

# 아동기 확률지도 방안 모색

박태학(朴泰學)\*

## 논문 요약

전통적으로 확률은 초등학교에서 가르치기 어려운 영역으로 인식되고 있다. 본 연구의 목적은 초등학교 아동을 대상으로 확률의 조기교육 가능성을 검토함과 아울러 그 지도방안을 모색하는데 있다. 이를 위해 본 연구는 먼저 아동의 확률인지 관련 연구문헌의 심리학적, 발달론적, 교육학적 측면을 고찰한 후, 이를 토대로 아동의 올바른 확률적 직관과 비결정론적 태도의 습성 기르기 위한 교수학습 방법의 개념적 모델을 제시하고자 한다. 또한 이 모델의 구체적 실천 방안을 만 5세 아동 대상의 활동사례를 통하여 예시하였다.

주요어 : 확률지도, 확률인지, 확률적 추론, 확률적 직관, 통계적 사고

## I. 서론

최근 미국과 영국을 비롯한 세계 여러나라에서 수학교육의 양태가 정보화, 현대화라는 명목하에 많은 변화를 거치게 되었다. 그런 변화의 하나는 확률 및 통계 영역이 모든 학교수준의 교육과정 에 포함되어야 할 중요한 기초지식 영역임을 강조하고 있다는 점이다. 이는 전 세계의 교육계, 기업, 산업체 등에서 ‘양적 정보에 대한 이해(Quantitative Literacy)’가 현대인이 갖추어야 할 필수 기본자질이라는 점이 널리 인식되었음을 의미한다. 이러한 세계적 추세에 발맞추어 우리나라에서도 제6차 초등학교 교육과정부터 통계를 관계 단원의 일부로 다루기 시작하였으며, 현행 제7차 교육과정에서는 확률과 통계를 별도로 분리하여 다루고 있다. 제7차 교육과정에 따르면 자료분석을 통한 통계 활동을 초등학교의 전 학년에 걸쳐 강조되고 있으나, 확률은 6학년에서 ‘경우의 수와 확률’이라는 주제로 처음 소개된다. 반면 미국이나 영국의 경우, 확률 영역은 우리나라에 비해 보다 저학년에 소개되고 있다. 미국 NCTM(1989)의 ‘학교수학의 교육과정 및 평가준거’에 의하면 유치원부터 4학년까지 “우연의 개념을 탐색할 수 있어야 한다”고 강조하고 있다. 또한 영국 The National Curriculum(1996)의 교육과정에 의하면 “확률을 이해하고 사용한다”라는 주제하에 3학년 부터 6학년 동안 경험해야 확률 활동을 아래와 같이 소개하고 있다(재인용, 이수정, 2000).

- 경험과 실험을 통하여 확률에 대한 이해를 증진시킨다.
- 어떤 사건이 불가능과 확실한 것 사이에 있다는 것을 안다.
- 똑같이 일어나는 경우에 기초한 확률과 실험적인 증거에 의존해야하는 경우에 사용되는 확률적인 상황을 인식한다.

전통적으로 확률은 초등학교 수준에서 가르치기에 매우 어려운 영역으로 인식되고 있다. 이러한 인식은 피아제식(Piagetian) 인지발달의 단계이론에 기인한 관점으로 확률을 전형적인 수학적 모델, 즉 비율과 집합이론에만 의존하여 가르치려 하기 때문이다. Fishbein(1975)의 대안적 관점은 인지발달의 초기 단계인 아동도 불확실한 상황에 대한 특정한 형태의 확률적 직관을 갖고 있으며, 이러한 직관을 토대로 확률 개념의 조기 교육 가능성을 시사하고 있다.

초등학교 하위 학년 수준에 확률교육을 포함시키는 것은 많은 어려움과 문제점이 수반되며 이

\* 신라대학교 교육학과 조교수

에 대한 실증적 연구를 필요로 한다. 다양한 발달 수준에 따라 아동들은 어떠한 확률 개념을 갖고 있는가?, 아동들의 직관적 확률과 학교수업에서 소개되는 형식적 확률(formal probability)간에 어떠한 관련성이 있는가?, 각 학년 수준에 적합하다고 여겨지는 확률 개념에는 어떤 것이 있는가?, 그것들을 효과적으로 가르치고 배우는 방법에는 어떤 것이 있는가?, 전통적인 수학 및 다른 주제들과 어떻게 조화시켜 가르칠 것인가? 본 연구의 목적은 이러한 이슈들을 다양한 관점에서 조명해 보고, 이를 토대로 아동기에 적합한 확률지도 방안을 모색하는데 있다. 이를 위해 본고는 우선 확률인지 관련 연구 동향을 발달론적, 심리학적, 교육학적 측면에서 살펴본 후, 아동기 발달 수준별 확률교육의 목표 및 내용을 제시하고, 이를 위한 교수학습 모델을 구체적인 활동사례와 함께 제시하면서 결론을 맺고자 한다.

## II. 확률인지 관련 연구동향

심리학자, 수학교육자, 통계 교육자들에 의한 아동의 확률적 판단 및 추론에 관련된 연구 문헌은 몇 가지 측면에서 심도있는 연구 관점을 제시한다. 연구 문헌은 크게 세 유형으로 분류할 수 있다. 첫째는 심리학자들에 의한 연구로 아동들이 불확실한 상황에서 어떻게 생각하고 판단하느냐를 기술하려는 것이고, 둘째는 그런 불확실성에 대한 관념은 언제, 어떻게 형성되느냐를 탐구하는 것이며, 나머지 유형은 주로 수학 및 통계 교육자들에 의해 수행된 연구로 확률적 판단이나 추론 능력이 교수개입에 의해 수정, 발달 가능한가에 초점을 둔 것이다.

### 1. 誤개념과 전략에 관한 연구

확률적 추론 및 판단에 대한 심리학자들의 연구는 사람들이 일상생활의 문제를 사고하는 과정에서 실제적으로 사용하는 비형식적인 추론 규칙 혹은 전략에 관심을 두어 왔다. 이들 연구에 의하면 학생들은 학교 수업 이전에 이미 상당한 사전 지식을 지니고 있으며, 비록 이러한 사전 지식 중 일부는 신뢰할만한 것이라 할지라도, 대부분은 오류이거나 편향과 같은 옳지 않거나 잘못 유도된 誤개념 체계를 구축한 것이다. 더욱이 이러한 誤개념 중 일부는 뿌리깊은 것으로, 단순히 확률 법칙이나 통계규칙에 빈번히 노출시키는 것으로 그러한 문제를 해결할 수 없다는 것이다 (Shaughnessy, 1982).

연구문헌은 이러한 誤개념의 유형을 최소한 다음 두 가지로 규정하고 있다. 그 하나는 ‘직관적 발견전략’(intuitive heuristics)에 의해서 형성되는 것으로 다소 체계적이고 확률적인 특성의 誤개념이며(Kahneman과 Tversky, 1982), 다른 하나는 본질상 비확률적인 것으로서 인과체계, 신념체계, 기타 결정론적 태도에 근거한 誤개념이다(Konold, 1989, 1995; Shaughnessy, 1982).

#### 1) 직관적 발견전략에 근거한 오류

Tversky와 Kahneman(1983)에 의하면 사람들은 일상생활에서 직면하는 사건을 분석하는 데 있어 확률 법칙이나 통계적 원리에 근거하지 않고, 오히려 자신의 경험에 국한된 몇 가지의 직관적 발견전략에 근거하여 분석하는 경향이 많다. 여기서 직관적 발견전략이란 ‘추론에 있어 의도적이든 아니든 간에 일상적 평가(natural assessment)에 의존하는 전략’을 의미한다. 이러한 오류의 한 대표적인 예로서, 남녀 출생에 있어 ‘남-여-여-남-여’의 순서로 출생할 확률이 ‘남-남-남-남-남’의 순서로 태어날 확률보다 더 높다는 신념이다. 이러한 오류는 표본의 확률을 표본과 모집단간의 유사성 혹은 대응의 정도에 비추어 판단하기 때문에 나타나는 결과이다. 즉 ‘남-여-여-남-여’ 순서

의 출생이 남녀 구성이 거의 반반인 모집단의 구성비율에 더욱 유사하고 성별결정의 우연성을 더욱 반영한 것으로 보여지기 때문이다.

직관적 발견전략에 의한 오류의 또 다른 예로 ‘가용성’(availability)이 있다(Kahneman & Tversky, 1972). 추론에 있어 사람들은 종종 사건의 사례를 자신이 잘 기억할 수 있는 정도나 혹은 그 사건의 사례를 쉽게 구성할 수 있는 정도에 의존하고 있다. 예컨대 처음 글자가 ‘r’로 시작하는 영어 단어의 빈도와 세 번째 글자가 ‘r’로 되어 있는 영어 단어의 빈도를 비교하라고 했을 때, 대부분의 사람들은 처음 글자가 ‘r’로 시작하는 단어의 수가 훨씬 많다고 잘못된 결론을 내린다. 왜냐하면 대부분의 사람들에게 있어 첫 번째 글자에 따라 단어를 탐색하는 것이 더 용이하기 때문에 이러한 판단이 행해진다. 이러한 발견전략을 분별 없이 사용하는 경우는 단어의 빈도 추정, 인성 판단, 의학적 진단, 정치적 예견 등 추정을 필요로 하는 다양한 상황과 문제에서 자주 볼 수 있다(Tversky and Kahneman, 1983). 놀라운 것은 이러한 오류는 통계전문가의 추론과 판단과정에서도 흔히 관찰될 수 있다는 사실이다.

직관적 발견전략에 의한 추론이 항상 심각한 오류나 편견을 야기시키는 것은 아니다. 때때로 정규교육을 받지 않은 사람들의 경우에 이러한 발견전략은 매우 실제적인 방법으로 사용될 수 있다. 교육자로서 우리의 과제는 직관적 발견전략이 사람들의 의사결정에 부정적인 영향을 주는 상황과 도움이 되는 상황간을 구분할 수 있도록 하는 것이다. 학습자들에게 이러한 차이점을 지적하는 데 있어 그들이 사고하는 방법에서 오류가 있다기 보다는 직관적 전략의 유용성을 너무 지나치게 일반화했다는 것을 인지시켜 주는 일이 필요하다.

