

空間的 分布形態에 따른 平均 通行 距離와 適正「터미날 시스템」에 관한 研究

林 岡 源*

目 次

- | | |
|--------------------|-------------------------------|
| I. 序 論 | IV. 「터미날 시스템」의 適正化模型 |
| II. 通行分布와 平均通行距離 | V. 結 論 |
| III. 「서비스」區域의 適正形態 | VI. 附錄(Mathematical Appendix) |

I. 序 論

2次元 平面上에서 多數의 通行이 發生될 경우, 通行群의 平均距離를 알면, 그 값에 總通行發生數를 乘하여 人—Km, 或은 臺—Km에 依한 交通需要를 計算할 수 있다. 交通體系分析(transportation system analysis)에 있어서 여러 代案의 「시스템」(alternative systems)의 交通效率를 表示할 수 있는 이러한 概念은 오래前부터 經濟地理學的 市場區域(market area) 分析等에 적용되어 왔다. 即 Christaller⁽¹⁾, Lösch⁽²⁾ 等은 小賣活動(retail activity)에 있어서 消費者的 最短距離 購買現象으로 因하여 市場區域은 正六角形(hexagon)이 理想的인 을 主張 했고, 더 나아가서는 商業活動의 階層性과 市場區域의 相關關係로 因하여 經濟空間에는 中心地理論(central place theory)이 적용됨을 지적하였다. 商品의 質과 價格이 同質인 경우 一般消費者는 最短距離에 位置한 商店을 相對할 것이라는 假定은 人間行態의 合理性에서 연 유한다고 볼 수 있다.⁽³⁾

이러한 人間の 最小勞力行態는 空間活動에 있어서 交通勞力의 極小化를 指向한다고 믿을 수 있으며, 都市計劃에 있어서 流通體系의 能率性을 測定하는 指針이 될 수 있다. 平面空間上에서 發生되는 交通需要에 對한 體系分析은 이와 같이 규범적 측면에서의 계획분석을 위해서 뿐만 아니라, 企業相互間의 市場空間에서의 競爭 및 獨占의 性向때문에 經濟的空間

* 서울市立産業大學 都市工學科 助教授

(economic space)에 一定한 法則을 찾을 수 있다고 믿게 되었다. 即 地域科學의 初期에서 부터 Von Thünen,⁽⁴⁾ Hotelling,⁽⁵⁾ Chamberlin,⁽⁶⁾ Beckmann,⁽⁷⁾ Alonso,⁽⁸⁾ Isard⁽⁹⁾ 등은 消費者의 分布가 一定한 경우, 企業群의 空間的 競爭(spatial competition) 및 獨占的 競爭(monopolistic competition)狀態下에서 企業立地가 決定되는 模型을 提示하고 있다.

그러나 이와 같은 經濟地理學的 企業活動의 立地行態(spatial behavior)分析과 交通體系分析의 流通「시스템」效率의 概念은 아직까지 方法論上 統合을 이룩하지 못하고 있다.⁽¹⁰⁾ 그것은 標準的 都市交通計劃過程(the standard urban transportation planning process)에서 交通需要模型과 土地利用模型이 各各 獨立된 過程에서 分析·豫測되는 現象에서 볼 수 있다.⁽¹¹⁾ 따라서 現在와 같이 不完全한 計劃模型의 制約性을 逐次的 方法으로 補完할 수 있는 直觀(intuition)이 必要한 것이다.

本 研究의 目的은 2次元 平面上에서 多數의 通行이 發生될 경우 一定한 確率法則에 따라 行해지는 通行의 平均 距離를 理論的으로 求함으로써, 都市分析, 經濟地理, 交通體系分析等을 爲하여 참고로 使用될 수 있도록 하기 爲한 것이다. 現實的 通行分布와 通行方向을 반영하기 위해서는 「컴퓨터 시뮬레이션」의 方法이 있으나,⁽¹²⁾ 一定한 條件을 滿足하는 理想的 模型狀態下에서는 微積分方法에 依하여 求할 수 있고, 그 값을 「파라메타」로서 表示함으로써 그와 비슷한 幾何學的 平面에 간단히 적용할 수 있는 것이다. 이와 같은 技法이 「시스템」適正化를 爲해 使用될 수 있는 例를 보이기 爲해서 本 研究에서는 都市地域에서의 「터미널」施設의 適正化와, 適正「터미널 시스템」計劃에 關한 分析技法을 例示하고 있다.

II. 通行分布와 平均通行距離

通行(trip)은 두개의 節點(node)과 그것을 連結하는 連結(link)로서 定義된다. 平面上에 發生되는 無數한 通行群의 平均距離를 求하기 爲해서 數理統計學(mathematical statistics)의 概念인 數學的 期待值(mathematical expectation)의 方法을 適用하는 것이 效果的이다. 通行의 定義에 依하여 1個의 通行을 爲해서는 平面上에서 2個의 點 即 (x,y) 와 (x',y') 이 必要하고, 두점을 잇는 連結의 길이를 $\phi((x,y), (x',y'))$ 로 表示할 때 發生된 通行距離는 確率變數(random variable)의 性質을 가지며 確率變數 $\phi((x,y), (x',y'))$ 의 期待値는 다음과 같이 表示된다.⁽¹³⁾

$$E[\phi(x,y), (x',y')] = \int_A \phi((x,y), (x',y')) f((x,y), (x',y')) dA \dots \dots \dots (1)$$

여기서 $f((x,y), (x',y'))$ 는 確率分布函數(probability distribution function)이다.

