

◎ 논문

Flapping 운동의 최적공력성능을 위한 익형 연구

이 정 상^{*1}, 김 중 암^{*2}, 노 오 현^{*3}A Study of an Airfoil
for Optimal Aerodynamic Performance of Flapping Motion

J. S. Lee, C. Kim and O. H. Rho

In this work, we propose a new idea of flapping airfoil design for optimal aerodynamic performance from detailed computational investigations of flow physics. Generally, flapping motion which is combined with pitching and plunging motion of airfoil, leads to complex flow features such as leading edge separation and vortex street. As it is well known, the mechanism of thrust generation of flapping airfoil is based on inverse Kármán-vortex street. This vortex street induces jet-like flow field at the rear region of trailing edge and then generates thrust. The leading edge separation vortex can also play an important role with its aerodynamic performances. The flapping airfoil introduces an alternative propulsive way instead of the current inefficient propulsive system such as a propeller in the low Reynolds number flow. Thrust coefficient and propulsive efficiency are the two major parameters in the design of flapping airfoil as propulsive system. Through numerous computations, we found the specific physical flow phenomenon which governed the aerodynamic characteristics in flapping airfoil. Based on this physical insight, we could come up with a new kind of airfoil of tadpole-shaped and more enhanced aerodynamic performance.

Key Words : 플래핑운동(Flapping Motion), 추력계수(Trust Coefficient), 추진효율(Propulsive Efficiency), 올챙이형 익형(Tadpole like Airfoil)

1. 서 론

근래에 들어와 익형의 flapping 운동에 의한 양력과 추력의 발생방법은 물리적으로 매우 흥미 있는 연구 주제일 뿐만 아니라, "Ornithopter"형 초소형비행체(MAV, Micro-Aerial Vehicle)에서의 적용 가능성과 스크류를 대신할 선박의 추진시스

템으로 까지 공학적인 응용 가치의 증대로 국내외에서 많은 연구자들에 의해 활발히 연구되고 있다. 익형의 flapping 운동에 의한 추력발생의 원리는 이미 1910년대 초반에 Knoller 와 Betz 등에 의해서 각각 연구되어졌고, 그 후로 1920년대에 들어서 Katzmayr, Birnbaum 등에 의해서 실험적인 차원에서 추력발생이 증명되었으며, 1935년에 Von Kármán 과 Burgers에 의해서 물리적으로 추력발생의 공기역학적 메커니즘이 설명되었다. 이러한 flapping 익형에 대한 고전적인 추력발생 메커니즘을 Fig. 1과 2에 도시해 놓았다. Fig. 1은 추력 발생의 원리를 나타낸 것이고,

* 2003년 3월 31일 접수

*1 학생회원, 서울대학교 대학원 기계항공공학부

*2 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

*3 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

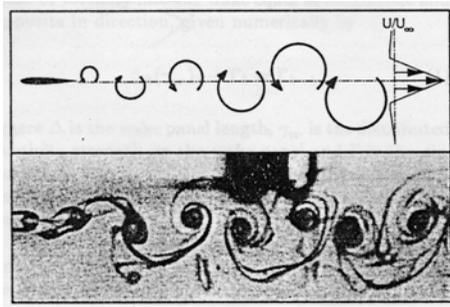


Fig. 1 Thrust-indicative vortex street [1]

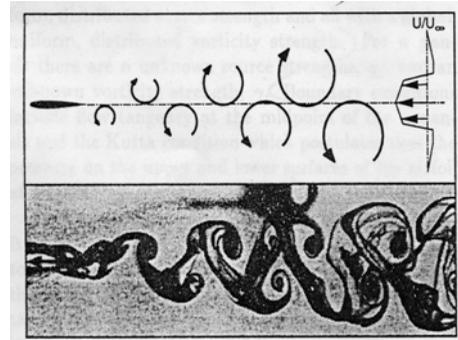


Fig. 2 Drag-indicative vortex street [1]

Fig. 2는 항력 발생의 물리적인 메커니즘을 유동 가시화 실험과 함께 도시해 놓은 것이다. 먼저, Fig. 1을 살펴보면 익형 끝단에서 inverse Kármán vortex가 익형의 중심선을 기준으로 생성되어 후류를 마치 분사류(jet)처럼 거동하게 해 공기에 운동량을 더해주고 여기서의 반작용으로 익형은 추력을 얻게 되는 과정을 나타내고 있다. Fig. 2는 익형의 끝단에서 Kármán vortex가 생성되어 Fig. 1에서와는 반대로 추력 대신 항력이 발생하는 것을 나타낸다[1].