## 2) 결정론적 사고에 근거한 오류

한편 결정론적 사고에 기인하여 추론과정의 오류를 설명하려는 연구자들이 있다. 이들은 직관적 발견전략만으로 추론과정의 오류를 설명하기에는 부족하며, 사람들은 또한 결정론적 태도, 즉 인과 기제, 개인적 신념, 혹은 사건의 비확률적 해석에 의해서 추론을 수행함으로써 오류를 야기시킨다는 것이다. 이 연구 영역에서 대표적 학자인 Konold(1989, 1995)는 이러한 결정론적인 태도에 의한 오류의 한 모델로서 소위 ‘결과적 접근방식’(outcome approach)을 제안한다. 이 모델에 따르면 사람들은 흔히 확률적 문제를 개별 시행함에 있어 예측의 성공 여부가 그 목표인 것으로 해석하는 데에서 오류를 범한다는 것이다. 또한 초보자와 통계 전문가 사이의 가장 현저한 차이는 불확실한 사건에 이러한 인과적 모델을 적용하는 데 있다고 규정한다.

Konold(1989)에 의하면 학생들은 어떤 경우가 일어날 가능성을 묻는 문제를 ‘한 번 시행했을 때 그 경우가 일어났느냐 그렇지 않느냐의 正誤 판단문제’로 해석하는 경향을 보였다. 이처럼 결과지향적 성향의 학생들은 자신들의 예측이 ‘한 번 시행 후 옳은지 틀린지’로 평가했으며, 이 때 확률로서 할당된 수치는 자신들이 지각한 인과적 판단이 옳을지 틀릴지의 강도를 측정할 값으로 파악된다. 예를 들면 “내일 비가 올 확률은 얼마인가?”라는 문제를 물어보았을 때, 결과적 접근을 하는 학생들은 자신의 예언이 실제로 일어날지의 정도 즉 자신이 예언한 날씨가 내일 참일지 거짓일지의 정도의 문제로 질문을 해석한다. 일반적으로 학생들은 50% 미만의 확률은 비가 오지 않는다는 것을 의미하고, 50% 이상의 확률은 비가 온다는 것을 의미하는 것으로 느끼고 있으며, 또한 50% 확률은 어떤 예언도 할 수 없음을 의미하는 것이라고 생각한다.

학생들의 결정론적 사고에 기초한 誤개념은 교수학습과정에 있어 직관적 誤개념의 경우 보다 더 심각한 문제를 야기시킬 수 있다. 앞에서 언급했듯이, 확률이나 불확실성에 대한 개념은 결정론적 사고방식에 익숙한 학생들에게 매우 이상하고 모순적일 수 있다. 따라서 교사는 무엇보다도 먼저 학습자들의 ‘신념적 장벽’을 헤쳐 나가는 데 주력해야 할 것이다(Konold, 1989). 이를 위해

학습자들로 하여금 단일한 결과가 아닌 표본의 결과를 예측하는데 문제의 초점을 맞추도록 가르치는 것이 매우 중요하며, 또한 그렇게 함으로써 분포에 대한 인지구조를 활성화시킬 수 있도록 도울 수 있을 것이다. Shaughnessy(1982)는 우연 혹은 불확실성을 잘 이해하지 못하는 학생들의 신념적 장벽을 허물기 위해서는 실험적 활동 중심의 접근이 유일한 학습방법이라고 주장한다.

## 2. 발달론적 연구 : 두 가지 관점

지금까지 확률인지의 발달은 연구의 주된 관심영역이 되지 못하였다. 그러나 확률의 개념 및 그 발달적 측면에 대해 두 가지 상반된 견해가 제시되어 있다. 그 하나는 Piaget와 Inhelder(1951, 1975)의 이론이고, 다른 하나는 Fischbein(1975)의 견해이다. 前者는 피아제의 개념 발달 모델의 관점에서 형식적 확률(formal probability)의 개념을 획득하는 것에 초점을 둔 반면, 後者는 아동의 사회화 과정에서 부분적으로 형성되는 확률 개념의 인지구조가 있다는 측면을 중시한다. Piaget의 엄격한 형식적 조작 기준과는 달리 Fischbein의 관점은 건전한 확률적 직관에 기초한 조기교육의 가능성을 탐색하게 한다.

### 1) Piaget와 Inhelder의 이론

Piaget와 Inhelder에 의하면 확률이란 우연(chance)과 비율(proportions)의 이해에 기초한 개념으로, 부분적으로 무작위적으로 발생하는 행동에 대한 이해로부터 비롯된다. 그들은 무선생성기제(random generating devices)와 같은 다양한 확률적 과제를 수행하는 임상적 실험에서 아동들의 반응을 관찰하고 그 반응에 대해 계속 질문을 던지면서 아동들의 발달 단계를 추론한다. 연구결과에 따르면 아동들의 확률 개념은 세단계에 걸쳐 발달한다. 전조작기에 있는 아동들은 우연과 필수 현상을 명백히 구별하지 못한다. 그리고 구체적 조작기에 있는 아동들은 확률 추정의 기초적인 형태에 한해서 우연과 필수 현상을 구별할 수 있지만, 그 확률 추정에 확신을 갖지는 못한다. 형식적 구인으로서 확률 개념은 단지 형식적 조작기에만 발달되는 것으로 나타났다.

아동들은 어떻게 우연 혹은 불확실성의 개념을 이해하게 되는가? Piaget와 Inhelder는 불확실성에 대한 이해는 우선 물리적 현상의 인과관계를 이해함으로써 가능하다고 주장한다. 전조작기의 아동들은 구체적인 조작 현상을 이해할 수 있는 능력이 부족하기 때문에, 물리적 체계에서 어떤 결과로 산출되는 因果 메카니즘(causal mechanisms)을 거의 이해할 수 없다. 자연히 그들은 필연적 현상과 우연적 현상을 구별할 수 없으며, 불확실성에 대한 개념을 전혀 갖고 있지 않다. 일반적으로 모든 결과는 예견할 수 없는 하나의 기적으로 파악될 뿐이다. 따라서 이 시기 아동들의 추론은 논리적 사고에 기초하기보다는 흔히 지각된 외형 혹은 상태에 기초한 것이다. 다시 말해 그들의 주된 추론 양식은 바로 추측(guessing)이다.

구체적 조작기의 아동들은 확률 추정의 기초적인 형태에 한해서 우연과 필연 현상을 구별하기 시작한다. 아동들이 구체적 조작과 관련된 因果 메카니즘을 이해하게 됨에 따라 예견 가능한 유형의 결과와 그렇지 못한 것을 인식하기 시작한다. 우연의 현상, 즉 예견할 수 없는 결과는 '대수의 법칙'(the law of large number)과 같은 특정한 非因果의 법칙에 따른다는 것을 점진적으로 이해할 수 있게 된다(Nisbett et.al., 1983). 이 시기의 아동들은 확률 추정에 있어 나름대로의 전략을 흔히 사용하지만, 그 전략은 확률적으로 완전하지 못하다. 그들은 추상적 사고나 논리에 의한 내적인 문제해결 능력이 부족하기 때문에 표본공간(모든 가능한 경우의 전집)을 규정하는데 필요한 조합분석을 할 수 없으며, 상대적 빈도에 의한 비율로서의 확률을 이해하지 못한다.

세 번째 단계인 형식적 조작기에 이르러서야 아동들은 확률적 실험에 대한 추상적 모델을 만들

수 있는 수학적 원숙함이나 조합분석 능력을 발달시키고 조합적 확률을 이해하게 된다. 따라서 Piaget와 Inhelder의 관점에서 확률 개념은 형식적 조작과 우연 개념의 통합을 의미한다.

확률 개념에 대한 Piaget와 Inhelder의 발달이론은 이후 많은 연구의 관심이 되어 왔다. 지금까지 행한 연구중 가장 대표적인 것은 11세부터 16세까지의 영국 아동 3000명을 대상으로한 Green(1979, 1983)의 연구이다. 그 연구의 목적은 피실험자들의 확률인지 발달 수준 및 불확실성에 대한 확률적 개념과 언어의 수준을 결정하기 위한 것이었다. 이 연구에서는 Piaget식의 다양한 확률 실험, 즉 樹型圖(tree diagram), 무작위적 분포의 시각적 표상, 색상 차별의 원형 회전판, 구슬 뽑기 등이 사용되었다. 이 연구 결과에 의하면 대부분의 아동들이 16세까지는 형식적 조작기에 도달하지 못했다. 피실험자의 대부분은 조합분석에 필요한 樹型圖와 곱의 법칙에 대한 이해가 부족했고, 경우의 수를 계층하는 과제보다 비율과 관련된 과제에서 훨씬 저조한 수행능력을 보였다. 이것은 추측컨대 비율로서의 확률 개념을 이해하지 못했다는 것을 설명해 주는 것이다. 예를들면, 피실험자중 거의 50%는 3개의 검정구슬과 1개의 흰구슬의 꾸러미에서 보다는 6개의 검은 구슬과 2개의 흰구슬의 꾸러미에서 검은 구슬을 뽑을 가능성이 더 높다고 잘못 선택하였다. 또한 피실험자들은 ‘최소한’, ‘일정한’, ‘불가능한’과 같은 확률에 대한 일상적 용어를 이해하고 사용함에 있어 취약성을 보였다. 게다가 무작위성에 대한 개념은 거의 전적으로 부족한 바, 그들의 대다수가 사각형의 격자위에 뿌려진 눈송이의 무작위적(random) 분포와 작위적(nonrandom) 분포의 차이를 구분하지 못했다. 이러한 연구 결과는 위에서 논의된 Piaget의 관점, 즉 형식적 조작 이전에 아동들은 확률을 이해할 수 없다는 입장을 뒷받침하는 것이다. 그러나 이 영역을 규정짓는 대부분의 연구들은 부적절한 연구 방법에 의존해 왔다는 비판을 직면하고 있다. 특히 Piaget의 추종자들은 “아동들이 무엇을 할 수 없는가”를 보여주기 위한 노력으로 Piaget식의 도구와 기술에 그들의 연구를 한정하였기 때문에 “아동들이 무엇을 할 수 있는가”를 추론한다는 것은 거의 불가능했다는 지적이다.