以上の 式에서 確率分布函數와 幾何學的 形狀의 數學的 性質이 比較的 單純한 경우에는 解析的으로 微積分方法에 依해 期待値를 求할 수 있다. 그러나 이의 適用을 爲하여는 먼저

다음과 같은 4가지 側面에 關한 通行運動分布의 特性을 고려하여야 한다.

첫째 : 平面의 幾何學的 形狀

둘째 : 通行端(trip end)의 分布密度

셋째 : 兩通行端의 結合으로 定義되는 通行의 發生方向에 對한 確率的 假定

넷째 : 通行의 運動規則

平面의 幾何學的 形狀은 通行距離와 가장 密接한 關係가 있다. 本研究에서는 規則的 形態로서 빈틈없이 平面을 메울 수 있는 正三角形, 正方形, 「다이아몬드」形, 正六角形과 特殊한 形態로서 直線과 圓形을 選擇하였다. 둘째 通行端의 分布는 一般으로 通行(trip interchange or link)群의 分布에 依한 直接的인 分析이 어렵기 때문에 通行端의 分布로부터 通行端 連結로 的 通行發生過程을 2段化하여 接近하기 爲해서 必要한 變數이다. 따라서 通行端의 分布는 概念的으로 兩分되어야 하며, 始發端(starting node)群과 終着端(ending node)群이 그것이다. 그러나 여기서 通行端의 始發端群과 終着端群은 通行의 發生方向에 關한 確率的 假定과 모순이 없어야 한다는 것이 問題이다. 셋째 通行端의 結合으로 通行을 發生시키는 段階에서 通行發生方向의 確率을 假定하기 爲해서는 다음의 2가지 경우에 대해 各各 고려가 필요하다⁽¹⁴⁾

첫째 : 通行群의 始終點이 모두 多數인 경우(即 many-to-many)

둘째 : 通行群의 始點 或은 終點의 어느하나는 固定되어 있는 경우(即 many-to-one 或은 one-to-many)

以上에서 many-to-many의 通行問題는 一般的인 경우로서 通行의 起點과 着點이 空間的으로 擴散되어 있는 경우이고, 둘째의 경우는 도시지역에서 「터미널」을 中心으로 「터미널」에서 或은 「터미널」으로의 通行처럼 通行端의 一點이 全平面中의 어느 한點에 固定되어 있는 경우이다. 以上の 兩경우에 있어서 通行發生確率에 對한 假定으로서는 通行의 發生確率が 空間距離의 函數로 보는 경우와, 空間距離와 無關하게 均一하다고 보는 경우가 있다. 前者의 例로서는 重力模型(gravity concept),⁽¹⁵⁾ 相衝機會模型(intervening opportunity model)⁽¹⁶⁾ 등을 들 수 있고, 이와다른 形態의 것도 必要에 따라 적용할 수 있는 것이다. 그러나 이러한 空間距離函數의 通行發生確率概念을 適用하는 경우 解析的으로 그 解法을 求하기 어렵기 때문에 本研究에서는 空間距離와 無關한 均一確率로 假定하였다. 이러한 假定은 또한 通行端의 均一分布뿐 아니라 始發端과 終着端의 均一한 構成을 意味하고, 通行端의 分布와 通行發生方向의 uniform-randomness에 對한 假定과 一致된다.

마지막으로 通行의 運動規則에 對한 假定은 平面上的 2點에 依해 發生되는 通行의 空間的 經路를 確定하기 위한 것이다. 이에 대해서는 가장 보편적으로 두가지 경우를 생각할 수

있다. 첫째는 두 점을 잇는 直線通行의 경우이고 이때의 空間距離는 다음과 같이 計算될 것이다.

$$\phi((x,y),(x',y')) = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \dots\dots\dots(2)$$

다음은 두 점을 잇는 通行이 縱橫的(rectilinear movement)으로 움직이는 경우이다. 오늘날 大部分의 都市에서 볼 수 있는 格子型 街路網에서는 自然히 縱橫의 經路를 通하여 目的地에 도달한다고 볼 수 있는 것이며, 實際의 경우에는 街路狀態, 交通流狀態 등으로 因하여 迂廻하는 경우 등을 고려할 수 있다. 따라서 通行의 起點과 終點을 直線的으로 잇는 通行假定보다는 縱橫運動에 依한 通行假定이 보다 現實의 일 것이다. 이 경우에 通行距離는 다음과 같이 表示된다.

$$\phi((x,y),(x',y')) = |x-x'| + |y-y'| \dots\dots\dots(3)$$

以上과 같은 假定下에 平均通行距離 算定을 爲한 理想的 模型은 다음과 같이 2가지 형태로 要約하여 表示할 수가 있다.