Flapping 운동을 하는 익형주위의 유동흐름은 근본적으로 비정상유동(unsteady flow)이므로, 동적실속(dynamic stall), 앞전박리, vortex shedding등 복잡한 유동현상들이 수반된다. 이러한 복잡한 유동현상은 현재까지도 익형의 flapping 운동에 대한 완벽한 물리적 이해를 어렵도록 만들고 있다.[2] 이에 대해 최근 여러 연구자들에 의해 밝혀진 익형의 flapping운동에 따른 연구들을 대략 살펴보면 다음과 같다. Lee[3]는 inverse Kármán vortex 이외에도 동적실속에 의한 앞전박리와류(leading edge separation vortex)가 추력 발생의 메커니즘으로 작용 할 수 있음을 보였으며, 또한 이와 같은 앞전박리와류는 익형주위의 유동특성에 강한 영향을 주어 K. Isogai 와 Y. Shinmoto[4]연구결과나 Ismail H. Tuncer[5]의 경우에서 보듯이 flapping 운동을 하는 익형의 추력발생과 추진효율에 큰 영향을 미치게 된다. Lee[6]는 이러한 앞전박리의 영향으로 나타날 수 있는 공력특성을 익형의 두께에 따라 고찰하여 보고, 얇은 익형의 경우에서 앞전에서 강한 압력구배로 말미암아 같은 유효받음각(effective angle of attack) 상에서도 두꺼운 익형보다 상대적으로 강한 앞전박리와류를 유발시

키게 됨을 보였다.

최근에 와서 flapping익형의 근본적인 연구배경에는 무엇보다도 저 레이놀즈수 유동에 있어서 비효율적인 추진방식으로 지적되어온 기존의 프로펠러를 대신한다는 목적이 있으므로, 추력계수와 함께 추진효율은 상당히 중요한 설계 인자가 된다. 그러나 익형의 flapping운동의 강약에 따라 혹은 형상에 따라 추진효율과 추력계수와의 관계는 서로 반하는 경우가 많기 때문에, 우수한 추진효율을 보이면서도 동시에 상대적으로 큰 추력계수를 얻기 위한 연구가 반드시 필요한 실정이었다. 이에 본 연구에서는 flapping 익형에 관한 공력특성의 물리적 파악을 기본으로 하여, 최적의 공력 성능을 구현할 수 있도록 하는 “올챙이형 익형을 제안하였다. 제안된 ”올챙이“형 익형은 레이놀즈수나 flapping 운동의 강약에 상관없이 높은 추진효율과 함께 높은 추력계수를 얻을 수 있는 우수한 공력성능을 가질 수 있는 것으로 나타났다.

2. 지배방정식 및 수치기법

2.1 지배방정식

지배방정식은 2차원 비정상 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 격자의 운동속도를 고려하여 보존형식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} + \vec{v}_a \cdot \nabla \vec{v} + \nabla p = \nabla \cdot \sigma \quad (1)$$

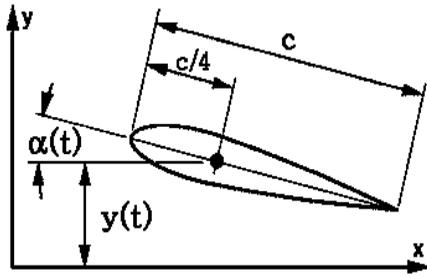


Fig. 3 Definition of geometric parameters.

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{w} \cdot \nabla \vec{v}$$

여기서, σ 는 전단응력 텐서를 나타내고, 운동량 보존식은 전체적으로 밀도로 나뉘어져 p 는 밀도로 나뉘어진 압력을 나타낸다. \vec{v}_a 는 $\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{w}$ 로 \vec{v} 는 유체의 속도성분을 나타내며, \vec{w} 는 격자속도를 나타낸다. 본 연구에서 사용한 유동해석 코드에는 Kwak의 INS2D[7]의 기법들과 Menter의 $k-\omega$ SST[8] 난류모델 및 Wilcox의 저 레이놀즈수형 $k-\omega$ 모델[9]을 적용하였다.