또한 최근 일부 학자들은 Piaget, Inhelder, Green 등의 확률인지에 대한 해석에 관하여 문제점을 지적하고 있다. 특히 그들에 의하면 조합분석은 확률 개념과 분리되는 다른 개념들의 집합으로 이해되어야 한다는 것이다. 조합분석의 적용은 확률을 계산하는 데 도움이 될 수는 있으나, 무작위성, 독립성, 표본, 분포, 그리고 모수치 등의 확률과 관련된 기초적인 개념은 조합분석과 어떤 개념적 연관성을 갖고 있지는 않다고 주장한다. 그럼에도 불구하고 사람들이 흔히 확률을 생각할 때 조합분석을 떠올리는 것은 그들이 확률을 전형적인 집합이론에만 의존하여 교육을 받았기 때문이다. 이러한 입장은 본 연구의 기저를 이루고 있는 이론적 바탕이다.

## 2) Fischbein의 대안적 관점

Fischbein(1975)은 확률개념의 발달에 대한 Piaget와 Inhelder의 관점과 상당히 상반되는 이론을 제시한다. 그의 이론은 형식적 확률 개념보다는 그 전조(前兆)나 사전 지식으로서의 직관(intuitions)에 초점을 두고 있다. 그에 따르면 직관은 일종의 ‘인지적 신념’(cognitive beliefs)으로서 그 개인에게는 즉각적이고, 보편적이며, 그리고 암묵적으로 분명한 것이다. 그는 직관을 지적 행동의 중요한 요소라고 규정하면서 두 유형의 직관으로 구분하여 제시한다. 그 하나는 ‘일차적 직관(primary intuitions)’으로 체계적인 교수개입 없이 단지 경험에 의해서 형성된 신념체계이며, 다른 하나는 ‘이차적 직관(secondary intuitions)’으로 직접적인 교수개입, 혹은 어떤 문화적 공동체 내에서의 경험에 의해 습득한 再구조화 된 신념체계이다. 일차적 직관이 이차적 직관으로 전환되는 과정은 점진적인 방식이 아니라 단박에 이루어진다고 주장한다. 이것은 Gestalt 심리학에서 말하는 “아!”라는 경험, 즉 문제해결 과정에서 해답을 발견 혹은 통찰하는 순간과 흡사하다. 1차적

직관에서 2차적 직관으로의 전환은 교육에 의해 가능한 것으로, Fischbein은 교육의 중요성을 강조한다.

직관의 두 유형은 둘 다 동전의 양면성을 띄고 있다(Cobb, 1989). 직관은 개인으로 하여금 실재를 단순화시켜 지적으로 행동하도록 도와주는 기능도 하지만, 또한 실재에 대해 誤개념을 부추기거나 誤認시킴으로써 잘못된 지적 행동을 유발시킬 수도 있다. 이런 이유 때문에 Fischbein은 비직관적인 것에 대한 직관의 중요성을 강조했다. 이것은 특히 우리가 갖고 있는 최초의 인지적 신념과 상충되는 많은 현상이 나타나는 확률과 통계와 같은 분야에서 더욱 그 중요성을 띤다. 이러한 Fischbein의 견해는 확률을 가르치는 기본 요소로서 적절한 확률적 직관을 계발할 필요성을 일찍이 역설한 Feller(1968)의 입장과 일치한다.

Fischbein은 일련의 분절된 발달단계에 따라 개념의 발달이 일어난다고 보는 Piaget의 견해에 기본적으로 반대한다. 그의 이론에 있어 주된 가정은 인지란 근본적으로 단일한 것(unitary)으로서, 단지 응용할 때 그 수준이 달라질 뿐이라는 것이다. 그에 따르면 확률 개념이란 Piaget가 말하는 것처럼 사고과정의 특정한 유형(예; 보존개념, 가역성)이라기보다 개괄적이고, 근원적인 인지과정의 응용영역을 의미한다(Hawkins and Kapadia, 1984).

또한 Fischbein은 개념 형성에 있어 '자발성'(spontaneity)의 정도에 대해 Piaget와 견해를 달리한다. Piaget에 의하면 형식적 조작기에 들어서면서 아동의 형식적 조작과 우연의 개념은 확률적 해석을 할 때 자발적으로 융합된다. 그러나 Fischbein은 형식적 조작과 우연의 개념은 서로 다른 독특한 인지구조에 토대를 두고 있기 때문에, 체계적인 교수개입 없이는 두 개의 인지구조가 좀처럼 융합될 수 없다는 입장을 취하고 있다. 오히려 결정적 해석과 우연적 해석은 동시에 존재하며, 아동은 이 두가지 가능한 해석 중 어느 것을 선택할까 망설이다가 흔히 그 현상에 대한 이해의 부족으로 결과한다고 주장한다.

Piaget는 아동이 자발적으로 계발하는 개념을 관찰하고 완벽한 개념의 결여에 관심을 둔 반면, Fischbein은 부분적으로 형성된 개념에 초점을 맞추고 있으며 그러한 개념의 사회적 중재에 의한 수정, 발달의 가능성을 강조한다. Piaget의 관점에 따르면 형식적 조작기 이전에는 확률 개념을 습득할 수 없으며 가르칠 필요조차 없다는 입장이다. 그러나 Fischbein은 올바른 확률적 직관이 학령 이전 단계(7세 이하)의 아동들에게서도 형성될 수는 있으나 실제로는 사회적인 영향이나 현행 학교의 획일적인 교육과정 때문에 단지 결정론적인 측면만이 부분적으로 계발되고 있다고 주장한다.

Fischbein의 대안적 관점은 아동들의 확률 개념을 어떻게 수정, 발달시킬 것인가에 대한 중요한 시사점을 제공하고 있으며, 또한 확률 개념을 언제, 어떻게 가르쳐야 할 것인가와 같은 교육적 문제를 해결하는 데 필요한 연구를 촉진시키고 있다. 아동들이 어떤 특정한 일을 할 수 없다는 인식 때문에 아동들에게 그 일 혹은 그와 관련된 일을 가르치지 않아야 한다는 논리 그 자체는 정당화될 수 없다. 그러나 또 한편으로 Fischbein의 견해에 근거한 교육철학적 입장을 수용한다는 것만으로는 별 의미가 없다. 즉 아동이 무엇을 할 수 있는지, 혹은 무엇을 해야 하는지를 밝히고 효과적인 교수개입을 통하여 어떻게 아동의 확률적 사고를 증진시킬 것인가를 밝힐 수 있는 연구들이 반드시, 지속적으로 수행되어야 할 것이다.

### 3. 교수개입의 효과에 관한 연구

지난 40년 동안 통계 및 수학 교육자들은 확률과 통계의 주제들을 초·중등학교에서 가르칠 수 있는 지에 많은 관심을 두었다(Doherty, 1965; Jones, 1974; Leake, 1962; Leffin, 1971; McKinley, 1960; Mullenex, 1968; Shulte, 1968; White, 1974). Leffin(1971)과 Jones(1974)의 연구는 IQ가 아동

의 확률 과제 수행에 대한 가장 정확한 예측 요인으로 지적했다. McKinley(1960), Shulte(1968), White(1974) 등의 연구는 확률 개념에 있어 아동들의 성취는 확률에 대한 단위학습 후에 의미있게 증가했으며, 그 성취의 정도는 계산 능력, 개념 획득, 독해력, 언어 능력, 일반수학 성취도 등과 정적으로 상관이 있었다고 보고한다. 이러한 초기의 연구들은 교수개입의 진정한 효과를 밝히기에는 너무나 짧은 기간의 단위학습에 의존했거나 통제집단이 없는 실험설계를 했기 때문에 그 연구 결과의 신뢰성에 대한 의문을 갖게 한다.

이상의 연구 유형과는 달리 심리학자들은 교수개입이 확률적 개념이나 직관에 간접적으로 미치는 효과에 대하여 관심을 보였다(Fong, Krantz, & Nisbett, 1986; Fischbein & Gazit, 1984; Nisbett et al., 1983). 이러한 연구의 배경에는 확률 교육의 기본적인 구성요소로서 적절한 확률적 직관을 개발할 필요성이 있다는 인식이 깔려 있다. 즉, 건전한 직관적, 확률적 사고들이 부족하기 때문에 전형적인 학습 상황에서 학습 곤란을 겪고 있다고 주장한다. 아동을 대상으로한 연구중 가장 대표적인 것은 Fischbein과 Gazit(1984)의 연구이다. 그들의 확률 교수 프로그램에 담겨진 대부분의 개념은 5학년 학생들에게는 다소 어려운 것이었다. 6, 7학년 학생들의 경우, 대표성 효과, 도박사의 오류(gambler's fallacy) 등과 같은 직관에 근거한 誤개념에 긍정적인 효과를 미치고 있는 것으로 나타났다. 이 교수 프로그램은 사전에 계산된 확률(이론적 확률)과 경험적으로 획득한 빈도(경험적 확률)간의 관계를 강조는 것으로, 다양한 실제적 활동(예컨대, 구슬 꾸러미, 주사위 굴리기, 한정된 상황에서의 산출 결과 세기 등)을 포함시키고 있다. 그러나 이러한 확률 직관에 대한 긍정적인 효과에도 불구하고 이 교수 프로그램은 학습자들의 비율적 추론을 향상시키지는 못했다. 이러한 결과에 대하여 Fischbein과 Gazit은 확률적 사고와 비율적 추론은 서로 다른 독특한 인지구조에 바탕을 두고 있다고 결론을 내리고 있다. 이러한 연구 결과는 비율적 추론 능력이 부족한 아동들도 효율적인 직관적 인지구조를 발달시킬 수 있다는 점을 시사한다.