첫째 : 通行의 一端이 平面의 中心點으로 固定되고, 他一端에 依한 通行發生이 uniform random인 경우의 平均通行距離

$$E[\phi((x,y),(x_0,y_0))] = \int_A \phi((x,y),(x_0,y_0)) f(x,y) dx dy \dots\dots\dots(4)$$

여기서

(x,y) = uniform random variable

(x_0,y_0) = 中心點

$$\phi((x,y),(x_0,y_0)) = \begin{cases} \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \\ |x-x_0| + |y-y_0| \end{cases} \text{ or}$$

둘째 : 通行의 兩端이 모두 平面上에서 uniform random으로 作用하여 通行이 發生되는 경우의 平均通行距離

$$E[E\{\phi((x,y)|(x',y'))\}] = \int_A \int_A f(x',y') \int_A \phi((x,y),(x',y')) g((x,y)|(x',y')) dx dy dx' dy' \dots(5)$$

여기서

$(x,y),(x',y')$ = uniform random variables

$g((x,y)|(x',y'))$ = conditional probability distribution function

(但 $g((x,y)|(x',y')) = f(x',y') = f(x,y)$)

$$\phi((x,y),(x',y')) = \begin{cases} \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \\ |x-x'| + |y-y'| \end{cases} \text{ or}$$

〈表-1〉은 以上の 理論模型에 依하여 求한 通行分布形態에 따른 平均通行距離를 計算한 값이다(實際 計算過程은 附錄을 參照). 本表에서 平均通行距離는 使用의 편의를 爲하여 기하학적 평면의 形態에 대한 「파라메타」로 表示하였다. 即 市場區域(market area)이 正六角形이고 그 中心에 流通施設이 位置하며 일반 소비자가 直線的으로 通行을 한다고 가정할 경우 平均通行距離는 外接半徑의 0.60739倍인 것이다 그러나 外接半徑이 동일한 경우에는 平面의 形態에 따라 面積 即 總通行需要가 달라지기 때문에 相互比較에 적합치 않다. 따라서 一邊의 長이가 S인 正方形의 面積(S^2)과 對等(equivalent)한 경우로 換算하여 併記하였다.

〈表-1〉 通行分布形態에 따른 平均通行距離

	通行 分布 形態	同一外接半徑에 依한 表示 (R)	同一面積(S^2)에 對해 正方形의 一邊에 依한 表示 (S)
直線運動	a. 中心點通行運動		
	1. 直線	0.50000R	0.25000S
	2. 正三角形	0.46000R	0.40359S
	3. 正方形, 다이아몬드形	0.54099R	0.38254S
	4. 正六角形	0.60739R	0.37683S
	5. 圓形	0.66667R	0.37613S
	b. Uniform random movement		
	1. 直線	0.66667R	0.33333S
	2. 圓形	0.90344R	0.50971S
	縱橫運動	a. 中心點通行運動	
1. 正三角形		0.58500R	0.51327S
2. 正方形		0.70711R	0.50000S
3. 「다이아몬드」形		0.66667R	0.47140S
4. 正六角形		0.77379R	0.48006S
5. 圓形		0.84883R	0.47890S
b. Uniform random movement			
1. 正三角形		0.71823R	0.63017S
2. 正方形		0.94281R	0.66667S
3. 「다이아몬드」形		0.88889R	0.62854S
4. 正六角形	1.03172R	0.64008S	
5. 圓形	1.13177R	0.63852S	

Ⅲ. 「서비스」區域의 適正形態

地域科學에서 市場區域(market area)의 適正形態에 關係서는 오래前부터 理論的 研究가 行해졌다. Christaller와 Lösch는 人口密度가 均一한 地域에 있어서 全平面을 빈틈없이 메울 수 있는 幾何學的 形態中에서, 平均通行距離를 極小化시키기 爲해서 市場區域이 正六角形

化되어간다고 주장하였다.⁽¹⁷⁾ <表-1>에서 通行이 直線運動일 경우에는 正六角形이 平均通行距離를 極小化시킴을 알 수 있다. 그러나 通行의 움직임이 縱橫的(rectilinear)일 경우에는 直交하는 主要街路軸을 對角線으로 하는 「다이아몬드」形이 平均通行距離를 極小化 하는 形態인 것이다. 이러한 結果는 實際에 있어서 街路의 形態가 正確히 規則的이 못되고, 人口密度가 均一하지 못하는 경우에도 어느 程度 적용시킬 수 있는 直觀을 얻을 수 있고 計劃家로서 市場區域의 適正形態의 決定에 有用하게 利用될 수 있다.

Ⅳ. 「터미널 시스템」의 適正化模型

制限된 空間에서 莫大한 交通需要를 處理해야 하는 都市交通에 있어서 交通「시스템」의 效率를 높임으로써 不必要한 車輛通行을 줄일 수 있다면 그의 社會的 效果는 至大할 것이다. 交通産業의 特性인 連繫活動(terminal activity)에 着眼하여 大都市地域全域에 對하여 「터미널 시스템」을 구축하고 「터미널」間 車輛通行과 「터미널」區域內 車輛通行을 分離하여 規模의 經濟를 達成함으로써 交通「시스템」의 效率를 크게 改善할 수 있는 것이다. 이에 準하는 例로서는 電鐵驛을 中心으로 한 feeder「시스템」, 都市貨物「터미널」등을 들 수 있다.

따라서 都市地域에 「터미널」施設網을 建設하여 貨物 및 乘客의 都市交通問題를 效果的으로 對處하고자 하는 構想에 따라 많은 研究가 進行되고 있다.⁽¹⁸⁾⁻⁽²²⁾ 本研究에서는 前節에서 提示한 理論的 模型을 延長하여 平均通行距離를 「파라메타」로서 利用하여 都市全體의 總交通勞力을 費用과 時間의 觀點에서 適正化시키는 「터미널 시스템」의 適正化模型을 提示하고자 한다.

