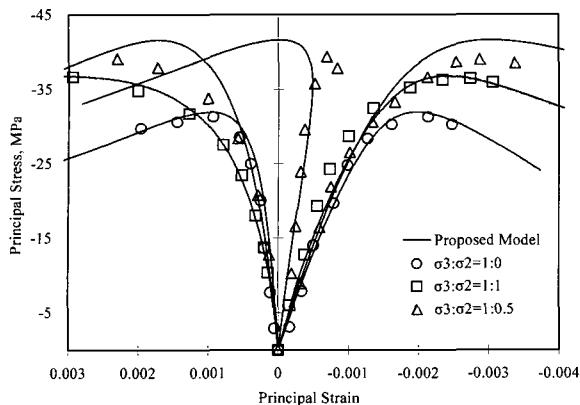
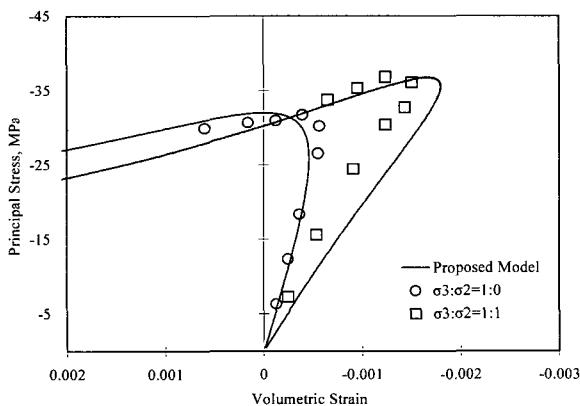


Fig. 9 Uniaxial test - Desayi and Krishnan



(a) Principal strain-principal stress



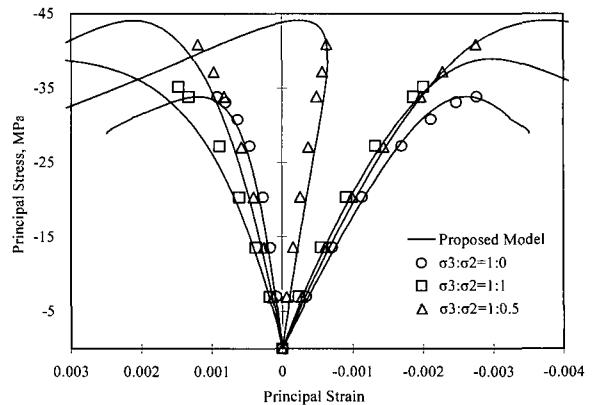
(b) Volumetric strain-principal stress

Fig. 10 Uniaxial and biaxial test - Kupfer et al.

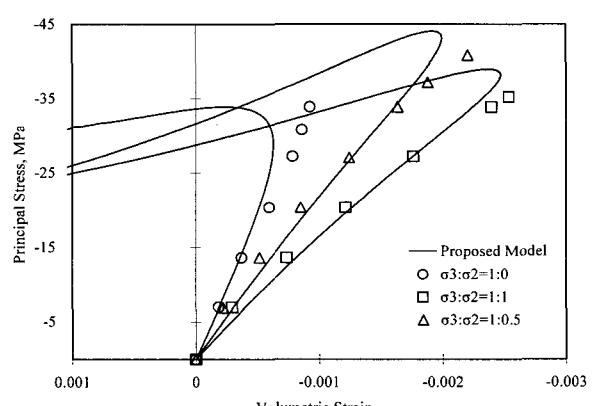
Fig. 10과 11은 Kupfer et al.<sup>1)</sup>과 Tasuji et al.<sup>5)</sup>의 1축 및 2축 압축 실험 결과와의 비교를 보여 주고 있다. 실험은  $\sigma_2/\sigma_3=0, 0.5, 1$ 의 세 가지 압축응력 상태에 대하여 수행 되었으며, Kupfer et al.의 실험에서  $f_{ck} = 32 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 29000 \text{ MPa}$ 이며, Tasuji et al.의 실험에서  $f_{ck} = 33.9 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 19600 \text{ MPa}$ 이다. Fig. 10 (a)와 Fig. 11 (a)는 주변형률-최대 압축 주응력의 관계를, Fig. 10 (b)와 Fig. 11 (b)는 체적 변형률-최대 압축 주응력의 관계를 보여주고 있다. 그림에 나타난 바와 같이 주응력-변형률의 관계 뿐만 아니라, 제안된 비상관 소성흐름의 적용에 의하여 응력에 따른 체적변형률의 변화도 비교적 정확히 예측하고 있다.