2.2 수치 해법

지배 방정식은 유한 체적법에 근거하여 이산화 되었다. 비압축성 방정식은 유동의 속도장과 압력장이 연결되어 있지 않으므로, 다음과 같은 관계식에 근거한 pseudo-compressibility 기법을 적용하여, 수치적으로 방정식의 해를 구할 수 있도록 하였다.

$$-\frac{\partial p}{\partial \tau} = -\beta \nabla \cdot \vec{u} \tag{2}$$

여기서 τ 는 pseudo 시간을 나타내며 β 는 pseudo-compressibility 계수값 이다. 공간 차분 기법으로 Osher's Upwind Scheme을 적용하였으며, MUSCL을 이용하여 3차의 공간정확도를 나타내도록 하였다. 시간 적분에 있어서는 코드 적용이 간편하고 경제적인 Yoon과 Kwak의

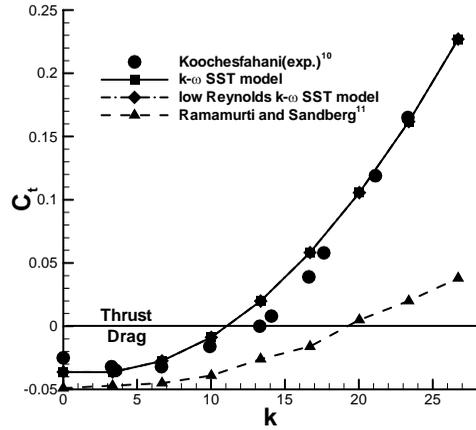


Fig. 4 Thrust coefficient as a function of reduced frequency, k.

LU-SGS 기법이 사용되었으며, 비정상 계산을 위하여 이중시간전진법 (dual time stepping)을 사용하여 2차의 시간 정확도를 갖도록 하였다.

2.3 동적 격자 기법

시간에 따른 익형의 운동을 모사하기 위하여 동적 격자 기법을 도입하였다. 격자의 운동은 시간에 따른 내부 격자점들 간의 상대적인 운동이 없는 강체 운동으로 모사 할 수 있으므로 다음과 같이 나타낼 수 있다. 익형의 flapping 운동은 다음 식(3) 과 (4)에 의해 pitching 운동과 plunging 운동의 결합으로 모사 할 수 있다. 식 (3)은 plunging 운동, (4)는 pitching 운동을 나타내는 것이다.

$$y(t) = h \cdot \sin(kt) \tag{3}$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \sin(kt + \Phi) \tag{4}$$

여기서, t 는 무차원화된 물리적인 시간이며, k 는 reduced frequency로 $k=2\pi fc/U_\infty$ 이고, h 는 plunging운동의 진폭, α_0 는 pitching운동의 진폭이다. 그리고 f 는 운동주파수이며 c 는 익형의 코드길이 이다. 또 Φ 는 pitching 운동과 plunging 운동사이의 위상차 이다. Pitching 운동은 1/4 chord인 지점이 중심이 되고, Fig. 3 에

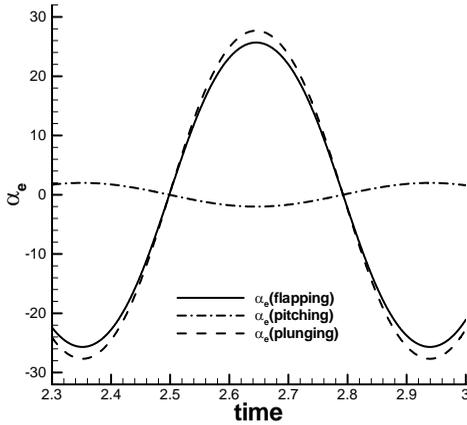


Fig. 5 Comparison of effective angle of attack at each motion modes.

도시해 놓았다.