本模型의 對象은 都市地域의 貨物「터미널」施設에 關한 것이다. 오늘날 自動車의 普及率이 아주 높은 先進大都市에 있어서 個人所有 貨物「트럭」에 依한 小貨物輸送의 問題는 都市交通分析家의 큰 關心을 끌고 있다.⁽²³⁾ 本模型의 目標은 大都市地域에서 「트럭」의 積載容量에 比하여 極히 非能率的 個人所有 小貨物輸送을 止揚하고, 全都市地域에 公營貨物 「터미널」의 「네트워크」를 形成하고 各 「터미널」區域內의 小貨物輸送需要를 「터미널」에 集散하여 「터미널」間 大量輸送에 의하여 交通의 效率를 높이는 것이다. 이 경우에 가장 重要한 問題는, 첫째 既存 個人別小貨物輸送에 依한 車輛通行에 對한 consolidation system의 相對的 效率이고, 둘째 건설해야 될 適正「터미널」數이다.

基本假定

- ① 對象地域은 一邊의 길이가 R인 正方形이다.
- ② 貨物通行需要는 對象地域內에서 uniform random으로 發生한다.
- ③ 「터미널」은 「다이아몬드」區域으로 나누어진 平面의 中心點에 位置된다.
- ④ 輸送遲滯에 對한 penalty costs는 時間에 正比例한다.

⑤ 「터미널」의 可變費用(variable costs)은 「터미널」容量에 正比例한다.

따라서 「터미널」施設網의 建設에 依한 consolidation system의 總交通費用(TCC)은 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned}
 TCC &= \text{「터미널」建設을 爲한 固定費} \\
 &+ \text{貨物취급 및 「터미널」運營을 爲한 可變費} \\
 &+ \text{「터미널」區域內 수집·배달을 爲한 車輛運行費} \\
 &+ \text{「터미널」間 輸送을 爲한 車輛運行費} \\
 &+ \text{配達遲滯에 對한 penalty costs} \\
 \text{即 } TCC &= f n \\
 &+ 2 h A v \quad \dots\dots\dots(6) \\
 &+ 2 k_1 s h A c / \lambda_1 \\
 &+ k_2 h A c (R / \sqrt{\zeta}) (n - \zeta) / (n \lambda_2) \\
 &+ h A t g
 \end{aligned}$$

여기서

- A=R×R ; 對象地域面積
- n=建設될 「터미널」數
- h=每時間當 發生되는 小貨物數/km²
- α=小貨物の 크기(「트럭」容量에 對한 「퍼센트」)
- s=R/√n ; 「터미널」區域의 一邊길이
- ζ=「터미널」區域內에서 1回 通行으로 收集配達 할수 있는 「트럭」通行數/時間
- p=왕복 차량통행에 있어서 輕荷重方向에 對한·重荷重方向의 貨物積載比
- f=「터미널」建設費
- v=v(αD/n) ; 貨物취급, 「터미널」운영等 可變費
- t=「서비스」水準 ; 即時配達에 對한 지체시간
- c=車輛走行費/車輛—km
- g=貨物通行에 對한 時間費用
- k₁,k₂=0.47140, 0.62854 ; 平均通行距離 「파라메타」(〈表-1〉 參照)
- u₁,u₂=consolidation system에서 最短距離走行에 對한 迂廻通行距離의 比(1=「터미널」區域內, 2=「터미널」區域間通行 表示)
- u=個人輸送의 경우 最短距離走行에 對한 實際走行距離의 比
- e₁,e₂=「터미널」區域內, 區域間通行에 있어서 各各 1回「트럭」通行에 적재한 平均小

貨物數

e =個人輸送의 경우 1回 「트럭」通行에 적재한 平均 小貨物數

式 (6)을 n 에 對하여 極小化條件으로 풀고, 약간의 假定을 더하면 다음의 結果를 얻는다

$$n^* = \left(\frac{h A k_1 R c u_1}{f e_1} \right)^{2/3} \dots\dots\dots(7)$$

即 適正 「터미널」의 數(n^*)는 ; 總交通需要(hA), 平均通行距離(k_1R), 및 km當 車輛走行費(c)에 對하여 체감적(less than proportional)으로 增加하고 ; 「터미널」 建設費用(f)과 「터미널」區域內에서 個人輸送에 對한 合同輸送通行의 迂廻度(e_1/u_1)와는 體감적으로 逆比例하여 감소되는 現象을 볼 수 있다.

다음은 이와 같은 consolidation system이 個人別輸送方法에 對하여 延走行車輛-km面에서 節減效果를 表示한다. (即 η 은 個人別輸送에 依한 延車輛-km에 對한 consolidation system에서의 比率이다)

$$\eta = \frac{2k_1Ru_1/(e_1\sqrt{n}) + k_2R(n-\zeta)u_2/(ne_2\sqrt{\zeta})}{k_2Ru/(e\sqrt{\zeta})}$$

$$= 2 \frac{k_1}{k_2} \frac{e}{e_1} \frac{u_1}{u} \sqrt{\frac{\zeta}{n}} + \frac{n-\zeta}{n} \frac{e}{e_2} \frac{u_2}{u} \dots\dots\dots(8)$$

여기서

$$u_1 = \frac{p}{p+1} \frac{2k_1s+z}{k_1s} = \frac{p}{p+1} \left(2 + \frac{e_1\sqrt{2}}{k_1s\sqrt{ht}} \right) \dots\dots\dots(9)$$

以上の 結果는 consolidation system의 車輛走行距離面에서의 能率을 「시스템·파라메타」로서 表示하고, 실제資料에 依한 값을 代入하여 「시스템」效率을 決定하는데 있어서 各變數의 相對的 重要性을 推定할 수 있게 한다.