Fig. 12는 다양한  $\sigma_2/\sigma_3$ 비의 2축 압축에 대한 해석 결과와 여러 2축 압축 실험<sup>1~5)</sup>들의 최대 압축 강도를 비교하고 있다. 제안된 재료모델은 Mills<sup>2)</sup> 실험을 제외한 실험들의 강도를 잘 예측하고 있다.

Fig. 13과 14는 3축 등압 압축 상태( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 < 0$ )의 콘크리트에 대한 Green and Swanson<sup>22)</sup>과 Kotsovos and Newman<sup>6)</sup>의 실험결과와 비교하고 있다. 해석에서 Green and Swanson의 실험에 대해서는  $f_{ck} = 48.4 \text{ MPa}$ ,



(a) Principal strain-principal stress



(b) Volumetric strain-principal stress

Fig. 11 Uniaxial and biaxial test - Tasuji et al.

$E_c = 35164.5 \text{ MPa}$ , Kotsovos and Newman의 실험에 대해서는  $f_{ck} = 31.7 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 30250 \text{ MPa}$ 을 사용하였다. 그림에서 응력변화에 따른 접선강성의 증가 및 감소가 나타나는데 제안된 모델은 이러한 실험결과를 잘 나타내고 있다. 이는 Bazant에 의하여 제안된 Fig. 5 (a)의 체적응력-변형률을 곡선이 정확하다는 사실을 입증하고 있다.

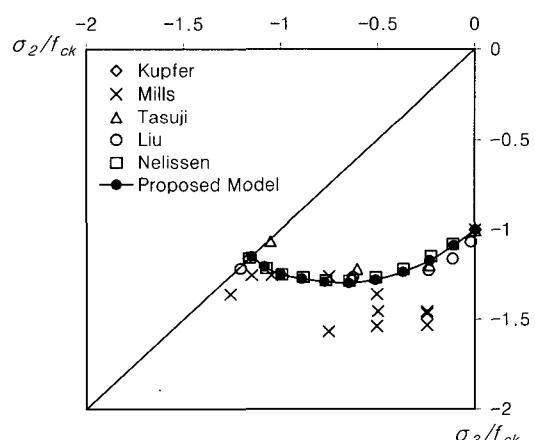


Fig. 12 Comparison with biaxial tests

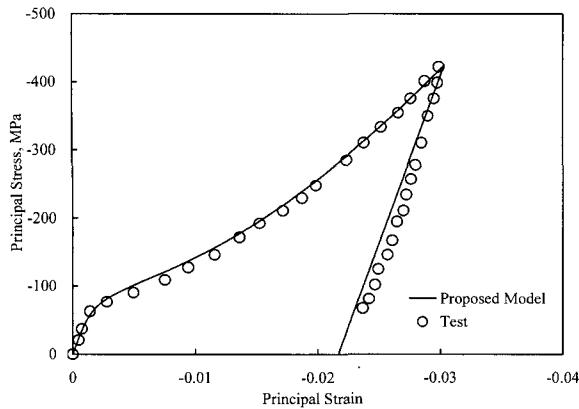


Fig. 13 Hydrostatic triaxial test  
- Green and Swanson ( $f_{ck} = 48.4 \text{ MPa}$ )

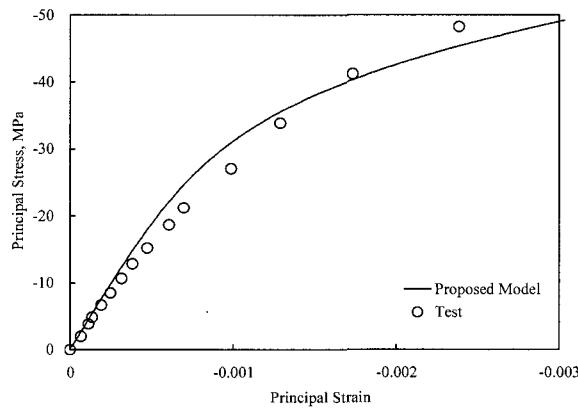


Fig. 14 Hydrostatic triaxial test  
- Kotsovos and Newman ( $f_{ck} = 31.7 \text{ MPa}$ )