한편 확률 직관에 대한 교수개입의 효과에 대하여 부정적인 측면을 제시하는 연구 결과도 있다(Kahneman & Tversky, 1972; Rubin et al., 1988; Well et al., 1990). Kahneman, Tversky, Well 과 그의 동료에 의한 연구 결과는 일련의 교수개입에도 불구하고 학습자들이 여전히 대수법칙이나 표본분포에 대한 오개념을 갖고 있었다고 보고한다. Konold(1995)는 일련의 그의 연구 결과와 다른 연구결과들을 다음과 같이 요약, 정리한다. 학생들은 수업이전에 통계와 확률에 대한 대체로 옳지 않은 직관이나 이론을 갖고 있으며, 그들의 이러한 직관이나 이론은 쉽게 변경하기가 힘들며, 그 이유는 그들이 어떤 특정한 상황에 대하여 다중적인 그리고 흔히 모순되는 신념들을 갖고 있기 때문이다. 이러한 연구 결과는 확률 및 통계 교육에 중요한 시사점을 제시한다. 단순히 확률 및 통계에 더 노출시킨다고 해서 직관적 발견에 기초하고 있는 체계적인 오류를 극복할 수는 없다는 것이다. Shaughnessy(1982, 1992)는 직관은 언어적인 설명만으로는 수정, 개발될 수 없으며 건전한 직관을 개발해주기 위해서는 학습자 스스로 자료를 수집하고 분석하는 실제적 활동에 참여시켜야 한다고 제안한다.

인지적 발달의 초기 단계에서도 아동은 의미 있고 유용한 방식으로 확률적 정보를 처리할 능력이 있음을 보여주는 구체적인 연구 결과들이 있다. 미국에서 교육과정의 국가적 평가(NAEP: National Assessment of Educational Progress)의 한 과제로 행해진 확률 개념에 대한 대규모 표본조사에 의하면 아동들은 아주 기초적인 확률 상황에서 어떤 직관적 관념을 갖고 있으나 대부분의 아동들은 이러한 직관을 수학적으로 묘사할 방법을 모르고 있으며, 이러한 직관적 관념은 나이에 따라 성장하는 것을 보여주는 자료를 제시하였다(Carpenter et. al., 1981). Schlotmann과 Anderson(1994)의 정보통합이론(Information integration theory)에 기초한 연구에 의하면, 크레용을 상품으로 하는 룰렛유형의 게임에서 만 5세 아동조차도 불확실한 사건에 대한 확률 기대치의 개념적 이해가 가능하다는 것을 보여준다. 또한 Cosmides and Tooby(1996)의 연구는 어린 아동

들이 그들의 경험에 근거하여 접근하는 교수방법을 통해 올바른 확률 사고를 위한 직관적 토대를 구축할 수 있다는 경험적 증거를 제시한다.

한편 연구에 관련된 교사들의 자질 부족의 문제점을 제시하는 연구 결과도 있다. Beyth-Maron과 Dekel(1983)은 새로운 통계 교과를 가르치기 위해 함께 일한 교사들 스스로가 그 교과 주제에 대한 이해가 부족했다고 보고한다. 또한 Rubin과 그의 동료들(Rubin et al., 1988)은 교사들의 사전 지식이 단순한 공식을 넘어서 추론할 수 있도록 구조화되어 있지 않은 문제점을 지적한다. 이러한 책임교사의 부재는 학교 수준의 통계교육에 있어 당면한 가장 큰 문제일 것이다. 이것은 예비교사와 현직 교사를 위한 사전교육 및 보수교육 프로그램 개발에 대한 지속적인 연구를 필요로 한다.

### III. 아동기 확률지도 방안

#### 1. 발달수준별 교육과정

각 학년 수준에 적합한 교육과정은 당연히 학습자들의 발달 수준에 맞게 설정되어야 한다. 앞서 고찰한 연구문헌을 토대로 아동의 확률 인지 및 통계적 사고의 능력을 다음의 네 단계 발달 수준으로 나누어 볼 수 있다. 따라서 아동의 발달에 적합한 교육과정을 각 수준별로 나누어 논의하고자 한다.

○ 非통계적 단계. 우연이나 무작위적 현상에 대해 관심이나 이해가 부족한 상태 ; 불확실한 현상에 대한 반응은 개인적 신념, 결정론적 모델, 인과체계, 단일한 결과의 기대 등에 기초한다.

○ 초보적 단계. 우연과 무작위적 현상에 대해 다소 이해할 수 있는 수준 ; 불확실한 현상에 대한 반응은 대체로 경험에 기초한 비규범적인 반응으로서 대표성, 가용성 등의 직관적 전략이나 결정론적 태도에 의존한다.

○ 출현적 단계. 단순한 문제에 한하여 규범적 모델을 적용할 수 있는 수준 ; 직관적 신념과 수학적 모델 사이의 차이를 인식할 수 있으며, 확률과 통계에 대한 다소의 교육을 받았다.

○ 활동적 단계. 우연과 무작위적 현상에 대해 다양한 수학적 모델을 비교, 대조, 선택, 적용할 수 있는 수준 ; 통계와 확률에 대한 상당한 교육을 받았으며, 다양한 모델에 대한 가정과 한계를 인식하는 능력이 있다.

첫 번째 단계는 초등학교의 하급생들 대부분이 해당하는 발달 수준이다. 이 수준의 학습자들은 우선 주변에서 일상적으로 관찰되는 많은 자연현상과 사건들이 결정성의 원리에만 의존하여 설명할 수 없으며, 변이성이나 불확정성, 비결정성의 특성을 갖고 있다는 사실에 익숙해져야 한다. 이러한 이해는 우연이나 불확실한 현상에 대한 꾸준한 관찰과 탐구 활동을 통해 올바른 확률적 직관과 비결정론적인 태도를 형성함으로써 가능하다. 따라서 이 수준의 학습자들에 대한 확률과 통계교육은 친숙한 자료를 수집하고, 체계적으로 정리하여 그림이나 도표로 표현해 보고, 그 결과에 대해 이야기해 보는 실제적인 경험을 통해 건전한 확률적 직관을 형성함으로써 결정성에 물들기 전에 비결정론적인 태도를 양성하는데 주력해야 한다.

두 번째 단계는 우연과 무작위적 현상에 대해 다소 이해할 수 있는 수준으로, 초등학교의 상급생들에 해당한다고 볼 수 있다. 이 수준의 학습자들은 흔히 나름대로 경험에 의해서 구축된 비형식적인 추론규칙이나 직관적 발견전략을 갖고 있으나, 불행히도 이러한 추론규칙이나 직관적 전략은 대부분 옳지 않으며 또한 흔히 쉽게 수정될 수 없는 것으로서 수업에 있어 명백한 장애 요인



으로 작용한다. 이러한 장애는 단순히 확률법칙이나 통계원리에 빈번히 노출시킴으로써 결코 극복될 수 없으며, 더구나 학습내용이 일상생활에서의 확률적 판단이나 통계적 의사결정에 전이되는 것은 기대할 수 없다. 따라서 통계교육은 학습자들 스스로 실제적인 자료를 수집하고 분석하며, 자료의 전체적인 패턴과 패턴에서 벗어난 현상(잔차)의 무작위성을 탐색하고, 단순한 문제에 한하여 개인적 직관에 기초하여 예측하고, 자료와 대조하여 예측을 검증해 봄으로써 기초적인 확률 개념과 통계원리를 습득하고, 궁극적으로 통계적 사고의 습성을 기르는데 초점을 두어야 한다. 또한 이 수준의 학습자들은 양적 정보의 생산자 혹은 전달자의 역할보다는 정보의 수요자로서의 역할이 더 중요한 시기인 만큼, 신문, 잡지, 방송매체 등에 의해 범람하는 정보를 비판적으로 들여다볼 수 있는 시각을 갖도록 하는 것이 중요하다.

세 번째 단계는 단순한 문제에 한하여 규범적인 확률법칙이나 통계원리를 적용할 수 있는 수준으로, 중학교 학생들 대부분이 수준에 해당한다고 볼 수 있다. 이 수준의 확률 및 통계교육은 학습자들이 스스로 흥미 있는 문제를 제기하고, 그것을 해결하기 위하여 그들 스스로 적절한 자료를 수집하고, 자료의 특성과 구조를 탐색하도록 하며, 수학적 모델을 비교, 대조, 선택, 적용하는 과정을 통해 확률 법칙 및 통계적 추론의 원리를 습득하도록 해야한다. 이러한 과정을 통해 학습자들이 현대 정보사회에서 실제적 문제해결 도구로서의 통계의 역할과 가치를 인식하도록 해야하며, 동시에 수학적 모델에 내재한 가정에 따른 통계의 한계를 숙지하도록 해야한다. 또한 양적 정보를 다양한 비형식적 표상체계뿐만 아니라 상징적 표상체계를 사용하여 정확하고 효율적으로 의사소통할 수 있는 능력을 갖추도록 해야 한다. 네 번째 단계는 고등학교 및 대학생들에 해당하는 수준이기 때문에 여기에서는 논의를 생략한다.

이상의 모든 수준별 교육목표 및 교육내용에서 일관되게 강조되는 것은 학습자 스스로 자료를 수집하고 분석하며 탐구하는 실제 활동에 근거한 문제해결 학습이다. 이것은 확률 법칙이나 통계적 기법, 그 자체를 피상적으로 전수하는 전통적인 교육방법을 지양하고, 실제적인 탐색적 자료분석 방법과 확률 개념의 이해를 바탕으로 학습자를 우연의 메카니즘과 불확실성 하에서 의사결정에 노출시킴으로써 실제적인 문제해결 능력을 배양하는데 그 목적이 있다. 학급에서 이러한 실제 활동 중심의 문제해결 학습을 실천함에 있어 프로젝트에 의한 소규모 집단의 협동학습을 고려해볼 수 있다.

## 2.. 교수학습의 개념적 모델

### 1) 확률에의 접근방식

확률은 단일한 개념으로 정의할 수 없는 복합적인 것이며, 많은 철학적 이슈를 내재한 개념으로 역사적으로 끊임없는 논쟁의 대상되어 왔다. Hawkins & Kapadia(1984)에 의하면 확률의 개념은 최소한 아래 네 가지 관점에서 접근할 수 있다.