V. 結 論

本研究는 地域科學 및 經濟地理學에서 오랫동안 研究의 對象이 되어온 2次元 平面上에서 人口 및 流通施設의 分布 및 立地에 따른 社會的 交通費用의 關係를 研究하는데 도움이 될 뿐 아니라, 더 나아가서는 交通「시스템」의 效率을 測定하는데 있어서 有用한 概念인 平均通行距離를 數理統計學的方法과 微積分的方法으로 求하고 그것을 幾何學의 形狀과 通行法則에 對한 「파라메타」로 表示하였다.

이러한「파라메타」的 模型定立의 例와 平均通行距離概念에 의한 適正化 模型定立의 技法을 보이기 爲하여, 都市地域에서의 「터미널 시스템」의 適正化問題를 例示하였다. 問題를 解析的으로 풀수 있도록 하기 爲한 여러가지 制約的 假定때문에, 本模型의 結果를 그대로 現實問

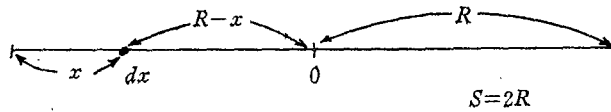
題에 適用할 수는 없겠으나, 本模型은 복잡한 現實 「시스템」의 內容을 單純化시킴으로써 얻은 數學的 結果가 대단히 有用한 計劃模型(planning model)이 될 수 있음을 보여준다.

本研究에서 前提한 假定中에서 가장 現實과 상충적인 것은 都市地域에서 人口分布가 均一하다고 본 것이다. 서울과 같이 都心部를 頂點으로 원추형의 人口분포를 갖는 경우에, 本模型의 적용을 爲해서는 全市街地域을 몇개의 同心圓 或은 部分地域으로 區分하여 人口分布가 比較的의 均一한 部分에 對하여 適用하고, 각각의 結果를 加重하여 최종적으로 통합하는 方法을 생각할 수 있다. 그러나 경우에 따라서는 보다 現實的 分布를 나타내기 爲하여, 本解析的 方法을 數值分析方法(numerical methods) 혹은 「컴퓨터 시뮬레이션」方法과 병용할 수도 있다. 그러나 이러한 非解析的 方法에 依하여 푸는 경우에도 模型構成의 概念的 틀은 本研究에서 提示한 方法論을 援용할 수 있는 것이다.

VI. 附錄(Mathematical Appendix)

1. 通行의 움직임이 直線的(straight-line movement)이며, 모든 通行의 一端 即 起點(或은 終點)은 주어진 平面의 中心點을 起點으로 하여, uniform random으로 行해지고(따라서 通行密度는 中心點을 除外하고는 均一한 分布를 가짐), 平面의 形態가 다음과 같을 경우

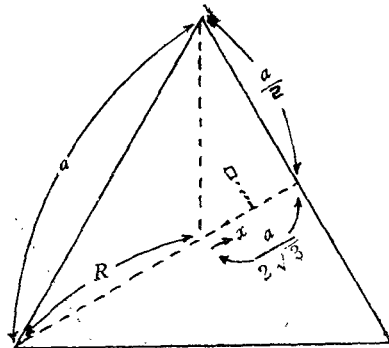
1) 直線形態(Line)



<그림-1>

$$\bar{d} = \frac{1}{R} \int_0^R (R-x) dx = \frac{1}{2}R$$

2) 正三角形(Triangle)

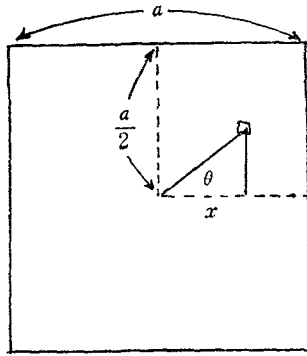


$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

<그림-2> $2S = \frac{2}{3} a$

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{24}{\sqrt{3}a^2} \int_a^{\frac{a}{2\sqrt{3}}} dx \int_0^{\frac{\pi}{3}} x^2 \sec^3 \theta \, d\theta \\ &= \frac{a}{9} \left\{ \sqrt{3} + \frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3}) \right\} \\ &= 0.26558a \\ &= 0.46000R \end{aligned}$$

3) 正方形(Square)

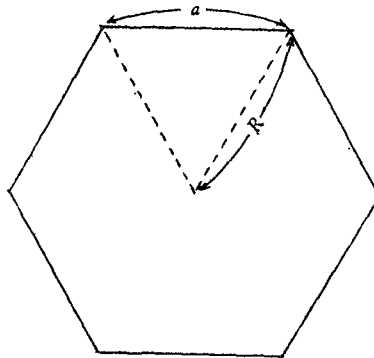


$$R = a / \sqrt{2}$$

<그림-3> $a = S$

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{8}{a^2} \int_0^{\frac{a}{2}} dx \int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \sec^3 \theta \, d\theta = \frac{a}{3} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \ln(\sqrt{2} + 1) \right\} \\ &= 0.38254a \\ &= 0.54099R \end{aligned}$$