3. 해석코드의 검증

해석코드의 검증은 익형의 순수 피칭운동에 대한 Koochesfahani[10]의 water channel 실험결과와 함께 Ramamurti와 Sandberg[11]의 전산 유체 해석 결과와 비교함으로써 이루어 졌다. 레이놀즈 수는 12,000이며, NACA0012 익형에 대해서 수행되어졌고, 익형의 pitching 운동 진폭은 $\alpha_o = 2$ 도이며, 피칭운동의 주파수는 0~8(Hz)까지의 정수 단위로 계산되어 졌다. 계산에 사용한 격자는 245x125 크기의 O형 격자이며, 벽면에서 첫 번째 격자간격의 길이는 코드길이에 대해 1×10^{-5} 배를 갖도록 하였다. 비정상 계산에서 공력 데이터들이 충분한 주기성을 보이도록 하기 위해 8주기 동안 계산하였다. Fig. 4는 이러한 해석코드의 검증에 대한 reduced frequency(k)의 함수로서 추력계수(C_t)의 그래프이다. 여기서 추력계수는 음의 항력계수와 같고, 마지막 1주기 동안의 변화를 시간에 대해서 평균을 취한 값이다. 결과를 살펴보면 Ramamurti 와 Sandberg의 해석결과보다 실험 데이터에 훨씬 더 근접한 결과를 볼 수 있었다. 이 경우에 난류모델을 사용한 경우와 난류모델을 제외하여 층류유동으로 가정한 경우 모두 동일한 결과를 보였는데, 이는 유동자체가 층류라는 결과보다 고 레이놀즈수 유

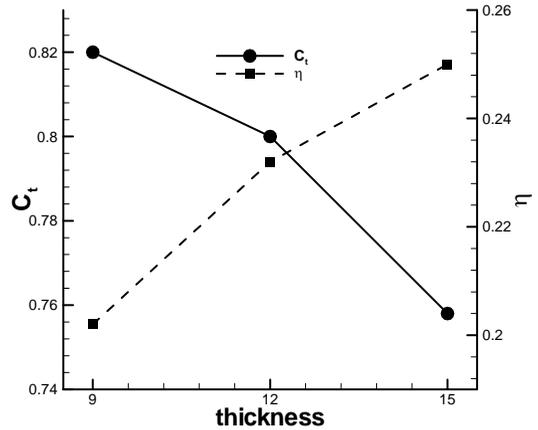


Fig. 6 Thickness effect of flapping airfoil ($\alpha_o = 2$ (deg.), $h=0.1$, $k=10$)

동에 맞게 개발된 k- ω SST난류 모델이 난류로의 천이를 제대로 예측하지 못하는 현상이라고 해석하는 것이 옳을 것이다. 이러한 해석 결과는 Baldwin-Lomax 난류모델을 사용하여 해석된 참고문헌 [4]와 [5]에서도 동일한 경향을 나타내고 있다. 이에 대해 저 레이놀즈수 유동 특성을 고려하기 위하여 low Reynolds number k- ω 모델을 적용하여 보았다. 하지만, 그림에 나타난 것처럼 난류모델의 교체에도 불구하고 공력계수에 나타난 영향은 매우 낮은 것으로 나타났다. 따라서 저 레이놀즈수 유동에서 필요한 난류모델에 대한 심도 있는 연구가 필요하리라 생각된다.

4. Flapping 운동의 공력특성

4.1 유효받음각에 따른 공력특성

익형의 Flapping 운동은 식(3)과 식(4)에서와 같이 pitching 운동과 plunging 운동 간의 결합으로 모사 시킬 수 있다. 이에 대해 pitching 운동과 plunging운동을 따로 분리시켜 유동해석을 수행하는 경우 익형간의 Strouhal 수에 따른 추력계수의 상사성은 나타나지만, 양력계수와 추진 효율에 있어서는 상당한 차이가 보인다[6]. 이는 Isogai 와 Shinmoto[4]가 flapping 운동에서의 유효받음각이 높을수록 낮은 추진효율의 특성을 나타낸 것처럼, flapping운동을 구성하고 있는 pitching 운동과 plunging운동의 유효받음각에 대한 차이에 기인한 것이다. 실제로 익형의 기하

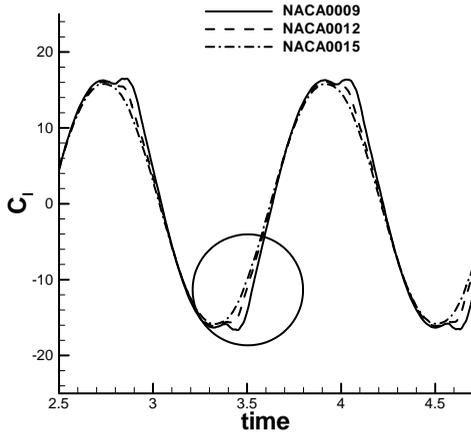


Fig. 7 C_l comparison of NACA airfoils ($\alpha_0 = 2(\text{deg.})$, $h=0.1$, $k=10$)