- 이론적 확률(Theoretical probability) - 표본공간에서 모든 사건의 발생 가능성이 같다는 가정에 기초한 확률, Bayesian 통계에서는 ‘사전 확률’(a prior probability)로 명명된다.
- 빈도 확률(Frequentist probability)- 실험의 반복되는 시행에서 관찰된 서로 다른 결과들의 상대적 빈도에 의해서 계산된 확률, 소위 경험적 확률(empirical probability)이다.
- 형식적 확률(Formal probability) - 확률의 수학적 법칙을 사용하여 정확히 계산되는 확률, 소위 객관적(objective probability) 혹은 규범적(normative probability) 확률로 알려져 있다. 그 수학적 근거는 이론적 확률과 경험적 확률에 내재된 가정을 모두 반영한다.
- 주관적, 직관적 확률(Subjective and Intuitive probabilities) - 다소 적거나 많은 정도로

표현되는 개인적 인식이나 신념에 기초한 확률이다. 이러한 확률은 형식적 확률에 대한 미발달된 예비 지식으로 볼 수 있다. 엄밀한 의미에서는 다소 논란의 여지가 있다고 생각되나, 본 연구에서는 주관적 확률과 직관적 확률을 구분 없이 사용한다.

이상의 관점들은 서로 상충되기도 하지만, 때로는 보완적 관계를 갖는다. 가장 심각한 논쟁의 이슈가 되는 것은 빈도적인 표현과 주관적인 표현간의 긴장이다. 주관적 확률은 학교교육에서 가장 경시되어온 영역이다. 특히 빈도학자들은 학교학습에서 주관적 확률을 취급하는데 대해서 반대하는 입장이다. 그들은 통계 초보자들에게 주관적 확률을 허용하는 것은 객관적, 형식적 확률 지식의 습득에 혼돈을 야기하는 장애 요인으로 작용할 수 있다고 주장한다. 그러나 본 연구에서는 주관적 확률만이 조기에 아동에게 확률 활동을 경험하도록 할 수 있는 유일한 도구라는 입장이다.

첫 번째 이론적 확률에의 접근은 확률에 대한 전통적 접근으로, 사건의 동일한 발생 가능성에 근거한 확률이다. 표본공간에서 모든 사건의 발생 가능성이 같다는 것은 결국 확률 개념이라고 할 수 있다. 따라서 어린 아동들에게 확률 개념을 설명하기 위하여 확률 개념을 사용하는 것은 순환적 모순에 빠지게 된다. 또한 동일한 발생 가능성의 가정은 흔히 어린 아동들이 쉽게 이해할 수 없는 개념이기 때문에 학습에 바로 적용하기에는 여러 가지 어려움이 따른다. 주사위 던지기에서 아동에게 1이나 6이 나올 가능성을 물었을 때, 흔히 6이 나올 가능성이 1 보다 훨씬 희박하다고 생각하거나 믿는다. 추측컨대 이러한 인식이나 신념은 게임(예, 윷놀이)에서 6을 간절히 기대해본 그들의 경험에 의해서 형성된 직관으로 이론적 확률과 모순되는 것이다. 앞서 논의했듯이 이러한 誤개념은 아동들에게 좀처럼 극복하기 힘든 것이다. 따라서 이러한 접근은 어린 아동에게 바로 적용될 수 없다.

확률에 대한 두번째 접근은 경험적 확률에 기초한 것이다. 이 접근방식은 이론적 개념을 실제 시행한 결과와 직접적으로 연관지을 수 있는 뚜렷한 이점을 갖고 있다. 그러나 이러한 접근방식은 일련의 실험 결과에 의해 결정된 값으로 확률을 정하기 때문에 몇 가지 개념적 어려움이 따른다. 무한한 횟수의 실험을 시행한다는 것은 실제로 불가능하며, 따라서 결코 정확히 확률을 평가할 수 없다. 더군다나 똑같은 실험적 조건 하에서 시행을 반복할 수 없는 경우도 있다. 교육의 실제적 목적을 위해 이러한 문제점은 별 상관할 바가 아닐 수도 있으나, 경험적 접근에서는 이러한 철학적 문제점이 있다는 것을 기억할 필요가 있다.

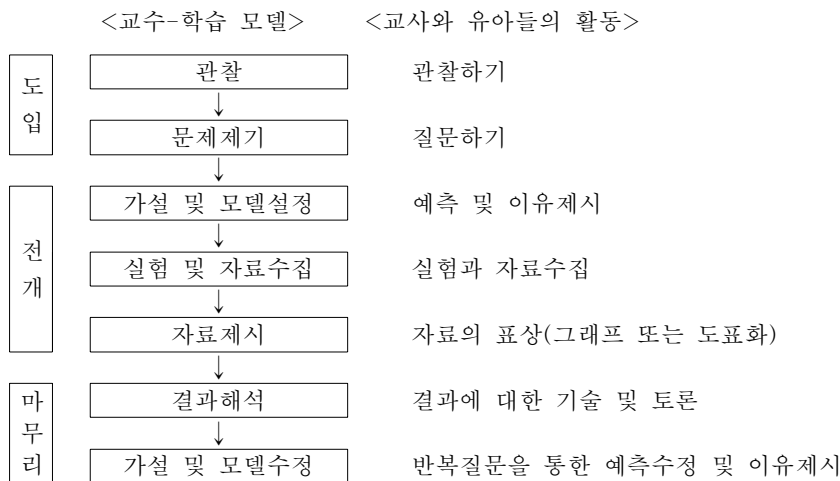
마지막 주관적 확률에의 접근은 유아기 통계교육의 기저가 된다고 할 수 있다. 확률에 대한 주관적 접근은 불확실한 현상에 대한 개인적 평가로서의 잠정적 확률에서 출발하여 관찰에 의한 경험을 축적함으로써 점차 정확한 확률 추정에 이르게 하는 방법이다. 이러한 접근에 내포된 가장 중요한 가정은 아동이 새로운 정보를 접하게 되었을 때 능동적인 학습자로서 최초의 인식이나 신념을 갱신하거나 수정 가능하다는 것이다. 예를 들어 어떤 아동이 주사위 던지기에서 6이 다른 수보다 출현 가능성이 낮은 것으로 예측한다고 가정해 보자. 그 아동으로 하여금 수십 번 이상의 시행 혹은 시뮬레이션을 통해 6과 다른 수의 출현 빈도를 비교해보도록 함으로써 그 발생 가능성이 같다는 것을 이해시킬 수 있을 것이다. 이것은 주관적 확률에서 출발하여 경험적 확률에 대한 토대를 쌓은 후 점진적으로 이론적 확률의 이해로 통합되어 가는 과정을 제시한다.

주관적 접근은 다른 접근방법 보다도 훨씬 정교하며 철학적으로 만족스러운 방법이다. 또한 다른 접근방법이 직면하는 교육적 난제를 피해갈 수 있는 장점이 있다. 그러나 이러한 접근이 가장 건전한 철학적 근거를 제시한다는 이유만으로 교육적 지지를 받을 수는 없기 때문에 많은 연구를 통하여 그 효과에 대한 실증적 증거를 제시할 필요가 있다. 비율에 대한 숙지를 필요로 하는 이론적 확률이나 형식적 확률과는 달리 주관적 확률은 단지 인지되는 가능성의 비교에만 의존한다. 따라서 주관적 확률은 형식적 조작기 이전 단계의 이른바 수학적으로 정교하지 못한 아동들에게도

적용 가능하다. 또한 주관적 접근은 다른 접근에 의해서는 불가능한 상황을 포함한 광범위한 상에 대해서도 확률 부여가 가능하며, 실제적 활동 중심의 경험을 통해 학습할 수 있는 기회를 제공하는 등 여러 가지 실질적인 이점을 갖고 있다.

## 2) 교수학습의 모델

본 연구에서 제안하는 교수학습방법은 불확실한 현상에 대한 아동의 확률적 직관에 기초하여 다양한 실제적 활동을 통해 점진적으로 올바른 확률적 판단이나 통계적 의사결정으로 이끄는 과정을 제시한다. [그림 1]에서 보듯이 이러한 교수·학습 방법은 주관적 확률에 근거한 Bayesian 추론의 절차와 과정, 즉 Bayesian 추론의 페러다임을 응용한 모델이다. 이 모델에 따르면 학습은 관찰하기, 문제제기하기, 가설 혹은 모델 설정하기, 자료 수집 혹은 실험을 통해 자료 만들어 보기, 그림이나 표로 나타내기, 결과 해석하기, 가설 혹은 모델 수정하기 등의 절차에 따라 반복, 순환의 과정을 거쳐서 이루어진다.



[그림 1] 확률적 사고발달을 위한 교수학습 모델

이것은 귀납적 사고에 연역적 사고를 연계한 반복, 순환의 과정으로 과학적 사고의 일반화된 모형이라 할 수 있다. 이러한 교수학습 모델 하에서의 학습은 다음의 몇 가지 가정을 전제로 한다.

- 아동은 확률이나 통계에 대한 전형적인 사고와 유사한 이론이나 직관을 갖고 있다.
- 아동은 능동적인 학습자로서 새로운 정보를 접하게 되었을 때 그들의 이론이나 신념은 수정 가능하다.
- 최초의 이론이나 신념은 흔히 확률이나 통계적 규칙에 기초한 추론과 모순될 수 있으며, 이러한 경우 아동들은 수정에 저항하는 경향이 있다.
- 이러한 수정에 대한 저항은 활동 중심의 접근을 통한 실제적 경험에 노출시킴으로써 극복 가능하다.

교수학습 모델이 제시하듯이 때때로 이론이나 직관의 수정은 반복, 순환의 과정이 필요한 경우가 있다. 이러한 것은 특히 아동이 그들의 이론이나 직관의 수정을 거부하는 경우에 더욱 필요할 것이다. 이러한 반복, 순환 과정에 내포된 핵심 아이디어는 확률의 기본 법칙을 유도하는 **일관성**

(coherence)에 있다. 일관성의 준거는 적합하게 적용되었을 때 체계적으로 새로운 확률에 이르게 하는 것을 보장해 주는 그 어떤 것을 의미한다. 예를 들면 어떤 알 수 없는 수량은 하나의 무선 실체로 생각할 수 있다. 각각의 무선 실체에 우리는 특정한 수치를 부여함으로써 어떤 확률을 부여하게 된다. 아동의 경우 때때로 그들의 무관심이나 개인적 선호에 의해 합리적이지 못한 방법으로 수치를 부여할 수 있다. 이러한 비합리적인 문제의 해결로써 그 부여한 확률에 근거하여 내기를 수용하도록 하는 그 어떤 목적지향적 방법으로 진행될 수 있다. 특히 다른 경쟁자를 두어 서로 내기하는 방법으로 진행함으로써 확률 부여에 일관성을 기대할 수 있다. 이러한 방법은 아동의 관점에서 그들 나름대로 확률을 유추하도록 강요하기보다는 경쟁자를 두어 내기에 이기려는 목적의식을 부여함으로써 확률 배당에 보다 나은 일관성을 유도할 수 있을 것이다. 이러한 내기의 아이디어는 아동에게 사건의 확률을 보다 더 구체적으로 전달하기 위한 수단으로써 여러 Bayesian 학자들에 의해 제시된 바 있다(Freudenthal, 1973; de Finetti, 1974; Hawkins & Kadapia, 1984; Schlottmann & Anderson, 1994).