4) 正六角形(Hexagon)



$$a = R$$

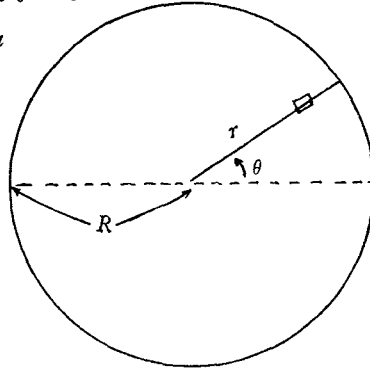
<그림-4> $\sqrt{2}S = \sqrt{3} \sqrt{3} a$

$$\bar{d} = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{a}{a^2} \int_0^{\frac{\sqrt{3}a}{2}} dx \int_0^{\frac{\pi}{6}} x^2 \sec^3 \theta d\theta = a \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \ln \sqrt{3} \right)$$

$$\doteq 0.60739a$$

(a=R)

5) 圓形(Circle)

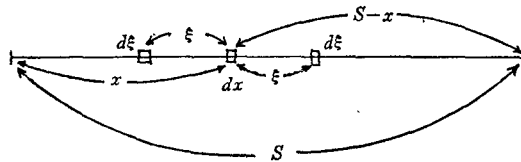


<그림-5>

$$\bar{d} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R dr \int_0^{2\pi} r^2 d\theta = \frac{2}{3} R$$

2. 通行의 움직임이 直線的(straight line movement)이며, 通行의 分布는 一定한 幾何學的 平面上에서 uniform random으로 行해지고 (即 通行의 密度는 全平面에 있어서 均一), 平面의 形態가 다음과 같은 경우.

1) 直線形態(Line)



$$S=2R$$

<그림-6>

$$\bar{d} = \frac{1}{S^2} \int_0^S dx \left\{ \int_0^x \xi d\xi + \int_0^{S-x} \xi d\xi \right\} = \frac{S}{3}$$

2) 圓形(Circle)

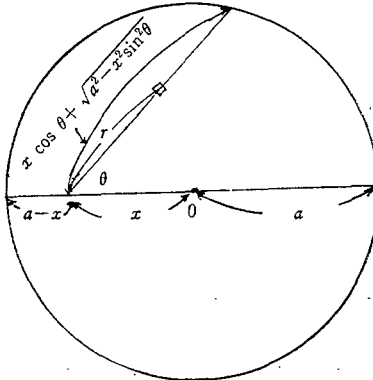
$$\bar{d} = \frac{2}{\pi a^2} \int_0^a \pi x p(x) dx$$

여기서

$$p(x) = \frac{2}{\pi a^2} \int_0^\pi d\theta \int_0^{x \cos \theta + \sqrt{a^2 - x^2} \sin^2 \theta} r^2 dr$$

$$= \frac{4}{3\pi a} \left\{ (a^2 - x^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \sin^2 \theta} d\theta \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + 4x^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \sin^2 \theta} \, d\theta \} \\
 & = -\frac{4}{3\pi a} \left[(a^2 - x^2) \frac{1}{2} B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \right. \\
 & \quad \left. + 4x^2 \frac{1}{2} B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2; \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \right]
 \end{aligned}$$



$a=R$
 $a=S/\sqrt{\pi}$
 <그림 7>

여기서

$B(x,y)$; beta function

$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$; gamma function

$F(\alpha, \beta; \gamma; z)$ 는 hypergeometric series로서 다음과 같이 展開된다.

$$\begin{aligned}
 F(\alpha, \beta; \gamma; z) = & 1 + \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma \cdot 1} z + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)1 \cdot 2} z^2 \\
 & + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} z^3 + \dots
 \end{aligned}$$

beta function과 gamma function은 다음과 같은 관계가 있다.

$$B(x,y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$$

따라서

$$\begin{aligned}
 \bar{d} & = \frac{2}{\pi a^2} \int_0^a \pi x p(x) dx \\
 & = \frac{8}{3\pi} a \left[\frac{1}{2} B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \int_0^1 t(1-t^2) F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; t^2\right) dt \right. \\
 & \quad \left. + 2B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \int_0^1 t^3 F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2; t^2\right) dt \right]
 \end{aligned}$$

(여기서 $t = \frac{x}{a}$, $dx = a dt$ 그리고

$$B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(1)} = \pi, \quad B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \text{ 이므로)}$$

$$= \frac{4a}{3} \int_0^1 t(1-t^2) F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; t^2\right) dt$$

$$+ \frac{8a}{3} \int_0^1 t^3 F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2; t^2\right) dt$$