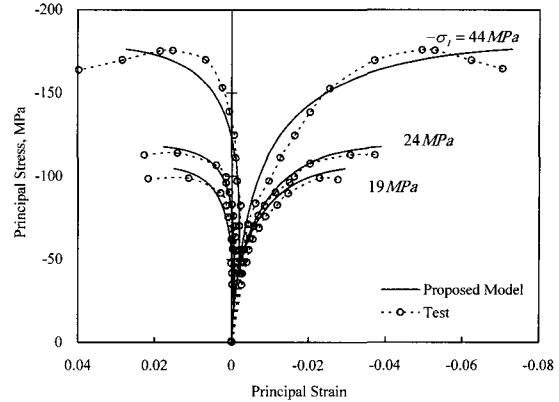


Fig. 16 Lateral confinement test  
- Kotsovos and Newman ( $f_{ck} = 31.7 \text{ MPa}$ )

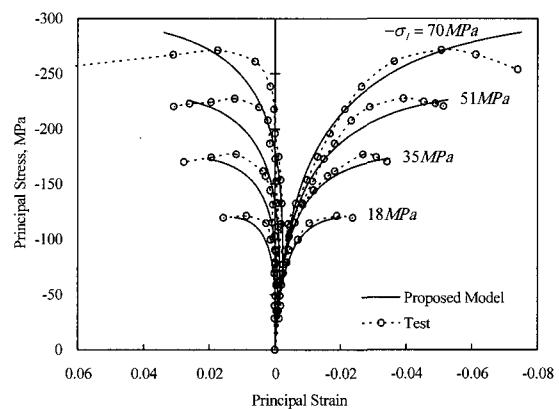


Fig. 17 Lateral confinement test  
- Kotsovos and Newman ( $f_{ck} = 46.9 \text{ MPa}$ )

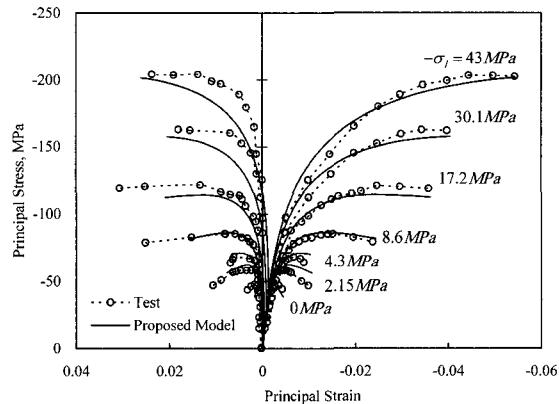


Fig. 15 Lateral confinement test  
- Imran and Pantazopoulou ( $f_{ck} = 47.4 \text{ MPa}$ )

Fig. 15 ~ 18은 일정한 횡압축력을 받는 3축 압축 상태의 콘크리트에 대한 여러 실험 결과들과의 비교를 보여주고 있다. 각 실험들은 일정한 3축 등압을 가한 후 ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_l$ ), 1축 압축만을 작용하는 능동 횡구속 압축 실험들로서 ( $\sigma_3 < \sigma_2 = \sigma_1 (= \sigma_l) < 0$ ), 일정한 등압의 작용 후 1축 압축력이 증가함에 따라 3축 응력 비율이

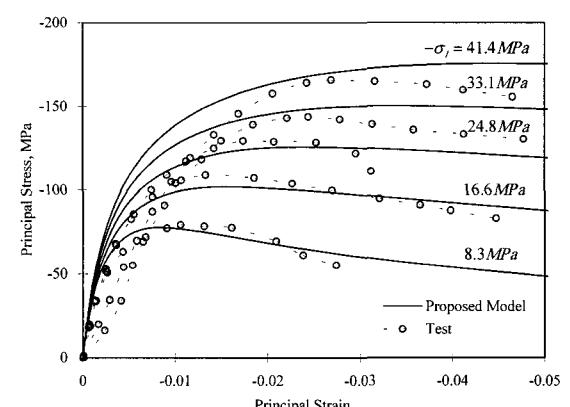


Fig. 18 Lateral confinement test  
- Li and Ansari ( $f_{ck} = 47.23 \text{ MPa}$ )

다양하게 변화하는 응력상태를 나타낼 수 있다.