### 3. 모델을 적용한 활동 사례

개념적 모델이 제시하는 확률적 판단 및 추론의 과정은 과학적 사고의 일반적인 과정으로 볼 수 있다. 인지발달의 초기단계에서부터 아동들에게 올바른 확률적 직관과 추론을 통한 통계적 사고의 습성을 가르치는 것은 매우 중요한 교육적 의의가 있다고 볼 수 있다. 표 2, 표 4는 연구자가 제시한 통계적 사고발달을 위한 교수학습모형을 만 5세 아동에게 적용한 활동계획안이다. 표 2의 활동안은 은박지로 포장된  $\Delta$  모양의 키세스 초콜릿에 대한 관찰, 10개의 초콜릿을 흔들어 쏟으면 몇 개가 바로 세워질지에 대한 질문과 예측 및 이유제시, 실제 실험을 통한 자료수집, 결과의 도표화, 반복질문을 통한 예측의 수정 및 그에 대한 이유제시 등의 절차로 이루어졌다. 실험과정은 아동 3명이 한 조가 되어 1명은 통에 들은 초콜릿을 흔들어 붓는 활동을, 1명은 바로 세워진 초콜릿을 세는 작업을, 나머지 1명은 세워진 초콜릿의 수를 기록하고 도표화하는 작업을 하도록 하였다. 흔들어 붓는 활동은 10회 반복하였고, 매 회마다 각각의 역할은 순환되었다. 이는 일종의 역할분담 소집단 협동학습이라고 할 수 있겠다. 이 활동에서는 아동들이 결과를 예측하는데 있어서 확률적 직관을 보이는지 여부를 확인하고, 실험결과 즉 자료에 근거하여 자신의 예측을 수정하거나 그 이유를 제시할 수 있는지를 알아보고자 하였다.

<표 2>은 활동계획안 <표 1>을 실행에 옮긴 결과 및 교사-학습자간 상호작용을 요약, 제시한 것이다. 표 3에서 보면, 아동들은 실험 전의 예측 및 이유제시에서 나름대로의 확률적 직관을 사용하고 있음을 볼 수 있다. 예를 들면, “모두 다 넘어져요. 왜냐면 서로 부딪히잖아요”, “3개가 세워져요. 무겁잖아요”, “10개가 세워질 것 같아요. 바닥이 넓잖아요” 등의 반응이 그렇다. 또한 10회의 활동을 모두 끝내고 난 후에 아동들은 나타난 결과에 근거하여 자신의 예측을 수정할 수 있음을 보여주었다. 교사가 “만약 지금 다시 10개를 쏟아 붓는다면 몇 개가 세워질까?”라고 질문했을 때, 한 유아는 “4개가 나올 것 같아요. 4개가 제일 많았잖아요.”라고 대답했는데, 이는 10회의 실험을 통해 4개가 세워진 경우의 수가 가장 많았음을 주목한 응답이었다. 이러한 결과는 어린 아동들도 확률에 대한 탐색이 가능하며, 탐색을 통해 올바른 확률적 판단과 예측이 가능함을 입증하는 것이다.

<표 3>에 제시된 활동계획안 B는 <표 1>에서의 활동과 같은 절차로 이루어지나 은박지로 포장된 초콜릿( $\Delta$ ) 10개와 금박지로 포장된 초콜릿( $\blacktriangle$ ) 10개를 함께 쏟아 부었을 때 각각 몇 개가 바로 세워질지, 어느 초콜릿이 더 많이 세워질지를 예측하고 확인해보는 활동이다. 여기서는 아동들이 두 개의 확률적 사례를 비교하는 확률적 직관이 있는지를 알아보고자 하였다.

실험에 앞서 유아들은 은색 초콜릿과 금색 초콜릿을 관찰하는 시간을 가졌는데, 유아들의 관찰은 매우 세밀하고 구체적이었다. 예를 들면 아동들은 금색(▲) 초콜릿이 은색 초콜릿(△)보다 바닥 밑 둘레가 조금 더 크다는 것, 대신 은색은 밑 둘레가 둥글둥글하다는 사실은 발견했다. 이는 은색 초콜릿의 무게중심이 더 쉽게 잡힐 수 있음을 말해주는 것으로 실험시 은색이 금색보다 더 많이 세워지는 이유가 된다. 관찰 후 교사의 예측 질문에 한 아동이 “금색 3개, 은색 2개가 설 것 같아요”라고 했는데 이유는 “금색이 크잖아요”였다. 이는 아동들에게도 비교의 확률적 직관이 있음을 보여준다. 10회의 활동 후 교사가 “다시 부으면 어떤 색이 더 많이 세워질까?”라는 질문에 한 아동은 “은색이요. 은색이 아까 더 많이 나왔잖아요”라고 응답함으로써 역시 자료에 근거하여 두 가지 확률 사례를 비교예측할 수 있음을 보여주었다.

#### IV. 결론

현대 정보화 사회에서 확률적 판단 및 통계적 사고 능력의 도야는 필수적으로 요구된다. 그럼에도 불구하고 확률 및 통계 영역은 흔히 수학과 맞물려 연상되곤 함으로써 교사들로부터 기피되어 온 영역이다. 우리나라 제7차 교육과정은 자료분석을 통한 통계 활동을 전 학년 수준에 걸쳐 강조하는 것은 지극히 당연하다. 그러나 확률을 6학년에서 “경우의 수라는 주제”로 처음 소개하는 것은 아동들의 확률적 판단 및 추론 능력의 잠재적인 발달 가능성을 소홀히 하는 것이다. 앞서 언급했듯이 아동들은 인지발달의 초기 단계에서도 불확실한 상황에 대한 특정한 확률적 직관을 갖고 있으며, 비록 수학적으로 표현할 수 없으나 확률적 정보를 나름대로 의미있고 유용한 방법으로 처리할 능력이 있다. 이러한 아동들의 확률적 직관은 적절한 교수학습 방법을 통해 조기에 개발될 필요가 있으며, 아동들의 확률 및 통계와 관련된 경험은 궁극적으로 과학적으로 사고하는 태도와 습성을 키우는데 필수적이라는 것이 연구자의 주장이다.

본 연구는 아동들의 확률관련 교육경험을 바르게, 보다 풍부하게 안내해 주어야 한다는 전제로 이루어졌다. 이를 위해 확률에 대한 잘못된 인식을 바로잡고자 했으며, 확률인지에 관련된 연구동향을 심리학적, 발달론적, 교육학적 측면에서 살펴봄으로써 아동기의 확률적 사고 및 추론 능력, 특히 올바른 확률적 직관의 형성을 통한 확률개념의 발달과 조기교육의 가능성을 시사했다. 또한 선행연구들에 근거해 아동의 발달 수준에 적합한 교육과정과 과학적 사고의 기반을 마련할 수 있는 확률의 교수학습모형을 제안하였고, 그 실제 적용 사례를 소개하였다. 사례를 통해 연구자는 아동들의 부분적으로 형성된 확률적 직관과 기초적인 확률적 비교예측 능력을 엿볼 수 있었다. 따라서 최근 초등교육과정에서 강조되고 있는 자료분석을 통한 통계교육 이외에도 확률적 판단과 추론에 관련된 다양한 경험을 인도하는 교육목표와 내용을 보다 적극적으로 고려할 필요가 있음을 제안한다. 또한 그 방법으로 아동들의 직접적 조작이 가능한 실제적 활동들을 매개로 할 것, 다양한 문제해결과정 및 수단으로서 안내할 것을 권고한다. 본 고에서 제시된 교수학습모형을 참고하는 것도 활동전개에 도움을 줄 수 있을 것으로 본다. 그러나 연구자가 제시한 수업모형의 실용적 가치에 대해서는 지속적인 연구와 논의가 뒤따라야 할 것이다.

<표 1>

활동계획안 A

활동명	초콜릿은 몇 개 세워졌나요?																																																																							
활동목표	올바른 확률적 직관 및 통계적 사고의 습성을 기른다.																																																																							
대상연령	만5세																																																																							
준비물	Plain KISSES 초콜릿, 음료수 빈 통, 기록판, 그래프판										활동단계																																																													
도입	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 아동과 KISSES 초콜릿을 관찰해본다.</li> <li>· 관찰 후 아동에게 다음과 같은 질문을 한다.</li> <li>- 만약 10개의 초콜릿을 한 통에 담아 흔들어서 바닥에 쏟아 놓는다면 과연 몇 개의 초콜릿이 바르게 세워질까요?</li> </ul>										관찰하기 ↓ 질문하기 ↓																																																													
전개	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 아동이 질문에 대한 답을 예측해본다.</li> <li>· 한 통에 초콜릿 10개를 집어넣는다.</li> <li>· 두 세 번 가볍게 흔든다.</li> <li>· 10cm의 높이에서 바닥에 떨어뜨린다.</li> <li>· 몇 개가 세워졌는지 세어 기록한다.</li> <li>· 기록한 수만큼 그래프에 표시한다.</li> <li>· 이 활동을 열 번 반복한다.</li> </ul> <table border="1" data-bbox="336 891 987 1149" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 10%;"><b>횟수</b></td> <td style="width: 10%;"><b>세워진 수</b></td> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> <td rowspan="10" style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">횟 수</td> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td></tr> <tr> <td colspan="2"><b>세워진 수</b></td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">&lt;기록하기&gt;                                      &lt;그래프로 나타내기&gt;</p>										<b>횟수</b>	<b>세워진 수</b>														1		횟 수													2		3		4		5		6		7		8		9		10		<b>세워진 수</b>		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	예측 및 이유제시 ↓  실험 및 자료수집   ↓
<b>횟수</b>	<b>세워진 수</b>																																																																							
1		횟 수																																																																						
2																																																																								
3																																																																								
4																																																																								
5																																																																								
6																																																																								
7																																																																								
8																																																																								
9																																																																								
10																																																																								
<b>세워진 수</b>		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																												
마무리	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 사진활동시 한 질문을 다시 반복한다.</li> <li>- 만약 10개의 초콜릿을 한 통에 담아 흔들어서 바닥에 쏟아 놓는다면 과연 몇 개의 초콜릿이 바르게 세워질까요?</li> <li>· 사전에 예측했던 답과 어떻게 다른지 알아본다.</li> <li>· 추가질문을 해본다.</li> <li>- 여러분의 예상에 대해 확신하기 위해서는 어떻게 할 수 있을까?</li> </ul>										반복질문 ↓ 예측수정 및 이유제시 ↓ 추가질문																																																													