학적인 받음각과는 무관하게 plunging 운동에 의한 유효받음각은 Fig. 5에서 나타나듯이 pitching 운동의 그것과는 상당한 차이를 보이는 것으로 나타난다.[12] 따라서 이로 인해 익형의 윗면과 아랫면에서는 상당한 압력차이가 존재하게 되고, 또 경우에 따라서는 앞전부근에서 동적실속(dynamic stall)현상이 발생하여 쉽게 앞전박리와류가 나타난다. 따라서 양력특성과 pitching 모멘트의 시간에 따른 특성은 큰 값을 보이게 되므로 식(5)에 의해 추진효율면에 있어서는 plunging 운동이 상당히 불리하게 된다.

$$\eta = \frac{C_t}{C_p} \tag{5}$$

여기서 $C_p = -(\frac{dy}{dt} C_t + \frac{d\alpha}{dt} C_m)$ 이고, 추력 계수는 음의 항력계수로써 $C_t = -C_d$ 이다. 즉, C_p 는 Newton의 제 3운동법칙에서 익형을 움직이는데 필요한 작용력에 의한 공급된 일이라고 생각하게 된다면 높은 양력과 모멘트 특성은 저효율의 추진특성을 야기하게 된다. 여기서, 식(5)에 나타난 C_t 와 C_p 는 각기 시간평균에 의해 구해진 값이다.

유효 받음각의 식은 다음과 같다.

$$\alpha_e = \tan^{-1}\left(-\frac{dy}{dt}\right) + \alpha \tag{6}$$

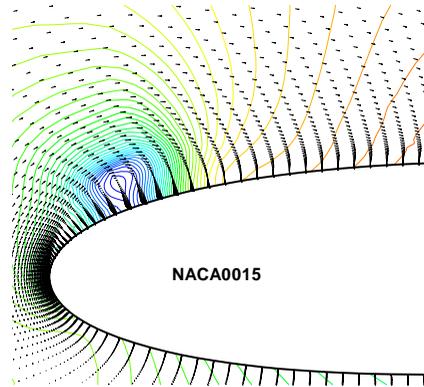
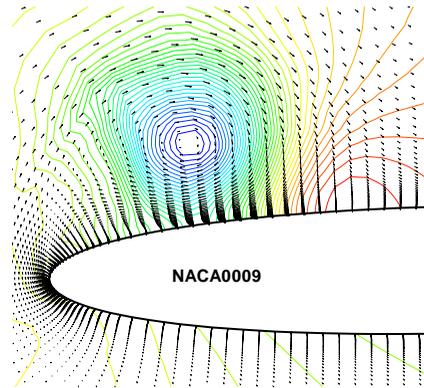


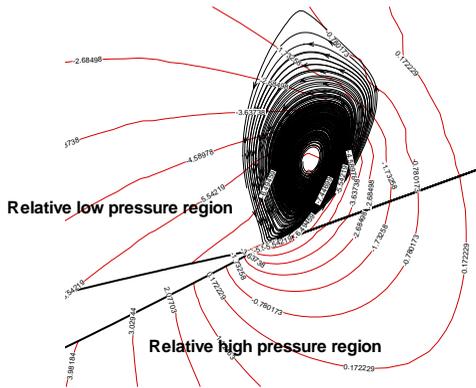
Fig. 8 Leading edge separation vortex ($\alpha_0 = 2(\text{deg.})$, $h=0.1$, $k=10$)

$$\alpha_e = \tan^{-1}(-kh \cos kt) + \alpha_0 \sin(kt + \phi) \tag{7}$$

따라서 유효받음각의 절대값의 최대값 $|\alpha_e|_{\max}$ 의 최소화를 유지시키는 방법으로 식(7)에서 위상차 ϕ 를 90도 설정할 수 있다.[1,4]

4.2 익형의 형상에 따른 공력특성

익형의 flapping운동에서 형상에 대한 영향을 살펴보기 위해 본 연구에서 이용한 flapping 운동은 레이놀즈수 12,000에서 reduced frequency 가 10, $\alpha_0 = 2$ 도, $h=0.1$, 그리고 위상차는 90도인 경우를 해석하였다. 위상차 90 도는 Jones 와