Fig. 15는 Imran and Pantazopoulou<sup>10)</sup>의 실험 결과와의 비교를 보여주고 있으며, 여기서  $f_{ck} = 47.4 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 30000 \text{ MPa}$ 이다. Fig. 16과 17은 Kotsovos and Newman<sup>6)</sup>의 실험결과와의 비교로서, 각각  $f_{ck} = 31.7, 46.9 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 30250, 32000 \text{ MPa}$ 이며, Fig. 18은 Li and Ansari<sup>11)</sup>

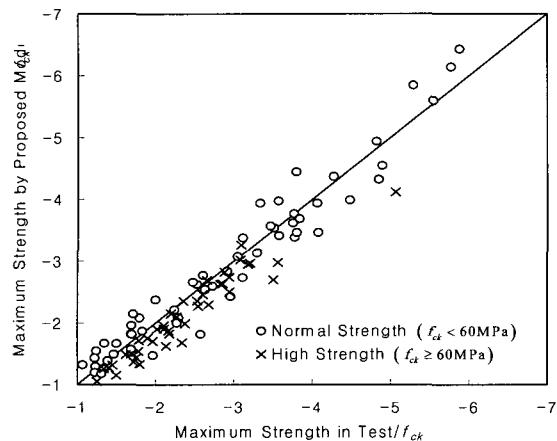
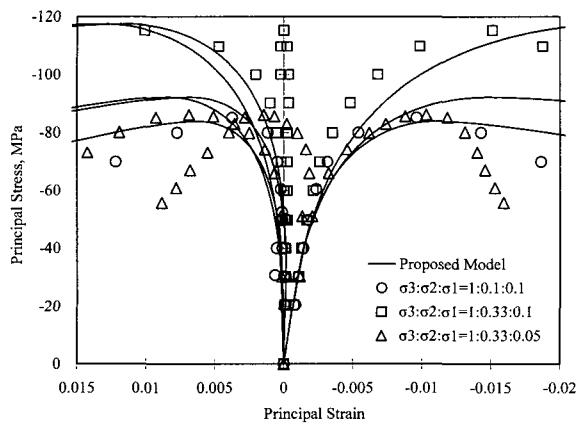
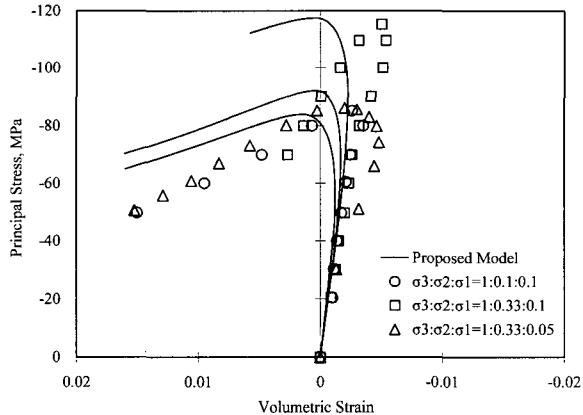