<표 2>

활동계획 A에 의한 활동 결과

활동단계	교사의 활동	아동의 반응																																																																																		
관찰하기	-자, 지금부터 우리 이 은색 초콜릿을 관찰해볼까? (은색 초콜릿을 나누어주며)무슨 모양으로 생겼니?  -(초콜릿을 뒤집어보며)초콜릿의 어디가 위라고 할 수 있을까?	아동1: 똥 모양이에요. 아동2: 종모양이다. 아동3: 난 물방울 모양같애. 아동4: 산 모양이에요. 아동5: 줄이 달렸어요. 빗방울 같아요.  아동5: 뽕족한 곳이 위예요. 밑은 평편해요. 아동3: 꼭지가 위예요. 아동2: 납작한게 밑이에요. 아동6: 바닥에 내려놓으면 알아요. 아동1: 맞아요.																																																																																		
질문하기 ↓ 예측 및 이유제시	-그럼, 이 통(음료수 빈 통)에 초콜릿 10개를 넣어 흔들다가 바닥에 쏟아 부으면 어떻게 될까?	아동6: 다 넘어져요(서로 부딪치잖아요) 아동4: 2개가 세워져요(그냥) 아동2: 4개가 세워질 것 같아요(웬지) 아동1: 3개가 세워져요(무겁잖아요) 아동3: 10개가 다 세워질 것 같아요 (바닥이 넓잖아요.) 아동5 : 5개가 세워질 거 같아요.(그냥)																																																																																		
실험 및 자료수집	-초콜릿은 몇 개 세워졌나요? (3명이 한 그룹이 되어 두 곳에서 각기 실험하였다.)  -초콜릿이 나온 개수만큼 그래프에 표시해볼까?  -(그래프를 확인해보며) 몇 개 세워지는 것이 가장 많이 나왔니?	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">1조</th> <th colspan="2">2조</th> </tr> <tr> <th>횟수</th> <th>세워진 수</th> <th>횟수</th> <th>세워진 수</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>7</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td><td>8</td><td>5</td></tr> <tr><td>9</td><td>4</td><td>9</td><td>2</td></tr> <tr><td>10</td><td>3</td><td>10</td><td>3</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">-그래프에 표시하기(1조-○, 2조-●)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>횟</td> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>수</td> <td>○</td><td></td><td>●</td><td>●●●●</td><td>○</td><td>○</td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>세워진 수</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td> </tr> </table> <p>아동모두: 4개예요, 3개도 많아요.</p>	1조		2조		횟수	세워진 수	횟수	세워진 수	1	4	1	3	2	4	2	4	3	5	3	3	4	7	4	2	5	4	5	3	6	4	6	4	7	0	7	3	8	4	8	5	9	4	9	2	10	3	10	3	횟											수	○		●	●●●●	○	○					세워진 수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1조		2조																																																																																		
횟수	세워진 수	횟수	세워진 수																																																																																	
1	4	1	3																																																																																	
2	4	2	4																																																																																	
3	5	3	3																																																																																	
4	7	4	2																																																																																	
5	4	5	3																																																																																	
6	4	6	4																																																																																	
7	0	7	3																																																																																	
8	4	8	5																																																																																	
9	4	9	2																																																																																	
10	3	10	3																																																																																	
횟																																																																																				
수	○		●	●●●●	○	○																																																																														
세워진 수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																									
반복질문 ↓ 예측수정 및 이유제시	-그럼, 만약 지금 다시 10개를 쏟아 붓는다면 몇 개가 세워질까?	아동5: 4개가 나올 것 같아요. (4개가 제일 많았잖아요) 아동3: 저는 3개요 (이번에 그렇게 나올 것 같아요.) 아동1,4,2: 4개요.(그냥요) 아동6: 2개요(...)																																																																																		
추가질문	-얘들아, 난 이번에 꼭 5개를 세우고 싶거든, 내가 노력하면 5개를 세울 수 있을까?	-(있어요-4명, 힘들걸요-1명, 안돼요-1명)																																																																																		

<표 3>

활동계획안 B

활동명	어느 초콜릿이 많이 세워졌나요?																																																																																																																																																																								
활동목표	올바른 확률적 직관 및 통계적 사고의 습성을 기른다.																																																																																																																																																																								
대상연령	만5세																																																																																																																																																																								
준비물	Plain and Almond KISSES 초콜릿, 음료수 빈 통, 기록판, 그래프판	활동단계																																																																																																																																																																							
도입	<ul style="list-style-type: none"> <li>유아와 Plain(은색) and Almond(금색)KISSES 초콜릿을 관찰해본다.</li> <li>관찰 후 유아에게 다음과 같은 질문을 한다.                     <ul style="list-style-type: none"> <li>만약 각 초콜릿 10개씩 20개를 한 통에 담아 흔들어 바닥에 쏟아놓는다면 금색과 은색 초콜릿 중 어느 초콜릿이 많이 세워질까요?</li> </ul> </li> </ul>	관찰하기 ↓ 질문하기 ↓																																																																																																																																																																							
전개	<ul style="list-style-type: none"> <li>유아가 질문에 대한 답을 예측해본다.</li> <li>한 통에 초콜릿 20개를 집어넣는다.</li> <li>두 세 번 가볍게 흔든다.</li> <li>10cm의 높이에서 바닥에 떨어뜨린다.</li> <li>몇 개가 세워졌는지 세어 기록한다.</li> <li>기록한 수만큼 그래프에 표시한다.</li> <li>이 활동을 열 번 반복한다.</li> </ul> <table border="1" style="margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">횟수</th> <th colspan="2">세워진 수</th> <th rowspan="2">횟수</th> <th rowspan="2">0</th> <th rowspan="2">1</th> <th rowspan="2">2</th> <th rowspan="2">3</th> <th rowspan="2">4</th> <th rowspan="2">5</th> <th rowspan="2">6</th> <th rowspan="2">7</th> <th rowspan="2">8</th> <th rowspan="2">9</th> <th rowspan="2">10</th> </tr> <tr> <th>은색 (Plain)</th> <th>금색 (Almond)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td rowspan="10" style="text-align: center; vertical-align: middle;">횟수</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	횟수	세워진 수		횟수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	은색 (Plain)	금색 (Almond)	1			횟수												2															3															4															5															6															7															8															9															10															예측 및 이유제시 ↓ 실험 및 자료수집 ↓
횟수	세워진 수		횟수	0													1	2	3	4	5		6	7	8	9	10																																																																																																																																														
	은색 (Plain)	금색 (Almond)																																																																																																																																																																							
1			횟수																																																																																																																																																																						
2																																																																																																																																																																									
3																																																																																																																																																																									
4																																																																																																																																																																									
5																																																																																																																																																																									
6																																																																																																																																																																									
7																																																																																																																																																																									
8																																																																																																																																																																									
9																																																																																																																																																																									
10																																																																																																																																																																									
마무리	<ul style="list-style-type: none"> <li>사전활동시 한 질문을 다시 반복한다.                     <ul style="list-style-type: none"> <li>만약 10개씩 20개의 초콜릿을 한 통에 담아 흔들어 바닥에 쏟아놓는다면 금색과 은색 중 어느 초콜릿이 많이 세워질까요?</li> </ul> </li> <li>사전에 예측했던 답과 어떻게 다른지 알아본다.</li> <li>추가질문을 해본다.                     <ul style="list-style-type: none"> <li>여러분의 예상에 대해 확신하기 위해서는 어떻게 할 수 있을까?</li> </ul> </li> </ul>	반복질문 ↓ 예측수정 및 이유제시 ↓ 추가질문																																																																																																																																																																							