(變數變換을 하여 $t^2 = y$ 로 하면)

$$= \frac{2a}{3} \int_0^1 F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; y\right) dy - \frac{2a}{3} \int_0^1 y F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; y\right) dy$$

$$+ \frac{4}{3} a \int_0^1 y F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2; y\right) dy$$

$$= \frac{2a}{3} \frac{\Gamma(1)\Gamma(1)\Gamma(2)}{\Gamma\left(1\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2\frac{1}{2}\right)} - \frac{2a}{3} \frac{\Gamma(2)\Gamma(1)}{\Gamma(3)} {}_3F_2\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 2; 1, 3; 1\right)$$

$$+ \frac{4}{3} a \frac{\Gamma(2)\Gamma(1)\Gamma(3)}{\Gamma\left(2\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(3\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{496a}{135\pi} - \frac{a}{3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)_k \left(-\frac{1}{2}\right)_k (2)_k}{(1)_k (3)_k k!}$$

$$\text{(여기서 } (a)_k = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)} \text{)}$$

$$= \frac{496a}{135\pi} - \frac{a}{3} \left(1 - \frac{1}{6} - \frac{3}{128} - \frac{3}{128} - \frac{1}{256} \times \frac{175}{192} \dots\dots\dots\right)$$

$$\doteq 0.90344a$$

$$(a=R)$$

3. 通行의 움직임이 縱橫的(rectilinear movement)이며, 모든 通行의 一端 即 起點(或은 終點)은 주어진 平面의 中心點을 起點으로 하여 uniform random으로 行해지고(따라서 通行密度는 中心點을 除外하고는 均一한 分布를 가짐), 平面의 形態가 다음과 같을 경우

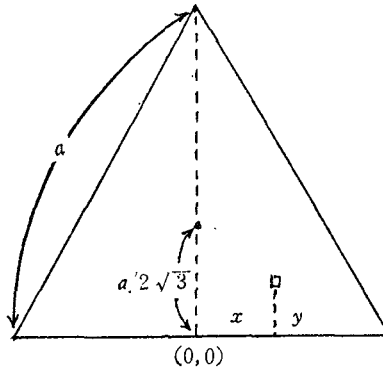
1) 正三角形

$$\bar{d} = \sqrt{\frac{2}{3}} a^2 \left[\int_0^{\frac{a}{2\sqrt{3}}} dy \int_0^{\frac{a}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}}} \left(x + \frac{a}{2\sqrt{3}} - y\right) dx \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{a}{2\sqrt{3}}}^{\frac{\sqrt{3}}{2} a} dy \int_0^{\frac{a}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}}} \left(x + y - \frac{a}{2\sqrt{3}}\right) dx \right]$$

$$\doteq 0.337750a$$

$$\approx 0.58500R$$



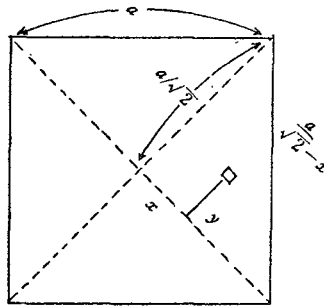
〈그림-8〉

2) 正方形

$$\bar{d} = \frac{4}{a^2} \int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^{\frac{a}{2}} (x+y) dx dy = \frac{a}{2}$$

$$\approx 0.70711R$$

3) 「다이아몬드」形



〈그림-9〉

$$\bar{d} = \frac{4}{a^2} \int_0^{\frac{a}{\sqrt{2}}} dx \int_0^{\frac{a}{\sqrt{2}}-x} (x+y) dy = \frac{\sqrt{2}}{3} a$$

$$\approx 0.66667R$$

4) 正六角形

$$\bar{d} = \frac{2}{3\sqrt{3}a^2} \left[4 \int_0^{\frac{a}{2}} dx \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}a - \sqrt{3}x} (x + \frac{a}{2} + y) dy + \sqrt{3} a^3 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$=0.77379a$$

$$(a=R)$$

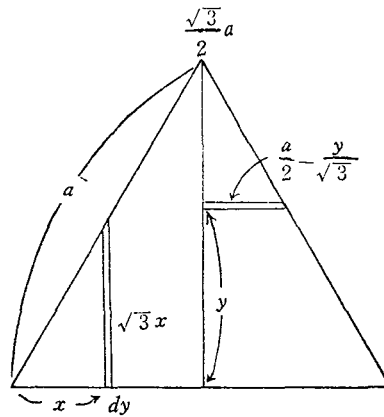
5) 圓形

$$\bar{d} = \frac{4}{\pi R^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^R r(\sin \theta + \cos \theta) r d\theta dr$$

$$\doteq 0.84883a$$

4. 通行의 움직임이 縱橫的(rectilinear movement)이며, 通行의 分布는 一定한 幾何學的 平面上에서 uniform random으로 行해 지고 (即 通行의 密度는 全平面에 있어서 均一) 平面의 形態가 다음과 같을 경우

1) 正三角形



<그림-10>

$$\bar{d} = \frac{4}{\sqrt{3}a^2} \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}a} \frac{4}{3} \left(\frac{a}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}} \right)^2 dy + \frac{8}{\sqrt{3}a^2} \int_0^{\frac{a}{2}} x^2 dx = \frac{1}{9} (2 + \sqrt{3}) a$$

$$\doteq 0.41467a$$

$$\doteq 0.718233R$$

2) 正方形

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{1}{ab} \int_0^b dy \int_0^a dx \frac{1}{ab} \left\{ \int_0^x b \xi d\xi + \int_0^{a-x} b \xi d\xi \right\} \\ &+ \frac{1}{ab} \int_0^a dx \int_0^b dy \frac{1}{ab} \left\{ \int_0^y a \xi d\xi + \int_0^{b-y} a \xi d\xi \right\} = \frac{a}{3} + \frac{b}{3} \\ &= \frac{2}{3}a \quad (\because a=b) \end{aligned}$$