Fig. 19 Comparison with lateral confinement tests



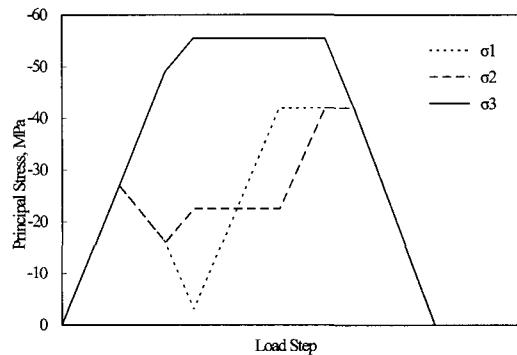
(a) Principal strain-principal stress



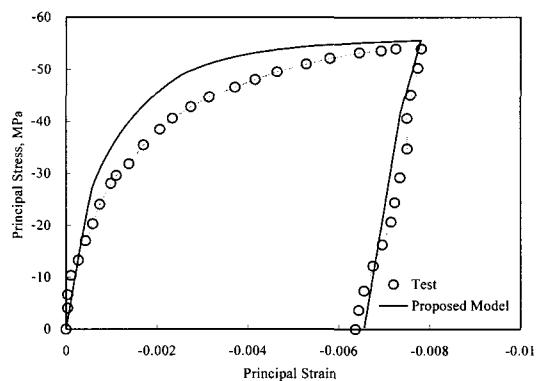
(b) Volumetric strain-principal stress

Fig. 20 Triaxial test - van Mier

의 실험결과로서,  $f_{ck} = 47.23 \text{ MPa}$ ,  $E_c = 40680.5 \text{ MPa}$ 이다. 이 실험들은 다양한 범위의 횡압축력( $\sigma_1 = 0.05 \sim 1.5 f_{ck}$ )에 대한 주변형률-주응력 관계의 변화를 보여주고 있다. 그림에 나타난 바와 같이 제안된 재료모델은 횡압축력의 증가에 따른 압축강도 및 연성도의 증가를 정확하게 예측하고 있으며, 횡방향 변형에 대해서도 대체적으로 유



(a) Loading history



(b) Principal strain-principal stress  
Fig. 21 Triaxial test - Scavuzzo et al.

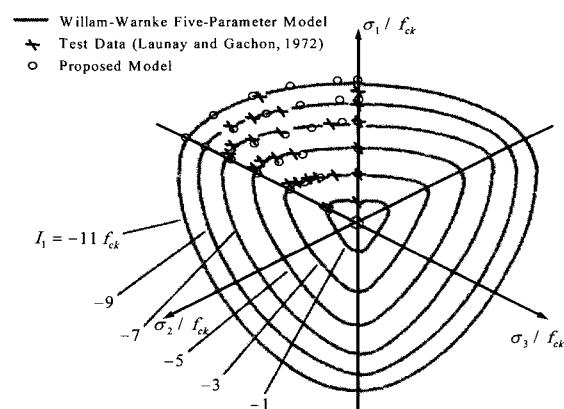


Fig. 22 Comparison with triaxial test (Launay and Gachon) and Willam-Warnke five-parameter model

사한 경향을 보이고 있다. 이들을 포함한 다양한 횡압축력을 받는 3축 압축 상태의 실험결과들<sup>6-12)</sup>과의 비교 결과는 Fig. 19에 요약되어 있으며, 이 연구에서 제안된 재료모델의 정확성을 입증하고 있다. 특히, 제안된 재료모델은  $f_{ck} < 60 \text{ MPa}$ 의 중, 저강도의 콘크리트의 강도를 정확히 예측할 수 있다. 고강도콘크리트( $f_{ck} \geq 60 \text{ MPa}$ )의 경우, 압축강도의 증가를 저평가하는 경향이 있는데, 이것은 콘

크리트강도 증가에 따라 탄성강도가 크게 증가함으로서 체적응력 파괴면(식 (7a))이 체적 소성변형률을 정확히 예측하지 못하기 때문이다.

비례적으로 증가하는 3축 압축 상태에서의 해석 모델 검증을 위하여 van Mier<sup>27)</sup>의 실험결과와 비교를 수행하였다. Fig. 20은 여러 하중비에 따른 주변형률-주응력 및 체적 변형률-주응력의 관계를 보여주고 있다. 3축 압축 상태에서의 강도 증가를 잘 나타내고 있으나, 최대강도 이후 거동은 실험결과보다 연성적인 것으로 나타났다.

Fig. 21은 임의의 압축응력 경로에 대한 해석 모델의 검증을 위하여 Scavuzzo et al.<sup>28)</sup>의 실험결과와의 비교를 보여주고 있다. 다양하게 변화하는 주응력비에 의하여 재하>Loading)과 제하(Unloading)를 반복하는 하중 조건에 대해서 제안 모델은 안정적인 해석이 이루어 졌으며, 실험 결과와 비교적 일치하는 경향을 보인다. Fig. 22는 3축 압축 상태에서 체적응력의 증가에 따른 최대압축강도의 변화를 편차면상에서 보여 주고 있다. 이 그림에서 제안된 재료모델은 Launay and Gachon<sup>29)</sup>의 실험 결과 및 3축 압축에 의한 강도증가를 비교적 정확히 나타내는 5-매개 변수 Willam-Warnke 파괴면<sup>14)</sup>과 비교되었으며, 제안된 재료모델이 실험 및 파괴면을 정확히 예측하고 있다.

이상의 실험결과와의 비교를 통하여 이 연구에서 제안된 재료 모델은 특별한 변수의 조정 없이 콘크리트 1축강도와 해당 변형률 등의 기본적인 변수로서 다양한 강도 및 탄성계수를 갖는 1, 2, 3축 압축 응력 상태의 콘크리트의 거동을 비교적 정확하게 예측할 수 있음을 알 수 있다.