<표 4>

활동계획안 B에 의한 활동결과

활동단계	교사의 활동	아동의 반응																																																																												
관찰하기	- (금색과 은색 초콜릿을 각기 한 개씩 나누어 주며) 우리가 초콜릿을 한번 관찰해볼까?	아동1: 금색에는 아몬드가 들어있어요. 아동2: 금색이 조금 커요.(바닥밑 돌레가 금색이 조금 더 크다는 것을 확인했다.) 아동3: 금색이 조금 무거워요. (금색이 무겁다-3명, 둘다 똑같다-2명, 은색이 무겁다-1명) 아동6: 은색은 밑돌레가 둥글둥글해요.(밑바닥 크기는 금색이 크지만, 은색의 아래 부분에 무게 중심이 잘 잡혀 있는 것을 확인했다.)																																																																												
질문하기 ↓ 예측 및 이유제시	- 만약 금색초콜릿 10개와 은색 초콜릿 10개를 한 통에 집어 넣어 흔들어서 쏟아 붓는다면 초콜릿은 몇 개씩 세워질까? (어느 것이 더 많이 세워질까?)	아동5: 은색은 조금 휘어졌는데, 금색은 똑바르게 되어 있어요. 아동3: 금색 3개, 은색 2개가 나올 것 같아요 (금색이 크잖아요) 아동2: 똑같이 나올 것 같아요(웬지) 아동4, 5: 똑같이 3개씩 나올 것 같아요(그냥) 아동1: 반반이에요.(그럴 것 같아요.) 아동6: 다 넘어져요.(많아서)																																																																												
실험 및 자료수집	- 초콜릿은 몇 개 세워졌나요? (Plain KISSES와 마찬가지로 2조로 나누어 실험했다.)	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="3">1조</th> <th colspan="3">2조</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">횟수</th> <th colspan="2">세워진 수</th> <th rowspan="2">횟수</th> <th colspan="2">세워진 수</th> </tr> <tr> <th>은색</th> <th>금색</th> <th>은색</th> <th>금색</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>2</td><td>7</td><td>5</td><td>2</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td><td>7</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>7</td><td>5</td><td>5</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>7</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>8</td><td>2</td><td>7</td><td>8</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>5</td><td>3</td><td>9</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td>10</td><td>3</td><td>5</td><td>10</td><td>3</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	1조			2조			횟수	세워진 수		횟수	세워진 수		은색	금색	은색	금색	1	5	1	1	1	5	2	7	5	2	2	5	3	4	5	3	3	4	4	6	3	4	7	5	5	7	5	5	3	3	6	6	3	6	7	4	7	6	3	7	3	3	8	2	7	8	4	0	9	5	3	9	4	7	10	3	5	10	3	4
1조			2조																																																																											
횟수	세워진 수		횟수	세워진 수																																																																										
	은색	금색		은색	금색																																																																									
1	5	1	1	1	5																																																																									
2	7	5	2	2	5																																																																									
3	4	5	3	3	4																																																																									
4	6	3	4	7	5																																																																									
5	7	5	5	3	3																																																																									
6	6	3	6	7	4																																																																									
7	6	3	7	3	3																																																																									
8	2	7	8	4	0																																																																									
9	5	3	9	4	7																																																																									
10	3	5	10	3	4																																																																									

<표 4>(계속)

활동단계	교사의 활동	아동의 반응																																																
실험 및 자료수집	<p>-나온 수만큼 그래프에 표시해 볼까?</p> <p>-어떤 것이 더 많이 세워졌니? (그래프를 확인하고 수치로 나온 결과를 더해보며-은색:88개, 금색 80개)</p>	<p>-그래프 표시(1조-○, 2조-●)</p> <table border="1" data-bbox="655 349 1123 517"> <tr> <td>횃수</td> <td></td><td></td><td></td><td>●●●</td><td>●●</td><td></td><td>○</td><td>○</td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>세워진수</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td> </tr> </table> <p>&lt;은색&gt;</p> <table border="1" data-bbox="655 566 1123 775"> <tr> <td>횃수</td> <td></td><td></td><td></td><td>●●●</td><td>●●</td><td>●●●</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>세워진수</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td> </tr> </table> <p>&lt;금색&gt;</p> <p>아동모두: 은색이요.</p>	횃수				●●●	●●		○	○				세워진수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	횃수				●●●	●●	●●●						세워진수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
횃수				●●●	●●		○	○																																										
세워진수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																							
횃수				●●●	●●	●●●																																												
세워진수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																							
반복질문 ↓ 예측수정 및 이유제시	<p>-그럼, 만약 지금 다시 쏟아 붓는다면 어떤 색의 초콜릿이 더 많이 세워질까?</p>	<p>아동5: 은색이요. (은색이 아까 더 많이 나왔잖아요.) 아동3: 저도 은색이요.(더 많이 나오니까) 아동1,4: 금색이요 (이번에는 그렇게 나올거예요) 아동2,6: 똑같이 나올 것 같아요.(그냥요)</p>																																																
추가질문	<p>-얘들아, 난 이번에 금색을 더 많이 나오게 하고 싶거든, 내가 노력하면 은색보다 금색을 많이 나오게 할 수 있을까?</p>	<p>(있어요-3명, 힘들걸요-2명, 안돼요-2명)</p>																																																

## 참고문헌

- 이수정 (2000). 통계지도에 관한 고찰. 서울대학교 석사학위 논문.
- Beyth-Maron, R. & Dekel, S. (1983). A curriculum to improve thinking under uncertainty. *Instructional Science*, 12, 67-82.
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H. S., Lindquist, M. M., & Reys, R. E. (1981). What are the chances of your students knowing probability? *The Mathematics Teachers*, 74, 342-44.
- Cobb, P. (1989). A double-edged sword. [Review of intuition in science and mathematics.] *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 213-218
- Cosmides, L., & Toby, J. (1996). Are humans good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition*, 58, 58-73.
- Deherty, J. (1965). Level of four concepts of probability possessed by children of the fourth, fifth, sixth grade before formal instruction. *Dissertation Abstracts*, 27, 1703A.
- de Finetti, B. (1974). *Theory of probability: An critical introductory treatment* (A. Machi & A. Smith, Trans.). New York: John Wiley. (Original book published 1972).
- Feller, M. (1968). Problems of learning statistics. Unpublished paper given at conference on Teaching Statistics using Practicals. Sheffield University, England.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. (C. A. Sherrard, Trans.). Boston: D. Reidel Publishing Company.
- Fischbein, E. & Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24.
- Fong, G. T., Krantz, D. H., & Nisbett, R. E. (1986). The effects of statistical training on thinking about everyday problems. *Cognitive Psychology*, 18, 253-292.
- Freudenthal, (1973). *Mathematics as an educational task*. Riedel: Dordrecht.
- Green, D. R. (1979). The chance and probability concepts project. *Teaching Statistics*, 1(3), 66-71.
- Green, D. R. (1983). A survey of probability concepts in 3,000 pupils aged 11-16 years. In D, R, Grey, P. Homes, v, Barnett & G. M. Constable (Eds.). *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*, 2, 766-783. Sheffield, England: Teaching Statistics Trust.
- Hawkins, A. S., & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability—a psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 349-377.
- Jones, G. A. (1974). *The performance of first, second, and third grade children on five concepts of probability and the effects of grade, IQ, and embodiments on their performances*. Unpublished Doctoral dissertation, Indiana university.

- Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgement of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1982). On the study of statistical intuitions. *Cognition*, 11, 123-141.
- Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6, 59-98.
- Konold, C. (1995). Issues in assessing conceptual understanding in probability and statistics. *Journal of Statistics Education*, 3(1) [Online]. Available : [www.amstat.org/publications/jse/v3n1/knold.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v3n1/knold.html).
- Leake, L. (1962). The status of three concepts of probability in children of the seventh, eighth, and ninth grades. *Dissertation Abstracts*, 23, 2010.
- Leffin, W. W. (1971). *A study of three concepts of probability possessed by children in grades four-seven*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED070 657).
- McKinley, J. E. (1960). Relationship between selected factors and achievement in a unit on probability and statistics for twelfth grade students. *Dissertation Abstracts*, 21, 561.
- Mullenex, J. L. (1968). A study of the understanding of probability concepts by selected elementary school children. *Dissertation Abstracts*, 29, 3920A.
- National Council of Teachers of Mathematics Commission on Standards for School Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers for Mathematics.
- Nisbett, R.E., Krantz, D., Jepson, C., & Kunda, Z. (1983). The use of statistical heuristics in everyday reasoning. *Psychological Review*, 90, 339-363.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children* (L. Leake, Jr., P. Burrell, & H. D. Fischbein, Trans.). New York: W. W. Norton and Company. (Original work published 1951).
- Rubin, A. V., Roseberry, A. S., & Bruce, B. (1988). *ELASTIC and reasoning under uncertainty* (Research report No. 6851). Boston: BBN Systems and Technologies Corporation.
- Schlottmann, A., & Anderson, N. H. (1994). Children's judgements of expected value. *Developmental Psychology*, 30(1), 56-66.
- Shaughnessy, J. M. (1982). Misconceptions of probability, systematic and otherwise; Teaching probability and statistics so as to overcome some misconceptions. In Organizing Committee of the First International Conference on Teaching Statistics (Ed.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*, 2, (pp. 784-801). Sheffield, England: Teaching Statistics Trust.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Reserch in probability and statistics: Reflection and directions. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathmatics teaching and learning* (pp. 465-494). New York: MacMillan.

- Shulte, A. P. (1968). Effects of a unit in probability and statistics on students and teacher of a ninth grade general mathematics class. *Dissertation Abstracts*, 28, 4962A.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1983). Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability Judgment. *Psychological Review*, 90(4), 293-315.
- Well, A. D., Pollatsek, A., & Konold, C. (1990). *Probability estimation and the use and neglect of base-rate information*. Draft copy of a paper presented at the research precession of the 1982 National Council of Teachers of Mathematics meeting in Toronto. Under revision at the University of Massachusetts, Amherst.
- White, C. W. (1974). A study of ability of first and eight grade students to learn basic concepts of probability and the relationship between achievement in probability and the relationship between achievement in probability and selected factors. *Dissertation Abstracts International*, 35, 1969A.

논문접수 2005년 1월 9일 / 2005년 1월 23일 / 2005년 2월 14일

\* 고려대학교 교육학과를 졸업하고 미국 미시간주립대학교에서 교육심리학 석사학위를, 미국 위스콘신-메디슨대학교에서 교육심리학 박사학위를 취득하였으며, 위스콘신-메디슨대학의 Center for Testing & Evaluation Services에서 연구원으로 9년 근무하였다. 현재 신라대학교 교육학과 조교수로 재직 중이며, 관심분야는 심리 측정 및 평가, 연구방법, 통계교육 등이다.

E-mail: thpark@silla.ac.kr

Abstract

A Teaching and Learning Method of Probability  
Appropriate for Young Children

**Park, Tae Hak\***

Traditionally, probability has been recognized as a subject area that is too difficult to teach in the elementary school. The purpose of this study was to explore a teaching-learning method of probability for young children. To accomplish this purpose, first, this study reviewed the research literatures related to probability cognition under a few theoretical view points, such as the developmental, the psychological, and the educational view points. And then, this study has explored proper directions for the improvement of the ongoing activities related to probability education in the elementary school, by suggesting the conceptual model of teaching and learning probability which could develop sound intuitions of probability and indeterministic attitudes as a habit. This paper also presents the real examples of activities, which were conducted with seven year old children on the base of the suggested conceptual model of teaching and learning probability.

Key Words : probability education, probability cognition, probabilistic inference, probabilistic intuitions, statistical thinking

---

\* Assistant Professor, Department of Education, Silla University