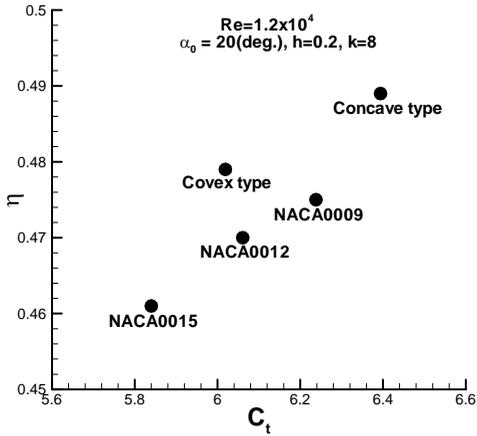


Fig. 11 Thrust and propulsive efficiency

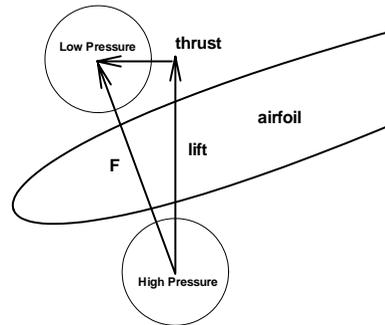


Fig. 13 Thrust generation by leading edge separation vortex [3]

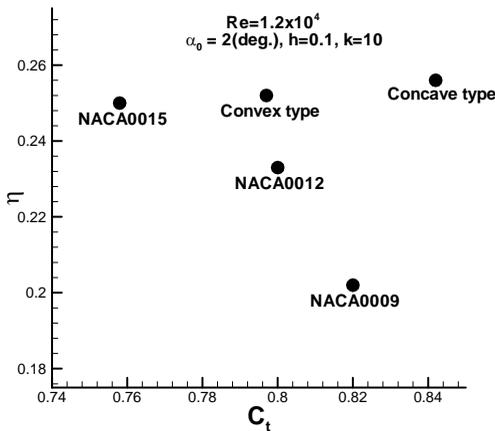


Fig. 12 Thrust and propulsive efficiency

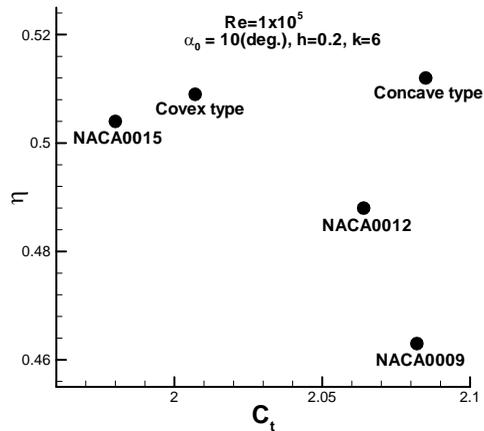


Fig. 14 Thrust and propulsive efficiency

도의 경우에는 앞전 와류가 추력발생의 주요원인으로는 생각하기 힘들고 뒷전부근에서의 압력구배가 더 큰 요인으로 작용했을 것으로 생각할 수 있을 것이다.

5. “올챙이”형 익형의 제안

익형의 flapping 운동에 따른 형상에 대한 영향과 유효받음각에 따른 영향을 고려해 볼 때 대체로 앞전에는 두꺼운 익형을 사용하면 동적실속에 의한 박리 와류의 생성을 막을 수 있고, 뒷전부근에서는 얇은 익형을 사용하면 큰 압력구배를 발생시키기에 유리 할 것 이므로 Fig.10과 같은 “올챙이”형 익형을 제안한다.

여기서, 앞전부근은 NACA0015를 사용하였고 뒷전부근은 NACA0009를 사용하였으며 두꺼운 앞전의 위치는 시위대비 약 40%정도이다. 이의 형상자체가 “올챙이”와 비슷하게 도출되었으므로 실제 올챙이사진에서 머리쪽 부근의 길이가 전체 길이에 대략 40%정도 근방이었으므로 이를 차용한 것이다. #2의 concave type은 뒷전부근의 표면을 180도로 회전하여 나타난 것이다. 사용격자의 크기는 전술한 NACA0012의 경우와 같다.