## 8. 결 론

다양한 압축 상태의 콘크리트의 강도 변화 및 비선형 거동 특성을 나타내기 위하여 새로운 파괴 기준을 이용한 소성 모델을 개발하였다. 제안된 소성모델에서는 압축응력 상태에서의 응력 성분은 각각 체적, 편차 압축거동 특성을 나타내는 세 직교 성분으로 분리된다. 이를 세 성분 각각의 독립적인 거동 특성을 반영하기 위하여, 각 성분에 대하여 독립적인 세 개의 다중 파괴 기준을 이용하는 소성 모델을 적용하였다. 한 개의 파괴면을 사용하는 기준의 소성 모델과 달리 제안된 모델은 3개의 독립된 파괴면을 사용함으로서 다양한 압축상태의 콘크리트 거동의 변화를 보다 정확히 예측할 수 있다. 또한 압축손상에 의한 체적 팽창을 나타내기 위하여 보다 간단한 비상관 소성흐름을 제안하였다. 제안된 모델은 다양한 강도 및 탄성계수를 갖는 콘크리트에 대한 기준의 1축, 2축, 3축 압축 실험결과들과 비교되었다. 기준의 소성모델과는 달리 제안된 모델은 콘크리트 강도 등의 기본적인 변수이외에 별도의 변수의 조정 없이 광범위한 실험결과를 전반적으로 정확히 예측할 수 있는 장점을 가지고 있다.

## 감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설핵심기술연구개발사업(03산학연C103A1040001-03A0204-00110)에 의한 것임을 밝히며, 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. Kupfer, H. B., Hildorf, H. K., and Rusch, H., "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses," *ACI Journal*, ACI, Vol.66, No.8, 1969, pp.656~666.
2. Mills, L. L. and Zimmerman, R. M., "Compressive Strength of Plain Concrete under Multiaxial Loading Conditions," *ACI Journal*, ACI, Vol.67, No.10, 1970, pp.802~807.
3. Liu, T. C. Y., Nilson, A. H., and Slate, F. O., "Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Uniaxial and Biaxial Compression," *ACI Journal*, ACI, Vol.69, No.5, 1972, pp.291~295.
4. Nelissen, L. J. M., "Biaxial Testing of Normal Concrete," *Heron*, Vol.18, No.1, 1972.
5. Tasuji, M. E., Slate, F. O., and Nilson, A. H., "Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading," *ACI Journal*, ACI, Vol.75, No.7, 1978, pp.306~312.
6. Kotsovos, M. D. and Newman, J. B., "Generalized Stress-Strain Relations for Concrete," *Journal Engrg. Mech Div.*, ASCE, Vol.104, No.EM4, 1978, pp.845~856.
7. Smith, S. S., Willam, K. J., Gerstle, K. K., and Sture, S., "Concrete over the Top, or: Is There Life after Peak?", *ACI Mat. Journal*, ACI, Vol.86, No.5, 1989, pp.491~497.
8. Bellotti, R. and Rossi, P., "Cylinder Tests: Experimental Technique and Results," *Mat. and Struct.*, RILEM, Vol.24, 1991, pp.45~51.
9. Xie, J., Elwi, A. E., and MacGregor, J. G., "Mechanical Properties of Three High-Strength Concretes Containing Silica Fume," *ACI Mat. Journal*, ACI, Vol.92, No.2, 1995, pp.135~145.
10. Imran, I. and Pantazopoulou, S. J., "Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress," *ACI Mat. Journal*, ACI, Vol.93, No.6, 1996, pp.589~601.
11. Li, Q. and Ansari, F., "Mechanics of Damage and Constitutive Relationships for High-Strength Concrete in Triaxial Compression," *Journal Engrg. Mech.*, ASCE, Vol.125, No.1, 1999, pp.1~10.
12. Sfer, D., Carol, I., Gettu, R., and Etse, G., "Study of the Behavior of Concrete under Triaxial Compre-