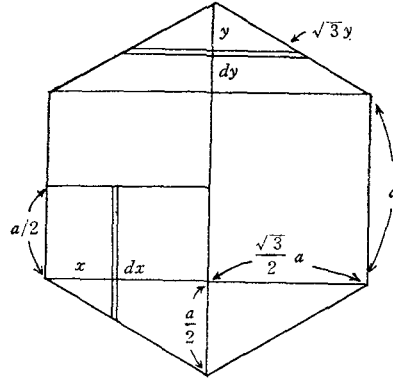
$$\doteq 0.94281R$$

3) 「다이아몬드」形

$$\bar{d} = \frac{4}{a^2} \int_0^{\frac{a}{\sqrt{2}}} \frac{4}{3} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x \right)^2 dx = \frac{4\sqrt{2}}{9} a$$

$$\approx 0.88889R$$

4) 正六角形



〈그림-11〉

$$\bar{d} = \frac{2}{3\sqrt{3}a^2} \left[a^3 + 2 \int_0^{\frac{a}{2}} 4y^2 dy \right] + \frac{4}{3\sqrt{3}a^2} \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{4}{3} \left(\frac{a}{2} + \frac{x}{\sqrt{3}} \right)^2 dx$$

$$= \frac{a}{27} (8\sqrt{3} + 14)$$

$$\approx 1.03172a$$

$$(a=R)$$

5) 圓形

$$\bar{d} = \frac{4}{\pi R^2} \int_0^R \frac{4}{3} (a^2 - y^2) dy = \frac{32R}{9\pi}$$

$$\approx 1.13177R$$

참 고 문 헌

- 1) Christaller, Walter, *Central Places in Southern Germany*, tr. by C.W. Baskin, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966.
- 2) Lösch, August, *The Economics of Location*, tr. by W.H. Woglom and W.F. Stolper, New Haven: Yale Univ. Press, 1954.
- 3) Zipf, G.K., *Human Behavior and the Principle of Least Effort*, Cambridge: Addison-

- Wesley, 1949.
- 4) Hall, Peter (ed.), *von Thunen's Isolated State*, Oxford: Pergamon Press, 1966.
 - 5) Hotelling, Harold, "Stability in Competition," *Readings in Price Theory*, Chicago: Richard D. Irwin, 1952, pp. 467-84.
 - 9) Chamberlin, E.H., *The Theory of Monopolistic Competition*, Cambridge: Harvard Univ. Press, 1933, pp. 260-74.
 - 7) Beckmann, Martin, "A Continuous Model of Transportation," *Econometrica*, Vol. 20 (1952), pp. 643-660.
 - 8) Alonso, William, "Location Theory" in J. Friedman and W. Alonso (eds.), *Regional Development and Planning*, Cambridge: The M.I.T. Press, 1964, pp. 78-106.
 - 9) Isard, Walter, *Location and Space Economy*, Cambridge: The M.I.T. Press, 1956, Ch.11.
 - 10) Lim, Kang-Won, The "Urban Freight Transportation Planning Process: An Input-Output Approach to a Methodological Framework," Ph.D. dissertation, Cornell University, 1974, Ch. IX.
 - 11) *Ibid.*, pp. 103-108.
 - 12) Christofides, Nicos and Samuel Eilon, "Expected Distances in Distribution Problems," *Operations Research Quarterly*, Vol. 20, No. 4 (1969), pp. 437-43.
 - 13) Wadsworth, G.P. and Joseph G. Bryan, *Probability and Random Variables*, New York: McGraw-Hill, 1960, pp. 185-186.
 - 14) Roos, Daniel "Project CARS(Computer Aided Routing System): Research and Demonstration Project Activities," M.I.T. Civil Engineering Systems Laboratory, R69-5, May 1969.
 - 15) Carrothers, Gerald A.P., "An Historical Review of the Gravity and Potential Concepts of Human Interaction," *Journal of the American Institute of Planners*, Vol. 22 (1956), pp. 94-102.
 - 16) Whitaker, R.W. and K.E. West, "The Intervening Opportunities Model: A Theoretical Consideration," *Highway Research Record No. 250*, 1968, pp. 1-7.
 - 17) Lösch, *op. cit.*, pp. 109-38.
 - 18) Carmer, Barton E., *Optimum Allocation of Transportation Terminals in Urban Areas*, U.S. Gov't Printing Office, PB 173684, Nov. 1966.
 - 19) Gedeon, M.S., "Optimal Location of Distribution Centers," Master of Science Thesis,

- Civil Engineering Dept., M.I.T., 1965.
- 20) Yu, J.C and W.E. Wilhelm, Jr., "Optimal Location Pattern of Urban Transportation Terminals," Paper read at The American Society of Mechanical Engineers, July 7, 1970.
 - 21) Witzgall C., "Optimal Location of a Central Facility: Mathematical Models and Concepts," National Bureau of Standards Report 8388, 1964.
 - 22) O'Doherty, J.D., "A Location Study for a System of V/STOL Airports in the Boston Metropolitan Area," Master of Science Thesis, Civil Engineering Dept., M.I.T., January 1966.
 - 23) Lim, Kang-Won, "Methodological Strategies for Urban Freight Transportation Planning Studies," *Korea Planners Association Journal*, Vol. 9, No. 2 (1974/10), pp. 117-28.