5.1 운동상태에 따른 공력특성

먼저, Fig 11 과 12는 각각 상대적으로 약한 flapping 운동과 강한 운동에서 익형의 두께에

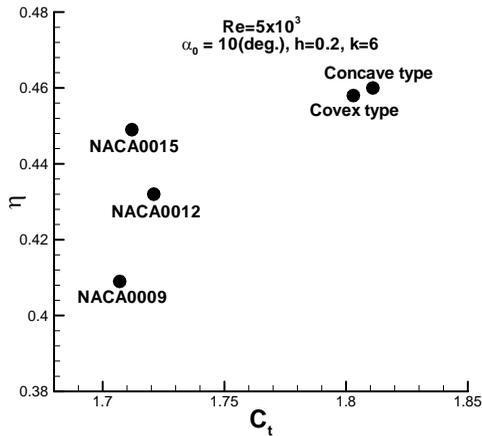


Fig. 15 Thrust and propulsive efficiency

따른 공력특성과 함께 새롭게 제안한 “올챙이형” 익형의 공력 특성을 표시한 것이다. 레이놀즈수와 운동조건은 그림에 나타나 있다. 그림에서 보는 것처럼 제안된 “올챙이” 형 익형이 모두 상대적으로 좋은 공력성능을 유지함을 알 수 있다. 특히, concave type의 익형의 높은 추진효율과 추력계수를 보이는 것으로 나타내고 있는 것을 볼 수 있다. 그런데 Fig. 12에서의 결과는 Fig. 11과는 다르게 얇은 익형이 두꺼운 익형보다 오히려 추진효율마저 높게 나타나고 있는 것으로 나타나고 있는데, 이는 전술한 바와 같이 flapping 운동이 동적 실속을 유발할 만큼 강하고, 또한 pitching의 진폭이 적당히 높을 경우 앞전에서 나타난 박리 와류에 의한 압력차이가 뒷전 부근에서 발생하는 압력구배로 인한 inverse Kármán vortex의 영향보다 더욱 커지게 되어서 추력계수가 높아지고 이에 따라 추진효율도 증가하게 되기 때문이다. 따라서 이는 양력이나 모멘트 특성에 기인한 것 이라기보다는 높은 추력에 의한 것으로 해석될 수 있을 것이다. Fig. 13은 이에 대해 앞전 와류에 의한 추력 발생의 원리를 도식해 놓은 것이다. 그러나 flapping운동이 강도가 커져서 앞전박리 와류로 인한 것이든지 뒷전의 압력구배로 추력이 발생하는 것이든지 상관없이 제안된 “올챙이”형 익형은 좋은 공력특성을 나타내어 주었다.

5.2 레이놀즈수에 따른 공력특성

Fig. 14 과 15는 레이놀즈수에 따른 공력특성

을 분석하기 위해서 각각 5,000과 100,000인 경우에 대한 해석의 결과이다. 운동 상태에 관한 것은 그림에 나타내었다. 두 그림을 살펴보게 된다면 레이놀즈수와는 무관하게 “올챙이”형 익형의 공력특성이 다른 익형보다도 우수함을 나타내어 주고 있다. 특히나, concave type의 익형이 좋은 공력을 보여주고 있다. 여기서 두 그림을 비교하여 보았을 때 레이놀즈수가 큰 경우에 있어서 추력계수나 추진효율이 각각 증가함을 보이고 있다. Flapping 익형은 레이놀즈수가 작은 저 레이놀즈수 유동에서 효율적이라고 지적되어 왔으므로, 레이놀즈수가 상대적으로 높은 운동에서 각 익형이 더 좋은 효율을 보인다는 것은 의문점 이므로 대한 추가적인 연구가 필요할 것으로 보인다.

마지막으로, 제안한 익형 형상의 일반적인 특성을 조사해 보기 위해 NACA0015와 NACA0004익형을 이용하여 비슷한 형태의 “올챙이”형 익형을 모델화 하여 Fig. 14 및 15에서 사용된 같은 운동조건으로 해석을 시도 하였다. 레이놀즈수가 100,000인 조건에서는 추력계수가 2.05, 추진효율이 0.506 으로 나타났으며, 또한 5,000인 조건에서는 추력계수가 1.85, 추진효율이 0.46으로 나타나 그림과 비교해 보았을 때 추력계수나 추진효율 면에서 가장 좋은 특성을 나타낸다고 할 수 있을 것이다. 따라서 flapping 익형에 있어서 이러한 “올챙이형” 익형의 사용은 유동조건에 구애됨이 없이 최적의 공력성능을 보장하는 방법이 됨을 나타낸다.