- ssion," *Journal Engrg. Mech.*, ASCE, Vol.128, No.2, 2002, pp.156~163.
13. Chen, A. C. T. and Chen, W. F., "Constitutive Relations for Concrete," *Journal Engrg. Mech. Div.*, ASCE, Vol.101, No.4, 1975, pp.465~481.
  14. Chen, W. F., "Plasticity in Reinforced Concrete," McGraw-Hill Book Company, New York, 1982.
  15. Menetrey, P. and Willam, K., "Triaxial Failure Criterion for Concrete and Its Generalization," *ACI Struct. Journal*, ACI, Vol.92, No.3, 1995, pp.311~318.
  16. Pramono, E., and Willam, K., "Fracture Energy-Based Plasticity Formulation of Plain Concrete," *Journal Engrg. Mech.*, ASCE, Vol.115, No.6, 1989, pp.1183~1204.
  17. Kang, H. and Willam, K., "Localization Characteristics of Triaxial Concrete Model," *Journal Engrg. Mech.*, ASCE, Vol.125, No.8, 1999, pp.941~950.
  18. Imran, I. and Pantazopoulou, S. J., "Plasticity Model for Concrete under Triaxial Compression," *Journal Engrg. Mech.*, ASCE, Vol.127, No.3, 2001, pp.281~290.
  19. Grassl, P., Lungren, K., and Gylltoft, K., "Concrete in Compression: a Plasticity Theory with a Novel Hardening Law," *Int. J. of Solids and Struct.*, Pergamon, Vol.39, 2002, pp.5205~5223.
  20. Bazant, Z. P. and Prat, P. C., "Microplane Model for Brittle-Plastic Material," *Journal Engrg. Mech.*, ASCE, Vol.114, No.10, 1988, pp.1672~1702.
  21. Park, H. and Klingner, R. E., "Nonlinear Analysis of RC Members Using Plasticity with Multiple Failure Criteria," *Journal of Struct. Engrg.*, ASCE, Vol.123, No.5, 1997, pp.643~651.
  22. Green, S. J. and Swanson, S. R., "Static Constitutive Relations for Concrete," *Air Force Weapons Lab. Tech Rep.*, AFWL-TR-72-244, Kirtland Air Force Base, Albuquerque, N. Mex., 1973.
  23. Wang, C.-Z., Guo, Z.-H., and Zhang, X.-Q., "Experimental Investigation of Biaxial and Triaxial Compressive Strength," *ACI Mat. Journal*, ACI, Vol.84, No.2, 1987, pp.92~100.
  24. Crisfield, M. A., "Basic Plasticity," *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures Vol. 1*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991, pp.152~200.
  25. Hognestad, E., Hanson, N. W., and McHenry, D., "Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design," *ACI Journal*, ACI, Vol.52, 1955, pp.455~477.
  26. Desayi, P. and Krishnan, P., "Equation for Stress-Strain Curves of Concrete," *ACI Journal*, ACI, Vol.61, 1964, pp.345~350.
  27. van Mier, J. G. M., "Multiaxial Strain-Softening of Concrete," *Mat. and Struct.*, RILEM, Vol.19, No.111, 1986, pp.179~200.
  28. Scavuzzo, R., Stancowski, T., Gerstle, K., and Ko, H.-Y., "Stress-Strain Curve for Concrete under Multiaxial Load Histories," *Rep. NSF CME 80-01508*, Dep. of CEAE, Univ. of Colorado, Boulder, Colo., 1983.
  29. Launay, P. and Gachon, H., "Strain and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Stress," *ACI Paper 13, ACI Special Publication-34*, 1972.

## 요 약

다양한 압축 응력 상태에서의 콘크리트의 거동 특성을 나타내기 위한 소성 모델을 개발하였다. 응력 성분은 압축 상태에서 각각의 거동특성을 갖는 세 개의 직교 성분으로 분리하였다. 각 성분의 거동 특성을 독립적으로 나타내기 위하여 각 성분에 대한 독립적인 다중 파괴기준을 이용하는 소성모델을 적용하였다. 각 파괴면은 실험결과에 근거하여 각 파괴기준에 대한 등가 소성 변형률에 의하여 정의하였다. 또한, 압축손상에 의한 체적팽창을 나타내기 위한 간단한 비상관 소성호름법칙을 제안하였다. 제안된 모델은 다양한 재료 특성 및 응력 상태를 갖는 기존의 실험 결과들과 비교를 통하여 검증되었다. 이 비교는 기존의 소성모델보다 제안된 모델의 적용성이 우수함을 입증하고 있다.

**핵심용어 :** 압축, 소성모델, 콘크리트, 다중파괴기준, 유한요소해석