현재까지 개발된 익형의 대부분은 고정익 항공기용 익형이나, 헬리콥터의 로터 블레이드 용으로 개발된 것들이 대부분이며, 날개의 flapping을 위한 익형의 설계상의 개념은 아직 정립되어 있지 못한 것이므로, 본 연구에서 제안한 “올챙이”형 익형은 최적설계를 위한 하나의 기본형상으로 충분히 사용할 수 있으리라 생각된다. 또한 기계적 장치만 보완 된다면 현재 미국에서 개발 중인 flapper를 이용한 ”팽귤보트”[13]에도 쉽게 적용가능 하리라 생각된다.

5. 결론

Flapping 운동을 하는 익형에서 최적의 공력 성능을 보이는 ‘올챙이’형 익형을 전산유체역학을

이용한 물리적인 공력특성 분석을 바탕으로 하여 제안하였다. 앞전을 상대적으로 두껍게 하고, 뒷전에서는 상대적으로 얇은 익형을 이용하여 모델화한 익형은 최적설계와 같은 설계알고리즘으로도 출된 형상은 아니지만, flapping 운동을 하는 익형의 공기역학적 특성을 응용한 것으로서, 향후 이에 관한 최적 설계시 기본형상으로 사용될 수 있을 것이다. 제안된 익형에 대해 운동상태 및 레이놀즈수에 따른 영향을 고찰해 보았을 때 일반적으로 우수한 공력성능을 확보할 수 있는 것으로 나타났다.

후기

본 연구는 두뇌한국 21사업과 한국과학재단 특장기초연구과제 "R01-2002-000-00329-0"지원의 일부로 수행된 것을 밝히며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Jones, K.D., and Platzer, M.F., "Numerical Computation of Flapping-Wing Propulsion and Power Extraction," AIAA Paper 97-0826, Reno, NV, Jan. (1997).
- [2] Z. Jane Wang, "Vortex Shedding and Frequency Selection in Flapping Flight" J. Fluid Mech. Vol.440, (2000), p.323-341.
- [3] 이정상, 김종암, 노오현, "동적실속을 이용한 Flapping-Airfoil의 추력발생", 한국전산유체 공학회 추계학술대회(2002).
- [4] Isogai, K., and Shinmoto, Y., "Effect of Dynamic Stall on Propulsive Efficiency and Torque of Flapping Airfoil," AIAA Journal, Vol.39, No.10, (1999), p.1145-115.
- [5] Tuncer, I. H., and Platzer, M. F., "Computational Study of Flapping Airfoil Aerodynamics," Journal of Aircraft, Vol. 37, No. 3, (2000), p.514-520.
- [6] 이정상, 김종암, 노오현, "저 레이놀즈수 유동에서 Flapping-Airfoil의 수치적 공력특성 연구", 한국항공우주학회지, 30권 4호, (2002).
- [7] Kim, C. S., Kim, C., and Rho, O. H., "Parallel Computation of High-Lift Airfoil Flow Using Two-Equation Turbulence Model," AIAA Journal, Vol.38, No.8, (2000), p.1360-1368.
- [8] Menter, F.R., "Two-Equation Eddy-Viscosity turbulence Models for Engineering Application," AIAA Journal, Vol.32, No.8, (1994), p.1598-1605.
- [9] Wilcox, D.C., "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Models," AIAA Journal, Vol.32, No.2, (1994).
- [10] Koochesfahani, M. M., "Vortical Patterns in the Wake of an Oscillating Airfoil," AIAA Journal, Vol.27, No.9, (1989), p.1200-1205.
- [11] Ramamurti, R., and Sandberg, W., "Simulation of Flow About Flapping Airfoil Using Finite Element Incompressible Flow Solver," AIAA Journal, Vol.39, No.2, (2001), p.253-260.
- [12] Lee, J. S., Kim, C., and Rho, O. H., "The Modification Airfoil Shape for Optimal Aerodynamic Performance of Flapping-Airfoil in Low-Reynolds flow," AIAA Paper 2003-0421, (2003).
- [13] <http://web.mit.edu/towtank/www/flapfoil/index.html>
- [14] Lee, J. S., Kim, Y. H., Kim, C. A., and Rho, O. H., "Navier-Stokes Computation on Wing and Flapping Airfoil for Micro Air Vehicle," The Third Korea/Japan Joint Workshop on Aeronautical and Astronautics, (2002).